

JATKUVAN SANDWICH-PALKIN KESTÄVYYS VÄLITUELLA

Lassi Martikainen
Paavo Hassinen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 27
No 1, 1994, s.14-25

Tiivistelmä: Välituen alueen kestävyys on rakennusteollisuudessa käytettyjen jatkuvien sandwich-elementtien käytön ja mitoituksen keskeisimpiä ongelmia. Mitoitusmallien puuttuessa moniaukkoisen rakenteen kestävyys joudutaan määrittämään kokeellisesti. Artikkelissa johdetaan ohutkuorisen sandwich-palkin pintakerroksen kestävyyttä välitueella käyttörajatilassa kuvaava laskentamalli, jossa positiivisen tukireaktion ja taivutusmomentin välinen yhteisvaikutus otetaan huomioon. Geometrisesta epälineaarisuudesta johtuva yhteisvaikutus pienentää voimakkaasti pintakerroksen puristuskestävyyttä.

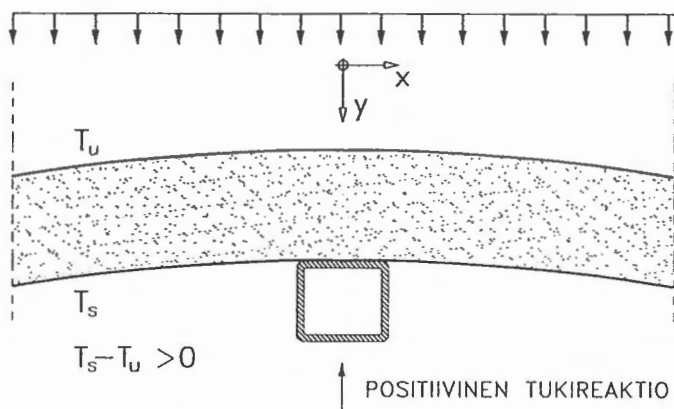
JOHDANTO

Tyypillinen kevyt sandwich-elementti koostuu kahdesta ohuesta (0,5-0,8 mm) lujasta pintakerroksesta ja näiden välissä olevasta paksusta (50-250 mm) pehmeästä ydinkerroksesta. Rakennusteollisuudessa käytettyjen sandwich-elementtien pintakerrokset ovat tavallisesti kylmävalssattua teräsohutlevyä, joka voi olla tasainen tai profiloitu. Umpisoluiset solumuovit, kuten polyuretaani ja polystyreeni, ja mineraalivilla ovat yleisimpiä ydinkerrosmateriaaleja. Elementtejä käytetään pääasiassa teollisuus- ja liikerakennusten sekä kylmä- ja pakkasvarastojen seinä- ja kattorakenteina. Jatkuvien sandwich-elementtien käyttäminen on perusteltua ja usein välttämätöntä vesi- ja ilmatiiviyden vuoksi sekä taloudellista valmistus-, kuljetus- ja asennusteknisistä syistä. Esimerkiksi kattoelementtien tulee ulottua useiden katto-orsien yli, jotta välttyään ylimääräisiltä saumoilta ja liian suurilta pitkäaikaistaipumilta.

Kuvassa 1 on esitetty moniaukkoisen sandwich-elementin kestävyuden kannalta tärkeä kuormitustapaus. Suuntautukoon y-koordinaattiakseli tukea kohti elementin paksuussuunnassa. Mikäli painekuorman suuntavektori yhtyy positiiviseen y-akselin suuntaan (positiivinen painekuorma), sandwich-elementti painuu välitukea vasten. Tällöin

tukialueen negatiivisen taivutusmomentin aiheuttamien puristusjännitysten lisäksi sisäpintakerrokseen kohdistuu tuen poikittainen kuorma eli positiivinen tukireaktio. Moniaukkoisen sandwich-palkin pintakerrosten väliset lämpötilaerot voivat myös aiheuttaa edellä kuvatun rasitustilanteen.

