

PITKÄN JÄNNEVÄLIN SILLAN AEROELASTINEN STABIILIUS, II: YKSINKERTAISTETTU LASKENTAMALLI

Risto Kiviluoma

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 30
Nrot 3-4, 1997, s. 23-43

Artikkelisarjassa käsitellään suurten siltojen värinään ja aeroelastiseen stabiiliuteen liittyvää ongelmakenttää kirjoittajan Teknillisen korkeakoulun sillanrakennustekniikan laboratoriossa suorittaman perustutkimuksen [1,2] pohjalta.

MATEMAATTINEN MALLI

Seuraavassa tarkastelussa käytetään sillan rakennemallina suoraa palkkia, jonka värähtelyn oletetaan koostuvan rajallisesta määrästä massajakauman suhteen ortogonaalisia ominaismuotoja. Vastaavat ominaismuodot ja taajuudet on edullista määrittää yksityiskohtaisella, koko sillan kuvaavalla 3-dimensioisella elementtimallilla, mikäli tarvittavat ohjelmistot ovat käytettävissä. Erityistä huomiota on kiinnitettävä vääntövärähtelyn alimman ominaistajuuden luotettavaan määrittämiseen, koska tällä on keskeinen merkitys vääntöflutterinopeuteen. Esitettävässä mallissa oletetaan, että itseherätteiset aerodynaamiset voimat eivät aiheuta kytkentää värähtelymuotojen välille. Tämän seurauksena laskentamallilla ei voida analysoida klassista (kahden vapausasteen) flutteria ja “päällekkäisten” ominaismuotojen vaikutusta värinän analyysissä. Nämä puutteet ovat useimmissa tapauksissa merkityksettömiä verrattuna saavutettuun laskennalliseen etuun, koska vaimennusoh-

jattu vääntöflutteri (yhden vapausasteen flutteri) on useimmilla silloilla hallitseva aeroelastinen ilmiö ja toisaalta siltojen alimmat ominaistajuudet eroavat usein selvästi toisistaan.

Kun värähtelysteemi oletetaan lineaariseksi, rakennemallin dynamiikka on hallittavissa värähtelymekaniikan ja satunnaisvärähtelyjen perusteorioiden pohjalta. Tällöin palkin taivutus- tai vääntövärähtelyn ominaismuotoa i vastaava yleistetty massa ja yleistetty massahitausmomentti saadaan kaavoista

$$\begin{cases} M_{xi} = \int_0^l m(y) \phi_{xi}^2(y) dy \\ M_{zi} = \int_0^l m(y) \phi_{zi}^2(y) dy \\ M_{\theta i} = \int_0^l J(y) \phi_{\theta i}^2(y) dy , \end{cases} \quad (1)$$

joissa $m(y)$ on jäykistyspalkin massa pituusyksikköä kohden, $J(y)$ on jäykistyspalkin massahitausmomentti pituusyksikköä kohden, l on palkin pituus, y on palkin pituussuuntainen koordinaatti ja ϕ_{ki} ($k = z, x$ tai θ) on vaakasuuntaisten taivutusvärähtelyjen (x), pystysuuntaisten taivutusvärähtelyjen (z) tai vääntövärähtelyjen (θ) i :s ominaismuoto. Rakenteen vaakasiirtymä x , pystysiirtymä z ja vääntökulma θ voidaan esittää yleistettyjen koordinaattien (q_x, q_z ja q_θ) avulla muodossa

$$\begin{cases} x(y,t) = \sum_{i=1}^{N_x} \phi_{xi}(y) q_{xi}(t) \\ z(y,t) = \sum_{i=1}^{N_z} \phi_{zi}(y) q_{zi}(t) \\ \theta(y,t) = \sum_{i=1}^{N_\theta} \phi_{\theta i}(y) q_{\theta i}(t) , \end{cases} \quad (2)$$

missä t on aika, N_x on tarkasteluun otettujen vaakasuuntaisten taivutusvärähtelyjen ominaismuotojen lukumäärä ja N_z ja N_θ ovat vastaavat lukumäärät pystysuuntaisille taivutusvärähtelyille ja vääntövärähtelyille. Suhteellisella vaimennuksella värähtelyste-

teemin liikeyhtälöt palautuvat yhden vapausasteen liikeyhtälöiksi

$$\begin{cases} M_{xi}(\ddot{q}_{xi} + 2\zeta_{xi}\omega_{xi}\dot{q}_{xi} + \omega_{xi}^2q_{xi}) = Q_{xi} & (i = 1 \dots N_x) \\ M_{zi}(\ddot{q}_{zi} + 2\zeta_{zi}\omega_{zi}\dot{q}_{zi} + \omega_{zi}^2q_{zi}) = Q_{zi} & (i = 1 \dots N_z) \\ M_{\theta i}(\ddot{q}_{\theta i} + 2\zeta_{\theta i}\omega_{\theta i}\dot{q}_{\theta i} + \omega_{\theta i}^2q_{\theta i}) = Q_{\theta i} & (i = 1 \dots N_{\theta}) \end{cases} \quad (3)$$

joissa $\omega_i = 2\pi n_i$ (missä n_i on alaindeksin mukainen vaimentamattoman värähtelyn ominaistaajuus) ja ζ_i on vaimennuskerroin. Kaavoissa (3) yläpiste tarkoittaa aikaderivaattaa ja yleistetyt aerodynaamiset voimat ovat

$$\begin{cases} Q_{xi} = \int_0^l \Phi_{xi}(y)D(y,t)dy \\ Q_{zi} = \int_0^l \Phi_{zi}(y)L(y,t)dy \\ Q_{\theta i} = \int_0^l \Phi_{\theta i}(y)M(y,t)dy \end{cases} \quad (4)$$

missä D on vastus, L on nostovoima ja M on momentti laskettuna palkin pituusyksikköä kohden. Fourier-muuntamalla liikeyhtälö (3) saadaan yleistettyjen koordinaattien muunnoksille yhteydet

$$\begin{cases} \hat{q}_{xi}(\omega) = H_{xi}(\omega)\hat{Q}_{xi}(\omega) & (i = 1 \dots N_x) \\ \hat{q}_{zi}(\omega) = H_{zi}(\omega)\hat{Q}_{zi}(\omega) & (i = 1 \dots N_z) \\ \hat{q}_{\theta i}(\omega) = H_{\theta i}(\omega)\hat{Q}_{\theta i}(\omega) & (i = 1 \dots N_{\theta}) \end{cases} \quad (5)$$

joissa ominaismuotokohtaiset kompleksiset taajuusvastefunktiot ovat

$$\begin{cases} H_{x_i}(\omega) = \frac{1}{M_{x_i}(\omega_{x_i}^2 - \omega^2 + i2\zeta_{x_i}\omega_{x_i}\omega)} \\ H_{z_i}(\omega) = \frac{1}{M_{z_i}(\omega_{z_i}^2 - \omega^2 + i2\zeta_{z_i}\omega_{z_i}\omega)} \\ H_{\theta_i}(\omega) = \frac{1}{M_{\theta_i}(\omega_{\theta_i}^2 - \omega^2 + i2\zeta_{\theta_i}\omega_{\theta_i}\omega)} \end{cases} \quad (6)$$

