

## Geometrisen huoneakustiikan renderöintiyhtälö

Lauri Savioja, Samuel Siltanen ja Tapio Lokki

**Tiivistelmä.** Geometrisen huoneakustiikka perustuu oletukseen äänen käyttäytymisestä valon kaltaisesti säteinä. Tältä pohjalta on johdettu yhtälö, joka yleistää kaikki geometrisen huoneakustiikan menetelmät saman kehyksen alle. Tässä työssä esitellään kyseisen yhtälön johtaminen, todetaan merkittävimpien mallinnusmenetelmien olevan erikoistapauksia tästä ja esitetään uusi mallinnusmenetelmä, joka sallii vapaasti määriteltävien heijastusfunktioiden käytön mallinnuksessa. Uuden mallin antamia tuloksia esitetään vertaamalla saatuja simulointituloksia mittaus-tuloksiin yhdessä huonetilassa.

*Avainsanat:* Huoneakustiikan mallinnus, geometrisen huoneakustiikka, akustinen radiositeetti, renderöintiyhtälö

### Johdanto

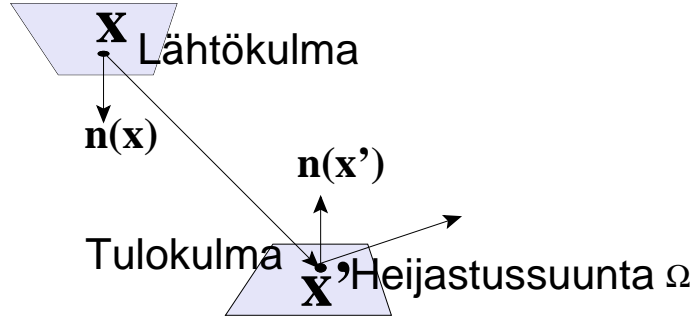
Huoneakustiikan geometrisen mallintamisen menetelmiä ovat kuvalähdemenetelmä [1], säteen- [2] ja keilojenseuranta [3], akustinen radiositeettimenetelmä [4], sekä ääniökartoitus (engl. sonel mapping) [5]. Niissä hyödynnetään usein sädeoptiikkaa ja tietokonegrafiikan menetelmiä. Huolimatta menetelmien yhteisistä piirteistä, niiden teoreettinen perusta ei ole ollut yhtenäinen. Tietokonegrafiikan puolella globaalin valaistuksen kuvaa ns. renderöintiyhtälö [6]. Vastaava yhtälö voidaan pienin muutoksin kirjoittaa myös geometrisen huoneakustiikan mallintamiseksi [7].

Huoneakustiikan renderöintiyhtälöä hyödyntäen olemme kehittäneet uuden mallinnusmenetelmän, joka on radiositeettimenetelmän laajennus. Tämä menetelmä kykenee mallintamaan äänen etenemistä geometrisesti monimutkaisissa huoneissa, joiden pintamateriaalien heijastusominaisuudet voivat olla mielivaltaisia. Tähän mennessä geometrisessa huoneakustiikan mallintamisessa käytetyt heijastusmallit ovat olleet suhteellisen rajoitettuja. Yleensä on laskettu ideaaleja spekulaareja tai diffuuseja heijastuksia tai diffraktiota. Materiaalit on esitetty absorptio- ja diffusiokertoimilla taajuuskaistoittain. Esitellyssä menetelmässä käytetään kaksisuuntaisia heijastuksen jakaumafunktioita materiaalien esittämiseen, mikä mahdollistaa muidenkin kuin ideaaliheijastusten käytön. Menetelmä on testattu oikealla huonemallilla ja sen on todettu tuottavan vertailukelpoisia tuloksia suhteessa nykyisiin geometrisen huoneakustiikan mallinnusmenetelmiin.

