Rakenteiden Mekaniikka Vol. 41, Nro. 3, 2008, s. 152-166

Filamenttisuprajohteiden mekaniikkamallinnus – erityispiirteitä ja lähestymistapoja

Maria Ahoranta

Tiivistelmä. Suprajohteiden sähköinen resistanssi katoaa kryogeenisissa lämpötiloissa, minkä takia ne soveltuvat muun muassa korkean magneettikentän tuottaviin sähkömagneetteihin. Useimmat suprajohteet ovat herkkiä mekaaniselle kuormitukselle, joka voi aiheuttaa sekä palautuvia muutoksia sähköisissä ominaisuuksissa että pysyviä murtumia. Suprajohteiden mekaanisen käyttäytymisen ennakoiminen on erittäin tärkeää, koska niihin kohdistuu sovelluksissa usein suuria sähkömagneettisia voimavaikutuksia ja lämpöjännityksiä. Käytännössä suprajohdinten mekaanisen mallinnuksen haasteellisuutta lisäävät erityisesti komposiittirakenne ja elinkaaren aikaiset suuret lämpötilanvaihtelut. Komposiittijohtimessa suprajohdefilamentit ovat tyypillisesti pehmeän metallin kuten pronssin, kuparin tai hopean ympäröimiä, ja johtimen rakenne saattaa olla kierretty. Tässä artikkelissa esitellään erään filamenttisuprajohdetyypin mekaanisessa mallinnuksessa kohdattuja ongelmia ja ehdotuksia niiden ratkaisemiseksi.

Avainsanat: suprajohteet, komposiitit

Johdanto

Suprajohteet ovat materiaaleja, joiden sähköinen resistanssi tasavirtakäytössä on olematon kun lämpötila, magneettivuontiheys ja virrantiheys johtimessa alittavat materiaalille ominaisen kriittisen arvon. Lisäksi alhainen ulkoinen magneettikenttä ei tunkeudu ollenkaan suprajohteeseen eli niissä ilmenee Meissner-ilmiö. Suprajohteet mahdollistavat suurten jatkuvatoimisten sähkömagneettien toteuttamisen, joka perinteisillä kuparikäämeillä olisi mahdotonta lämpenemäongelmien takia. Tällaisia magneetteja tarvitaan mm. ITER-fuusioreaktorissa plasman koossapitoon ja CERN-tutkimuskeskuksen hiukkaskiihdyttimessä hiukkassuihkun ohjaamiseen. Suprajohteiden suurimman yksittäisen käyttökohteen muodostavat kuitenkin magneetti. Tulevaisuudessa suprajohtavuuden käyttökohteiden ennustetaan laajenevan myös sähköenergiatekniikan sovelluksiin kuten kaapeleihin, sähkökoneisiin ja vikavirranrajoittimiin, joissa suprajohteiden käyttö parantaa hyötysuhdetta. [1, 2]

Suprajohteiden mekaanisen käyttäytymisen tarkasteleminen on tärkeä osa suprajohdesovellusten suunnittelua. Kriittiseksi sen tekee toisaalta monien suprajohteiden herkkyys mekaanisille kuormille ja toisaalta sovelluksissa vallitsevat suuret voimavaikutukset. Monet suprajohtavat materiaalit ovat hyvin hauraita [1, 3]. Murtumat suprajohteessa häiritsevät virran kulkua ja sitä kautta vaikuttavat johtimen sähköisiin ominaisuuksiin jo paljon ennen kuin johdin pettää mekaanisesti. Lisäksi

joissain suprajohteissa kuormituksen aiheuttamat kidehilan muutokset johtavat suprajohtavaa tilaa rajoittavien parametrien kriittisten arvojen laskemiseen [4]. Tosin tämän kaltaiset muutokset yleensä palautuvat kuormituksen poistuessa.

Suprajohdetta kuormitetaan mekaanisesti sekä sovelluksen käytön että valmistuksen aikana. Suprajohtavan yhdisteen synnyttämiseksi useimmat johtimet lämpökäsitellään noin 900 – 1120 K lämpötilassa, minkä jälkeisen jäähdytyksen aikana niihin syntyy merkittäviä lämpöjännityksiä. Lisäkuormitusta valmistuksen aikana saattaa aiheutua esimerkiksi kääminnästä tai asennustoimenpiteistä. Käytön aikana esimerkiksi magneeteissa virran- ja magneettivuontiheydet johtimissa ovat suuria. Tästä syystä niihin kohdistuu erittäin suuria sähkömagneettisia voimavaikutuksia.

Suprajohteiden sähköistä ja mekaanista käyttäytymistä on tutkittu kokeellisesti esimerkiksi taivutuksen, aksiaalisen vedon, ja poikittaisen puristuksen aikana [5-10]. Mekaaniset mallit tukevat kokeellista tutkimusta mahdollistamalla esimerkiksi monimutkaisten kuormitustilanteiden tarkastelun ja helpottamalla syy-seuraussuhteiden löytämistä johdingeometrian ja johtimen toimintakyvyn välille. Suprajohteiden mekaaninen mallinnus on pitkään tukeutunut analyyttisiin laskentamalleihin [11-13], joissa mallinnettavaa tilannetta joudutaan tyypillisesti yksinkertaistamaan huomattavasti. Vasta viime vuosina kontinuumimekaniikkatehtäviä on alettu ratkaista numeerisin keinoin, etupäässä elementtimenetelmällä (FEM) [14-20].

Suprajohteilla on mekaniikkamallinnukseen vaikuttavia erityispiirteitä, jotka johtuvat niiden rakenteesta ja valmistustavasta. Käytännön suprajohtimet ovat yleensä komposiitteja. Tässä artikkelissa keskitytään filamenttijohteisiin, joissa suprajohde on upotettu filamentteina matriisimetalliin. Yksi johdin saattaa sisältää tuhansia filamentteja ja johtimen mitat ovat suuruusluokaltaan lähellä materiaalin raekokoa. Useissa johdintyypeissä suprajohdeyhdiste muodostuu vasta lämpökäsittelyn aikana ja käsittely vaikuttaa olennaisesti myös muiden komponenttimateriaalien ominaisuuksiin. Myös lämpökäsittelyn jälkeen tapahtuvat korkean lämpötilan materiaali-ilmiöt, kuten viruminen, aiheuttavat lisähaastetta mallintamiseen.

