

OKSAT PUUSSA JA SAHATAVARASSA

Yrjö Tolonen
Jari Kortelainen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 38,
No. 2, 2005, ss. 36-52

TIIVISTELMÄ

Artikkeli on kokonaisvaltainen esitys puusta, sen kasvamisesta, puuaineksen mikro- ja makrorakenteesta, oksista ja puun lujuus- ja jäykkyysominaisuuksista. Puun runko toimii kasvavassa puussa kahdessa tehtävässä: jäykästi maahan kiinnitettynä mastona sekä nesteiden kuljettajana. Ulko-oksien tehtävänä on levittää lehdet tai neulaset mahdollisimman edullisesti puun ympärille. Ulko-oksat kiinnittyvät runkoon sisäoksan muodostavana kartiomaisena tappina, joka ulottuu ytimeen saakka. Rungossa niiden vaikutus lujuuteen on pieni, mutta sahatavarassa ne yleensä ovat täysin ratkaisevia lujuudelle, sillä sahaus turmelee puun syiden rakenteen katkomalla ne usein kaikkein kriittisimmissä kohdissa. Tutkimusta varten Wienin teknillisessä korkeakoulussa tehdyissä vetokokeissa onnistuttiin mittaamaan äärimmäisen tarkasti holografiseen interferometriaan perustuvalla ESPI-menetelmällä sekä virheettömässä sahatavarassa että keskeisen oksan ympärillä syntyneet siirtymät. Näistä lasketuissa venymissä ei esiinny piikkejä ennen kuin vasta murtumisen yhteydessä. Erityisesti oksattomassa mutta myös oksakappaleessa sekä jännitys-venymäkuvaaja että koko kappaletta koskevat kuormitusportaittain otetut Frobeniuksen normit näyttivät osoittavan kimmoista käyttäytymistä. Kuitenkin lähemmässä alueittain tehdyssä tarkastelussa kävi ilmi, että oksakappaleessa 34 kuormitusporrasta 118:sta muuttivat venymien jakaantumaa ei-lineaarisesti asettaen puuaineksen kimmoisuusoletuksen kyseenalaiseksi. Lisäksi koetuloksista nähtiin, että oksan ohitse taipuneet syyt lisäsivät oksakappaleen paikallista muodonmuutoskapasiteettia verrattuna virheettömän koekappaleen arvoihin. Artikkelissa johdetaan vinosyytyteen liittyvä jo klassinen Hankinsonin kaava lähtien koordinaatiston muunnoskaavasta.

JOHDANTO

Sahatavaran puuaineessa olevat sisäoksat luokitellaan vioiksi, sillä ne alentavat sahatavaran käytettävyyttä. Myös ulkonäöllisesti ne yleensä ovat varsin epäedullisia. Kasvavalle puulle sisä- ja ulko-oksat ovat elintärkeitä. Puun ytimeen ulottuvilla sisäöksillä on tärkeät tehtävänsä: ulko-oxsa pysyy sen avulla kiinni rungossa ja se voi tuoda tekemänsä yhteyttämistulokset runkoon ja juuristoon vastineeksi juurilta saamistaan vedestä ja muista rakennusaineista.

Yksittäinen sisäoksa ei paljon heikennä rungon lujuutta. Havupuissa oksat yleensä keskittyvät oksakiehkuroihin, jolloin niiden yhteisvaikutus voi olla suuri. Toisaalta sahatavaran yksikin oksa voi alentaa lujuutta ja jäykkyyttä ratkaisevasti riippuen sen koosta ja paikasta. Selitys tälle on yksinkertainen: sahaus rikkoo puun syiden muodostaman rakenteen katkaisemalla syitä varsinkin oksien ympärillä niiden kiertäessä oksaa. Lisäksi puuaineesa esiintyviin vinoihin syihin rasitus aiheuttaa poikittaista vetoa, joka helposti aiheuttaa pitkittäisiä halkeamia. Voidaan hyvällä syyllä väittää, että oksan aiheuttama syyhäiriö määrää merkittävästi lujuuden ja jäykkyyden alenemisen. Puun syiden kaltevuuskulmien jakautuma oksan ympärillä riippuu sahauksen vinoudesta oksakartion akseliin nähden.

Kaltevuuskulmien mittaamiseen ei tähän saakka ole ollut luotettavaa menetelmää. Vasta äskettäin Suomessa patentoitiin laseriin perustuva menetelmä, jolla voidaan mitata sekä pinnassa oleva että pinnan normaalin suuntaan poikkeava eli sukeltava kaltevuuskulma. Menetelmä esitellään lyhyesti myöhemmin tässä artikkelissa, koska jatkossa raportoidaan FEM-laskelmia, joiden syykulmajakaumat on mitattu mainittuun menetelmään perustavalla prototyypillä.

Euroopan Unioni vaatii kaikissa kuormia kantavissa rakenteissa lujuuslajiteltua puuta. Koska tätä tulevaisuudessa myös valvottaneen, lujuuslajitellun puun kysyntä lisääntyy. Tällä hetkellä automaattiset lajittelumenetelmät perustuvat johonkin seuraavista tekniikoista tai niiden yhdistelmään: taivutus, dynaaminen vaste, röntgen ja mikroaallot. Lajittelussa tällä hetkellä käytetyt laitteet eivät anna kovin hyviä saantoja varsinkaan korkeimmassa lujuusluokassa. Tämä näkyy käytettyjen tekniikoiden selityksasteessa lujuudelle, joka ei teoreettisestikaan ylitä 75 %. Sahatavaran lujuuslajittelua käsittelevässä tutkimusprojektissa, johon tämäkin artikkeli perustuu, luotiin rinnakkainen sumeaan logiikkaan perustuva lajittelumenetelmä, joka antoi neljän lajitteluparametrin ja kymmenen lajittelusäännön järjestelmällä vähintään yhtä hyvän tuloksen kuin taivutusmenetelmä. Vaikka jo kehitetyt ulkonäkölajittelulaitteet mittaavat sahatavaran erittäin tarkasti ja nopeasti, ei niiden antamia tietoja ole hyödynnetty lujuuslajittelussa. Tämä johtuu siitä, että oksan aiheuttama lujuuden alenema on ollut vaikea arvioida. Joissakin tutkimuksissa oksan poikkisuuntaiselle sijainnille ei ole saatu mitään vaikutusta lujuuteen ja jäykkyyteen [11].

HAVUPUUN KUITUJEN RAKENNE

Havupuun puuaines koostuu pääasiassa puukuiduista, joiden keväällä nopeasti kasvaneen kevätpuun poikkileikkaus on noin 30 μm sekä säteen että tangentin suuntaan. Kesäpuussa säteen suuntainen mitta on vain noin puolet siitä. Kuidut ovat onttoja, ja niiden pituus on jopa satakertainen leveyteen verrattuna. Kesäpuussa seinämän paksuus on lähes kaksinkertainen kevätpuuhun verrattuna. Kun kevätpuun huokoisuus on noin 80 %, on se kesäpuussa vain vajaa puolet siitä. Puuaineksen kiintotiheys on 1520 kg/m^3 , joten kevätpuun tiheys on 304 kg/m^3 . Kesäpuun osuus vaihtelee suuresti riippuen sekä geeniperimästä että kasvutekijöistä. Sillä on ratkaiseva merkitys puun tiheyteen ja sitä kautta sekä lujuus-, jäykkyyss-, että moniin muihinkin ominaisuuksiin.

