Rakenteiden Mekaniikka
Vol. 46, Nro 2, 2013, s. 45 – 54

Lihomisen ja laihtumisen malli

Matti A. Ranta

Tiivistelmä. Voimaurheilulajeissa on käytössä painosarjat. Usein urheilijalla on vaikeuksia pitää oma painonsa sarjarajojen puitteissa. Useimmiten hän laihduttaa itseään kilpailuun valmistautuessaan. Jotta hänen ei tarvitsisi suorittaa aivan kilpailujen aattona "hätälaihdutusta", joka on aina voimien kannalta rasittava, olisi hänen hyödyllistä tietää miten hänen painonsa kehittyy ajan mukana. Esitetyn yksinkertaisen matemaattisen mallin avulla voidaan sekä laihdutuksessa että lihotuksessa ennustaa tulevat painon muutokset. Lisäksi mallin avulla voidaan määrittää aika, jossa haluttu paino on saavutettavissa.

Avainsanat: energiatase, systeemiparametri, alkupaino, teoreettinen rajapaino, tilastoon sovittaminen

Painon muuttumisen differentiaaliyhtälö

Ihminen tottelee energiaperiaatetta. Toisin sanoen ruokana ja juomana nautittu energia ei voi kadota, vaan kaikesta täytyy tehdä tiliä. Lihominen merkitsee energian varastoitumista kehoon ns. vararavintona pahojen päivien varalle. Laihtuessaan ihminen taas käyttää tätä vararavintoa. Malli voidaan johtaa differentiaalisesti tarkastelemalla saatua ja kulutettua energiaa lyhyellä aikavälillä. Oletetaan, että nautitun ruokamäärän energiasta H pieni osa $\mathrm{d}H$ siirtyy tänä aikana ruoansulatuksen kautta käyttöömme, ei kuitenkaan koko $\mathrm{d}H$, vaan ruoansulatuksen hyötysuhteesta η johtuen vain osa

$$\mathrm{d}E = \eta \mathrm{d}H. \tag{1}$$

Energiaperiaatteen mukaan tämä energia jakautuu käytön mukaan osiin

$$\mathrm{d}E = \mathrm{d}E_1 + \mathrm{d}E_2 + \mathrm{d}E_3, \tag{2}$$

jossa $\mathrm{d}E_1 = P\mathrm{d}t$ on työhön ja harjoitteluun teholla P käytetty osa, $\mathrm{d}E_2 = \lambda G \mathrm{d}t$, on jo olemassa olevan kehon painon G ylläpitämiseen menevä osa, $\mathrm{d}E_3 = \mathrm{d}G/\mu$ on painonlisäykseen $\mathrm{d}G$ menevä osa ja,λ, μ ovat fysiologisia kertoimia. Sijoittamalla nämä yhtälöön (2), saadaan yhtälön (1) avulla taseyhtälö

$$\eta \mathrm{d}H = P\mathrm{d}t + \lambda G \mathrm{d}t + \mathrm{d}G/\eta. \tag{3}$$

Jakamalla tämä $\mathrm{d}t$:llä ja merkitsemällä $\dot{H} = \mathrm{d}H/\mathrm{d}t$ saadaan pienen järjestelyn jälkeen differentiaaliyhtälö

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} + \mu\lambda G = \mu(\eta\dot{H} - P), \tag{4}$$

joka vielä hieman toisin kirjoitettuna kuuluu

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} + \mu\lambda \left[G - (\eta\dot{H} - P)/\lambda\right] = 0. \tag{5}$$