Koska yleistetyt aerodynaamiset voimat ovat luonteeltaan stokastisia johtuen turbulenssin vaikutuksesta, analyysissä “tyydytään” vasteen tilastollisten ominaisuuksien (varianssi, keskihajonta) määrittämiseen satunnaisvärähtelyjen spektrianalyysin pohjalta. Yleistetyn koordinaatin q_i autokovarianssifunktio $R_{q_i}(\tau)$ voidaan määrittellä

$$R_{q_i}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} q_i(t)q_i(t+\tau)dt, \quad (7)$$

missä τ on aikaväli. Tällöin $R_{q_i}(\tau = 0)$ on tarkasteltavan suureen varianssi. Spektraalitiheydet ja autokovarianssifunktiot muodostavat Fourier-muunnosparin *Wiener-Khintchin*en yhtälöiden mukaisesti, jolloin

$$\begin{cases} S_{q_i}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{q_i}(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \\ R_{q_i}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{q_i}(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega, \end{cases} \quad (8)$$

missä $S_{q_i}(\omega)$ on yleistetyn koordinaatin spektraalitiheys. Koska tässä Fourier-integraaleihin liittyvä vakio $1/(2\pi)$ on liitetty Fourier-muunnokseen, saadaan yleistetyn koordinaatin varianssille $\sigma_{q_i}^2$ käänteismuunnoksesta lauseke

$$\sigma_{q_i}^2 \equiv R_{q_i}(\tau = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{q_i}(\omega)d\omega. \quad (9)$$

Ottamalla huomioon konvoluution muutosääntö, saadaan kaavoista (5) ja (7) yleistetyn

koordinaatin spektraalitiheydelle lauseke

$$S_{q_i}(\omega) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{q_i}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = H_i(\omega) S_{Q_i}(\omega) H_i^*(\omega) = |H_i(\omega)|^2 S_{Q_i}(\omega), \quad (10)$$

jossa yläindeksi * tarkoittaa kompleksikonjugaattia ja yleistetyn voiman spektraalitiheys $S_{Q_i}(\omega)$ on

$$S_{Q_i}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi T} \hat{Q}_{q_i} \hat{Q}_{q_i}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{Q_i}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (11)$$

Tässä $R_{Q_i}(\tau)$ on yleistetyn voiman autokovarianssifunktio. Se määritellään identtisesti kaavan (7) kanssa, jolloin saadaan

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{Q_{xi}}(\omega) = \int_0^l \int_0^l \phi_{xi}(y_1) \phi_{xi}(y_2) S_D(y_1, y_2, \omega) dy_1 dy_2 \\ S_{Q_{zi}}(\omega) = \int_0^l \int_0^l \phi_{zi}(y_1) \phi_{zi}(y_2) S_L(y_1, y_2, \omega) dy_1 dy_2 \\ S_{Q_{\theta i}}(\omega) = \int_0^l \int_0^l \phi_{\theta i}(y_1) \phi_{\theta i}(y_2) S_M(y_1, y_2, \omega) dy_1 dy_2. \end{array} \right. \quad (12)$$

missä vastuksen, nostovoiman ja momentin ristispektraalitiheydet ovat

$$\left\{ \begin{array}{l} S_D(y_1, y_2, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} D(y_1, t) D(y_2, t + \tau) dt \right] e^{-i\omega\tau} d\tau \\ S_L(y_1, y_2, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} L(y_1, t) L(y_2, t + \tau) dt \right] e^{-i\omega\tau} d\tau \\ S_M(y_1, y_2, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} M(y_1, t) M(y_2, t + \tau) dt \right] e^{-i\omega\tau} d\tau. \end{array} \right. \quad (13)$$

Nämä ristspektraalitiheydet ovat yleisessä tapauksessa kompleksiarvoisia. Yleistettyjen koordinaattien varianssit $\sigma_{q_i}^2$ saadaan kaavan (9) mukaisesti integroimalla vasteen spektraalitiheys yli taajuusalueen. Lopuksi fysikaalisten siirtymä ja kiertymäkomponenttien variansseille ($\sigma_{x'}^2$, $\sigma_{z'}^2$ ja σ_{θ}^2) palkin pisteessä y saadaan kaavoista (2) yhteydet

$$\begin{cases} \sigma_x^2(y) = \sum_{i=1}^{N_x} \phi_{xi}^2(y) \sigma_{qxi}^2 \\ \sigma_z^2(y) = \sum_{i=1}^{N_z} \phi_{zi}^2(y) \sigma_{qzi}^2 \\ \sigma_{\theta}^2(y) = \sum_{i=1}^{N_{\theta}} \phi_{\theta i}^2(y) \sigma_{q\theta i}^2 \end{cases} \quad (14)$$

Rakennemallin analyysi on siten matemaattisesti "suoraviivainen" ja yksinkertainen, mutta laskennallisesti työläs, koska kaavat (9) ja (12) edellyttävät numeerista integrointia. Laskentatyön vähentämiseksi näille integraaleille voidaan tosin esittää likikaavoja. Analyysin keskeisen probleeman muodostavat yleistettyjen aerodynaamisten voimien spektraalitiheyksien muodostaminen sekä itseherätteisten aerodynaamisten voimien huomioon ottaminen ominaismuotokohtaisissa kompleksisissa taajuusvastefunktioissa.

SILTAPAIKAN TURBULENSSIOLOSUHTEET

Tarkasteltaessa tyypillistä avonaisessa maastossa olevaa siltapaikkaa on perusteltua olettaa tuulen keskinopeuden suunta vaakasuoraksi. Meteorologisissa tarkasteluissa on tapana olettaa tuulen keskinopeuden korkeusjakaumaksi neutraalisissa ilmakehässä ja lähellä maata ($\tilde{z} < 100$ m) logaritmilaki