Puukuidun seinämän rakenne on sekin kerroksellinen. Ulkoapäin luetellen siinä ovat primaari-, sekundaari- ja sisäkerros. Näistä paksuin on keskimäinen sekundaarikerros. Siinä on lujuutta antavien selluloosakuitujen osuus kaikkein suurin. Ne ovat kuitukimp-puina, joita kutsutaan mikrofibrilleiksi. Ne kiertävät vinosti kuidun ympäri estäen tehokkaasti pitkittäisten halkeamien syntymisen. Tämän kierteisyyden kulma, mikrofibrillikulma, vaihtelee suuresti ja voi olla jopa 60° puristuspuussa eli lilyssä. Tavallisen puun arvot vaihtelevat 10° ja 30° välillä [1]; nekin alentavat kuidun pitkittäistä jäykkyyttä. Puukuidut koostuvat pääasiassa kolmesta aineesta: selluloosasta, hemiselluloosasta ja ligniinistä. Lujuutta antava selluloosa esiintyy sekä kiteisenä että amorfisena. Hemiselluloosa on polysakkaridi, jolla on alhainen molekyyli-paino ja haaroittunut rakenne. Ligniini koostuu monimutkaisista molekyyleistä, jotka toimivat sideaineena kuitujen ja kerroksien sisällä sekä niiden välissä antaen puulle sille ominaisen jäykkyyden. Selluloosan tilavuusosuus havupuilla on suurin eli 40 % – 50 %. Hemiselluloosaa on 20 % – 35 % ja ligniiniä on 15 %-35 %. Lisäksi puussa on erilaisia pihka- ja uuteaineita sekä vahoja.

PUUN KASVAMINEN

Puun kasvu on monimutkainen tapahtuma, joka pääasiassa ratkaisee puuaineksen yleisen rakenteen. Puu kasvattaa joka vuosi kuorensa alle uuden kerroksen, vuosiluston, joka peittää sekä koko rungon että sen pienimmätkin elävät oksat lisäten sekä paksuutta että pituutta kaikkialle. Yhdessä vuosilustossa on kaksi kerrosta: kevät- ja kesäpuu. Niiden välissä on siirtymävyöhyke, joka monien mielestä on kolmas kerros (kts. [2]), ainakin joissakin puulajeissa.

Rungon ja oksan vuosiluston paksuuksien välinen suhde vaihtelee oksien välillä. Sen sijaan, jos kyseinen suhde on pysynyt samassa oksassa vakiona, on rungon sisäoksa ytimeen ulottuva kartio. Yksinkertaisen geometrisen tarkastelun perusteella voidaan todeta, että $\frac{\beta}{2} = \arcsin\left(\frac{1}{k}\right)$, missä β on oksakartion kärkikulma ja k on rungon ja oksan vuosiluston paksuuksien välinen suhde. Esimerkiksi, jos suhteen arvoksi valitaan varsin usein esiintyvä arvo 6, niin oksakartion kärkikulma on noin 20° . On selvää, että oksakartion kärkikulman perusteella voidaan arvioida sisäoksan kokoa. Jos suhteen k arvo on pysynyt vakiona, saadaan sisäoksan koolle tarkka arvo.

Ulko-oksilla on tärkeä tehtävä jakaa neulaset mahdollisimman edullisesti. Yhteyttämiseen tarvittava vesi ja muut ainesosat kuljetetaan neulasiin juuristosta rungon ja oksien pintapuun solukkojen muodostaman järjestelmän avulla. Rungon ja oksan vuosilusto ovat selkeitä omia kokonaisuuksiaan. Ne jopa kasvavatkin eri aikaa. Oksan vuosilusto kasvaa ensin muodostaen rungon edellisen vuoden vuosiluston päälle alaspäin suuntautuneen ankkurointikerroksen, jonka rungon uusi vuosilusto peittää. Näiden kahden kerroksen soluonteloita yhdistävät yhteiset huokokset, joiden kautta kaksisuuntainen nesteiden virtaus tulee mahdolliseksi [3].

Rungon vuosiluston syyt joutuvat ohittamaan oksakartion. Kuitujen poikkileikkaus säilyy suunnilleen vakiona, kun kuidut ohittavat oksan. Jotta vinosyisyys pysyisi mahdollisimman pienenä, puun syyt alkavat väistää oksaa jo suunnilleen halkaisijan etäisyydellä oksan keskipisteestä. Koska oksan kohdalla tulee ahdasta, puun syyt siirtyvät jossakin määrin myös ulospäin muodostaen oksan ympärille oksakryhmin. Siitä tulee ulospäin oleva kaltevuuskulma puun syille. Oksakryhmin suuruus riippuu puulajista. Oksakryhmin poikkisauhauksessa on nähtävissä tummien kesäpuukerroksien muodostamia ellipsejä, joiden kulun on usein virheellisesti uskottu kuvaavan syiden kulkua.

Heikon poikittaisen vetolujuuden tähden puuaineksella on taipumus pitkittäiseen halkeamiseen jo kasvuvaiheessa tapahtuvissa, joskus rajuissakin taivutuksissa. Lisäksi talvella pakkaset voivat aiheuttaa halkeamia. Niitä estämään puu kasvattaa päällekkäisiin vuosilustoihin vähän kerrallaan muuttuvaa kierresyisyyttä. Suomessa nuorissa kuusen taimissa on ensin kasvava vasenkätinen kierteisyys, joka tarkoittaa pystysuorasta vasemmalle kallellaan olevia puun syitä. Se saavuttaa ennen kymmenen vuoden ikää huippunsa enintään noin kymmenen astetta vähentyen sitten tasaisesti, kunnes yleensä jo ennen 100 vuoden ikää kierteisyys on muuttunut oikeakätiseksi, vaikkakin noin 5 % poikkeaa tästä säännöstä [1]. Kierresyisyyden ansiosta pienet taimet ovat erittäin joustavia ja samalla vastustuskykyisiä halkeamia vastaan. Kierteinen syy rakenne ilmenee sahatavaran lappeella ns. sukeltavina syinä, jotka kuivauksessa saavat kappaleen vääntymään pituusakselinsa ympäri propelliksi. Tämä on eniten hukkaa aiheuttava sahatavaran muotovirhe.

OKSAN KASVAMINEN, KUOLEMINEN JA KYLESTYMINEN

Jokaisen vuosikasvun lopussa olevassa ytimessä olevassa oksakiehkurassa on vähintään parikymmentä oksa-aihiota useassa rivissä allekkain. Muodostuneen oksan oksakulma riippuu siitä, missä rivissä oksaksi kehittynyt aihio alkujaan oli. Oksakulma mitataan latvasta lähtien ja on 90° , kun oksa on ytimen normaalin suuntainen. Keskimäärin vain neljä tai viisi aihiota kehittyy oksiksi, usein samasta rivistä, jolloin oksakulma on sama. Jos oksat olisivat tasaisin välein, niiden väliset kulmat olisivat 90° tai 72° , vastaavasti. Peräkkäisten oksakiehkuroiden oksat eivät yleensä ole pystysuunnassa samalla kohtaa, koska silloin ylemmän oksan aiheuttama varjostus olisi kaikkein suurin auringon ollessa zenitissä. Oksien sijoittumisen ennustamiseen on ehdotettu erilaisia sarjakehitelmiä, joista parhaana on pidetty Fibonaccin sarjaa. Kasvupaikan toispuoleinen valaistus aiheuttaa oksien toispuoleisen sekä sijoittumisen että kasvun.