Tässä artikkelissa tehdään katsaus filamenttisuprajohteiden mallinnuksessa tyypillisesti esiintyviin ongelmiin ja niiden lähestymistapoihin. Katsaus perustuu sekä omiin osin jo suprajohdealan lehdissä julkaistuihin töihini, että muihin alan kirjallisuudessa esitettyihin malleihin. Tarkastelun alla ovat erityisesti johtimet, joissa suprajohtavat filamentit ovat Nb₃Sn-materiaalia. Nb₃Sn-johdinten kiinnostavuus johtuu ennen muuta niiden soveltumisesta ITER-fuusioreaktorin magneetteihin.

Johtimet

Rakenne

Filamenttisuprajohteiden rakenteeseen vaikuttavat sähköiset, termiset, mekaaniset ja valmistustekniset näkökohdat. Yksinkertaisimmillaan johdin koostuu filamenteista ja sitä ympäröivästä matriisimetallista. Johdin saattaa sisältää myös häiriötilanteilta suojaavan stabiloivan komponentin, mekaanisen vahvikkeen ja diffuusioesteitä materiaalien välillä.

Suprajohteen jakaminen ohuiksi filamenteiksi vähentää suurissa vaihtuvissa magneettikentissä tapahtuvia johtimen lämpöhäviöitä [3]. Syy filamenttien ohuuteen

saattaa olla myös valmistustekninen. Esimerkiksi Nb₃Sn-johtimissa suprajohtava yhdiste muodostuu lämpökäsittelyn aikana matriisin tinan reagoidessa niobiumfilamenttien kanssa. Reaktiopinta-alan lisäämiseksi filamenttien on oltava ohuita [1].

Matriisimetallin ja mahdollisen stabiloivan komponentin tehtävänä on suojata johdinta ylikuumenemiselta häiriötilanteissa, joissa suprajohde menettää suprajohtavan tilansa. Suprajohteiden resistiivisyys normaalitilassa on korkea. Suojaavien materiaalien on syytä olla hyviä sähkön- ja lämmönjohteita, jotta ne voivat häiriötilanteessa toimia vaihtoehtoisena virran kulkutienä ja johtaa syntynyttä lämpöä tehokkaasti pois häiriöalueelta [3].

Mekaaniselta kannalta suprajohteiden rakenteessa on sekä etuja että haittoja. Rakenteen ansiosta suprajohtavat filamentit jäävät jäähdytyksen jälkeen puristavaan lämpöjännitykseen, mikä suojaa haurasta materiaalia vahingolliselta vetävältä jännitykseltä [1]. Suprajohteen jako ohuisiin filamentteihin hidastaa johtimen vaurioitumista, koska filamentteja erottava sitkeä matriisimetalli pysäyttää jossain määrin suprajohteessa eteneviä säröjä [21]. Hyvän sähkön- ja lämmönjohtavuuden perusteella valitut materiaalit ovat tyypillisesti pehmeitä. Pehmeät metallit helpottavat johtimen valmistamista vetämällä, mutta ne tukevat hauraita filamentteja vain heikosti mekaanisen kuormituksen aikana. Tästä syystä johdin joskus päällystetään esimerkiksi kalvolla ruostumatonta terästä.

Kuvissa 1 on esitetty tyypillinen esimerkki Nb₃Sn-johtimesta. Johdinten rakenne riippuu valitusta valmistusmenetelmästä. Tässä keskitytään niin kutsutulla pronssitiemenetelmällä valmistettuihin johtimiin, joita kuvan 1 johdin myös edustaa.



Kuva 1. Tyypillisen pronssitiemenetelmällä valmistetun Nb₃Sn-johtimen poikkileikkaus.

Pronssitiemenetelmällä valmistetussa johtimessa suprajohtavia filamentteja ympäröi pronssimatriisi. Menetelmässä johdin valmistetaan upottamalla niobiumfilamentteja pronssimatriisiin ja kylmämuokkaamalla esimerkiksi vetämällä johdin haluttuihin Kylmämuokkauksen mittoihin. aiheuttamaa lujittumista saatetaan poistaa välihehkutuksilla. Syntynyt ohut lanka lämpökäsitellään 900 - 1100 K lämpötilassa suprajohtavan yhdisteen synnyttämiseksi. Lämpökäsittelyn aikana pronssin tina reagoi niobiumin kanssa ja muodostaa filamentteihin Nb₃Sn:aa. Useimmiten filamentteihin jää kuitenkin valmistuksen jälkeenkin niobiumydin. Koska pronssin sähkön- ja paras lämmönjohtavuus ei ole mahdollinen, johtimiin lisätään jo ennen stabiloivaa Lämpökäsittelyn lämpökäsittelyvaihetta kuparia. aikaista tinan diffusoitumista pronssista kupariin pyritään estämään lisäämällä kuparin ja pronssin väliin kerros tantaalia tai niobiumia. [3, 22]

Tyypillinen kuormitus

Johdinten mekaaninen kuormitus alkaa jo valmistuksen aikaisella kylmämuokkauksella. Suuri osa johtimeen tällöin muodostuneista jännityksistä kuitenkin poistuu lämpökäsittelyn aikana ja niillä ei siten ole merkitystä käyttötilanteessa. Lämpökäsittelyn aikana Nb₃Sn:n muodostuessa filamenttien tilavuus kasvaa, minkä aiheuttamat jännitykset saattavat jäädä johtimeen lämpökäsittelyn jälkeenkin [21].

Lämpökäsittelyn jälkeen johtimeen syntyy lämpöjännityksiä, kun johdin jäähdytetään ensin huoneen- ja sitten käyttölämpötilaan. Nb₃Sn-johdinten käyttölämpötila on yleensä noin 4 - 10 K. Ensijäähdytyksen lisäksi johtimen lämpötila muuttuu huoneenlämmössä tapahtuvien huoltojen takia sekä häiriötilanteissa, joissa suprajohtavuuden menettäminen aiheuttaa johtimen kuumenemisen. Laitteiden valmistus, kuten magneettien käämintä, suoritetaan jo ennen lämpökäsittelyä, koska lämpökäsitellyn johtimen Nb₃Sn on todella haurasta.

