

Väsymislajuuden tilastollinen ennustaminen

Matti Makkonen

Tiivistelmä. Artikkelissa esitellään nykyisin käytössä olevia tilastollisia väsymislajuuden mitoitusmenetelmiä. Tarkemmin käsitellään kirjoittajan kehittämä alkusäröjakaumiin perustuva mitoitustapa. Se soveltuu paitsi väsymisrajan myös äärellisen kestoiän ennustamiseen. Lisäksi käsitellään erilaisten valmistusteknologisten tekijöiden vaikutusta mitoituksessa. Kirjoituksessa osoitetaan, että vain tilastollisilla menetelmillä on saavutettavissa tyydyttävä väsymislajuuden arvioinnin tarkkuus.

Avainsanat: väsymislajuus, tilastollinen koon vaikutus, väsymisiän ennustaminen, teknologinen koon vaikutus

Vastaanotettu 26.5.2014. Hyväksytty 19.11.2014. Julkaistu verkossa 19.12.2014.

Taustaa

Käytännön kokemusten perusteella on tullut ilmi, että perinteiset väsymislajuuden mitoitusmenetelmät (jännitys-elinikä, venymä-elinikä) ovat usein joko luvattoman konservatiivisia tai antavat joskus vaarallisen paljon epävarmalla puolella olevia arvioita. On käynyt selväksi, että luotettavia väsymislajuuden ennusteita voidaan saada vain tilastollisilla menetelmillä. Nämä ovatkin olleet viime vuosina laajan tutkimuksen kohteena.

Heikoimman lenkin menetelmä on jo kauan tunnettu tilastollinen menetelmä. Sen perusteet esitteli ruotsalainen W. Weibull [1] jo ennen viime vuosisadan puoliväliä. J. Böhm on esitellyt tähän perustuvan väsymislajuuden mitoitusmenetelmän väitöskirjassaan [2]. Periaate hänen työssään on, että dynaamisesti kuormitetun kappaleen ajatellaan koostuvan pienistä elementeistä ja heikoimman elementin lujuus määrittelee kappaleen kestävyuden. Elementtien määrän ajatellaan lähenevän ääretöntä, jolloin heikoimman elementin lujuuden ennuste lähenee tiettyä rajajakaumaa. Mitä suurempi kappale on, sitä alempi ennuste väsymislajuudelle saadaan. Menetelmää voidaan soveltaa sekä sileille että lovellisille komponenteille. Tätä menetelmää voidaan käyttää vain väsymisrajan ennustamiseen.

Roger Rabb on esittänyt tilastollisten menetelmien käyttöön perustuvan väsymismitoitusprosessin kirjassaan [12]. Hän on esittänyt siitä pääkohdat tässä lehdessä [3]. Tärkein periaate siinäkin on tilastollisen koon vaikutuksen laskeminen. Rabb käyttää tässä perinteistä heikoimman lenkin menetelmää.

Laajimman huomion viime vuosina on saanut aineen sisäisen vikajakauman käyttäminen väsymisanalyysissä. Edelläkävijä tällä alueella on Y. Murakami, esim. [4].

Hänen menetelmässään määritellään hieistä tietyn kokoisista pinta-alanäytteistä löydettyjen suurimpien vikojen avulla ennuste kohdekappaleen suurimmaksi vikakooksi. Sen avulla lasketaan kokemusperäisestä kaavasta väsymisrajan odotusarvo ääriarvoteorian avulla. Suomessa toteutettiin hiljattain laaja tutkimusprojekti vikajakaumiin liittyen: Fate-Defex. Andrew Roiko esittää diplomityössään [5] projektissa saatuja koetuloksia Murakamin menetelmällä analysoituina.

Seuraavassa esitellään kirjoittajan kehittämä menetelmä. Murakamin metodin tapaan se pohjautuu olemassa olevaan fysikaaliseen suureeseen. Vikajakauman sijaan sovelletaan ääriarvoteoriaa *ydintyneiden alkusäröjen jakaumaan*. Väsymisrajan lisäksi menetelmällä voidaan määrittää ennusteita myös eliniälle äärellisen kestoian alueella.

Hypoteesit

1. Dynaamisesti kuormitetun kappaleen pintaan ydintyy valtava joukko mikrosäröjä. Voidaan ajatella, että kukin kappale edustaa otosta äärettömästä alkusäröjen satunnaisjoukosta. Isossa kappaleessa otos on suurempi, pienessä otoskoko on pienempi. Tilastollisilla menetelmillä voidaan laskea odotusarvo erikokoisista kappaleista löytyvälle suurimmalle alkusärökoolle. Tätä alkusäröarvoa voidaan sen jälkeen käyttää kappaleen väsymislajuuden ennustamiseen.
2. Äärellistä kestoikää arvioitaessa oletetaan, että särön ydintymisikä on nyt ennustettava satunnaismuuttuja. Koska se on pitkä verrattuna kasvuikään, voidaan otaksua, että särö vaihtaa stabiilin särönkasvun moodiin heti kun kriittisen kokoinen alkusärökoko on saavutettu. Se tarkoittaa tässä särökoko, johon voidaan soveltaa lineaarista murtumismekaniikkaa. Alkusärön likiarvo saadaan silloin lasketuksi jännitysintensiiteettikertoimen kynnsarvon avulla.

Tilastolliset menetelmät

Väsymisrajaa arvioitaessa on laskettava ennuste suurimmalle kappaleesta löytyvälle alkusärökoolle. Se voidaan periaatteessa tehdä perinteisellä tilastomatematiikalla (*last order statistics*) taikka käyttäen uutta yleistettyä ääriarvojakaumaa (GEV, generalized extreme value – jakauma). Ensin mainitussa tavassa tarvittavat jakaumat ovat: kertymäjakauma $F_{X_{n:n}}$ (cumulative distribution function, cdf)

$$F_{X_{n:n}}(x) = F^n(x) , \quad (1)$$

ja tiheysjakauma $f_{X_{n:n}}$ (probability density function, pdf)

$$f_{X_{n:n}}(x) = nF^{n-1}(x)f(x) , \quad (2)$$

jossa $F(x)$ ja $f(x)$ ovat emopopulaation kertymäjakauma ja tiheysjakauma ja n on otoskoko. Nämä jakaumat on tunnettava, jotta ennuste voidaan laskea.

Säröjen ydintymisikiä laskettaessa ennustetaan ydintymisiän minimiarvoa. Silloin tarvittavat jakaumat ovat (*first order statistics*): kertymäjakauma

$$F_{X_{1:n}}(x) = 1 - [1 - F(x)]^n, \quad (3)$$

ja tiheysjakauma

$$f_{X_{1:n}}(x) = n[1 - F(x)]^{n-1} f(x). \quad (4)$$

Kun otoskoko lähenee ääretöntä, otoksen jakauma lähenee tiettyä rajajakaumaa. Näitä on kolme tyyppiä: Gumbel, Fréchet ja Weibull. Menetelmää on pystytty yksinkertaistamaan yhdistämällä kaikki yhdeksi ainoaksi yleistetyksi ääriarvojakaumaksi (GEV). Sen jakaumafunktio on:

$$G(x) = e^{-\left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi}}}, \quad (5)$$

jossa μ on sijaintiparametri, σ skaalaparametri ja ξ muotoparametri. GEV-funktion tekee houkuttelevaksi se, että otoskokoa ja emopopulaation jakaumaa ei tarvitse tuntea. Parametrit sovitetaan vain kokeellisiin tuloksiin tai havaintoihin. Menetelmän rajoituksena on tietysti oletamus hyvin suuresta otoskoosta.

Yllä oleva kaava antaa ennusteen otosmaksimille. Samanlainen kaava on johdettu otosminimille. Useimmissa tilastollisissa ohjelmistoissa sitä ei kuitenkaan ole. Silloin voidaan käyttää kaavaa (5) siten, että mitattujen arvojen etumerkki asetetaan negatiiviseksi [6].

