

PITKÄN JÄNNEVÄLIN SILLAN AEROELASTINEN STABIILIUS, I: TUULITUNNELIKOKEET

Risto Kiviluoma

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 30
Nrot 3-4, 1997, s. 3-22

Artikkelisarjassa käsitellään suurten siltojen tärinään ja aeroelastiseen stabiiliuteen liittyvää ongelmakenttää kirjoittajan Teknillisen korkeakoulun sillanrakennustekniikan laboratoriossa suorittaman perustutkimuksen [1,2] pohjalta.

HISTORIALLINEN TAUSTA

Jänneväliltään pitkien siltojen stabiiliteetti tuulikuormalle on ollut insinöörien erityisen kiinnostuksen kohteena vanhan *Tacoma Narrows* -sillan tuhoutumisen jälkeen marraskuussa 1940. Silta sijaitsi Yhdysvaltain Washingtonin osavaltiossa ja oli valmistuttuaan yksi pisimmistä riippusilloista - pääjätteen pituus oli 854 m. Silta tuhoutui neljä kuukautta sen jälkeen, kun se oli avattu liikenteelle. Sillan jäykistyspalkki joutui yllättäen voimakkaaseen harmoniseen vääntövärihdysliikkeeseen tuulen vaikutuksesta tuulennopeuden ollessa vain noin 19 m/s. Värähtely vaurioitti nopeasti jäykistyspalkin rakenteita ja lopullinen tuhoutuminen tapahtui noin 70 minuutin kuluttua vääntövärihtelyn alkamishetkestä. Tuulennopeutta vastaava staattinen tuulikuorma ($0,2 \text{ kN/m}^2$) oli murto-osa senaikaisesta tuulikuorman suunnitteluarvosta (noin $1,4 \text{ kN/m}^2$ kohdistuen 1,5-kertaiselle projektiopinta-alalle).

Vanha *Tacoma* -silta ei ollut ensimmäinen joka kärsi tuulen aiheuttamista ongelmista. *Farquharson* [3] mainitsee kymmenen muuta riippusiltaa (joista Isossa-Britanniassa viisi),

joista yhdeksän oli vahingoittunut tuulen vaikutuksesta. Myös muut siltatyypit olivat kärsineet vaurioita kovassa tuulella. Yksi dramaattisimmista siltaonnettomuuksista lienee *Firth of Tay* -sillan tuhoutuminen Skotlannissa vuonna 1879. Silta oli tyypiltään ristikkojäykisteinen 84-aukkoinen palkkisilta. Voimakas tuuli oli ilmeisesti pudottanut päällysrakenteen tuilta ja siltaa ylittäneen junan onnettomuus vaati junassa olleiden 90 ihmisen hengen.

Vanhan *Tacoma Narrows* -sillan onnettomuus käynnisti kattavan tutkimustyön siltojen aerodynaamisen toiminnan selvittämiseksi. Tähän se antoi hyvät puitteet, koska onnettomuus on hyvin dokumentoitu. Siltaa tarkkailtiin systemaattisesti sen valmistumisesta alkaen ja itse tuhoutumishetki on kuvattu filmille. Tutkimuksissa kävi ilmi, että jäykistyspalkin pieni vääntöjäykkyys ja aerodynaamisesti epäedullinen H-poikkileikkausmuoto olivat onnettomuuteen vaikuttaneet keskeiset syyt. *Uusi Tacoma* -silta rakennettiin vahvistettuna massiivisella vääntöjäykkyyttä lisäävällä ristikolla; ristikko oli havaittu virtausta "hajottavana" rakenneosana edulliseksi myös aerodynaamisten ominaisuuksien suhteen. Onnettomuuden seurauksena myös muita riippusiltoja tutkittiin huolellisesti; esimerkkinä *Golden Gate* -sillan mittausohjelma. Tässä ohjelmassa sillalle asetettiin kiihtyvyyden- ja tuulennopeuden mittauslaitteet. Kiihtyvyyksiä ja tuulennopeuksia rekisteröitiin yhteensä 15 vuoden ajalta. Tuloksena saatiin arvokasta tietoa tuulen puuskien, tai tarkemmin tuulen turbulenssin, aiheuttamasta värähtelystä (*tärinä, buffeting*). Kovissa tuulissa mittauksilla havaittiin tyypillisesti noin 0,3 m amplitudeja pystysuuntaisille taivutusvärähtelyille. Vuonna 1951 tämä silta oli lähellä *Tacoma* -sillan kaltaista onnettomuutta, jossa epäsymmetrinen väännön ominaismuoto muuttui äkillisesti hallitsevaksi. Tuulennopeus oli 20 m/s ja vääntöliikkeestä aiheutui noin 1,8 m amplitudi jänteen neljännespisteisiin. Värähtelystä aiheutuneet pintaviat johtivat ylimääräisen jäykistysristikon asentamiseen sillan vääntöjäykkyyden lisäämiseksi.

Tacoma Narrows -sillan onnettomuuden syyn varhaisimmissa tutkimuksissa päädyttiin teoriaan, jossa onnettomuus oli pyörteiden irtaantumisen aiheuttamien resonanssivärähtelyjen seurausta. Teoriaa tukevat siltapaikalla tehdyt ja tuulitunnelissa toistetut havainnot, joiden mukaan tietyn värähtelymuodon esiintyminen oli riippuvainen tuulennopeudesta.

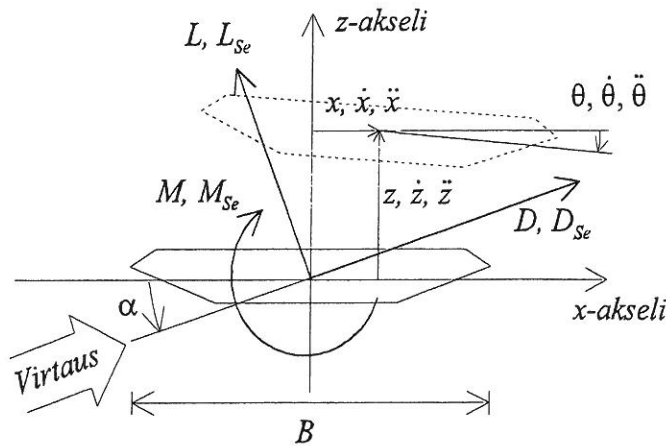
Vuosina 1945 ja 1948 *Friedrich Bleich* [4] esitti vaihtoehtoisen teorian *Theodore Theodorsenin* lentotekniikan klassista flutteria käsittelevän työn pohjalta. Teorian mukaan sillan onnettomuus oli seurausta jäykistyspalkin *flutterista*. Myöhemmät tutkimukset ovat tukeneet tätä teoriaa, jonka mukaan (vääntö- tai sakkaus-) flutteri on riippu- ja vino- köysisiltojen oleellinen aeroelastinen epästabiiliusilmiö. *Tacoma Narrows*-sillan onnettomuuden syyksi on mainittu yleisesti sakkausflutteri, vaikka pyörteen muodostuksella on myös ilmeisen merkittävä osuus tämän sillan onnettomuuteen.