Jos oksa jää pysyvästi varjoon, se yleensä kuolee ajan myötä. Kuolleiden oksien karsituminen on puulajikohtainen ominaisuus, johon vaikuttavat kuitenkin myös kasvuolosuhteet, kuten metsän runkotiheys, lumen määrä ja myrskytuulet. Kun oksa kuolee, siitä ei enää muodostu ankkurointikerrosta rungolle, joten se jää irti rungosta. Kuudessa rungon sisään jäänyt kuollut oksa muuttuu mustaksi. Tuoreessa sahatavarassa se pysyy paikallaan, mutta kuivauksessa se usein irtoaa ja jättää sahatavaraan mustalla reunustetun reiän.

Karsiutumisen jälkeen havupuut peittävät katkenneen oksan pinnan runsaalla pihkalla ehkäisten biologista vaaraa. Mutta kuluu hyvinkin kymmenen vuotta ennen kuin oksan paikka on ylikasvanut (kylestynyt) ja kuoren peittämä.

PUUN ORTOTROPIA

Puun kasvamisesta johtuen sen rakenteessa on selvä kartiosymmetria, jossa kuitenkin kartion kärkikulma on erittäin pieni. Puuta tarkastellaankin yleensä sylinterisymmetrisenä, jossa poikkisuuntaan olevat ominaisuudet poikkeavat suuresti vastaavista pituussuuntaan olevista ominaisuuksista. Esimerkiksi puun lujuus- ja jäykkyysominaisuudet noudattavat hyvin tätä kaavaa. Lujuusopillisesti puun katsotaan olevan ortotrooppinen materiaali, jonka tangentiali- ja radiaalisuuntien ominaisuudet, yksinkertaisuuden tähden, oletetaan yleensä yhtä suuriksi, vaikka joissakin ominaisuuksissa on huomattaviakin eroja. Esimerkiksi havupuiden radiaalisuuntainen kimmomoduuli voi joissakin puulajeissa olla lähes kaksinertainen tangentialikimmomoduuliin nähden.

Oletus ortotropiasta on oikeutettu, kun tarkastellaan puun lujuus- ja jäykkyysominaisuuksien keskinäisten suhteiden arvoja eri suunnissa. Havupuilla pituus- ja tangentialikimmomoduulien välinen suhde vaihtelee välillä 41 – 122 lähteen [1] mukaan. Pienin muussa kirjallisuudessa löytynyt arvo tälle suhteelle on suomalaisista havupuista kuusella 24,9. Kuusen pituus- ja radiaalisuuntien kimmomoduulien suhteen pienin arvo kirjallisuudessa on 15,1. Wienin teknillisen korkeakoulun julkaisussa [4] annetaan itävaltalaiselle kuuselle arvot 30 ja 18, vastaavasti. Männylle pienimmät vastaavat arvot ovat 28,6 ja 14,8. Suomen puurakenteiden normeissa sahatavaran pituus- ja poikkisuunnan välisen suhteen arvo pienenevät arvosta 35,7 arvoon 30,4, kun siirrytään alimmasta lujuusluokasta ylimpään. Amerikkalaiselle Sitka-kuuselle on lähteen [10] mukaan tutkimuksissa saatu niinkin alhainen arvo kuin 5,3. Jatkossa tehtävissä tasojännitystilän FEM-laskelmissa pituus- ja poikkisuhteen arvona käytettiin lukua 20.

Ortotrooppisessa materiaalissa liukukertoimen arvo on hyvin lähellä poikittaisen kimmoduulin arvoa. Lähteessä [4] on liukukertoimelle G_{LR} annettu kaava

$$\frac{1}{G_{LR}} = \frac{E_L + E_R + 2\nu_{LR} \cdot E_R}{E_L \cdot E_R},$$

missä alaindeksi L vastaa pituussuuntaa ja R tarkoittaa rungon radiaalisuuntaa. Lisäksi merkitään suhteita $s = \frac{E_L}{E_R}$ ja $s_1 = \frac{E_L}{G_{LR}}$. Kaavaan sijoituksen jälkeen saadaan $s_1 = s + 1 + 2\nu_{LR}$. Tästä nähdään, että E_R ja G_{LR} ovat lähes samansuuruiset siten, että edellinen on aina suurempi. Tämä sama pätee myös tangentialisuunnalle, joten kaavoissa R voidaan korvata T :llä.

Selvä ortotropia esiintyy lujuudessaakin. Poikittaisen vetolujuuden arvoissa hajonnat ovat erikoisen suuret sekä puun epähomogeenisuuden että kokeiden suorituksen tähden. Halkeamat, usein jopa näkymättömät mikrohalkeamat, eliminoivat poikittaista vetolujuutta varsin tehokkaasti. Lisäksi vetokokeen suorittamisessa tarvittavat liimaukset pettäivät usein. Havupuilla vetolujuuksien suhteelle pituus- ja poikkisuuntien välille on saatu hyvin vaihtelevia arvoja viidestä viiteenkymmeneen. Suomen puurakenteiden normeissa sahatavaran karakterististen lujuuksien suhteet pienenevät 47,5:stä 20:een ylimmästä lujuusluokasta toiseksi alimpaan siirryttäessä, kuitenkin niin, että alimmassa lujuusluokassa suhde on 30. Vetolujuuksien väliseksi suhteeksi on lähteessä [4] saatu 17, kun lähtökohtana on 3-ulotteinen pääjännitysten muodostamassa akselistossa oleva murtojännitysellisoidi. Tämä on saatu suurella määrällä kokeita, jotka on tehty ohuilla LR-tasossa olevien puulevyjen testaamisella kaksikulotteisen kuormituksen alaisena. Pituussuuntaisen murtovetojännityksen arvoksi tulee murtojännitysellisoidista 76,9 MPa ja poikkisuuntaisen 4,5 MPa, joka tässä tapauksessa on säteen suunta. Tangentin suuntaan puu on usein lujempi vedossa, sillä kesäpuukerrokset toimivat lujitteina, kun vastaavasti säteen suunnassa rasitus kohdistuu jokaiseen heikkoon kevätpuukerrokseen. Kuitenkin tangentin suuntaan saatuja arvoja alentavat jo aikaisemmin mainitut kuivumisen aiheuttamat halkeamat ja mikrohalkeamat.