Väsymisrajan ennustaminen

Suurimman alkusärön odotusarvo

Dynaamisesti kuormitettu kappale tulee ajan kuluessa täyteen hyvin pieniä mikrosäröjä. Pintaan aukeavat säröt ovat melkein aina vaarallisempia kuin pinnan alla olevat useasta syystä: maksimijännitys esiintyy kappaleen pinnalla, pinnankarheus yhdistyy pintasäröihin ja saman kokoisista säröistä pintaan aukeava on vaarallisempi kuin pinnan alla oleva: katso todistus lähteissä [7] sekä [12]. Lähteessä [7] kirjoittaja on käsitellyt esimerkkinä aksiaalisesti kuormitettua 100 mm pyörötankoa. Arvio kriittisen särön todennäköisyydelle pinnan alla tuli $1,53 \cdot 10^{-5}$, kun pintasärön todennäköisyys on 0,5. Niinpä tilastollista koon vaikutusta arvioitaessa se voidaan normaalitapauksessa perustaa pintasäröjen joukkoon. Kun alkusäröjen jakauma $f(x)$ ja otoksen koko n tunnetaan, voidaan maksimisärön odotusarvo x_m ja hajonta s_{xm} laskea kaavoista

$$s_{xm} = \sqrt{\int_0^{\infty} (x - x_m)^2 f(x) \cdot dx}, \quad (6)$$

$$x_m = \int_0^{\infty} x f_{X_{n:n}} dx. \quad (7)$$

Alkusärökoon ja väsymisrajan välinen yhteys

Väsymisrajan $\Delta\sigma_{R,a}$, alkusärökoon a_0 ja jännitysintensiiteettikertoimen kynnsarvon $\Delta K_{I,th}$ välinen yhteys on määritelty kaavalla

$$\Delta K_{I,th} = \beta \Delta \sigma_{R,a} \sqrt{\pi a_0} \quad . \quad (8)$$

Tähän kaavaan sijoitetaan alkusärökooksi yhtälöstä (7) saatu alkusärön odotusarvo. Geometriakerroin β riippuu kappaleen muodosta ja jännitys jakaumasta. Ratkaisemalla yhtälöstä (8) väsymisraja, saadaan

$$\Delta \sigma_{R,a} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{\Delta K_{I,th}}{\beta \cdot \sqrt{a_0}} \right) \quad . \quad (9)$$

Tilastollisen koon vaikutuksen laskeminen käytännössä

Jos alkusäröjakauma ja otoskoko olisivat tiedossa, koon vaikutus ja vastaava väsymisraja saataisiin suoraan kaavoista (7) ja (9). Tällaista dataa on valitettavasti hyvin vähän saatavilla. Kuvassa 1 on esitetty lähteestä [8] peräisin olevat havaitut alkusäröjakaumat. Kuvaan 1 on lisäksi piirretty kaksi mahdollista alkusäröjen jakaumafunktiota, Weibull ja lognormaali.

Pienimpien säröjen havaitseminen ei voi koskaan olla aivan tarkkaa. Voidaan kuitenkin nähdä, että säröjen määrä on valtava: jopa useita kymmeniä neliömillimetriä kohti.

Koska mitattua alkusärödataa ei ole käytettävissä, on ongelmaa lähestyttävä kiertoteitse. Tässä voidaan käyttää hyväksi tavallista väsymiskoesarjaa, kunhan tuloksissa on raportoitu väsymislajuuden keskiarvo ja hajonta. Prosessi on tällöin seuraava.

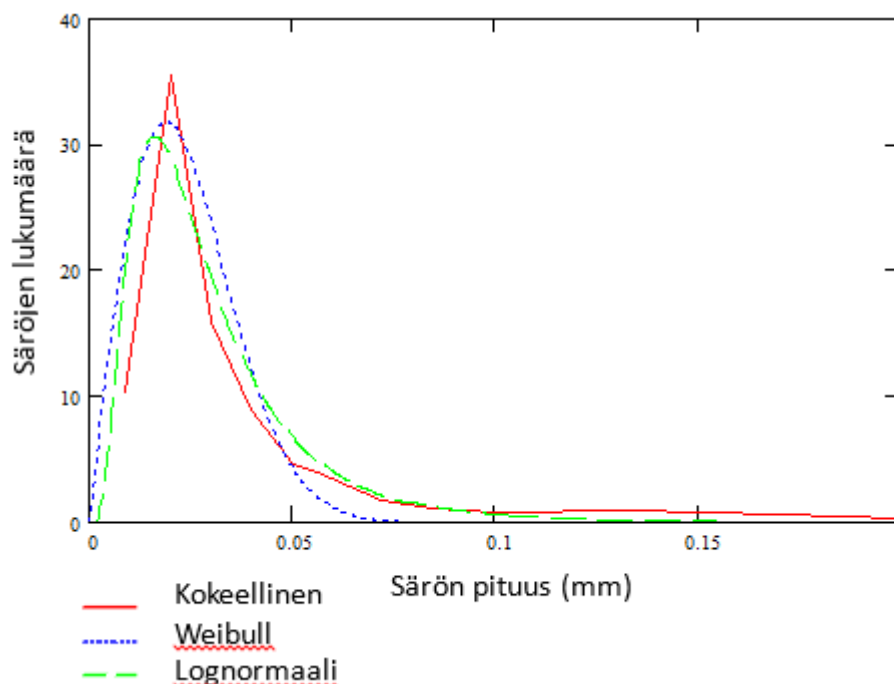
1. Ratkaistaan yhtälöstä (9) alkusärön neliöjuuri

$$\sqrt{a_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Delta K_{I,th}}{\beta \cdot \Delta \sigma_{R,a}} \right) \quad , \quad (10)$$

jossa $\Delta K_{I,th}$ on jännitysintensiiteettikertoimen kynnsarvo, joka on siis oltava tiedossa.

2. Muunnetaan kaavojen (6) ja (7) avulla kokeellisesti saadut väsymisrajan keskiarvo ja hajonta *alkusärökoon maksimin keskiarvoksi ja hajonnaksi*.
3. Arvioidaan säröjen otoskoko oletetun särötiheyden ja kappaleen jännityksenalaisen pita-alan perusteella.
4. Valitaan sopiva jakaumafunktio: Weibull ja lognormaali näyttävät molemmat toimivan riittäväällä tarkkuudella. Sovitetaan jakauman $f(x)$ (kaava (2)) parametrit niin, että saadulla otoskoolla saadaan sama keskiarvo ja hajonta (kaavat (6) ja (7)) ja kuin väsymiskoetulosten perusteella saatiin.

5. Nyt voidaan laskea minkä tahansa muun kokoisesta kappaleesta löytyvän suurimman särökoon odotusarvo asettamalla otoskooksi kohdekappaleen pinta-alaa vastaava arvo. Tulos muunnetaan väsymisrajaksi kaavaa 9 käyttäen.



Kuva 1. Havaittu alkusäröjakauma ja kaksi mahdollista jakaumafunktiota.

Huomautuksia

Kun edellä kerrottu sovitus koetuloksiin on tehty, voidaan laskea samasta materiaalista tehdyn komponentin väsymislujuus, oli se sitten minkä kokoinen tai muotoinen tahansa (lovellinen tai sileä).

Vaikka otoskoko joudutaan arvioimaan, se ei onneksi vaikuta paljonkaan saataviin tuloksiin. Kirjoittaja on väitöskirjassaan [7] suorittanut laskelmat kahdella arvolla: 10 säröä/mm² ja 100 säröä/mm². Tulokset eivät eronneet merkitsevästi.

Arvio jännitysintensiteetin kynnyksisarvolle $\Delta K_{I,th}$ on siis oltava käytössä. Käytettäessä menetelmää kuvatulla tavalla kiertoteitse, karkea arviokin riittää. Tämä johtuu siitä, että menetelmässä lasketaan ensin tavallisen väsytyksen tulosten perusteella koesauvoissa esiintynyt maksimisärökoko, ts. saatu väsymisraja muutetaan alkusärökooksi. Sen jälkeen näillä tiedoilla lasketaan arvioita erikokoisissa komponenteissa oleville alkusäröille. Nämä muutetaan lopuksi kriittisiksi jännitysarvoiksi samaa jännitysintensiteetin arvoa käyttäen. Tällöin virhe käytetyssä jännitysintensiteetin arvossa ei ole merkitsevä. Sileillä sauvoilla, joissa jännitysgradienttia ei ole tai se on lievä (taivutus), tulos on tarkka. Lovellisissa kappaleissa jyrkkä jännitysgradientti aiheuttaa pientä virhettä tuloksiin. Lähteessä [7] kirjoittaja on arvioinut virheen suuruutta käyttämällä 1,5 kertaa suurempaa

jännitysintensiiteetin arvoa. Työssä käytetyillä koesauvoilla, joiden joukossa oli hyvin teräviä lovia, suurinkin virhe jäi alle kahden prosentin. Tilanne olisi toinen, jos menetelmää sovellettaisiin suoraan tiedossa olevaan alkusäröjoukkoon: silloin todellinen kriittinen alkusärökoko olisi syytä tuntea tarkasti.