Bleichin potentiaalivirtausmalliin perustuva flutterin matemaattinen mallinnus on alkuotaksumiensa perusteella sovellettavissa ainoastaan virtaviivaisille levymäisille poikkileikkauksille. Kommentoidessaan *Bleichin* työtä vuonna 1949 *Bugsley* ehdotti, että sillan flutterin likeyhtälöt perustuisivat kokeellisesti määritettävien *flutteriderivaattojen* (*flutter derivatives*) käyttöön. Tämän teorian mukaan *itseherätteiset* (kappaleen liikkeestä riippuvat) aerodynaamiset voimat voidaan pienillä värähdysliikkeen amplitudeilla esittää lausekkeilla, jotka riippuvat vain kappaleen tasapainoaseman suhteen (kuva 1) määritetystä pystykoordinaatista z ja kiertymäkoordinaatista θ sekä näiden ensimmäisistä ja toisista aikaderivaatoista muodossa

$$\begin{cases} L_{Se} = k_1 z + k_2 \dot{z} + k_3 \ddot{z} + k_4 \theta + k_5 \dot{\theta} + k_6 \ddot{\theta} \\ M_{Se} = k_7 z + k_8 \dot{z} + k_9 \ddot{z} + k_{10} \theta + k_{11} \dot{\theta} + k_{12} \ddot{\theta} \end{cases}, \quad (1)$$

missä L_{Se} on pituusyksikköä kohden laskettu itseherätteinen nostovoima, M_{Se} on pituusyksikköä kohden laskettu itseherätteinen momentti ja yläpiste tarkoittaa aikaderivaattaa. Näissä lausekkeissa flutteriderivaatat k_i ($i = 1 \dots 12$) ovat likimääräisesti vakioita ja ne määritetään luetettavimmin tuulitunnelikokeilla, joissa testattava pienoismalli on flutteria vastaavassa liiketilassa (eli harmonisessa värähdysliikkeessä). Levymäisen ja virtaviivaisen poikkileikkauksen tapauksessa voidaan flutterikertoimille johtaa myös analyttiset lausekkeet esimerkiksi *Theodorsenin* ratkaisun pohjalta. Lausekkeiden (1) mukaisesti itseherätteinen nostovoima ja itseherätteinen momentti häviävät (ovat nollija) silloin, kun kappale on levossa. Kaavojen (1) mukainen ”linearisoitu” flutteriteoria on ehkä laajimmin

sovellettu, esimerkkinä *Robert Scanlanin* mittava tutkimustyö siltapoikkileikkauksen flutterikertoimien käytön ja niiden kokeellisen määrittämiseen liittyvän teorian kehityksessä.



Kuva 1. Poikkileikkauksen paikkakoordinaatit sekä aerodynaaminen vastus (D), nostovoima (L) ja momentti (M) sekä vastaavat itseherätteiset aerodynaamiset voimat.

Aeroelastiikan tutkimus on sillansuunnittelun osalta pohjautunut vahvasti kokeelliseen työhön ja erityisesti tuulitunnelimallien käyttöön. Tämä kehitys on ollut seurausta siitä, että virtausmekaniikan perusyhtälöihin perustuvat analyyttiset mallit muodostuvat siltapoikkileikkauksille ominaisen irronneen virtauksen ja voimakkaan pyörteen muodostuksen johdosta vaikeasti hallittaviksi. Matemaattisissa malleissa kaavan (1) muoto on periaatteessa säilynyt ennallaan, mutta flutterikertoimet oletetaan redusoidun taajuuden (taulukko 1) funktioiksi.

AEROELASTISITEETTI

Aeroelastisiteetti on tieteenala, joka tutkii virtaavan ilman ja kappaleen liikkeen yhteisvaikutusta. Aeroelastiseksi epästabiiliusilmiöksi kutsutaan tilaa, jossa kappaleen liikkeen amplitudi äkillisesti kasvaa tietyssä tuulennopeudessa. Näissä epästabiiliusilmiöissä itseherätteisillä aerodynaamisilla voimilla on keskeinen rooli. Nämä voimat ovat alhaisilla

tuulennopeuksilla tyypillisesti merkityksettömiä, mutta tuulennopeuden kasvaessa ne voivat muuttaa rakenteen värähtelytaajuuksia, värähtelymuotojen välistä vaihe-eroa ja aerodynaamista vaimennusta siten, että rakenne menettää stabiiliuden äkillisesti ja “varoittamatta”.

Lentokoneen siiven *flutteri* on klassinen esimerkki aeroelastisesta epästabiiliusilmiöstä. Tässä ilmiössä siiven vääntövärähtely ja taivutusvärähtely esiintyvät aerodynaamisten voimien kytkeminä ja likimain samalla taajuudella (*flutteritaajuudella*), kun lentokoneen nopeus saavuttaa kriittisen arvon (*flutterinopeuden*). Tämän “klassisen *flutterin*” esiintyminen riippuu erityisesti kyseisiin värähtelymuotoihin liittyvien värähtelytaajuuksien ja vaihe-eron muuttumisesta ja on siten tyypiltään “jäykkyysohjattu” (*stiffness driven*) epästabiiliusilmiö. Klassiselle flutterille on tyypillistä värähtelyamplitudin nopea, “räjähdysmäinen” kasvu, joka käytännössä johtaa siiven tuhoutumiseen.

Yhden vapausasteen flutterissa kappale on puhtaassa vääntö- tai taivutusvärähdysliikkeessä. Flutteritaajuus on tyypillisesti lähellä kyseisen värähdysliikkeen ominaismuotoon liittyvää ominaistaajuutta. Nämä epästabiiliusilmiöt ovat “vaimennusohjattuja” (*damping driven*); ne esiintyvät kun värähtelymuotoon liittyvä kokonaisvaimennus (mekaanisen- ja aerodynaamisen vaimennuksen summa) on nolla. Näissä epästabiiliusilmiöissä virtaus irtoaa kappaleesta ainakin jossain värähtelysyklin vaiheessa, ja siten virtauksen kappaleeseen kohdistamat aerodynaamiset voimat voivat olla luonteeltaan vahvasti epälineaarisia. Tästä epälineaarisuudesta johtuen värähtelyn amplitudi ei välttämättä kasva monotonisesti ja rajatta kriittisen tuulennopeuden yläpuolella, vaan värähdysliikkeen amplitudi voi myös stabiloitua. Vääntöliikkeeseen liittyvästä flutterista käytetään nimityksiä *vääntöflutteri* ja *sakkausflutteri* (*stall flutter*) ja taivutusvärähtelyyn liittyvästä flutterista nimitystä *laukkamislmiö* (*galloping*). Vaimennusohjatut aeroelastiset epästabiiliusilmiöt ovat keskeisiä sillanrakennustekniikassa tyypillisesti esiintyvien “ei virtaviivaisten” (*bluff-body*) ja massaltaan suurten kappaleiden stabiiliustarkasteluissa.

Aeroelastisiksi epästabiiliusilmiöiksi luetaan flutteri-ilmiöiden lisäksi *divergenssi* (“flutteri nollataajuudella”), jossa siiven (tai muun rakenteen) vääntökulma kasvaa nopeasti tuulen vaikutuksesta ilman värähdysliikettä. *Pyörteiden irtaantumisesta* (*vortex shedding*) aiheutuva resonanssivärähtely voidaan lukea puhtaasti *aerodynaamiseksi* epästabiiliusilmiöksi; pyörrerata ja sen aiheuttamat herätteet ovat virtaavan väliaineen ilmiö ja esiintyvät myös riippumatta kappaleen liiketilasta (tosin tässäkin ilmiössä virtauksen aiheuttamat herätteet vahvistuvat kun kappale alkaa värähdellä, joten ilmiöllä on myös aeroelastinen luonne). Tässä ilmiössä kappaleen taakse (virtauksen alapuolelle) syntyvä pyörrerata aiheuttaa kappaleeseen jaksollisia herätteitä. Näiden herätteiden taajuus on riippuvainen virtauksen nopeudesta. Jos herätteiden taajuus yhtyy johonkin rakenteen alimmista ominaistajuuksista, on seurauksena yleensä amplitudiltaan rajoitettuja taivutus- tai vääntövärähtelyjä.

