OSITTAIN JÄYKKIEN LIITOSTEN VAIKUTUS PORTAALIKEHÄN VOIMASUUREISIIN

Esa Makkonen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol.27
No.3, 1994, s. 35-43

Tiivistelmä: Artikkelissa kehitetään laskumenetelmä, jonka avulla voidaan helposti laskea kehärakenteen voimasuureet, kun osittain jäykkien liitosten toimintaa kuvataan lineaarisilla kiertojousilla.

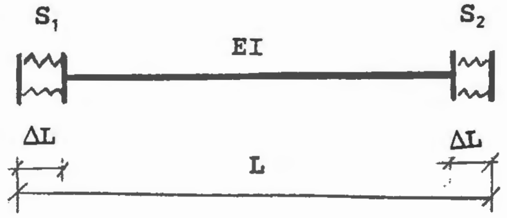
JOHDANTO

Teräsrungon liitokset otaksutaan yleensä joko nivelellisiksi tai täysin jäykiksi. Todellisuudessa liitosten toiminta on näiden ääritapausten väliltä. Staattisessa käsittelyssä voidaan käyttää liitoksen toiminnan kuvaamiseksi rakennemallia, jossa palkin päissä on lineaariset kiertojouset. Laskelmissa käytettävä jousivakio puolestaan arvioidaan liitoksen momentti - kiertymäkuvaajan avulla.

Kun liitosta kuvaavan jousen jousivakio on saatu arvioitua, voidaan päistään jousilla varustetun sauvan sauvavakiot ja kiinnitysmomentit selvittää soveltaen laskutekniikkaa, jota on pitkään käytetty viisteellisten kehäsauvojen yhteydessä. /1/, /2/. Sen jälkeen kehä ratkaistaan tavanomaiseen tapaan.

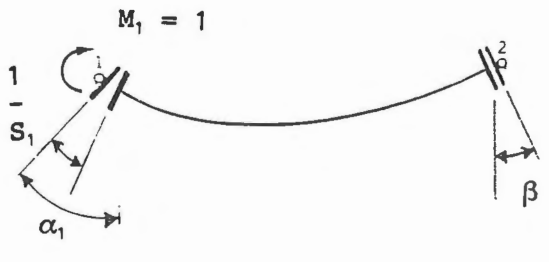
SAUVAVAKIOT

Muodostetaan kuvan 1 mukainen rakennemalli sauvalle, jonka poikkileikkaus on vakio ja jonka päissä on erisuuret kiertojouset.



Kuva 1. Sauvan rakennemalli.

Kun mallin mukaista sauvaa kuormitetaan toisesta päästään voimaparilla M = 1, niin vapaasti tuetun kaksitukisen palkin päiden kiertymät ovat kuvan 2 merkintöjen mukaan seuraavat.



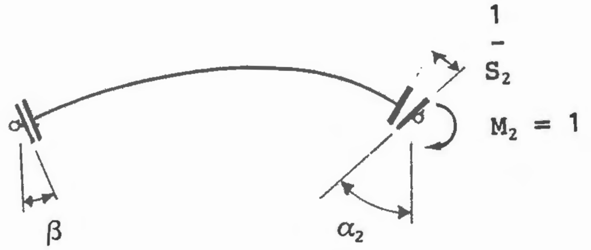
Kuva 2. Kiertymät momentista $M_1 = 1$.

Sauvan päiden kiertymät voidaan laskea siten, että taivutusmomentin aiheuttamaan kulmanmuutokseen lisätään sauvan päässä olevan momentin aikaansaama kiertojousen kulmanmuutos.

$$\alpha_1 = \frac{1}{S_1} + \frac{L}{3EI} \qquad (1)$$

$$\beta = \frac{L}{6EI} \qquad (2)$$

Kun samalla tavoin kuormitetaan sauvaa sen vastakkaisesta päästä saadaan kuvan 3 mukaisin merkinnöin.



Kuva 3. Kiertymät momentista $M_2 = 1$.

$$\alpha_2 = \frac{1}{S_2} + \frac{L}{3EI} \qquad (3)$$

Määritetään nyt sauvan päiden momentit siten, että tuella 2 kiertymä häviää. Saadaan yhtälöksi

$$M_2\alpha_2 - M_1\beta = 0 \qquad (4)$$

Tästä voidaan selvittää sauvan päissä vaikuttavien momenttien suhde.

$$M_2 = \frac{\beta}{\alpha_2} M_1 \qquad (5)$$

Tuella 1 olevaksi kiertymän arvoksi tulee.

$$\phi_1 = M_1\alpha_1 - M_2\beta = M_1\left(\alpha_1 - \frac{\beta^2}{\alpha_2}\right) = \frac{D}{\alpha_2}M_1 \qquad (6)$$

