

LINEAARISET JÄYKISTYSSEINÄMALLIT KERROSTALORUNGOSSA

Ari Aalto

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 30
Nro 1, 1997, s. 85-108

Tiivistelmä

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan lineaarisen kimmoteorian puitteissa talorakenteiden jäykistämiseksi yleisesti käytettyä seinärakennetta (shear wall), jossa voi olla aukkoja. Aluksi esitellään suppeasti jäykistysseinien analysointiin kehitettyjä laskentamenetelmiä. Tutkimuksen tavoitteena on selvittää uusimpien rotaatiovapausasteisten levyelementtien soveltuminen aukollisten jäykistysseinien analysointiin.

Tutkittaviksi ja ohjelmoitaviksi elementeiksi valittiin luran ja Atlurin modifioituun Reissnerin variaatioperiaatteeseen perustuva elementti. Lisäksi kehitettiin Turnerin Q6-elementistä sakkofunktioformulaatiolla uusi elementti. Näiden elementtien kelpoisuus ja ohjelmoinnin oikeellisuus testattiin muutamalla standarditestiesimerkillä.

Jäykistysseinätestejä varten laadittiin vertailuohjelma, johon ohjelmoitiin sauvarakenneanalogia sen uusimmassa muodossaan, jossa elementteinä ovat Kwanin kahdella sauvanpäärotaatiovapausasteella varustetut sauvaelementit ja jäykkäpäiset ikkunapalkkielementit. Kwan on esitellyt myös palkkimaisen rotaatiovapausasteisen levyelementin, sekä ikkunapalkkien ja levymäisten seinien paikallisen muodonmuutoksen mallintamiseen soveltuvan joustavilla päillä varustetun elementin, myös ne otettiin mukaan.

Johdanto

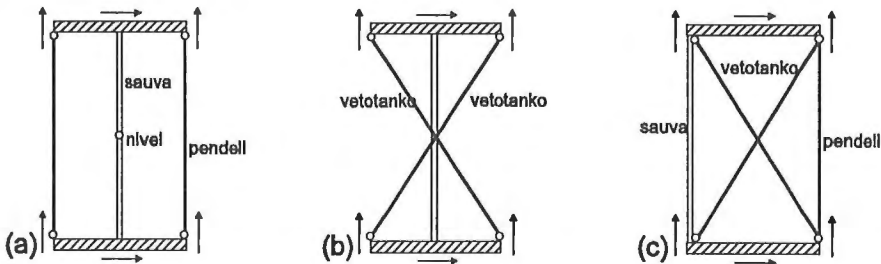
Korkeissa rakennuksissa levymäisten seinien käyttö on todettu taloudelliseksi ratkaisuksi vastaanottamaan rakenteeseen kohdistuvat vaakakuormitukset. Samalla ne voivat toimia hissikulujen tukirakenteina tai paloa osastoivina rakenteina. Mikäli levymäisiä jäykistysseinäitä käytetään taloudellisesti, ne kannattaa sijoittaa rakennuksen ulkoseinille, jos se on mahdollista. Tällöin niissä on usein ikkuna-aukkoja mikä vaikeuttaa analysointia.

Aukollisten jäykistysseinien analysointimenetelmät voidaan jakaa karkeasti kolmeen ryhmään: jatkuvalla liitoksella yhdistettyjen sauvojen kerrospalkkiteoriat, analogiset kehämenetelmät ja erilaiset elementtimenetelmät.

Jatkuvalla liitoksella yhdistettyjen palkkien teoriassa eri seiniä kytkevien ikkunapalkkien diskreetti vaikutus muunnetaan jatkuvaksi, jolloin kaksiulotteinen tehtävä

muuttuu yksiulotteiseksi. Jos seinämään kohdistuva kuormitus on tiedossa, niin ratkaisu saadaan analyttisenä. Rosmannin /1/ teoria lienee jäykistysseinäsovelluksissa tunnetuin. Sen perustuntemattomana on yhdistyssauman leikkausvoima $T(z)$, joka saadaan ratkaistua toisen asteen differentiaaliyhtälöstä. Jos yhdistäviä saumoja on useampia kuin yksi, menetelmä mutkistuu kelvottomaksi. Parlandin /2/ taivutusyöntöteoria soveltuu hyvin myös useampisaumaisten seinien analysointiin. Sen perustuntematon on saumojen jouston synnyttämä lisätaipuma Δv jäykkäsaumaiseen taipumaratkaisuun v. Lisätaipumaa hallitseva differentiaaliyhtälö on neljättä kertalukua. Näiden yksinkertaisten palkkiteorioiden rajoituksena on niiden soveltuminen ainoastaan staattisesti määrättyihin rakenteisiin. Erilliset seinämät liittyvät toisiinsa kerrostasojen välityksellä. Tällöin näiden tasojen välittämät ulkoisen kuorman jakautumat eivät ole tunnettuja eikä tehtävä ole enää staattisesti määrätty.

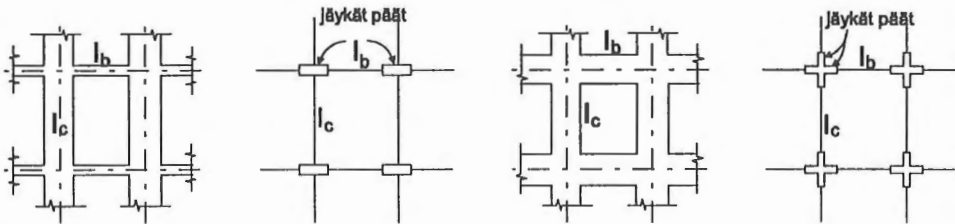
Analogiset kehämenetelmät soveltuvat mutkikkaampien jäykistysseinärakenteiden analysointiin. Niissä seinän levymäiset osat korvataan palkki- ja ristikkosauvoista koostuvalla elementtikokoelmalla, jonka jäsenten jäykkyysominaisuudet valitaan vastaamaan levyn käyttäytymistä. Ohessa joitakin Stafford Smith'in /3/ esittämiä malleja.



Kuva 1. Analogisia kehämoduuleita: a) nivelöity leveän pilarin moduuli, b) ristikoitu leveän pilarin moduuli, c) ristikoitu kehätyön moduuli.

Aukkopalkkien kytkeminen näihin ei suju sellaisenaan, sillä malleissa ei ole kiertymävapausasteita. Nurkkien pystyvapausasteiden johdosta näistä voi helposti muodostaa leveän seinän asettamalla elementtejä rinnakkain. Analogisiin kehämenetelmiin luetaan myös tapa, jossa jäykistysseinän pilarit mallinnetaan Timoshenkon

palkkielementeillä ja ikkunapalkit jäykkäpäisillä palkkielementeillä. Tasorakenteissa tämä on yksinkertainen ja varsin tarkka menetelmä. Ongelmia syntyy, jos jäykistysseinä ei ole tasorakenne vaan siinä on mutkia. Mutkan saumansuuntaisen siirtymän yhteensopivuus tuottaa ongelmia.



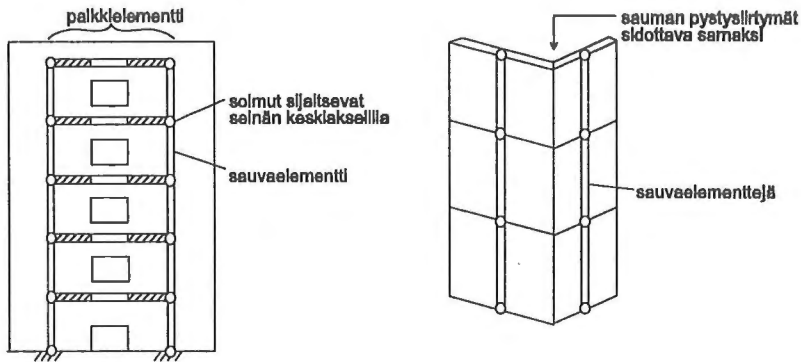
Kuva 2. Jäykistysseinän mallinnustapoja leveäpilarisella kehä mallilla.

Käyttämällä elementtimenetelmää edellisten idealisointien rajoitukset voidaan poistaa. Jotta rakennemallien muodostamis- ja ratkaisuaikat pysyisivät kohtuullisina, on jäykistysseinien analysointiin kehitetty joitakin tehtävän ominaispiirteet huomioonottavia erikoiselementtejä. Kaupallisissa elementtimenetelmäohjelmissa ei ole vielä ns. rotaatiovapausasteisia levyelementtejä. Nämä ovat jäykistysseinäsovellutuksissa edullisia, sillä aukkopalkit voi tällaisessa tapauksessa yksinkertaisesti kiinnittää seinäelementin reunasolmuun. Viime vuosien aikana on kehitetty useita rotaatiovapausasteet omaavia elementtejä. Ne ovat kuitenkin lähes poikkeuksetta soveltumattomia liittämään aukkopalkkeja, sillä niissä olevat rotaatiovapausasteet eivät edusta jäykän kappaleen rotaatiota.

