MAAN ROUTIMISEN TERMOMEKAANINEN MALLI, YKSIULOTTEINEN TAPAUS

Juha Hartikainen
Martti Mikkola

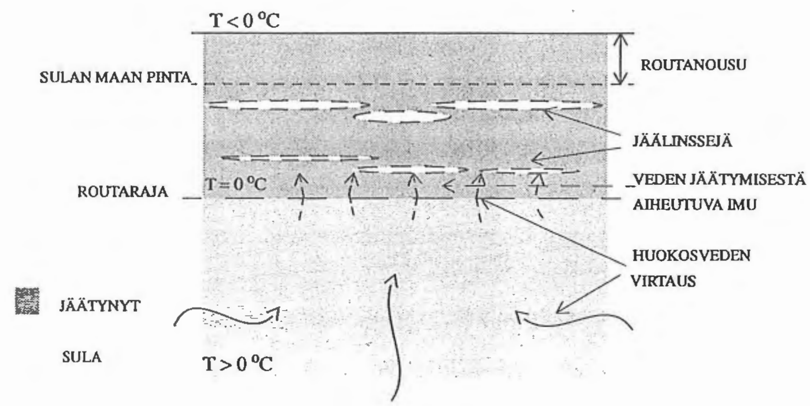
Rakenteiden Mekaniikka, Vol.27
No 4, 1994, s. 17-28

Tiivistelmä: Artikkelissa esitetään pääpiirteittäin *Frémond*'n ja *Mikkolan* kontinuumimekaniikkaan ja makroskooppiseen termodynamiikkaan perustuva matemaattinen malli vedellä täysin kyllästyneen maan jäätymiselle sekä mallin soveltaminen maan routimisen arvioimiseen yksiulotteisessa tapauksessa. Malli kykenee kuvaamaan huokosveden jäätymisestä aiheutuvan imun, huokosveden ja lämmön siirtymisen sekä routanousun.

JOHDANTO

Jäätyvä maa on monikomponenttinen systeemi, joka koostuu mineraalipartikkelien muodostamasta raerungosta, ilmasta sekä veden kolmesta faasista: nestemäinen vesi, vesihöyry ja jää. Maan huokosissa olevasta vedestä osa on vapaata liikkuen huokosveden paineen ja painovoiman vaikutuksesta ja osa on adsorboitunut mineraalipartikkeleihin. Kokeellisesti (*Williams 1967*, *Kujala 1991*) on osoitettu, että osa huokosvedestä pysyy nestemäisenä lämpötilan laskiessa alle normaalin jäätymispisteen (0°C).

Maan routiminen on usean fysikaalisen ilmiön summa (kuva 1): maan jäähtyessä riittävästi sen huokosissa oleva vesi alkaa jäätyä; veden jäätyminen aiheuttaa sopivissa olosuhteissa imureaktion; riittävän voimakas imu saa aikaan veden virtauksen jäätymisvyöhykkeeseen; virranneen veden jäätyminen siihen liittyvän tilavuuden kasvun kanssa pakottaa maan huokosia laajentumaan; huokoisuuden kasvu aiheuttaa raerunkoon siirtymiä, mikä havaitaan routanousuna. Routimisprosessin käynnistää alijäähtyneessä tilassa olevan adsorboituneen huokosveden jäätyminen, minkä oletetaan olevan irreversiibeli, spontaani prosessi (*Hartikainen & Mikkola 1994*).



Kuva 1. Maan routimisprosessin havainnollistaminen.