Lopuksi huomautetaan, että yllä olevassa prosessissa on käytetty perinteistä tilastomatematiikkaa. GEV-funktiota ei voida käyttää, koska ei ole olemassa arvojoukkoa (alkusäröt), johon jakauman parametrit voitaisiin sovittaa.

Tehollinen jännityspinta-ala

Useimmissa tapauksissa jännitys kappaleen pinnalla ei ole tasan jakaantunut. On selvää, että alemman jännityksen kohdalla kriittisen kokoisen alkusärön ydintyminen on epätodennäköisempää. Voidaan ottaa käyttöön *tehollisen jännityspinta-alan* käsite. Ajatuksena on määrittää sellainen pinta-ala, jolle vaurioitumistodennäköisyys on tasan jakaantuneella maksimin suuruisella jännityksellä sama kuin todellisella jännitys jakaumalla.

Lähdetään liikkeelle tarkastelemalla kahta aluetta, joilla jännitysvaihtelu on eri suuri. Ensimmäisellä alueella jännitysvaihtelu on $\Delta\sigma_1$ ja sen pinta-ala on A_1 . Toisella alueella arvot ovat $\Delta\sigma_2$ and A_2 . Oletetaan, että $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_2$. Toisen alueen selviämistodennäköisyys on suurempi: $P_{S,2} > P_{S,1}$. Tavoitteena on määritellä toiselle alueelle tehollinen pinta-ala $A_{2,eff}$ siten, että sillä on selviämistodennäköisyys $P_{S,1}$ jos siihen kohdistuisi jännitysvaihtelu $\Delta\sigma_1$.

Tiedämme, että $m:n$ alueen 2 suuruisen pinta-alan selviämistodennäköisyys olisi $P_{S,2}^m$. Voidaan myös todeta, että $m = A_2 / A_{2,eff}$. Niinpä saadaan yhtälö

$$P_{S,2}^m = P_{S,1}. \quad (11)$$

Kun tästä ratkaistaan $A_{2,eff}$, saadaan kaava

$$A_{2,eff} = A_2 \frac{\log(P_{S,2})}{\log(P_{S,1})}. \quad (12)$$

Kun tunnetaan väsymisrajan hajonta, voidaan kullekin jännitystasolle määritellä sitä vastaava selviämistodennäköisyys. Tässä voidaan väsymisraja yksinkertaisuuden vuoksi olettaa normaalisti jakaantuneeksi.

Todellisessa kappaleessa jännitys jakauma on jatkuva funktio. Silloin tullaan integraalifunktioon

$$A_{eff} = \left(\frac{1}{\log(0.5)} \right) \int_A \log(P_s(\Delta\sigma(x, y, z))) dA, \quad (13)$$

jossa $P_s(\Delta\sigma(x, y, z))$ on jännitysvaihtelua $\Delta\sigma(x, y, z)$ vastaava selviämistodennäköisyys.

Käytännössä jännitys jakauma usein lasketaan FEM-ohjelmistoa käyttäen. Silloin kannattaa ottaa mallista arvoja riittävän tihein välein ja laskea kullekin välille tehollinen pinta-ala kaavaa (12) käyttäen ja summata tulokset koko kappaleen teholliseksi pinta- alaksi. Vaurioitumistodennäköisyys laskee hyvin nopeasti. Siksi tarvitsee käsitellä vain alue, jolla jännitysvaihtelu on suurempi kuin 70–80% maksimista. Käytännön työtä

varten kannattaa laskea tehollisen pinta-alan vähennyskertoimet valmiiksi taulukoksi alla esitettyyn tapaan. Tavallisimmin esiintyville lovikohdille kuten olakkeille voidaan laskea valmiita tehollisen pinta-alan arvoja.

Taulukko 1. Tehollisen jännityspinta-alan kertoimet eri hajonnan arvoilla

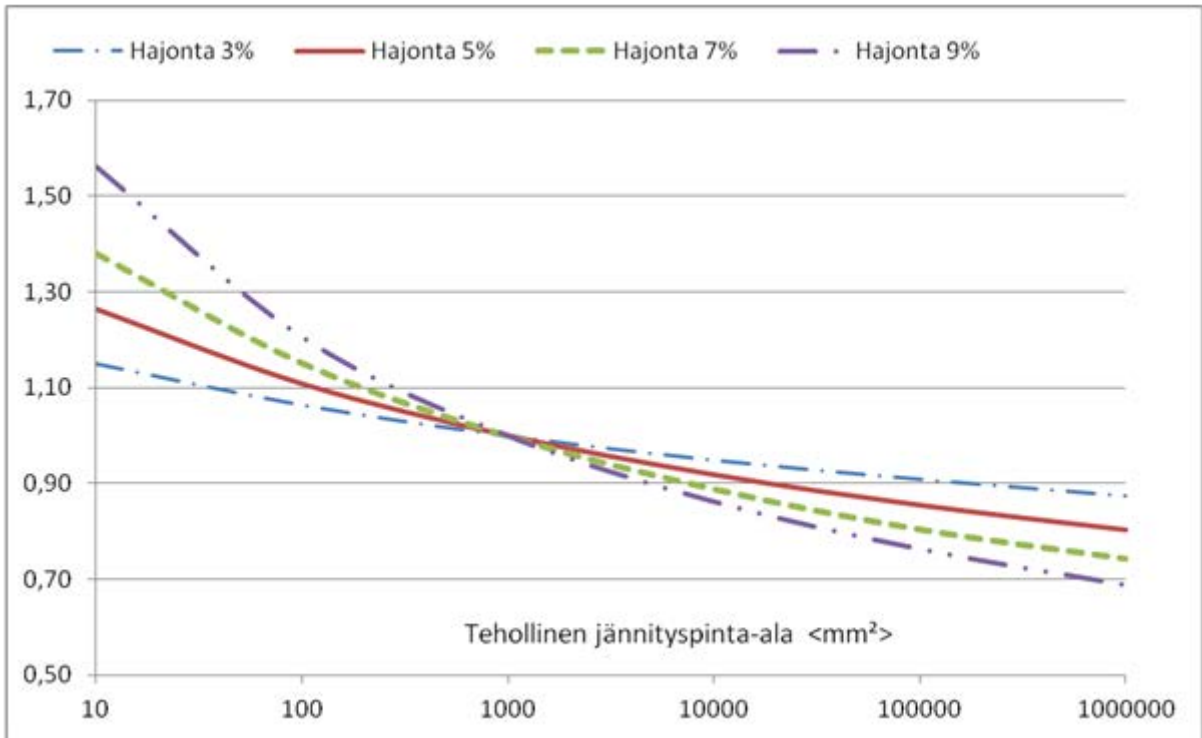
Jännitys- suhde	Variaatiokerroin			
	0,03	0,05	0,07	0,09
0,995	0,821	0,889	0,920	0,937
0,99	0,665	0,788	0,845	0,878
0,985	0,532	0,695	0,774	0,821
0,98	0,420	0,610	0,707	0,766
0,975	0,326	0,532	0,645	0,715
0,97	0,249	0,462	0,587	0,665
0,96	0,138	0,343	0,482	0,574
0,95	0,071	0,249	0,391	0,493
0,94	0,033	0,176	0,314	0,420
0,93	0,014	0,121	0,249	0,355
0,92	0,006	0,081	0,195	0,299
0,91	0,002	0,053	0,151	0,249
0,9	0,001	0,033	0,115	0,206
0,85	0,000	0,002	0,023	0,071
0,8	0,000	0,000	0,003	0,019
0,75	0,000	0,000	0,000	0,004
0,7	0,000	0,000	0,000	0,001

Suurimman alkusärön odotusarvo

On tapana esittää koon vaikutus kertoimen avulla. Perinteisesti koon vaikutus on annettu käyrän muodossa. Koska koon vaikutus riippuu ko. materiaalin väsymislujuuden hajonnan suuruudesta, tarvitaan enemmän kuin yksi käyrä. Hajonnan variaatiokerroin on yleensä välillä 0,03 – 0,09. Seuraavassa kuvassa koonvaikutusluku on annettu neljällä variaatiokertoimen arvolla. Tässä on peruspinta-alaksi valittu 1000 mm²: tällä arvolla koon vaikutusluvuksi asetetaan 1,0. Mitoitustyössä koon vaikutusluku 1,0 annetaan tietenkin koesauvalle, jolla materiaalin väsymisominaisuudet on määritetty. Sitä suuremmille kappaleille tulee ykköstä pienempiä koonvaikutuksen arvoja ja pienemmille ykköstä suurempia. ”Suurempi” ja ”pienempi” määräytyvät siis tehollisen jännityspinta-alan mukaan, ei siis esim. halkaisijan, kuten perinteisesti on ajateltu. Isossakin kappaleessa oleva pieni lovikohta saa siten ykköstä suuremman koonvaikutuskertoimen.