Sauvarakenneanalogia

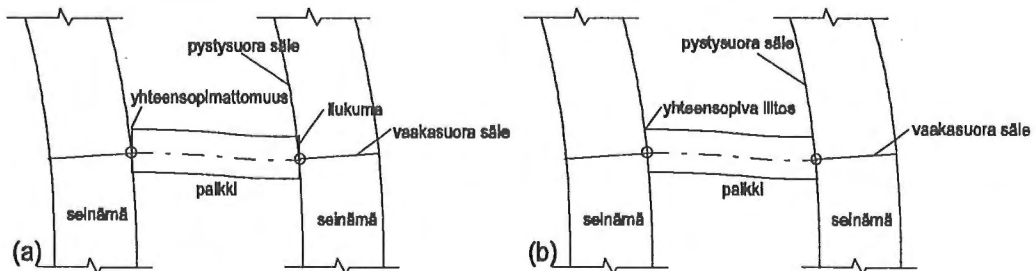
Tasomaisia levyseiniä analysoidaan usein käyttämällä kehäanalogiaa. Seinän levymäiset osat kuvataan tavallisilla leikkausmuodonmuutoksen huomioon ottavilla palkkielementeillä ja mahdolliset aukkopalkit jäykkäpäisillä palkkielementeillä, jos sellaiset ovat käytettävissä. Muussa tapauksessa jäykät päät kuvataan erillisillä palkkielementeillä asettamalla niille vain aukko-osan palkkia tuntuvasti suurempi jäykkyys. Jos mallinnettava seinä ei ole tasorakenne, vaan siinä on mutka tai vahvi-

ke, jolloin seinä joudutaan kokoamaan vähintään kahdesta mastopalkista, niin tämä menetelmä ei sovellu sellaisenaan. Mallin sauman pystysuuntainen sidottava samaksi.



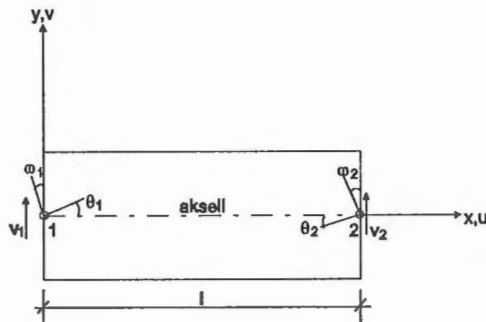
Kuva 3. Sauvarakenneanalogiolla mallitettuja rakenteita.

Kwan on artikkeleissaan /4,5/ esitellyt toisen sauvarakenneanalogiin liittyvän ongelman käytettäessä tavanomaisia sauvaelementtejä. Leikkausmuodonmuutoksen huomioon ottavan Timoshenkon palkkielementin kiertymävapausasteet ovat sauvan akselin normaalin kiertymiä sauvan alku- ja loppupäässä. Kun tällaiseen elementtiin liitetään aukkopalkki, syntyy aukkopalkin ja seinäelementin välille leikkausmuodonmuutoksen aiheuttama epäjatkuuus.



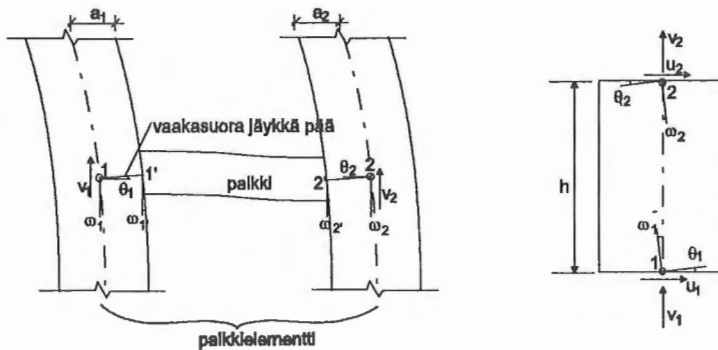
Kuva 4. Seinäelementin rotaatiovapausaste aukkopalkkiin liittyen: a) vaakasuoraan, b) pystysuoran kiertymäksi määriteltynä.

Kuten edellisestä kuvasta havaitaan pitäisi seinäelementtipalkin vapausaste määrittellä pystysäikeiden eli akselin kiertymäksi kuten Bernoulli-palkilla. Palkkielementin pitää pystyä ottamaan huomioon myös leikkausmuodonmuutos. Kwan on esitellyt artikkeleissaan /4,5/ myös palkkielementin, jossa on palkin kummassakin päässä kaksi rotaatiovapausastetta.



Kuva 5. Kwanin kahden rotaatiovapausasteen Timoshenko-elementti.

Jos halutaan aukkopalkkien liittyvän yhteensopivasti seinäelementtiin, niin tavallisen Timoshenko-aukkopalkin rotaatiovapausasteet pitää kytkeä tässä esitetyn, kahdella rotaatiovapausasteella varustetun seinäelementin akselirotaatioihin θ_i . Kun liitoskoh- ta on seinämän reunalla ja seinäelementin solmut vetojäykkyyksakselilla, aukkopalkkil- le joudutaan suorittamaan koordinaatistotransformaatio, joka fyysisesti voidaan ku- vata ajattelemalla aukkopalkin päihin täysin jäykät päät.



Kuva 6. Jäykkäpäinen palkkielementti ja leveä seinäelementti.

Palkkimainen rotaatiovapausasteinen levyelementti

Kuten aiemmin jo todettiin eräs kehäanalogiamallin haitta on rinnakkaisilla palkkielementeillä mallinnettujen seinien yhteisten saumojen pystysiirtymäyhteensopivuus. Tämä ongelma poistuu, kun seinäelementin solmut sijoitetaan elementin nurkkiin. Helpoin tapa muodostaa tällainen elementti on vaihtaa aksiaaliset vapausasteet omaavan Timoshenko-palkin päävapausasteet v_i , θ_i nurkkasolmujen pystysiirtymiksi v_i . Tällöin kuitenkin menetetään aukkopalkin luonnolliset kytkentävapausasteet.

Talorakenteissa kerrostasot otaksutaan usein täysin jäykiksi. Vaikka ne eivät koko kerrosalan alueella aivan niin käyttäytyisikään, jäykistysseiniin kytkeytyvällä osalla näin voidaan otaksua. Tämän seurauksena seinien kerrostasojen suuntaiset vaakasiirtymät ovat vakiot. Jos vaakasuuntainen venymä otaksutaan nollassa kaikkialla seinässä, niin tästä syntyvä virhe on vähemmän kuin kolme prosenttia taivutusjännityksissä, jos seinän korkeuden ja leveyden suhde on suurempi kuin kolme.

Kwan /6/ muodostaa rotaatiovapausasteisen levyelementin otaksumalla seuraavan vaakavenymän hylkäävän venymäesityksen:

$$\epsilon_x = 0 \quad \epsilon_y = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 xy \quad \gamma_{xy} = \alpha_7 + \alpha_8 y \quad (1)$$

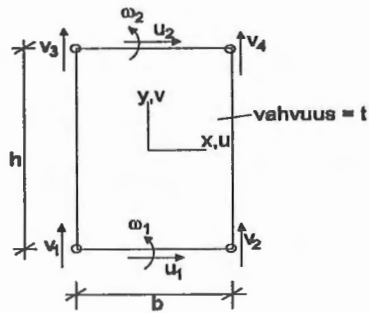
Tämä venymäkenttä kykenee ottamaan huomioon pystysuunnassa lineaarisesti vaihtelevan taivutusmomentin ja leikkausvoiman, jotka sinänsä ovat ristiriitaiset.

Integroimalla venymistä elementtialueen siirtymät saadaan siirtymäkenttäesitys:

$$u = \alpha_1 - (\alpha_3 - \alpha_7)y - \frac{1}{2}(\alpha_5 - \alpha_8)y^2 - \frac{1}{6}\alpha_6 y^3 \quad v = \alpha_2 + \alpha_4 y + (\alpha_3 + \alpha_5 y + \frac{1}{2}\alpha_6 y^2)x \quad (2)$$

Lausekkeet sisältävät kahdeksan α -parametria, joiden määrittämiseksi solmusiirtymien avulla tarvitaan myös kahdeksan siirtymäkomponenttia. Kun vaakasiirtymän u

interpolaatio ei sisällä vaakakoordinaattia x , niin vaakasiirtymä on vakio ala- ja yläreunalla. Jos rotaatio ω määritellään pystysäikeiden solmukiertymäksi, $\omega = -u_{,y}$, niin myös elementin rotaatiokenttä on ala- ja ylälaidalla vakio.



Kuva 7. Kwanin 8-vapausasteinen palkkityyppinen levyelementti.

Rotaatiovapausasteiset levyelementit

Rotaatiovapausasteisen levyelementin puute on tiedostettu paitsi talorakennesovellutuksissa niin myös osana kuorielementtejä tasomaisissa kuorisovellutuksissa. Tämän johdosta viime vuosikymmenellä tapahtunut läpimurto rotaatiovapausasteformulaatioissa on tuottanut huomattavan joukon erityyppisiä elementtejä. Ne ovat sen verran uusia, että tunnetuimpiin, monipuolisiin elementtimenetelmäohjelmatuotteisiin niitä ei ole vielä ohjelmoitu.