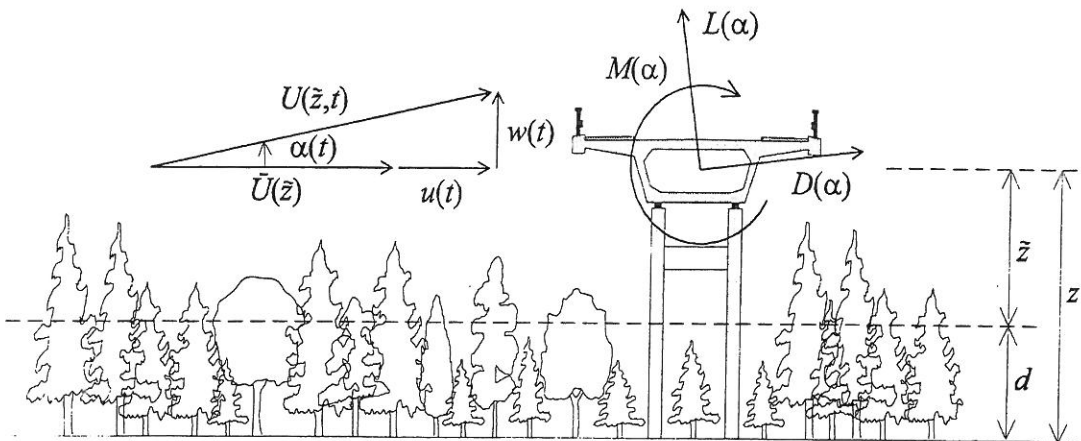
$$\begin{cases} \bar{U}(\tilde{z}) = \frac{u_*}{k} \ln \frac{\tilde{z}}{z_0} & (k = 0,4) \\ u_* = \frac{U_{10}}{2,5 \ln \frac{\tilde{z}_{10}}{z_0}} & (\tilde{z}_{10} = 10 \text{ m}) \end{cases} \quad (15)$$

jossa \bar{z} on korkeus nollatason d yläpuolelle (kuva 1), u_* on kitkanopeus, z_0 on maastotyyppin perusteella määräytyvä karheusparametri ja U_{10} on tuulen keskinopeus korkeudella $\bar{z} = 10$ m (tai jollain muulla referenssikorkeudella). Verrattuna “tavanomaiseen” eksponenttilaikiin, logaritmilaki on analyttinen tulos rajakerrosvirtaukselle, jossa viskositeetti ja siten leikkausjännitys ovat vakioita [3]. Tällöin kitkanopeus u_* on vakio koko rajakerroksessa ja se voidaan periaatteessa mitata halutulla referenssikorkeudella.

Tuulen keskinopeus määritellään aikaintegraalina tyypillisesti 10 min tai 1 h jaksonajalta. Hetkelliset muutokset tuulen suunnassa ja nopeudessa voidaan kuvata heilahtelunopeudella ja sen komponenteilla $u(t)$, $v(t)$ ja $w(t)$ (kuva 1). Näiden aikakeskiarvot ovat määritelmänsä johdosta nollia, jolloin niiden varianssit voidaan esittää vastaavien turbulenssin intensiteetin komponenttien (I_u , I_v ja I_w) avulla muodossa

$$\sigma_i^2 = (I_i \bar{U})^2 \quad (i = u, v \text{ tai } w) . \quad (16)$$

Tarkasteltavassa rakennemallissa heilahtelunopeuden v -komponentilla ei ole merkitystä, ja se jätetään pois tarkasteluista.



Kuva 1. Tuulennopeuden jakaminen komponentteihin ja poikkileikkaukseen kohdistuva vastus, nostovoima ja momentti.

Tuulen heilahtelunopeuden u - ja w -komponentteja vastaavat spektraalitiheydet $S_u(n)$ ja $S_w(n)$ muodostavat keskeisen lähtötiedon vastuksen, nostovoiman ja momentin spektraalitiheyksien määrittämiseksi. Ensin mainitut esitetään tavanomaisesti dimensiottomassa muodossa toispuolisina (taajuuden n) spektreinä

$$\frac{nS_i(n)}{\sigma_i^2} = f_i(n_i) \quad (i = u \text{ tai } w) , \quad (17)$$

missä f_u ja f_w kuvaavat kokeellisesti määritettyjä dimensiottomien parametrien $n_u = nL_u/\bar{U}$ ja $n_w = nL_w/\bar{U}$ funktioita. Tässä L_u ja L_w ovat turbulenssin mittakaavoja. Jotta funktiot f_u ja f_w olisivat fysikaalisesti merkitseviä, niiden tulee toteuttaa ehto

$$\int_0^{\infty} f_i d(\ln n) \equiv \int_0^{\infty} \frac{1}{n} f_i dn \equiv \int_0^{\infty} f_i d(\ln n_i) = 1 \quad (i = u \text{ tai } w) . \quad (18)$$

Kaavan (17) merkintätavan etu on siinä, että funktiot $f_u(n_u)$ ja $f_w(n_w)$ on havaittu kovissa tuulissa ($\bar{U} > 10$ m/s) likimääräisesti riippumattomiksi maaston tyypistä, tuulennopeudesta ja korkeudesta, kun turbulenssin mittakaavat lasketaan *von Kármánin* turbulenssimallin [4] mukaisesta kaavasta

$$L_i = \frac{\bar{U}}{\sigma_i^2} \int_0^{\infty} R_i(\tau) d\tau \quad (i = u \text{ tai } w) , \quad (19)$$

missä $R_u(\tau)$ ja $R_w(\tau)$ ovat kaavan (7) periaatteella määritettyjä heilahtelunopeuden u - ja w -komponenttien autokovarianssifunktioita. Tällöin turbulenssin mittakaavat L_u ja L_w ja turbulenssin intensiteetit I_u ja I_w ovat ne parametrit, jotka lopulta määräävät spektraalitiheyksien arvon eri maasto-olosuhteissa.

Kahdessa avaruuden eri pisteessä vaikuttavat heilahtelunopeuden komponentit ovat tilastollisesti riippuvia toisistaan. Tämän tilastollisen riippuvuuden oletetaan seuraavassa

pienentyvän eksponentiaalisesti pisteiden väliseen etäisyyteen verrannollisena siten, että heilahtelunopeuden u - tai w -komponenttien väliset ristispektraalitiheydet saadaan kaavoista

$$\begin{cases} S_{uu}(y_1, y_2, n) = \sqrt{S_u(y_1, n)S_u(y_2, n)} e^{C(y_1, y_2, n)} \\ S_{ww}(y_1, y_2, n) = \sqrt{S_w(y_1, n)S_w(y_2, n)} e^{C(y_1, y_2, n)} \end{cases}, \quad (20)$$

joissa vähennysfunktio on

$$C(y_1, y_2, n) = - \frac{nc_y}{U} |y_1 - y_2|. \quad (21)$$

Tässä c_y on kokeellisesti määritettävä dimensioton vähennysparametri ja sen arvo on tyypillisesti välillä 2...20. Kaavojen (20) ja (21) mukaisesti ristispektraalitiheydet on oletettu reaaliarvoisiksi funktioiksi. Teoreettisesti heilahtelunopeuden u - ja w -komponentit voivat myös olla tilastollisesti riippuvia toisistaan erityisesti lähellä maan pintaa, jossa turbulenssi ei tyypillisesti ole isotrooppista. Vastaavat ristispektraalitiheydet $S_{uw}(y_1, y_2, n)$ ja $S_{wu}(y_1, y_2, n)$ oletetaan kuitenkin seuraavassa tarkastelussa yleisen käytännön mukaisesti nolliksi.

