

Todennäköisyysteoriaan pohjautuva väsymisanalyysi

Roger Rabb

Tiivistelmä. Teollisuutemme kilpailukyvyn ylläpitäminen ja kehittäminen edellyttää jatkuvaa panostusta koneiden ja laitteiden turvallisuuden ja luotettavuuden parantamiseen. Väsymisanalyysin hyvä hallinta nousee tässä pyrkimyksessä keskeiseen asemaan. Jännitykset pystytään nykyään laskemaan kohtalaisen hyvin, mutta materiaalien väsymislujuuteen ja laskentakriteereihin liittyvät kysymykset muodostavat usein varsinaisen pullonkaulan. Eräs syy tähän on tietysti se, että väsymisanalyysin kehittäminen vaatii kalliita väsytestejä ja tiukan budjettikurin aikana on yrityksiä usein vaikeaa saada panostamaan tällaiseen pitkäjänteiseen kehitystyöhön. Väsymisilmion satunnaisuuteen ymmärtäminen on välttämätön edellytys tarkkojen väsymiskriteerien kehittämiseksi testien avulla. Wärtsilä on viime vuosikymmenien aikana suorittanut TkT Rabbin johdolla runsaasti väsymiseen liittyvää testausta ja kehitystyötä. Työn tulokset on arvioitu niin tärkeiksi, että Wärtsilä on tehnyt harvinaisen päätöksen saattaa nämä tutkimustulokset opetuksen ja muun teollisuuden käyttöön kirjan muodossa.

Avainsanat: väsyminen, väsytestaus, spektritesti, ainevikajakauma, murtumismekaniikka

Johdanto

Viime vuosikymmenien tekninen kehitys on aiheuttanut suuria mullistuksia jännitys- ja väsymisanalyysissä. Kehityksen seurauksena nykyään on mahdollista laskea jännitykset hämmästyttävällä tarkkuudella huomioiden myös sellaiset epälineaarisuudet kuin kitka ja kontakti, liukuminen kontaktipinnoissa, plastisuus jne. Jotta tästä kehityksestä olisi täysi hyöty, on väsymisanalyysissä tarvittavaa osaamista kehitettävä rinnakkain. Teollisuuden lujuuslaskija kohtaa tämän ongelman usein työssään. Jännitykset on laskettu mutta tiedot väsymisparametreista ja tarkoituksenmukaisista vauriokriteereistä puuttuvat. Tilanteen korjaaminen edellyttää kalliiden väsytestien suorittamista. Valitettavasti monesti on vaikeaa saada yritysten johtoa vakuuttuneeksi tällaisten testien tarpeellisuudesta ja välttämättömyydestä.

Nykyaikainen jännitysanalyysi laskee paikalliset todelliset jännitykset, mutta edelleen on tavallista että väsymisanalyysissä käytetään vanhentuneita käsitteitä, kuten nimellisiä jännityksiä, muotolukuja ja niiden muuntamista lovenvaikutusluvuuksi käyttämällä loviherkkyyksilukua tai niin kutsuttuja tukilukuja. Deterministisiä varmuuslukuja käytettävissä mitoituksissa, itse varmuuskäsite muuttuu hyvin epämääräiseksi. Väsymisanalyysiin kohdistuvia muutos- ja kehittämispaineita on näin ollen paljon.

Väsymislujuus on aito satunnaismuuttuja. Väsymissärö ydintyy useimmiten jonkin ainevian kohdalla. Nämä aineviat mudostuvat yleensä epämetallisista sulkeumista joiden analyysit, koot ja orientaatiot vaihtelevat satunnaisesti. Kun tämän ymmärtää, on luonnollista että väsymisanalyysin on pohjaututtava todennäköisyysteoriaan. Näin menetellen saadaan lähes itsestään selitykset perinteiseen nimellisjännitysmenetelmään liittyviin moniin ristiriitaisuuksiin. Tällaisia ovat esimerkiksi varmuuskertoimeen liittyvät kummallisuudet. Vanhoista mitoitussäännöistä löytyy peräti neljä eri tapaa määritellä varmuuskerroin. Vaadittu varmuuskerroin annetaan lisäksi usein vakiona riippumatta tilanteesta. Kun mitoitus pohjautuu todennäköisyysteoriaan, on helppoa ymmärtää että varmuuskerroin on vain kerroin jolla väsymisrajan mediaaniarvo redusoidaan vastaamaan suurinta sallittua vaurioitumisriskiä. Tässä redusoinnissa tarvitaan tietoa väsymisrajan keskihajonnasta. Kysymys väsymislujuuteen vaikuttavasta kokovaikutuksesta saa myös luonnollisen selityksen. Mitä suurempi on vaihtelevan jännityksen alaisena oleva alue sitä suurempi on todennäköisyys löytää tältä alueelta suurempi ainevika kuin pienemältä alueelta. Uusi tärkeä käsite, tilastollinen kokokerroin voidaan näin ollen laskea käyttäen heikoimman lenkin teoriaa.

Todennäköisyysteoria on hyvä ulottaa koskemaan myös vaikuttavia kuormia ja niiden aiheuttamia jännityksiä. Kuormituksiin liittyy usein myös enemmän tai vähemmän satunnaisuutta eri installaatioiden välillä. Stokastisen väsymislujuuden ja stokastisen jännityksen yhteisvaikutus kuvataan niin kutsutulla interferenssianalyysillä.

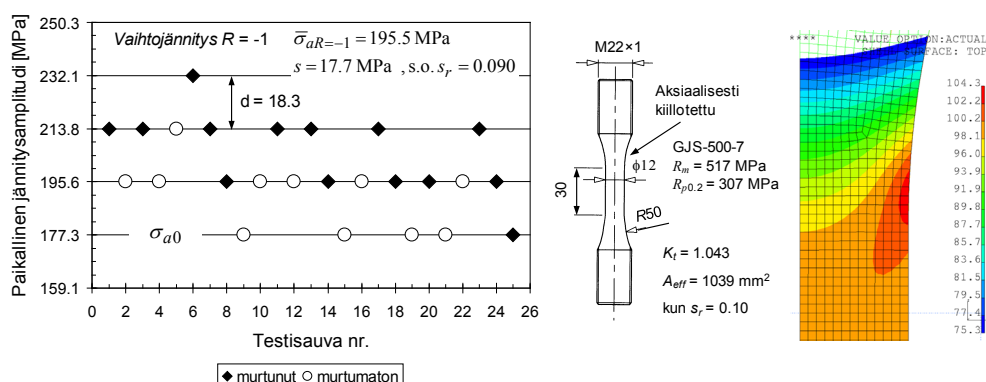
Väsytestaus

Kuten tieteessä yleensäkin, vaatii myös väsymisanalyysin kehittäminen, että teorianmuodostus ja testaus suoritetaan rinnakkain. Hyvällä syyllä voidaan sanoa että väsymiseen liittyvä tiede on empiiristä. Sekä kaikki kehitetyt vaurioteoriat että niihin liittyvät parametrit perustuvat empiirisiin havaintoihin, testeihin. Väsymisongelmia on monen tyyppisiä. Tyypillisiä tilanteita ovat vakioamplitudijännitys, vaihteleva-amplitudinen jännitys, moniaksiaalisuusongelma, särönkasvuongelma, kitkaväsyminen, jne. Näin ollen on itsestään selvää, että joudutaan suorittamaan hyvin monia erilaisia väsytestauksia. Kaikki testit sisältävät kuitenkin joitakin yhteisiä peruselementtejä. Kun on kysymys satunnaismuuttujasta, tarvitaan aina tietoa seuraavista kolmesta tekijästä, nimittäin jakauman tyyppi, mediaaniarvo ja keskihajonta. Jotta voitaisiin määritellä kyseiset arvot riittävällä tarkkuudella, tarvitaan myös tietty määrä testikappaleita. Tilastollisen käsittelyn seurauksena saadut otokseen liittyvät mediaani ja keskihajonta on tämän jälkeen muutettava koko populaation arvoiksi asettamalla näille tarkoituksenmukaiset luottavuusrajat. Asian havainnollistamiseksi näytetään kuvassa 1 yhdellä R. Rabbin [1] kirjasta otetulla esimerkillä väsymisrajan selvittämiseen usein käytetyn porraskokeen suorittaminen ja testidatan käsittely. Kuvan 1 testisauvat otettiin valetusta sylinterikanesta. Kannen materiaali oli pallografiittivalurauta GJS-500-7.

Jotta testidatan tilastolliselle käsittelylle saataisiin hyvä pohja ja erikoisesti, jos pyritään saamaan myös keskihajonta hyvin määritetyksi, on syytä käyttää ainakin 25 testisauvaa, tai jopa 30 kuten ISO 12107 [2] suosittelee. On hyvä mikäli testisauvat on mahdollista valmistaa itse mitoitettavasta kone-elimestä otetuista paloista. Lisäksi on hyvin

tärkeää onnistua valitsemaan testissä käytettävä askelpituus d oikein. Paras pohja datan käsittelylle saadaan, jos onnistutaan saamaan murtuneiden ja murtumattomien sauvojen jakaumia vain kahdella testitasolla. Jos askelpituus on noin 0.9 kertaa keskihajonta s , tähän on kaikki edellytykset. Kuitenkaan keskihajonta ei ole tiedossa ennen testiä joten joudutaan tukeutumaan aikaisempien testien pohjalta arvattuun arvoon.

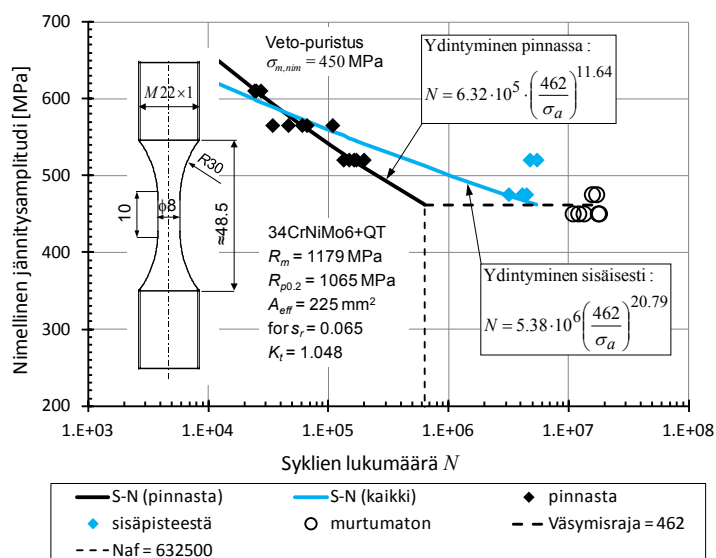
Yleensä ajatellaan että materiaalilla on tietty väsymisraja. Jos jännitysamplitudi on tämän alapuolella, ajatellaan että kone-elin kestää äärettömän määrän kuormitusyklejä. Äärellisen eliniän väsymislujuus kuvataan niin kutsutulla S-N-käyrällä ja syklien lukumäärää, kun tämä käyrä saavuttaa väsymisrajan, kutsutaan rajasykliluvuksi N_{af} . Yleensä, varsinkin kun väsymissäro ydintyy pinnasta, tämä rajasykliluku on yhdestä kahteen miljoonaan sykliä. Kuitenkin, varsinkin Y. Murakamin [3] viimeaikainen tutkimus on osoittanut, että kun väsymissäro ydintyy sisäisesti niin rajasykliluku on noin 10 miljoonaa sykliä eikä väsymisraja ole enää vakio vaan alenee sykliluvun mukaan koko ajan tämän sykliluvun ulkopuolellakin. Usein ilmiötä kutsutaan giga-sykli-väsymiseksi. Porraskokeita suoritettaessa katkaisurajan määrittäminen on näin ollen tärkeää. Yleensä se valitaan 10:ksi miljoonaksi sykliksi. Kuvassa 2 on erään testin avulla havainnollistettu miten S-N-käyrän kaltevuusekspONENTTI k ja rajasykliluku N_{af} muuttuvat sen mukaan onko ydintyminen väsymisrajan läheisyydessä tapahtunut pinnasta vai sisäisesti.



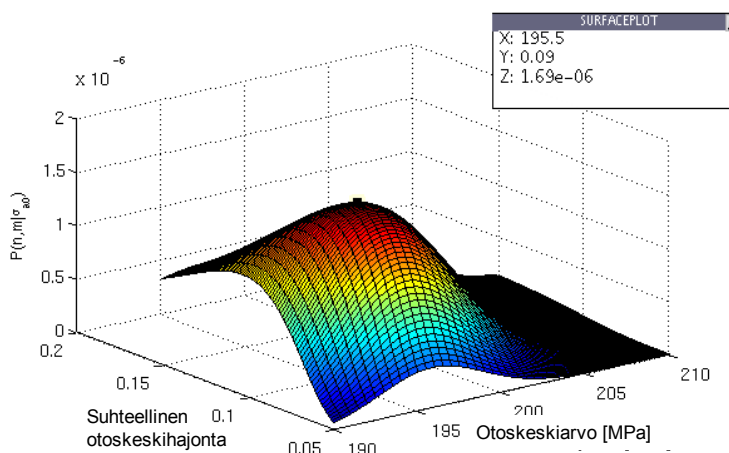
Kuva 1. Porraskoe valetusta sylinterikannesta otetuilla sileillä sauvoilla.