Puhtaasti taivutetun sandwich-elementin kantokyky on suuri, mutta sen kestävyys keskittynyttä poikittaista kuormaa vastaan on vähäinen. Välituen alueella tukirakenne aiheuttaa pintakerrosta paikallisesti taivuttavan kuormituksen, joka pienentää pintakerroksen puristuskestävyyttä ja aiheuttaa ydinkerrokseen suuria puristusjännityksiä. Puristetun pintakerroksen lommahtaminen tai myötääminen välituella onkin ohutkuoristen ja pehmeäytimisten jatkuvien sandwich-elementtien yleisin vaurioitumistapa. Vaurion tapahtuessa jatkuvaan palkkiin syntyy pysyviä muodonmuutoksia, jolloin rakenteen käyttörajatilan sanotaan ylittyvän. Käyttörajatilan mitoituskriteeri saadaan vertaamalla kimmoteorian mukaisesti laskettuja pinta- ja ydinkerroksen jännityksiä materiaalien myötörajaan.



Kuva 1. Positiivisen painekuorman tai lämpötilaeron aiheuttama positiivinen tukireaktio jatkuvan sandwich-palkin välituella. Kuvaan merkitty lämpötilaero aiheuttaa vastaavan kuormitustilanteen muun muassa kaksi- tai kolmiaukkoisen palkin välituella.

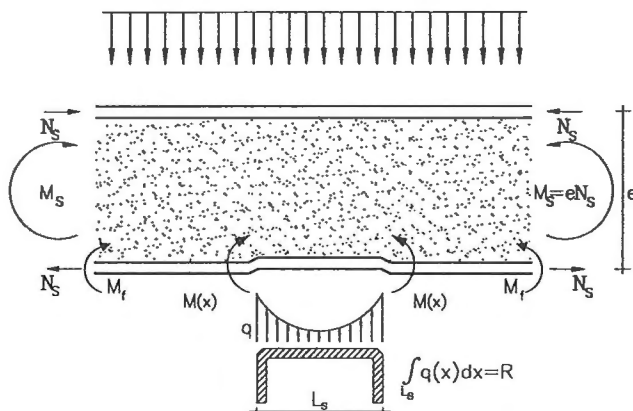
SANDWICH-PALKIN JÄNNITYKSET VÄLITUELLA

Kuvassa 2 näkyvät jatkuvan sandwich-palkin voimasuureet välituen alueella. Globaalia taivutusmomenttia M_S kutsutaan tässä lyhyesti sandwich-momentiksi. Sandwich-momentti M_S aiheuttaa pintakerrokseen vain veto- tai puristusjännityksiä, jotka ovat vakioita pintakerroksen paksuuden yli. Pintakerroksen taivutusmomentti kerroksen oman painopisteakselin suhteen on M_F . Välituen tukireaktion R vaikutuksesta pintakerrokseen syntyvä paikallinen taivutusmomentti on $M(x)$. Tätä paikallista taivutusmomenttia kasvattaa pintakerroksessa vaikuttava sandwich-momentin aiheuttama puristava voima N_S .

Pintakerroksen jännityksiä laskettaessa taivutusmomenttien M_S ja M_F aiheuttamat jännitykset lisätään taivutusmomentin $M(x)$ aiheuttamiin paikallisiin jännityksiin. Pintakerroksen reunajännitys σ_f voidaan ilmaista kaavalla

$$\sigma_f = \frac{M_S}{eA_f} + \frac{M_f}{W_f} + \frac{M(x)}{W_f}. \quad (1)$$

Sandwich-palkin pintakerrosten painopisteakseleiden välistä etäisyyttä on merkitty e -kirjaimella. Merkinnät W_f ja A_f tarkoittavat pintakerroksen taivutusvastusta ja poikkileikkausalaa. Momentit M_S ja M_F lasketaan lineaarisen sandwich-teorian mukaisesti (Allen 1969). Ohutkuorisen sandwich-palkin pintakerrokset oletetaan ohuiksi kalvomaisiksi rakenneosiksi, joiden taivutusjäykkyys on merkityksetön koko palkin taivutusjäykkyteen verrattuna. Tällöin taivutusmomentin M_f voidaan olettaa häviävän. Pintakerroksen paikallisen taivutusmomentin $M(x)$ laskeminen edellyttää tukireaktion painejakauman $q(x)$ ja ydinkerroksen paksuuden suuntaisen joustavuuden mallintamista.