Seuraavassa osiossa johdetaan geometrisen huoneakustiikan renderöintiyhtälö. Tämän jälkeen olemassa olevien mallinnusmenetelmien osoitetaan olevan erikoistapauksia tuosta yleisestä mallista. Lopuksi kerrotaan akustisesta radianssiiniirtomenetelmästä ja pohditaan tulevia tutkimuskohteita.

## Geometrisen huoneakustiikan renderöintiytätö

Akustisen energian eteneminen voidaan esittää suljetussa tilassa seuraavan mallin mukaan. Tässä on rajoituttu tarkastelemaan vain energioita, koska heijastusmallien esittäminen, kun vaiheinformaatio on mukana, on vaikeaa ellei mahdotonta hyvin käyttäytyvillä funktioilla. Yksityiskohdat geometrisen huoneakustiikan renderöintiytätöön johtamisesta löytyvät Siltanen et al. artikkelista [7] sekä Kimingin diplomityöstä [8].



Kuva 1. Heijastuksen jakaumafunktio on sekä tulokulman että lähtökulman funktio.

Ensinnäkin yksittäinen heijastus voidaan esittää kaksisuuntaisen heijastuksen jakaumafunktion avulla:

$$\rho(\Omega_i, \Omega_e; x') = \frac{d\ell(\Omega_e)}{d\mathcal{E}(\Omega_i)}. \quad (1)$$

Tässä  $d\ell(\Omega_e)$  on differentiaalinen heijastunut radianssi suuntaan  $\Omega_e$  ja  $d\mathcal{E}(\Omega_i)$  on differentiaalinen pinnalle osuva irradianssi suunnasta  $\Omega_i$ . Irradianssi on siis säteilyteho, joka tulee tiettyyn pisteeseen tietystä suunnasta. Radianssi viittaa säteilytehoon projisoitua yksikköpinta-alaa ja yksikkökiintokulmaa kohti.

Akustisen energian eteneminen absorpoivassa lineaarisessa väliaineessa voidaan esittää operaattorin  $\hat{S}_r$  avulla siten, että

$$\hat{S}_r I(t) = e^{-\alpha r} S_r I(t) = e^{-\alpha r} I(t - r/c), \quad (2)$$

missä  $r$  on kuljettu matka,  $c$  on äänen nopeus,  $\alpha$  on väliaineen absorptiokerroin, ja  $I(t)$  on aikariippuvainen akustisen energiavuon intensiteetti. Tämä operaattori on lineaarinen ja siksi se on derivoitavissa. Tämän johdosta sitä voidaan käyttää paitsi intensiteetin myös radianssin ja irradianssin kanssa. Lisäksi operaattorin soveltaminen useita kertoja peräkkäin ja operaattorien yhdistäminen yhdeksi summaamalla etäisyydet on näin ollen mahdollista.

Analyysiä voidaan yksinkertaistaa siten, että tutkitaan vain energiainpulssin vastetta. Ei-impulssimaisten signaalien ja väliaineen absorption vaikutus voidaan käsitellä erikseen:

$$I(t) = \left[ \sum_n \beta_n S_{r_n} \delta(t) \right] * e^{-\alpha t c} I_0(t) = \mathcal{H} \sum_n \beta_n S_{r_n} \delta(t),$$

missä  $I_0(t)$  on ei-impulssimainen lähtösignaali,  $n$  on heijastusten määrä,  $\beta_n$  ovat heijastuskertoimia,  $r_n$  ovat heijastuspolkujen pituuksia ja  $\delta(t)$  on impulssimainen lähtösignaali. Tässä operaattori  $\mathcal{H}$  esittää ei-impulssimaisen signaalin ja väliaineen absorption vaikutuksia.