Läpimurto rotaatiovapausasteformulaatioissa perustui Allmannin [7] esittämään siirtymäinterpolaatioon, jossa elementin sivun tangentin suuntainen siirtymä interpoloidaan lineaarisesti ja normaalin suuntainen siirtymä neliöllisesti.

Allmannin interpolaatioesitykselle pohjautuvien elementtien haittana on varsinkin aukollisten leikkausseiniä yhteydessä se, että rotaatiovapausasteet ω eivät esitä solmupisteensä kokonaisrotaatiota, joten aukkopalkin rotaatiovapausasteen liittämisen tähän rotaatiovapausasteeseen ei ole suoraan mahdollista.

Vaihtoehtoinen rotaatiovapausasteiden esitystapa juontaa juurensa Reissnerin /8/ sekamuotoiseen variaatioesitykseen, jossa esiintyy siirtymistä riippumaton rotaatio-kenttä. Tätä periaatetta ovat käyttäneet ja kehittäneet myöhemmin Hughes ja Brezzi /9/, Ibrahimbegovic ja Wilson /10/ sekä Iura ja Atluri /11/.

Menetelmä tuottaa elementin, jossa rotaatiovapausasteet kuvaavat nurkan jäykän kappaleen mukaista kiertymistä. Formulaatio on mutkikkaasta johdostaan huolimatta lopputulokseltaan yksinkertainen, sillä rotaatiovapausasteisiin liittyvä kimmoenergia tuottaa tavanomaiseen kimmoenergialausekkeeseen sakkofunktio-tyyppisen lisätermin ja se on siten olemassaoleviin elementteihin varsin helposti lisättävissä.

Iura ja Atluri /11/ ovat kehittäneet levelementin, jossa jäykän kappaleen liikkeen mukaiset nurkkarotaatiot ovat vapausasteina. Elementin taivutuskäyttäytymisen parantamiseksi ja muodonvääristymishaittojen vähentämiseksi siinä on mukana lisämuotofunktioita. Nämä aiheuttavat kuitenkin elementin muodostamiskustannuksiin lisäyksen.

Lähtökohtana on modifioitu kimmoenergiafunktioaali (3)

$$\Pi(u, v, \theta) = \frac{1}{2} \int_v \left[\frac{E}{1-v^2} (u_x^2 + v_y^2 + 2vu_x v_y) + G(u_y + v_x)^2 \right] dv + \frac{1}{2} \int_v \alpha G \left(\theta + \frac{1}{2} u_y - \frac{1}{2} v_x \right)^2 dv$$

jossa E ja G ovat kimmo- ja leikkausmoduulit ja u, v sekä θ ovat siirtymä- ja rotaatio-kentät. Kerroin α on sakkoparametri.

Siirtymäinterpolaatiksi valitaan:

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i u_i + u_c, \quad v = \sum_{i=1}^4 N_i v_i + v_c, \quad \theta = \sum_{i=1}^4 N_i \theta_i, \quad (4)$$

joissa N_i :t ovat bilineaarisen neliön muotofunktiot ja termit u_c ja v_c ovat yhteensopimattomat lisämuotofunktiot, ns. kuplamuodot.

Tässä tapauksessa ne ovat:

$$u_c = (1-\xi^2)u_5 + (1-\eta^2)u_6 + (1-\xi^2)(1-\eta^2)u_7 \quad (5)$$

$$v_c = (1-\xi^2)v_5 + (1-\eta^2)v_6 + (1-\xi^2)(1-\eta^2)v_7 \quad (6)$$

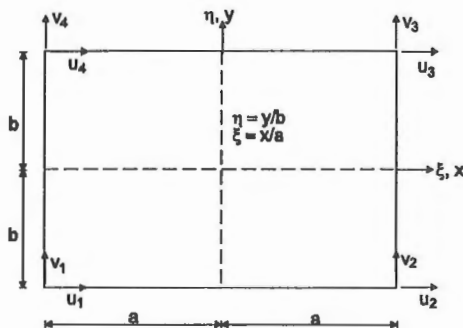
Sijoittamalla nämä kimmoenergian lausekkeeseen saadaan tavanomaisella menetelmällä elementin jäykkyyismatriisi. Kimmoenergialauskeen ensimmäinen termi edustaa rotaatiovapausasteettoman elementin lisämuotofunktioilla parannettua jäykkyyismatriisia. Toinen termi liittyy tähän rotaatiovapausasteet sakottamalla rotaatiokentän ja jäykän kappaleen liikkeen väliseen virheeseen sisältyvällä kimmoenergialla kimmoenergian minimiperiaatetta. Sakottavassa funktionaalissa esiintyvä kerroin α voidaan valita kohtuullisissa rajoissa ykkösen ympäristöstä.

Turnerin rotaatiovapausasteilla lisätty elementti

Bilineaarisen neliöelementin huonoa taivutuskäyttäytymistä parantaakseen Wilson täydensi siirtymäinterpolaaatiota seuraavilla lisämuodoilla:

$$u_c = (1-\xi^2)u_5 + (1-\eta^2)u_6 \quad v_c = (1-\xi^2)v_5 + (1-\eta^2)v_6 \quad (7)$$

joihin liittyvät lisävapausasteet u_5 , u_6 , v_5 , ja v_6 voidaan tiivistää elementtitasolla pois.



Kuva 8. Wilsonin, Turnerin ja Pianin elementti.

Suorakaiteen muotoisilla elementeillä Wilsonin elementin jäykkymatriisi voidaan lausua explisiittisesti, jolloin se on:

$$[\mathbf{K}_w] = \frac{Eh}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} A_1 & C_1 & A_3 & C_2 & A_4 & -C_1 & A_2 & -C_2 \\ & B_1 & -C_2 & B_2 & -C_1 & B_4 & C_2 & B_3 \\ & & A_1 & -C_1 & A_2 & C_2 & A_4 & C_1 \\ & & & B_1 & -C_2 & B_3 & C_1 & B_4 \\ & & & & A_1 & C_1 & A_3 & C_2 \\ & & & & & B_1 & -C_2 & B_2 \\ & \text{symm.} & & & & & A_1 & -C_1 \\ & & & & & & & B_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

jossa materiaalivakioiden E ja ν lisäksi h on levyn vahvuus ja

$$\begin{aligned} A_1 &= (4 - \nu^2)b/a + 1.5 \cdot (1 - \nu)a/b \\ A_2 &= -(4 - \nu^2)b/a + 1.5(1 - \nu)a/b \\ A_3 &= (2 - \nu^2)b/a - 1.5(1 - \nu)a/b \\ A_4 &= -(2 - \nu^2)b/a - 1.5(1 - \nu)a/b \\ C_1 &= 1.5(1 + \nu) \\ C_2 &= 1.5(1 - 3\nu) \end{aligned} \quad (9)$$

termit B_i saadaan termeistä A_i vaihtamalla mittatermit a ja b keskenään. Mitat a ja b ovat kuvan 8 mukaiset.

Nurkkasolmuihin liittyvät kiertymävapausasteet tuottavat sakkofunktioformulaatiolla osajäykkymatriisin, joka explisiittiseksi integroituna on esitetty seuraavalla sivulla.

$$[\mathbf{K}_\theta] = \frac{Gh}{48} \begin{bmatrix}
A_1 & -D & -A_3 & -A_1 & -D & -A_3 & A_2 & D & -A_4 & -A_2 & D & -A_4 \\
& B_1 & B_3 & D & -B_2 & B_3 & D & B_2 & B_4 & -D & -B_1 & B_4 \\
& & C_1 & A_3 & B_4 & C_2 & A_4 & -B_4 & C_3 & -A_4 & -B_3 & C_2 \\
& & & A_1 & D & A_3 & -A_2 & -D & A_4 & A_2 & -D & A_4 \\
& & & & B_1 & B_3 & D & -B_1 & B_4 & -D & B_2 & B_4 \\
& & & & & C_1 & A_4 & -B_3 & C_2 & -A_4 & -B_3 & C_3 \\
& & & & & & A_1 & -D & A_3 & -A_1 & -D & A_3 \\
& & & & & & & B_1 & -B_3 & D & -B_2 & -B_4 \\
& & & & & & & & C_1 & -A_3 & -B_4 & C_2 \\
& & & & & & & & & A_1 & D & -A_3 \\
& & & & & & & & & & B_1 & -B_3 \\
& & & & & & & & & & & C_1
\end{bmatrix} \quad (10)$$

symm.

jossa G on liukumoduuli ja h levyn vahvuus sekä termit

$$\begin{aligned}
A_1 &= 8a/b & B_1 &= 8b/a & C_1 &= 64ab/3 \\
A_2 &= 2a/b & B_2 &= 2b/a & C_2 &= 32ab/3 \\
A_3 &= 10a & B_3 &= 10b & C_3 &= 16ab/3 \\
A_4 &= 2a & B_4 &= 2b & D &= 3
\end{aligned} \quad (11)$$

Näiden kahden matriisin summa on kaivatun explisiittisen rotaati vapausasteisen elementin jäykkyydmatriisi, jota tässä kutsutaan Q6Rot-elementiksi. Summaamisessa pitää $[\mathbf{K}_{uv}]$ matriisiin lisätä rotaati vapausasteita vastaavat nollarivit ja -sarakkeet.