VASTUKSEN, NOSTOVOIMAN JA MOMENTIN RISTISPEKTRAALITIHEYDET

Sillan jäykistyspalkin pituusyksikölle kohdistuvan ajasta riippuvan vastuksen, nostovoiman ja momentin lausekkeet voidaan esittää muodossa

$$\begin{cases} D(t) = \frac{1}{2}\rho BU^2(t)C_{D_i}(\alpha, t) = \frac{1}{2}\rho\{[\bar{U} + u(t)]^2 + w^2(t)\}C_{D_i}(\alpha, t) \\ L(t) = \frac{1}{2}\rho BU^2(t)C_{L_i}(\alpha, t) = \frac{1}{2}\rho\{[\bar{U} + u(t)]^2 + w^2(t)\}C_{L_i}(\alpha, t) \\ M(t) = \frac{1}{2}\rho B^2U^2(t)C_{M_i}(\alpha, t) = \frac{1}{2}\rho\{[\bar{U} + u(t)]^2 + w^2(t)\}C_{M_i}(\alpha, t) \end{cases} \quad (22)$$

missä B on poikkileikkauksen leveys ja C_{D_i} , C_{L_i} ja C_{M_i} ovat ajasta riippuvia dimensiottomia aerodynaamisia kertoimia. Tässä virtauksen kiihtyvyydestä aiheutuvat näennäiset voimat (termeihin \dot{u} ja \dot{w} verrannolliset voimat) on jätetty pieninä ottamatta huomioon. Vinoköysisiltojen tapauksessa on myös köysien vastus merkittävä, jolloin kaavoissa (22) voidaan käyttää muunnettua vastuskertoimen arvoa köysistä jäykistyspalkkiin välittyvien voimien huomioon ottamiseksi. Seuraavassa tarkastelussa oletetaan kaavojen (22) aerodynaamisille kertoimille *valestationaarisen* aerodynaamisen teorian mukainen linearisoitu lauseke

$$C_{i_i}(\alpha, t) = C_i + \alpha(t)\frac{dC_i}{d\alpha} \quad (i = D, L \text{ tai } M), \quad (23)$$

jossa C_i on alaindeksin mukaisen stationaarisen aerodynaamisen kertoimen arvo kohtauskulman arvolla nolla. Kun kohtauskulman arvolla käytetään likilauseketta $\alpha(t) \approx w(t)/[\bar{U} + u(t)]$ ja kaavoissa (22) jätetään pienet (heilahtelunopeuden neliöön verrannolliset) termit ottamatta huomioon, saadaan vastuksen, nostovoiman ja momentin ajasta riippuviksi komponenteiksi

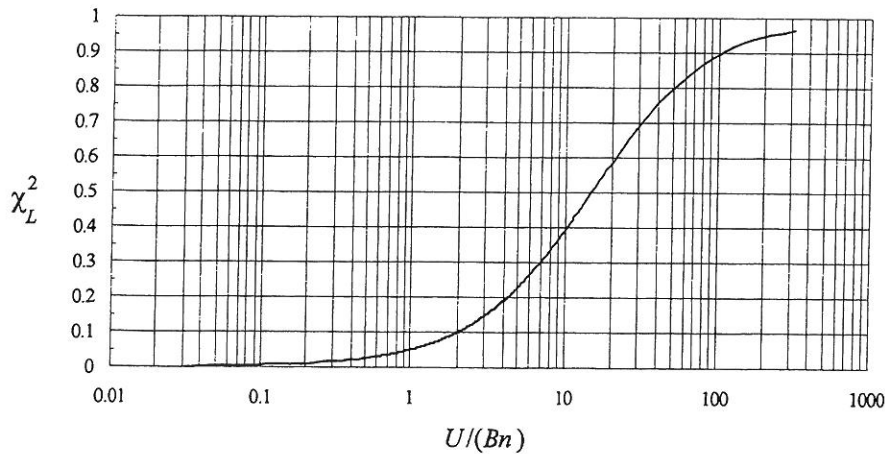
$$\begin{cases} D_b(t) = \rho B\bar{U}\left[u(t)(C_D + C'_D) + \frac{1}{2}w(t)\frac{dC_D}{d\alpha}\right] \\ L_b(t) = \rho B\bar{U}\left[u(t)C_L + \frac{1}{2}w(t)\frac{dC_L}{d\alpha}\right] \\ M_b(t) = \rho B^2\bar{U}\left[u(t)C_M + \frac{1}{2}w(t)\frac{dC_M}{d\alpha}\right] \end{cases} \quad (24)$$

missä C'_D on vinoköysien vastuksen huomioon ottava dimensioton kerroin. Kaavojen (24) komponentit muodostavat yhdessä stationaaristen komponenttien ($\frac{1}{2}\rho\bar{U}^2BC_i$) kanssa

rakenteen kokonaistuulikuorman. Lausekkeet (24) voidaan tulkita siten, että vastus, nostovoima ja momentti seuraavat ilman aikaviivettä muutoksia tuulen heilahtelunopeudessa ja että heilahtelunopeuden vaihtelulla poikkileikkauksen alueella ei ole merkitystä. Nämä oletukset eivät päde siltapoikkileikkauksille, koska näiden leveys on suuri suhteessa heilahtelunopeuteen liittyvään näennäiseen aallonpituuteen \bar{U}/n määrävällä taajuusalueella. Tällöin kaavojen (24) yhteyteen voidaan liittää erityisiä korjausfunktioita, *aeroadmittanssifunktioita* [5], jotka laskentamalleissa oletetaan riippuviksi ainoastaan redusoidusta taajuudesta ($K = B\omega/\bar{U}$). Sijoittamalla lausekkeet (24) kaavoihin (12) ottaen huomioon koherenssifunktio (20) saadaan

$$\left\{ \begin{array}{l} S_D(y_1, y_2, n) = (\rho B \bar{U}) \Big|_{y=y_1} (\rho B \bar{U}) \Big|_{y=y_2} \left[\tilde{C}_D(y_1) \tilde{C}_D(y_2) \sqrt{S_u(y_1, n) S_u(y_2, n)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{dC_D(y_1)}{d\alpha} \frac{dC_D(y_2)}{d\alpha} \sqrt{S_w(y_1, n) S_w(y_2, n)} \right] e^{C(y_1, y_2, n)} \chi_D^2(n) \\ S_L(y_1, y_2, n) = (\rho B \bar{U}) \Big|_{y=y_1} (\rho B \bar{U}) \Big|_{y=y_2} \left[C_L(y_1) C_L(y_2) \sqrt{S_u(y_1, n) S_u(y_2, n)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{dC_L(y_1)}{d\alpha} \frac{dC_L(y_2)}{d\alpha} \sqrt{S_w(y_1, n) S_w(y_2, n)} \right] e^{C(y_1, y_2, n)} \chi_L^2(n) \\ S_M(y_1, y_2, n) = (\rho B^2 \bar{U}) \Big|_{y=y_1} (\rho B^2 \bar{U}) \Big|_{y=y_2} \left[C_M(y_1) C_M(y_2) \sqrt{S_u(y_1, n) S_u(y_2, n)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{dC_M(y_1)}{d\alpha} \frac{dC_M(y_2)}{d\alpha} \sqrt{S_w(y_1, n) S_w(y_2, n)} \right] e^{C(y_1, y_2, n)} \chi_M^2(n) , \end{array} \right. \quad (25)$$

missä $\chi_D^2(n)$, $\chi_L^2(n)$ ja $\chi_M^2(n)$ ovat vastuksen, nostovoiman ja momentin spektraalitiheyksiin liitettyjä aeroadmittanssifunktioita ja köysivoimat huomioon ottava vastuskerroin $\tilde{C}_D = C_D + C'_D$. Aeroadmittanssifunktioiden arvo on tyypillisesti (kuva 2) ykköstä pienempi siten, että "hitaissa" heilahteluissa ($n \rightarrow 0$) funktioiden arvo lähenee asympotoottisesti arvoa yksi.