Frémond'n ja *Mikkolan* (*1991*) kehittämä matemaattinen malli vedellä täysin kyllästyneen maan jäätymiselle perustuu kontinuumimekaniikan ja makroskooppisen termodynamiikan periaatteisiin. He ovat käsitelleet jäätyvää maata kolmikomponenttisena seoskontinuumina operoiden raerungon, huokosveden ja huokosjään tilavuusosien avulla. Seoskontinuumille he ovat muodostaneet massan säilymisen, liikemäärän taseen ja energian taseen lausekkeet sekä johtaneet konstitutiiviset yhtälöt käyttäen entropian kasvun periaatetta valitsemalla sopivat vapaan energian ja dissipaatiopotentiaalin lausekkeet. Malli kykenee kuvamaan huokosveden jäätymisestä aiheutuvan imun, huokosveden ja lämmön siirtymisen sekä routanousun. Artikkelissa esitetään termomekaanisesta mallista formuloidun routimistehtävän yksiulotteisen tapauksen yhtälöt sekä esimerkkilaskelma vertailukohteena eräs routanousukoe.

TERMOMEKAANINEN MALLI

Jäätyneen maan ajatellaan olevan seos, jossa kukin faasi eli komponentti on jatkuvasti jakautunut. Tällöin maata voidaan käsitellä kontinuumina eli jatkuvana aineena. Seoskontinuumin tilamuuttujiksi on valittu termodynaaminen lämpötila T komponenttien tilavuusosat β^k, $k \in \{s, w, i\}$ (raerunko, huokosvesi, huokosjää), tiheyksien ρ^k ollessa vakioita sekä raerungon ja huokosjään muodonmuutokset $\varepsilon_{ij}{}^k$, $k \in \{s, i\}$. Tilavuusosat toteuttavat ehdot

$$\beta^s + \beta^w + \beta^i = 1 \, , \quad \beta^s \geq 0 \, , \quad \beta^w \geq 0 \, , \quad \beta^i \geq 0 \tag{1}$$

ja siirtymien oletetaan olevan pieniä, jolloin venymien lausekkeet ovat

$$\varepsilon^k_{ij} = u^k_{(j,i)} = \tfrac{1}{2}(u^k_{j,i} + u^k_{i,j}) \quad , \qquad k \in \{s, i\} \, . \tag{2}$$

Komponentin nopeuden U_i^k ja deformaationopeuden d_{ij} välillä on tunnettu yhteys

$$d^k_{ij} = U^k_{(j,i)} = \tfrac{1}{2}(U^k_{j,i} + U^k_{i,j}) \quad , \qquad k \in \{s, w, i\} \, . \tag{3}$$

Huokosveden ja huokosjään suhteelliset nopeudet V_i^w ja V_i^i määritellään raerungon suhteen:

$$V^k_i = U^k_i - U^s_i \quad , \qquad k \in \{w, i\} \, . \tag{4}$$

Komponenttia k seuraavan mielivaltaisen ajan ja paikan funktion $t^j{}_{kl\ldots n}$ ainederivaatta on yleisessä muodossa

$$t^{j\bullet(k)}_{kl\ldots n} = t^j_{kl\ldots n,0} + t^j_{kl\ldots n,j} U^k_j \, . \tag{5}$$

Kontinuumimekaniikan yleinen taseyhtälö seoskontinuumin komponentille (*Germain, Nguyen & Suquet 1983*) voidaan esittää symbolisesti yhtälöllä

$$\left(\int_\Omega A^k_\alpha \, d\Omega\right)^{\bullet(k)} = -\int_{\partial\Omega} j^k_{\alpha\beta} \nu_\beta \, d\Gamma + \int_\Omega B^k_\alpha \, d\Omega + \int_\Omega \tilde{A}^k_\alpha \, d\Omega \, , \tag{6}$$

jonka paikallinen muoto on

$$A^k_{\alpha,0} + (A^k_\alpha U^k_\beta + j^k_{\alpha\beta})_{,\beta} - B^k_\alpha = \tilde{A}^k_\alpha \; . \tag{7}$$

Yhtälön (7) eri termien merkitykset ovat seuraavat:

- A_α on tarkasteltava vektori- tai skalaariarvoinen suure
- $j_{\alpha\beta}$ on vuo kontrollialueen pinnan läpi
- v_β on kontrollialueen pinnan ulospäin suunnattu yksikkönormaali
- B_α on tunnettu tuotto, joka ottaa huomioon ympäristön vaikutuksen
- $\tilde{A}_\alpha$ on tarkasteltavan suureen tuntematon tuotto, joka voi johtua kemiallisesta reaktiosta tai biologisesta ilmiöstä.