Käytön aikainen johtimen kuormitus riippuu sovelluksesta. Solenoidimagneeteissa sähkömagneettiset voimat pyrkivät työntämään magneetin sisäkehää voimakkaasti ulospäin, painamaan lievemmin ulkokehää sisäänpäin sekä puristamaan magneettia pituussuunnassa kasaan. Johtimiin aiheutuu näiden voimien takia aksiaalista vetoa ja poikittaista puristusta [3].

Laskentamallien peruspiirteet

Filamenttisuprajohteiden mallinnusta on tutkittu sekä analyyttisillä että numeerisilla menetelmillä, mutta tässä keskitytään pääasiassa elementtimenetelmäratkaisuihin. Useat esitetyt mallit ovat olleet 2D-malleja [17-20], mutta myös 3D-malleja on käytetty [15]. Tässä artikkelissa myöhemmin esitettävät tulokset apumallien valinnan ja materiaaliparametrien epävarmuuden vaikutuksista on suoritettu viitteessä [19] kuvatulla mallilla.

Mallintaminen aloitetaan useimmiten lämpökäsittelyn jälkeisestä hetkestä [14, 15, 19]. Tällöin oletetaan, että kylmämuokkauksen aiheuttamat jännitykset relaksoituvat lämpökäsittelyn aikana. Lämpökäsittelyn aikaisia tapahtumia, kuten filamenttien tilavuuden kasvua, on kuitenkin otettu huomioon joissain malleissa [17].

Kaikissa yllä mainituissa lähteissä materiaalit on mallinnettu kontinuumina, vaikka johtimen mitat paikoin ovatkin hyvin lähellä raekokoa. Järkevää vaihtoehtoa kontinuumimallille ei kuitenkaan ole löytynyt. Siirtymät ja venymät on tyypillisesti kytketty toisiinsa pienten muodonmuutosten venymälausekkeiden kautta [15, 19]. Filamenttien murtumisen vaikutusta ei ole otettu huomioon, koska murtumien kasvaessa merkittäviksi myös johdin muuttuu sähköiseltä kannalta käyttökelvottomaksi.

Johdinten rakenne, valmistustapa ja käyttöolosuhteet asettavat vaatimuksia malleille. Mallin tulee huomioida komponenttimateriaalien ominaisuudet. Erityisesti pehmeiden metallien myötölujuus ylittyy tyypillisesti jo jäähdytyksestä johtuvien lämpöjännitysten takia. Nb₃Sn-suprajohdetta kuvattaan yleensä elastisella materiaalimallilla, mutta muille materiaaleille käytetään elasto-plastista mallia.

Tarkasteltavan lämpötilavälin laajuus tekee materiaaliominaisuuksien lämpötilariippuvuuden merkittäväksi. Mitchell on kerännyt materiaaliominaisuuksia viitteeseen [23]. Esitetyt jännitys-venymäkäyrät riippuvat lämpötilasta, mutta Poissonin luku on oletettu lämpötilan suhteen vakioksi. Pronssin osalta jännitys-venymäkäyrä on [23]:ssa kuvattu tinapitoisuuden funktiona. Myös lämpölaajenemisominaisuuksia on esitetty viitteessä [23]. Lämpökäsittelyn jälkeen johtimen lämpötila pysyy jonkin aikaa niin korkeana, että korkean lämpötilan ilmiöt, kuten viruminen, ovat merkittäviä. Virumisen mallintamista käsitellään myöhemmin tässä artikkelissa.

Johtimen erityispiirteiden huomiointi mallissa

Sähköisten ominaisuuksien riippuvuus jännityksistä ja venymistä

Jotta malleista voitaisiin tehdä päätelmiä suprajohteiden suorituskyvystä, jännitys- ja venymätulokset on kytkettävä suprajohteen sähköisiin ominaisuuksiin. Nb₃Sn-suprajohteella mekaaninen kuormitus vaikuttaa kidehilan vääristymisen kautta suprajohtavan tilan määrittäviin kriittiseen lämpötilaan, magneettivuon tiheyteen ja virrantiheyteen. Muutoksia tapahtuu kaikilla kuormitustasoilla ja ne palautuvat kuormituksen poistuessa. Tarpeeksi suuri kuormitus aiheuttaa suprajohteen murtumista, mikä laskee johtimen kriittistä virtaa pysyvästi.

Nb₃Sn:n palautuvan kriittisten parametrien laskun on todettu aiheutuvan pääosin deviatorisesta venymäkomponentista. Twenten yliopistossa kehitetyn mallin mukaan deviatorisen venymän merkitystä voidaan kuvata tunnusluvulla ε_{dev} , joka saadaan päävenymistä ε_{I} , ε_{II} ja ε_{III} [24]

$$\varepsilon_{\rm dev} = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\varepsilon_{\rm I} - \varepsilon_{\rm II}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\rm II} - \varepsilon_{\rm III}\right)^2 + \left(\varepsilon_{\rm III} - \varepsilon_{\rm I}\right)^2} \,. \tag{1}$$

Teorian mukaan kriittiset parametrit saavuttavat huippunsa, kun ε_{dev} on pienimmillään.

Nb₃Sn on hauras materiaali, joten sen murtumista on kuvattu maksiminormaalijännityshypoteesilla [25, 26], jossa suurinta ja pienintä pääjännitystä verrataan suprajohteen veto- ja murtolujuuteen. Hypoteesin käyttöä kuitenkin hankaloittaa merkittävästi epävarmuus suprajohteen lujuudesta.

Lujuus vaihtelee sekä filamenttien välillä että yhdessä filamentissa paikan suhteen. Merkittävimpiä syitä vaihteluun ovat suprajohteen huokoisuus sekä pienet säröt, joiden esiintyminen riippuu pitkälti valmistusprosessin onnistumisesta. Bulkki-Nb₃Sn murtuu tyypillisesti noin 0,2 % venymällä [3], joka vastaa 200 MPa jännitystä 4,2 K:ssä. Filamenttien murtumisen on puolestaan arvioitu alkavan 0,55 % venymällä [27]. Jälkimmäinen arvio perustui SEM-kuviin aksiaalisen vetokokeen aikana, jossa johdin oli juotettu venytettävään alustaan. Toisaalta suprajohtimien on tämän tyyppisessä koejärjestelyssä todettu kestävän huomattavasti suurempaa venytystä kuin kokeissa, joissa johdinta vedetään päistään [9]. Merkittävää puristuksen aiheuttamaa vaurioitumista ei Nb₃Sn:ssa ole havaittu käytännön kuormitustilanteissa [21, 27].