On vielä huomautettava, että koonvaikutusluku siis riippuu siitä, minkä kokoisella sauvalla referenssikokeet on tehty. Kirjallisuudesta löytyviä tuloksia hyödynnettäessä on aina tiedettävä koesauvojen tehollinen jännityspinta-ala ja koetulosten hajonta. Kokeita on tehty paljon tiimalasin muotoisella taivutussauvalla. Sen tehollinen pinta-ala

on hyvin pieni. Tuloksia ei voi verrata suoraan esimerkiksi sileään aksiaalikoessaiin. Tilastollisen koon vaikutuksen takia tuloksissa voi olla keskenään kymmenien prosenttien suuruusluokkaa oleva tilastollinen koon vaikutus.



Kuva 2. Tilastollisen koon vaikutuksen kerroin.

Väsymisrajan laskentaesimerkki

Käytetään hyväksi lähteen [12] sivulla 115 käsiteltyä esimerkkitapausta valuraudalle GJS-500-7. Referenssikokeena on käytetty sileää koessaiin, jonka jännityspinta-ala on 1039 mm². Tehtävänä on ennustaa samasta materiaalista valmistetun lovetun koessaiin väsymisraja. Tässä sauvassa on puolipyöreä $R = 2,25$ mm ura. Lovenmuotoluku tällaiselle lovelle on $K_t = 1,67$.

Lähteessä on laskettu valmiiksi lovellisen koessaiin tehollinen jännityspinta-ala edellä kuvatulla menetelmällä FEM-mallinnusta käyttäen. Arvoksi on saatu 24,9 mm². Referenssisauvan kokeessa variaatiokerroin on ollut 0,09. Tätä vastaavalta käyrältä kuvasta 2 saadaan koonvaikutusluvuksi 1,01. Lovetun sauvan vastaavaksi arvoksi saadaan kohdasta 24,9 mm² noin 1,33. Lopullinen koonvaikutusluku on näiden suhde eli $k = 1,33/1,01 = 1,32$. Referenssisauvan väsymisrajaksi oli saatu 195,5 MPa. Lovetulle sauvalle saadaan näin ollen $1,32 \cdot 195,5 = 258,1$ MPa.

Lovetulle sauvalle on myös tehty väsytestaus [12]. Kokeessa saatu tulos on 249,4 MPa, joten ennusteen virhe on vain 3,5 %.

Särön ydintymisajan ennustaminen

Perusteet

Toisin kuin muita tunnettuja tilastollisia väsymislukuuden laskentamenetelmiä, tässä kirjoituksessa esitettyä periaatetta voidaan soveltaa myös äärellisen kestojän alueella. Tämä antaa mahdollisuuden hallita koko elinikäalue (low cycle – high cycle fatigue). Koska nyt särö kasvaa koko ajan, ennustetaan särökoon maksimin sijasta kasvukykyisen särön ydintymiseen kuluva minimaiaika.

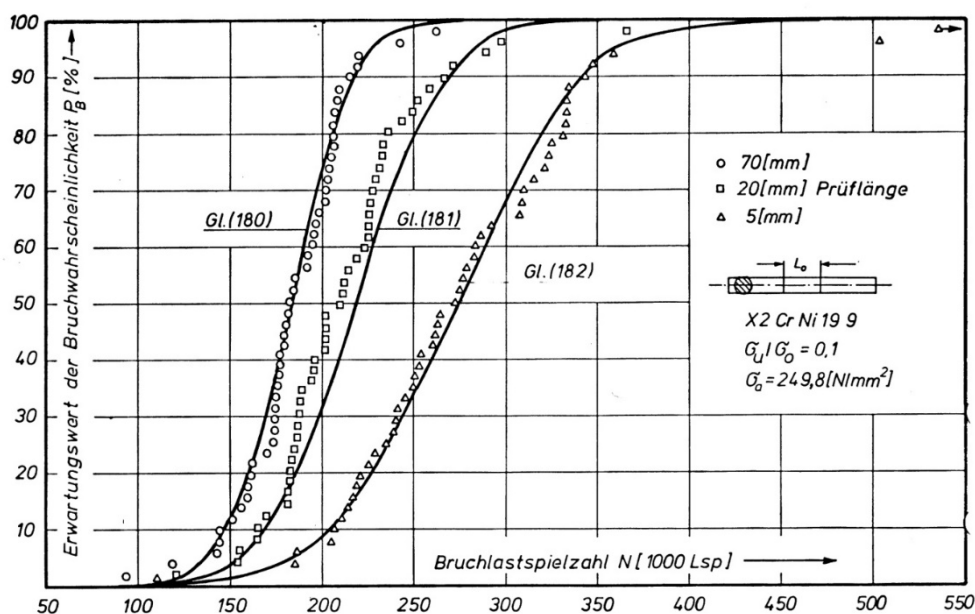


Bild 28: Bruchwahrscheinlichkeit unpolierter Rundproben in Abhängigkeit der Bruchlastspielzahl bei gleicher Ausschlagsspannung

Kuva 3. Koesauvojen eliniät todennäköisyyspiirroksena [9]

Kuvassa 3 on esitetty erään koesauvasarjan väsymisiä todennäköisyyskuvaajan muodossa. Sauvat ovat harvinaisen yksinkertaisia; erimittaisia pätkiä 5 mm teräslangasta. Kuvasta nähdään, että tulokset ovat ääriarvoteorian mukaisia: pitempien sauvojen eliniät ovat lyhyempiä ja tulosten hajonta suppeampi. Koska särön kasvuiässä ei voi ainakaan huomattavia eroja olla, täytyy elinikien ero selittyä ydintymisaikojen vaihtelulla. Onkin selvää, että väsymisiä ennustamiseksi riittävällä tarkkuudella se on jaettava kahteen osaan: ydintymisikä ja stabiili kasvuikä. Jälkimmäinen on laskettavissa hyvällä tarkkuudella lineaarista murtumismekaniikkaa apuna käyttäen. Ydintyminen taas on selkeästi stokastinen ilmiö ja ydintymisajan arviointiin on käytettävä tilastollisia menetelmiä.

Ydintymisiä laskemiseksi on tehtävä luvussa ”Hypoteesit” tehty olettaus: särönkasvu vaihtuu välittömästi pitkän särön moodiin, kun sen pituus ylittää lineaarisen murtumismekaniikan mukaisen kriittisen koon. Silloin alkusärökoko voidaan laskea kaavasta (10) sijoittamalla jännitysintensiteetikertoimen vaihteluksi sen kynnysarvo.

Särön ydintymisiän ennustaminen

Väsymisrajan arvioinnissa haettiin odotusarvo suurimmalle kappaleen pinnasta löytyvälle alkusärölle. Ydintymisajan arviointi on analoginen sen kanssa, mutta nyt haetaan odotusarvoa ydintymisajan *minimille*. Toinen periaate-ero on, että koesarjoja tarvitaan vähintään kaksi. Testit on tehtävä eri jännitystasoilla, jotta voidaan saada selville ydintymisikäkäyrän kaltevuus.

Kun käytetään normaaleja, murtumaan johtaneita väsymiskoetuloksia, kohdataan yksi ongelma. Saatu väsymisikä sisältää sekä ydintymisen, stabiilin särönkasvun että epästabiilin särönkasvun. Viime mainittu on niin nopea, että se voidaan käytännön työssä jättää huomiotta. Stabiili särönkasvu-aika voidaan erottaa kokonaisuudesta, mutta silloin tarvitaan tietoa useista parametreista: alkusärökoko a_0 , loppusärökoko a_f , Parisin lain vakiot (C_0, m) sekä geometriakerroin β jännitysintensiteettikertoimen laskemiseen.