On osoittautunut tarkoituksenmukaiseksi olettaa että väsymisraja on lognormaalijakautunut. Kuvan 1 testitasot voitaisiin muuttaa logaritmiarvoiksi ja käsitellä testidata suoraan, lognormaalijakaumaa käyttämällä. Useimmiten käytännössä kuitenkin otoskeskiarvo ja otoskeskihajonta lasketaan normaalijakauman avulla. Tästä syntyvä virhe on yleensä mitätön. Vasta kun mediaaniarvo redusoidaan sallittua vaurioitumisriskiä vastaavaksi, on syytä käyttää lognormaalijakaumaa ylimitoituksen välttämiseksi. Kuvan 1 testidatasta lasketaan keskiarvo ja keskihajonta suurimman uskottavuuden menetelmällä maksimoimalla seuraava lauseke

$$P(n, m | \sigma_{a0}) = K \prod_{i=1}^n p_i^{n_i} q_i^{m_i} \quad \text{missä} \quad p_i = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\sigma_{ai}} e^{-\frac{(x-\bar{\sigma}_a)^2}{2s^2}} dx \quad \text{ja} \quad q_i = 1 - p_i \quad (1)$$



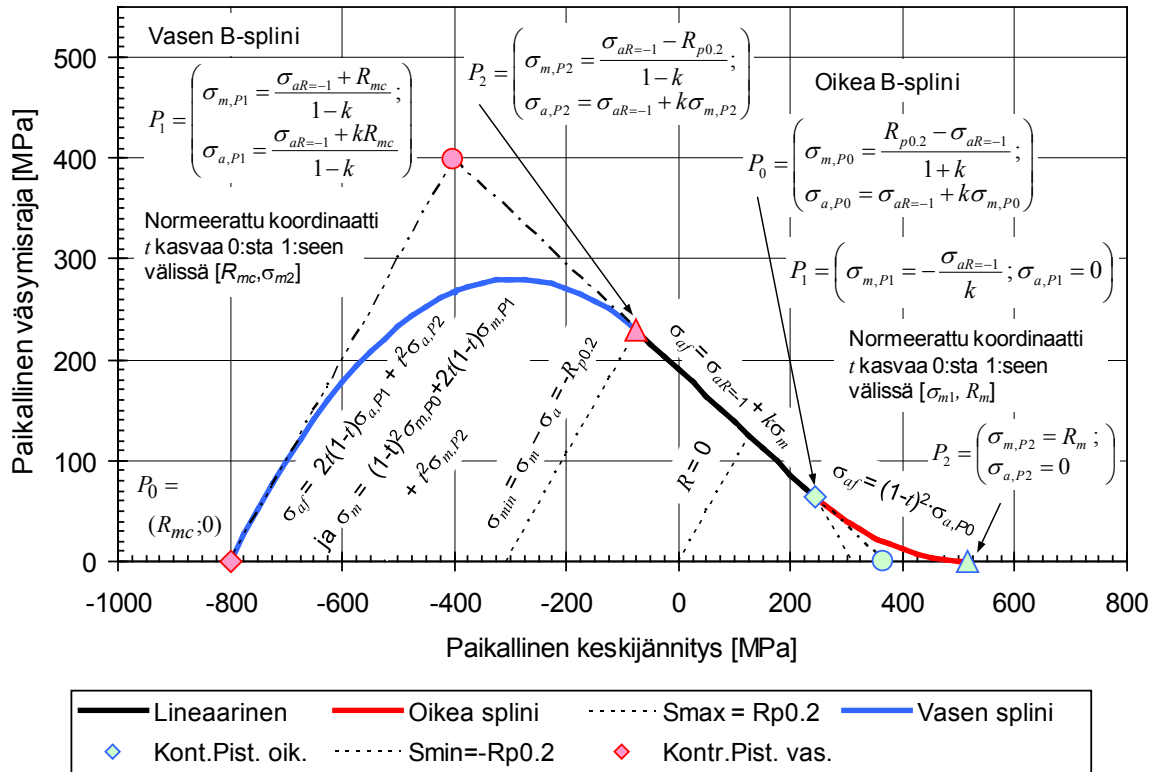
Kuva 2. S-N-käyrän kaltevuusekspONENTIN ja rajasykliluvun riippuvuus ydintymiskohdasta.



Kuva 3. Suurimman uskottavuuden menetelmä.

jossa σ_{a0} on porraskokeen matalin käypä testiamplitudi, n_i murtuneiden sauvojen lukumäärä jännitystasolla σ_{ai} , m_i murtumattomien sauvojen lukumäärä jännitystasolla σ_{ai} ja K on vakio. Menetelmä on havainnollistettu kuvassa 3.

Todennäköisyysteorian mukaan otoskeskiarvo seuraa Studentin jakaumaa ja Khi-toiseen-jakauma kuvaa otoskeskihajonnan. Kun molempien otosarvojen vaatimuksena on, että toispuolinen luotettavuusraja on 90 %, saadaan tulokseksi että kuvan 1 testin avulla laskettu väsymisraja on $\sigma_{aR=-1} = 190.8$ MPa ja keskihajonta $s = 21.9$ MPa, eli suhteellinen keskihajonta $s_r = 0.11$. Samassa yhteydessä suoritettiin myös toinen porraskoe tykyttävällä kuormalla. Näiden testien perusteella voitiin laatia kuvassa 4 näytetty Haigh-diagrammi. Diagrammissa käytetään paikallisia jännityksiä mikä edellyttää että jännitykset on laskettava elasto-plastista materiaalimallia käyttäen, jos

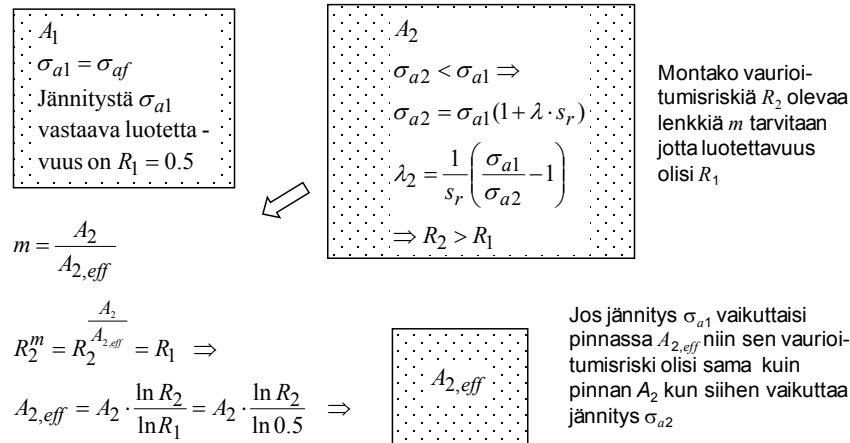


Kuva 4. Pallografiittivaluraudan Haigh-diagrammin luominen.

tapautuu myötämistä. Diagrammin plastiset alueet on kuvattu kvadraattisia B-splinejä käyttämällä, jotka testien mukaan sopivat hyvin tähän tarkoitukseen.

Tilastollinen kokokerroin ja varmuuskerroin

Kone-elimien kriittisen pisteen väsymislujuuteen vaikuttaa aina tilastollinen kokoeffekti. Tilastollinen kokokerroin K_{size} voidaan laskea käyttämällä heikoimman lenkin teoriaa [4]. Kertoimen suuruus riippuu tehollisesta jännityspinta-alasta ja väsymisrajan suhteellisesta keskihajonnasta (variaatiokerroin). Tehollinen jännityspinta-ala lasketaan myös heikoimman lenkin teorian avulla, ks. kuva 5. Esimerkiksi kuvan 1 tapauksessa on testisauvan (referenssisauvan) tehollinen jännityspinta-ala $A_{ref} = 1039 \text{ mm}^2$. Lenkkien lukumäärä n on täten tutkittavan kriittisen pisteen jännityspinta-alan A_{eff} suhde referenssisauvan vastaavaan. Jotta pystyttäisiin saamaan järjellisiä tuloksia, on lenkkien lukumäärä laskettava niin että suhde on aina isompi kuin yksi. Tämä merkitsee sitä että jos kriittisen pisteen jännityspinta-ala on suurempi kuin referenssin, niin diagrammista otettu väsymisraja jaetaan kokokertoimella. Päinvastaisessa tapauksessa kerrotaan. Tilastollinen kokokerroin voidaan laskea käyttämällä keskihajonnan otosarvoa, koska se on odotusarvo. Silloin kun vaadittu varmuuskerroin lasketaan, on tietysti käytettävä keskihajontaa joka sisältää vaaditun luotettavuusrajan. Tilastollisen kokokertoimen laskeminen tapahtuu seuraavilla kaavoilla:



Kuva 5. Tehollisen jännityspinta-alan laskemisen hahmottaminen.

$$n = \frac{A_{eff}}{A_{ref}} \text{ lenkkien lukumäärä kun } A_{eff} > A_{ref}. \quad (2)$$

Kriittisen pisteen väsymisrajan odotusarvo saadaan redusoimalla referenssisauvan väsymisraja seuraavalle vaurioitumisriskille P . Jos logaritmista keskihajontaa s_{ln} ei ole laskettu suoraan porraskokeesta, voidaan se, kun suhteellinen keskihajonta on pieni, laskea approksimatiivisellä kaavalla $s_{ln} \approx -\ln(1 - s_r)$.

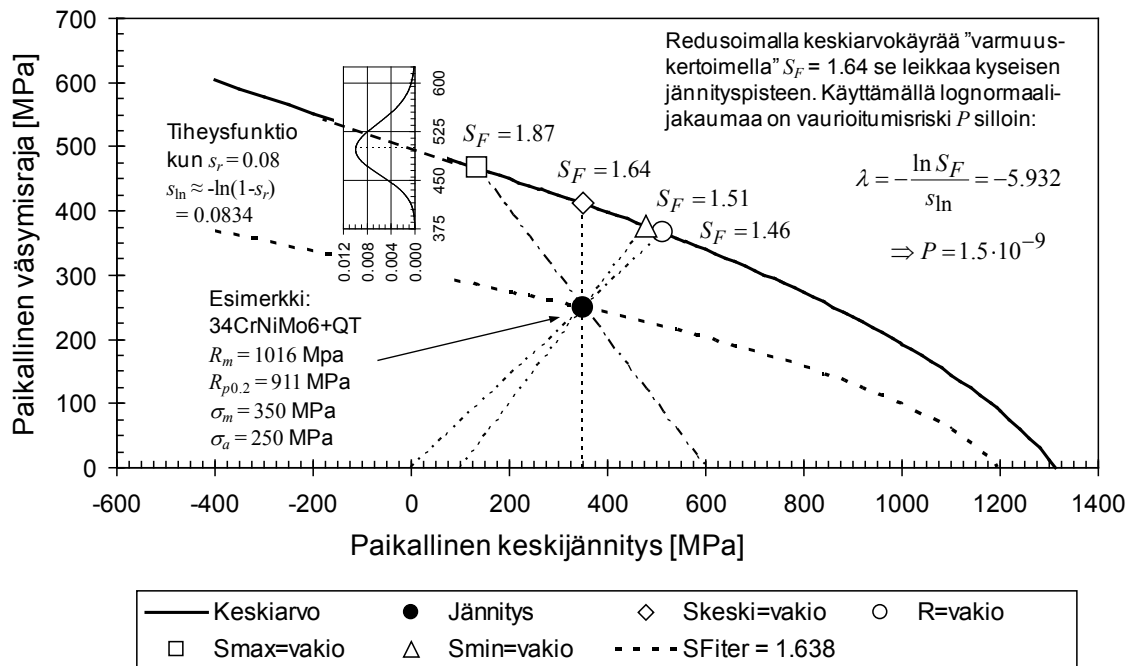
$$P = 1 - \sqrt[n]{0.5} \text{ vastaten standardinormaalijakauman arvoa } \lambda, \quad (3)$$

$$K_{size} = e^{-\lambda s_{ln}}. \quad (4)$$

Vaadittu varmuuskerroin S_F on se arvo jolla väsymisrajan mediaaniarvo on jaettava jotta se vastaisi maksimia sallittua vaurioitumisriskiä P . Keskinopeissa dieselmoottoreissa sopiva tärkeiden komponenttien korkein sallittu vaurioitumisriski on $P = 10^{-4}$. Vaadittu varmuuskerroin lasketaan samanlaisella kaavalla kuin tilastollinen kokokerroin, mutta kuitenkin käyttäen 90 %:n luotettavuusrajan sisältämää keskihajontaa.

$$S_F = e^{-\lambda s_{ln} c_{90}}. \quad (5)$$

Todennäköisyysteoriaa käyttämällä on vaadittu varmuuskerroin näin ollen yksiselitteinen. Lisäksi sen suuruus vaihtelee väsymisrajan keskihajonnasta riippuen, kuten taulukon 1 esimerkit osoittavat. Kuvassa 6 havainnollistetaan se hullunkurinen tilanne mikä vallitsee, jos vaadittu varmuuskerroin määritellään perinteisiä menetelmiä käyttämällä. Tällöin löytyy 4 ristiriitaista ja hyvin erilaisia tuloksia antavaa tapaa määrittellä varmuuskerroin. Kuvan 6 esimerkissä ei ole huomioitu muita väsymisrajaa alentavia tekijöitä, kuten pinnan laadun kerrointa, anisotropiakerrointa, käyttöikäkerrointa, jne.