Sillan aeroelastinen stabiilius on luonteeltaan stokastista johtuen tuulen turbulenssin aiheuttamista satunnaisista herätteistä. Tämä monimutkaistaa rakenteen stabiiliusanalyysiä, kun tuulennopeus on hieman kriittisen flutterinopeuden alapuolella. Tällöin hetkellisessä tuulenpuuskissa kriittinen tuulennopeus voi ylittyä, jolloin rakenteen värähtelyamplitudit pyrkivät kasvamaan voimakkaasti. Toisaalta turbulentti virtaus pyrkii herättämään rakenteessa useampia ominaismuotoja, jolloin värähdysliikkeen energiaa voi siirtyä flutterille alttiista ominaismuodosta stabiiliin ominaismuotoon ja turbulenssilla voi olla stabiloiva vaikutus. Käytännön laskelmissa aeroelastisia epästabiiliusilmiöitä mallinnetaan deterministisillä malleilla, joskin viime vuosikymmeninä on kehitetty myös käyttökelpoisia stokastisia stabiiliusmalleja. Stokastisissa stabiiliusmalleissa tarkastellaan tyypillisesti differentiaaliyhtälöitä, joissa kertoimet ovat ajasta riippuvia; tällöin *taajuustasossa* (*Fourier*-muunnettuja liikeyhtälöitä käyttäen) suoritettava analyysi ei ole tavanomaisessa muodossaan mahdollinen. Turbulenssin aiheuttamien resonanssivärähtelyjen (tärinän) tehokkaimmat laskentamallit ovat stokastisia malleja, joissa laskelmat suoritetaan taajuustasossa. Näiden mallien kehittämisen pioneereja ovat olleet 1950- ja 1960-luvuilla *H. W. Liepmann* ja *Alan G. Davenport*.

SILLAN AERODYNAAMINEN SUUNNITTELU

Yleisen suunnittelukäytännön mukaan sillan dynaaminen vaste tuulikuormalle kuvataan edellä esitettyjen kolmen ilmiön (flutteri, pyörteiden irtaantuminen ja tärinä) kombinaationa. Staattisista ilmiöistä divergenssi on mahdollinen hurrikaani- ja tornadotyyppisissä, poikkeuksellisen kovissa tuulissa. Analyysissä keskitytään tavanomaisesti sillan jäykistyspalkin aerodynaamisen toiminnan selvittämiseen ja optimointiin sekä pylonin rakennusvaiheen stabiiliuden tarkastamiseen laukkaamisilmiön suhteen. Betonisen pylonin suuri massa eliminoi yleensä haitallisten värähtelyjen syntymisen pyörteiden irtaantumisen johdosta, mutta teräksisen pylonin tapauksessa tähän ilmiöön voidaan joutua varautumaan. Haitallisten köysivärähtelyjen esiintymistä on vaikea ennakoida suunnitteluvaiheessa, mutta niihin voidaan varautua jättämällä suunnitelmiin varaukset köysivaimentimien ja/tai ylimääräisten harusten käytöstä.

Vaikka tuulistabiliteetti on keskeinen kysymys erityisesti erittäin pitkien riippusiltojen analyysissä, on myös uudempi siltatyyppi, vinoköysisilta, altis tuulen aiheuttamille värähtelyille. Vinoköysisillan yleinen rakennustapa, ulokemenetelmä, altistaa sillan tuulen vaikutukselle erityisesti rakennusvaiheessa. Myös pyörteiden irtaantuminen voi aiheuttaa vinoköysisiltojen jäykistyspalkkeihin haitallisia värähtelyjä; esimerkiksi *Long Creek* -vinoköysisiltään, jonka jännemitta on 217 m, ilmiöstä on aiheutunut 200 mm värähtelyamplitudeja olosuhteissa, joissa tuulennopeus oli 11...14 m/s ja lunta oli kasaantunut kaiteisiin. Sillan pääjäljenteeseen asennettiin myöhemmin aerodynamiikkaa parantavat teräslevyt värähtelyjen rajoittamiseksi. Toteutetuilla suurimmilla vinoköysisilloilla on laskennallinen flutterinopeus usein epärealistisen suuri eikä raportoituja flutteriongelmaa ole, mutta toisaalta näiden siltojen aerodynamiikkaan on kiinnitetty suunnittelussa erityistä huomiota.

Jänneväliltään pitkien siltojen suunnittelussa on edullista kiinnittää huomiota jäykistyspalkin poikkileikkauksen aerodynaamiseen muotoon pyörteiden irtaantumisesta aiheutuvien värähtelyamplitudien rajoittamiseksi ja flutterinopeuden kasvattamiseksi. Ensimmäisenä

merkittävänä esimerkkinä modernista suunnittelukäytännöstä, jossa sillan aeroelastinen stabiilius on varmistettu muotoilemalla jäykistyspalkin poikkileikkaus matalaksi ja virtaviivaiseksi, voidaan pitää 1960-luvulla rakennettua *Severn* -siltaa Englannissa. Poikkileikkauksen virtaviivaistamisesta saavutettava hyöty on kuitenkin rajallinen, koska myös liikenne, köydet, lumi ja jää vaikuttavat sillan aerodynaamisiin ominaisuuksiin. Matalan poikkileikkauksen jäykistäminen turbulenssin ja liikennekuorman aiheuttamille pystysuuntaisille värähtelyille voi olla vaikeaa ja massiivinen jäykistysristikko onkin edelleen tavanomainen rakenne suurimmissa riippusilloissa.

TUULITUNNELIKOKEET

Tuulitunnelikokeiden *mallilait* perustuvat yksinkertaisiin dimensioanalyysillä johdettuihin sääntöihin, joiden mukaan tutkittavaan ilmiöön vaikuttavista muuttujista muodostettujen *dimensiottomien tulojen* (*dimensionless products* [5]) tulee olla samoja todellisessa ilmiössä ja tuulitunnelikokeessa. Riippumattomien dimensiottomien tulojen määrä on rajoitettu, ja ne on tapana esittää vakiintuneissa muodoissa (taulukko 1). Taulukon 1 dimensiottomista tuloista Reynoldsin lukua ei pyritä käytännössä saamaan similaariseksi, mutta virtauksen ominaisuuksiin voidaan yrittää vaikuttaa esimerkiksi muuntamalla pienoismallin pinnoitusta tai käyttämällä muunnetussa mittakaavassa tehtyjä rakenneosia. Periaatteellisen yhtäsuuruusvaatimuksen seurauksena on kuitenkin edullista käyttää kokeessa mahdollisimman suurta pienoismallia ja virtausnopeutta. Machin luvun similaarisuudesta voidaan myös luopua, koska virtaus voidaan olettaa kokoonpuristumattomaksi. Muut mallilakeihin liittyvät ”helpotukset” määräytyvät käytettävän pienoismallin tyypin ja huomioon otettavien siltapaikan turbulenssiolosuhteiden perusteella. Laajasti käytettyjä aeroelastisia tuulitunnelimalleja (kuva 2) ovat *täysi malli* (*full model*), *poikkileikkausmalli* (*section model*) sekä *Tanakan* ja *Davenportin* ideoima ”*kireä nauha*” -malli (*taut strip model*).