Sovelletaan yleistä taseyhtälöä

$$\tilde{A}^s_\alpha + \tilde{A}^w_\alpha + \tilde{A}^i_\alpha = 0 \tag{8}$$

jäätyvän maan massaan, liikemäärään ja energiaan. Taulukossa 1 on esitetty yhtälön (7) termien vastineet kunkin taseyhtälön muodostamiseksi. Siten jäätyvän maan massan säilymisen periaatteeksi saadaan

$$\theta^s = 0 \; , \quad \theta^w + \theta^i = 0 \; , \tag{9}$$

missä komponentin massan tuntematon tuotto θ^k on

$$\theta^k = (\rho^k \beta^k)_{,0} + (\rho^k \beta^k U^k_i)_{,i} \; . \tag{10}$$

Liikemäärän taseen periaate on

$$m^s_i + m^w_i + m^i_i = 0 \; , \tag{11}$$

missä liikemäärän tuntematon tuotto m_i^k on

$$m^k_i = -\sigma^k_{ij,j} - f^k_i + \rho^k \beta^k U^{k\bullet(k)}_i + \theta^k U^k_i \; . \tag{12}$$

Yksikkönormaalivektorin v_j suuntaisella pinta-alkiolla vaikuttava kokonaistraktio on

$(\sigma_{ij}{}^s + \sigma_{ij}{}^w + \sigma_{ij}{}^i)v_j$. Ottamalla huomioon maan jäätymisen luonne voidaan yhtälön (12) hitaustermit pudottaa pois. Energian taseen periaatteeksi saadaan

$$\ell^s + \ell^w + \ell^i = 0 , \tag{13}$$

missä komponentin energian tuntematon tuotto ℓ^k on

$$\ell^k = e^{k\cdot(k)} + e^k U^k_{i,i} - \sigma^k_{ij} d^k_{ij} + m^k_i U^k_i + q^k_{i,i} - r^k , \tag{14}$$

kun kineettisen energian osuus jätetään pois. e^k on komponentin k sisäenergia. Termodynamiikan 2. pääsäännön mukaan entropian tuoton tulee olla ei-negatiivinen eli

$$T(\gamma^s + \gamma^w + \gamma^i) \geq 0 . \tag{15}$$

Helmholtzin vapaan energian $\psi^k = e^k - Ts^k$, missä s^k on komponentin k entropia, avulla voidaan entropian tuotto γ^k saattaa muotoon

$$T\gamma^k = \sigma^k_{ij} d^k_{ij} - \left(\psi^{k\cdot(k)} + s^k T^{\cdot(k)}\right) - \psi^k U^k_{j,j} - m^k_j U^k_j - \frac{q^k_j T_{,j}}{T} + \ell^k . \tag{16}$$

Yhtälön (15) vasen puoli voidaan jakaa sisäiseen ja termiseen dissipaatioon. Tällöin epäyhtälö on voimassa erikseen sekä sisäiselle että termiselle dissipaatiolle.

Taulukko 1. Yhtälön (7) termien vastineet jäätyvän maan peruslakien muodostamiseksi. $f_i{}^k$ on tilavuusvoima, $q_i{}^k$ lämpövuovektori ja r^k lämmön tuotto.