Tästä muodosta käy välittömästi ilmi, että jos on olemassa tasapainoasema, jossa $\mathrm{d}G/\mathrm{d}t \equiv 0$, tätä vastaava tasapainopaino eli rajapaino on

$$G_\infty = \frac{\eta\dot{H} - P}{\lambda}, \tag{6}$$

joka on riippumaton μ:n arvosta. Tutkimusten mukaan lihasten kasvunopeus, edellyttäen että kaikkia lihasten rakentamiseen tarvittavia aineksia on veressä, on vakio, kun harjoitus ylittää tietyn käytännössä matalan harjoituskynnyksen. On oikeutettua olettaa urheilijoiden harjoittelevan huomattavasti yli tämän kynnyksen vaatimuksen, eli μ:tä voidaan pitää henkilökohtaisena vakiona. Jos lisäksi oletetaan myös, että λ on henkilökohtainen vakio, voidaan painolle G löytää yksinkertainen lauseke. Otetaan kuitenkin sitä ennen käytäntöön vakiolle $\mu\lambda$, eli systeemiparametrille lyhennysmerkintä

$$a = \mu\lambda. \tag{7}$$

Yhtälö (5) voidaan kirjoittaa muuttujat erottaen muotoon

$$\frac{\mathrm{d}(G - G_\infty)}{G - G_\infty} = -a\mathrm{d}t. \tag{8}$$

Jos alkupainona on satunnaissuure

$$G(0) = G_0, \tag{9}$$

on yhtälön (8) ratkaisu

$$G(t) = G_0 \exp(-at) + G_\infty[1 - \exp(-at)]. \tag{10}$$

Tästä nähdään, että rajapaino G_∞ saavutetaan teorian mukaan vasta äärettömän pitkän ajan kuluttua. Eksponenttifunktion nopean vähenemisen takia kuitenkin jo äärellisen ajan kuluessa saavutetaan rajapaino riittävällä tarkkuudella.

Jos halutaan tietää kuinka kauan menee aikaa välillä (G_0, G_∞) olevan halutun painon G saavuttamiseen, saadaan ratkaisun (10) avulla tulos

$$t = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{G - G_\infty}{G_0 - G_\infty} \right|. \tag{11}$$

Jos halutaan tietää mikä rajapainon G_∞ tulisi olla, jotta ajan t kuluttua saavutetaan kehon haluttu paino G, ratkaisu on

$$G_\infty = \frac{G - G_0 \exp(-at)}{1 - \exp(-at)}. \tag{12}$$

Ratkaisusta (10) saadaan kehon painon muutosnopeudeksi lauseke

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = a(G_\infty - G_0) \exp(-at). \tag{13}$$

Omapaino

Lähteen [2] mukaan haluttu omapaino löytyy, kun noudattaa seuraavia ohjeita:

- syö säännöllisesti: aamiainen, lounas, päivällinen ja tarvittavat välipalat,
- nauti puoli kiloa kasviksia päivässä,
- käytä alkoholia ja sokerijuomia kohtuullisesti,
- syö hyvällä omallatunnolla kaiken, mitä syöt,
- nauti herkkuja kohtuullisesti, älä jätä niitä kokonaan pois,
- liiku säännöllisesti,
- lepää ja nuku riittävästi.

Koeta pitää olosuhteet vakioina. Mahdollisiin lisäravinteisiin ei tässä oteta kantaa.

Keskustelematta lääkärin kanssa ei pitäisi ryhtyä voimakkaaseen lihottamiseen eikä varsinkaan laihduttamiseen täydellisellä paastolla. Omin päin valittu dieetti, jonka vahva yksilö kestää mainiosti, voi heikommalle muodostua kohtalokkaaksi.

Mallin sovittaminen punnitustuloksiin

Jos halutaan tietää mihin loppupainoon noudatettu dieetti johtaa, tarvitaan punnitusaineistoa.