Aukkopalkit

Todellisessa rakenteessa kuormitustilanteessa aukkopalkki aiheuttaa seinäelementtiin liitoskohdassaan paikallisen muodonmuutostilakentän, jota esitetty palkki-levymalli ei ota huomioon.

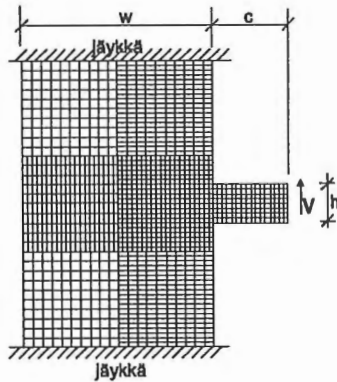
Paikallinen seinämädeformaatio voidaan määrittää analyttisesti, jos otaksutaan seinälevy puoliäärettömäksi alueeksi, jota kuormitetaan aukkopalkin liitosalueella. Michael /12/ otaksui liitosalueelle eri tyyppisiä leikkausvoiman ja taivutusmomentin synnyttämiä jännitysjakautumia ja määritti näistä liitosalueella siirtymäkentän virheen neliön minimoivat keskimääräiset voimien suuntaiset siirtymät. Tulokset eri jännitys-

jakautumaotaksumilla eivät poikenneet juuri toisistaan ja niille voidaan esittää yhteiset lausekkeet:

$$\omega = 6,00\left(\frac{M}{Eh^2}\right) + 0,76\left(\frac{V}{Eth}\right) \quad v = 0,80\left(\frac{M}{Eth}\right) + 1,74\left(\frac{V}{Et}\right) \quad (12)$$

joissa M ja V ovat kuormittava momentti ja leikkausvoima.

Kwan /13/ on suorittanut tiheällä elementtimallilla vertailulaskelmia, joissa seinän äärellinen leveys tulee huomioon otetuksi.



$$\omega = \lambda_1\left(\frac{M}{Eth^2}\right) + \lambda_2\left(\frac{V}{Eth}\right)$$

$$v = \lambda_2\left(\frac{M}{Eth}\right) + \lambda_3\left(\frac{V}{Et}\right)$$

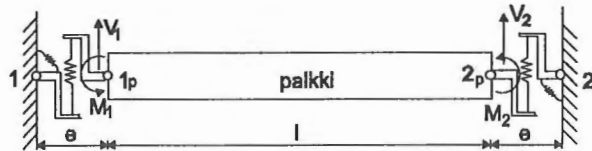
joissa λ_1 , λ_2 ja λ_3 ovat liitoksen joustokertoimet

Kuva 9. Elementtimenetelmämalli liitoksen paikallisten joustokertoimien λ_1 , λ_2 ja λ_3 määrittämiseksi.

Taulukko 1. Kwaninin aukkopalkki-seinä -liitoksen joustokertoimet.

Seinän leveyden puolikas aukkopalkin korkeus $\left(\frac{w}{2h}\right)$	λ_1	λ_2	λ_3
4	4,53	0,58	0,90
3	4,49	0,55	0,79
2	4,41	0,51	0,66
1	4,18	0,42	0,45
1/2	3,83	0,30	0,22

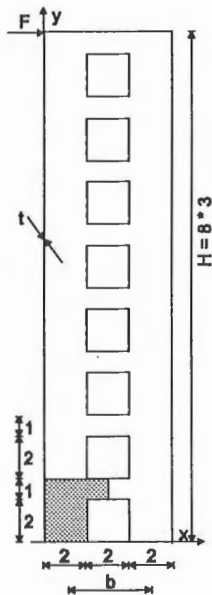
Rotaatiovapausasteisiin levyelementteihin sopiva aukkopalkkien paikallisen jouston huomioonottava menettelytapa on lisätä Timoshenko-palkin päihin paikallisen jouston sallivat jouselementit.



Kuva 10. Joustavapäinen Timoshenkon ikkuna-aukkopalkkielementti.

Jäykistysseinätesti

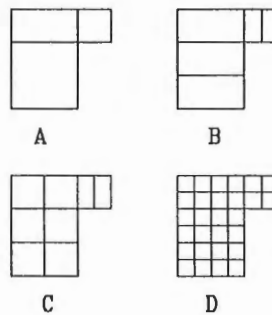
Tarkastellaan eri elementtien kelpoisuutta mallintamalla niillä eräs kirjallisuudessa esillä oleva aukollinen standardiseinä. Tarkaksi ratkaisuksi valitaan ABAQUS-elementtimenetelmällä ja tiheällä elementtiverkolla saatu tulos.



Testiseinä 1

Lähtöarvot: $E = 3000$
 $\nu = 0,3$
 $t = 0,2$
 $F = 1000$

ABAQUS-elementtimallit.



Kuva 11. Testinä käytetty aukollinen jäykistysseinä ja sen ABAQUS Fem-mallit.

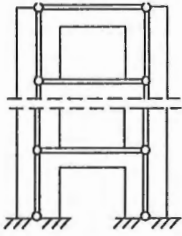
Palkkiteorian mukaiset siirtymätulokset on laskettu Parlandin taivutustyöntöteorialla, mutta kerrospalkkiteorialla laskien saa kutakuinkin samat tulokset. Aukkopalkkien palkkiteorian mukaiset leikkausvoimatulokset, sekä myöhemmin esitettävät tyvijännitystulokset on laskettu Rosmannin teorialla.

Taulukko 2. Testiseinän FEM-mallien ja palkkiteorian tulokset. Q_{ip} on ikkunapalkin leikkausvoima ja u_i on kuormapisteen vaakasiirtymä.

ABAQUS-mallien tulokset ja palkkiteoriatulokset.												
ker-	malli A*		malli A		malli B		malli C		malli D		Palkkimallit	
ros	u_i	Q_{ip}	u_i	Q_{ip}	u_i	Q_{ip}	u_i	Q_{ip}	u_i	Q_{ip}	u_i	Q_{ip}
8	58,55	0,509	55,67	0,472	56,08	0,487	57,10	0,491	58,56	0,503	57,73	0,461
7	48,37	0,674	45,80	0,688	46,31	0,677	47,10	0,675	48,48	0,666	45,08	0,693
6	38,50	0,690	36,31	0,693	36,77	0,691	37,42	0,690	38,57	0,686	35,69	0,692
5	29,10	0,694	27,33	0,694	27,73	0,696	28,24	0,694	29,16	0,691	26,81	0,692
4	20,47	0,690	19,13	0,692	19,46	0,700	19,83	0,656	20,51	0,688	18,72	0,691
3	12,89	0,676	11,98	0,683	12,21	0,660	12,45	0,665	12,91	0,675	11,66	0,685
2	6,66	0,626	6,14	0,648	6,27	0,651	6,44	0,642	6,66	0,627	5,92	0,655
1	2,17	0,473	1,99	0,476	2,05	0,495	2,10	0,479	2,17	0,463	1,83	0,497

ABAQUS-malli A* on muodostettu kuorielementeistä S8R5, kun taas muissa malleissa elementit ovat tasojännitystilän levyelementit CPS8R. Elementit ovat siirtymäformulaatioon pohjautuvia standardielementtejä, joiden teoriaesityksen kiinnostunut lukija löytää ABAQUS ohjelman teoriamanuaalista. Mallien elementtien lukumäärät ilman symmetrian hyödyntämistä ovat A:48 kpl, B:80 kpl, C:128 kpl, D:448 kpl. Vapausasteiden lisääminen lisää mallin joustavuutta. Yksinkertainen malli ja palkkiteoria antavat hyvin samankaltaiset tulokset. Se olikin odotettavissa käytettäessä yhtä kahdeksansolmuista levyelementtiä koko reunaseinän leveydellä. Jos käytetäänkin kahdeksansolmuista kuorielementtiä niin malli tulee joustavammaksi, sillä kaarevien rakenteiden kuvaamiseen soveltuvan elementin kalvosiirtymätila integroidaan lukkiintumisilmiön välttämiseksi selektiivisesti.

Jäykistysseinätestin kehäanalogiamallit



Kuva 12. Malli PA.

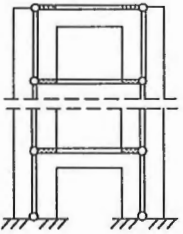
Malli PA

Pilarit: Kwanin 8-vapausasteiset erikoispalkit.

Palkit: Täyspitkät Timoshenko-palkit.

Kytkentä: Timoshenko-kytkentä.

Tuenta: Timoshenko-tuenta.



Kuva 13. Mallit PB ja PC.

Malli PB

Pilarit: Kwanin 8-vapausasteiset erikoispalkit.

Palkit: Jäykkäpäiset Timoshenko-palkit.

Kytkentä: Kwanin kytkentä (yhteensopiva).

Tuenta: Timoshenko-tuenta.

Malli PC

Pilarit: Kwanin 8-vapausasteiset erikoispalkit

Palkit: Jäykkäpäiset Timoshenko-palkit.