	$A_\alpha{}^k$	$j_{\alpha\beta}{}^k$	$B_\alpha{}^k$	$\tilde{A}_\alpha{}^k$
Massa	$\rho^k\beta^k$	0	0	θ^k
Liikemäärä	$\rho^k\beta^k U_i{}^k$	$\sigma_{ij}{}^k$	$f_i{}^k$	$m_i{}^k$
Energia	$e^k + \frac{1}{2}\rho^k\beta^k U_i{}^k U_i{}^k$	$q_i{}^k - \sigma_{ij}{}^k U_j{}^k$	$f_i{}^k U_i{}^k + r^k$	ℓ^k
Entropia	s^k	$q_i{}^k/T$	r^k/T	γ^k

Jotta maan käyttäytyminen mekaanisten rasitusten sekä lämpötilamuutosten ja faasinmuutosten alaisena voitaisiin laskennollisesti esittää, tarvitaan tietyt konstitutiiviset yhteydet. Clausius-Duhemin epäyhtälö (15) ei suoraan anna konstitutiivisia yhtälöitä, vaan pikemminkin ehdon, jonka tulee toteutua prosessin kaikissa vaiheissa. Konstitutiiviset yhtälöt määritetään valitsemalla tarvittavat tilaa ja dissipatiivista käyttäytymistä kuvaavat muuttujat sekä sopivat vapaan energian ja dissipaatiopotentiaalien lausekkeet. Erityisesti (*Frémond & Mikkola 1991*) valitsemalla komponenttien vapaiden energioiden lausekkeiksi

$$
\begin{aligned}
\psi^s &= \beta^s\left\{-\rho^s C^s T\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{1}{2}K^s(\varepsilon^s_{kk})^2 + \mu^s\varepsilon'^s_{ij}\varepsilon'^s_{ij}\right\}, \\
\psi^w &= \rho^w\beta^w\left\{-C^w T\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \frac{L(T-T_0)}{T_0} + \frac{\ell T}{T_0}f(\beta^s,\beta^w,\beta^i)\right\}, \\
\psi^i &= \beta^i\left\{-\rho^i C^i T\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \frac{1}{2}K^i(\varepsilon^i_{kk})^2\right\}
\end{aligned}
\tag{17}
$$

ja dissipaatiopotentiaalien funktioiksi

$$
\begin{aligned}
\phi_1 &= \tfrac{1}{2}k_\theta\theta^2 + \frac{\beta^i}{p}\lambda^{1-p}\left[K\left|d'^i_{ij}\right|\right]^p + \tfrac{1}{2}k_w\rho^w\beta^w V^w_i\rho^w\beta^w V^w_i\,, \\
\phi_2 &= \tfrac{1}{2}k_T q_i q_i
\end{aligned}
\tag{18}
$$

saadaan konstitutiiviset yhtälöt jännityksille:

$$
\begin{aligned}
&\sigma'^s_{ij} = \beta^s\mu^s\varepsilon'^s_{ij}\,, \qquad \sigma'^w_{ij} = 0\,, \qquad \sigma'^i_{ij} = \beta^i\lambda^{1-p}K^p\left|d'^i_{ij}\right|^{p-2}d'^i_{ij}\,, \\
&p^s = \beta^s\left\{-K^s\varepsilon^s_{kk} + \rho^w\beta^w\frac{\ell T}{T_0}\frac{\partial f}{\partial\beta^s} + \hat{B}^s\right\}, \\
&p^w = \beta^w\left\{\rho^w\beta^w\frac{\ell T}{T_0}\frac{\partial f}{\partial\beta^w} + \hat{B}^w\right\}, \\
&p^i = \beta^i\left\{-K^i\varepsilon^i_{kk} + \rho^w\beta^w\frac{\ell T}{T_0}\frac{\partial f}{\partial\beta^i} + \hat{B}^i\right\},
\end{aligned}
\tag{19}
$$

faasinmuutokselle:

$$k_\theta \theta = -(C^w - C^i) T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \frac{L(T-T_0)}{T_0} + \tag{20}$$

$$+ \frac{\ell T}{T_0}\left[\frac{\partial(\beta^w f)}{\partial \beta^w} - \frac{\rho^w}{\rho^i}\frac{\partial(\beta^w f)}{\partial \beta^i}\right] + \frac{\hat{B}^w}{\rho^w} - \frac{\hat{B}^i}{\rho^i} - \frac{K^i(\varepsilon^i_{kk})^2}{2\rho^i},$$

huokosveden virtaukselle:

$$k_w \rho^w \beta^w V_i^w = -\frac{1}{\rho^w}\left(\frac{p^w}{\beta^w}\right)_{,i} + \frac{1}{\rho^w \beta^w} f_i^w - \frac{\ell T}{T_0} f_{,i} \tag{21}$$

ja lämmönjohtumiselle:

$$k_T q_i = -\frac{T_{,i}}{T}. \tag{22}$$

Edellä vapaiden energioiden ja dissipaatiopotentiaalien valitsemiseksi on tehty seuraavat komponenttien aineominaisuuksia koskevat olettamukset: raerunko käyttäytyy kimmoisesti; huokosjää on kimmo-visko-plastinen materiaali; huokosvesi on kitkaton ja kokoonpuristumaton; lämpötila T on sama kaikissa komponenteissa; raerungon ja huokosjään lämpölaajenemista ei oteta huomioon; huokosjään nopeus on sama kuin raerungon: $V_i^i = 0$; huokosveden adsorption vaikutus jäätymiseen otetaan huomioon konveksisella funktiolla $f(\beta^s, \beta^w, \beta^i)$, jonka muoto määritetään kokeellisesti (*Hartikainen & Mikkola 1994*); sulamislämmön ℓ ja ominaislämpökapasiteettien C^w ja C^i välinen yhteys määräytyy sisäenerian epäjatkuvuuden kautta siten, että $\ell = e^+ - e^- = (C^w - C^i)T_0 + L$. Jännitystensori on jaettu deviaatio-osaan ja isotrooppiseen osaan: $\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$, $p = -\sigma_{kk}/3$.

Yhtälöiden (20)..(22) dissipaatiokertoimille *Frémond* ja *Mikkola* (*1991*) ovat esittäneet riippuvuudet: $k_\theta = 0$, $k_w = g/(k\rho^w)$ ja $k_T = 1/(\kappa T)$, missä k on veden johtavuus ja κ maan lämmönjohtavuus. Kokonaislämpövuovektori määritetään analogisesti kokonaisjännitysten kanssa: $q_i = q_i^s + q_i^w + q_i^i$, $q_i^k = -\kappa^k \beta^k T_{,i}$. Painetermeille $\hat{B}^k$ pätee jäätyneessä maassa, että $\hat{B}^s = \hat{B}^w = \hat{B}^i$, ja vastaavasti sulassa maassa, että $\hat{B}^s = \hat{B}^w$, $\hat{B}^i = 0$.

YKSIULOTTEINEN TAPAUS

Valitaan yksiulotteisen tapauksen koordinaatisto siten, että origo on maanpinnan tasalla ja syvyyttä kuvaava z-akseli juoksee alaspäin (kuva 2). Yksiulotteisen tapauksen siirtymätila on $u_z = u_z(z,t)$, $u_x = u_y = 0$. Lausutaan komponenttien tilavuusosat huokoisuuden n ja huokosveden suhteellisen osuuden χ funktioina:

$$\beta^s = 1 - n\,, \quad \beta^w = \chi n\,, \quad \beta^i = (1-\chi)n\,. \tag{23}$$

Funktiolle $f(\beta^s, \beta^w, \beta^i)$ on määritelty (*Hartikainen & Mikkola 1994*) muoto

$$f(\beta^s, \beta^w, \beta^i) = \tilde{f}\left(\frac{\beta^w}{1-\beta^s}\right) = \tilde{f}(\chi) = a\left(\frac{1}{\chi} - 1\right)^2, \quad \chi \in [0, 1]\,. \tag{24}$$