Kuva 2. Ohuen siiven teorian mukaista *Searsin funktiota* vastaava aeroadmittanssifunktio χ_L^2 .

ITSEHERÄTTEISTEN AERODYNAAMISTEN VOIMIEN VAIKUTUS

Seuraavassa tarkastelussa itseherätteiset aerodynaamiset voimat oletetaan määritettäväiksi flutteriderivaatoilla tämän artikkelisarjan I-osassa esitetyllä periaatteella ja merkissäännöllä. Vaikka flutteriderivaatoilla esitettävät itseherätteiset aerodynaamiset voimat ovat aikatasossa suoritettavassa analyysissä sovellettavissa vain harmoniselle liikkeelle, niiden Fourier-muunnokset ovat voimassa mielivaltaiselle liikkeelle [2]. Tämä keskeinen tulos mahdollistaa flutteriderivaatoista laskettujen aerodynaamisen vaimennuksen ja aeroelastisen jäykkyyden soveltamisen tärinän analyysiin, jossa liike on tyypiltään satunnaista.

Koska esitettävässä laskentamallissa tarkastellaan ainoastaan vaimennusohjattuja flutteriilmiöitä (vääntöflutteri ja laukkaamisilmiö), on perusteltua olettaa, että flutteritaajuus on lähellä tarkasteltavaa ominaistajuutta. Itsehärätteiset aerodynaamiset voimat vaikuttavat tällöin ainoastaan aerodynaamisen vaimennukseen. Flutteriderivaatoista voidaan johtaa mekaanisen vaimennuksen vaimennuskertoimiin rinnastettavat vaimennuskertoimet

aerodynaamiselle vaimennukselle. Tehdyillä oletuksilla itseherätteen nostovoima ja momentti pituusyksikköä kohden voidaan esittää kaavoilla

$$\begin{cases} L_{Se}(y,K) = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2BK\tilde{H}_1^* \frac{\dot{z}}{\bar{U}} = \frac{1}{2}\rho\bar{U}BK\tilde{H}_1^* \sum_{i=1}^{N_z} \phi_{zi}(y)\dot{q}_{zi} \\ M_{Se}(y,K) = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2B^2K\tilde{A}_2^* \frac{B\dot{\theta}}{\bar{U}} = \frac{1}{2}\rho\bar{U}B^3K\tilde{A}_2^* \sum_{i=1}^{N_\theta} \phi_{\theta i}(y)\dot{q}_{\theta i} \end{cases} \quad (26)$$

joissa \tilde{H}_1^* ja \tilde{A}_2^* ovat flutteriderivaattoja. Vastaavat yleistetyt itseherätteiset aerodynaamiset vaimennusvoimat ovat tällöin

$$\begin{cases} \int_0^l \phi_{zi}(y)L_{Se}(y,K)dy \approx \frac{1}{2}\rho\bar{U}BK\tilde{H}_1^* \dot{q}_{zi} \int_0^l \phi_{zi}^2(y)dy \\ \int_0^l \phi_{\theta i}(y)M_{Se}(y,K)dy \approx \frac{1}{2}\rho\bar{U}B^3K\tilde{A}_2^* \dot{q}_{\theta i} \int_0^l \phi_{\theta i}^2(y)dy \end{cases} \quad (27)$$

missä on oletettu, että palkin massa ja poikkileikkaus eivät muutu merkittävästi palkin pituussuunnassa, jolloin ominaismuodot voidaan olettaa ortogonaalisiksi myös itseherätteen aerodynaamisten voimien suhteen. Vertaamalla liikeyhtälön (2) yleistettyihin vaimennusvoimiin saadaan vaimennuskertoimiksi¹ aerodynaamisesta vaimennuksesta

$$\begin{cases} \zeta_{Azi}(K) = -\frac{\rho B^2 \omega}{4m \omega_{zi}} \tilde{H}_1^*(K) \\ \zeta_{A\theta i}(K) = -\frac{\rho B^4 \omega}{4J \omega_{\theta i}} \tilde{A}_2^*(K) \end{cases} \quad (28)$$

Analyysin kannalta resonanssitapaukset ($\omega/\omega_{zi} = \omega/\omega_{\theta i} = 1$) ovat merkitseviä, koska värähtelyn energia on keskittynyt vastaaville taajuuksille.

¹ Valestationaarisen aerodynaamisen teorian mukainen lauseke pystysuuntaisten taivutusvärähtelyjen vaimennuskertoimelle on $\zeta_{Az} = [\rho B \bar{U} / (4m \omega_z)] (dC_L / d\alpha)$. Vääntövärähtelyille ei erikoistapauksia lukuunottamatta voida muodostaa vastaavaa yhteyttä, mikä tekee teoriasta epätarkan siltapoikkileikkauksen vääntöflutterin analyysissä [2].

Kun kaavojen (28) vaimennuskertoimet lisätään vastaaviin mekaanisen vaimennuksen vaimennuskertoimiin (ζ_{Mzi} ja $\zeta_{M\theta i}$), saadaan tärinän analyysissä käytettävät vaimennuskertoimet $\zeta_{zi} = \zeta_{Mzi} + \zeta_{Azi}$ ja $\zeta_{\theta i} = \zeta_{M\theta i} + \zeta_{A\theta i}$. Kriittiset tuulennopeudet saadaan ehdoista $\zeta_{zi} = 0$ tai $\zeta_{\theta i} = 0$.