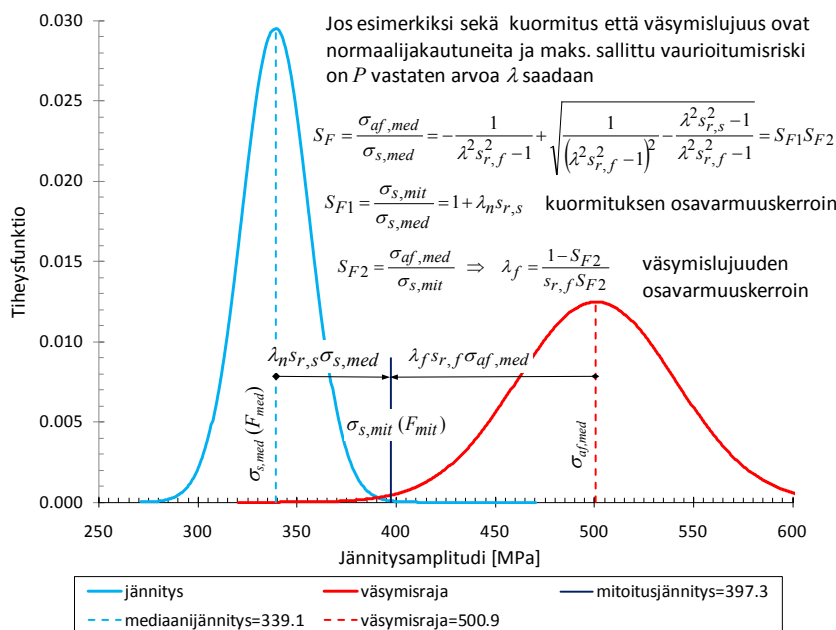
Kuva 6. Vanha väsymisanalyysi antaa 4 ristiriitaista tapaa varmuuskertoimen määrittämiseksi.

Taulukko 1. Varmuuskertoimen S_F on riippuvainen väsymisrajan keskihajonnasta s_{ln} ja maks. sallitusta vaurioitumisriskistä P .

Suure	Teräs, raevuo yhdensuuntainen		Pallografiittivalurauta (GJS-500-7)	
s_{lnC90}	0.083		0.128	
P	10^{-3}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}
λ	-3.090	-3.719	-3.090	-3.719
S_F	1.29	1.36	1.49	1.61

Jännityksen ja lujuuden interferenssi. Mitoituskuorma

Kuormitukset voivat vaihdella merkittävästi eri installaatioiden välillä. Jos tätä ei huomioida väsymisanalyysissä, joudutaan mitoituskuorma määrittelemään pahimman tapauksen mukaan. Näin menetellään useimmiten edelleen suomalaisessa koneenrakennuksessa. Huomioimalla, kuten jo kauan on ollut tapana esimerkiksi auto-teollisuudessa, kuormituksen satunnaisuus, voidaan saavuttaa huomattavia säästöjä. Interferenssivaurioitumisriskin laskemisen periaate on esitetty kuvassa 7.



Kuva 7. Mitoituskuorma ja interferenssivaurioitumisriski [1].

Muuttuva-amplitudinen kuorma

Kuormitukset ovat harvoin vakioamplitudisia. Lisäksi saman koneen eri osat voivat tässä suhteessa kokea erityyppisiä kuormia. Esimerkiksi dieselmoottorin palotilan läheisyydessä olevat kone-elimet kuten sylinteriholkki ja –kansi lämpenevät käynnistettäessä ja tämä voi aiheuttaa suuren jännitysamplitudin. Sytytyspaineesta johtuvat voimat ja kampiakselin pyörimisliikkeestä aiheutuvat massavoimat ovat varsinkin voimalaitoskäytössä melko vakioina, mutta laivojen päämoottoreissa nekin voivat vaihdella eri olosuhteissa. Keskinopeissa dieselmoottoreissa muuttuva-amplitudisen kuorman alaiset kone-elimet kokevat näin ollen tyypillisesti 2-tasoisesta kuormitusspektrin. Yksi suuri amplitudinen taso (low-cycle-jännitys) johtuu moottorin käynnistyksestä ja niiden lukumäärä voi olla luokkaa kymmeniä tuhansia vaaditun eliniän aikana. Toinen taso johtuu massavoimista ja sytytyspaineesta (high-cycle-jännitys) ja niiden lukumäärä lasketaan miljardeissa.

Monien muiden koneiden, kuten metsäkoneiden ja maanviljelyskoneiden kuormitusspektri voi sisältää hyvin paljon erilaisia tasoja, jotka selviävät parhaiten suorittamalla pitkäaikaisia kuormitusmittauksia eri kenttäolosuhteissa. Nykyään käytetään myös kasvavassa määrin dynaamisia simuloitteja näiden kuormitusspektrien selvittämiseksi. Ruotsalainen tutkija A. Palmgren [5] oli ensimmäinen joka jo ennen toista maailmansotaa tutki johdonmukaisesti miten muuttuva-amplitudinen kuorma vaikuttaa laakerikuulien väsymiskestävyyteen. Hänen työnsä ei jostain syystä herättänyt paljon huomiota ja vasta M. A. Minerin [6] työ sodan jälkeisinä vuosina tuli yleisesti tunnetuksi. Näiden tutkijoiden työn tuloksena syntyi niin kutsuttu Palmgren-Minerin lineaarinen kumulatiivinen vaurioiteoria. Englanninkielisessä maailmassa sitä nimitetään yleensä vain Minerin säännöksi. Koska Palmgren kuitenkin oli ensimmäisenä kehittämässä tätä teoriaa,

niin erityisesti Skandinaviassa tätä halutaan korostaa nimittämällä teoriaa Palmgren-Minerin teoriaksi.

Alkuperäisessä muodossaan Palmgren-Minerin teoria ei huomionnut väsymisrajan alapuolella olevia amplitudeja. Myöhemmin kuitenkin huomattiin että tämä johti usein alimitoitukseen. Väsymisrajan alapuolella olevat jännitysamplitudit tuovat oman lisänsä syntyneeseen vauriosummaan. Palmgren-Minerin teoriaan on ehdotettu lukuisia korjauksia. Yleensä kuvitellaan että kuormitusspektrin väsymisrajaa ylittävät harvat low-cycle-jännityssykliit saavat aikaan sen, että väsymisraja tuhoutuu ja S-N-käyrä jatkaa alenemistaan myös high-cycle-alueella S-N-käyrän rajasykliluvun ulkopuolella. Ainakin Euroopassa on suurimman suosion saanut E. Haibachin [7] ehdottama S-N-käyrän modifiointi. Tässä modifioinnissa S-N-käyrä jatkuu rajasykliluvun jälkeenkin, mutta loivemmin. Jos perus S-N-käyrän kaltevuuseksponentti on k , on tämän laajennuksen kaltevuuseksponentti teräksille $2k-1$ ja valuraudoille $2k-2$. Eräs toinen usein käytetty modifiointi on nimetty Corten-Dolanin [8] mukaan. Tämä modifiointi käyttää käytännössä samaa kaltevuuseksponenttia niin laajennukselle kuin peruskäyrällekin. Palmgren-Miner-tyyppiset kumulatiiviset vaurioteoriat perustuvat suoraan testeistä saatuun dataan, ottamatta millään huomioon miten vaurio syntyy ja kasvaa materiaalissa. Todellisuudessa kysymys on lyhyen särön kasvumekanismista. Kuormituksen eri tasojen esiintymisjärjestyksellä on näin ollen suuri merkitys. Tätä asiaa Palmgren-Minerin teoria ei pysty huomioimaan. Kuvassa 8 Palmgren-Minerin teorian käyttöä on valaistu. Kumulatiivinen osavaurioanalyysi tapahtuu periaatteessa seuraavia kaavoja käyttäen. Kaavoissa $\sigma_{af,P}$ tarkoittaa väsymisrajaa redusoituna sallitulle riskitasolle P , σ_{ai} tarkoittaa kuormitustasoa i vastaavaa amplitudia, N_i eliniän odotus-arvoa vakioamplitudilla ja k S-N-käyrän kaltevuuseksponenttia

$$N_i = N_{af} \left(\frac{\sigma_{af,P}}{\sigma_{ai}} \right)^k \quad \text{perus S-N-käyrä käytetään kun } \sigma_{ai} \geq \sigma_{af,P}. \quad (6)$$

Kaavaa (6) käytetään myös high-cycle sykleille, kun käytetään Corten-Dolanin ehdottamaa laajennusta käyttäen saadaan high-cycle alueella:

$$N_i = N_{af} \left(\frac{\sigma_{af,P}}{\sigma_{ai}} \right)^{2k-l} \quad \text{missä } l = \begin{cases} 1 & \text{teräs} \\ 2 & \text{valurauta} \end{cases} \quad (7)$$

Kuormitusspektrin aiheuttaman väsymisvaurion on oltava (ks. myös taulukko 2)

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1. \quad (8)$$

On myös huomioitava että usein jokaisella spektrin tasolla on eri keskijännitys. Tämä vaatii silloin sen, että jokaisella tasolla käytetään eri S-N-käyrää, poiketen kuvasta 8 missä on oletettu että jokaisella amplituditasolla on sama keskijännitys.

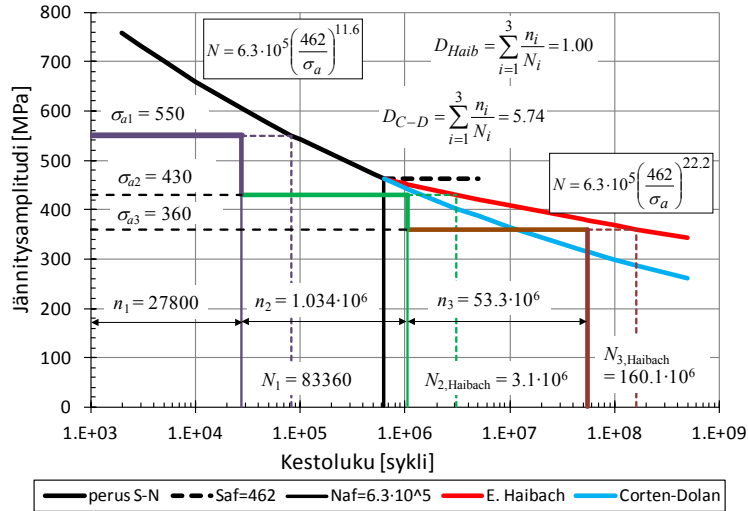
Jännityshistorian muuttaminen tehollisiksi amplitudi- ja keskijännityspareiksi, eli spektreiksi, on tehtävä huolella. Aikojen saatossa on ehdotettu monta eri tapaa. Nykyään eniten lienee käytetty niin sanottu sadevirtauslaskenta (rain flow counting). Tämän menetelmän suosio perustuu siihen että se ottaa huomioon sen, että aineella on eräänlainen ”muisti” joka saa materiaalin ikään kuin muistamaan onko jossakin pisteessä aikaisemmin ollut jännitystä ja venymää. Näin muodostuu suljettuja jännitys-venymäsilukoita, kuten kuvassa 9b on hahmoteltu.