Suoritetaan punnitus vakio-olosuhteissa ja aina mieluiten samaan aikaan vuorokautta esim. aamulla aamutoimien jälkeen. Elektroninen vaaka sopii tarkoitukseen parhaiten. Käytä mieluiten aina samaa vaakaa. Kun päivittäin merkitään punnitustulokset ylös, saadaan pistejoukko (t_i, G_i), josta lasketaan ero ϵ_i mallin ennustaman ja punnitun arvon välillä

$$\epsilon_i = G_0 \exp(-at_i) + G_\infty[1 - \exp(-at_i)] - G_i. \tag{14}$$

Koska punnitut painot G_i sisältävät aina sattumanvaraista epävarmuutta, voidaan parametrien a, G_0 ja G_∞ todennäköisimmät arvot määrittää pienimmän neliösumman menetelmän avulla. Muodostetaan neliöllinen virhesumma

$$e = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \{G_0 \exp(-at_i) + G_\infty[1 - \exp(-at_i)] - G_i\}^2 \tag{15}$$

Minimin määrittämiseksi lasketaan derivaatat

$$\begin{aligned}
\tfrac{1}{2}\frac{\partial e}{\partial G_0} &= \sum_{i=0}^{n} \epsilon_i \frac{\partial \epsilon_i}{\partial G_0} && (16)\\
&= \sum_{i=0}^{n} \{G_0 \exp(-at_i) + G_\infty[1 - \exp(-at_i)] - G_i\} \exp(-at_i) = 0, \\
\tfrac{1}{2}\frac{\partial e}{\partial G_\infty} &= \sum_{i=0}^{n} \epsilon_i \frac{\partial \epsilon_i}{\partial G_\infty} && (17)\\
&= \sum_{i=0}^{n} \{G_0 \exp(-at_i) + G_\infty[1 - \exp(-at_i)] - G_i\} [1 - \exp(-at_i)] = 0, \\
\tfrac{1}{2}\frac{\partial e}{\partial a} &= \sum_{i=0}^{n} \epsilon_i \frac{\partial \epsilon_i}{\partial a} && (18)\\
&= \sum_{i=0}^{n} \{G_0 \exp(-at_i) + G_\infty[1 - \exp(-at_i)] - G_i\} (G_\infty - G_0) t_i \exp(-at_i) = 0.
\end{aligned}$$

Vähennetään yhtälö (16) yhtälöstä (17), saadaan yhtälö (19). Puretaan yhtälöt (16) ja (18), saadaan yhtälöt (20) ja (21)

$$A_{11}G_0 + A_{21}G_\infty - B_1 = 0, \tag{19}$$
$$A_{21}G_0 + A_{22}G_\infty - B_2 = 0, \tag{20}$$
$$A_{31}G_0 + A_{32}G_\infty - B_3 = 0, \tag{21}$$

jossa termit A_{ij} ja B_i ovat systeemiparametrin a funktioita

$$A_{11} = \sum_{i=0}^{n} \exp(-at_i), \tag{22}$$
$$A_{12} = \sum_{i=0}^{n} [1 - \exp(-at_i)] = n + 1 - \sum_{i=0}^{n} \exp(-at_i) = n + 1 - A_{11}, \tag{23}$$
$$A_{21} = \sum_{i=0}^{n} \exp(-2at_i), \tag{24}$$
$$A_{22} = \sum_{i=0}^{n} [1 - \exp(-at_i)] \exp(-at_i) = A_{11} - A_{21}, \tag{25}$$
$$A_{31} = \sum_{i=0}^{n} t_i \exp(-2at_i), \tag{26}$$
$$A_{32} = \sum_{i=0}^{n} [1 - \exp(-at_i)] t_i \exp(-at_i), \tag{27}$$
$$B_1 = \sum_{i=0}^{n} G_i, \tag{28}$$
$$B_2 = \sum_{i=0}^{n} G_i \exp(-at_i), \tag{29}$$
$$B_3 = \sum_{i=0}^{n} G_i t_i \exp(-at_i). \tag{30}$$

Systeemiparametrin a laskeminen

Systeemi (19)-(21) on kolmen tuntemattoman G_0, G_∞ ja a epälineaarinen yhtälösysteemi. Ryhmän erikoisesta muodosta johtuen se voidaan redusoida yhden tuntemattoman epälineaariseksi yhtälöksi eliminoimalla aloitus- ja rajapaino yhtälöistä (19) ja (20), jolloin saadaan

$$G_0 = D^{-1}(A_{22}B_1 - A_{12}B_2), \tag{31}$$
$$G_\infty = D^{-1}(A_{11}B_2 - A_{21}B_1), \tag{32}$$

jossa

$$D = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = A_{11}^2 - (n + 1)A_{21}. \tag{33}$$