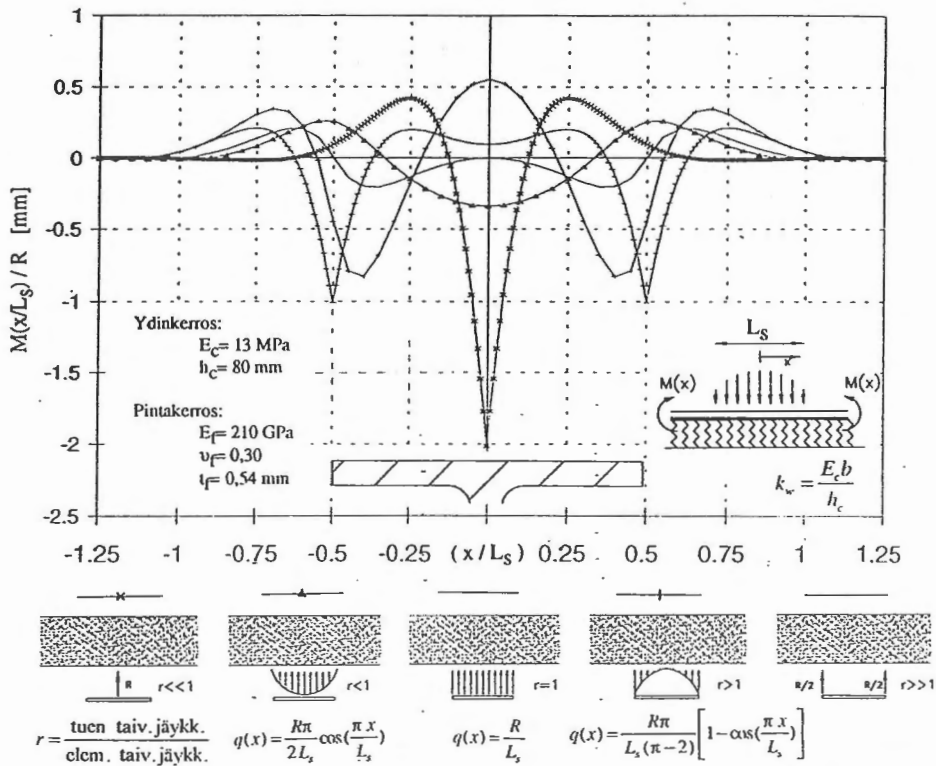


Kuva 2. Sandwich-palkin välitukea vasten olevaan pintakerrokseen vaikuttavat voimasuureet ja niiden positiiviset suunnat. Välituen alueen negatiivinen sandwich-momentti M_S aiheuttaa alapintakerrokseen voiman $-N_S$. Taivutusjäykkyyttä omaavaan alapintakerrokseen syntyy lisäksi taivutusmomentti M_F . Positiivisesta tukireaktiosta R alapintakerrokseen kohdistuva painejakauma on $q(x)$.

Positiivinen tukireaktio välittyy sandwich-palkkiin paikallisena poikittaisena kuormitusjakaumana. Sen aiheuttamat jännitykset keskittyvät tukea vasten olevan pintakerroksen läheisyyteen ja häviävät nopeasti ydinkerroksessa elementin paksuuden suunnassa. Paikallisia jännityksiä tutkittaessa mielenkiinto voidaan kohdistaa vain pintakerrokseen tai kerrosten rajapintaan ja jättää toisen pintakerroksen vaikutus huomiotta. Tukea vasten olevaa pintakerrosta voidaan siten tarkastella paikallisesti kuormitettuna kimmoiseen alustaan tukeutuvana laattana tai palkkina.