Alkusärökoko voidaan arvioida yhtälön (10) avulla. Loppusärökokokin saadaan lasketuksi, jos tunnetaan materiaalin murtumissitkeys K_{Ic} . Tätä löytyy kirjallisuudesta kuitenkin harvoin. Suurta virhettä ei tehdä, vaikka loppusärökoko arvioidaan jollakin järkevällä tavalla. Särönkasvunopeus on loppuvaiheessa niin suuri, että tehty virhe on mitätön. Särönkasvuikä saadaan nyt Parisin lakina tunnetusta kaavasta:

$$\frac{da}{dN} = C_0 \Delta K^m, \quad (14)$$

jossa m ja C_0 ovat materiaalivakioita.

Särönkasvuikä saadaan periaatteessa integroimalla yhtälö arvosta a_0 arvoon a_f . Jos geometriakerroin pysyy β vakiona tai riippuu vain särökoosta, integrointi käy helposti. Muussa tapauksessa on käytettävä jotakin numeerista menetelmää tai turvauduttava valmisohjelmistoihin.

Kun koesauvojen särönkasvuikä on saatu kokeista, lasketaan ydintymisiät vähentämällä kokonaisuudesta saatu arvo. Perinteistä tilastomatematiikkaa käytettäessä prosessi on sen jälkeen sama kuin edellä väsymisrajaa arvioitaessa. Koska nyt ennustetaan minimiä, käytetään pohjana yhtälöitä (3) ja (4). Ennuste on siis tehtävä vähintään kahdella sopivalla eri jännitysvaihteluarvolla. Tuloksena saadaan kaksi pistettä, joiden kautta voidaan sitten piirtää koesauvan ydintymisikäkäyrä. Tämän jälkeen samaan kaavioon voidaan piirtää lisää suunnittelukäyriä sopivalla jaolla. Otokoko muutetaan sopivasti muita sauvapinta-aloja vastaavaksi ja saadaan ennuste näiden kokoisten sauvojen ydintymisiäksi ko. jännitystasolla. Saadun pisteen kautta piirretään referenssikäyrän suuntainen viiva.

Koska nyt on käytettävissä kokeita vastaava joukko kokeellisia ydintymisikiä, on mahdollista käyttää myös GEV-funktiota. Sen parametrit sovitetaan saatuun havaintojoukkoon. Tähän tarvitaan sopiva ohjelmisto, esim. Matlab tai R. Jälkimmäisestä pystytään tulostamaan ns. toistumisperiodikäyrä (return level plot). Tältä käyrältä voidaan lukea suoraan ennuste mille muulle otoskoolle tahansa. Menetelmä on siis hyvin suoraviivainen ja siksi houkutteleva. Pienille koesauvoille GEV näyttää kuitenkin antavan huonompia tuloksia kuin perinteinen menetelmä. Suuremmille kappaleille ennusteet olisivat luultavasti parempia, koska GEV:n olettamus hyvin suurista otoksista täyttyy paremmin.

Särön ydintymisiän laskentaesimerkki

Käytetään esimerkkinä kuvassa 4 esitetyt tulokset. Yksi koesauvoista on ”uhrattava” referenssarjaksi: valitaan $L = 70$ mm koesauva. Samantapaiselle materiaalille löytyi kirjallisuudesta seuraavat materiaaliarvot: $K_{I,th} = 6$ MPa $\sqrt{\text{m}}$, $m = 3,25$ ja $C_0 = 5,61 \cdot 10^{-9}$ MPa $\sqrt{\text{mm}}$.

Jännitysvaihtelun arvolla $\Delta\sigma = 499,6$ MPa saadaan nyt kaavasta (10) seuraava alkusärön pituus: $a_0 = 0,085$ mm

Murtumissitkeyden K_{Ic} arvoa ei löytynyt. Loppusärökoko laskettiin sen sijaan siten, että jännitys ehjässä kannaksessa vastasi murtorajaa $R_m = 794$ MPa. Tulokseksi saatiin arvo $a_f \sim 3,0$ mm.

Särönkasvuikä voidaan nyt laskea integroimalla särön pituus kaavassa (14) välillä $a_0 \rightarrow a_f$. Läksi saatiin $N_g = 57000$. Tämä vähennettiin kokeellisista väsymisikäarvoista ja saatiin ydintymisikien otos. Keskimääräinen ydintymisikä oli 126800 kuormanvaihtoa ja sen hajonta noin 29000.

Väsymisikien oletettiin noudattavan Weibull-jakaumaa. Jakauman sovitus antoi seuraavat parametrit: muotoparametri $k = 5,01$, skaalaparametri $x_v = 1400000$, sijaintiparametri $x_0 = 0$.

Edellä olevat arvot saatiin olettamalla sauvan $L = 70$ mm otoskooksi $n = 109956$. Tämä perustuu oletettuun särötiheyteen 100 kpl/mm². Nyt voidaan laskea ennusteet muille sauvapituuksille muuttamalla kaavoihin 1 ja 2 otoskoot näitä vastaavaksi. Tulokset on esitetty taulukossa 2.

Taulukko 2. Kokeelliset ja lasketut ydintymisiän arvot

Koesarja	Otoskoko n	N_i , kokeellinen	N_i , ennuste
$L = 5$ mm	7854	222500	214600
$L = 20$ mm	31416	163500	163000

Nämä tulokset ovat siis jännitysvaihtelulle $\Delta\sigma = 499,6$ MPa. Kuten nähdään, ennusteet ovat todella tarkkoja varsinkin, kun otetaan huomioon tällaiseen tarkasteluun liittyvät useat epävarmuudet.

Kuten edellä mainittiin, vastaavat arvot olisi saatavissa sopivalla tilastomatemaattisella ohjelmistolla GEV-funktiota käyttäen paljon suoraviihaisemmalla tavalla. Lyhimmälle sauvalle saadaan tässä tapauksessa kuitenkin huomattavasti huonommat tulokset, ehkä johtuen siitä, että otoskoko on jo aika pieni. Siksi ne jätetään tässä syrjään.

Kokonaisväsymisiän laskeminen

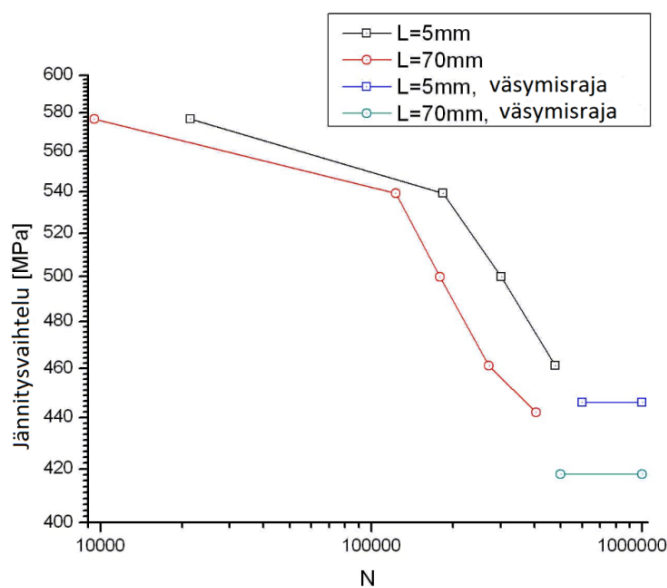
Kun särön ydintymisikä on saatu edellisessä luvussa esitetyllä tavalla, on vielä laskettava särönkasvuikä. Koska loppuvaiheen epästabiili särönkasvu on hyvin nopea, saadaan arvio kokonaiseliniästä ydintymisiän ja stabiilin särönkasvuikä summana.

Kuten edellä mainittiin, periaatteessa viime mainittu saadaan integroimalla Parisin lain yhtälö alkusäröstä loppusäröön. Kirjallisuudesta löytyy suuri joukko jännitysintensiteettikertoimen ratkaisuja erilaisille kappaleiden muodoille. Kirjoittaja on johtanut näiden perusteella akseleille sopivan kohtuullisen tarkan ratkaisun lähteessä [7]. Monimutkaisemmissa tapauksissa joudutaan käyttämään numeerisia menetelmiä ja turvautumaan valmisohjelmistoihin, joita on jonkin verran saatavilla. Aina voidaan myös päättää, että stabiilia särönkasvua ei sallita tapahtuvan ollenkaan. Silloin eliniän arvioksi otetaan pelkkä ydintymisikä.