Suuri filamenttimäärä

Nb₃Sn-johtimissa filamenttien lukumäärä voi nousta useisiin tuhansiin, ja jokaisella filamentilla on sisärakenne, jossa Nb₃Sn kerros ympäröi niobiumydintä. Yksityiskohtia on siis johtimen poikkileikkauksessa erittäin paljon. Jos kaikki filamentit mallinnettaisiin yksityiskohtaisesti, elementtiverkosta tulisi hyvin tiheä ja tavanomaisen tietokoneen laskentakapasiteetti ei useinkaan riittäisi numeerisen tehtävän ratkaisuun.

Ongelma on tyypillinen komposiittimateriaaleille. Nb₃Sn-johtimien mallinnuksessa aiemmin pyritty selviytymään käyttämällä siitä on muun muassa homogenisointimenetelmää [14-16]. Menetelmässä tietylle johtimen alueelle. esimerkiksi filamenttiryppäälle, lasketaan ensin homogeeniset materiaaliominaisuudet. Homogenisoituja ominaisuuksia voidaan sitten käyttää ylemmän tason, esimerkiksi koko johtimen, mallissa. Jännitystila homogenisoidulla alueella. esimerkiksi filamenttien Nb₃Sn-kerroksissa, saadaan valitsemalla alemman tason mallin reunaehdot ylemmän tason ratkaisun perusteella. Homogenisointia hyödyntävän mallinnustavan ongelmana on kuitenkin materiaalien epälineaarisuus ja historiariippuvuus, jotka edellyttävät iterointia ylempien ja alempien mallinnustasojen välillä.

Oma ratkaisuni suuren filamenttimäärän ongelmaan oli yksinkertaisempi [19]. Lähestymistapa soveltuu hyvin nopeisiin laskennallisiin testeihin esimerkiksi johtimen rakenteen vaikutuksesta mekaaniseen käyttäytymiseen. Menetelmän tehokkuus kuitenkin edellyttää tiettyä samantyyppisyyttä filamenttiryppäiden jännitystiloissa. Siksi se ei ole kovin käyttökelpoinen, jos kuormitus on hyvin monimutkainen.

Menetelmässä johtimet mallinnetaan useiden apumallien avulla, joissa kussakin hyvään tarkkuuteen pyritään vain yhdessä filamenttiryppäässä kerrallaan. Näin ollen verkkoa voidaan harventaa ja jopa filamenttigeometriaa yksinkertaistaa kaukana kohderyppäästä. Kaukaiset filamenttiryppäät korvataan sylintereillä, joiden materiaalipoikkipinta-alat vastaavat alkuperäistä johdinta. Esimerkkejä apumalleista on esitetty kuvassa 2.

Käsitys koko johtimen jännitys- ja venymätilasta saadaan yhdistämällä apumallien tuloksia. Lämpöjännitysten ja aksiaalisen venytyksen mallintamiseen tarvittavia apumalleja on etsitty kuvan 2 johdingeometrian avulla. Geometria sisälsi vähemmän filamentteja kuin käytännön Nb₃Sn-langat ja voitiin siksi juuri mallintaa yksityiskohtaisesti käytössä olevalla ohjelmistolla ja tietokoneella. Laskennallisten testien perusteella jännitykset olivat likipitäen samat kaikissa sisemmissä filamenttiryppäissä ja erosivat merkittävästi vain uloimmissa ryppäissä. Menetelmästä tuli siis tehokas, kun sisempien filamenttiryppäiden jännitystila voitiin päätellä samasta apumallista.

Laskennallisilla testeillä tutkittiin myös johdingeometrian yksinkertaistusten vaikutusta deviatorisiin venymiin ja ensimmäiseen pääjännitykseen. Yksinkertaistetulla

mallilla saatua deviatorisen venymän tunnuslukua tai ensimmäistä pääjännitystä verrattiin kohdealueen Nb₃Sn:ssa johtimen tarkan mallin tuloksiin. Eron itseisarvon keskiarvo suhteutettiin kyseessä olevan suureen itseisarvon keskiarvoon tässä alueessa. Taulukkoon 1 on koottu näin saadut suhteelliset virheet kuvan 2 kaltaisille yksinkertaistetuille apumalleille, kun pronssin tinapitoisuus oli 5 painoprosenttia. Taulukosta havaitaan, että kuvan 2 apumallien kaltainen yksinkertaistus ei vaikuta merkittävästi tuloksiin.



Kuva 2. (a) Alkuperäinen johdin. Oikealla on suurennos alueesta valkoisen neliön sisällä. Johtimen apumalleja on esitetty kuvissa (b) - (c).

Taulukko 1.	Yksinkertaistusten	aiheuttama	suhteellinen	virhe ku	van 2 ma	allin tuloksi	issa
		kohdealuee	n Nb ₃ Sn:ssä.				

Malli	Suhteellisen eron keskiarvo <i>E</i> _{dev} :ssa		Suhteellisen eron keskiarvo σ_{I} :ssa		
	Lämpöjännitykset	Aksiaalinen veto	Lämpöjännitykset	Aksiaalinen veto	
(b)	3,0 %	3,8 %	1,1 %	6,5 %	
(c)	1,3 %	1,9 %	0,58 %	3,1 %	

Johtimen kiertäminen

Nb₃Sn-johtimet kierretään yleensä akselinsa ympäri valmistusvaiheessa, koska niin voidaan vähentää filamenttien sähköisestä kytkeytymisestä aiheutuvia häviöitä muuttuvassa ulkoisessa magneettikentässä. Yleensä kierteen nousu on vähintään kymmenen kertaa johtimen halkaisija [2]. Yleisessä tapauksessa kierretyn johtimen mallintaminen edellyttää 3D-tarkastelua, jolloin tehtävän ratkaisemiseen vaaditaan merkittävästi suurempaa laskentakapasiteettia kuin 2D-malleilla. 2D-mallinnus on kuitenkin mahdollista myös kierretyille johtimille, jos langan kuormitus noudattaa samaa symmetriaa kuin johtimen geometria.