Huoneen geometrian vaikutus akustiseen energiavuohon on johdettavissa yksinkertaisesta kahden satunnaisen pinnan pisteen vuorovaikutuksesta. Kuvassa 1 on esitetty tällainen esimerkkigeometria. Se voidaan ilmaista ns. geometriatermin avulla:

$$g(x, x') = [\mathbf{n}_{x'} \cdot -\mathbf{u}_{x \rightarrow x'}] [\mathbf{n}_x \cdot \mathbf{u}_{x \rightarrow x'}] \frac{S_{|x-x'|}}{|x-x'|^2}, \quad (3)$$

missä  $\mathbf{n}_x$  on pinnan normaali pisteessä  $x$ ,  $\mathbf{u}_{x \rightarrow x'}$  on yksikkösuuntavektori, joka osoittaa pisteestä  $x$  pisteeseen  $x'$  ja  $[\cdot]$  tarkoittaa, että negatiiviset arvot rajoitetaan nolliin.

Jotta edellä esitetty pätsi myös huoneissa, joissa kaikki pisteet eivät ole toistensa suhteen näkyvissä, tarvitaan vielä näkyvyystermi  $\mathcal{V}(x, x')$ , joka on yksi, kun pisteiden  $x$  ja  $x'$  määrittämä jana ei leikkaa geometriaa muutoin kuin päätepisteissään, ja nolla muutoin.

Nyt heijastus pisteestä  $x$  pisteen  $x'$  kautta suuntaan  $\Omega$  voidaan esittää ns. heijastusytimen avulla seuraavasti:

$$R(x, x', \Omega) = \mathcal{V}(x, x') \rho(\Omega_{x \rightarrow x'}, \Omega; x') g(x, x'), \quad (4)$$

missä  $\Omega_{x \rightarrow x'}$  on kulma, jossa radianssi saapuu pisteestä  $x$  pisteeseen  $x'$ . Edelleen tämän avulla voidaan kirjoittaa *geometrisen huoneakustiikan renderöintiyhtälö*:

$$\ell(x', \Omega) = \ell_0(x', \Omega) + \int_{\mathcal{G}} R(x, x', \Omega) \ell(x, \Omega_{x \rightarrow x'}) dx, \quad (5)$$

missä  $\mathcal{G}$  on kaikkien pintapisteiden joukko ja  $\ell(x', \Omega)$  on siis pisteestä  $x'$  suuntaan  $\Omega$  lähtevä aikariippuva radianssi. Radianssi  $\ell_0(x', \Omega)$  voi olla joko pisteen  $x'$  suoraan emittoimaa, jos äänilähde oletetaan osaksi geometriaa, tai sitten pistemäisestä, ei-geometrisesta lähteestä primäärisesti heijastunutta radianssia. Tässä ei oteta kantaa äänilähteen määrittelyyn, eikä sille aseteta rajoituksia.

Huoneakustinen renderöintiyhtälö määritteli ulos lähtevän radianssin jokaisessa pinnan pisteessä, mutta jos kuuntelija pisteessä  $x_r$  ei ole osa geometriaa, niin on vielä esitettävä havaittu aikariippuva äänienergia  $d(t)$ . Se voidaan tehdä suoran äänen ja heijastuneen äänen summana  $d(t) = d_D(t) + d_\ell(t)$ , missä suora ääni äänilähteestä pisteessä  $x_s$  on

$$d_D(t) = \Delta(\Omega_{x_s \rightarrow x_r}, \mathcal{H}\mathcal{V}(x_s, x_r) \frac{S_{|x_r-x_s|}}{4\pi|x_r-x_s|^2} P_s(\Omega_{x_s \rightarrow x_r})) \quad (6)$$

ja heijastunut ääni

$$d_\ell(t) = \int_{\mathcal{G}} \Delta(\Omega_{x \rightarrow x_r}, \mathcal{H}\mathcal{V}(x, x_r) \frac{S_{|x_r-x_s|}}{|x_r-x|^2} \ell(x, \Omega_{x \rightarrow x_r}) [\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_{x \rightarrow x_r}]) dx. \quad (7)$$

Näissä on käytetty havaintosiirtofunktiota  $\Delta(\Omega, I)$ , joka kuvaa sisään tulevan energian intensiteetin  $I$  suunnasta  $\Omega$  havaituksi energiaksi, mikä mahdollistaa joustavasti erilaisten mallien käyttämisen havainnoinnissa.