Sijoittamalla G_0:n ja G_∞:n lausekkeet yhtälöön (21) saadaan epälineaarinen yhtälö

$$C_1B_1 + C_2B_2 - DB_3 = 0, \tag{34}$$

jossa

$$C_1 = A_{11}A_{31} - A_{21}\sum_{i=0}^{n} t_i \exp(-at_i), \tag{35}$$

$$C_3 = A_{11}\sum_{i=0}^{n} t_i \exp(-at_i) - (n+1)A_{31}, \tag{36}$$

ja josta systeemiparametri a voidaan ratkaista esim. Mathematica-ohjelman FindRoot-proseduurin avulla [3].

Systeemiparametrin ratkaisuyhtälöön (34) päädytään myös ajattelemalla systeemiä (16)-(18) kolmena suorana (G_0, G_∞)-tasossa, joilla on leikkauspiste vain jos kertomista A_{ij}, B_i, jotka ovat systeemiparametrin a funktioita, muodostettu deteminantti häviää [6], eli

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & B_1 \\ A_{21} & A_{22} & B_2 \\ A_{31} & A_{32} & B_3 \end{vmatrix} = 0. \tag{37}$$

Ajan korvaaminen indeksillä

Termien A_{ij} ja B_i lausekkeissa esiintyy systeemiparametrista a sekä punnitushetkistä t_i riippuvia summia $\sum \exp(-at_i)$ ja $\sum t_i \exp(-at_i)$ sekä $\sum \exp(-2at_i)$ ja $\sum t_i \exp(-2at_i)$. Koska punnitushetket oletettiin olevan joka päivä aina samaan aikaan vuorokautta, voidaan punnitusaika t_i korvata indeksillä i. Merkitään $q = \exp(-a)$, jolloin $\partial q/\partial a = -\exp(-a) \equiv -q$. Tarkastellaan geometristä sarjaa

$$S(q) = A_{11} = \sum_{i=0}^{n} \exp(-at_i) = \sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}, \tag{38}$$

sekä sen derivaattaa

$$\tilde{S}(q) = \sum_{i=0}^{n} t_i \exp(-at_i) = \sum_{i=0}^{n} iq^i \equiv -\frac{\partial S}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial a} = q\frac{\partial S}{\partial q} = q\frac{1-(n+1)q^n + nq^{n+1}}{(1-q)^2}. \tag{39}$$

Asetetaan $a \to 2a$, tällöin $q \to q^2$, saadaan summat

$$S_2(q) = \frac{1-q^{2(n+1)}}{1-q^2}, \tag{40}$$

$$\tilde{S}_2(q) = q^2\frac{1-(n+1)q^{2n} + nq^{2(n+1)}}{(1-q^2)^2}. \tag{41}$$

Ilmaistuna uuden systeemiparametrin q avulla yhtälön (34) kertoimille saadaan kompaktit lausekkeet

$$C_1 = S(q)\tilde{S}_2(q) - S_2(q)\tilde{S}(q), \tag{42}$$

$$C_2 = S(q)\tilde{S}(q) - (n+1)\tilde{S}_2(q), \tag{43}$$

$$D = S^2(q) - (n+1)S_2(q). \tag{44}$$

Lisäksi on helppo todeta että

$$B_2 = \sum_{i=0}^{n} G_i \exp(-at_i) \equiv \sum_{i=0}^{n} G_i q^i \quad \text{ja} \quad B_3 = \sum_{i=0}^{n} G_i t_i \exp(-at_i) \equiv \sum_{i=0}^{n} G_i i q^i. \tag{45}$$

Näitä ei voida esittää yksinkertaisemmassa muodossa.