SYKKULMAN VAIKUTUS LUJUUTEEN JA JÄYKKYYTEEN

On tunnettua, että kuorman ja puun pituussuunnan välinen kulma vaikuttaa sekä lujuuteen että jäykkyyteen. Aihetta on tutkittu paljon ja päädytty varsin vaihteleviin tuloksiin. Sekä jäykkyyden että lujuuden riippuvuudelle syykulmasta puhtaassa vedossa on kehitetty monia kaavoja. Jo vuonna 1938 Ruotsissa tehdyssä tutkimuksessa todettiin, että ns. Hankinsonin kaavat, jotka perustuvat trigonometrinen funktioiden potensseihin antoivat parhaat tulokset.

Ortotrooppisen materiaalin tasojännitystilassa jännitys-venymäyhtälö pääsuunnille 1 ja 2 on yksinkertainen [6]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{bmatrix}.$$

On huomattava, että matriisin \mathbf{S} kolmas rivi ja sarake kuvaavat liukumiin liittyviä materiaalivakioita. Lähteen [6] merkinnöistä poiketen matriisin kolmannen rivin ja sarakkeen termien alaindeksit on merkitty numerolla kolme neljän sijasta ja termi $S_{33} = \frac{1}{G_{12}}$. Tässä matriisin \mathbf{S} diagonaalilla ovat kimmo- ja liukumoduulien käänteisarvot. Termit S_{12} ja S_{21} ovat kimmomoduulien negatiiviset käänteisarvot vastaavilla Poissonin vakioilla kerrottuna, joten ne ovat keskenään yhtä suuret. Lisäksi $\boldsymbol{\sigma}$ on 3×1 -jännitysmatriisi, alimpana terminä leikkausjännitys. Jos tarkasteltava suunta x poikkeaa pääsuunnasta 1 kulman α verran, saadaan uudeksi joustomatriisiksi $\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{M} \mathbf{S} \mathbf{M}^{-1}$. Tässä

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -2 \sin \alpha \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

ja matriisin $\bar{\mathbf{S}}$ kaikki termit eroavat nolasta (kts. [6]). Siinä $\bar{S}_{11} = \frac{1}{E_x}$, $\bar{S}_{12} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} = -\frac{\nu_{yx}}{E_y}$ ja $\bar{S}_{13} = \frac{\eta_{xy,x}}{E_x} = \frac{\eta_{x,xy}}{G_{xy}}$. Näissä uuden suunnan alaindeksit ovat x ja y vastaten pääsuuntia 1 ja 2.

Siten suunnassa α pääsuuntaan 1 nähden oleva kimmomoduuli on E_x . Lähteen [6] mukaan

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{E_1} \cdot \cos^4 \alpha + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2 \cdot \nu_{12}}{E_1} \right) \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \frac{1}{E_2} \cdot \sin^4 \alpha.$$

Kun lausekkeen molemmat puolet kerrotaan E_1 :llä, keskellä oleva sulkulauseke saa muodon

$\frac{E_1}{G_{12}} - 2 \cdot \nu_{12}$. Tehdään sijoitukset $s = \frac{E_1}{E_2}$ ja $s_1 = \frac{E_1}{G_{12}} = s + 2 \cdot \nu_{12} + 1$, jolloin se sievenee edelleen muotoon $s + 1$, ja

$$\frac{E_x}{E_1} = p_x = \frac{1}{\cos^4 \alpha + (s + 1) \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + s \cdot \sin^4 \alpha}.$$

Täten

$$p_x = \frac{1}{\cos^2 \alpha + s \cdot \sin^2 \alpha}.$$

Tämä on täsmälleen sama kuin Hankinsonin kaava

$$\frac{E_x}{E_1} = p_x = \frac{1}{\cos^n \alpha + s \cdot \sin^n \alpha},$$

kun eksponenttina on 2. Myöhemmin kaavoissa on alettu käyttää muitakin sopivia eksponentteja eri tapauksissa. Lähteen [5] mukaan vedossa sopivat arvot ovat välillä 1 - 2, puristuksessa välillä 2 - 2,5. Saatu yhteys Hankinsonin kaavojen ja koordinaatiston muuntokaavojen välillä on sikäli merkittävä, että ortotrooppisten materiaalien FEM-ohjelmat käyttävät juuri viime mainittuja. Jos niissä eksponentiksi halutaan muu arvo kuin kaksi, on kimmo- ja liukumoduuleille syötettävä sovitettuja arvot.

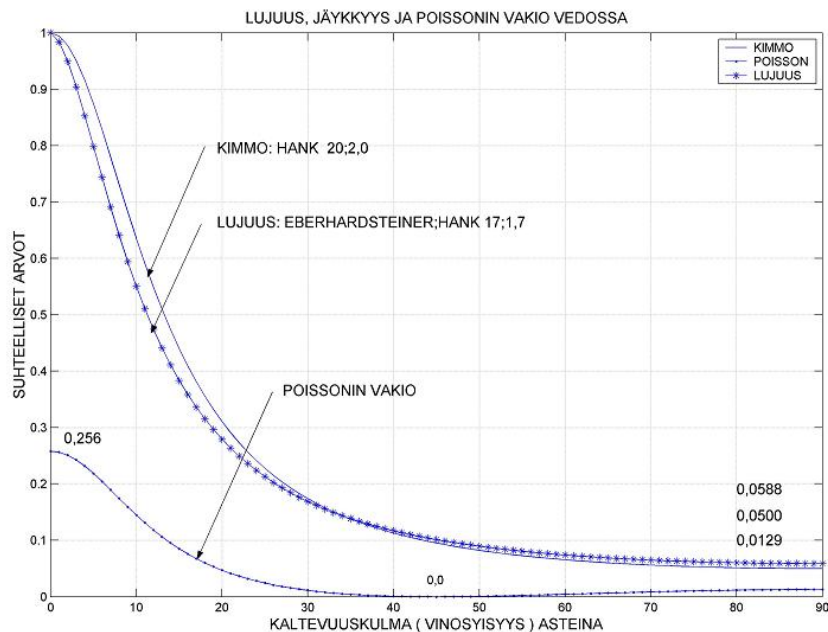
Lujuuksille on voimassa samanlaiset yhteydet vinosyisyyskulmaan nähden. Wienin teknillisen korkeakoulun lujuusopin professori Eberhardsteiner sai itävaltalaisen kuusen pituus- ja poikkisuunnassa vetolujuuksien suhteeksi 17 [4]. Hänen esittämänsä murtojännityskuvaaja kulman funktiona saadaan Hankinsonin kaavalla, kun $n = 1,7$ ja $s = 17$, kuten kuvassa 1 on

näytetty. Se on hyvin lähellä kimmomoduulille valittua kuvaajaa, jolle on käytetty arvoja $s = 20$ ja $n = 2$ ja joka samalla on koordinaatiston muuntokaavan antama kuvaaja.