Yllä esitettyssä analyysissä ei ole otettu huomioon taajusriippuvuutta, mutta se voidaan huomioida käsittelemällä jokainen taajuuskaista erikseen. Tällöin oletetaan, että väliaine on lineaarinen.

## Mallin erikoistapaukset

Monen geometrisen huoneakustiikan mallinnusmenetelmän voidaan osoittaa olevan edellä esitetyn mallin erikoistapauksia. Näihin kuuluvat muiden muassa kuvälähdemenetelmä, säteen- tai keilojenseurantamenetelmät, akustinen radiositeetti, sekä ääniökartoitus.

Tavallisessa kuvälähdemenetelmässä mallinnetaan peiliheijastuksia. Tällöin kaksisuuntainen heijastuksen jakaumafunktio voidaan määrittellä siten, että

$$\rho_{\text{spec}}(\Omega_i, \Omega_e; x) = \frac{\beta(x)\delta(\Omega_i - M(\Omega_e))}{\Omega_i \cdot \mathbf{n}_x}, \quad (8)$$

missä  $\delta$  on Diracin deltafunktio ja  $M$  on peiliheijastusmuunnos  $M(\theta, \phi) = (\theta, \pi - \phi)$ . Sijoittamalla tämä edellä esitettyyn malliin ja hakemalla geometrisen huoneakustiikan renderöintiyhtälölle ratkaisu iteratiivisesti Neumann-sarjalla, joka on katkaistu haluttua kertaluokkaa olevaa heijastusta vastaavan termin jälkeen, saadaan kuvälähdemenetelmän tuottamat tulokset. Perusmuodossaan keilanseurantamenetelmät kuuluvat käytännössä samaan luokkaan, vaikkakin näkyvyyslaskentaa on optimoitu.

Säteenseurantamenetelmiä on erilaisia. Jotkin mallintavat vain spekulareja heijastuksia, jolloin kaksisuuntainen heijastuksen jakaumafunktio on sama kuin kuvälähdemenetelmässä. Jos taas heijastuvien säteiden suunnat arvotaan jonkin jakauman mukaisesti, niin tuon jakauman voidaan ajatella vastaavan heijastuksen jakaumafunktiota. Säteiden jatkamisen todennäköisyys, absorpoitumisen sijasta, vastaa koko puolipallon yli integroitua jakaumafunktiota. Kun lähetetään riittävän suuri määrä säteitä, approksimoidaan huoneakustiikan renderöintiyhtälön ennustamia tuloksia.

Akustisessa radiositeettimenetelmässä kaksisuuntainen heijastuksen jakaumafunktio on diffuusi eli se ei riipu sisääntulevasta kulmasta:

$$\rho_{\text{diff}}(x) = \beta(x)/\pi. \quad (9)$$

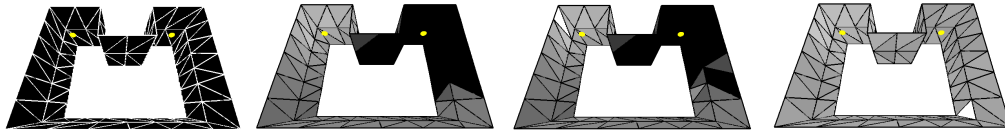
Tämän lisäksi diskretoimalla geometria ja olettamalla radiositeetin jakauma diskreettien alueiden sisällä vakioksi päästään radiositeettimenetelmän ratkaisuun.

Ääniökartoituksessa kaksisuuntaiset heijastuksen jakaumafunktiot voidaan esittää spekulareiden ja diffusien heijastusten yhdistelminä. Vastaavasti geometrisen huoneakustiikan renderöintiyhtälö voidaan jakaa spekulariin ja diffuusiin osaan viimeisimmän heijastuksen mukaan, jolloin tämä menetelmä on mahdollista esittää sen erikoistapauksena. Vain mahdollinen diffraktion mallintaminen vaatii erityiskäsittelyä.