Tässä on merkitty

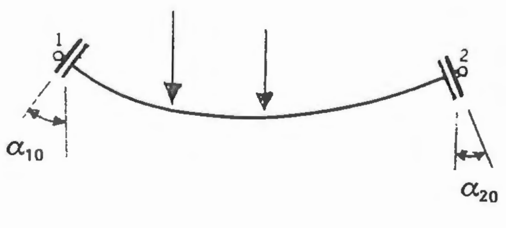
$$D = \alpha_1\alpha_2 - \beta^2 \qquad (7)$$

Sauvanpään kiertymän ja siihen vaikuttavan momentin välinen yhteys on selvitetty ja näin sauvavakioille voidaan kirjoittaa tutut lausekkeet.

$$a_1 = \frac{\alpha_2}{D}\,, \quad a_2 = \frac{\alpha_1}{D}\,, \quad b = \frac{\beta}{D} \qquad (8)$$

KIINNITYSMOMENTIT

Kehän ratkaisussa tarvitaan lähtöarvoina jäykästi kiinnitetyn sauvan kiinnitysmomentit. Myös niiden laskeminen sujuu vaivattomasti samalla tavalla kuin viistesauvoilla. Asetetaan vain kiertymät sauvojen molemmissa päissä nolliksi ja otetaan huomioon sauvan kenttäkuormituksen aiheuttamat kulmanmuutokset α_{10} ja α_{20}. Niitä laskettaessa vapaasti tuetulle kaksitukiselle palkille tarvitsee ottaa huomioon vain taivutusmomentin vaikutus sauvan jänteellä. Näin saadaan yhtälöpari, josta kiinnitysmomentit MK voidaan ratkaista.



Kuva 4. Kenttäkuorman vaikutus kiertymiin.

$$MK_1\alpha_1 - MK_2\beta + \alpha_{10} = 0$$
$$-MK_1\beta + MK_2\alpha_2 - \alpha_{20} = 0 \tag{9}$$

Tästä seuraa kiinnitysmomenteille lausekkeet

$$MK_1 = -\frac{\alpha_2\alpha_{10} - \beta\alpha_{20}}{D}$$
$$MK_2 = \frac{\alpha_1\alpha_{20} - \beta\alpha_{10}}{D} \tag{10}$$

Tulos on yhtäpitävä lähteen /5/ kaavojen kanssa.

VOIMASUUREIDEN LASKEMINEN

Kun sauvavakiot ja kiinnitysmomentit on selvitetty, voidaan kehä ratkaista laskijan mieltymyksen mukaan yleisellä siirtymämenetelmällä tai vaikkapa Crossin momentintasausmenetelmällä. Suurempien kehien yhteydessä kannattaa laskut suorittaa ATK:n avulla käyttämällä ohjelmaa, jossa on liitoksien jousimalli mukana tai tavallisella kehäohjelmalla. Jos turvaudutaan jälkimmäiseen vaihtoehtoon, niin siinä kiertojousi voidaan korvata ΔL:n mittaisella sauvalla, jonka jäykkyys valitaan siten, että kulmanmuutos on momentin vaikutuksesta sama kuin kiertojousella.

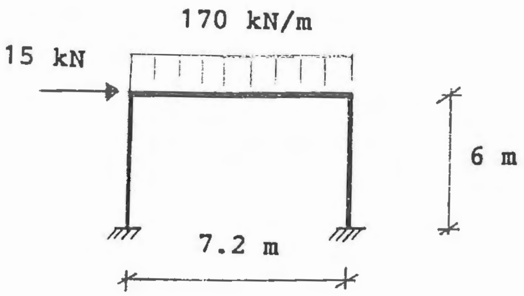
$$EI = S\Delta L \tag{11}$$

Haittapuolena on sauvojen lukumäärän lisääntyminen rakennemallissa. Sivusiirtyvissä kehärakenteissa voidaan näin saatua 1.- kertaluvun ratkaisua vielä tarkentaa ottamalla pilarien sauvavakioissa normaalivoiman vaikutus huomioon /3/. Sivusiirtymän aiheuttama lisärasitus voidaan laskea P-delta menetelmän avulla /4/.

Kuten edellä olevasta teoriasta ja jäljempänä seuraavasta esimerkistä ilmenee, ei osittain jäykillä liitoksilla varustetun kehän analysointi ole sen työläämpää kuin viisteellisten kehäsauvojen tapauksessa. Suurempi ongelma on selvittää jousivakion arvo liitokselle.

ESIMERKKI

Lasketaan yleisen siirtymämenetelmän avulla kuvan 5 mukainen kehä, jonka palkki on IPE550 ja pilarit HE220B. Palkin ja pilarin välisen osittain jäykän liitoksen toimintaa kuvataan lineaarisella kiertojousella, jonka jousivakioksi arvioidaan S = 50000 kNm/-rad.