Poissonin vakiolle ja Leikhnitsin vuorovaikutuskertoimille on koordinaatiston muunnoskaavoista lähtien johdettavissa yksinkertaiset vinosityyskaavat:

$$v_{xy} = p_x \cdot v_{12} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2$$

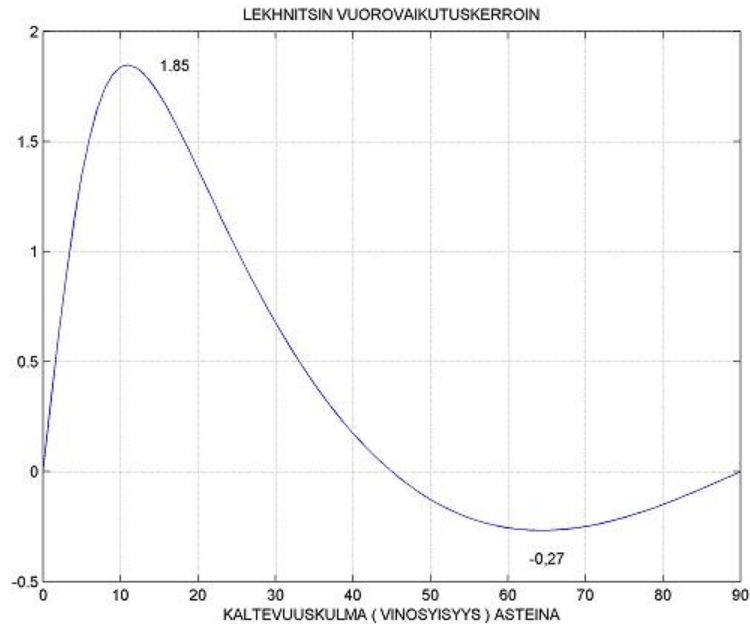
$$\eta_{xy,x} = p_x \cdot (s + 1) \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \bar{S}_{13} \cdot E_1$$



Kuva 1. Murtolujuus ja kimmomoduuli kaltevuuskulman funktiona suhteellisina puun pituussuunnan L arvoihin sekä Poissonin vakio.

Käyrät on esitetty oheisissa kuvissa 1 ja 2. Kuvista nähdään, että molemmat kertoimet saavat arvon 0 kulman arvolla 45° , jolloin poikittaisia vaikutuksia ei ole. Kuvassa 2 Leikhnitsin vuorovaikutuskertoimen $\eta_{xy,x}$ arvoissa on mielenkiintoista, että sen maksimi on 1,85 alhaisella kulma-arvolla noin 12° . Siten jo pienillä kulman arvoilla liukumat vaikuttavat voimakkaasti venymiin aiheuttaen muotojen vääristymistä. Tämä ilmeisesti selittää, miksi sekä jäykkyys että vetolujuus alenevat voimakkaasti jo pienilläkin kulmilla. Tässä lienee myös syy, miksi Tsai-Wu murtumiskriteerissä tarvittavan kertoimen a_{1122} kokeelliseen

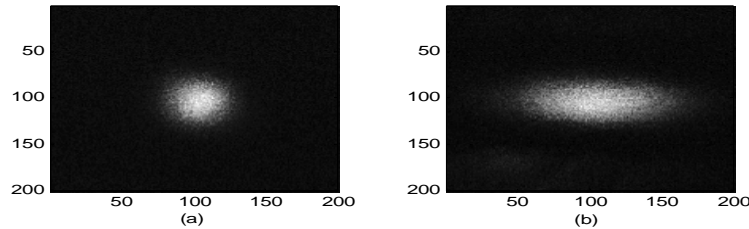
määrittämiseen tutkimuksessa [10] on suositeltu juuri 10° vinoutta pääsuuntaan nähden. Vastaavasti 45° :n kulman arvolla liukumien vaikutus on olematon.



Kuva 2. Lekhnitskin vuorovaikutuskerroin $\eta_{xy,x} = \bar{S}_{13} \cdot E_1$

SYKKULMAN MITTAUS LASERILLA

Puun syykulman luotettavan mittaamenetelmän puuttuminen on tähän saakka estänyt oksan ja sitä ympäröivän alueen syykulmien ja niiden vaikutuksen tutkimista. Sukeltavan syysuunnan mittaamiseen ei ole ollut minkäänlaista ainetta rikkomatonta menetelmää. Tämän puutteen poisti pari vuotta sitten suomalainen patenttihakemuksen mukainen mittaamenetelmä [8]. Siinä laserin valopiste ohjataan puun pinnalle, jolle muodostuu monta kertaa suurempi kirkas valoellipsi. Kehitetty ja tässä projektissa käytetty syykulmamittarin prototyyppi mittaa valokuvioista ellipsit seitsemällä eri intensiteetillä. Pitemmän pääkselin suunta ilmaisee pinnassa oleva syykulman arvon. Sukeltavan syykulman arvo saadaan pääkselien suhteesta käyrän avulla, joka on saatu empiirisesti [8]. Päätypuusakaan muoto ei ole ympyrä, vaan pääkselien suhde on korkeintaan 0,9. Pienin mahdollinen suhde on hieman yli 0,2, joten syiden pituussuuntaan valo etenee noin viisinkertaisen matkan pääasiassa juuri selluloosan muodostamien ketjujen ansiosta. Kuvassa 3 olevat harmaasävykuvat havainnollistavat eri pinnoille syntyviä ellipsejä 200x200 koossa.



Kuva 3. Laserivalopisteen muodostama kuvio

- a. päätypuussa: pääakselien suhde $< 0,9$
- b. tangentialipinnassa: $> 0,2$

Tälle projektille hankitun prototyypin antamien tulosten perusteella voidaan sanoa, että pintakulman arvot saadaan 1° :n ja sukeltavan kulman 2° :n tarkkuudella. Suurin mittaus-tarkkuudesta johtuva virhe voi olla jopa 17,5 % yhteenlasketun avaruuskulman ollessa 14° .

MUODONMUUTOSTEN MITTAUKSESTA VALON INTERFERENSSIN AVULLA

Valon interferenssiä käytetään jo klassisessa Moire'n menetelmässä, kun mitataan siirtymiä erittäin tarkasti. Mittaus suoritetaan transparentista materiaalista, kuten akryylistä tehdyistä pienoismalleista. Siinä annetaan kahden monokromaattisen aaltorintaman interferoida toistensa kanssa samalla valokuvauslevyllä, toinen ennen ja toinen jälkeen kuormituksen. Niissä kohdissa, joissa valorintamat ovat samassa vaiheessa, ne vahvistavat toisiaan ja tekevät vaalean juovan, päinvastaisessa tapauksessa syntyy musta juova. Juovien keskinäinen väli on puoli käytetyn valon aallonpituutta. Holografian keksiminen 1940-luvulla antoi mahdollisuuden käyttää holografien interferenssiä muodonmuutosten mittauksissa. Erityisesti lasereilla saadaan riittävät valon intensiteetit, jolloin ei tarvita sen enempää pienoismalleja kuin transparenttia materiaaliakaan. Holografien interferoiminen toistensa kanssa muodostaa täpläjonoja, eivät yhtenäisiä juovia kuten Moire'n menetelmässä. Täpläjonojen keskinäinen etäisyys vastaa puolta käytetyn valon aallonpituutta, joka tässä tapauksessa käytettäessä He-Ne-laseria oli 316,4 nm. Menetelmälle on annettu nimeksi Electronic Speckle Pattern Interferometry, lyhennettynä ESPI.[4]

Menetelmän etuina ovat jopa 50 nm tarkkuuden saavuttaminen ja menetelmän kappaletta häiritsemätön toiminta. Menetelmässä seurataan suurella alueella tapahtuvia siirtymiä, joten ratkaisevat siirtymät osuvat todennäköisesti tälle alueelle. Haittana on se, että kuormitusportaiden pitää olla hyvin pieniä, jotta täpläjonoit ovat havaittavissa ilman suuria vaikeuksia

myös siellä, missä ne ovat lähinnä toisiaan. Portaita tarvitaan murtoon saakka kuormitettaessa erittäin paljon, usein satoja. Tulosten määrä on valtava, mutta nykyaikaisella tietokoneella moniulotteisenkin datan käsittely on joustavaa.