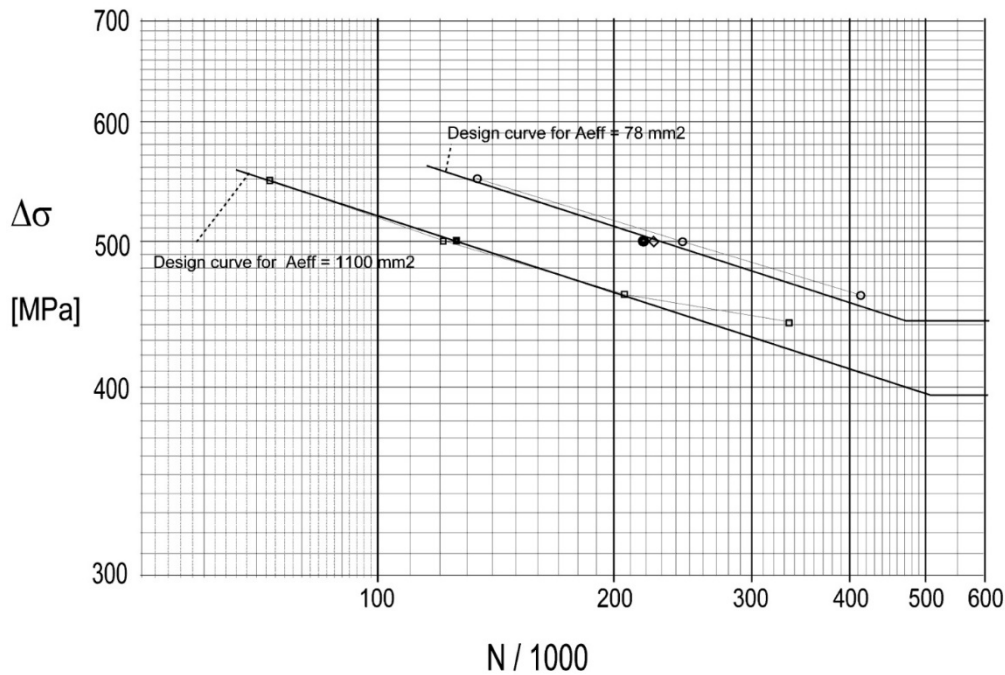
Suunnittelukäyrästäöjen piirtäminen

Piirretään malliksi suunnittelukäyrästä Köhlerin [9] 5 mm langalle saamien koetulosten perusteella. Köhler on määrittänyt väsymisrajat myös sauvoille $L = 5$ mm ja $L = 70$ mm. Kuvassa 4 on aluksi esitetty kokeissa saadut tulokset. Kuvaajaan on piirretty sekä väsymisrajat että väsymisiät eri jännitysvaihteluiden arvoilla. Suurimmalla jännitysvaihtelun arvolla ylitetään jo ko. materiaalin syklinen myötöraja ja elinikä jää hyvin lyhyeksi. Nämä tulokset jätetään jatkossa käsittelystä pois.

Kuva 5 esittää saadun suunnittelukäyrästäön. Kuvaan on piirretty näkyviin myös koepisteet. Jännitysvaihtelulla $\Delta\sigma = 499,6$ MPa Köhler on tehnyt kaksi koesarjaa. Paksummalla viivalla piirretyssä oli 50 koetta, ohuella 6. Muiden jännitysvaihteluiden sarjoissa oli myös vain 6 koetta.



Kuva 4. Köhlerin kokeelliset tulokset [9]



Kuva 5. Suunnittelukäyrästä

Koesauvan $L = 70$ mm tuloksia on siis käytetty referenssikokeena ja niihin on sovitettu suora. Sovituksessa on tässä jätetty pois alin piste. Perusteena pois jättämiselle on väsymisikien erittäin suuri hajonta tässä kohtaa: 292000-605000 kuormanvaihtoa. Muut pisteet osuvat hyvin suoralle.

Suunnittelukäyrä $L = 5$ mm vastaavalle pinta-alalle on piirretty seuraavasti: (i) kuvaajaan on merkitty väsymisiän ennuste jännitysvaihtelulle $\Delta\sigma = 499,6$ MPa, (ii) pisteen kautta on piirretty referenssitulosten suuntainen suora, (iii) kuvaajaan on vielä lisätty väsymisrajoja vastaavat vaakaviivat.

Esimerkkikäyrästä on nyt siis käyrät pinta-aloja $A_{eff} = 1100$ mm² ja $A_{eff} = 78$ mm² varten. Siihen on helppo lisätä lisää käyriä sopivin välein. Isommille pinta-aloille saatavat käyrät olisivat alavasemmalla, pienemmille yläoikealla. Käyrästä voi soveltaa sekä sileille että lovellisille kappaleille.

Ainakin tässä tapauksessa väsymiskestävyyksien suhde väsymisrajan kohdalla on suunnilleen sama kuin äärellisen kestoian alueella. Käyräparven sijasta voitaisiin siis piirtää vain referenssikäyrä ja soveltaa koko alueella kuvan 2 mukaista koonvaikutuskerrointa.

Teknologiset koon vaikutukset

Todellisten komponenttien väsymislujuutta arvioitaessa joudutaan ottamaan huomioon joukko erilaisia teknologisia tekijöitä. Tällaisia ovat ainakin: staattinen lujuus, raekoko ja muu mikrorakenne, sulkeumat ja muut aineviat, kuuma- ja kylmämuokkaus, pinnan laatu sekä jäännösjännitykset. Nämä tekijät ovat osin riippuvaisia toisistaan ja vaikuttavat aina myös väsymislujuuteen.

Tilastollista väsymismitoitusta ajatellen teknologisten vaikutusten ikävä seuraus on, että *koneenosat harvoin kuuluvat samaan tilastolliseen populaatioon*. Roger Rabb on sivunnut tätä asiaa kirjassaan [12]. Hän puhuu tässä yhteydessä anisotropiakertoimesta. Yhdellä kertoimella tilannetta ei kuitenkaan voida hallita, koska teknologiset ilmiöt vaikuttavat sekä väsymislujuuden keskiarvoon että hajontaan. Ainoa tarkka keino on, että tehdään aina referenssikoesarja materiaalista, joka vastaa täysin mitoitettavana olevaa kohdetta. Edellä käsitellyt laskentaesimerkit (väsymisrajan ja ydintymisiän arviointi) ovat siitä poikkeuksellisia, että näissä vaatimus samasta tilastollisesta populaatiosta täyttyy hyvin. Käytännössä tämä ei ole mahdollista, joten tarvitaan joitakin apuneuvoja eri tekijöiden arviointiin. Magin on käsitellyt aihepiiriä väitöskirjassaan [13], mutta työssä ei ole ehdotettu mitään käytännön apuneuvoja.

Mikrorakenne

Metallin raekoko pyritään pitämään mahdollisimman pienenä, koska sillä on edullinen vaikutus metallin lujuuteen ja sitkeyteen. Rakeiden koko ja muoto vaihtelevat paljon kappaleen koosta, muodosta ja käsittelystä riippuen. Isommassa kappaleessa jäähtymisnopeus on hitaampi ja johtaa helposti suurempaan raekokoon. Saman kappaleen keskustassakin raekoko on suurempi kuin pinnassa.

Magin on työssään [13] tutkinut mm. kappaleen koon vaikutusta väsymislujuuteen. Hän testasi nuorrutusteräksestä 30CrNiMo8 tehtyjä koesarjoja. Yksi sarja oli tehty 23 mm halkaisijaisesta aihioista, toinen 181 mm aihion pintaosasta ja kolmas viimemainitun keskustasta. Staattinen lujuus oli erikokoisille aihioille pyritty säätämään tarkasti samaksi. Isomman sauvan pintaosista tehtyjen sauvojen väsymisrajan keskiarvo oli jopa hiukan korkeampi kuin pienemmästä aihioista tehtyjen. Hajonta sen sijaan nousi kaksinkertaiseksi. Ison aihion keskustan väsymislujuusarvoja ei saatu määritetyiksi. Työssä käytetyillä koesarjoilla kaksiporrastestissä murtumistodennäköisyys eri jännitustasoilla oli sama. Tämä antaa olettaa, että hajonta oli hyvin suuri.