Kytkentä: Timoshenko-kytkentä.

Tuenta: Timoshenko-tuenta.

! Kwanin kytkentä: Pilarien akseli- ja palkkien päätyrotaatiot samat.

! Timoshenko-kytkentä: Pilarien ja palkkien päätyrotaatiot samat.

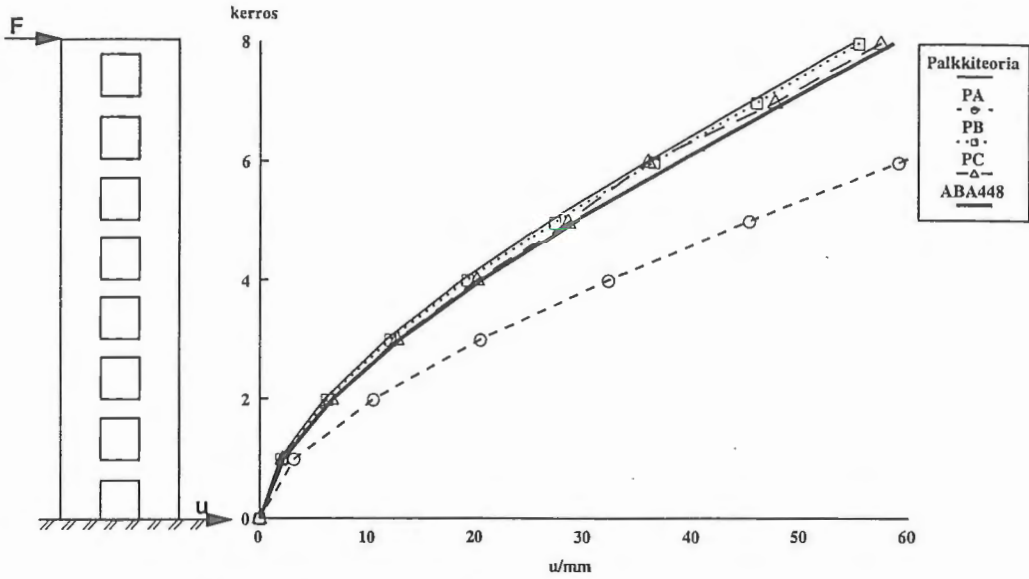
! Timoshenko-tuenta: Pilarien alapäiden translaatio ja päädyn rotaatio estetty.

Taulukot 3. Jäykistysseinän kehäanalogiamallien tulokset.

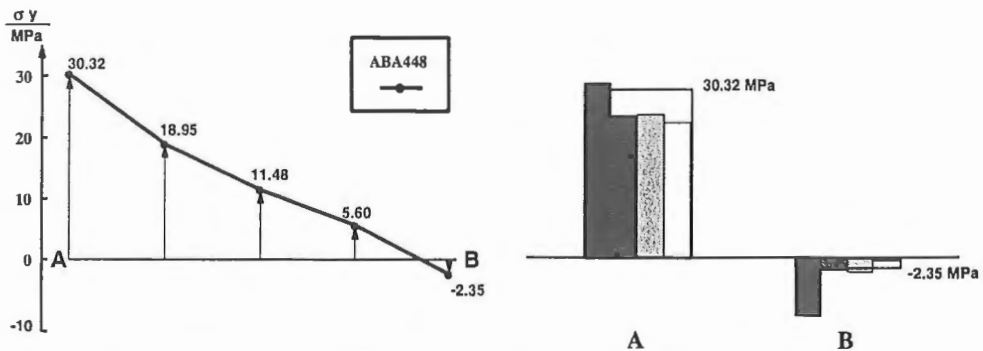
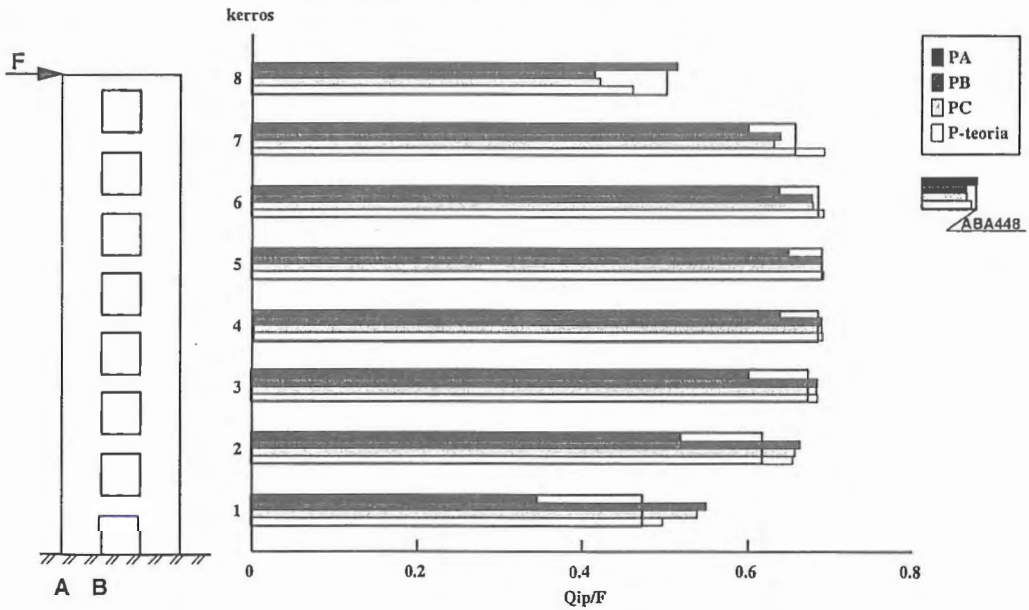
Kehäanalogiamallien vertailutulokset u_i ja Q_{pi}										
ker ros	ABA ₄₄₈		PA		PB		PC		palkkiteoria	
	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}
8	58,56	0,503	87,04	0,514	55,37	0,416	57,37	0,422	54,73	0,461
7	48,48	0,666	73,21	0,600	45,87	0,640	47,58	0,632	45,08	0,693
6	38,57	0,686	59,09	0,689	36,40	0,678	35,85	0,679	35,69	0,652
5	29,16	0,691	45,23	0,650	27,42	0,689	28,59	0,689	26,81	0,692
4	20,51	0,688	32,23	0,640	19,21	0,690	20,10	0,690	18,72	0,691
3	12,91	0,675	20,43	0,602	12,04	0,685	12,66	0,684	11,66	0,685
2	6,66	0,627	10,46	0,519	6,18	0,664	6,53	0,658	5,92	0,655
1	2,17	0,463	3,80	0,347	2,00	0,550	2,09	0,539	1,83	0,497

Kehäanalogiamallien tyvijännitystulokset σ_{Ay} ja σ_{By} . A-D väli on vasen alatukialue.					
jännitys	ABA ₄₄₈	PA	PB	PC	palkkiteoria
σ_{Ay}	30,32	33,61	27,36	27,56	26,01
σ_{By}	-2,35	-11,06	-2,30	-2,58	-0,41

KEHÄANALOGIAMALLIT

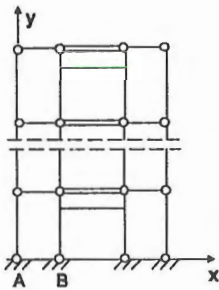


KUVA [K1.1] TESTISEINÄN 1 SIVUSIIRTYMÄ PISTEKUORMASTA



1.00 KUVA [K1.2] TESTISEINÄN 1 AUKKOPALKIN LEIKKAUSVOIMAT JA TYVIJÄNNITYKSET

Jäykistysseinän levyelementtimallit 1



Malli LKW

Levyt: Kwanin palkkimaiset levyelementit.

Palkit: Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta eli Timoshenko-tuenta.

Malli LAT

Levyt: Atlurin rotaatiovapausasteiset levyelementit.

Palkit: Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta eli Timoshenko-tuenta.

Kuva 14. Levyelementtimallit 1

Malli LQ6R

Levyt: Turnerin Q6 sakkofunktiorotaatiovapasteilla varustetut levyelementit.

Palkit: Timoshenko-palkit.

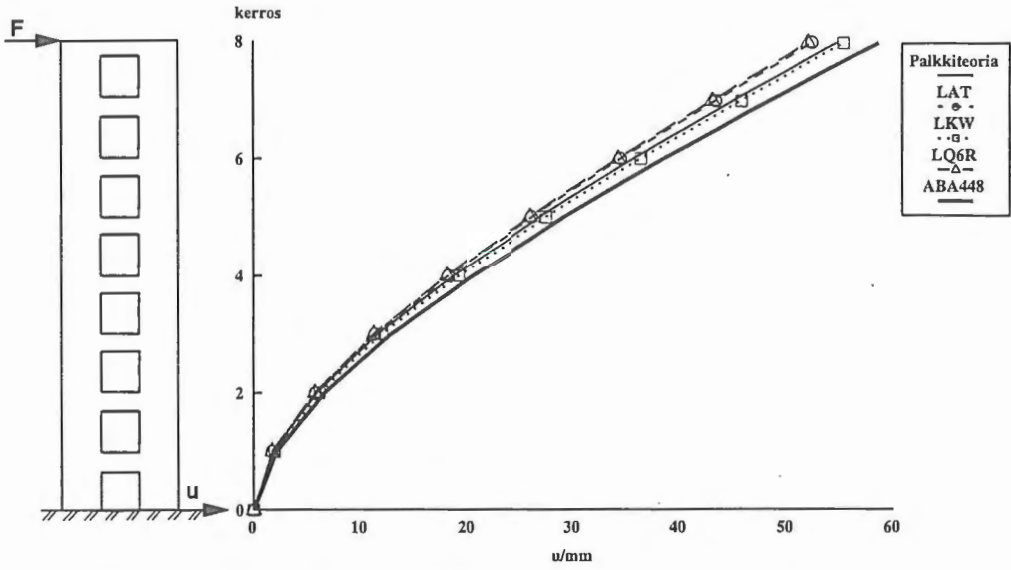
Tuki: xy-tuenta eli Timoshenko-tuenta.