## Akustinen radianssiirtomenetelmä

Akustinen radianssiirtomenetelmä laajentaa akustista radiositeettimenetelmää lisäämällä suuntariippuvuuden heijastuksiin. Esitellyssä laajennuksessa geometria on jaettu palasiksi, ja kunkin diskretoidun alueen yläpuolinen puolipallo on jaettu segmentteihin, joiden kunkin kautta kulkeva aikariippuva radiositeetti tallennetaan erikseen. Geometrisen huoneakustiikan renderöintiyhtälön avulla on mahdollista johtaa yhtälöt eri alueiden eri suuntasegmenttien välisille vuorovaikutuksille. Tarkempi selostus löytyy Siltanen et al. artikkelista [7].

Menetelmässä on kolme vaihetta. Alustava radianssin ampuminen, iteratiivinen radianssin levittäminen ja lopullinen kokoaminen. Alustavassa radianssin ampumisessa äänilähteestä ammutaan impulssi kaikille palasille, jotka ovat sille näkyvissä. Kaksisuuntaisen heijastuksen jakaumafunktion avulla lasketaan kunkin palasen kohdalla heijastuva



Kuva 2. Alustavan radianssin ampumisen jälkeen äänienergia leviää vaiheittain ympäristöönsä. Kuvassa vasemmalta alkaen: alkutilanne, alustava ampuminen, levitys on edennyt, lopputila. Pinnan vaaleus kuvaa vastaanotettua energiamäärää.

radianssi kullekin suuntasegmentille ja talletetaan se. Iteratiivisessa levittämisessä valitaan se palanen, jonka talletettu heijastuva radianssi on suurin. Tuo radianssi ammutaan sitten kaikille palasille, jotka ovat näkyvissä tuolle palaselle. Tämä tehdään siis kullekin suuntasegmentille erikseen ja vastaanottavien palojen osalta toimitaan kuten alustavassa ampumisessa. Tämän jälkeen lähettävän palasen sen hetkinen radianssi merkitään ammutuksi, ja etsitään seuraava pala, jonka ampumaton heijastuva radianssi on suurin ja edetään kuten edellä. Tämä toistuu, kunnes ampumattoman radianssin määrä on pienempi kuin jokin ennalta sovittu pieni vakio. Kuvassa 2 on havainnollistettu näitä kahta ensimmäistä vaihetta. Vasemmalta alkaen ensimmäisessä kuvassa on esitetty alkutilanne, seuraavassa vaiheessa on tapahtunut alustava radianssin ampuminen. Seuraavassa kuvassa levittäminen on edennyt jo useita askeleita, kun taas viimeinen kuva esittää lopputilannetta, jossa radianssin levittäminen voidaan lopettaa. Lopullisessa kokoamisessa lasketaan se osuus palasten suuntasegmenteittäin tallennetusta radianssista, joka saapuu kuuntelijalle. Tässä yhteydessä voidaan saapuvan energiavasteen lisäksi myös suuntainformaatio tallentaa ja käyttää sitä joko sopivan kuivan äänen kanssa konvoluutina kuuntelemiseen tai akustisten parametrien laskemiseen.

Siltanen et al. esittävät tällä menetelmällä saatuja tuloksia huoneessa, jota on käytetty geometrisen huoneakustiikan mallinnusohjelmistojen vertailussa [9, 10]. Taulukossa 1 on esitetty joitakin tuloksia, joista ilmenee, että menetelmä kykenee suhteellisen luotettavasti ennustamaan akustisia parametreja.

Taulukko 1. Akustiset parametrit  $T_{30}$ ,  $D_{50}$  ja LFC kuudelle lähde-kuuntelija (L ja K) parille keskiarvoistettuna taajuuksilta 250 Hz - 2 kHz.