WIENIN TEKNILLISEN KORKEAKOULUN KOEJÄRJESTELYT

Wienin teknillisen korkeakoulun lujuusopin laboratoriossa on rakennettu puulevyjen kaksiakseliseen kuormittamiseen tarkoitettu hydraulinen laitteisto siihen liittyvine ESPI-mittauslaitteineen. Tämän järjestelmän tuloksilla on konstruoitu virheettömän kuusipuuaineksen tasojännitystilän pääjännityskoordinaatistossa oleva murtojännitysellipsoidi [4]. Laitteiston rakenteen perusteella vetokoekappaleen poikkileikkaukseksi valittiin 44×20 mm². Kiinnitystavaksi tuli kappaleen ja sen päihin liimattujen teräslappujen läpi menevät pultit, joiden keskinäinen etäisyys oli 250 mm. Ilman oksaa oleva kappale kavennettiin molempiin suuntiin kuten yleensä puiset vetokappaleet. Keskiosan dimensiot olivat 24×7 mm². Oksakappale sen sijaan kavennettiin ainoastaan paksuussuunnassa 7 mm:n paksuuteen. Oksa oli aina keskellä kappaletta eli sahaus oli vuosiluston tangentin suuntainen. Kuormitusportaat olivat kiinnityspulttien 10 µm:n siirtymiä. 250 mm:n matkalle laskettuna keskimääräinen pituussuuntainen suhteellinen muodonmuutos eli venymä oli noin $4 \cdot 10^{-5}$, joten sadalla kuormitusportaalla sitä kertyi keskimäärin noin 0,4 %. Koekappaleessa teräslaput pidensivät matkan arviolta 300 mm:ksi. Lisäksi noin 74 % muodonmuutoksesta keskittyi 124 mm:n kavennetulle osalle, joten sadan kuormitusportaan keskimääräiseksi venymäksi tälle osalle tuli 0,54 %. On huomattava, että paikallisesti venymä voi oksakappaleessa saada huomattavasti korkeampia arvoja, sillä jo 12°:n syykulma pienentää kimmo-moduulin puoleen.

Yhteen kuormitusportaaseen kului aikaa 10 sekuntia, jolloin edellisellä kuormitusportaalla saadun holografisen kuvan annettiin interferoida uuden kuvan kanssa. Muodostuneet täpläjonot tallennettiin muistiin, josta myöhemmin laskettiin pisteiden siirtymäarvot 1,6 mm:n ruudukkoon.

Tulokset ovat kuormitusportaittain 100 mm pitkälle ja 20/40 mm leveälle virheettömän/oksakoekappaleen tasapaksulle osalle 1,6 mm:n ruudukossa. Oksattomalle kappaleelle siirtymäarvoja jokaisella kuormitusportaalla tuli 1488 ja oksakappaleille 3348. Yhdelle koekappaleelle saadaan 148 800/ 334 800 mittaustulosta sataa kuormitusaskelta kohden, vastaavasti. Erotukset jaettuna ruudukon silmäkoolla antaa sekä venymät että liukummat molempiin suuntiin.

SAADUT TULOKSET

Koekappaleita oli yhteensä 20, mutta valitettavan usein teräslappujen liimasauma tai viereinen puuaines petti eikä puulle saatu haluttua vetomurtolujuutta, mutta arvot siihen

saakka ovat kuitenkin käyttökelpoisia. Lisäksi monien koekappaleiden päissä ja joskus myös kavennetulla osalla tapahtui pituussuuntaista halkeilua, joka vaikutti venymiin ja niiden jakautumiin. Tarkemman analyysin kohteeksi valittiin onnistuneista kokeista oksakoekappale A, joka oli kuusesta (*Picea Abies* Karst.) tehty. Sen puun pinnan puolella oksan poikittainen halkaisija oli 17 mm ja pitkittäinen 26 mm, joten sen oksakulma oli noin 41°. Ennen murtumista sille mitattiin 118 kuormitusaskelta, jolloin keskimääräinen jännitys kavennetulla osalla oli 23,4 MPa. Virheettömistä koekappaleista valittiin männystä (*Pinus Silvestris*) tehty koekappale B, joka vastaavasti kesti 140 kuormitusaskelta, jolloin keskiosan vetojännitys oli 65,5 Mpa.



Kuva 4. Koekappaleet A ja B

Teräslappujen ja puun välinen tasaiseksi oletettu leikkausjännitys oli silloin 1,72 MPa, varmuuskertoimella 1,3 kerrottuna 2,24 MPa, kun puun vastaava karakteristinen arvo on 2,6

MPa. Teräslaput irtosivatkin monessa tapauksessa liimauksen joko epäonnistumisen tai epäkeskeisyyden takia. Ilmeisesti koekappaleessa B ei saavutettu täyttä vetomurtolujuutta ennen pitkittäisten halkeamien muodostumista ensin kiinnityksiin ja sitten myös kavennetulle osalle. Lopullista poikittaista murtoa ei saatu aikaan.

Pituussuuntaisten venymien jakautumat kaikilla kappaleilla kuormitusportaittain näyttivät sileiltä. Teräviä piikkejä esiintyi vasta murtumisen yhteydessä ja nekin yleensä kappaleen reunalla.

Yleisenä piirteenä oksakappaleiden tuloksista voidaan sanoa, että pituussuuntaiset venymät oksan keskellä olivat pitkään samalla tasolla kuin oksan ympäristön vastaavien arvojen kanssa. Kuormituksen kasvaessa oksan keskellä olevat venymät alkoivat kuitenkin kasvaa nopeammin, mikä johtui ilmeisesti puun oksaa kiertävien syiden oikeenemisen aiheuttamasta poikittaisesta puristuksesta. Halkeamien syntyminen lisäsi puun syiden suoristumista ennen murtoa, jolloin oksan poikittainen puristuskin lisääntyi kasvattaen oksan venymiä, jolloin murtovenymän maksimi koekappaleessa A oli noin 40 % suurempi kuin runkopuussa esiintyvä maksimiarvo. Runkopuun pitkittäissuuntaiset venymät eivät saa suurimpia arvojaan oksan keskikohdan leikkauksessa, koska syyt ovat siinä pituussuuntaan ja siten sekä lujuus että kimmomoduuli korkeita. Koekappaleen A, jonka oksakulma oli 41° , suurimmat syykulmat olivat vinosti oksan keskipisteestä noin $30^\circ - 35^\circ$:n kulmassa pituussuunnan kanssa neljään suuntaan. Johtuen oksaa kiertävien syiden epäsymmetrisestä kasvamisesta, joka teki suuremmat kaltevuuskulmat oksan yläpuolelle, venymät olivat siellä selvästi suurempia kuin alapuolella. Suurten venymien muodostama vyö kulkikin oksan yläreunan kohdalla poikittain laudan poikki ja murtuminenkin tapahtui sieltä oksaa sivuten.