Välituen läheisyydessä sandwich-palkin jännitykset riippuvat voimakkaasti tukireaktion pintakerrokseen aiheuttaman poikittaisen tukipaineen jakaumasta. Kuvassa 3 on esitetty viiden symmetrisen tukipainemallin aiheuttamat tukea vasten olevan pintakerroksen taivutusmomenttipinnat. Taivutusmomentit on laskettu analyyttisesti kuvaamalla ydinkerroksen vaste Winklerin alustamallin avulla. Tukipaineen jakauman muoto voidaan periaatteessa arvioida tuen ja sandwich-elementin taivutusjäykkyysien suhteen avulla (Frostig, Baruch 1990). Hyvin taipuisan tuen tukipainejakauma lähestyy pistekuormaa tukialueen keskellä ja hyvin jäykän tuen tukipaine puolestaan muuntuu kahdeksi pistekuormaksi tukialueen reunoille. Taipuisan ja jäykän tuen välimuotoja edustavat tuen jäykkydet jakavat tukipaineen jollakin tavalla koko tukialueen leveydelle. Tuen ja sandwich-palkin ollessa yhtä jäykkä välittyy tukireaktio tasaisena kuormana.

Kuvan 3 momenttipinnoista voidaan nähdä, että pinta- ja ydinkerroksen jännitykset ovat suuria hyvin taipuisan ja hyvin jäykän tuen tapauksissa. Kevyiden sandwich-elementtien alusrakenteena on yleensä teräksinen muotoprofiili tai kantava puu- tai betonirakenne. Näitä tukirakenteita voidaan pitää hyvin jäykinä ohutkuoriseen sandwich-elementtiin verrattuna, joten oletus tukireaktion välittymisestä tuen reunoista viivakuormina vastanee hyvin todellisuutta.



Kuva 3. Välitukea vasten olevan pintakerroksen taivutusmomenttipinnat tukireaktion viiden erilaisen jakaumamallin mukaan laskettuna. Ydinkerros on mallinnettu yksinkertaisella jousialustalla. Tukipaineen jakauman periaatteellinen riippuvuus tuen ja palkin jäykkyysien suhteesta sekä jakauman matemaattinen kuvaus on esitetty kuvan alaosassa.

POSITIIVISEN TUKIREAKTION JA TAIVUTUSMOMENTIN YHTEISVAIKUTUS

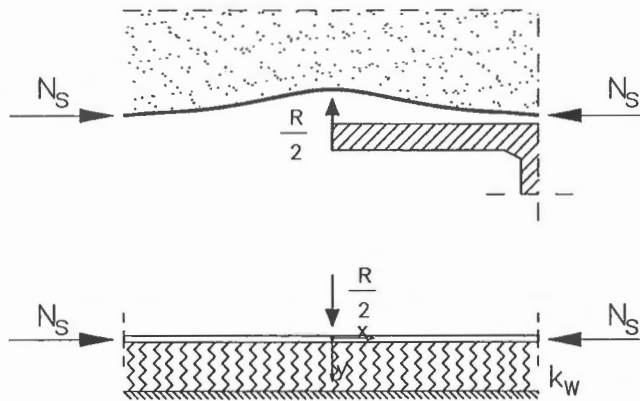
Kimmoisella Winklerin alustalla olevan taivutetun ja aksiaalisesti kuormitetun palkin avulla on mallinnettu monia käytännön rakenteita. Esimerkkeinä mainittakoon rautatien kiskot sekä maahan tukeutuvat putkistot ja paalut. Seuraavassa mallia käytetään kuvaamaan ohutkuorisen sandwich-palkin puristettua ja paikallisesti taivutettua pintakerrosta.

Positiivisen tukireaktion tapauksessa välitukea vasten olevaan pintakerrokseen kohdistuu samanaikaisesti tukireaktion tuoma poikittainen kuormitus $q(x)$ ja sandwich-momentin aiheuttama puristava voima N_s . Pintakerroksen paikallisen taipuman $y(x)$ differentiaaliyhtälö on

$$B_f \frac{d^4 y}{dx^4} + N_s \frac{d^2 y}{dx^2} + k_w y = q(x), \quad (2)$$

missä B_f on pintakerroksen taivutusjäykkyys ja k_w Winklerin alustamallin alustaluku.