Kaavoissa (6), (7) ja (8) on edellytetty että S-N-käyrä ja sen laajennus on redusoitu vastaamaan suurinta sallittua vaurioitumisriskiä P . IIW:n [9] ohjeen mukaisesti tämä

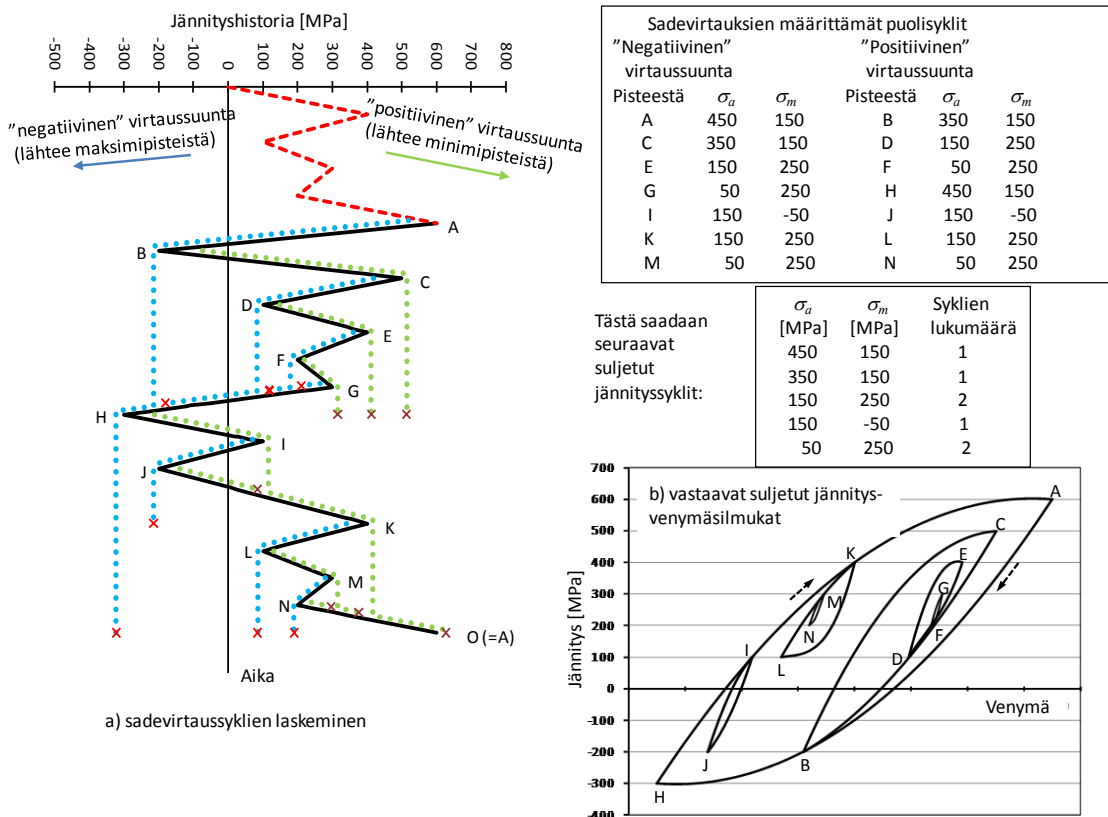
redusointi suoritetaan olettaen että sekä S-N-käyrään että sen laajennukseen liittyy sama keskihajonta väsymisrajaan nähden. Tämä merkitsee sitä, että eliniän logaritminen keskihajonta vaihtelee low-cycle- ja high-cycle-alueilla seuraavien kaavojen mukaan:

$$s_N = k \cdot s_{tm} \quad \text{low-cycle-alueella,} \quad (9)$$

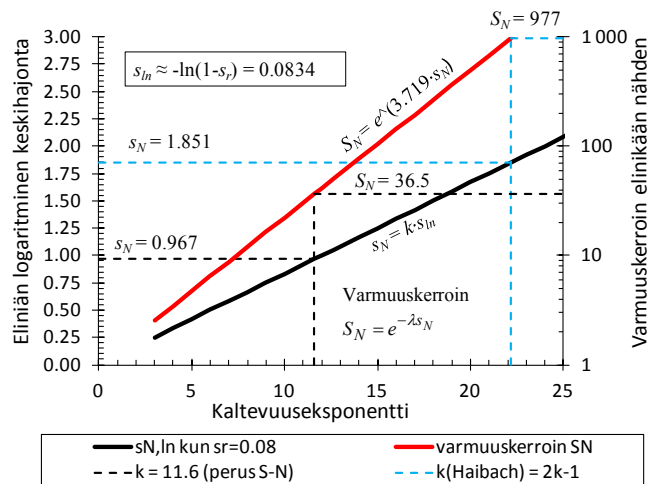
$$s_N = (2k - l) \cdot s_{tm} \quad \text{high-cycle-alueella.} \quad (10)$$



Kuva 8. Haibachin ja Corten-Dolanin mukaisten kumulatiivisten osavaurioanalyysien havainnollistaminen kuvan 2 S-N-diagrammia käyttäen.

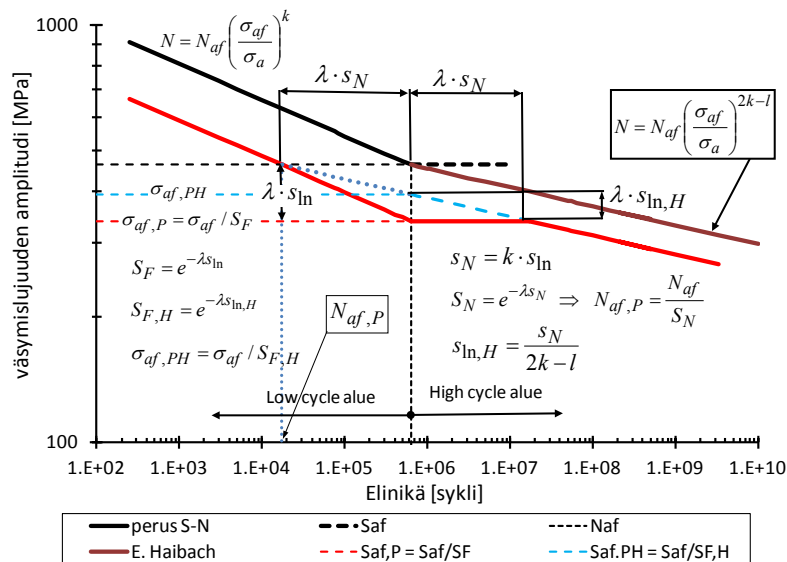


Kuva 9. Kuormitushistorian muuttaminen jännitysspektri [1].



Kuva 10. Vaadittu varmuuskerroin elinikään nähden high-cycle-alueella jos relaatio (10) pätee.

Jos yleisesti menetellään näin, saatetaan high-cycle-alueella saada järjettömän isoja varmuuskertoimia elinikään nähden, kuten kuvassa 10 on näytetty. Tämä ei vastaa testituloksia, kuten myöhemmin näytetään. Testitulokset puhuvat sen puolesta että eliniän logaritmiset keskihajonnat ovat melko samansuuruisia sekä low-cycle- että high-cycle-alueilla. Tällä olettamuksella S-N-käyrän ja sen laajennuksen redusointi suurinta sallittua vaurioitumisriskiä vastaavaksi tapahtuu kuvan 11 osoittamalla tavalla.



Kuva 11. Suositeltu S-N-käyrän laajennuksen redusointi suurinta sallittua vaurioitumisriskiä vastaavaksi.

Perus S-N-käyrä

Kumulatiivinen osavaurioanalyysi Palmgren-Minerin teoriaa käyttämällä edellyttää, kuten edellä on käynyt ilmi, että S-N-käyrä on tunnettu. S-N-käyrän määrittämiseen tarvi-

taan kolme parametriä, nimittäin (a) väsymisraja σ_{af} , (b) kaltevuuseksponentti k ja (c) rajasykliluku N_{af} . Nämä parametrit voivat vaihdella riippuen keskijännityksestä, jännitysgradientista sekä myös pinnan laadun kertoimesta. On aina suositeltavaa suorittaa testejä käyrän määrittämiseksi. Tämä ei kuitenkaan aina ole mahdollista vaan tarvitaan myös hyviä likimääräiskaavoja. Jonkin verran löytyy kirjallisuudesta, esimerkiksi Leitfaden [10], tällaisia kaavoja mutta ne liittyvät aina vanhentuneeseen nimellisjännityksillä suoritettavaan väsymisanalyysiin. Vanhoissa ohjeissa annetaan vaaditut parametrit lovenvaikutusluvun funktiona. Nykyaikainen väsymisanalyysi sen sijaan käyttää paikallista jännitysgradienttia ja tilastollista kokokerrointa. Näin ollen tarve suorittaa testausta S-N-käyrien parametrien sitomiseksi näihin uudenaikaisiin suureihin, on ilmeinen. Esimerkiksi kuvissa 12 ja 13 näytettyihin testeihin perustuen, on seuraava kaava johdettu nuorrutusteräksen kaltevuuseksponentin laskemiseksi, ks. kuvaa 14:

$$k = \frac{k_o - k_{\infty}}{(1 + \chi^*)^p + \frac{1}{K_R^p} - 1} + k_{\infty} \quad \text{kaltevuuseksponentti,} \quad (11)$$

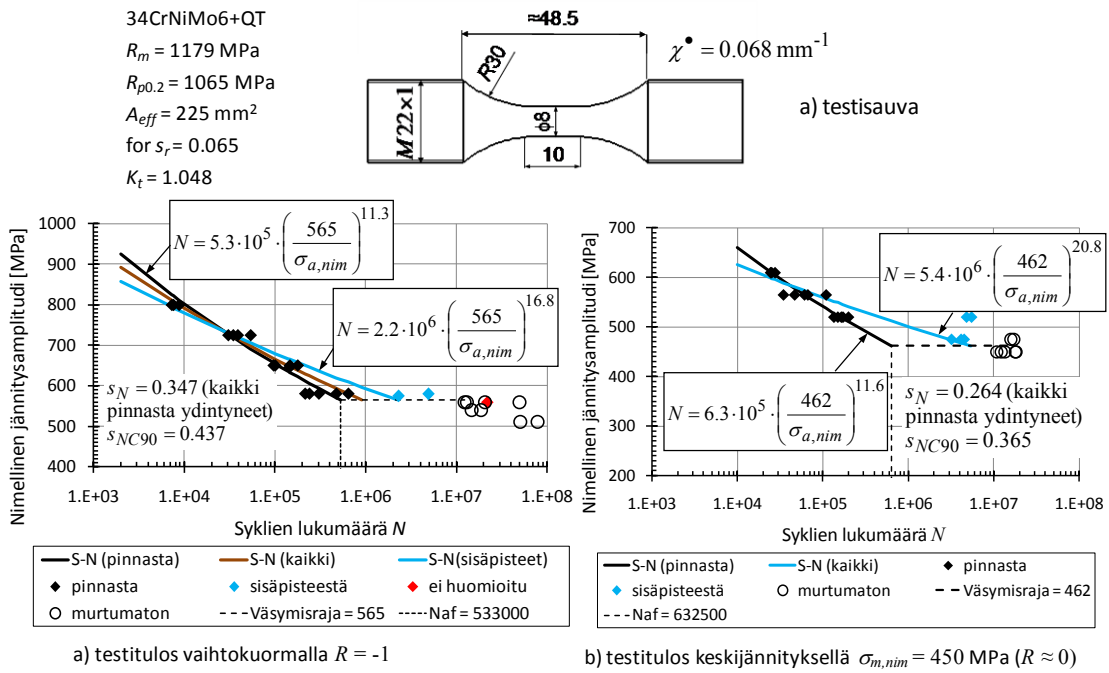
$$N_{af} \approx 6 \cdot 10^5 \quad \text{rajasykliluku,} \quad (12)$$

$$\chi^* = \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \frac{d\sigma}{dx} \quad \text{suhteellinen jännitysgradientti} \quad (13)$$

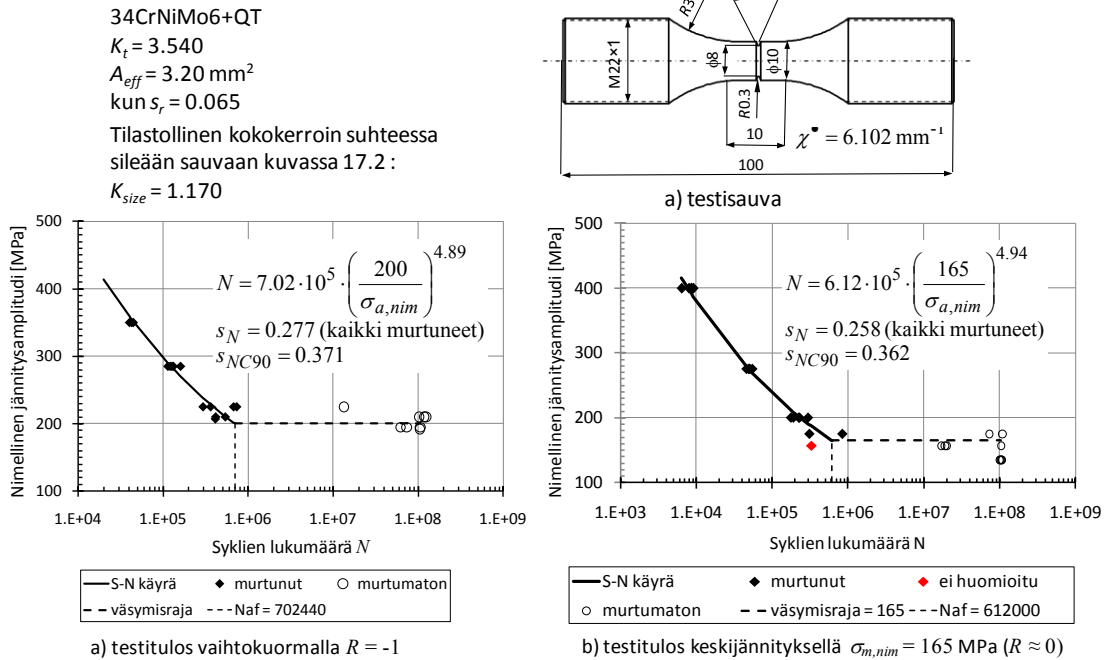
missä χ^* on suhteellinen jännitysgradientti, k_o lovetoman kappaleen (testisauvan) kaltevuuseksponentti, $k_o = 11.6$ ydintyminen pinnasta, $k_o = 16.8$ ydintyminen pinnan alta, k_{∞} eksponentti hyvin terävälle lovelle (≈ 3 , vertaa Parisin kaavaan). Tämä arvo on myös Leitfadenin oletusarvo. K_R on pinnan laadun kerroin ja p on eksponentti jonka arvo on $p = 0.77$ kun ydintyminen tapahtuu pinnasta ja vastaavasti $p = 1.015$ ydintymiselle pinnan alta.