Yhtälöiden (1),(9),(11),(13),(19)...(22) muodostamasta termomekaanisesta mallista voidaan sopivasti yhtälöitä yhdistämällä ja tekemällä yksinkertaistuksia (*Hartikainen & Mikkola 1994*) formuloida yksiulotteisessa tapauksessa neljän osittaisdifferentiaaliyhtälön järjestelmä

$$\begin{aligned}
&n_{,0} - \left[(1-n)u_{z,0}\right]_{,z} = 0\,, \\
&\left(\frac{k}{\rho^w g} h_{,z}\right)_{,z} - \kappa_e\, h_{,0} + S_h = 0\,, \\
&\left(M\, u_{z,z}\right)_{,z} + S_{u_z} = 0\,, \\
&C\, T_{,0} - \left(\kappa\, T_{,z}\right)_{,z} + \rho^w C^w (\beta^w V_z^w)\, T_{,z} + \frac{\ell T}{T_0}\theta^w = 0\,.
\end{aligned} \tag{25}$$

Lähdetermit ovat

$$\begin{aligned}
S_h &= \left[\frac{k}{\rho^w g}\left(\rho^w \frac{\ell T}{T_0} \tilde{f}_{,z}\right)\right]_{,z} - \kappa_e\left(2\rho^w \frac{\ell T}{T_0}\tilde{f} - p\right)_{,0} - \left(1 - \frac{\rho^i}{\rho^w}\right) n\, \chi_{,0}\,, \\
S_{u_z} &= -\left(h + 2\rho^w \frac{\ell T}{T_0}\tilde{f}\right)_{,z} + f_z.
\end{aligned} \tag{26}$$

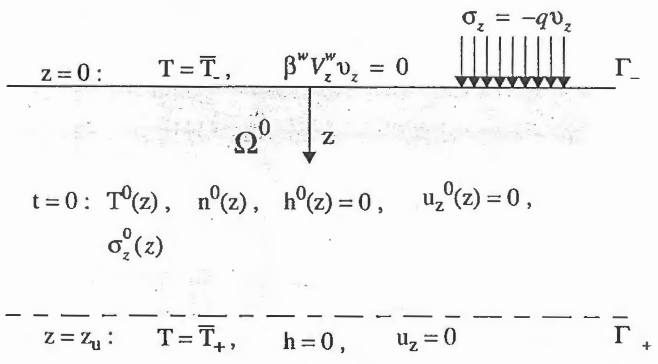
Lisäksi tarvitaan faasinmuutosyhtälö ja Darcyn yhtälön yleistys

$$\chi = \begin{cases} \left(1 - \frac{1}{a}D\right)^{-\frac{1}{2}}, & \text{kun } D \le 0 \\ 1, & \text{kun } D > 0 \end{cases}, \quad D = \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \left(\frac{1}{\rho^i} - \frac{1}{\rho^w}\right)\hat{B}\left(\frac{\ell T}{T_0}\right)^{-1}, \tag{27}$$

$$\beta^w V_z^w = -\frac{k}{\rho^w g}\left(h_{,z} + \rho^w \frac{\ell T}{T_0} f'_{,z}\right).$$

Yhtälöjärjestelmän perustuntemattomina ovat huokoisuus n, huokosveden suhteellinen osuus χ, termodynaaminen lämpötila T, huokosveden paineen muutos $h = p^w/\beta^w - \rho^w g z$, virtausnopeus $\beta^w V_i^w$ ja raerungon siirtymä u_z. $\kappa_e = 1/((1-n)K^s + (1-\chi)nK^i)$, missä K on tilavuudenmuutoskerroin, on jäätyvän maan puristuvuuskerroin ja $M = (1-n)(K^s + 4/3G^s) + (1-\chi)nK^i$, missä G on liukukerroin, muodonmuutoskerroin (huokosjään osalta vain sen kimmoinen kokoonpuristuminen on otettu huomioon). Huomattakoon, että yhtälöt (25)...(27) ovat voimassa myös sulalle maalle. Tällöin routimistehtävä palautuu konsolidaatiotehtäväksi.

Routimistehtävä on ratkaistu käyttäen kuvan 2 alku- ja reunaehtoja. Alku- eli referenssitilaksi on valittu stationäärinen tila, jossa huokosveden jäätymistä ei ole tapahtunut eikä raerungon siirtymiä ja huokosveden virtausta esiinny. Tilan määrittäviin muuttujien arvoihin viitataan merkinnöillä $(\ )^0$.