Taulukko 4. Jäykistysseinän levyelementtimallien 1 tulokset.

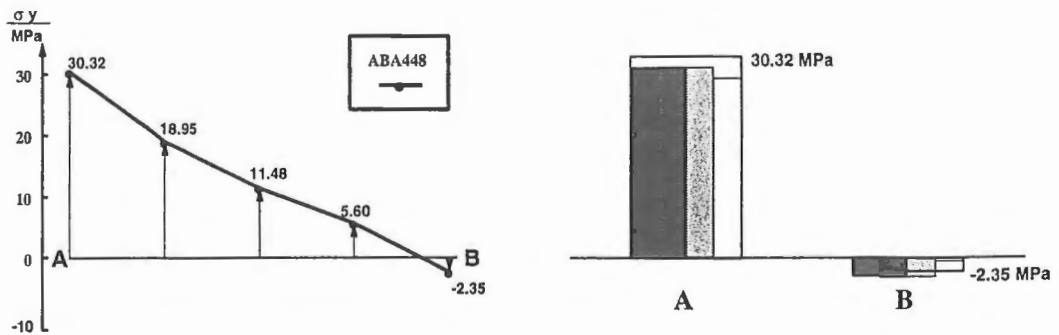
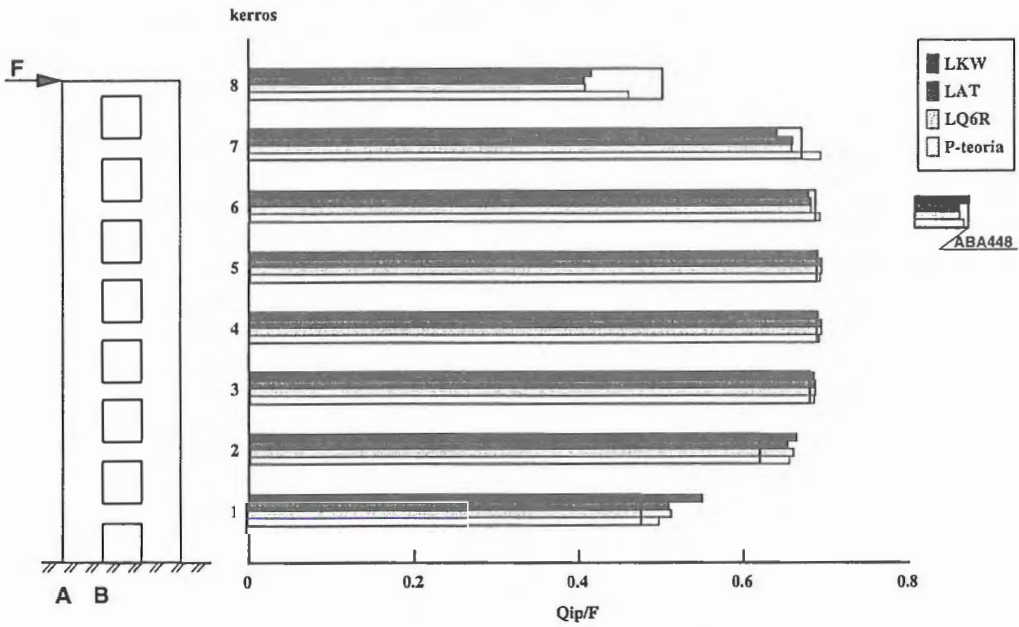
Levyelementtimallien 1 vertailutulokset u_i ja Q_{pi}										
kerros	ABA ₄₄₈		LKW		LAT		LQ6R		palkkiteoria	
	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}	u_i	Q_{pi}
8	58,56	0,503	55,37	0,416	52,43	0,407	52,06	0,408	54,73	0,461
7	48,48	0,666	45,87	0,640	43,45	0,659	43,14	0,658	45,08	0,693
6	38,57	0,686	36,40	0,678	34,52	0,681	34,26	0,681	35,69	0,692
5	29,16	0,691	27,42	0,689	26,02	0,694	25,81	0,694	26,81	0,692
4	20,51	0,688	19,21	0,690	18,22	0,694	18,07	0,694	18,72	0,691
3	12,91	0,675	12,04	0,685	11,38	0,686	11,28	0,686	11,66	0,685
2	6,66	0,627	6,18	0,664	5,77	0,653	5,72	0,660	5,92	0,655
1	2,17	0,463	2,00	0,550	1,74	0,509	1,79	0,512	1,83	0,497

Levyelementtimallien 1 tyvijännitystulokset σ_{Ay} ja σ_{By} . A-D väli on vasen alatuki.					
jännitys	ABA ₄₄₈	LKW	LAT	LQ6R	palkkiteoria
σ_{Ay}	30,32	27,56	27,68	27,60	26,01
σ_{By}	-2,35	-2,58	-2,76	-2,63	-0,41

LEVYELEMENTTIMALLIT 1

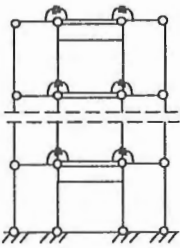


KUVA [L1.1] TESTISEINÄN 1 SIVUSIIRTYMÄ PISTEKUORMASTA



1.02 KUVA [L1.2] TESTISEINÄN 1 AUKKOPALKKIN LEIKKAUSVOIMAT JA TYVIJÄNNITYKSET

Jäykistysseinän levelementtimallit 2



Malli LKWJ

Levyt: Kwanin palkkimaiset levelementit.

Palkit: Joustavapäiset Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta.

Malli LATJ

Levyt: Atlurin rotaatiovapausasteiset levelementit.

Palkit: Joustavapäiset Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta.

Kuva 15. Levelementtimallit 2

Ikkunapalkin joustokertoimet:

$$\lambda_1 = 4,18$$

$$\lambda_2 = 0,42$$

$$\lambda_3 = 0,45$$

Malli LQ6RJ

Levyt: Turnerin Q6 sakkofunktiorotaatiovapausasteilla varustetut levelementit.

Palkit: Joustavapäiset Timoshenko-palkit.

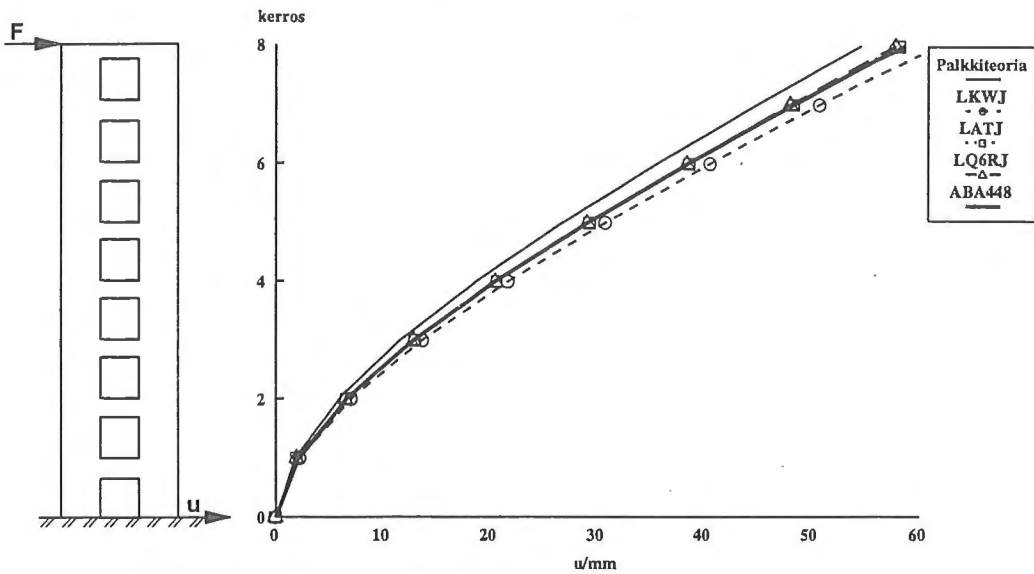
Tuki: xy-tuenta.

Taulukko 5. Jäykistysseinän levelementtimallien 2 tulokset.