Roikon diplomityössä [5] testattiin paperikoneen tela-aihiosta valmistettuja koesarjoja. Koesarjoja tehtiin yksi sarja telan aksiaalisuunnassa ja toinen sarja tangentialisuunnassa. Väsymisarvojen välillä oli erittäin suuret erot. Keskimääräinen väsymislujuus aksiaalisuunnassa oli 463,1 MPa ja tangentialisuunnassa 369,7 MPa. Hajonnassa ero oli vielä suurempi.

Jäljempänä on taulukoissa 3 ja 4 esitetty väsymisikäennusteita mm. kirjoittajan väitöskirjasta. Pohjana käytettyjä koetuloksia analysoitaessa kävi pian selväksi, että erikokoiset sauvat eivät kuuluneet saman tilastolliseen populaatioon. Tuloksista näkyy selvästi, että hajonta kasvaa myös teknologisista syistä johtuen. Siksi lovellisten sauvojen ennusteet laskettiin käyttäen referenssikoesarjana aina samankokoisen sileän sauvan tuloksia. Näin tulee menetellä aina, kun se on mahdollista. Myös sileille sauvoille laskettiin ennuste pienintä sauvakokoa referenssinä käyttäen. Koska jokaiselle aihiohalkaisijalle oli olemassa koesarja, oli mahdollista arvioida raekoon kasvun ym. aiheuttama hajonnan lisääntyminen. Kun referenssisauvan hajontaa korjattiin vastaavasti, saatiin hyvät ennusteet myös sileille sauvoille.

Eri tutkimuksissa on suurten koemäärien perusteella osoitettu, että teräksen murtolujuuden ja väsymislujuuden välillä on hyvä korrelaatio. Koska staattinen lujuus on helposti määritettävissä, ainespaksuuden ja muiden raekokoon vaikuttavien

tekijöiden vaikutus väsymislujuuden keskiarvoon voidaan suhteellisen luotettavasti arvioida. Vaikutus hajontaan on sen sijaan huonosti tunnettu. Kirjoittaja on Maginin tulosten perusteella esitellyt yrityksen huomioida nämä tekijät, ks. lähteet [10] ja [14].

Aineviat

Tutkimuksessa [15] Goto ja Nisikani ovat hakeneet erään hiiliteräksen väsymistesteistä säröjen ydintymiskohtien vikakoot. Sen mukaan väsymisrajan lähellä 75 prosentissa tapauksista löytyi sulkeuma. Jännitystason noustessa prosenttiosuus laskee jonkin verran. Onkin selvää, että vikajakauman ja väsymisrajan välillä vallitsee korrelaatio. Murakami on perustanut oman väsymismallinsa tähän tietoon [4]. Roikon työssä [5] suoritettiin tulosten analysointi Murakamin mallilla. Tulosten hajonta on hyvin suurta eikä korrelaatio kokeellisiin tuloksiin ole aina tyydyttävä. Tämä voi johtua ensinnäkin siitä, että vikakokojen mittaaminen luotettavasti on vaikeaa. Murakami on käyttänyt hieestä otettuja näytteitä. Viat leikkautuvat mielivaltaisesta tasosta eikä todellista kolmiulotteista kokoa saada selville. Vaikka kokojen muuntamiseen kolmiulotteiseksi on kehitetty keinoja [5], liittyy saatuihin vikajakaumiin epävarmuutta. Toisaalta on niin, että sulkeumat ja muut viat eivät anna todellista kuvaa kappaleeseen syntyvistä alkusäröistä. Ne toimivat säröjen ydintymiskohtina ja lopullinen alkusärökoko on jotakin muuta. Säröjä ydintyy sitä paitsi jonkin verran myös liukunauhoihin kuten Goton ja Nisikanin tulokset kertovat.

Pinnan laatu

Kuten edellä on kerrottu, kriittinen väsymissärö ydintyy lähes poikkeuksetta kappaleen pintaan. Yhtenä syynä on pinnan karheuden vaikutus. Se otetaan tavallisesti huomioon kokeellisten suunnittelukäyrästäjien avulla. Niissä kerroin on annettu yleensä pinnankarheuden keskimääräisen poikkeaman R_a funktiona. Käytössä olevat pinnankarheuden mittasuureet eivät kuitenkaan sovellu tarkoitukseen kovin hyvin. Olipa karheus peräisin valusta taikka koneistuksesta, pinnan profiilin syvyys on tilastollinen muuttuja. Kappaleen pinnasta löytyvä syvin naarmu tai vastaava voidaan ennustaa ääriarvoteorian mukaan samalla tavalla kuin alkusärön ennustaminen tässä esityksessä on tehty. Pinnan profiilin tilastollisten arvojen hakeminen ei ole vaikeaa, mutta jostakin syystä väsymistestauksen yhteydessä tällaista määrittystä ei liene tehty.

Jos pintanaarmujen jakauma olisikin määritetty, ongelmaksi muodostuu vielä, että kuinka se yhdistetään väsymislujuuden ennustamiseen. Tilastollisessakaan mitoituksessa tämä ei ole selvää heikoimman lenkin periaatetta käytettäessä, vielä vähemmän Murakamin menetelmässä. Sen sijaan kirjoittajan menetelmässä tällainen tieto voitaisiin käyttää suoraan hyväksi. Koska menetelmä ennustaa suurinta pintaan ydintyvää alkusäröä tilastollisesti, tähän voitaisiin suoraan lisätä pinnankarheuden arvo tilastomatemaattisesti yhteen laskemalla.

Arviointi

Esitelty menetelmä pohjaa siihen tosiasiaan, että dynaamisesti kuormitettu kappale on pian täynnä mikroskooppisia alkusäröjä. Kirjoituksessa on osoitettu, että tätä alkusäröjoukkoa voidaan käyttää luotettavasti väsymisrajan ennustamiseen. Huolimatta siitä, että suunnittelun pohjaksi tarvittavaa tietoa alkusäröjen jakaumista ei ole toistaiseksi saatavilla, menetelmän käyttäminen on mahdollista kiertoteitse perinteisiä väsymismittaustuloksia hyödyntämällä. Kirjoituksessa näytetään, kuinka tämä voidaan tehdä. Tulokset tällä epäsuoralla menetelmälläkin ovat erittäin tarkkoja. Taulukoihin 3 ja 4 on koottu koetuloksia lähteistä [2], [9], [12] ja [13]. Taulukoissa on esitetty kirjoittajan menetelmällä ja perinteisellä heikoimman lenkin menetelmällä saadut väsymisrajan ennusteet. Taulukossa 3 on myös lähteen [16] koonvaikutuskäyrällä saatu arvio sileälle sauvalle, taulukossa 4 Petersonin perinteisellä menettelyllä saatu arvio loven väsymislujuudelle lovenvaikutusluvun kautta laskettuna.

Taulukko 3. Kokeellisia ja laskettuja väsymisrajoja sileille koesauvoille

Koesarja	$\Delta\sigma_{R,exp}$ [MPa]	$\Delta\sigma_{R,calc}$ Kirjoittaja	$\Delta\sigma_{R,calc}$ Heikoin lenkki	Koneen osien suunnittelu 1
Böhm	X1	937	ref.	ref.
	X2	800	832	751
	X3	777	759	600
Magin	7/1	934	ref.	ref.
	10/1	876	894	889
	20/1	848	848	863
	38/1	746	748	767
	80/1	788	815	715
Köhler	L=5	447	446	411
	L=70	394	ref.	ref.

Taulukossa $\Delta\sigma_{R,exp}$ on kokeellinen väsymisraja ja $\Delta\sigma_{R,calc}$ laskettu väsymisraja

Taulukko 4. Kokeellisia ja laskettuja väsymisrajoja lovellisille koesauvoille

Koesarja	K_t	$\Delta\sigma_{R,exp}$ [MPa]	$\Delta\sigma_{R,calc}$ Kirjoittaja	$\Delta\sigma_{R,calc}$ Heikoin lenkki	$\Delta\sigma_{R,calc}$ Peterson
Böhm	Y1	2.24	1128	1133	1049
	Y2	2.25	1060	1004	922
	Y3	2.25	1022	987	909
Magin	7/2	2.16	1294	1219	1080
	20/2	2.25	1170	1152	1067
	38/2	2.25	1060	1064	938
	80/2	2.25	1030	906	858
Rabb	1.67	249	258	243	221

K_t on sauvan lovenmuotoluku, muut merkinnät kuten taulukossa 3.