Kuva 2. Routimistehtävän ratkaisualue sekä alku- ja reunaehdot yksiulotteisessa tapauksessa.

ESIMERKKILASKELMA

Esimerkkilaskelman vertailukohteena on eräs silttimaanäytteelle tehty routanousukoe (*Friberg & Slunga 1989*), jota simuloi kuvan 2 asetelma siten, että

$$T^0(z) = +3°C, \quad n^0(z) = 0.39, \quad \sigma_z^0(z) = -(\rho^s-\rho^w)g(1-n^0)z - \rho^w gz$$

$$\bar{T}_- = -3°C \quad \bar{T}_+ = +3°C \quad q = 0.$$

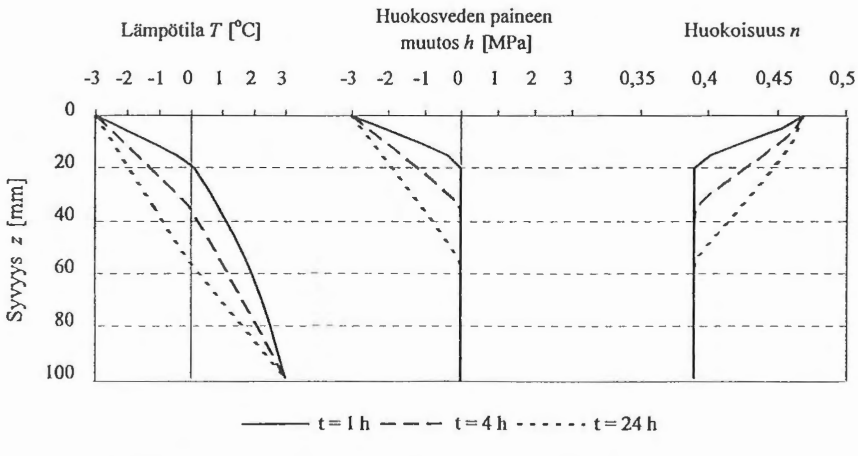
Maanäytteelle, jonka korkeus on z_u = 100 mm, määritetyt ja arvioidut maaparametrien ja ainevakioiden arvot ovat

$$k = 5.0\text{x}10^{-8}\ \text{ms}^{-1} \quad \rho^s = 2726\ \text{kgm}^{-3} \quad C^s = 900\ \text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \kappa^s = 2.0\ \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$K^s = 16.6...50\ \text{MPa} \quad G^s = 3.6...10.7\ \text{MPa} \quad K^i = 9.8\ \text{MPa} \quad a = 0.0001.$$

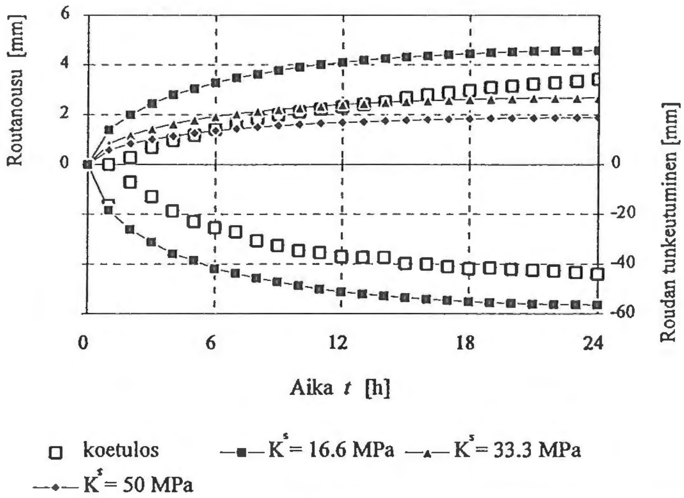
Routimistehtävä diskretoitiin elementtimenetelmällä käyttäen Galerkinin keinoa sekä lineaarisia muotofunktioita paikan dimensiossa ja vakioapproksimaatiota ajan dimensiossa. Epälineaarisuudet ratkaistiin Newton-Raphsonin menetelmällä.