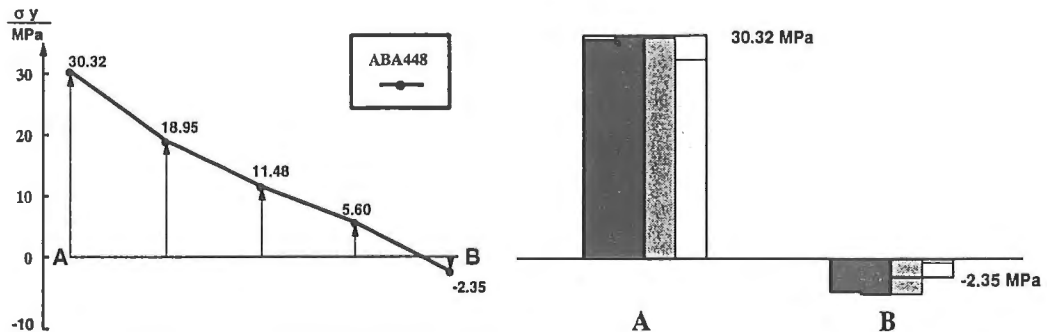
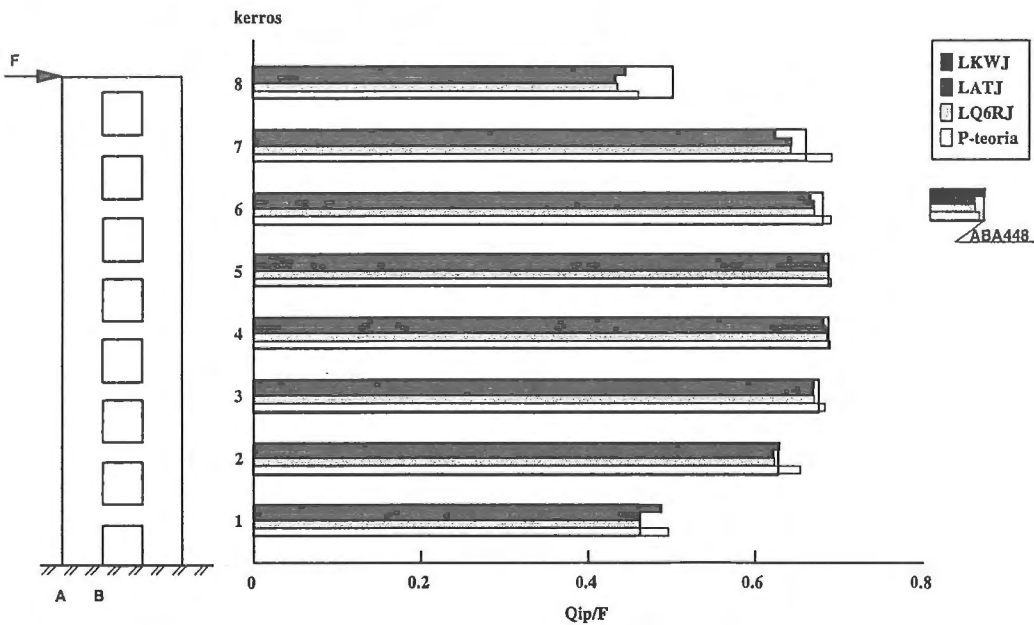
Levelementtimallien 2 vertailutulokset u_j ja Q_{pi}										
ker ros	ABA ₄₄₈		LKWJ		LATJ		LQ6RJ		palkkiteoria	
	u_j	Q_{pi}	u_j	Q_{pi}	u_j	Q_{pi}	u_j	Q_{pi}	u_j	Q_{pi}
8	58,56	0,503	61,57	0,446	58,11	0,434	57,76	0,436	54,73	0,461
7	48,48	0,666	50,89	0,626	48,42	0,645	48,13	0,644	45,08	0,693
6	38,57	0,686	40,62	0,668	38,68	0,672	38,44	0,672	35,69	0,692
5	29,16	0,691	30,80	0,684	29,33	0,689	29,14	0,688	26,81	0,692
4	20,51	0,688	21,73	0,684	20,67	0,686	20,53	0,687	18,72	0,691
3	12,91	0,675	13,72	0,672	13,00	0,671	12,90	0,672	11,66	0,685
2	6,66	0,627	7,08	0,631	6,61	0,624	6,56	0,625	5,92	0,655
1	2,17	0,463	2,26	0,489	1,98	0,460	1,97	0,463	1,83	0,497

Levelementtimallien 2 tyvijännitystulokset σ_{Ay} ja σ_{Dy} . A-D väli on vasen alatuki.					
jännitys	ABA ₄₄₈	LKWJ	LATJ	LQ6RJ	palkkiteoria
σ_{Ay}	30,32	28,76	28,99	28,91	26,01
σ_{By}	-2,35	-4,27	-4,58	-4,48	-0,41

LEVYELEMENTTIMALLIT 2

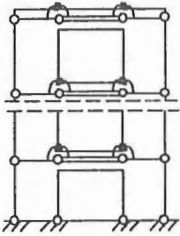


KUVA [L2.1] TESTISEINÄN 1 SIVUSIIRTYMÄ PISTEKUORMASTA



1.04 KUVA [L2.2] TESTISEINÄN 1 AUKKOPALKKIN LEIKKAUSVOIMAT JA TYVIJÄNNITYKSET

Jäykistysseinän levyelementtimallit 3



Kuva 16. Levyelementtimallit 3.

Ikkunapalkin joustokertoimet:

$$\lambda_1 = 4,18$$

$$\lambda_2 = 0,42$$

$$\lambda_3 = 0,45$$

Malli LKWJT

Levyt: Kwanin palkkimaiset levyelementit.

Palkit: Joustavapäiset Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta.

Huom! Palkkielementit sijoitettu aukkopalkkiin keskeisesti.

Malli LATJT

Levyt: Atlurin rotaatiovapausasteiset levyt.

Palkit: Joustavapäiset Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta.

Huom! Palkkielementit sijoitettu aukkopalkkiin keskeisesti.

Malli RQ6RJT

Levyt: Turnerin Q6 sakkofunktiorotaatiovapausasteilla varustetut levyelementit.

Palkit: Joustavapäiset Timoshenko-palkit.

Tuki: xy-tuenta.

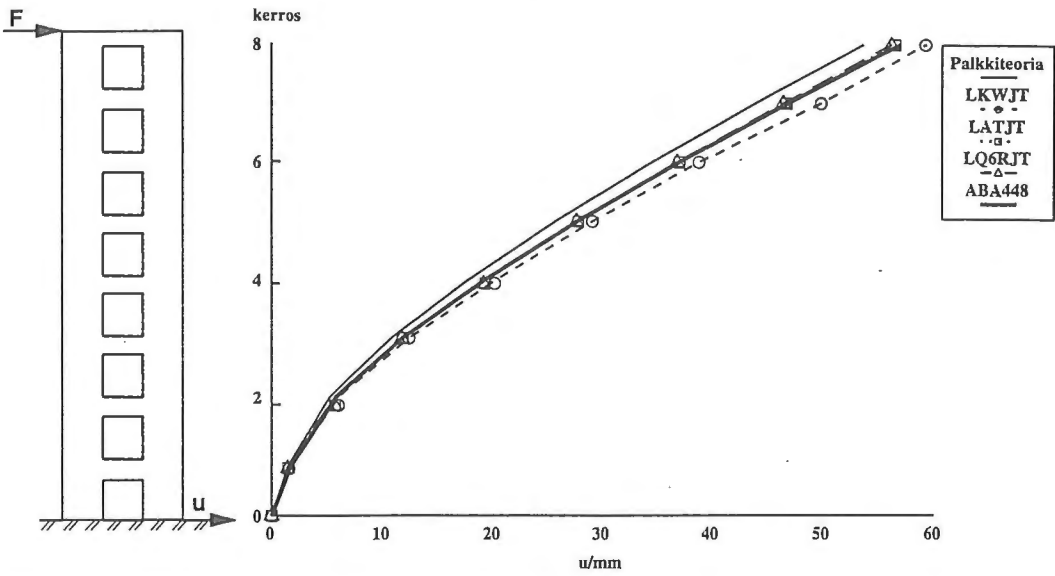
Huom! Palkkielementit sijoitettu aukkopalkkiin keskeisesti.

Taulukko 6. Jäykistysseinän levyelementtimallien 3 tulokset.