Muutettaessa systeemiä (34) tarvitaan summia

$$\sum_{i=0}^{n}[1-\exp(-at_i)] = \sum_{i=0}^{n}(1-q^i) = n+1-S(q), \tag{46}$$

$$A_{22} = \sum_{i=0}^{n}[1-\exp(-at_i)]\exp(-at_i) = \sum_{i=0}^{n}(q^i-q^{2i}) = S(q)-S_2(q). \tag{47}$$

Yhtälö (34) ilmaistuna muunnetun systeemiparametrin q funktioksi on muotoa

$$\begin{aligned} f(q) = [S(q)\tilde{S}_2(q) - S_2(q)\tilde{S}(q)]B_1 + [S(q)\tilde{S}(q) - (n+1)\tilde{S}_2(q)]B_2 + \\ + [(n+1)S_2(q) - S^2(q)]B_3 = 0. \end{aligned} \tag{48}$$

Alkupaino ja rajapaino sekä niiden erotus

Kun systeemiparametri q on määritetty, alkupainon G_0 ja asymptoottisen rajapainon G_∞ todennäköisimmät arvot saadaan yhtälöiden (31) ja (32) perusteella. Ilmaistuna uuden systeemiparametrin q funktiona, niiden lausekkeet ovat

$$G_0 = \frac{[S(q)-S_2(q)]\sum_{i=0}^{n} G_i - [n+1-S(q)]\sum_{i=0}^{n} G_i q^i}{D}, \tag{49}$$

$$G_\infty = \frac{S(q)\sum_{i=0}^{n} G_i q^i - S_2(q)\sum_{i=0}^{n} G_i}{D}, \tag{50}$$

ja jossa D on esitetty yhtälössä (44).

Rajapaino voi saada fysiologisesti mahdottomia arvoja, mutta äärellisellä aikavälillä ratkaisu (10) antaa järkevän tuloksen.

Ratkaisuista huomataan että painon muutoksen kriteeri on

$$G_\infty - G_0 = \frac{(n+1)\sum_{i=0}^{n} G_i q^i - S(q)\sum_{i=0}^{n} G_i}{S^2(q)-(n+1)S_2(q)}, \tag{51}$$

joka on lihomisessa positiivinen ja laihtumisessa negatiivinen. Sovituksen hyvyyttä kuvaa neliöllisen keskiarvon neliöjuuri eli RMS-arvo se saadaan kaavan (15) avulla

$$\begin{aligned} RMS = \sqrt{e/n} &= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}\{G_0\exp(-at_i) + G_\infty[1-\exp(-at_i)] - G_i\}^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}[G_\infty - (G_\infty - G_0)q^i - G_i]^2}. \end{aligned} \tag{52}$$

Jos punnitut painot vaihtelevat vähän tasapainoaseman molemmin puolin, systeemiparametrin $q = \exp(-a)$ määrittäminen on vaikeaa, koska se on hyvin pieni. Rajapaino G_∞ voi tällöin olla lukuarvoltaan fysiologisesti mahdoton.

Jos punnitut painot osoittavat selvää muuttumista, saadaan systeemiparametri a määritettyä helposti ja painon ennustaminen on luontevaa.

Käytännön esimerkkejä

Seuraavissa esimerkeissä punnitusten numerointi vastaa kalenterikuukauden päivämäärää mutta numero nolla vastaa edellisen kuukauden viimeistä päivää. Painodata on kolmelta peräkkäiseltä kuukaudelta nimittäin marras- ja joulukuu 2009 sekä tammikuu 2010. Tarkoituksellisesti muutin aina kuukauden vaihtuessa dieettiäni, lihotus $\rightarrow$ vakiopaino $\rightarrow$ laihdutus, saadakseni kehonpainoni muuttumaan tai pysymään lähes ennallaan. Painomittaukset on esitetty taulukossa 1.

Kultakin kuukauden pituiselta punnitusjaksolta laskettiin yhtälön (34) juuri q ja sen logaritmi $a = -\ln q$ sekä alkupaino G_0, rajapaino G_∞ ja jakson keskimääräinen paino G_{mean}. Varmuusvälin laskemiseksi laskettiin neliöllisen keskiarvon neliöjuuri RMS. Tulokset on esitetty taulukossa 2.