2D-malli [26, 28] perustuu havaintoon, että kaikki johtimen poikkileikkaukset ovat mallinnustarkkuuden puitteissa samanlaisia lukuun ottamatta kiertymistä. Jos poikkileikkauksiin kohdistuva kuormitus toteuttaa tämän saman ehdon, niin myös siirtymä-, venymä- ja jännitysjakaumat ovat poikkileikkauksissa kiertoa lukuun ottamatta samanlaiset. Toisin sanoen jakaumat ovat samat, jos niitä tarkastellaan toisistaan kiertämällä saaduissa paikallisissa koordinaatistoissa. Kuormitukselle asetettu ehto täyttyy esimerkiksi suoran johtimen lämpöjännitysten ja aksiaalisen vedon tapauksessa.

Siirtymäjakauman symmetrisyyden perusteella poikkileikkaustasoissa venymille voidaan johtaa karteesisen koordinaatiston esitys

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z} = \text{vakio},$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = 2\pi (\frac{\partial v}{\partial x} \cdot y - \frac{\partial v}{\partial y} \cdot x + u)/\lambda \text{ ja} \quad (2)$$

$$\gamma_{xz} = 2\pi (\frac{\partial u}{\partial x} \cdot y - \frac{\partial u}{\partial y} \cdot x - v)/\lambda,$$

missä λ on kierteen nousu. Venymän lausekkeiden johdossa on myös oletettu, että johtimen akselin suuntainen siirtymä on kussakin poikkileikkauksessa vakio ja että samaan suuntaan liittyvä venymä on vakio koko johtimessa. Venymistä voidaan laskea tavalliseen tapaan jännitykset, jonka jälkeen tasapainoyhtälöiden toteutumista voidaan tarkastella virtuaalisen työn periaatteen mukaisesti.

Laskennallisista testeistä [26, 28] kuitenkin huomattiin, että kierretyn johtimen jännitys- ja venymätila ei olennaisesti eronnut kiertämättömän johtimen tilasta. Kierretyssä johtimessa suprajohteen deviatoriset venymät ja ensimmäinen pääjännitys olivat kuitenkin jonkin verran suurempia kuin kiertämättömässä, ja ero oli suurin uloimmissa filamenteissa. Kiertämisen vaikutusta Nb₃Sn:n deviatorisiin venymiin ja ensimmäiseen pääjännitykseen tutkittiin eri nousumatkoin kierretyille johtimille. Havaittiin, että uloimmassakin filamenttiryppäässä vaikutus oli merkittävä vain, jos nousumatka oli alle 25 kertaa uloimpien filamenttien etäisyys johtimen akselista. Käytännössä tällainen tilanne esiintyy vain tiukimmin kierretyillä langoilla, joiden kierteen nousu on 10 - 20 mm. Usein kiinnostuksen kohteena on jokin koko johdinta koskeva keskiarvosuure, kuten kriittinen kokonaisvirta. Tällaisiin suureisiin kierrolla ei ole juurikaan vaikutusta millään käytännössä esiintyvällä nousumatkalla.

Epävarmuus materiaaliominaisuuksista

Lisäongelman mallinnukseen aiheuttaa epävarmuus johtimen materiaalien mekaanisista ominaisuuksista. Lopulliset ominaisuudet määräytyvät vasta lämpökäsittelyn aikana, ja

komposiittijohtimesta niiden selvittäminen valmiista ei ole vksinkertaista. Matriisimetallien ominaisuuksia voidaan selvittää kovuusmittauksin johtimen poikkileikkauksesta. Ongelmana kuitenkin on, että materiaalien ominaisuudet vaihtelevat johtimesta toiseen jo yhden johtimenkin sisällä ja tarkasteltavalle johtimelle materiaaliominaisuusanalyysiä ei ole useinkaan ole saatavissa. Merkittävimmät liittyvät matriisipronssin tinapitoisuuteen sekä materiaalien epävarmuudet käyttäytymiseen korkeissa lämpötiloissa.

Pronssitiejohtimissa pronssin tinapitoisuus ennen lämpökäsittelyä on tyypillisesti noin 13 painoprosenttia [3]. Lopullisen johtimen pronssissa tinapitoisuus vaihtelee välillä 2 - 7 p-% riippuen siitä, kuinka suuri osuus tinasta diffusoituu ja reagoi niobiumin kanssa lämpökäsittelyn aikana muodostaen Nb₃Sn:aa [29]. Tinapitoisuus vaihtelee johtimesta toiseen, mutta myös yhden johtimen sisällä. Se on yleensä suurin kaukana filamenteista. Tinapitoisuudella on suuri merkitys pronssin mekaanisiin ominaisuuksiin, erityisesti myötölujuuteen. Tinapitoisuuden vaihtelun lisäksi epävarmuutta pronssin mekaanisista ominaisuuksista lisää huokoisuuden vaihtelu.

Korkeissa lämpötiloissa eräät ilmiöt, kuten viruminen, tulevat merkittäviksi. Virumisen on todettu poistavan erityisesti deviatorisia jännityksiä. Se on tyypillisesti merkittävää metalleilla, kun lämpötila ylittää kolmanneksen niiden sulamispisteestä [30]. Esimerkiksi kuparilla ja pronssilla tämä vastaa noin 300 – 400 K lämpötilaa, joka on merkittävästi alempi kuin johdinten lämpökäsittelylämpötila. Niobiumilla ja tantaalilla viruminen lämpökäsittelyn jälkeen ei ole todennäköisesti kovin merkittävää, koska niiden sulamispisteet ovat korkeampia. Nb₃Sn:lla viruminen taas ei ole todennäköistä sen rakenteen takia.