Kuvassa 3 on esitetty kuormittamattoman maanäytteen lämpötilan, huokosveden paineen muutoksen ja huokoisuuden lasketut (koetuloksia ei käytettävissä) jakautumat routimisprosessin eri ajanhetkillä.



Kuva 3. Maanäytteen lämpötilan T, huokosveden paineen muutoksen h ja huokoisuuden n lasketut arvot syvyyden z funktiona ajanhetkillä t = 1h, 4h, 24h.

Kuvassa 4 on esitetty raerungon eri jäykkyyksillä lasketut routanousun ja roudan tunkeutumisen tulokset sekä routanousukokeen vastaavat tulokset, kun routimisprosessin kesto on yksi vuorokausi.



Kuva 4. Routanousun ja roudan tunkeutumisen koetulokset ja raerungon eri jäykkyyksillä lasketut tulokset routimisprosessin keston ollessa 24h.

YHTEENVETO

Maan routimisen olennaisin piirre on adsorboituneen huokosveden jäätyminen, mistä aiheutuvan imun routimisvyöhykkeeseen kuljettaman huokosveden jäätyminen siihen liittyvän tilavuuden kasvun kanssa aiheuttaa maan huokoisuuden kasvun ja routanousun.

Tulosten tarkastelu (kuvat 3 ja 4) osoittaa, että kontinuumimekaniikan ja makroskooppisen termodynamiikan periaatteisiin perustuva matemaattinen malli kykenee kuvaamaan routimisprosessin eri vaiheet sekä niiden väliset riippuvuudet ja seuraukset. Todettakoon, että artikkelissa esitetyssä muodossa malli soveltuu routanousun arvioimiseen, mikäli epäjatkuvuuksia, kuten selviä jäälissejä ei pääse esiintymään. Toisaalta mallin jatkuvuusvaatimusten toteutuessa vältytään faasinmuutosten aiheuttamilta tyypillisiltä epäjatkuvuusongelmilta ja numeerisessa ratkaisemisessa voidaan käyttää sangen yksinkertaisia menetelmiä ja approksimaatioita.

KIITOKSET

Kiitämme ylitarkastaja Reijo Oramaa ja professori Eero Slungaa hyödyllisistä neuvoista ja keskusteluista sekä Tielaitosta tutkimuksen taloudellisesta tuesta.

LÄHDEKIRJALLISUUS

Frémond, M. & Mikkola, M. 1991. Thermomechanical modelling of freezing soil. In: Ground freezing 91. Volume 1. Proceedings of the sixth international symposium on ground freezing. 10-12 September 1991. Beijing, China. s. 17-24.

Friberg, P. & Slunga, E. 1989. Maalajien routivuuskriteerien kehittäminen. Espoo: Teknillinen Korkeakoulu, Rakennetekniikan laitos, Pohjarakennus ja maamekaniikka. 130 s. + 2 liitettä. (Diplomityö).

Germain, P. & Nguyen, Q. S. & Suquet, P. 1983. Continuum Thermodynamics. Journal of Applied Mechanics, Translations of the ASME, vol. 50, s. 1010-1020.

Hartikainen, J. & Mikkola, M. 1994. Maan routimisen termomekaaninen malli ja sen laskelmat. Tielaitoksen selvityksiä 45/1994. 74 + 33 s.

Kujala, K. 1991. Factors affecting frost susceptibility and heaving pressure in soils. Oulu. 99 s. + 5 liitettä. (Acta Universitatis Ouluensis, C 58).

Williams, P. J. 1967. Properties and behaviour of freezing soils. Norwegian Geotechnical Institution, Publication 72. 120 s.

Juha Hartikainen, DI
Rakenteiden mekaniikka
Teknillinen korkeakoulu

Martti Mikkola, professori
Rakenteiden mekaniikka
Teknillinen korkeakoulu