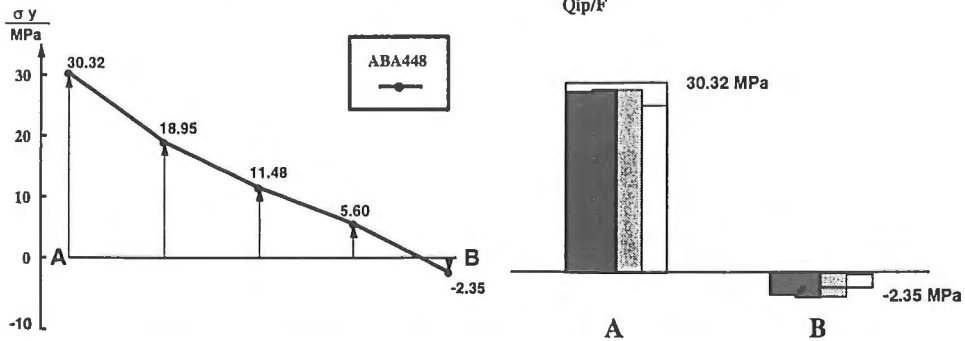
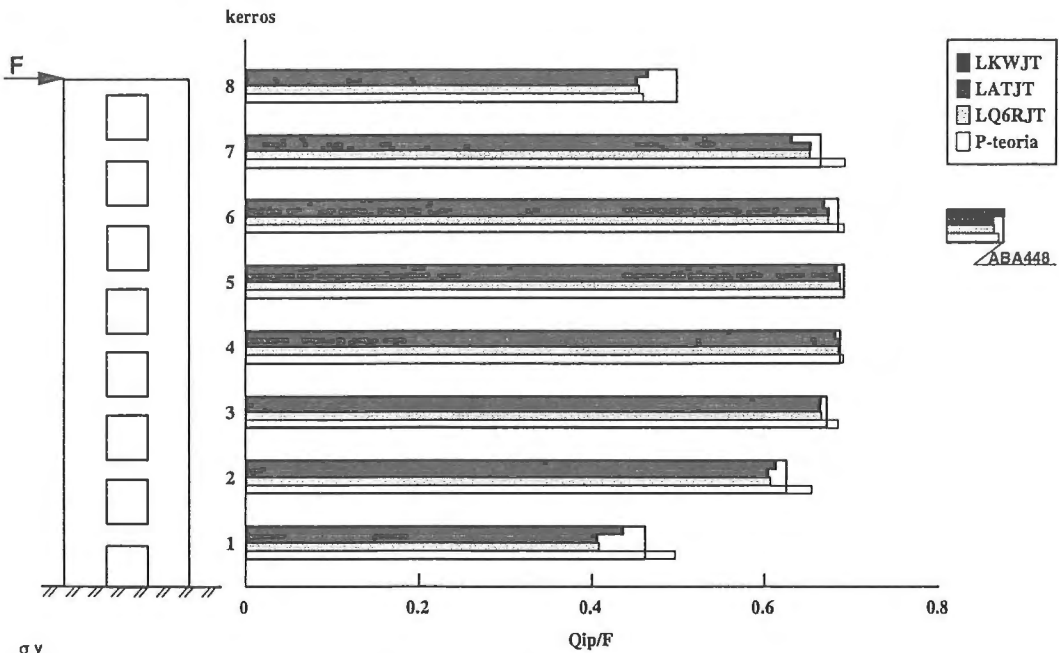
Levyelementtimallien 3 vertailutulokset u_i ja Q_{Pi} . Kerrostasot tässä 0.5m alempana										
kerros	ABA ₄₄₈		LKWJ		LATJ		LQ6RJT		palkkiteoria	
	u_i	Q_{Pi}	u_i	Q_{Pi}	u_i	Q_{Pi}	u_i	Q_{Pi}	u_i	Q_{Pi}
8+	58,56		60,97		58,13		57,77		54,73	
8	56,96	0,503	59,27	0,467	56,50	0,454	56,16	0,456	53,68	0,461
7	46,90	0,666	49,88	0,633	46,78	0,654	46,49	0,653	43,98	0,693
6	37,05	0,686	38,86	0,670	37,09	0,675	36,85	0,674	34,59	0,692
5	27,73	0,691	29,15	0,684	27,83	0,688	27,65	0,688	25,75	0,692
4	19,23	0,688	20,24	0,683	19,32	0,685	19,19	0,685	17,74	0,691
3	11,83	0,675	12,43	0,666	11,84	0,665	11,75	0,666	10,81	0,685
2	5,83	0,627	6,06	0,615	5,71	0,606	5,67	0,608	5,25	0,655
1	1,67	0,463	1,62	0,437	1,46	0,407	1,45	0,409	1,40	0,497

Levyelementtimallien 3 tyvijännitystulokset σ_{Ay} ja σ_{By} . A-D väli on vasen alatuki.					
jännitys	ABA ₄₄₈	LKWJT	LATJT	LQ6RJT	palkkiteoria
σ_{Ay}	30,32	28,26	28,53	28,46	26,01
σ_{By}	-2,35	-3,56	-3,95	-3,84	-0,41

LEVYELEMENTTIMALLIT 3



KUVA [L3.1] TESTISEINÄN 1 SIVUSIIRTYMÄ PISTEKUORMASTA



106 KUVA [L3.2] TESTISEINÄN 1 AUKKOPALKKIN LEIKKAUSVOIMAT JA TYVIJÄNNITYKSET

Yhteenveto jäykistysseinän mallinnustesteistä.

Seinätehtävän tarkkana tuloksena pidetään ABAQUS-elementtimenetelmäohjelmalla tiheällä verkolla saatua tulosta. Vertailun vuoksi on laskettu analyttiset jatkuvan liitoksen otaksumaan pohjautuvat palkkiteoriatulokset. Elementtimenetelmämalli, jossa käytetään yhtä 8-solmista tasojännitystilaelementtiä (CPS8R) reunaseinämän leveyttä koden, antaa palkkiteorian kanssa yhteensopivat tulokset. Integrointiaste ei juuri vaikuta tulokseen, mutta käytettäessä 8-solmuisia kuorielementtejä (S8R5), saadaan kalvosiirtymätilan selektiivisestä integroinnista johtuen, huomattavasti joustavampi lähes tiheän tasojännitystilaelementtimallin tulos.

Kehämalleista Kwanin arvosteleva pilarien ja palkkien yhteensopimaton liitosmalli tuottaa löysempanä parhaan tuloksen. Tämä johtuu siitä, että aukkopalkkien seinämiin aiheuttama paikallinen muodonmuutos tulee liitoksen siirtymäkentän lomittuessa osittain korvatuksi.

Levyelementtimalleissa, joissa aukkopalkkien joustoa ei oteta huomioon ja palkit mallinnetaan sijainniltaan rivan yläreunaan, tuottaa Kwanin palkkimainen levyelementtimalli parhaan tuloksen.

Malleissa, joissa aukkopalkkien aiheuttama paikallinen muodonmuutos huomioidaan joustavapäisillä sauvaelementeillä, Kwanin mallista tulee liian löysä. Atlurin elementti ja Turnerin modifioitu rotaatiovapausasteinen elementti tuottavat samankaltaiset ja tarkan tuloksen kanssa hyvin yhteensopivat tulokset.

Jos aukkopalkkien sijainti mallinnetaan keskeisesti, eli fyysisesti oikein, niin se ei juuri vaikuta tuloksiin. Sillä on suurin vaikutus tyvijännitykseen, joka lineaarisena hieman paremmin sopii tarkkaan tulokseen.

Turnerin Q6-elementti sakkofunktorotaatiolla täydennettynä tuntuu edullisimmalta ainakin lineaarisissa tehtävissä, se kun on esitettävissä eksplisiittisesti.

Lähdeluettelo

- 1 Rosman, Riko., Statik und Dynamik der Scheibensysteme der Hochbaues. Springer-Verlag, Berlin, 1968.
- 2 Parland, Hermann., Rakennusstatiiikan sovellutukset, oppikurssi TTKK, luentomateriaali vuosilta 1974-1984.
- 3 Stafford Smith, B., and Coull, A., Tall Building Structures: Analysis and Design. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.
- 4 Kwan, A.K.H., On the definition of beam-wall joint rotations in the analysis of coupled wall-frame structures. Engineering Structures, 1993, 15(2), 74-82.
- 5 Kwan, A.K.H., Rotational dof in the Frame Method Analysis of Coupled Shear/Core Wall Structures. Computers & Structures, 1992, 44(5), 989-1005.
- 6 Kwan, A.K.H., Analysis of Buildings Using Strain Based Element with Rotational DOFs. J. Structural Engineering, 1992, 118(5), 1191-1212.
- 7 Allmann, D.J., A Compatible Triangular Element Including Vertex Rotations for Plane Elasticity Analysis. Comp. & Struct., 1982, 15, 185-190.
- 8 Reissner, E., A Note on Variational Theorem in Elasticity. Int. J. Solids and Structures, 1965, 1, 93-95.
- 9 Hughes, T. and Brezzi, F., On Drilling Degrees of Freedom. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering., 1989, 72, 105-121.
- 10 Ibrahimbegovic, A and Wilson, E., A Unified Formulation for Triangular and Quadrilateral Flat Shell Finite Elements with Six Nodal Degrees of Freedom. Communications in Applied Numerical Methods, 1991, 7, 1-9.
- 11 Iura, M. and Atluri, S.N., Formulation of a Membrane Finite Element with Drilling Degrees of Freedom, Comput. Mech., 1992, 3, 417- 428.
- 12 Michael, D., The Effect of Local Deformations on the Elastic Interaction of Cross Walls Coupled by Beams. Proceedings, Tall Building Symposium, University of Southampton, Pergamon Press, 1967, 253-270.
- 13 Kwan, A.K.H., Local deformations and rotational degrees of freedom at beam-wall joints. Comp. & Struct., 1993, 48, 615-625.