Edellä esitetyllä periaatteella voidaan myös johtaa lausekkeet aeroelastiselle jäykkyydelle (jonka vaikutus tarkasteltavassa tapauksessa ilmenee värähtelyn ominaistajuuden muutoksena). Taivutuksen ja vääntövärähtelyn ominaismuotojen yleistetyt jäykkyydet ovat tällöin $M_{zi}(\omega_{zi}^2 + \omega_{Azi}^2)$ ja $M_{\theta i}(\omega_{\theta i}^2 + \omega_{A\theta i}^2)$, missä aeroelastisen jäykkyyden osuudet ovat

$$\begin{cases} \omega_{Azi}^2(K) = -\omega^2 \frac{\rho B^2}{2m} \tilde{H}_4^*(K) \\ \omega_{A\theta i}^2(K) = -\omega^2 \frac{\rho B^4}{2J} \tilde{A}_3^*(K) \end{cases} \quad (29)$$

Näitä yhtälöitä voidaan käyttää tarvittaessa esitetyn oletuksen tarkastamiseen, jonka mukaan flutteritaajuus on lähellä rakenteen ominaistajuutta. Koska flutterissa esiintyvän ominaismuodon vaimennuskertoimen on nolla, on flutteritaajuus $\omega_F = (\omega_{zi}^2 + \omega_{Azi}^2)^{1/2}$ tai $\omega_F = (\omega_{\theta i}^2 + \omega_{A\theta i}^2)^{1/2}$, josta flutteritaajuus voidaan ratkaista iteraatiolla kaavoista (29).

YKSINKERTAISTETUT LAUSEKKEET VASTEEN KESKIIHAJONNALLE

Varianssin integroimiseksi vasteen spektraalitiheydestä voidaan soveltaa yleisesti tunnettua approksimaatiota [6]

$$\sigma_q^2 = \int_0^{\infty} |H_i(n)|^2 S_Q(n) = \sigma_B^2 + \sigma_R^2, \quad (30)$$

missä ei-resonanssi σ_B^2 (*background response*) ja resonanssiosa σ_R^2 (*resonant response*) ovat

$$\begin{cases} \sigma_B^2 \approx \frac{1}{M_i^2 (2\pi n_i)^4} \int_0^\infty S_Q(n) dn \\ \sigma_R^2 \approx \frac{\pi n_R S_Q(n_R)}{4\zeta_i M_i^2 (2\pi n_i)^4} \end{cases} \quad (31)$$

Tässä n_R on resonanssia vastaava ominaistajuus ($n_R \approx n_i$) ja $S_Q(n_R)$ on vastaava yleistetyn voiman spektraalitiheyden arvo. Kun palkin massa, poikkileikkaus ja aerodynaamiset voimat oletetaan vakioiksi, voidaan lausekkeet (12) kirjoittaa muotoon

$$\begin{cases} S_{Q_{xi}}(n) = S_D(n) \left[\int_0^l \Phi_{xi}^2(y) dy \right]^2 J_{xi}^2(n) \chi_D^2(n) \\ S_{Q_{zi}}(n) = S_L(n) \left[\int_0^l \Phi_{zi}^2(y) dy \right]^2 J_{zi}^2(n) \chi_L^2(n) \\ S_{Q_{\theta i}}(n) = S_M(n) \left[\int_0^l \Phi_{\theta i}^2(y) dy \right]^2 J_{\theta i}^2(n) \chi_M^2(n) \end{cases} \quad (32)$$

missä tarkasteltavaa ominaismuotoa ϕ_i vastaten

$$J_i^2(n) = \frac{\int_0^l \phi_i(y_1) \phi_i(y_2) e^{C(y_1, y_2, n)} dy_1 dy_2}{\left[\int_0^l \phi_i^2(y) dy \right]^2} \quad (33)$$

Tässä palkin pituusyksikköä kohden lasketut spektraalitiheydet saadaan kaavoista (25) asettamalla $y_1 = y_2$, jolloin

$$\begin{cases} S_D(n) = (\rho \bar{U} B)^2 \left[\tilde{C}_D^2 S_u(n) + \frac{1}{4} \left(\frac{dC_D}{d\alpha} \right)^2 S_w(n) \right] \\ S_L(n) = (\rho \bar{U} B)^2 \left[C_L^2 S_u(n) + \frac{1}{4} \left(\frac{dC_L}{d\alpha} \right)^2 S_w(n) \right] \\ S_M(n) = (\rho \bar{U} B^2)^2 \left[C_M^2 S_u(n) + \frac{1}{4} \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right)^2 S_w(n) \right] \end{cases} \quad (34)$$

Kaavoista (14) ja (31) saadaan rakenteen ei-resonanssivasteeksi

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{Bx}^2(\nu) &= \sum_{i=1}^{N_x} \left[\frac{\rho \bar{U} B \Phi_{xi}(\nu)}{4\pi^2 n_{xi}^2 m} \right]^2 \int_0^\infty \left[\tilde{C}_D^2 S_u(n) + \frac{1}{4} \left(\frac{dC_D}{d\alpha} \right)^2 S_w(n) \right] J_{xi}^2(n) \chi_D^2(n) dn \\ \sigma_{Bz}^2(\nu) &= \sum_{i=1}^{N_z} \left[\frac{\rho \bar{U} B \Phi_{zi}(\nu)}{4\pi^2 n_{zi}^2 m} \right]^2 \int_0^\infty \left[C_L^2 S_u(n) + \frac{1}{4} \left(\frac{dC_L}{d\alpha} \right)^2 S_w(n) \right] J_{zi}^2(n) \chi_L^2(n) dn \\ \sigma_{B\theta}^2(\nu) &= \sum_{i=1}^{N_\theta} \left[\frac{\rho \bar{U} B^2 \Phi_{\theta i}(\nu)}{4\pi^2 n_{\theta i}^2 J} \right]^2 \int_0^\infty \left[C_M^2 S_u(n) + \frac{1}{4} \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right)^2 S_w(n) \right] J_{\theta i}^2(n) \chi_M^2(n) dn . \end{aligned} \right. \quad (35)$$

Tämä kaava ei edelleenkään ole helposti sovellettavassa muodossa, mutta toisaalta vasteen ei-resonanssiosa on tyypillisesti pieni verrattuna resonanssiosaan ja kaavan termit voidaan siten jättää ottamatta huomioon. Resonanssivasteen lauseke voidaan kirjoittaa muotoon

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{Rx}^2(\nu) &= \sum_{i=1}^{N_x} \frac{B^2 \Phi_{xi}^2(\nu)}{64\pi^3 \zeta_{xi}} \left(\frac{\bar{U}}{B n_{xi}} \right)^4 \left(\frac{\rho B^2}{m} \right)^2 \left[I_u^2 \tilde{C}_D^2 \frac{n_{xi} S_u(n_{xi})}{\sigma_u^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{I_w^2 \left(\frac{dC_D}{d\alpha} \right)^2 n_{xi} S_w(n_{xi})}{\sigma_w^2} \right] J_{xi}^2(n_{xi}) \chi_D^2(n_{xi}) \\ \sigma_{Rz}^2(\nu) &= \sum_{i=1}^{N_z} \frac{B^2 \Phi_{zi}^2(\nu)}{64\pi^3 \zeta_{zi}} \left(\frac{\bar{U}}{B n_{zi}} \right)^4 \left(\frac{\rho B^2}{m} \right)^2 \left[I_u^2 C_L^2 \frac{n_{zi} S_u(n_{zi})}{\sigma_u^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{I_w^2 \left(\frac{dC_L}{d\alpha} \right)^2 n_{zi} S_w(n_{zi})}{\sigma_w^2} \right] J_{zi}^2(n_{zi}) \chi_L^2(n_{zi}) \\ \sigma_{R\theta}^2(\nu) &= \sum_{i=1}^{N_\theta} \frac{\Phi_{\theta i}^2(\nu)}{64\pi^3 \zeta_{\theta i}} \left(\frac{\bar{U}}{B n_{\theta i}} \right)^4 \left(\frac{\rho B^4}{J} \right)^2 \left[I_u^2 C_M^2 \frac{n_{\theta i} S_u(n_{\theta i})}{\sigma_u^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{I_w^2 \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right)^2 n_{\theta i} S_w(n_{\theta i})}{\sigma_w^2} \right] J_{\theta i}^2(n_{\theta i}) \chi_M^2(n_{\theta i}) , \end{aligned} \right. \quad (36)$$