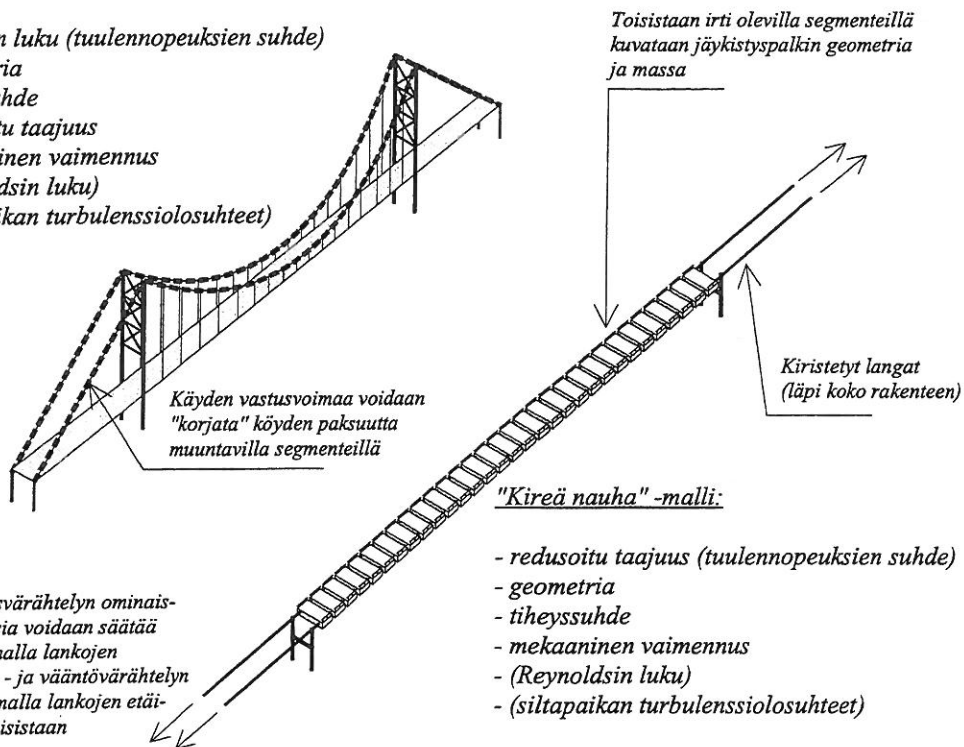
Taulukko 1. Aeroelastiikassa yleisesti esiintyviä dimensiottomia tuloja.

Nimi	Lauske	Similaarisuuden merkitys tuulitunnelikokeessa	Merkinnät
<i>Reynoldsin luku</i>	$\frac{UB}{\nu}$	Virtauksen tyyppi kappaleen ympäristössä, virtauksen irtoamiskoh- ta	U on virtausnopeus, B on kappaleen karakteristinen dimensio, ν on väliaineen kinemaattinen viskositeetti (μ/ρ)
<i>Frouden luku</i>	$\frac{U^2}{gB}$	Gravitaatiojäykkyys	g on gravitaatiokiihtyvyys
<i>Machin luku</i>	$\frac{U}{c}$	Väliaineen kokoonpuristuvuus	c on äänennopeus väliaineessa
<i>Strouhalin luku</i>	$\frac{Bn_k}{U}$	Kappaleen koon suhde pyörreradan näennäiseen aallonpituuteen	n_k on (<i>von Kármánin</i>) pyörreradan taajuus (tässä yhteydessä B on yleensä poikkileikkauksen korkeus)
Redusoitu taajuus ¹⁾	$\frac{B\omega_0}{U}$	Kappaleen koon suhde värähdysliikkeestä aiheutuvan häiriön näennäiseen aallonpituuteen	ω_0 on kappaleen värähdysliikkeen kulmataajuus
Dimensioton aika	$\frac{Ut}{B}$	Suureiden aikariippuvuus	t on fysikaalinen aika
Tiheyssuhde	$\frac{\rho}{\rho_s}$	Virtausvoimien suhde kappaleen hitausvoimiin	ρ on väliaineen tiheys ρ_s on kappaleen tiheys
Mekaaninen vaimennus (ζ tai δ)	- -	Kappaleen mekaaninen vaimennus	ζ on vaimennuskerroin, δ on logaritminen dekrementti
Turbulenssin intensiteetti	$\frac{\sigma_i}{\bar{U}}$	Turbulenttisuuden aste virtauksessa	σ_i on heilahtelunopeuden komponentin ($i = u, v$ tai w) keskihajonta, $\bar{U}$ on keskinopeus
Dimensioton heilahtelunopeuden komponentin spektraalitiheys	$\frac{nS_i}{\sigma_i^2}$	Heilahtelunopeuden energian jakautuminen eri taajuuksille	n on taajuus, $S_i(n)$ on heilahtelunopeuden komponentin spektraalitiheys, σ_i^2 on heilahtelunopeuden komponentin ($i = u, v$ tai w) varianssi
Geometria	$\frac{B_1}{B}$	Mittakaavatekijä mallilaeissa	B_1 on mitta kappaleessa
Dimensioton amplitudi	$\frac{A}{B}$	Siirtymistä aiheutuvat epälineaarisuudet	A on kappaleen värähdysliikkeen amplitudi
Kimmoparametri	$\frac{E}{\rho U^2}$	Kappaleen kimmovoimien suhde virtausvoimiin	E on kappaleen materiaalin kimmokerroin
Dimensioton turbulenssin mittakaava	$\frac{nL_i}{\bar{U}}$	Heilahtelunopeuden korrelaatioetäisyys	L_i on turbulenssin mittakaava vastaten heilahtelunopeuden komponenttia ($i = u, v$ tai w)

1) Redusoidun taajuuden käänteislukua kutsutaan redusoiduksi nopeudeksi U_R ; redusoidun nopeuden lausekkeessa käytetään yleisesti kulmataajuuden ω sijasta taajuutta n .