Spektritestit ja Gassner-käyrät

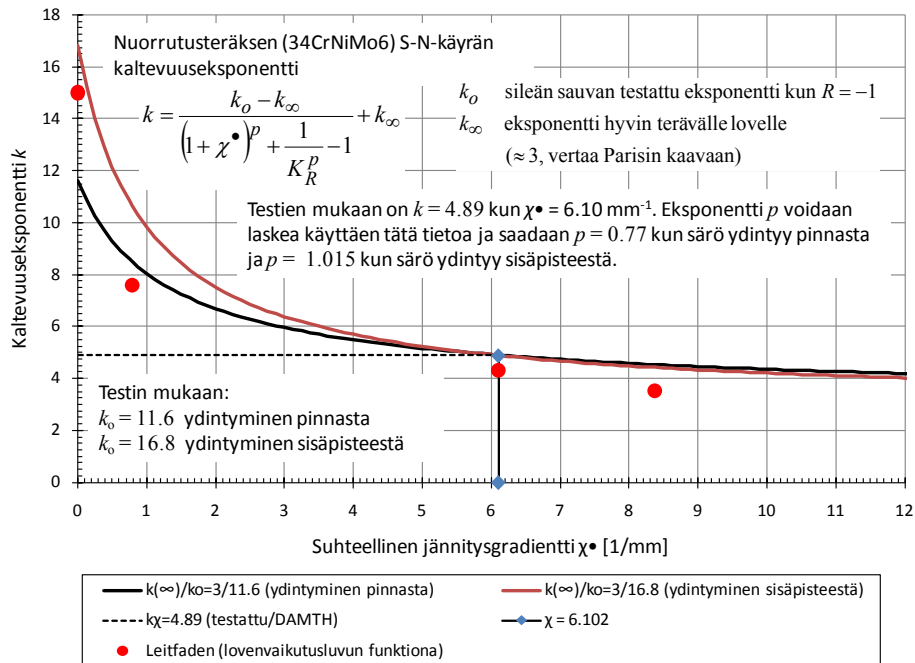
Eliniän laskemiseen, edellisissä luvuissa osoitetun kumulatiivisen vaurioteorian avulla, liittyy hyvin paljon epävarmuutta. Tämän takia esimerkiksi IIW antaa eri rakenteille ja kuormitustyypeille, taulukossa 2 olevat sallitut vauriosummat silloin kun käytetään E. Haibachin mukaista S-N-käyrän laajennusta. Tämän epävarmuuden takia on suositeltavaa jos mahdollista, suorittaa väsytestit käyttämällä todellista kuormitusta muistuttavia jännitysspektrejä. Tässä yhteydessä puhutaan usein Gassner-käyristä, koska E. Gassner oli edelläkävijä tällaisten testien suorittamisessa. Kuvissa 12, 13 ja 14 näytetyt nuorrutusteräkselle suoritettut testit täydennettiin erikoisilla spektritesteillä. Niissä kuormitushistoria vastasi niiden dieselmoottorien osien jännityshistoriaa joissa moottorin käynnistys aiheuttaa suuren low-cycle-”alikuorma”-jännityssyklin ja high-cycle-syklit riippuvat sytytyspaineesta ja massavoimista. Testispektrin yhden lohkon periaatteellinen jännityshistoria on näytetty kuvassa 15. Testimatriisin testipisteet näytetään kuvan 16 Haigh-diagrammiin sijoitettuna. Spektritestin tulokset on esitetty tiiviissä muodossa kuvassa 17.



Kuva 12. S-N-käyrän testaus sileillä nuorrutusterässauvoilla



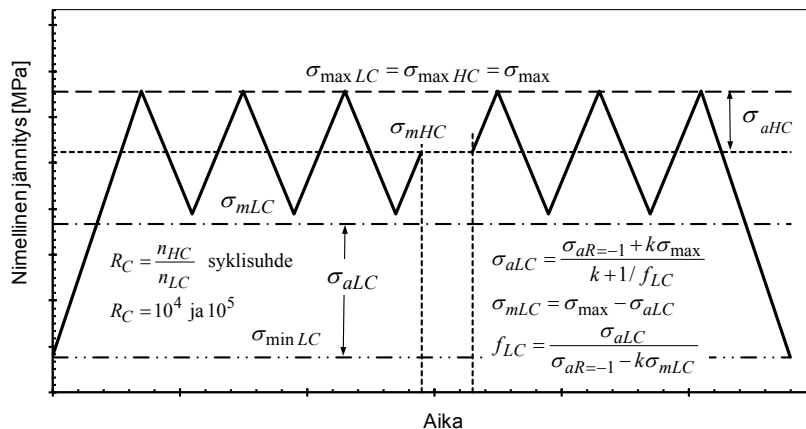
Kuva 13. S-N-käyrän testaus lovetuilla nuorrutusterässauvoilla



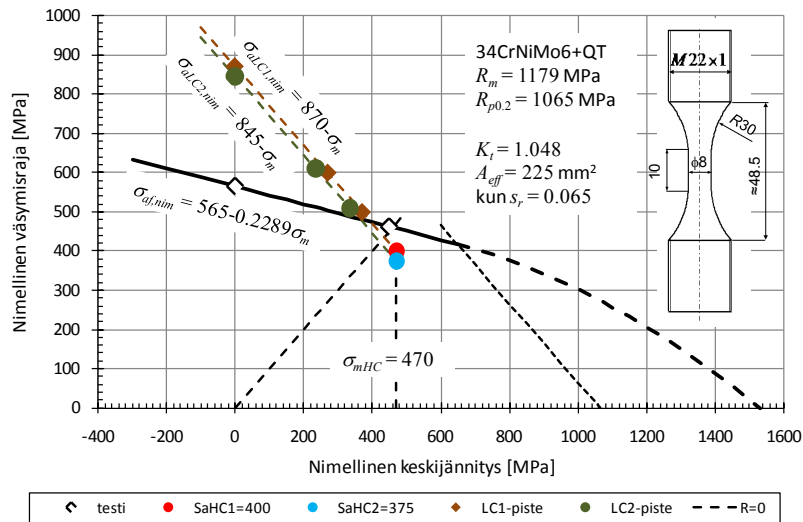
Kuva 14. Nuorrutusteräksen S-N-käyrän kaltevuuseksponentti.

Taulukko 2. Sallittu vauriosumma IIW:n mukaan kun käytetään Haibachin mukaisesti modifioitua S-N-käyrää.

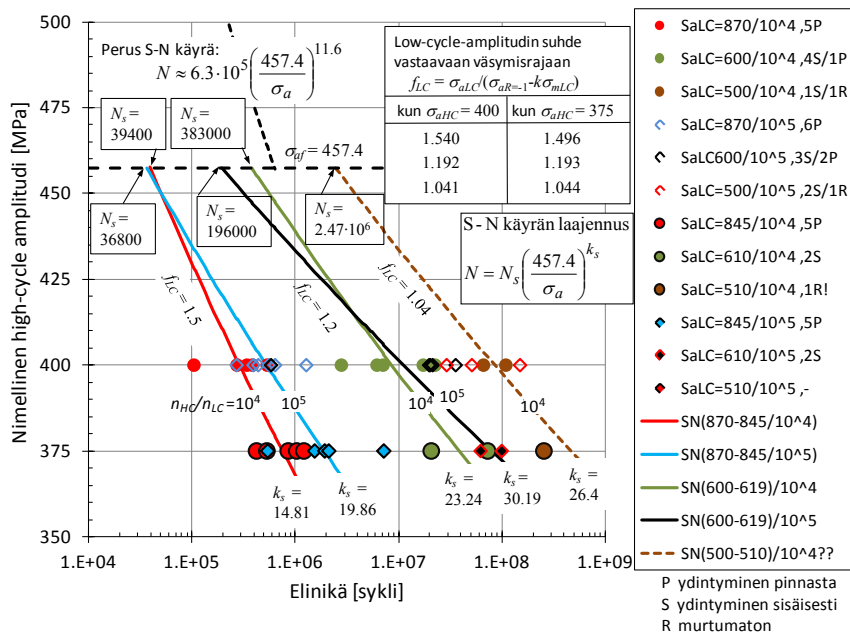
Materiaali (teräs, alumiini)	Sallittu vauriosumma D	
	keskijännitys on vakio	keskijännitys muuttuu
Hitsaamattomia osia (valssattu, taottu)	0.3	0.1
Hitsatut tai valetut osat	0.5	0.2



Kuva 15. Spektritestin yhden lohkon periaatteellinen kuvaus.



Kuva 16. Testimatriisin testauspisteiden kaavamainen esitys Haigh-diagrammissa.



Kuva 17. Sileillä sauvoilla suoritettujen spektritestien tulokset. (4S/1P tarkoittaa 4 sisäpisteestä ja 1 pinnasta ydintynyttä sauva). Nimellinen high-cycle keskiännitys on 470 MPa.

Kuvassa 17 näytetyt spektritestin tulokset ovat hyvin mielenkiintoiset ja tärkeitä. Esitetyjä käyriä, jotka kuvaavat vain high-cycle-kuormaa, voidaan samalla käyttää suunnittelukäyrinä silloin kun vaikuttava spektri on samantyyppinen kuin edellä näytetty. Erikoisesti on huomattava, että laajennuksen alkupiste siirtyy kohti suurempaa sykliä mitä pienemmäksi niin kutsuttu ylityskerroin f_{LC} tulee. Ylityskertoimeksi kutsutaan tässä yhteydessä low-cycle-amplitudin suhdetta vastaavaan väsymisrajan mediaaniarvoon.

Laajennuksien kaltevuuseksponentti vaihtelee huomattavasti ylityskertoimen ja syk-lisuhteen R_C mukaan. Syklisuhte on yhden kuormituslohkon sisältämän high-cycle syk-lien lukumäärä, eli high-cycle-sykliden ja low-cycle-sykliden lukumäärien suhde. Eräs hyvin tärkeä havainto oli että laajennuksien keskimääräinen eliniän logaritminen keski-hajonta on 0.5...0.7 välillä. Kuvan 11 suositeltava tapa redusoida S-N-diagrammi ja sen laajennus saa näin ollen vahvistuksensa.

Eräs tämän testin päätavoitteita oli selvittää löytyykö low-cycle-syklin suuruudelle jokin kynnyksisarvo jonka alapuolella kumulatiivista väsymistä ei enää synny. Tässä suh-teessa testitulokset olivat aivan selvät. Sellaista kynnyksisarvoa ei löydy. Tietynä todennäköisyydellä kumulatiivista väsymistä syntyy aina, jos low-cycle-syklin amplitudi on suurempi kuin vastaava väsymisraja redusoituna vastaamaan suurinta sallittua vaurioi-tumisriskiä.

Defektijakaumiin perustuva mitoitus

Yllä on tähdennetty että väsymissäron ydintyy yleensä jostakin aineviasta. Tietyn materi-aalin ainevikajakauma määrää itse asiassa hyvin pitkälle tämän materiaalin väsymisra-ajan. Näin ollen on helppoa ymmärtää, että jos väsymismitoituksen perustaksi voitaisiin ottaa defektijakaumat, tämä tarjoaisi monta etua. Viime vuosikymmenien edistysaske-leet lyhyen särön murtumismekaniikan ymmärtämisessä tarjoaa nykyään todellisen mahdollisuuden laskea materiaalin väsymisrajan sen jälkeen kun kriittisen pisteen aine-vian odotusarvo on ensin selvitetty. Defektijakaumien käyttö on myös oivallinen työka-lu vauriotutkimuksessa ja lisäksi tämä tulee vielä parantamaan teollisuuden laatuohjei-den tasoa. Vuosina 2008-2010 edistettiin suomalaista tietämystä voimakkaasti näistä asioista eräässä suuressa FATE-DEFEX:ksi kutsutussa tutkimusprojektissa [11]. Tässä luvussa esitettävät muutamat tärkeimmät tutkimustulokset ovat suurelta osin kyseisestä projektista.

Ainevikajakaumiin perustuva mitoitus edellyttää ilmiön satunnaisuuden huomi-oimista alusta loppuun. Koska kone-elimen kriittisen pisteen maksimidefektin määrää väsymisrajan, on maailmassa tässä yhteydessä yritetty käyttää hyväksi varsinaista ää-riarvoteoriaa. Meteorologit ovat kauan käyttäneet menestyksellä hyväksi tällaisia ää-riarvojakaumia tulvien ja myrskyjen ennustamisessa. Materiaalien aineviat ovat kuiten-kin tyypillisesti epämetallisia sulkeumia ja näitä sulkeumia on montaa eri tyyppiä. Jo-kainen sulkeumatyyppi seuraa omaa perusjakaumaa ja ilmeisesti tämä johtaa siihen että resuoltoivaa ääriarvojakaumaa on hyvin vaikeaa määrittellä yksiselitteisesti. Eräs FATE-DEFEX:in tuloksista oli, kuten myöhemmin tullaan osoittamaan, että yhtä hyvin voi-daan käyttää tunnettua lognormaalijakaumaa ääriarvojen kuvaamiseen kuin varsinaisia ääriarvojakaumia kuten Gumbelin, Frechetin ja yleistetyn ääriarvoteorian (GEV) ja-kaumia.