Virumisen mallintamista vaikeuttaa sama epävarmuus materiaalien ominaisuuksista, joka haittaa mallintamista toimintalämpötilassa. Virumiselle on kehitetty edistyneitä malleja [31], mutta niiden käyttö edellyttää tietoa materiaalin parametreista. Virumisnopeus on erittäin herkkä muun muassa epäpuhtauksille ja raekoolle. Niinpä sen arvioiminen on vaikeaa esimerkiksi pronssille, jonka tinapitoisuus ja raekoko vaihtelevat merkittävästi. Lisäksi korkean lämpötilan muut ilmiöt, kuten uudelleenkiteytyminen ja filamenttien tilavuuden kasvu lämpökäsittelyn aikana, lisäävät edistyneiden mallien epävarmuutta. Aiemmin suprajohtimen komponenttien virumista on mallinnettu FEM-ohjelmiston elementtien kuolema- ja syntymä-optioita käyttäen [23].

Epätietoisuuden vuoksi myös oma lähestymistapani [19] virumisen mallintamiseen oli suurpiirteinen. Siinä viruminen joko poistaa deviatorisen jännityksen pronssissa ja kuparissa kokonaan tai sitä ei tapahdu ollenkaan. Rajalämpötilaa T_L , jonka yläpuolella deviatoriset jännitykset poistuvat voidaan muutella ja näin päästä tutkimaan eriasteista virumiskäyttäytymistä.

Kuvat 3 ja 4 havainnollistavat epävarmuustekijöiden vaikutusta kuvan 2 johtimen jännitys- ja venymätuloksiin aksiaalisessa vedossa. Laskenta suoritettiin viitteessä [19] esitetyllä laskentamallilla. Tulosten valossa merkittävin epävarmuustekijä liittyi virumisen määrään. Kuten oli luonnollista olettaa, viruminen vähensi puristavaa lämpöjännitystä Nb₃Sn materiaalissa jäähdytyksen jälkeen. Näin ollen Nb₃Sn-johtimissa tarvittiin pienempi aksiaalinen venytys ε_{dev} :in minimin saavuttamiseksi. Toisaalta σ_{I} :n jyrkkä kasvu alkoi aiemmin, jos viruminen oli suurta. Näin ollen pienempi aksiaalinen venytys riittää kriittisten parametrien huippuarvon saavuttamiseen ja aiheuttaa suprajohteen murtumisen, jos viruminen on merkittävää.



(a)

Kuva 3. Deviatorisen venymän tunnusluvun keskiarvo kuvan 2 johtimen Nb₃Sn:ssä, (a) kun virumisen rajalämpötila on 400 K (o), 600 K (), 800 K () ja 1000 K (*) ja pronssin tinapitoisuus on 5 p-%, sekä (b) kun pronssin tinapitoisuus on 2 p-% (o), 5 p-% () ja 7 p-% () ja virumista ei huomioitu.



Kuva 4. Ensimmäisen pääjännityksen mediaani kuvan 2 johtimen Nb₃Sn:ssä, (a) kun virumisen rajalämpötila on 400 K (o), 600 K (), 800 K () ja 1000 K (*) ja pronssin tinapitoisuus on 5 p-%, sekä (b) kun pronssin tinapitoisuus on 2 p-% (o), 5 p-% () ja 7 p-% () ja virumista ei huomioitu.

Esimerkki mallien käytöstä

Edellä esitettyjen mallinnustapojen selkiyttämiseksi, esitän lopuksi esimerkin niiden käytöstä. Esimerkki on esitetty alun perin viitteessä [19] ja antaa samalla myös kuvan mallien oikeellisuutta suhteessa mittauksiin. Esimerkissä simuloidaan Forschungszentrum Karlsruhessa suorittamaa aksiaalista vetokoetta Luvatan valmistamalle kuvassa 1 esitetylle johtimelle.

Kokeessa käytetyn langan tiedot on esitetty taulukossa 2. Nb₃Sn-kerroksen paksuutta filamenteissa ei tunnettu, mutta sen oletettiin olevan tyypillinen 1,5 μm [32]. Mittausten tulokset ja mittausjärjestelyn yksityiskohdat on tarkemmin esitetty lähteessä [19]. Ennen koetta Nb₃Sn-lanka lämpökäsiteltiin 943 K:ssä 96 tunnin ajan ja jäähdytettiin huoneen lämpötilaan nopeudella 30 K/h. Tämän jälkeen lanka jäähdytettiin 4,2 K:iin, missä sen kriittinen virta mitattiin aksiaalisen venymän funktiona. Mittauksessa johtimeen vaikutti sen poikkipinnan suuntainen ulkoinen magneettikenttä 13 T ja se on tuettu yhdeltä sivulta sähkömagneettisen voiman aiheuttamaa taipumista vastaan. Myös johtimen aksiaalinen jännitys-venymäkäyrä mitattiin 4,2 K:ssä.

Suuren filamenttimäärän tähden johdin mallinnettiin kuvassa 5 esiteltyjen apumallien avulla. Johtimelle laskettiin aluksi lämpöjännitykset, jotka aiheutuvat jäähdytyksestä 943 K:stä 4,2 K:iin. Virumisen merkitys oli epäselvä ja sitä mallinnettiin suurpiirteisellä lähestymistavalla useilla eri $T_{\rm L}$:n arvoilla. Johtimen kiertämisen ja sähkömagneettisten voimien vaikutusta ei huomioitu ja pronssin tinaprosentiksi valittiin 2,5 p-% [23].

Filament-	Johtimen	Filamentin	Kierteen	Poikkip	inta-ala osuu	udet (%)
teja	halkaisija	halkaisija	nousu	Pronssi	Kupari	Tantaali
	(mm)	(µm)	(mm)		_	
6655	0,8-1,0	4 – 5	50	45	30	5

Taulukko 2. Luvatan valmistaman langan ominaisuudet

Johtimelle mitattu kriittinen virta näkyy kuvassa 6. Nb₃Sn-johteille tehtyjen aiempien tutkimusten perusteella kriittisen virran kehitys voidaan jakaa kolmeen osaan. Aluksi kriittinen virta nousee, kun jäähdytyksen jälkeinen puristus Nb₃Sn:ssä pienenee. Kriittinen virta saavuttaa maksiminsa, kun deviatoriset venymät ovat pienimmillään. Tämän jälkeen aksiaalinen veto kasvattaa jälleen venymiä ja kriittinen virta pienenee. Kriittinen virta putoaa kuitenkin 0,3 % venymän jälkeen hyvin nopeasti, mikä todennäköisesti johtuu filamenttien murtumisesta.