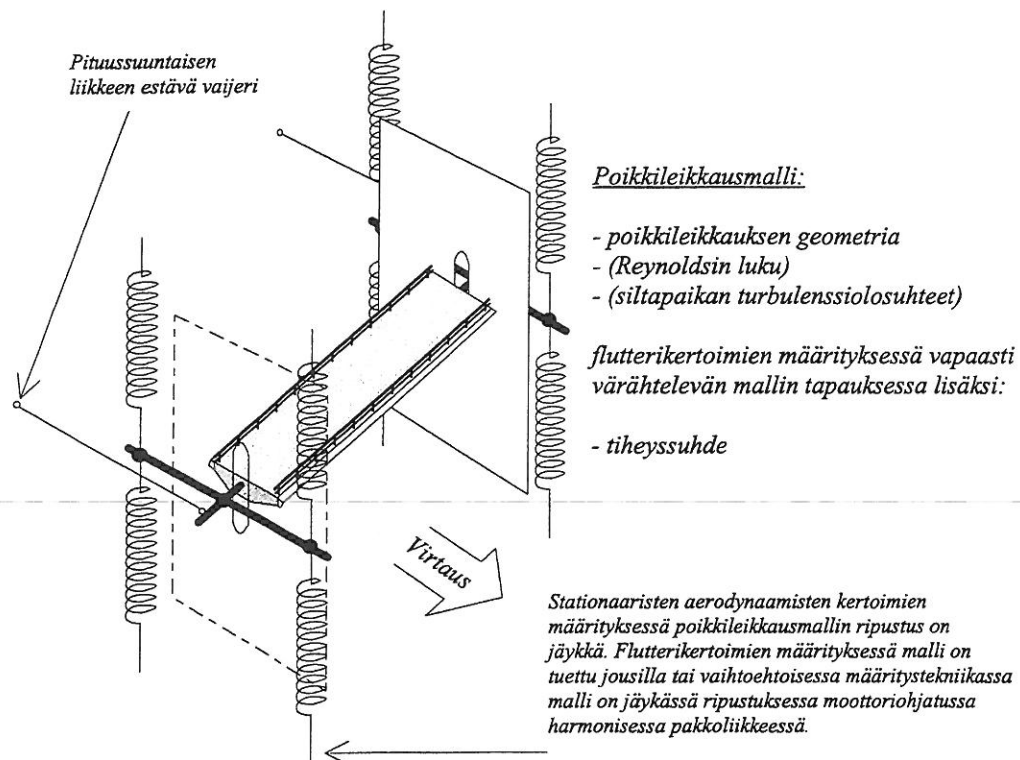
Täysi malli:

- Frouden luku (tuulennopeuksien suhde)
- geometria
- tiheyssuhde
- redusoitu taajuus
- mekaaninen vaimennus
- (Reynoldsin luku)
- (siltapaikan turbulenssiolosuhteet)



"Kireä nauha"-malli:

- redusoitu taajuus (tuulennopeuksien suhde)
- geometria
- tiheyssuhde
- mekaaninen vaimennus
- (Reynoldsin luku)
- (siltapaikan turbulenssiolosuhteet)



Kuva 2. Yleisiä tuulitunnelimalleja ja niissä huomioon otettavia dimensiotomia tuloja.

Täysi malli kuvaa luotettavimmin ja tarkimmin sillan aeroelastista toimintaa, mutta on usein vaikea rakentaa ja muunnella sekä valmistuskustannuksiltaan kallein. Pyrittäessä luotettaviin tuloksiin tällainen pienoismalli joudutaan tekemään suureksi (mallin pituudet ovat tavanomaisesti 2...20 m ja mittakaavat 1:500...1:50), jolloin sen testaamiseen soveltuvat vain tietyt mittaustilaltaan suuret tuulitunnelit. Köysikannatteisen mallin tapauksessa gravitaation aiheuttamat palauttavat voimat voivat olla merkittäviä (rakenteen *gravitaatiojäykkyys* on merkittävä) ja Frouden luku on otettava huomioon. Tällöin siltapaikan tuulennopeuden (U_p) ja tuulitunnelissa mitatun virtausnopeuden (U_m) välinen yhteys määräytyy tästä mallilaista. Tämä yhteys on $U_m = U_p \mu^{1/2}$, missä $\mu = B_m/B_p$ on mallin geometrinen mittakaava. Tuulitunnelissa käytettävä virtausnopeus on tällöin tyypillisesti varsin alhainen ja Reynoldsin luku on pakotetusti epäsimilaarinen. Kun virtausnopeuksien välinen yhteys on kiinnitetty, määräytyy mallinvalmistuksessa tavoitteena oleva ominaistajuus redusoidun taajuuden yhtäsuuruusvaatimuksesta. Mallin massa määräytyy massasuhteen perusteella, joka on riippumaton virtausnopeuksista. Mekaanisen vaimennuksen vaimennuskertoimet on pyrittävä saamaan samoiksi tai alhaisemmiksi kuin todellisen sillan oletetut kertoimet.

Kriittinen flutterinopeus voidaan määrittää myös "puolikokeellisesti" käyttäen matemaattisen mallin lähtötietoina aeroelastisella poikkileikkausmallilla määritettyjä, kaavojen (1) mukaisia flutteriderivaattoja. Vapaasti värähtelevän poikkileikkausmallin tapauksessa flutteriderivaattojen määrittäminen perustuu alkusiirtymästä vapautetun mallin värähtelyamplitudin vaimenemisnopeuden mittaamiseen eri tuulennopeuden arvoilla. Harmonista pakko-liikkeitä soveltavassa tekniikassa mitataan suoraan malliin kohdistuvia resultanttivoimia. Tässä tekniikassa voidaan käyttää väliaineena myös vettä, jolloin mittaukset tehdään tuulitunnelin sijasta esimerkiksi virtaavassa vedessä tai vesialtaassa uitettavassa mittauskehikossa.

Poikkileikkausmallin suurimpana puutteena voidaan pitää sitä, että se ei ota huomioon virtauksen 3-dimensioisen luonteen vaikutusta. Tällä on merkitystä erityisesti määrittäessä vastetta pyörteiden irtaantumiselle, koska ilmiössä herätteet ovat pieniä ja niiden

korrelaatiolla ajan ja paikan suhteen on ratkaiseva merkitys aerodynaamisten voimien muodostumisessa ja resonanssiamplitudin määritymisessä. Kun poikkileikkausmallilla suoritettun tuulitunnelikokeen tuloksista määritetään matemaattisesti kriittistä flutterinopeutta, saadaan tyypillisesti varmallalla puolella olevia tuloksia; tulokset ovat siten käytännön suunnittelussa täysin hyväksyttäviä. Poikkileikkausmalli soveltuu hyvin myös eri poikkileikkausten aerodynaamisten ominaisuuksien vertailuun. On huomattava, että samaa poikkileikkausmallia, jota käytetään flutterikertoimien määrittämisessä, voidaan käyttää myös *stationaaristen aerodynaamisten kertoimien* määrittämiseen muuntamalla mallin kiinnitys jäykäksi.

Kireä nauha -malli on erikoisrakenteinen sillan jäykistyspalkin malli, jossa jäykistyspalkin taivutus- ja vääntöjäykkyys muodostuvat kahdesta kireästä langasta, jotka on pingotettu poikkileikkauksen massan ja geometrian kuvaavien segmenttien sisään. Malli soveltuu 3-ulotteisuutensa johdosta myös tärinän ja pyörteiden irtaantumisen aiheuttamien värähtelyjen määrittämiseen. Malli eroaa teoreettisesti täydestä mallista siten, että esimerkiksi köysien virtausta hajottava vaikutus ja köysistä jäykistyspalkkiin välittyvät voimat jäävät ottamatta huomioon. Lisäksi mallin värähtelyn ominaismuodot ja vääntöliikkeen kiertokeskiö eivät ole täysin vastaavia todelliseen rakenteeseen verrattuna. Epäsimilaaristen ominaismuotojen aiheuttamaa virhettä voidaan kompensoida jälkilaskennalla mitatuista tuloksista.