Varmuusvälin laskemiseksi kerrottiin RMS funktiolla InverseErf[s], jossa oli valittu 90% :n varmuustaso, numeroarvoltaan 1,16309. Kuvissa 1, 2 ja 3 nämä kuvaajat on esitety katkoviivalla.

Kuinka monta vuorokautta kuluu, että laskennallinen omapaino saavuttaa 77 kg? Kaavasta (11) saadaan tulos, joka on melkein kaksi viikkoa, katso kuvaa 1.

Kuvasta 2 havaitaan, että $q \approx 0$, paino säilyi suurin piirtein vakiona vaikka heilahtelu oli huomattava.

Kuinka monta vuorokautta kuluu, että laskennallinen omapaino saavuttaa 78,2 kg. Kaavasta (11) saadaan tulos, joka on melkein viikko, katso kuvaa 3.

Lähteessä [1] on esitetty eräs todellinen käytännön esimerkki tekijän syksyn 1959 punnituista painoista. Siinä alkupaino $G_0 = G(0)$ oli oletettu deterministiseksi ja systeemiparametrin ratkaisemisessa oli käytetty $G(t)$:n sarjakehitelmää (vertaa (13))

$$G(t) = G(0) + \dot{G}(0)t + \tfrac{1}{2}\ddot{G}(0)t^2 + \cdots , \tag{53}$$

jossa

$$\dot{G}(0) = (G_\infty - G_0)a, \quad \text{ja} \quad \ddot{G}(0) = -(G_\infty - G_0)a^2. \tag{54}$$

Systeemiparametrille saatiin arvo $a = 0,044\ \mathrm{d}^{-1}$. Erotus $G_\infty - G_0 = 7,9$ kg oli riittävän suuri peittämään päivittäiset painon heilahtelut. Tarkoituksellinen painon lisääminen jatkui 88 vuorokauden ajan, eli lähes kolme kuukautta, silloin oli paino lisääntynyt 97% erotuksesta $G_\infty - G_0$. Sovitus toimi hyvin, mutta aihetta ei tässä käsitellä enempää.

Johtopäätöksiä

Teorian pohjana oleva olettamus vakiona pysyvistä olosuhteista eli lähinnä vakiorajapainon (6) olemassaolosta ei näissä lasketuissa tapauksissa täysin päde, sillä n. 1/3 punnituspisteistä on 90%:n varmuusvälin ulkopuolella. Yleensä kaikki punnituspisteet pysyvät kyllä 99,99%:n varmuusvälin sisäpuolella. Lähteen [2] ohjeita vakio-olosuhteista ei siis ole noudatettu riittävän tarkasti, mutta tämä päti paremmin lähteen [1] esimerkissä syksyltä 1959.

Ominaisarvon $q = \exp(-a)$ määrittäminen epälineaarisesta yhtälöstä (48) ei yleensä onnistu ilman tietokonetta. Funktion $f(q)$ kuvaaja antaa vihjeen nollakohdasta, mikä helpottaa iteroinnin aloituspisteen valintaa. Poikkeustapauksissa, jos dieetissä on tapahtunut raju häiriö yhtälöllä (48) voi olla kaksi juurta, jolloin RMS-arvo (52) ratkaisee.