missä

$$\begin{cases} \zeta_{zi} \equiv \zeta_{Mzi} + \zeta_{Azi} = \zeta_{Mzi} - \frac{\rho B^2}{4m} \tilde{H}_1^*(n_{zi}) \\ \zeta_{\theta i} \equiv \zeta_{M\theta i} + \zeta_{A\theta i} = \zeta_{M\theta i} - \frac{\rho B^4}{4J} \tilde{A}_2^*(n_{\theta i}) \end{cases} \quad (37)$$

Herätteen ja vasteen aikakeskiarvot ovat nollia, jolloin vasteen keskihajonnat saadaan yksinkertaisesti yhteydestä $\sigma_i = (\sigma_{Bi}^2 + \sigma_{Ri}^2)^{1/2}$. Vasteamplitudien keskimääräiset maksimi- arvot tuulen keskinopeutta vastaavalla integrointiajalla saadaan kertomalla keskihajonnat kertoimella, jonka arvo on tyypillisesti 3,0...4,0. Maksimisiirtymien määrittämiseksi näihin on vielä lisättävä tuulen keskinopeuden aiheuttamat staattiset siirtymät.

Kuvassa (3) on esitetty numeerisesti laskettuja kaavan (33) mukaisia sillan "pituuden redusointikertoimia" $J^2(n)$ joillekin teoreettisille sinifunktioista muodostetuille ja ykköseen normeeratuille ominaismuodoille. Kuvan perusteella sillan symmetristen ominaismuotojen tärinä kasvaa voimakkaasti, kun koherenssifunktion vähennysparametri c_y pienenee. Toisaalta epäsymmetrisen ominaismuodon tärinän maksimi-arvoa vastaa tietty vähennys- parametrin nolasta eroava arvo (epäsymmetrisen ominaismuodon tärinä on nolla, kun tuuleno- peudet ovat täydellisessä korrelaatioissa koko sillan jäykistyspalkin pituudella, eli $c_y = 0$). Jälkimmäinen havainto voidaan ottaa huomioon riippusiltojen analyysissä, koska näillä tyypillisesti maksimi- amplitudit keskittyvät pääjäljenteen neljännespisteisiin.

Kuvasta (3) voidaan myös verifioida, että *Scanlanin* ja *Gaden* [7] likikaavaa vastaava kaava

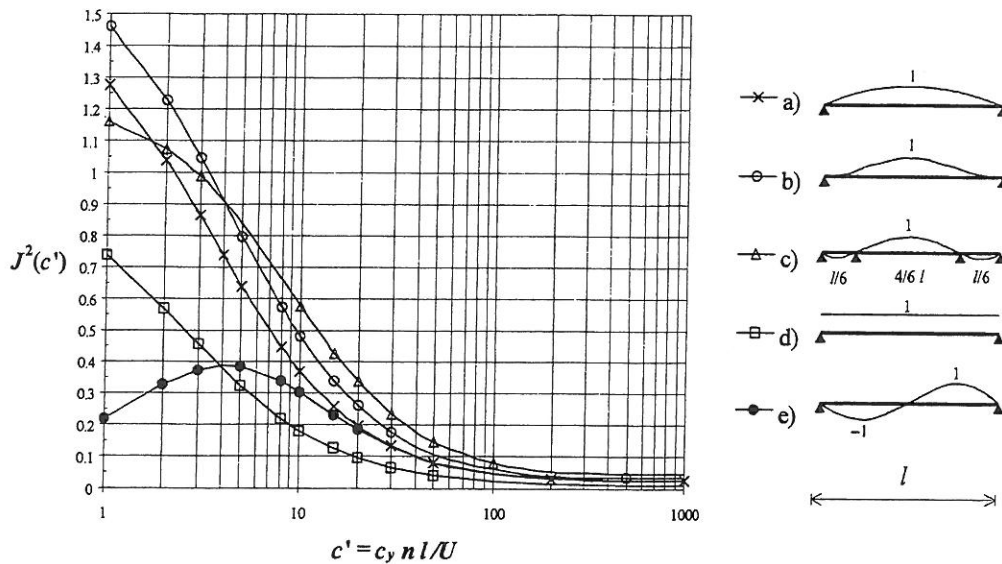
$$J^2(n) \approx \frac{l}{\int_0^l \phi_i^2(y) dy} \frac{2(c' - 1)}{c'^2} \quad (c' > 3), \quad (38)$$

antaa hyvän approksimaation symmetrisille ominaismuodoille, mutta epäsymmetrisille ominaismuodoille epätarkan. Jälkimmäinen havainto saadaan vertailemalla ominaismuotoja a) ja e) joilla kaavan (38) mukaan tulisi olisi sama arvo. Vinoköysien vastuksen huomioon

ottava vastuskerroin kaavassa (36) voidaan määrittää esimerkiksi lausekkeesta

$$\tilde{C}_D \approx C_D + \frac{B_c l_c C_{Dc}}{Bl \sqrt{\lambda_D^2}}, \quad (39)$$

missä B_c on köyden leveys, l_c on köysien kokonaispituus, jolta tuulikuorma välittyy jäykistyspalkille ja C_{Dc} on köyden vastuskerroin. Tässä on oletettu, että köyden aerodmittanssifunktio on yksi, johtuen köyden leveyttä vastaavasta suuresta redusoidun nopeuden arvosta. Liitteessä 1 on esitetty numeerinen esimerkki laskentamallista.



Kuva 3. Sillan pituuden redusointikerroin $J^2(n)$ eri ominaismuodoille.

YHTEENVETO

Artikkelissa on esitetty sillan jäykistyspalkin värinän, vääntöflutterin ja laukkaamisilmiön analyysi muodossa, jossa on yhdistetty Alan Davenportin spektrianalyysiin perustuvaan värinämalliin Robert Scanlanin merkintätapaa vastaavilla flutteriderivaatoilla lasketut itseherätteiset aerodynaamiset voimat. Oletustensa pohjalta malli sopii parhaiten sellaisten

kotelo- ja levypalkkijäkisteisten riippu- ja vinoköysisiltojen analyysiin, joilla mekaaninen ja aerodynaaminen vaimennus ovat alhaisia. Saadut yksinkertaiset laskentarutiinit ovat suoraan hyödynnettävissä suunnittelussa edellyttäen, että tarvittavat siltapoikkileikkauksen stationaariset aerodynaamiset kertoimet ja flutteriderivaatat on määritetty esimerkiksi tuulitunnelikokeilla.