Rabbin sauva on käsitelty edellä esimerkkinä. Heikoimman lenkin teorialla saatu tulos poikkeaa hieman Rabbin saamasta. Se johtuu siitä, että Rabb on käyttänyt valuraudalle koon vaikutusta laskettaessa vakiohajontaa 0,10. Tarkkaan ottaen on tietysti käytettävä aina referenssikokeen hajontaa: tässä se on ollut 0,09.

Taulukoista nähdään, että kirjoittajan menetelmällä saadut tulokset ovat varsin tarkkoja. Heikoimman lenkin menetelmä antaa kautta linjan turhan konservatiivisia arvoja. Perinteisillä menetelmillä saatavat arviot ovat erittäin huonoja. Niistä on myös todettava, että tulokset riippuvat aina käytetystä referenssikokeesta ja sen koosta. Kokeita on tehty hyvin erikokoisilla sauvoilla, joiden välillä on tilastollisesta koon vaikutuksesta johtuva ero.

Kirjoituksessa on esitetty myös vastaava tilastollinen malli särön ydintymisiin arvioimiseksi. Tämä on kehitetty alun perin artikkelissa [11]. Tällaista mahdollisuutta eivät nykyisin käytössä olevat muut tilastolliset menetelmät tarjoa. Yhdistämällä ydintymisiin arviointi sekä väsymisrajan laskenta saadaan tuloksena malli, joka kattaa koko elinikäalueen. Lähteessä [10] on näytetty tarkemmin, millaisia työkaluja menetelmän soveltamiseksi käytännön mitoitustyössä voidaan kehittää.

Väsymisrajan arviointiin on käytetty paljon heikoimman lenkin periaatetta. Sillä saadaan kohtalaisen hyviä tuloksia huolimatta siitä, että se ei perustu mihinkään todelliseen fysikaaliseen suureeseen. Roger Rabb on kirjassaan [12] laajentanut tämän menetelmän käyttöä myös äärellisen kestoian alueelle huomioimalla tilastollisuuden tällä alueella muuta kautta. Tämä, kuten kirjoittajankin menetelmä, on ollut käytössä teollisuudessa ja osoittanut soveltuvuutensa myös käytäntöön.

Murakamin vikajakaumiin pohjautuvaa menetelmä on myös usein käytetty. Sitä voidaan soveltaa vain väsymisrajan arviointiin. Muun muassa FATE-Defex-projektissa saadut tulokset [5] osoittavat kuitenkin, että menetelmä ei ole tarkkuudeltaan kovinkaan tyydyttävä. Taulukossa 5 on esitetty mainitussa lähteessä saadut tulokset. Sauvat valmistettiin paperikoneen tela-aihiosta, yksi sarja telan aksiaalisuunnassa ja toinen sarja tangentiaalisuunnassa.

Taulukko 5 Lähteen [5] kokeelliset ja lasketut väsymisrajat

Koesarja	$\Delta\sigma_{R,exp}$ [MPa]	$\Delta\sigma_{R,calc}$ [MPa]
Axial-FS	463	298
Tangential-FS	370	286

Johtopäätökset

Perinteisten väsymismitoitusmenetelmien käyttämiseen sisältyy suuria riskejä tunnettujen heikkouksien takia. Viime vuosien intensiivinen tutkimus osoittaa, että vain tilastollisilla menetelmillä on saatavissa riittävän luotettava väsymiskestävyyden ennuste.

Roger Rabbin kirja [12] on kattava esitys tilastollisten menetelmien käytöstä väsymismitoituksessa. Kirjassa on esitetty suuri joukko kokeellisia tuloksia, jotka on

analysoitu tilastollisin menetelmin. Ne osoittavat, että millään perinteisillä tavoilla ei päästä vastaavaan tarkkuuteen.

Kirjoittajan esittelemällä menetelmällä ja Murakamin menetelmällä on etuna se, että ne perustuvat todellisiin, mitattavissa oleviin fysikaalisiin suureisiin. Murakamin menetelmän ennustavuus on huono, sen sijaan kirjoittajan alkusäröjakaumiin perustuva antaa tarkkoja tuloksia, tarkempia kuin perinteinen heikoimman lenkin menetelmä. Sen etuna on myös, että sitä voidaan käyttää äärellisen kestojän alueella. Lisäksi se mahdollistaa pinnanlaadun vaikutuksen tarkemman huomioon ottamisen.

Erilaiset valmistusteknologiset tekijät aiheuttavat sen ongelman, että erikokoiset ja eri menetelmin valmistetut koneenosat harvoin kuuluvat samaan tilastolliseen populaatioon. Tilastollisia menetelmiä käytettäessä tällaiset seikat on pyrittävä ottamaan tarkoin huomioon. Sama koskee tietenkin myös perinteisiä menetelmiä. Tätä seikkaa ei ole käytössä olevissa käsikirjoissa mitenkään käsitelty.

Viitteet

- [1] W. Weibull, A statistical distribution function of wide applicability, *Journal of Applied Mechanics, ASME* 18 (3): 293–297, 1951.
- [2] J. Böhm, *Zur Vorhersage von Dauerschwingfestigkeiten ungekerbter und gekerbter Bauteile unter Berücksichtigung des statistischen Grösseneinflusses*. Dissertation, Technische Universität München. 1979.
- [3] R. Rabb. Todennäköisyysteoriaan pohjautuva väsymisanalyysi, *Rakenteiden Mekaniikka*, 45(3): 162-187, 2012.
http://rmseura.tkk.fi/rmlehti/2012/nro3/RakMek_45_3_2012_6.pdf
- [4] Y. Murakami Inclusion Rating by Statistics of Extreme Values and Its Application to Fatigue Strength Prediction and Quality Control of Materials. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 99(4), July-August, 1994.
- [5] A. Roiko, *The Extreme Value Analysis of Non-metallis Inclusions and Their Effect on the fatigue Limit of Steel*. Diplomityö, Aalto Yliopisto, 2010.
- [6] S. Coles, *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer-Verlag London Limited, 2001
- [7] M. Makkonen, *Size effect and notch size effect in metal fatigue*. Thesis for the degree of Doctor of Science (Technology), Lappeenranta University of Technology. Acta Universitatis Lappeenrantaensis 83, 1999
- [8] L.Lawson, E.Y.Chen, M.Meshii, Microstructural fracture in metal fatigue. *International Journal of Fatigue*. 19(1) 1997, 61-67.
doi:10.1016/S0142-1123(97)90037-2
- [9] J. Köhler, *Statistischer Grösseneinfluss im Dauerschwingverhalten ungekerbter und gekerbter metallischer Bauteile*. Dissertation, Technische Universität München, 1975
- [10] M. Makkonen, Practical tools for statistical fatigue design. P. Tang ja J. L. Zhang (toim.) *Fatigue Crack Growth. Mechanisms, Behavior and Analysis*: 97-126, Nova Science Publishers, New York, 2012

- [11] M. Makkonen. Predicting the total fatigue life in metals. *International Journal of Fatigue*, 31:1163–1175, 2009. doi:10.1016/j.ijfatigue.2008.12.008
- [12] R. Rabb, *Todennäköisyysteoriaan pohjautuva väsymisanalyysi*. BOOKS on DEMAND, Helsinki; 2012
- [13] W. Magin, *Untersuchung des geometrischen Grösseneinflusses bei umlaufbiegebeanspruchung unter besonderer berücksichtigung technologischer einflüsse*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1981
- [14] M. Makkonen, Statistical size effect in the fatigue limit of steel. *International Journal of Fatigue*, 23: 395-402, 2001. doi:10.1016/S0142-1123(01)00003-2
- [15] M.Goto, H.Nisitani, *Relation between scatter characteristics of fatigue life and crack growth behavior of a heat treated carbon steel*. Short Fatigue Cracks, ESIS 13 (toim. K.J.Miller ja E.R. de los Rios), Mechanical Engineering Publications, London: 485-501, 1992
- [16] A. Ranta. *Koneenosien lujuuslaskenta*. Kirjassa: Airila et al. *Koneenosien suunnittelu 1, Perusteet*, Porvoo, WSOY, 1985.

Matti Makkonen
Vaasan Ammattikorkeakoulu
Wolffintie 30
65200 Vaasa
matti.makkonen@vamk.fi