Ääriarvojakauma

Ääriarvojakauma muodostuu kun otetaan tietty lukumäärä referenssialueita ja jokaisesta alueesta etsitään tämän kontrollialueen sisältämän perusjakauman suurin ainevika. Löy-detyt maksimidefektit järjestetään suuruusjärjestykseen ja kun merkitään näiden maksii-

mivikojen lukumääräksi n muodostetaan ensin empiirinen kertymäfunktio F_i seuraavalla tavalla:

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n \quad \text{järjestetyt maksimidefektit,} \quad (14)$$

$$F_i = \frac{i}{n+1} . \quad (15)$$

Teoreettisen jakauman sovittaminen empiiriseen dataan voi tapahtua monella eri tavalla. Monesti suurimman uskottavuuden teoria (ML, Maximum Likelihood) antaa parhaan sovituksen. Hyvin usein käytetään Gumbelin jakaumaa kuvaamaan ainevikojen ääriarvojakaumaa. Tällä jakaumalla on seuraava tiheys- ja kertymäfunktio.

$$f(a) = \frac{1}{\sigma} \cdot e^{-\frac{a-\mu}{\sigma}} \cdot e^{-e^{-\frac{a-\mu}{\sigma}}} \quad \text{tiheysfunktio,} \quad (16)$$

$$F(a) = e^{-e^{-\frac{a-\mu}{\sigma}}} = P(\text{vikakoko} \leq a) \quad \text{kertymäfunktio,} \quad (17)$$

missä a on defektin koko, μ paikkaparametri ja $P(\mu) = 1/e = 0.3679$ σ skaalaparametri.

Gumbelin jakauman keskihajonta s ja odotusarvo a_m (keskiarvo) saadaan seuraavilla kaavoilla, missä Eulerin vakio $\gamma = 0.57721$:

$$s = \frac{\pi\sigma}{\sqrt{6}} , \quad (18)$$

$$a_m = \mu + \sigma \cdot \gamma . \quad (19)$$

Usein on hyödyllistä esittää kaava (17) seuraavassa muodossa ottamalla käyttöön niin sanottu redusoitu muuttuja y :

$$y = -\ln(-\ln P) , \quad (20)$$

$$a = \mu + \sigma \cdot y . \quad (21)$$

Kun sovitetaan Gumbelin jakauma testidataan ML-menetelmällä, on etsittävä μ, σ -avaruudessa ne arvot jotka antavat seuraavalle lausekkeelle maksimiarvon:

$$L(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^n f(a_i; \mu, \sigma) . \quad (22)$$

On hyvä verrata Gumbelin jakauman ennusteita lognormaalijakaumaa käyttäen saatuihin ennusteisiin. Lognormaalijakauman parametrit lasketaan testidatasta käyttämällä momenttimenetelmää, eli seuraavia hyvin tunnettuja kaavoja:

$$\mu_{ln} = \frac{\sum \ln a_i}{n} \quad \text{logaritminen keskiarvo (mediaani),} \quad (23)$$

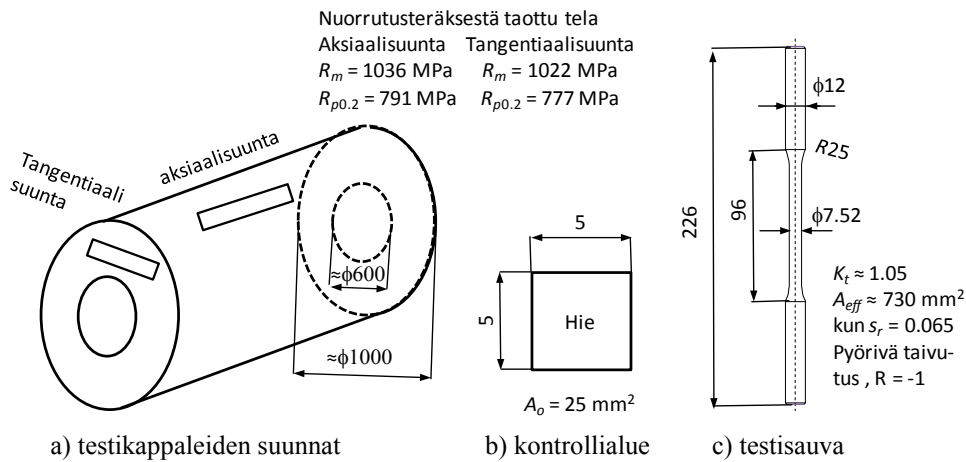
$$s_{ln} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\ln a_i - \mu_{ln})^2} \quad \text{logaritminen keskihajonta.} \quad (24)$$

FATE-DEFEX-projektin tela

Suurimpia hyötyjä ainevikajakaumien tuntemisesta on se, että on mahdollisuus laskea minkä suuruinen vika on odotettavissa erikokoisissa materiaalivolyyeissa tai niiden pinnoissa. Koska meteorologit olivat edelläkävijöitä ääriarvoteorian soveltamisessa, he ottivat käyttöön ekstrapoloinnissa sellaisen muuttujan kuin toistuvuusjakson T (return period). Toistuvuusjakso meteorologiassa on tutkittavan ajanjakson pituus suhteessa sen

kontrolliajanjakson T_o pituuteen, joista tulvan tai myrskyn maksimiarvoja on tilastoitu. Usein tilastoidaan jokaisen vuoden (T_o) aikana mitattu maksimiarvo kymmenien vuosien aikana. Toistuvuusjaksoa käyttämällä saadaan esimerkiksi voimakkuus sille myrskylle joka ylittyy keskimäärin kerran tämän jakson aikana. Tällaisen määritelmän täsmällistä merkitystä on vaikea ymmärtää, varsinkin kun kyse on materiaalien vikajakaumista. Siksi L. Makkonen et al. [12] ovat kehittäneet vikajakaumia varten oman täsmällisemmän toistuvuusjakson määritelmä, jota käytetään mediaaniarvon ekstrapoloinnissa.

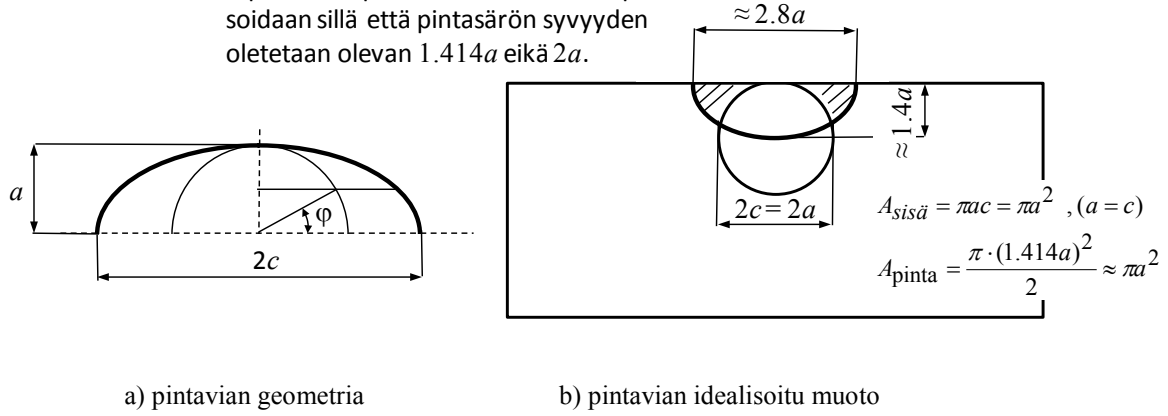
Ekstrapoloinnissa voidaan myös, kuten L. Makkonen et al. esittävät, käyttää heikoimman lenkin teoriaa. Jotta ekstrapoloinnin merkitys tulisi mahdollisimman hyvin ja monipuolisesti valaistuksi käytetään hyväksi FATE-DEFEX-projektissa saatuja laajoja testituloksia. Tässä yhteydessä esitettävät testitulokset koskevat kuvassa 18 esitettyä, isosta paperitelasta otettuja väsytestisauvoja ja hieitä joille suoritettiin vikakartoitus mikroskoopin avulla. Kyseiset testit on tarkemmin selostettu mm. A. Roikon [13] diplomityössä. Kuvassa on näytetty sekä telan periaatekuva että miten aksiaali- ja tangentialisauvat ja hieit otettiin. Itse asiassa koekappaleet otettiin kolmesta eri syvyydestä mutta tässä esityksessä ei yritetä selvittää mahdollista syvyysvaikutusta defektijakaumiin. Hieistä löydetyt maksimidefektijakaumat aksiaalisuunnassa ja tangentialisuunnassa on esitetty kuvissa 20 ja 21. Väsytestisauvojen murtopinnoista särön ydintymiskohdasta löydetyt defektit on esitetty aksiaalisuunnassa, kuvat 22 ja 23, ja tangentialisuunnassa, kuva 24.



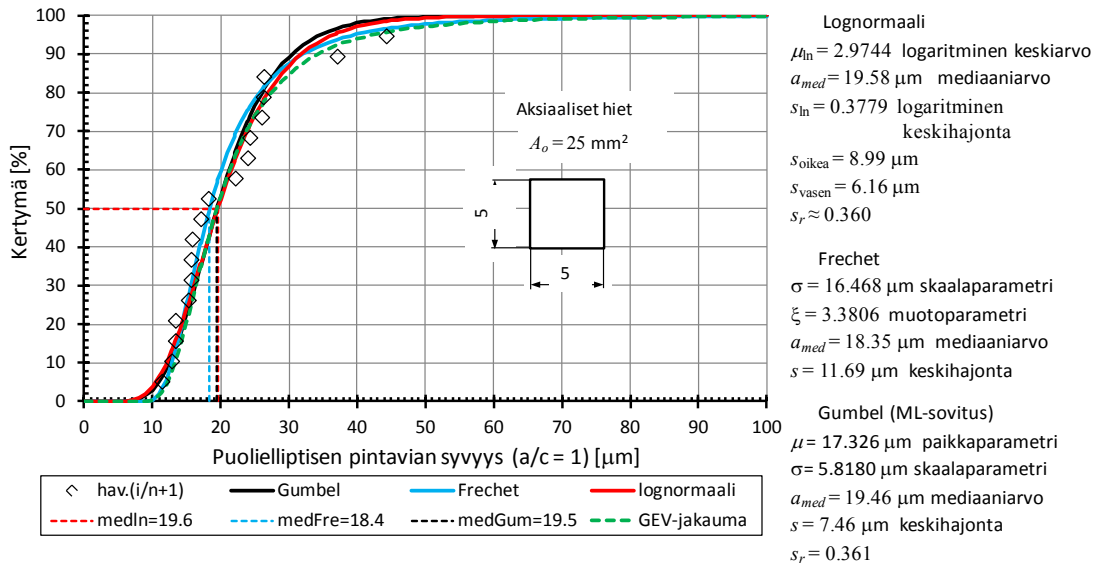
Kuva 18. Tela ja siitä otetut testikappaleet.

Koska aksiaalisuuntaisista testisauvoista löydettiin yksi poikkeava hyvin suuri ainevika, oli kyseenalaista voiko sitä enää ottaa mukaan kyseiseen jakaumaan. Siksi kuva 23 näyttää aksiaalisuunnan jakauman ilman tätä poikkeavaa havaintoa. On myös huomiotava että tässä tapauksessa tutkittiin myös murtumattomien sauvojen maksimidefektit ajamalla nämä sauvat murtumaan korotetulla jännitysamplitudilla. Särö ydintyi näissä testisauvoissa melkein aina pinnasta. Siksi ekstrapoloinnissa voidaan käyttää hyväksi sauvojen tehollista jännityspinta-alaa. Kuvissa on vaaka-akselissa muuttujana kuvan 19 mukainen puolipyöreä pintasärö.

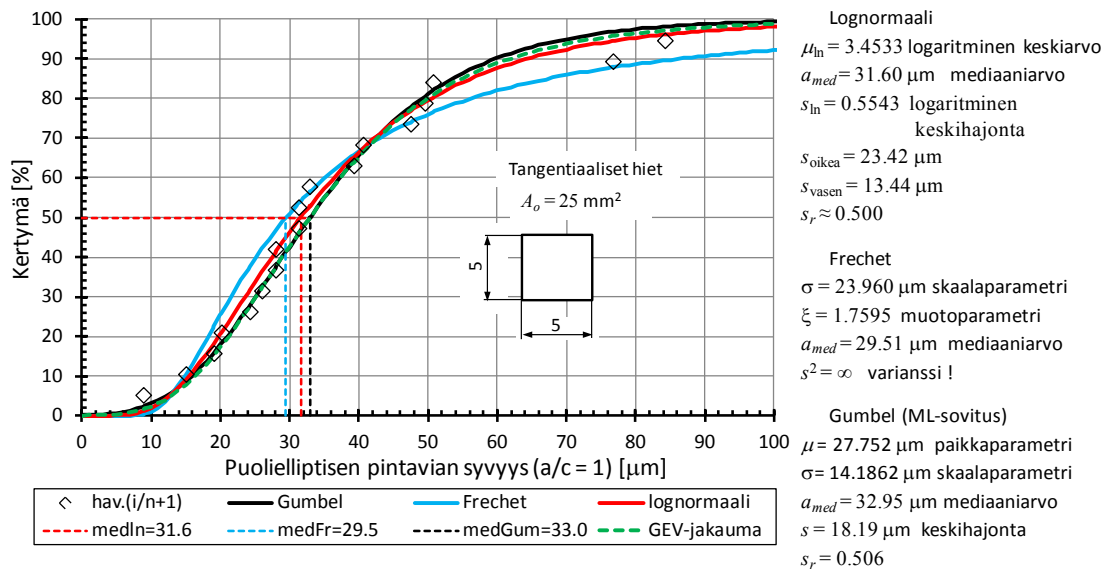
Särön kasvu terävien reuna-alueiden läpi tapahtuu nopeasti. Tämä vaihe kompensoidaan sillä että pintasärön syvyyden oletetaan olevan $1.414a$ eikä $2a$.