Kireä nauha mallissa Frouden lukua ei tarvitse ottaa huomioon, jolloin virtausnopeuksien suhde määräytyy redusoidun taajuuden yhtäsuuruusvaatimuksesta. Tällöin yhteys on $U_m = U_p \mu n_m / n_p$, missä n_m on mallin ja n_p todellisen sillan määräävä ominaistajuus. Tekemällä mallista jäykempi (kiristämällä kannatinlankoja) voidaan tuulitunnelissa käytettävää virtausnopeutta kasvattaa, ja siten Reynoldsin luvun huomioon ottaen saavuttaa luotettavampia tuloksia myös pienillä malleilla. Kireä nauha -mallin suurin etu on sen helppo valmistettavuus ja muunneltavuus.

STATIONAARISET AERODYNAAMISET KERTOIMET

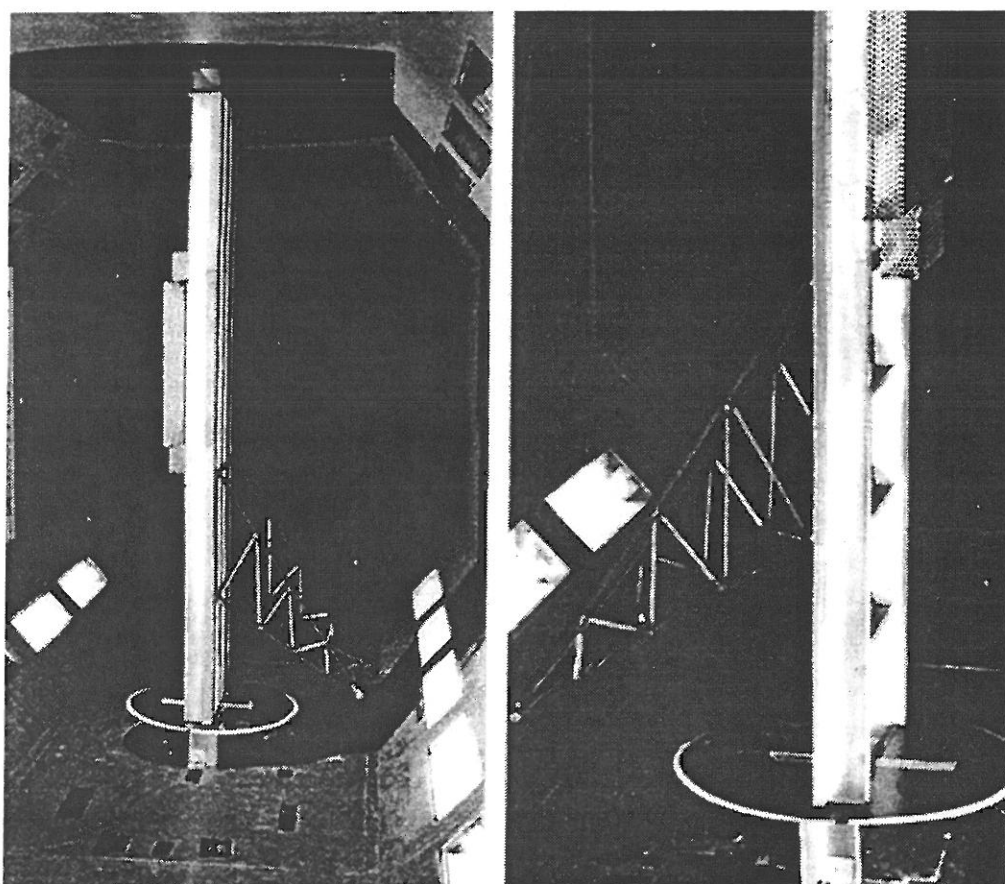
Stationaarisen virtauksen (turbulentin tai ei-turbulentin) liikkumattomaan kappaleeseen aiheuttama vastusvoima D , nostovoima L ja momentti M pituusyksikköä kohden (kuva 1) voidaan esittää kaavoilla

$$\begin{cases} D = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2BC_D \\ L = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2BC_L \\ M = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2B^2C_M, \end{cases} \quad (2)$$

joissa ρ on väliaineen tiheys, $\bar{U}$ on virtauksen keskinopeus (kaukana kappaleen aiheuttamasta häiriöstä), B on kappaleen karakteristinen mitta, C_D , C_L ja C_M ovat dimensiottomia stationaarisia aerodynaamisia kertoimia. Dimensioanalyysin perusteella voidaan olettaa, että stationaariset aerodynaamiset kertoimet riippuvat vain kohtauskulmasta (α), Reynoldsin luvusta ja tulovirtauksen turbulenssiparametreista. Stationaariset aerodynaamiset kertoimet määritetään rutiininomaisesti tuulitunnelikokeilla kaavan (2) perusteella poikkileikkaustyyppisellä mallilla. Mittaukset tehdään tavanomaisesti tasaisessa (ei-turbulentissa) virtauksessa, mutta periaatteessa luotettavampi tulos saadaan siltapaikan turbulenssiolosuhteita vastaavassa turbulentissa virtauksessa. Mittaustuloksista on perusteltua ottaa aikakeskiarvo, sillä vaikka tulovirtauksen turbulenssiaste olisi hyvin pieni, kappale itse aiheuttaa virtaukseen turbulenssia (*“signature” turbulence*) ja siten vastus, nostovoima ja momentti ovat tarkasti ottaen ajan funktioita.

Mahdolliset mittaustekniset ongelmat stationaaristen kertoimien määrittämisessä liittyvät mallin värähtelyihin värähtelyn ja/tai pyönteiden irtaantumisen johdosta. Poikkileikkausmallin virheellisen pituus-leveys -suhteen kompensoimiseksi virtauksen kiertäminen mallin päiden kautta on pyrittävä estämään esimerkiksi asettamalla mallin päiden lähelle virtausta ohjaavat levyt (kuva 2). Virtauksen kuristumisen (tuulitunnelin seinämien ja mallin välissä) vaikutuksen pienentämiseksi malli on tehtävä riittävän pieneksi.

Kuvassa (3) on esimerkki stationaaristen aerodynaamisten kertoimien määrittämiseen käytetystä tuulitunnelimallista. Malli kuvaa *Kärkistensalmen* vinoköysisillan poikki-leikkausta rakennusvaiheessa, jossa nosturi ja muottikalusto on kiinnitettyinä. Kokeet on tehty Teknillisen korkeakoulun aerodynamiikan laboratorion tuulitunnelissa sillanrakennustekniikan laboratorion toimesta. Tuulitunnelin mittausosan koko on $2 \times 2 \text{ m}^2$ ja mallin leveys noin 0,5 m. Mittaukset on tehty tasaisessa virtauksessa virtausnopeuden ollessa noin 30 m/s.



Kuva 3. Valokuvia Kärkistensalmen vinoköysisillan jäykistyspalkin stationaaristen aerodynaamisten kertoimien määrittämisessä käytetystä tuulitunnelimallista (kuvat on julkaistu tielaitoksen siltakeskuksen luvalla).