L	K	$T_{30}$			$D_{50}$			LFC		
		Mit. (s)	Simul. (s)	Virhe (%)	Mit. (%)	Simul. (%)	Virhe (%)	Mit. (%)	Simul. (%)	Virhe (%)
1	1	1.12	1.11	-0.9	49.19	48.94	-0.5	32.31	31.18	-3.5
1	2	1.15	1.11	-2.8	56.61	54.68	-3.4	28.07	28.25	0.7
1	3	1.13	1.11	-1.4	46.13	45.04	-2.4	32.00	32.49	1.6
2	1	1.13	1.11	-1.2	53.87	55.53	3.1	26.33	27.61	4.9
2	2	1.13	1.11	-1.6	43.49	44.33	2.0	30.11	32.55	8.1
2	3	1.11	1.11	0.4	53.23	51.22	-2.0	27.88	28.55	2.4

## Pohdinta

Esitetty geometrinen huoneakustiikan renderöintiyhtälö luo teoreettisen mallin, josta monet nykyisistä mallinnusmenetelmistä voidaan johtaa erikoistapauksina. Myös uusia menetelmiä on mahdollista kehittää sen perusteella. Akustinen radianssinsiirtomenetelmä mahdollistaa monimutkaisten huonemallien akustiikan mallintamisen, vaikka materiaalien

heijastusominaisuudet olisivat ei-triviaaleja. Tulevaisuudessa lienee mahdollista laajentaa menetelmä tukemaan diffraktiota ja materiaalien läpi kulkevaa ääntä.

### *Kiitokset*

Osa tästä työstä on rahoitettu Suomen Akatemian projektista nro 119092.

### **Viitteet**

- [1] ALLEN J B & BERKLEY D A, Image method for efficiently simulating small-room acoustics, *Journal of the Acoustical Society of America*, **65**(1979) 4, 943–950.
- [2] KROKSTAD A, STROM S, & SORSDAL S, Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique, *J. Sound Vib.*, **8**(1968) 1, 118–125.
- [3] FUNKHOUSER T, CARLBOM I, ELKO G, PINGALI G, SONDHI M, & WEST J, A beam tracing approach to acoustic modeling for interactive virtual environments, *ACM Computer Graphics, SIGGRAPH'98 Proceedings*, (1998), 21–32.
- [4] NOSAL E M, HODGSON M, & ASHDOWN I, Improved algorithms and methods for room sound-field prediction by acoustical radiosity in arbitrary polyhedral rooms, *Journal of the Acoustical Society of America*, **116**(2004) 2, 970–980.
- [5] KAPRALOS B, *The Sonel Mapping Acoustical Modeling Method*, Ph.D. thesis, York University, Toronto, Ontario, Canada, 2006.
- [6] KAJIYA J T, The rendering equation, *Computer Graphics*, **20**(1986) 4, 143–150.
- [7] SILTANEN S, LOKKI T, KIMINKI S, & SAVIOJA L, The room acoustic rendering equation, *Journal of the Acoustical Society of America*, **122**(2007) 3, 1624–1635.
- [8] KIMINKI S, *Sound Propagation Theory for Linear Ray Acoustic Modelling*, Master's thesis, Helsinki University of Technology, Finland, 2005.
- [9] BORK I, Report on the 3rd round robin on room acoustical computer simulation - Part I: Measurements, *Acta Acustica united with Acustica*, **91**(2005) 4, 740–752.
- [10] BORK I, Report on the 3rd round robin on room acoustical computer simulation - Part II: Calculations, *Acta Acustica united with Acustica*, **91**(2005) 4, 753–763.

Lauri Savioja, Samuel Siltanen, Tapio Lokki

Teknillinen korkeakoulu, Mediatekniikan laitos

PL 5400, 02015 TKK

s-posti: lauri.savioja@tkk.fi, samuel.siltanen@tml.tkk.fi, tapio.lokki@tkk.fi