LÄHTEET

- [1] Kiviluoma, R., Vinoköysisillan analyysi tuulikuormalle. Teknillinen korkeakoulu, sillanrakennustekniikan laboratorio, julkaisu nro 4. Otaniemi 1993. 122 s.
- [2] Kiviluoma, R., Pitkän jännevälän sillan aeroelastinen stabiilius. Teknillinen korkeakoulu, rakennus- ja maanmittaustekniikan osasto, lisensiaattityö, Otaniemi 1996. 120 s.
- [3] Lawson, T. V., Wind Effects on Buildings and Structures, Vol 2, Statistics and Meteorology. Applied Science Publishers LTD, London 1980, 155 s.
- [4] ESDU data item 85020., Characteristics of Atmospheric Turbulence Near the Ground: Part II: Single Point Data for Strong Winds (Neutral Atmosphere). Engineering Science Data Unit, London 1990, 35 s.
- [5] Davenport, A. G., Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Winds. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 88(3) (1962), s. 233...268.
- [6] Simiu, E. and Scanlan, R. H., Wind Effects on Structures: An Introduction to Wind Engineering, 2nd Edit., John Wiley & Sons, NewYork 1986, s. 589.

- [7] Scanlan, R. H. and Gade, H. G., Motion of Suspended Bridge Spans Under Gusty Wind. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 103(9) (1977), s. 1867...1883.

LIITE 1. ESIMERKKI TÄRINÄLASKELMASTA

Seuraavassa tarkastellaan *Kärkistensalmen vinoköysisillan* värinää tuulen keskinopeuden arvossa $\bar{U}_{10} = 30$ m/s. Kun maaston karheusparametriksi valitaan maastotyyppin perusteella $z_0 = 0,05$ m saadaan kaavoista (15) tuulen keskinopeudeksi kannen tasolla ($\bar{z} = 20$ m) 33,9 m/s. Seuraavat lähtötiedot voidaan arvioida lähteistä [2] ja [4]:

- poikkileikkauksen leveys, $B = 12,8$ m; jännemitta, $l = 240$ m
- vinoköysien leveys, $B_c = 0,1$ m; köysien efektiivinen pituus, $l_c = 1505$ m; köyden vastuskerroin, $C_{Dc} = 1,2$
- jäykistyspalkin massa pituusyksikköä kohden, $m = 18\ 800$ kg/m
- jäykistyspalkin massahitausmomentti/pituusyksikkö, $J = 293\ 000$ kgm²/m
- alimmat ominaistaajuuudet: $n_x = 0,5805$ Hz, $n_z = 0,4646$ Hz, $n_\theta = 0,7012$ Hz
- mekaanisen vaimennuksen vaimennuskertoimet: $\zeta_{Mx} = \zeta_{Mz} = \zeta_{M\theta} = 0,0064$
- stationaariset aerodynaamiset kertoimet: $C_D = 0,23$, $C_L = -0,22$, $C_M = 0,11$ ja niiden derivaatat: $dC_D/d\alpha = -0,7$, $dC_L/d\alpha = 2,15$, $dC_M/d\alpha = 0,17$
- flutteriderivaatat: $\tilde{H}_1^*(n_x) = -6,7$, $\tilde{A}_2^*(n_\theta) = -0,06$
- koherenssifunktion vähennyskerroin, $c_y = 4,0$ (approksimaatio)
- turbulenssin intensiteetti; $I_u = 0,18$, $I_w = 0,10$
- dimensiottomat spektraalitiheydet; $n_x S_u(n_x)/\sigma_u^2 = 0,05$, $n_z S_u(n_z)/\sigma_u^2 = 0,06$, $n_\theta S_u(n_\theta)/\sigma_u^2 = 0,05$, $n_x S_w(n_x)/\sigma_u^2 = 0,21$, $n_z S_w(n_z)/\sigma_u^2 = 0,23$, $n_\theta S_w(n_\theta)/\sigma_u^2 = 0,19$

Olettamalla sama aeroadmittanssifunktio vastukselle, nostovoimalla ja momentille saadaan tämän artikkelin kuvasta 2: $\chi^2(n_x) = 0,22$, $\chi^2(n_z) = 0,25$, $\chi^2(n_\theta) = 0,18$. Köysien vastuksen huomioon ottavaksi vastuskertoimeksi saadaan kaavasta (39) $\tilde{C}_D = 0,355$ (tämä on lähes 50% suurempi, kuin pelkän jäykistyspalkin vastuskerroin C_D) Kun ominaisuudoiksi

oletetaan kuvan 3 ominaismuoto b), saadaan pituuden redusointikertoimiksi $J^2(n_x) = 0,34$, $J^2(n_z) = 0,40$, $J^2(n_\theta) = 0,26$. Kaavoista (37) saadaan vaimennuskertoimiksi aerodynaamisesta vaimennuksesta $\zeta_{Az} = 0,0190$ ja $\zeta_{A\theta} = 0,0082$, jolloin kokonaisvaimennus on positiivista ja flutterinopeutta ei ole saavutettu.

Sijoittamalla edelliset lähtötiedot kaavoihin (36), saadaan jänteen puolivälissä värähtelyamplitudien keskihajonnoiksi; $\sigma_x = 5,0$ mm, $\sigma_z = 11,0$ mm ja $\sigma_\theta = 0,030^\circ$. Vastaavat tulokset lähteen [2] yksityiskohtaisella, koko sillan kuvaaviin kolmidimensioisiin ominaismuotoihin perustuvalla numeerisella laskentamenetelmällä ovat $\sigma_x = 7,6$ mm, $\sigma_z = 13,1$ mm ja $\sigma_\theta = 0,032^\circ$. Vääntövärähtelyjen kohdalla tulosten vastaavuus on erinomainen. Pystysuorien taivutusvärähtelyjen tapauksessa voimakas kokonaisvaimennus $\zeta = 0,0254$ ennakoi, että ei-resonanssivasteen huomioon ottaminen olisi parantanut vastaavuutta. Vaakasuuntaisten taivutusvärähtelyjen kohdalla tulosten ero johtuu analyysistä puuttuvasta rakenteen toisesta ominaismuodosta ($n = 0,4894$ Hz), jossa pylonin tuulen suuntainen liike on kytketty jäykistyspalkin liikkeeseen. Tämän puuttuvan ominaismuodon vaikutus on numeerisen mallin perusteella hieman suurempi, kuin oletetun puhtaan jäykistyspalkin vaakasuuntaisen taivutusvärähtelyn ominaismuodon.

Risto Kiviluoma, tekn.lis.

Teknillinen korkeakoulu

Sillanrakennustekniikka

PL 2100

02015 TKK