FLUTTERIDERIVAATTOJEN MÄÄRITTÄMINEN VAPAASTI VÄRÄHTELEVÄN TUULITUNNELIMALLIN TAPAUKSESSA

Tuulitunnelikokeiden suorittamiseksi kaavojen (1) mukainen flutteriderivaattojen esitystapa on edullista korvata muodolla, jossa flutteriderivaatat ovat dimensiottomia ja siten suoraan tuulitunnelissa mitattavia suureita. Johtuen jäykistyspalkin suuresta massasta verrattuna ”kappaleen mukana liikkuvan” ilman massa, ovat *näennäiseen massa*an verrannolliset termit (k_3 , k_6 , k_9 ja k_{12}) kaavoissa (1) merkityksettömiä ja ne voidaan jättää pois tarkasteluista. Seuraavassa käytetään merkintätapaa

$$\begin{cases} L_{Se} = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2B(K\tilde{H}_1^*\frac{\dot{z}}{\bar{U}} + K\tilde{H}_2^*\frac{B\dot{\theta}}{\bar{U}} + K^2\tilde{H}_3^*\theta + K^2\tilde{H}_4^*\frac{z}{B}) \\ M_{Se} = \frac{1}{2}\rho\bar{U}^2B^2(K\tilde{A}_1^*\frac{\dot{z}}{\bar{U}} + K\tilde{A}_2^*\frac{B\dot{\theta}}{\bar{U}} + K^2\tilde{A}_3^*\theta + K^2\tilde{A}_4^*\frac{z}{B}) \end{cases} \quad (3)$$

jossa K on redusoitu taajuus ($K = B\omega/\bar{U}$) ja missä $\tilde{H}_i^*$ ($i = 1...4$) ja $\tilde{A}_i^*$ ($i = 1...4$) ovat dimensiottomia flutteriderivaattoja. Merkintätapa on sama kuin *Scanlanin* lähteessä [6] käyttämä, lukuunottamatta pystysuoran voimakomponentin ja z -koordinaatin suuntaa, joka tyypillisessä amerikkalaisessa esitystavassa on alaspäin (flutteriderivaattoihin lisätty merkintä $\sim$ kuvaa tätä eroa). Vapaasti jousikiinnityksessä värähtelevän tuulitunnelimallin liike voidaan kuvata kahden vapausasteen värähtelysysteemillä, kun vastusvoimaa vastaava liikesuunta on estetty (kuva 2). Jotta kiertoheilahtelut ja pystysuuntainen liike olisivat mekaanisesti kytkemättömiä, on tuulitunnelimallin ripustusakseli sijoitettava poikkileikkauksen painopisteen määrittelemälle suoralle. Kun mittaukset tehdään tasaisessa virtauksessa, tuulitunnelimalliin kohdistuu kolmen tyyppisiä mittaustuloksiin vaikuttavia aerodynaamisia voimia:

- I) Itseherätteisiä aerodynaamisia voimia, jotka voidaan esittää kaavan (3) mukaisilla flutteriderivaatoilla.
- II) Tuulitunnelimallin aiheuttamasta turbulenssista aiheutuvia ajasta riippuvia aero-

dynaamisia voimia. Näiden vaikutus aiheuttaa hajontaa mittaustuloksiin, joka voidaan eliminoida esimerkiksi suorittamalla koe useita kertoja ja ottamalla keskiarvo mitatuista tuloksista.

- III) Pyörteiden irtaantumisesta aiheutuvia voimia. Näiden vaikutusta ei voida täysin erottaa itseherätteisistä voimista, jolloin mittaukset on pyrittävä tekemään sellaisella redusoidun taajuuden alueella, jossa pyörteiden irtaantuminen ei lukkiinnu rakenteen ominaistajuuteen.

Kun tuulitunnelimallin mekaaninen vaimennus oletetaan suhteelliseksi ja kun oletetaan, että vain itseherätteiset aerodynaamiset voimat ovat merkittäviä, voidaan tarkasteltavan kahden vapausasteen värähtelysteemin liikeyhtälö esittää voimatasapainon perusteella muodossa

$$\begin{cases} m(\ddot{z} + 2\zeta_z\omega_z\dot{z} + \omega_z^2 z) = L_{Se} \\ J(\ddot{\theta} + 2\zeta_\theta\omega_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta) = M_{Se} \end{cases} \quad (4)$$

missä m on massa pituusyksikköä kohden, J on massahitausmomentti pituusyksikköä kohden määritettynä ripustusakselin ympäri, ω_i on vapaan vaimentamattoman värähtelyn kulmataajuus, ζ_i on mekaanisen vaimennuksen vaimennuskerroin ja missä alaindeksi $i = z$ tai θ viittaa vastaavaan liikesuuntaan. Kun tarkasteltava tuulitunnelimalli vapautetaan tasapainoasemasta hieman poikkeavasta asemasta (alkusiirtymästä), alkaa se lineaarisen värähtelysteemin teorian mukaan värähdellä jaksollisesti siten, että pystysuuntaisen liikkeen ja kiertoheilahdusliikkeen amplitudit muuttuvat eksponentiaalisesti ajan funktiona. Jos molempien liikkeiden jaksonajat ovat samat, voidaan tuulitunnelimallin referenssipisteen liike esittää kaavoilla

$$\begin{cases} z(t) = z_0 e^{\lambda_z \omega_z t} \cos(\omega t) = z_0 e^{(\lambda_z \omega_z + i\omega)t} \\ \theta(t) = \theta_0 e^{\lambda_\theta \omega_\theta t} \cos(\omega t + \varphi) = \theta_0 e^{(\lambda_\theta \omega_\theta + i\omega)t + i\varphi} \end{cases} \quad (5)$$

joissa z_0 ja θ_0 ovat reaaliarvoisia amplitudivakioita, λ_z ja λ_θ ovat dimensiottomia amplitudin

muutosnopeuteen verrannollisia vakiota, ω on värähtelyn kulmataajuus ja φ on dimensioton vaihe-eroon verrannollinen vakio. Koska flutteriderivaatat määritetään harmoniselle liikkeelle, on mittaukset suoritettava sellaisella ripustusjäykkyyden ja tuulennopeuden yhdistelmällä, jossa amplitudien muutosnopeudet ovat pieniä ($\lambda_z \approx \lambda_\theta \approx 0$). On kuitenkin otettava huomioon, että mitä pienempi on amplitudin muutosnopeus, sitä lähempänä värähtelysteemin kokonaisvaimennus on nollaa ja sitä kauemmin liikkeen alkamisesta aiheutuneet häiriötekijät vaikuttavat vasteeseen. Kun lausekkeet (3) ja (5) sijoitetaan liikeyhtälöön (4) saadaan

$$\begin{cases} [(\lambda_z \omega_z + i\omega)^2 + 2\zeta_z \omega_z (\lambda_z \omega_z + i\omega) + \omega_z^2] z(t) = [(\lambda_z \omega_z + i\omega) H_1 + H_4] z(t) + \\ \quad + [(\lambda_\theta \omega_\theta + i\omega) H_2 + H_3] \theta(t) \\ [(\lambda_\theta \omega_\theta + i\omega)^2 + 2\zeta_\theta \omega_\theta (\lambda_\theta \omega_\theta + i\omega) + \omega_\theta^2] \theta(t) = [(\lambda_z \omega_z + i\omega) A_1 + A_4] z(t) + \\ \quad + [(\lambda_\theta \omega_\theta + i\omega) A_2 + A_3] \theta(t), \end{cases} \quad (6)$$

missä on merkitty

$$\begin{cases} H_1 = \frac{\rho B^2 \omega}{2m} \tilde{H}_1^*, & H_2 = \frac{\rho B^3 \omega}{2m} \tilde{H}_2^*, & H_3 = \frac{\rho B^3 \omega^2}{2m} \tilde{H}_3^*, & H_4 = \frac{\rho B^2 \omega^2}{2m} \tilde{H}_4^* \\ A_1 = \frac{\rho B^3 \omega}{2J} \tilde{A}_1^*, & A_2 = \frac{\rho B^4 \omega}{2J} \tilde{A}_2^*, & A_3 = \frac{\rho B^4 \omega^2}{2J} \tilde{A}_3^*, & A_4 = \frac{\rho B^3 \omega^2}{2J} \tilde{A}_4^*. \end{cases} \quad (7)$$