Kaikille koekappaleille mitattiin voima-anturilla kiinnityksiin kehittyvä voima kuormitusportaiden funktiona. Niistä laskettiin koko kappaleen jännitys-kuormitusporraskuvaajat. Ne olivat aluksi liki kahdenkymmenen kuormitusportaan ajan hitaasti nousevia. Sen jälkeen ne yleensä kasvoivat tasaisen suoraviivaisesti murtoon saakka luoden mielikuvan kimmoisesta käyttäytymisestä, joka kuitenkin olisi edellyttänyt, että peräkkäisten kuormitusportaiden venymien erotukset ovat samanmuotoisia kuin siihen saakka kumuloituneet venymät. Oksattomissa kappaleissa näin näyttäisi tapahtuvankin. Murtovenymän maksimiarvo koekappaleessa B oli yllättävän pieni vain 0,62 %, keskimääräinen venymä oli 0,51 %, jolloin keskimääriseksi vetokimmomoduuliksi saadaan 12 840 MPa. Vertailun vuoksi mainittakoon, että oksakappaleella A vastaavat arvot olivat 1,14 %, 0,40 % ja 5850 MPa. Näistä huomataan, että koekappaleen A maksimivenymä on 84 % suurempi koekappaleen B vastaava arvo.

Kun oksakappaleissa verrattiin peräkkäisten kuormitusportaiden venymien erotusta siihen saakka kumuloituneeseen venymään, tuli aina muutamien portaiden välein yksi tai useampi muodoltaan poikkeava erotus. Parhaiten nämä poikkeavat kuormitusportaiden erotukset saatiin esille tulkitsemalla pituussuuntaisten venymien kuormitusportaittain laskettua Frobeniuksen normia. Matriisin **B** Frobeniuksen normi on

$$\|\mathbf{B}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |b_{ij}|^2}, (\text{kts. [7]})$$

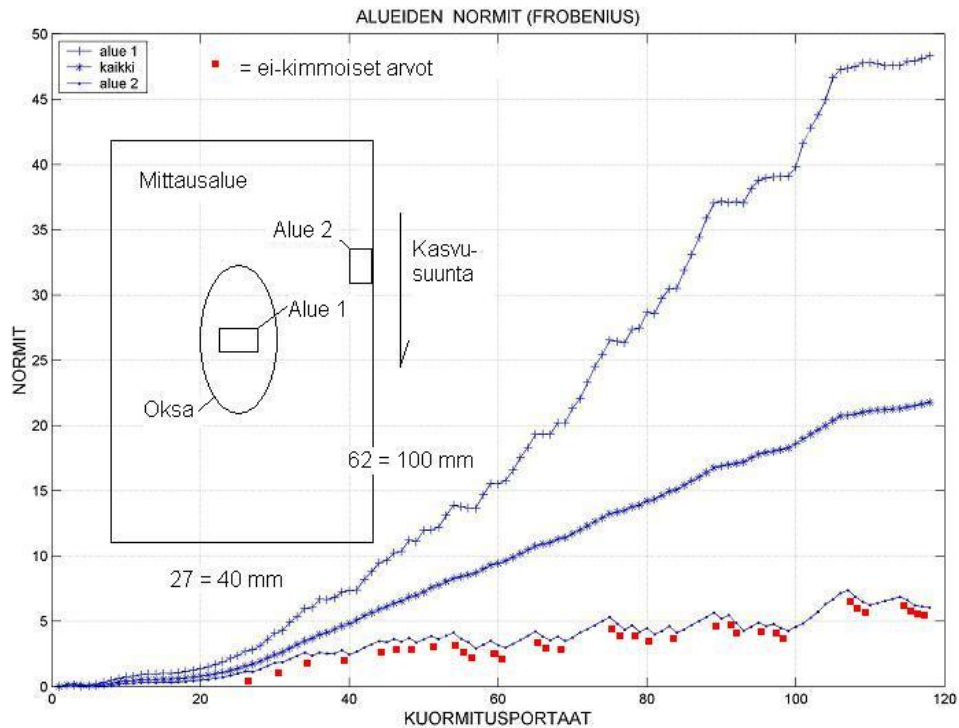
Normi laskettiin sekä koko mittausalueelle että sen kahdelle osa-alueelle, joista alue 1 edustaa suurimpia ja alue 2 pienimpiä arvoja. Alue 1 on oksan keskellä, jossa venymät ovat suurimmat. Alue 2 kappaleen reunalla oksan alapuolella, jossa venymät vastaavasti ovat pienimmät yksittäisten venymien ollessa jopa negatiivisia. Koko mittausalueen normit on laskettu 1674 alkiolle, kun taas osa-alueissa kummassakin niitä on vain 24. Siksi koko alueen normin arvot on kuvan 5 graafista esitystä varten kerrottu lukumäärien suhteen neliöjuurella 0,1197. Tällä manipulaatiolla saatu kuvaaja sijoittuu molempien muiden kuvaajien väliin. Se on aivan samanlainen kuin aiemmin mainittu samasta kokeesta saatu jännitys-kuormitusporraskuvaaja. Oksan keskellä olevan alueen 1 normin kuvaaja on kaikkein jyrkin, sillä siellä venymät kasvavat nopeimmin. Siinä on kuitenkin vaakasuoria tasanteita. Alueen 2 kuvaaja alun nousun jälkeen pysyy melkein vaakasuorana ja siinä on kaikkein selvimmät pykälät. Se valittiinkin tarkoituksella kappaleesta sellaisesta kohtaa, jossa venymät ovat kaikkein pienimmät jopa niin, että kymmenen yksittäisen pisteen venymät menivät negatiivisiksi viimeisellä kuormitusportaalla. Kuvaajassa on 22 kohtaa käsittäen 34 kuormitusporrasta kaikkiaan 118:sta, joissa kaltevuus on edellistä kuormitusporrasta selvästi pienempi ja usein negatiivinen. Jokainen poikkeava kohta edustaa poikkeamista kimmoisesta käyttäytymisestä ja samalla venymien muuttumista lineaarisesta poiketen. Ensimmäinen näistä on kuormitusportaalla 26, jolloin kavennetun poikkileikkauksen kohdalle laskettu jännitys on vain 1,2 MPa eli 1,6 % murtoarvosta.

Kumpikaan valituista alueista ei selvästikään ole se, jossa murtuminen tapahtui, sillä lopussa niissä ei ole murtumisen edellyttämää venymien selvää kasvua. Kuitenkin alueessa 1 on kuormitusportaan 100 jälkeen voimakas nousu, joka todennäköisesti liittyy jossakin muualla tapahtuvaan halkeamien syntymiseen, joka auttaa syiden oikenemistä ja siten lisää oksan poikittaista puristusta. Lopullinen murtuminenhan tapahtuikin oksan yläpuolelta sitä sivuten.