Kuva 6 havainnollistaa myös Nb₃Sn murtumiseen liitetyn ensimmäisen pääjännityksen kasvua Nb₃Sn:ssä. Koska Nb₃Sn:n murtolujuudesta on epäselvyyttä, kuvassa esitetyt jännitysmediaanit ovat suuntaa-antavia. Olettaen filamenttimateriaalin lujuudeksi tyypillinen bulkkimateriaalin lujuus 200 MPa, tulokset kuitenkin sopivat hyvin yhteen mitatun kriittisen virran nopean putoamisen kanssa, kun $T_{\rm L} = 400 - 600$ K.

Mitattua kriittisen virran maksimia voidaan verrata mallin ennustamaan arvoon olettamalla, että suurin kriittinen virta saavutetaan, kun deviatorisia venymiä kuvaavan



Kuva 5. Johtimen mallintamisessa käytetyt apumallit. Valkoiset ympyrät osoittavat kohdealueen, jolle apumallilla haetaan ratkaisua. Filamenttiryppäiden keskipisteiden etäisyys on 53 µm ja filamenttien välinen etäisyys 6 µm.

 ε_{dev} :in keskiarvo on pienimmillään. Taulukossa 3 on esitetty deviatorisen venymän minimiä vastaava aiheutettu venymä eri T_L :llä. Huomataan, että hyvä yhteensopivuus saavutetaan jälleen, kun virumista on mallinnettu parametrin arvoilla $T_L = 400 - 600$ K.

Taulukossa 4 verrataan johtimelle mitattua ja mallinnettua aksiaalista jännitysvenymäkäyrää. Vertailussa rajoitutaan aksiaalisen venytyksen osalta välille 0 – 0,3 %, jossa filamenttien murtuminen ei vielä ole todennäköistä. Yhteensopivuus on hyvä kaikilla T_L :n arvoilla, mutta jälleen paras, kun $T_L = 400 - 600$ K.

Kokonaisuudessaan esimerkistä voidaan todeta, että mallin tulokset ovat hyvin sopusoinnussa mitattujen tulosten kanssa. Virumista kuvataan todennäköisesti realistisimmin valitsemalla $T_{\rm L} = 400 - 600$ K.

Mallissa käytetty $T_{\rm L}$ (K)	Aksiaalinen venytys (%)
400	0,14
600	0,23
800	0,29
943	0,32

Taulukko 3. Aksiaalisen venytyksen arvo, jolla mallinnettu ε_{dev} :n keskiarvo on minimissään.



Kuva 6. Aksiaalisessa venytyksessä johtimelle mitattu kriittinen virta () sekä ensimmäisen pääjännityksen mallinnettu kehitys, kun $T_L = 400 \text{ K} (\nabla)$, $T_L = 600 \text{ K} ()$, $T_L = 800 \text{ K} ()$ ja $T_L > 943 \text{ K} ()$.

Taulukko 4. Suurin ero aksiaalisessa venytyksessä 0 – 0,3 % mitatun ja mallinnetun jännitysvenymä-käyrän välillä.

Mallissa käytetty $T_{\rm L}$ (K)	Ero (MPa)
400	4,1
600	3,5
800	5,9
943	8,5

Johtopäätökset

Filamenttisuprajohteilla on monia erikoispiirteitä, jotka vaikuttavat niiden mallintamiseen. Pronssitiemenetelmällä valmistetuilla Nb₃Sn-johtimilla tärkeimmät tällaiset erikoispiirteet liittyvät johtimen suureen filamenttimäärään ja korkean lämpötilan ilmiöiden mallintamiseen. Johtimet on yleensä kierretty akselinsa ympäri, mutta tällä ei havaittu olevan merkittävää vaikutusta johtimen mekaaniseen käyttäytymiseen. Myöskään pronssimatriisin tinapitoisuuden vaihtelulla ei ollut huomattavaa vaikutusta.

Suuren filamenttimäärän sisältäviä johtimia voidaan tarkastella käyttäen esimerkiksi homogenisointimenetelmää tai apumalleja hyödyntävää lähestymistapaa. Johtimen mallintamista korkeissa lämpötiloissa vaikeuttaa epätietoisuus komponenttimateriaalien koostumuksesta ja raekoosta, jotka vaikuttavat virumisnopeuteen. Myös korkeissa lämpötiloissa tapahtuvat muut ilmiöt, kuten uudelleenkiteytyminen, lisäävät mallintamiseen liittyvää epävarmuutta. Näistä syistä virumisen vaikutusta on suprajohteissa tutkittu vain suuripiirteisillä lähestymistavoilla. Laskennalliset testit ovat osoittaneet, että virumisella on merkittävä vaikutus etenkin lämpöjännityksiin.

Mekaanisen mallin tulokset on kytketty suprajohteen sähköisiin ominaisuuksiin deviatorisen venymän tunnusluvun ja maksimipääjännityshypoteesin avulla. Palautuvat

muutokset sähköisissä ominaisuuksissa on aiemmissa tutkimuksissa kytketty deviatorisiin venymiin. Kehitettyjen teorioiden mukaan suprajohtavuuden kriittiset parametrit saavuttavat maksiminsa deviatoristen venymien ollessa pienimmillään. Palautumattomia, suprajohteen murtumisesta aiheutuvia muutoksia on puolestaan ennustettu maksiminormaalihypoteesilla, koska se soveltuu tyypillisesti hyvin hauraille materiaaleille. Tarkastelussa oli ensimmäinen pääjännitys suhteessa suprajohteen murtolujuuteen, koska Nb₃Sn:n on huomattu käytännön tilanteissa vaurioituvan lähinnä vain venytyksessä.