Kun flutteriderivaattojen määrittämiseksi suoritetaan ensin kaksi koetta, jossa toisessa kiertoheilahdusliike on estetty ($\theta \equiv 0$) ja toisessa pystysuuntainen liike on estetty ($z \equiv 0$), saadaan kaavoista (6)

$$\begin{cases} H_1 = 2\omega_z(\lambda_1 + \zeta_z) \\ H_4 = (1 - \lambda_1^2)\omega_z^2 - \omega_1^2 \\ A_2 = 2\omega_\theta(\lambda_2 + \zeta_\theta) \\ A_3 = (1 - \lambda_2^2)\omega_\theta^2 - \omega_2^2, \end{cases} \quad (8)$$

missä ω_1 ja λ_1 ovat kulmataajuus ja amplitudin muutosnopeuteen liittyvä vakio kokeessa, jossa kiertoheilahdusliike on estetty ja ω_2 ja λ_2 ovat vastaavat suureet kokeessa, jossa pystysuuntainen liike on estetty. Nämä lausekkeet koostuvat vain mitattavista suureista, jolloin

flutteriderivaattojen $\tilde{H}_1^*$, $\tilde{H}_4^*$, $\tilde{A}_2^*$ ja $\tilde{A}_3^*$ arvot tarkasteltavalla redusoidun taajuuden arvolla saadaan määritetyksi lausekkeista (7). Muiden flutteriderivaattojen määrittämiseksi on suoritettava lisäksi koe, jossa tuulitunnelimalli on kiertoheilahdusliikkeessä ja pystysuuntaisessa liikkeessä samanaikaisesti ja samalla taajuudella ω . Tällöin kaavoista (6) saadaan

$$\left\{ \begin{aligned} H_2 &= \frac{z_0 e^{(\lambda_z \omega_z - \lambda_\theta \omega_\theta)t}}{\theta_0 \omega} \left\{ \left[2\omega_z \omega (\lambda_z + \zeta_z) - \omega H_1 \right] \cos \varphi + \right. \\ &\quad \left. - \left[\omega_z^2 (\lambda_z^2 + 2\zeta_z \lambda_z + 1) - \omega^2 - \lambda_z \omega_z \omega H_1 - H_4 \right] \sin \varphi \right\} \\ H_3 &= \frac{z_0}{\theta_0} e^{(\lambda_z \omega_z - \lambda_\theta \omega_\theta)t} \left\{ \left(\sin \varphi - \lambda_\theta \frac{\omega_\theta}{\omega} \cos \varphi \right) \left[2\omega_z \omega (\lambda_z + \zeta_z) - \omega H_1 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left(\cos \varphi + \lambda_\theta \frac{\omega_\theta}{\omega} \sin \varphi \right) \left[\omega_z^2 (\lambda_z^2 + 2\zeta_z \lambda_z + 1) - \omega^2 - \lambda_z \omega_z \omega H_1 - H_4 \right] \right\} \\ A_1 &= \frac{\theta_0 e^{(\lambda_\theta \omega_\theta - \lambda_z \omega_z)t}}{z_0 \omega} \left\{ \left[2\omega_\theta \omega (\lambda_\theta + \zeta_\theta) - \omega A_2 \right] \cos \varphi + \right. \\ &\quad \left. + \left[\omega_\theta^2 (\lambda_\theta^2 + 2\zeta_\theta \lambda_\theta + 1) - \omega^2 - \lambda_\theta \omega_\theta \omega A_2 - A_3 \right] \sin \varphi \right\} \\ A_4 &= \frac{\theta_0}{z_0} e^{(\lambda_\theta \omega_\theta - \lambda_z \omega_z)t} \left\{ \left(-\sin \varphi - \lambda_z \frac{\omega_z}{\omega} \cos \varphi \right) \left[2\omega_\theta \omega (\lambda_\theta + \zeta_\theta) - \omega A_2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left(\cos \varphi - \lambda_z \frac{\omega_z}{\omega} \sin \varphi \right) \left[\omega_\theta^2 (\lambda_\theta^2 + 2\zeta_\theta \lambda_\theta + 1) - \omega^2 - \lambda_\theta \omega_\theta \omega A_2 - A_3 \right] \right\}. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Eksponttitermien johdosta tämä ratkaisu divergoi, jos kiertoheilahtelujen ja pystysuuntaisten värähtelyjen vaimenemisnopeudet ovat erisuuria ($\lambda_z \omega_z \neq \lambda_\theta \omega_\theta$). Siten flutteriderivaatat $\tilde{H}_2^*$, $\tilde{H}_3^*$, $\tilde{A}_1^*$ ja $\tilde{A}_4^*$ voidaan kaavoja (9) käyttäen määrittää luotettavasti vain, jos kokeessa pystytään järjestämään vaimenemisnopeudet yhtäsuuriksi ($\lambda_z \omega_z = \lambda_\theta \omega_\theta$). Esimerkkejä vapaasti värähtelevällä poikkileikkausmallilla määritetyistä siltapoikkileikkausten flutteriderivaatoista on esimerkiksi *Scanlanin* ja *Tomkon* artikkelissa [7].

YHTEENVETO

Artikkelissa on esitetty johdanto suurten siltojen aeroelastiikkaan ja käsitelty tuulitunnelikokeiden suoritusta keskittyen matemaattisten mallien lähtötietoina tarvittavien jäykistyspalkin stationaaristen aerodynaamisten kertoimien ja flutteriderivaattojen määrittämiseen.

LÄHTEET

- [1] Kiviluoma, R., Vinoköysisillan analyysi tuulikuormalle. Teknillinen korkeakoulu, sillanrakennustekniikan laboratorio, julkaisu nro 4. Otaniemi 1993. 122 s.
- [2] Kiviluoma, R., Pitkän jännevälän sillan aeroelastinen stabiilius. Teknillinen korkeakoulu, rakennus- ja maanmittaustekniikan osasto, lisensiaattityö, Otaniemi 1996. 120 s.
- [3] Farquharson, F. B., Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with Special reference to the Tacoma Narrows Bridge. *University of Washington Engineering Experiment Station, Bulletin* No. 116 Part 1 (1950), 108 s.
- [4] Bleich, F., Dynamic Instability of Truss-stiffened Suspension Bridges Under Wind Action, *Transactions of ASCE*, Vol. 114 (1949) Paper No. 2385, s. 1177...1222.
- [5] Langhaar, H. L., Dimensional Analysis and Theory of Models. Robert E. Krieger Publishing Company, Florida 1983, (Printed orig. 1951, John Wiley & Sons), 166 s.

- [6] Scanlan, R. H., Problematics in Formulation of Wind Force Models for Bridge Decks. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 119(7) (1993), s. 1353...1373.
- [7] Scanlan, R. H. & Tomko, J. J., Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 97(6) (1971), s. 1717...1737.

Risto Kiviluoma, tekn.lis.

Teknillinen korkeakoulu

Sillanrakennustekniikka

PL 2100

02015 TKK