JOHTOPÄÄTÖKSET

Puuta käytettäessä rakentamiseen on hyvä muistaa, että puuaineksen ensisijainen käyttötarkoitus on ollut puuyksilön elämisen ja menestymisen turvaaminen. Oksille ja muille ihmisen vioiksi kokemille ilmiöille on olemassa looginen perusta kasvamisprosessissa. Puun elinkaaren kokonaistarkastelu auttaa ymmärtämään monia asioita myös sahatavarasta ja sen lujuudesta.

Puuaineksen käsitteleminen sylinterisymmetrisenä on yleisesti hyväksyttyä ja toimivaa. Puuta käytetään usein kaksiulotteisena, jolloin yleensä tehdään oletus, että poikkisuunta on jonkinlainen keskiarvo radiaalisen ja tangentialisen suunnan välillä. Oletuksessa tehty virhe on yleensä pieni, sillä arvot ovat lähellä toisiaan.



Kuva 5: Oksakappaleen A koko mittausalueen ja merkittyjen osa-alueiden pituussuuntaisten venymien normit kuormitusportaiden funktiona. Koko mittausalueen arvot on suhteistettu kertomalla alkioiden lukumäärän suhteen neliöjuurella.

Pituus- ja poikkisuunnan välillä oleva vinosyisyys aiheuttaa materiaaliparametreille suuria eroja ja niille on johdettukin runsaasti erilaisia kaavoja. On huomattava, että hyväksi havaittu Hankinsonin kaava vinosyisyyden vaikutukselle johdettiin tässä artikkelissa lähtien koordinaatiston muuntokaavoista, joita FEM-ohjelmat käyttävät ortotrooppisten materiaalien laskelmissa. Trigonometrinen funktioiden eksponentiksi tulee näin ollen 2, mutta muitakin eksponentteja voidaan tarvittaessa käyttää. Materiaaliparametrit näyttävät olevan erityisen herkkiä poikettaessa vähänkin pituussuunnasta. Kimmomoduulin arvo alenee puoleen 12° :n kulman arvolla. Leknitskin vuorovaikutuskerroin saavuttaa maksiminsa 1,85 hieman suuremmalla kulman arvolla.

Wienin kokeiden tulokset näyttävät koko mittausalueen osalta, että sekä oksa- että oksaton koekappale on kimmoinen aina murtoon saakka. Osa-alueiden tarkstelussa kuitenkin syntyy hieman toinen kuva: oksattomissakin kappaleissa on joillakin kuormitusportailta nähtävissä poikkeavaa venymien kasvua. Erityisen selvää tämä on oksakappaleella, jossa 39 kuormitusportalla 118:sta tapahtui selvää venymien uudelleen jakautumista asettaen

oletuksen puun kimmoisesta käyttäytymisestä kyseenalaiseksi. Tämä täytyy ottaa jatkossa huomioon, kun suoritetaan FEM-laskemia oksakappaleille..

Johdannossa mainittu sumeaan logiikkaan perustuva lujuuslajittelumenetelmä osoittautui tehdyssä tutkimuksessa erittäin toimivaksi [9]. Siinä käytettiin syötteenä vain neljää kielellistä muuttujaa, joista kahdella oli kaksi kielellistä arvoa ja lopuilla kahdella kolme. Siitä huolimatta menetelmä antoi vähintään tasavertaisen tuloksen automaattisen taivutukseen perustuvan lajittelumenetelmän kanssa. Menetelmän yhdistäminen visuaaliseen lajitteluun tarjoaa aivan uuden mahdollisuuden pienille sahoille.

Seuraavassa artikkelissa selostetaan FEM-laskelmia, joiden avulla pyrittiin saamaan aikaa samanlaiset venymäjakautumat kuin tehdyissä kokeissa. Vertailukappaleena on aiemmin mainittu koekappale A, jossa on keskeinen halkaisijaltaan noin 17 mm levyinen oksa. Oksan ympäristölle mitattiin ennen sen särkemistä syykulmajakauma mainitulla laseriin perustuvalla syykulmamittarin prototyypillä.

KIITOKSET

Suurta kiitollisuutta tuntien mainittakoon tässä, että artikkelissakin mainitun ja esitetyt tulokset synnyttäneen projektin mahdollisti EU:n, TEKES:n, Wood Focus Oy:n, Finscan Oy:n ja Sepa Oy:n antama monivuotinen tuki ja johtoryhmän antama ohjaus. Wienin teknillisen korkeakoulun lujuusopin laboratorion professori Josef Eberhardsteiner ansaitsee erityisen kiitoksen sekä hyvin suoritetuista kokeista aivan ainutlaatuisella, siellä rakennetulla laitteistolla että äärimmäisen tarkoista mittauksista ESPI-menetelmällä.

LÄHTEET

1. Kärkkäinen, Matti 2003: *Puutieteen perusteet*. Karisto Oy Hämeenlinna.
2. Haygreen, John G. and Bowyer, Jim L. 1995: *Forest Products and Wood Science: An Introduction*. Iowa State University Press, Ames, Iowa, USA. Second edition, fourth printing.
3. Shigo, A. L. 1997: *A New Tree Biology*. Shigo and Trees, Associates. Durham. NE, U.S. Ninth printing.
4. Eberhardsteiner, Josef 2002: *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz: Experimentelle Bestimmung der Biaxialen Festigkeitseigenschaften*. Springer-Verlag/Wien.
5. Foley, Christina 2003: *Modeling the Effects of Knots in Structural Timber*. Lund University, Report TVBK-1027, Lund.

6. Mai, H. Ulv 1987: *Kevytrakennetekniikka*. Otakustantamo 829B, Espoo. Toinen korjattu painos.
7. Kivelä, Simo K. 1995: *Matriisilasku ja lineaarialgebra*. Otatiето 485. Espoo. Yhdestoista muuttumaton painos.
8. Tolonen, Yrjö Simonaho, Simo-Pekka Silvennoinen, Raimo 2001: The Use of Laser Light and Holographic Interferometry in Research of Timber and its Deformations. In *Proceedings of the First International Conference of the European Society for Wood Mechanics* edited by Navi, P. April, 2001 Lausanne, Switzerland.
9. Kortelainen, Jari Tolonen, Yrjö 2002: Fuzzy Rules in Strength Grading of Lumber. In *Knowledge-based Intelligent Information Engineering Systems and Allied Technologies*, Part 2, edited by Damiani, E. Howlett, R.J. Jain, L.O.C. Ichalkaranje, N. IOS Press. Amsterdam, The Netherlands.
10. Liu, Y. Jen 2002: Analysis of off-Axis Tension Test of Wood Specimens. *Wood and Fiber Science*, 34(2).
11. Dawe, P. S. 1964: The Effect of Knot Size on the Tensile Strength of European Redwood. *Wood*. Nov/1964.

Yrjö Tolonen, TkL, tutkimusjohtaja
Mikkelin ammattikorkeakoulu
YTI-tutkimuskeskus
PL 181, 50101 Mikkelä
 email: yrjo.tolonen@mikkeli.fi

Jari Kortelainen, FT, dosentti
Lappeenrannan teknillinen yliopisto
Sovelletun matematiikan laitos
PL 20, 53851 Lappeenranta
 email: jari.kortelainen@lut.fi