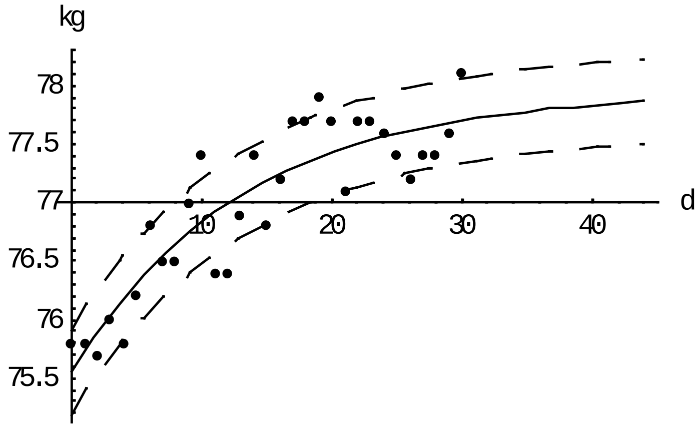
Kannattaa myös käyttää FindMinimum-proseduuria ja minimoida neliöllinen virhesumma (15) numeerisesti suoraan parametrien G_0, G_∞ ja a suhteen [3]. Samalla saadaan

Taulukko 1. Punnitusperiodien tiedot. Päivän numero 0 tarkoittaa edellisen kuukauden viimeistä päivää.

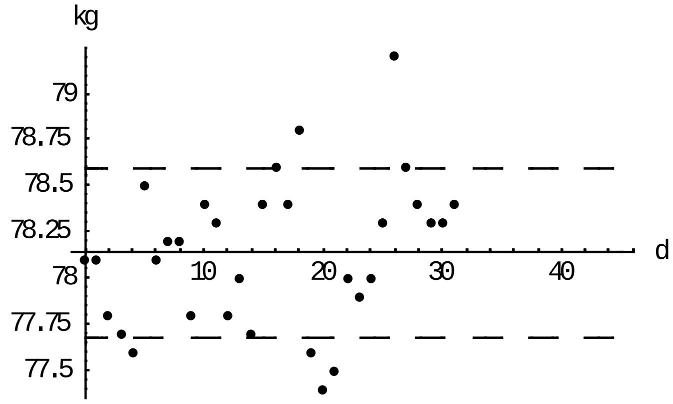
päivä	lihotus marraskuu 2009	vakiopaino joulukuu 2009	laihdutus tammikuu 2010
0	75,8	78.1	78.4
1	75,8	78.1	78.5
2	75,7	77.8	78.9
3	76,0	77.7	78.7
4	75,8	77.6	78.4
5	76,2	78.5	78.4
6	76,8	78.1	78.4
7	76,5	78.2	78.3
8	76,5	78.2	78.3
9	77.0	77.8	77.9
10	77.4	78.4	77.5
11	76.4	78.3	77.4
12	76.4	77.8	78.1
13	76.9	78.0	78.0
14	77.4	77.7	77.9
15	76.8	78.4	77.9
16	77.2	78.6	78.1
17	77.7	78.4	77.8
18	77.7	78.8	78.4
19	77.9	77.6	78.5
20	77.7	77.4	77.6
21	77.1	77.5	77.5
22	77.7	78.0	77.5
23	77.7	77.9	77.8
24	77.6	78.0	77.9
25	77.4	78.3	78.6
26	77.2	79.2	78.3
27	77.4	78.6	78.3
28	77.4	78.4	78.2
29	77.6	78.3	78.4
30	78.1	78.3	78.2
31	-	78.4	78.3

Taulukko 2. Punnitusperiodien laskentatulokset.

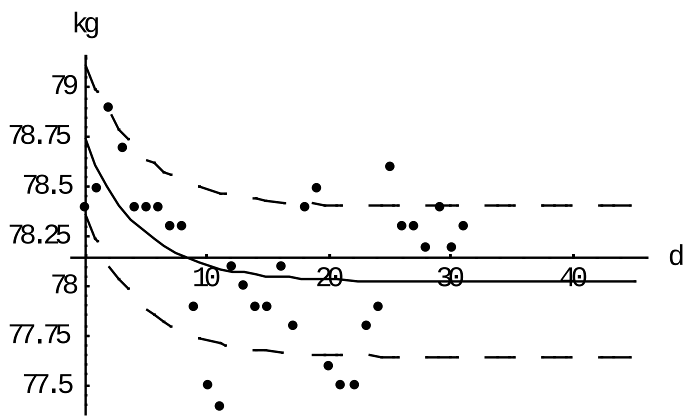
	q	$a = -\ln q$	G_0 [kg]	G_∞ [kg]	G_{mean} [kg]	RMS [kg]
marraskuu 2009	0,92642	0,0764272	75,55	77,95	76,99	0,312
joulukuu 2009	$3{,}22 \cdot 10^{-24}$	54,0901	78,10	78,14	78,14	0,393
tammikuu 2010	0,807544	0,213757	78,73	78,02	78,14	0,326



Kuva 1. Tekijän painon lisääntyminen marraskuulla 2009.