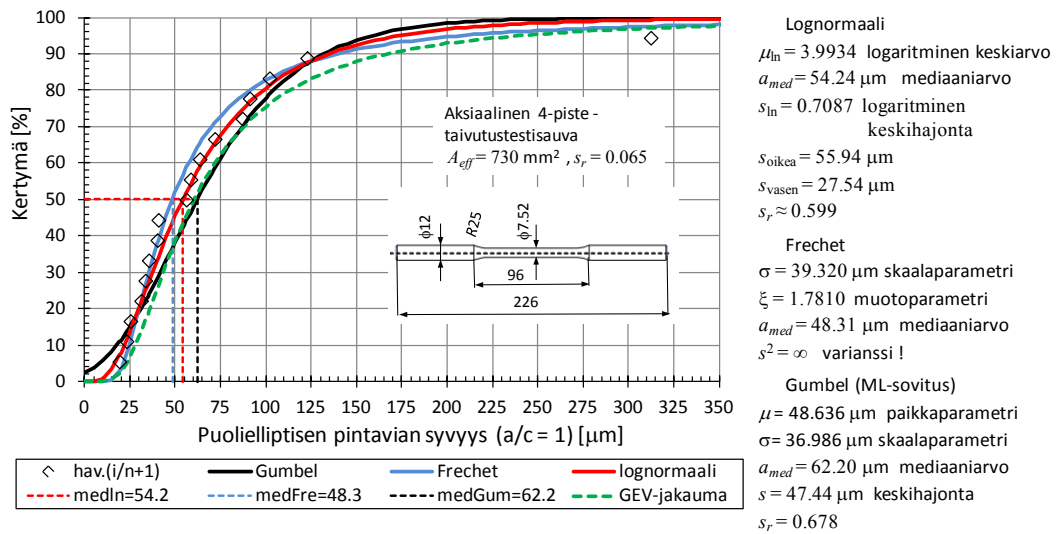
Kuva 19. Ainevian muuttaminen ideaaliseen matemaattiseen muotoon silloin kun jännityskenttä on tasainen.



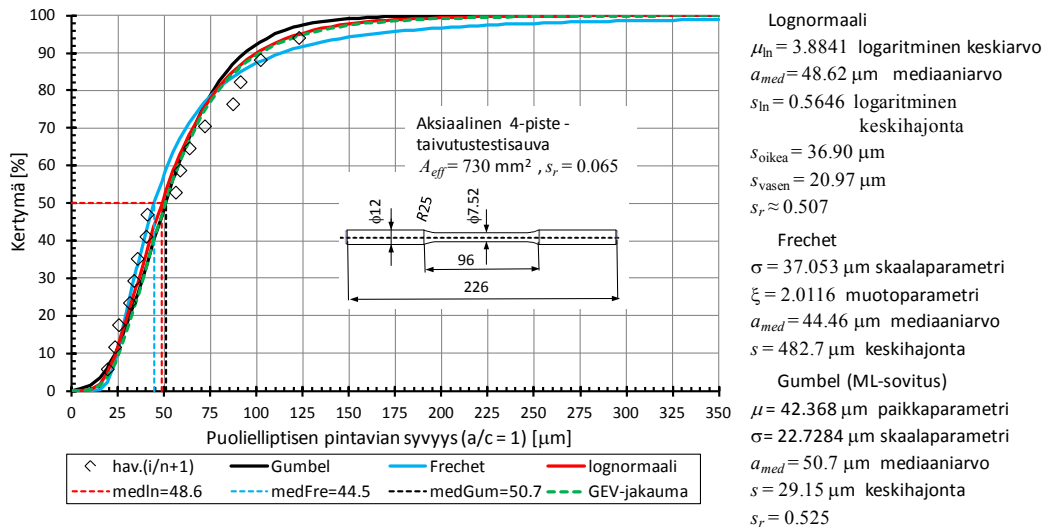
Kuva 20. Aksiaalihieiden maksimidefektit.



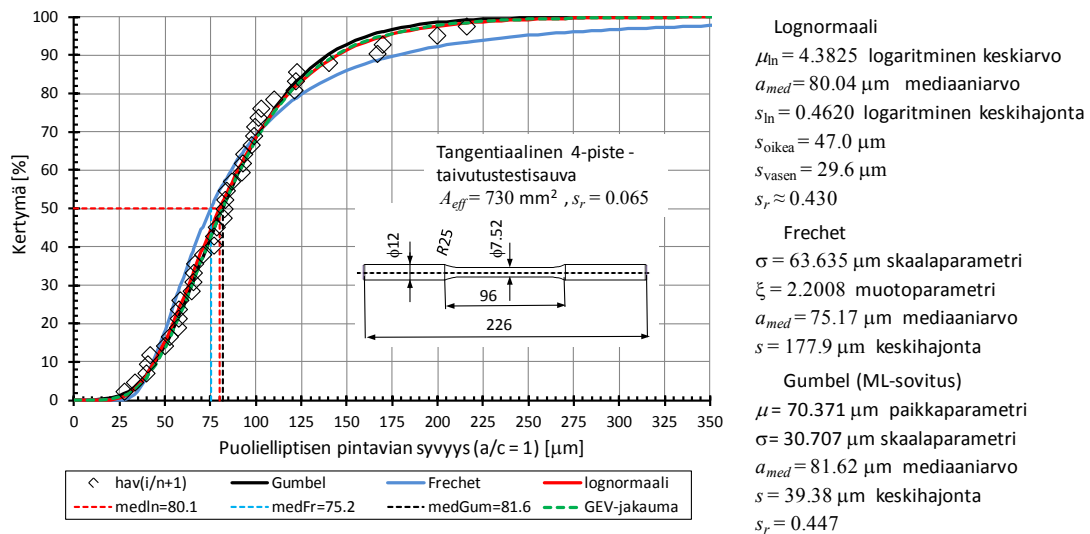
Kuva 21. Tangentiaalihieiden maksimidefektit.



Kuva 22. Aksiaalitestisauvojen murtopintojen maksimidefektit kun otetaan huomioon erittäin suuri ainevika $312.2 \mu\text{m}$.



Kuva 23. Aksiaalisauvojen murtopintojen maksimidefektien jakauma kun jätetään huomioimatta hyvin suuri ainevika 312.2 µm.



Kuva 24. Tangentiaalisauvojen murtopintojen maksimidefektit.

Testitulosten valossa voidaan vetää seuraavat johtopäätökset:

- Vaikka lognormaalijakaumaa ei pidetä varsinaisena ääriarvojakaumana sopii se kuitenkin silmämääräisesti katsoen parhaiten kuvaamaan testituloksia.
- Gumbelin ML-sovituksella saatu jakauma ja lognormaalijakauma antavat hyvin samansuuntaiset tulokset. Gumbelin jakauman ennusteesta poiketen, muuttuu keskihajonta voimakkaasti hiestä testisauvaan mentäessä.
- Yleistetty ääriarvoteoria antaa useimmissa tapauksissa melkein täsmälleen saman jakaumakäyrän kuin lognormaalijakauma. Näin ollen on syytä olettaa, että ekstrapoloinnissa keskihajonta on Gumbelin mukaisen ja Frechetin mukaisen ennusteen

välillä.

- Frechetin jakauma sopii silmämääräisesti katsoen huonoimmin testituloksiin. Erikoisesti hieistä testisauvoihin ekstrapoloitaessa. Kuitenkin testitulokset ovat keskihajonnan osalta hyvin lähellä tämän jakauman ennustetta.
- Yleisenä suosituksena voisi näin ollen olla Gumbelin jakauman tai lognormaalijakauman käyttö defektijakaumien kuvaamiseen. Lisäolettamuksena on kuitenkin, että suhteellisen keskihajonnan on pysyttävä vakiona ekstrapoloitaessa.
- Väsymisrajan anisotropia saa tulosten valossa luonnollisen selityksen koska tangentiaalikkappaleilla, sekä sauvoilla että hieillä, on noin 60...70 % suuremmat defektien mediaaniarvot.

Ekstrapolointi

Kun oletetaan kuten edellisessä luvussa olevien testien kohdalla että ydintyminen tapahtuu pinnasta, on ekstrapoloinnissa käytettävä tehollisia jännityspinta-aloja. Kun käytetään heikoimman lenkin teoriaa, on lenkkien lukumäärä aina määriteltävä niin että se on suuremman pinta-alan suhde pienempään. Tässä selostetaan vain toistuvuusjakson käyttöä jossa lenkkien lukumäärä on aina tutkittavan kappaleen pinta-ala suhteessa referenssin pinta-alaan ja näin ollen lukumäärä saa myös olla pienempi kuin yksi. Itse asiassa ei käytännön kannalta ole mitään eroa sillä kumpaaako menetelmää käytetään. Toistuvuusjakson käyttö ja heikoimman lenkin teorian käyttö antavat hyvin samanlaiset tulokset.

Oletuksena on että on olemassa referenssialue (kontrollialue) jolle on todettu maksimille jakauma $F(a)$ tekemällä sovitus, jolloin pätee arvon a ei-ylitys-todennäköisyys:

$$P_{ref}(a) = F(a) \quad (25)$$

Kun toistuvuusjakso määritellään kuten Y. Murakami tekee, käyttäen kappaleen pinta-alan ja referenssipinta-alan suhdetta, joudutaan loogisiin vaikeuksiin. Nämä vaikeudet ovat L. Makkonen et al. selvästi osoittaneet. Defektijakaumille on siksi kehitetty loogisempi toistuvuusjakson määritelmä, eli

$$T = \frac{A_{eff} + A_{ref}}{A_{ref}} \quad (26)$$

toistuvuusjaksoa vastaavan ainevian hyvä likimääräinen mediaaniarvo saadaan seuraavan kertymäfunktion arvon kohdalla:

$$n = \frac{A_{eff}}{A_{ref}} \quad \text{lenkkien lukumäärä,} \quad (27)$$

$$P = 1 - \frac{1}{T} = \frac{A_{eff}}{A_{eff} + A_{ref}} = \frac{n}{n+1}. \quad (28)$$

Kun tarkastellaan molemmille kappaleille niitä muuttujan arvoja, joille $P = 0.5$ (mediaani) saadaan

$$F(a_{ref,50\%}) = 0.5 \quad \text{referenssikappale,} \quad (29)$$

$$F(a_{kap,50\%}) = P \quad \text{tutkittava kappale.} \quad (30)$$

Vastaavat vikakoot saadaan kertymäfunktion käänteisfunktiolla, eli

$$a_{ref,50\%} = F^{-1}(0.5), \quad (31)$$

$$a_{kap,50\%} = F^{-1}(P). \quad (32)$$

Saadaan seuraava tilastollinen kokokerroin, jos se määritellään niin että se on aina suurempi kuin yksi. Tällöin kerrotaan referenssiarvon kokokertoimella mikäli kappaleen jännityspinta-ala on suurempi kuin referenssin vastaava ala, ja jaetaan jos se on pienempi.

$$K_{size} = \frac{a_{kap,50\%}}{a_{ref,50\%}} \quad \text{jos } A_{eff} > A_{ref}, \quad (33)$$

$$K_{size} = \frac{a_{ref,50\%}}{a_{kap,50\%}} \quad \text{jos } A_{eff} < A_{ref}. \quad (34)$$

Kun toistuvuusjakso määritellään kaavan (26) avulla, saadaan mediaaniarvo oikeaan kohtaan koska kun $A_{eff} = A_{ref}$ on $P = 0.5$ kuten pitääkin.

Esitettyä teoriaa voidaan nyt testata kuvissa 20...24 esitettyyn testidataan. Taulukossa 3 on ekstrapoloitu hieistä sauvoihin ja taulukossa 4 sauvoista hieisiin. Yleisesti voidaan todeta että Gumbelin jakaumaa ja lognormaalijakaumaa käyttäen saadaan hyviä mediaaniarvojen ennusteita. Sitä vastoin Frechetin jakauma antaa usein hyvin huonoja ennusteita.

Taulukko 3. Ekstrapolointi hieistä sauvoihin kun lenkkien lukumäärä on $n = 730 / 25 = 29.2$.