Viitteet

- [1] B. Seeber, Handbook of Applied Superconductivity, Institute of Physics, 1998.
- [2] R. M. Scanlan, A. P. Malozemoff, D. C. Larbalestier, Superconducting Materials for Large Scale Applications, *Proceedings of the IEEE*, 92(10):1639-54, 2004.
- [3] M. N. Wilson, Superconducting magnets, Clarendon Press Oxford, 1983.
- [4] J. W. Ekin, Mechanisms for critical-current degradation in NbTi and Nb₃Sn multifilamentary wires, *IEEE Trans. on Magn.*, 13(1):127-30, 1977.
- [5] P. Badica, S. Awaji, H. Oguro, G. Nishijima, K. Watanabe, Relationship between architecture, filament breakage and critical current decay in Nb₃Sn composite wires repeatedly in-plane bent at room temperature, *Supercond. Sci. Technol.*, 19(4):323-32,2006.
- [6] N.C. van den Eijnden, A. Nijhuis, Y. Ilyin, W.A.J. Wessel, H.H.J. ten Kate, Axial tension stress-strain characterization of ITER model coil type Nb₃Sn strands in TARSIS, *Supercond. Sci. Technol.*, 18(11):1523-32, 2005.
- [7] J.W. Ekin, Effect of transverse compressive stress on the critical current and upper critical field of Nb₃Sn, *J. Appl. Phys.*, 62(12):4829-34, 1987.
- [8] P. Ková, L. Kopera, I. Hušek, L. Cesnak, Bending of Bi(2223)-Ag tapes at 77 and 300 K *Supercond. Sci. Technol.*, 9(9):792-5, 1996.
- [9] P. Ková, P. Bukva, Differences in applied axial strain and I_c degradation of Bi(2223)/Ag tapes, *Supercond. Sci. Technol.*, 14(4):L8-11, 2001.
- [10] S.S. Oh, D.W. Ha, H.S. Ha, C. Park, Y.K. Kwon, K.S. Ryu, H.S. Shin, Influence of transverse compressive stress on I_c degradation of Ag alloy sheathed Bi-2223 tapes, *Supercond. Sci. Technol.*, 17(1):130-4, 2004.
- [11] M. Hojo, T. Matsuoka, M. Nakamura, M. Tanaka, T. Adachi, S. Ochiai, K. Miyashita, Investigation of mechanical behavior of copper in Nb₃Sn superconducting composite wire, *Physica C*, 412-414(2):1261-6, 2004.
- [12] M. Hojo, M. Nakamura, M. Tanaka, T. Adachi, M. Sugano, S. Ochiai, K. Osamura, Analysis of mesoscopic stress states with delamination and their relation to critical current under bending deformation in Bi2223/Ag superconducting composite tapes, *Supercond. Sci. Technol.*, 18(12):S356-63, 2005.
- [13] S. Ochiai, K. Hayashi, K. Osamura, Influence o thermal cycling on critical current of superconducting silver-sheathed high T_c oxide wires, *Cryogenics*, 31(11):954-61, 1991.
- [14] D. P. Boso, M. Lefik, A. Schrefler, Homogenisation methods for the thermo-mechanical analysis of Nb₃Sn strand, *Cryogenics*, 46(7-8):569-80, 2006.
- [15] D. P. Boso, M. Lefik, B. A. Schrefler, A multilevel homogenized model for superconducting strand thermomechanics, *Cryogenics*, 45(4):259-71, 2005.
- [16] D.P. Boso, M. Lefik and B.A. Schrefler, Multiscale analysis of the influence of the triplet helicoidal geometry on the strain state of a Nb₃Sn based strand for ITER coils, *Cryogenics*, 45(9):589-605, 2005.

- [17] N. Mitchell, Modeling of the Effect of Nb₃Sn Strand Composition on Thermal Strains and Superconducting Performance, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 15(2):3572-6, 2005.
- [18] S. Murase, H. Okamoto, FEM Analysis of Three Directional Strain States Under Applied Tensile Stress for Various Composite Superconductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 14(2):1130, 2004.
- [19] M. Ahoranta, J. Lehtonen, T. Tarhasaari, K. Weiss, Modelling of local strain and stress relaxation in bronze processed Nb₃Sn wires, *Supercond. Sci. Technol.*, 21(2):025005, 2008. <u>http://dx.doi.org/10.1088/0953-2048/21/02/025005</u>
- [20] M. Ahoranta, J. Lehtonen, T. Tarhasaari, Finite element models for thermal stress, axial tension, bending and transversal compression of filamentary Bi-2223 tapes, *Supercond. Sci. Technol*, 22(1):015012, 2009.
- [21] M.C. Jewell, *The effect of strand architecture on the fracture propensity of Nb*₃Sn composite wires, Ph.D thesis, University of Wisconsin, Madison, USA, 2008.
- [22] H. Wada, II-1: Fabrication of Nb₃Sn multifilamentary composite superconductors, *Cryogenics*, 35(1):S13-4, 1995.
- [23] N. Mitchell, Finite element simulations of elasto-plastic processes in Nb₃Sn strands, *Cryogenics*, 45(7):501-15, 2005.
- [24] B. ten Haken, A. Godeke, H.H.J. ten Kate, The strain dependence of the critical properties of Nb₃Sn conductors, *J. Appl. Phys.*, 85(6):3247-53, 1999.
- [25] T.H.G. Megson, Structural and Stress Analysis, Elsevier, 2005.
- [26] M. Ahoranta, J. Lehtonen and T. Tarhasaari, Modelling the effect of twisting on electromechanical properties of Nb₃Sn conductors, *Lähetetty Cryogenics-lehteen*.
- [27] A. Nijhuis, Y. Miyoshi, M.C. Jewell, W. Abbas and W.A.J. Wessel, Systematic study on filament fracture distribution in ITER Nb₃Sn strands, Presented at ASC conference, 2008.
- [28] M. Ahoranta, *Modelling stress and strain in filamentary superconductors with finite element method*, Väitöskirja, Tampereen Teknillinen Yliopisto, Tampere, Suomi, 2008.
- [29] W.D. Markiewicz, R.E. Goddard, Bronze Tin Content and Grain Size in Nb₃Sn Composite Superconductors, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 12(1):1063-6, 2002.
- [30] H.J. Frost, M.F. Ashby, *Deformation-Mechanism Maps*, *The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics*, Pergamon Press, 1982.
- [31] J.T. Boyle, J. Spence, Stress Analysis for Creep, Butterworths, 1983.
- [32] A.W. West, R.D. Rawlings, The microstructure and mechanical properties of Nb₃Sn filamentary superconducting composites, *Journal of Materials Science*, 14(5):1179-86, 1979.

Maria Ahoranta Tampereen Teknillinen Yliopisto, Sähkömagnetiikka PL 692 33101 Tampere maria.ahoranta@gmail.com