Kuva 5. Kehän mitat ja kuormitus.

Palkin sauvavakiot kaavojen (1), (2), (3), (7) ja (8) mukaan ovat.

$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.03702*10^{-3}$

$\beta = 0.00851*10^{-3}$

$D = 1.298*10^{-6}$

$a_1 = a_2 = 28.52*10^3$

$b = 6.56*10^3$

Pilarien sauvavakiot ovat

$$a = 4EI/L = 11.33*10^3$$

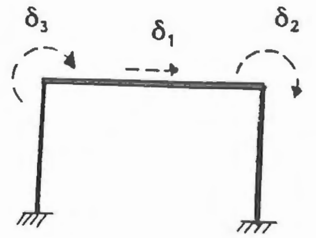
$$b = 2EI/L = 5.66*10^3$$

Kiinnitysmomentti tasaisesta kuormasta kaavan (10) avulla

$$\alpha_{10} = \alpha_{20} = pL^3/(24EI) = 18.75*10^{-3}$$

$$MK = 411.8 \text{ kNm}$$

(Sama lukuarvo saadaan myös lähteessä /5/ esitetyllä laskutavalla). Muodostetaan seuraavaksi rakenteen jäykkyysmatriisi valitsemalla siirtymät kuvan 6 osoittamalla tavalla.



Kuva 6. Kehän siirtymät.

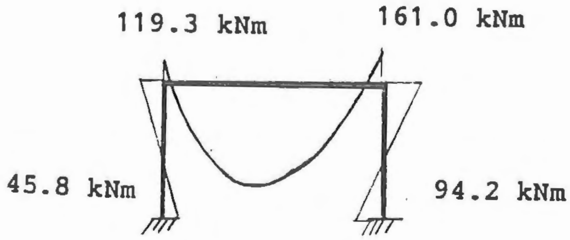
Ratkaisuyhtälöksi saadaan siten

$$\begin{bmatrix} 1888 & -2832 & -2832 \\ -2832 & 39850 & 6560 \\ -2832 & 6560 & 39850 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15.0 \\ -411.8 \\ 411.8 \end{bmatrix}$$

Siirtymiksi tulee

$$\delta_1 = 9.725*10^{-3} \text{ m}$$
$$\delta_2 = -11.78*10^{-3} \text{ rad}$$
$$\delta_3 = 12.96*10^{-3} \text{ rad}$$

1.-kertaluvun teorian mukainen taivutusmomenttipinta siirtymistä laskettuna on esitetty kuvassa 7. Sama tulos saadaan myös kehäohjelmalla, kun palkin päihin sijoitetaan 0.001 m mittaiset lisäsauvat tai kun käytetään kehäohjelmaa, jossa sauvaelementin jäykkyysmatriisi muodostetaan kiertojousen vaikutuksen huomioonottavien sauvavakioden avulla /6/. Jos liitosmomentit kasvavat lähelle liitoksen momenttikestävyyttä, voidaan laskenta suorittaa asteittaisen kimmoisen analyysin avulla, jossa liitoksen jäykkyyttä pienennetään kuormituksen lisääntymisen mukaan.



Kuva 7. Kehän taivutusmomenttipinta.

Jousivakion vaikutus esimerkkikehän voimasuureisiin näkyy oheisesta vertailusta, jossa on pilarien päiden momentit ja kehän sivusiirtymät laskettuna jousivakion huomioivalla kehäohjelmalla.

Liitoksen jousivakio	Vasen pilari alap	yläp	Oikea pilari alap	yläp	sivusiirtymä
0	-45	0	-45	0	31.8
30000	38.8	-107.3	-88.6	147.5	10.5
50000	45.8	-119.3	-94.2	161.0	9.7
80000	50.4	-127.2	-97.9	169.6	9.3
Jäykkä	59.3	-142.7	-105.4	186.7	8.5

LÄHTEET

1. Guldan R., Rahmentragwerke, Springer Verlag, Wien, 6. erw. Aufl. 1959.

2. Loikkanen P., Rakenteiden statiikka 2, Otava, 1975

3. Ghali, Neville,. Structural Analysis, Chapman and Hall, London, 3-rd ed. 1989.

4. Makkonen E., Kerroskehän ratkaiseminen P-Δ-menetelmällä, Rakenteiden Mekaniikka, vol 24 No 2 1991.

5. Pajanne K., Osittain jäykkien liitosten vaikutus teräspalkin staattiseen toimintaan, Rakenteiden Mekaniikka, vol.26 No 4 1993.

6. Vainio H., Teräsrakenteisen kehän mitoitus osittain jäykkiä liitoksia käyttäen, Rakennustekniikka No 1 1994.

Esa Makkonen, DI

Yliopettaja, Kuopion teknillinen oppilaitos