Raevuo	Lognormaali		Gumbel		Frechet	
	$a_{med,eks}^{1)}$ [μm]	$a_{med,hav}$ [μm]	$a_{med,eks}$ [μm]	$a_{med,hav}$ [μm]	$a_{med,eks}$ [μm]	$a_{med,hav}$ [μm]
Aksiaalinen	39.2	48.6	37.1	50.7	44.9	44.5
Tangentiaalinen	87.5	80.0	75.9	81.6	164.7	75.2

¹⁾ ekstrapoloitu mediaaniarvo $a_{med,eks}$ ja havaittu mediaaniarvo $a_{med,hav}$

Taulukko 4. Ekstrapolointi sauvoista hieisiin kun lenkkien lukumäärä on $n = 25 / 730 = 0.0342$.

Raevuo	Lognormaali		Gumbel		Frechet	
	$a_{med,eks}$ [μm]	$a_{med,hav}$ [μm]	$a_{med,eks}$ [μm]	$a_{med,hav}$ [μm]	$a_{med,eks}$ [μm]	$a_{med,hav}$ [μm]
Aksiaalinen	17.2	19.6	14.5	19.5	20.1	18.4
Tangentiaalinen	34.2	31.6	32.7	33.0	36.5	29.5

Väsymisrajan ja vikakoon välinen yhteys

Väsymissärö ydintyy useimmiten jostakin aineviasta lähtien kuten aikaisemminkin on mainittu. Jotta materiaalin tunnettua defektijakaumaa voitaisiin hyödyntää, on pystyttävä arvioimaan väsymisrajan riippuvuus vikakoosta. Nykyaikainen murtumismekaniikka tarjoaa tähän ongelmaan luonnollisen lähestymistavan. Aineviat ovat kuitenkin hyvin pieniä. Liikutaan niin sanotun lyhyen särön alueella missä lineaarinen kimmoinen murtumismekaniikka ei enää toimi. Nykyään suoritetaan maailmassa hyvin paljon tähän alueeseen liittyvää tutkimusta mutta mitään lopullista teoriaa ei ole vielä olemassa. Hyvin laajaa käyttöä on kuitenkin saavuttanut niin sanottu El Haddad et al.

[14] lyhyen särön modifiointi. Kun väsymisrajan ja defektikoon suhde kuvataan Kitagawa-Takashi diagrammissa (K-T-diagrammi) käyttämällä El Haddad et al. lyhyen särön modifiointia, saadaan kohtalaisen hyvä yhtäpitävyys ennusteiden ja testitulosten välillä niin kuin alempana tullaan näyttämään. Myös Y. Murakamin käyttämä menetelmä, missä sovitetaan tässä diagrammissa suora viiva, eli potenssifunktio havaintoihin toimii yhtä hyvin, kun tutkittava ainevikojen vaihteluväli on rajattu.

Eräs toinen vaikeus johon törmätään, kun halutaan muuttaa jonkun materiaalin ainevika vastaavaksi väsymisrajaksi, on että tarvitaan tietoa jännitysintensiiteetti-kertoimen kynnsarvosta. Tällaista tietoa löytyy rajallisesti, ja siihen mitä löytyy on suhtauduttava tietyllä varovaisuudella niin kauan, että arvojen pitävyys on voitu varmistaa omilla testeillä. Kolmas ongelma koskee lyhyen särön yleistä käyttäytymistä. Tapahtuuko esimerkiksi särön sulkeutuminen puristusjännityksellä myös lyhyellä säröllä? Voidaan kuitenkin todeta että sekä El Haddad et al. modifioitu K-T diagrammi että Murkamin ehdottama menetelmä voivat antaa hämmästyttävän hyviä ennusteita. Tämä on havainnollistettu kuvassa 25 niillä testituloksilla jotka on saatu yllämainitusta terästelasta otetuilla aksiaalिसauvoilla. Kuvassa 25 on käytetty testattua paikallista väsymisrajaa $\sigma_{aR=-1} = 486.6$ MPa ja suhteellista keskiahajontaa $s_r = 0.115$. On syytä huomata että suhteellinen keskiahajonta on epätavallisen suuri. Tämä on ilmeisesti seurausta siitä että testisauvat otettiin monesta eri paikasta telan syvyysuunnassa. Jännitysintensiiteetti-kertoimen kynnsarvo $\Delta K_{th} = K_{max} = 6.3 \text{ MN/m}^{3/2} = 199.2 \text{ N/mm}^{3/2}$ jännityssuhteella $R = -1$ on otettu AFGROWin [15] materiaalitetiedostosta. Kynnsarvo muuttuu huomattavasti murtorajan funktiona AFGROWin materiaalitetiedoston mukaan. Kynnsarvossa $6.3 \text{ MN/m}^{3/2}$ tämä on huomioitu lineaarisella interpoloinnilla. Vain jännitysvaihteluvälin positiivinen osa on huomioitu niin kuin pitkille säröille yleensä tehdään ja lisäksi huomioimatta vaikutuksia jotka voivat tulla jäännösjännitystilän aiheuttamasta särön sulkeutumisesta jo ennen kuin jännitys on nolla.

El Haddad et al. antavat seuraavan väsymisrajan vaihteluvälin $\Delta\sigma_{af}$ ja jännitysintensiiteetikertoimen kynnsarvon ΔK_{th} välisen relaation:

$$\Delta\sigma_{af} = \frac{\Delta K_{th}}{C\sqrt{\pi(a+a_0)}}. \quad (35)$$

Vakio C on geometriakerroin jonka arvo puolielliptiselle pintasärölle tasaisessa jännityskentässä on 0.713 kun akselisuhde $a/c = 1$ ja a on särön syvyys.

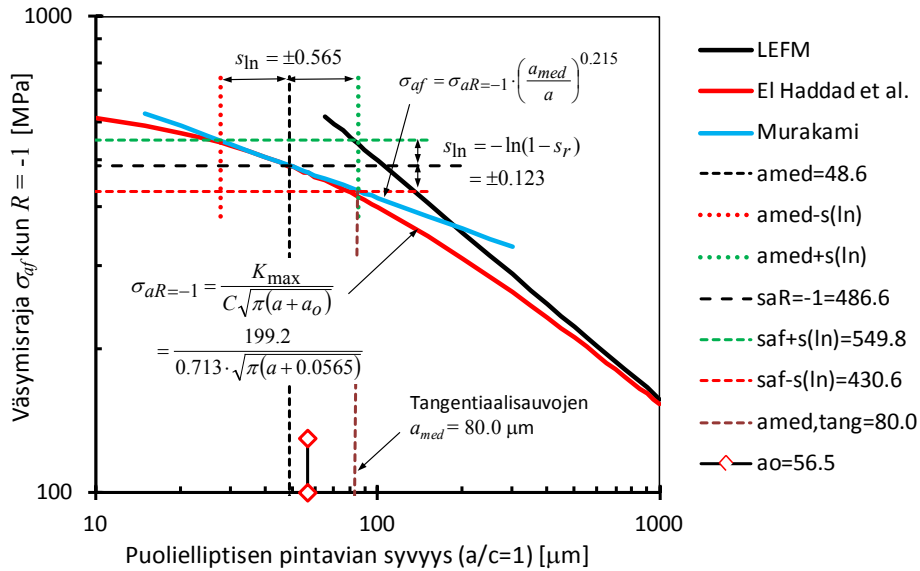
Kaavan (35) sisäinen särönpituus (intrinsic crack length) on nyt sovitettava niin että $\Delta\sigma_{af} = \sigma_{aR=-1}$ silloin kun a on yhtä kuin havaittu murtopintojen defektien mediaaniarvo $a_{med} = 48.6 \mu\text{m}$ (lognormaalia käyttäen, kuva 23). Jos väsymisrajaa kuvaava käyrä vielä leikkaa pisteet $(\mu_{ln}-s_{ln}; \sigma_{aR=-1}+s_{ln,\sigma})$ ja $(\mu_{ln}+s_{ln}; \sigma_{aR=-1}-s_{ln,\sigma})$ niin havaittu defektikoon keskiahajonta ja väsymisrajan havaittu keskiahajonta sopivat myös yhteen. Kuvasta 25 huomataan että kun valitaan sisäinen säröpituus $a_0 = 56.5 \mu\text{m}$ saadaan erinomainen yhtäpitävyys testitulosten ja ennusteiden välillä.

Murakamin menetelmää käyttäen on sovitettava seuraava potenssikaava testituloksiin:

$$\sigma_{af} = \sigma_{aR=-1} \cdot \left(\frac{a_{med}}{a}\right)^p. \quad (36)$$

Kuvasta nähdään että kun eksponentin arvo on $p = 0.215$, kuvaa myös Murakamin ehdottama relaatio erittäin hyvin väsymisrajan riippuvuutta defektin koosta. El Haddad et

al. modifioinnin etu on itse asiassa siinä että se kuvaa ilmiön fysikaalisesti oikeammin ja laajemmalla alueelta ja näin ollen auttaa ymmärtämään väsymis-tapahtuman paremmin. Lisäksi kun ekstrapoloinnissa lenkkien lukumäärä on suuri yliarvioi Murakamin menetelmä väsymisrajan.



Kuva 25. El Haddad et al. modifioidun Kitagawa-Takahashi diagrammin sovittelemiseksi aksiaalissauvojen testituloksiin ja vertaileminen Murakami-tyyppiseen approksimointiin. Jännitysuhde $R = -1$.

Johtopäätökset

Jotta teollisuutemme kilpailukyky säilyisi ja jotta tiukentuvia luotettavuusmääräyksiä pystyttäisiin täyttämään on myös väsymisanalyysiä kehitettävä samalla tavalla kuin muita tekniikan alueita. On osoitettu miten suuria etuja saavutetaan kun väsymisanalyysissä otetaan käyttöön todennäköisyysteoria. Monet ennen hyvin huonosti ymmärretyt ilmiöt, kuten esimerkiksi väsymisen kokoeffekti, saavat luonnollisen selityksensä. Varmuuskäsite saa lujan pohjan kun vaadittu varmuuskertoimen lasketaan maksimin sallitun vaurioitumisriskin ja väsymisrajan keskihajonnan funktiona. Kumulatiivinen väsyminen on edelleen huonosti hallittua ja on tärkeää suorittaa väsytestausta giga-cycle-alueelle käyttämällä spektrikuormia. Erikoisen lupaavalta vaikuttaa murtumismekaniikan hyödyntäminen materiaalien havaituista ainevikajakaumista lähtien. Tällainen kehitystoiminta on kallista ja testitulosten hyvä tilastollinen käsittely asettaa vielä tiettyjä vaatimuksia testitosten kokeille mikä osaltaan lisää tällaisten testien kalleutta. On hyvin harvinaista ja samalla ilahduttavaa että Wärtsilä on päättänyt julkaista kirjan muodossa viimeisten 20 vuoden aikana suoritetujen testien tulokset sekä niihin liittyvän laskentamenetelmien kehitystyönsä.

Viitteet

- [1] R. Rabb. Todennäköisyysteoriaan Pohjautuva Väsymisanalyysi. Viimeistelyvaiheessa oleva kirja joka on tarkoitus julkaista vuonna 2013.
- [2] ISO 12107. Metallic materials – Fatigue testing – Statistical planning and analysis of data. First edition 2003-03-15.
- [3] Y. Murakami. Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions. Elsevier Science Ltd, 2002.
- [4] K. C. Kapur and L. R. Lamberson. Reliability in Engineering Design. John Wiley & Sons 1977.
- [5] A. Palmgren. Die Lebensdauer von Kugellagern. VDI-Z 69 (1924). Sivut 339-341.
- [6] M. A. Miner Cumulative fatigue damage. Trans. ASME. J. Appl. Mech. 12 (1945) A159-A169.
- [7] E. Haibach. Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1989.
- [8] M. Hanke und M. Hromir. Zur Berechnung der Betriebsfestigkeit nach der Schaden-Akkumulationshypothese von Corten-Dolan. Materialprüf. 11 (1969) Nr. 6 Juni.
- [9] IIW document IIW-1823-07 ex XIII-2151r4-07/XV-1254r4-07, December 2008. IIW Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components.
- [10] H. Gudehaus und H. Zenner. Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung. 4. Auflage. Verlag Stahleisen GmbH, Düsseldorf 2004.
- [11] Clean steels and fatigue survival with material imperfections (FATE-DEFEX). TEKESin rahoittama strateginen tutkimusprojekti vuosina 2008-2010. Projektiin osallistuivat tutkijoita VTT:ltä, Aalto-yliopistosta ja TTY:ltä. Lisäksi teollisuudesta oli mukana Wärtsilä Finland Oy (puheenjohtaja), Ovako Bar ja Metso Paper, Inc/Järvenpää.
- [12] L. Makkonen, R. Rabb, M. Tikanmäki, 2012: Size effect based on extreme value distribution of defects. Submitted to Probabilistic Engineering Mechanics.
- [13] A. Roiko. The Extreme Value Analysis of Non-metallic Inclusions and Their Effect on the Fatigue Limit of Steel. Master Thesis. Aalto University of Science and Technology, Espoo, January 25, 2010.
- [14] M. H. El Haddad, K. N. Smith, T. H. Topper. Fatigue Crack Propagation of Short Cracks. Transactions of ASME. Vol. 101, January 1979.
- [15] AFGROW. Afgrow Users Guide and Technical Manual. James A. Harter, June 2004. <http://www.afgrow.net>.

Roger Rabb
Wärtsilä Finland Oy
PL 244
65101 Vaasa
roger.rabb@wartsila.com