Kuva 2. Tekijän paino joulukuulla 2009.



Kuva 3. Tekijän painon väheneminen tammikuulla 2010.

myös määritettyä RMS-arvo. Kokemuksen mukaan tässä esitetty FindRoot-proseduuriin perustuva menetelmä toimii luotettavammin.

On olemassa valmisohjelmia, kuten lähteen [3] “NonlinearFit”, joka analysoi suoraan Taulukon 1. Kun ei tiedetä miten ohjelma on laadittu, on syytä olla sen suhteen varovainen.

Kaikki nämä menetelmät antoivat riittävällä tarkkuudella saman tuloksen. Varsinkin on syytä muistaa, että punnitus on suoritettu yhden desimaalin tarkkuudella.

Systeemiparametri $a = -\ln q$, jossa $0 \leq q < 1$ saadaan yhtälön (48) juurena, se ei ole varsinainen fysiologinen vakio, vaan se vaihtelee mittausperiodista toiseen. Tämä johtuu erotuksesta $|G_\infty - G_0|$, joka lähteen [1] tapauksessa oli 7,9 kg ja peitti vuorokautiset vaihtelut. Mutta nyt se oli marraskuulla n. 2,4 kg, muuten alle 1 kg.

Mitä pienempi on erotus $|G_\infty - G_0|$ sitä lähempänä vakioarvoa laskennallinen paino on ja sitä useampi mittauspiste on yleensä 90%:n varmuusvälin ulkopuolella. Tämä käy ilmi erityisesti joulukuulta 2009, joka oli lähes vakiopainovaihe, $|G_\infty - G_0| =$0,0387 kg ja 90%:n varmuusväli oli suurin$\pm$ 0,458 kg.

Jos ruokailutottumuksissa tapahtuu huomattava muutos eli esim. uusi dieetti on otettu käyttöön, kannattaa aloittaa myös uusi punnitusperiodi.

Puutteistaan huolimatta malli ennustaa painon kehittymisen suunnan, jotta korjaaviin toimenpiteisiin voidaan ajoissa ryhtyä. Kuntoilua ajatellen kannattaa tutustua myös lähteeseen [4].

Näyttäisi siltä, että kuukausittain suoritetun painoanalyysin sijaan, kannattaisi käyttää liukuvaa n. kolmen viikon mittaista tarkkailuperiodia. Se pysyisi paremmin ajan tasalla eivätkä menneisyyden mittaukset pääsisi liikaa vaikuttamaan nykyhetken analyysiin.

Viitteet

[1] M. A. Ranta, Voimaurheilun teoriaa. Oulun yliopisto, koneinsinööriosasto. Raportti No. 2, 1969. 52 s.

[2] Kotilääkäri, Tammikuu 2010, Rennosti omaan painoon, s. 26–29.

[3] S. Wolfram. *The Mathematica Book*, Third Edition, Wolfram Media, Cambridge University Press, 1996, s. 1403.

[4] C. Wilson, 10 totuutta kuntoilusta, Tiede 4 13.4.2010, s.18–24.

[5] Ennustaminen `http://www2.uiah.fi/projekti/metodi/090.htm`, viitattu 1.11.2013.

[6] E. Lindelöf, *Johdatus korkeampaan analyysiin*, Mercatorin kirjapaino, Helsinki 1942, s. 581–594.

Matti A Ranta
Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos
PL 11000, 00076 Aalto
matti.ranta@tkk.fi