Mallinnetaan välituen tukireaktiota tukialueen reunoissa vaikuttavilla pistekuormilla. Oletetaan, että näiden kuormien vaikutus vaimenee nopeasti eikä niillä ole yhteisvaikutusta. Näin tukea vasten olevan pintakerroksen malli on yksinkertaistettu voiman $R/2$ taivuttamaksi ja voiman N_s aksiaalisesti puristamaksi äärettömän pitkäksi palkiksi (kuva 4).



Kuva 4. Ohutkuorisen sandwich-palkin pintakerroksen kestävyysarvioimisessa käytetty malli. Välituen positiivinen tukireaktio on mallinnettu tukialueen reunoissa vaikuttavilla viivakuormilla, joiden välillä ei ole yhteisvaikutusta.

Hetenyi (*Hetenyi 1946*) käsitellyt perusteellisesti Winklerin alustalla olevia palkkeja ja myös taivutetun ja aksiaalisen voiman puristaman palkin taipuman differentiaaliyhtälön (2) ratkaisemista. Käytännön merkitystä yhtälön ratkaisulla on vain kun aksiaalinen

voima N_S pysyy nurjahduskuormaa $N_{w,w}$ pienempänä. Tällöin yhtälön (2) yleinen ratkaisu voidaan kirjoittaa muodossa

$$y = (C_1 e^{\beta_0 x} + C_2 e^{-\beta_0 x}) \cos \alpha_0 x + (C_3 e^{\beta_0 x} + C_4 e^{-\beta_0 x}) \sin \alpha_0 x, \quad (3)$$

missä

$$\alpha_0 = \sqrt{\sqrt{\frac{k_w}{4B_f} + \frac{N_S}{4B_f}}}, \quad \beta_0 = \sqrt{\sqrt{\frac{k_w}{4B_f} - \frac{N_S}{4B_f}}}. \quad (4)$$

Äärettömän pitkän palkin taipuma ja taivutusmomentti häviävät äärettömän kaukana pistekuormasta, joten vakiot C_1 ja C_3 tulee asettaa nolliksi. Kaksi jäljelle jäävää vakiota C_2 ja C_4 voidaan määrätä tasapainoehdosta ja taipuman symmetriaehdosta voiman $R/2$ kohdalla. Pintakerroksen taipuman $y(x)$ ja taivutusmomentin $M(x)$ lausekkeiksi saadaan x -akselin positiivisella puolella:

$$y(x) = \frac{R}{4k_w} \frac{\Lambda^{-2}}{\alpha_0 \beta_0} e^{-\beta_0 x} (\alpha_0 \cos \alpha_0 x + \beta_0 \sin \alpha_0 x), \quad (5)$$

$$M(x) = \frac{R}{8} \frac{1}{\alpha_0 \beta_0} e^{-\beta_0 x} (\alpha_0 \cos \alpha_0 x - \beta_0 \sin \alpha_0 x), \quad (6)$$

missä karakteristinen pituus Λ on

$$\Lambda = \sqrt[4]{\frac{4B_f}{k_w}}. \quad (7)$$

Pintakerroksen taivutusmomentin maksimi esiintyy tukireaktion vaikutuspisteen ($x=0$) kohdalla. Merkitään tätä tukireaktiosta R ja voimasta N_S riippuvaa maksimiarvoa merkinnällä M_{\max} :

$$M_{\max} = \frac{R}{8} \sqrt{\frac{4B_f \Lambda^2}{4B_f - N_S \Lambda^2}}. \quad (8)$$

Pintakerrosta puristava voima $N_S = A_f \sigma_S$ ei saa ylittää Winklerin alustalla olevan äärettömän pitkän palkin nurjahduskuormaa $N_{w,w} = A_f \sigma_{w,w}$, joka määräytyy taipuman (5) nimittäjän nollakohdan perusteella eli yhtälöstä $\alpha_0 \beta_0 = 0$:

$$N_{w,w} = 2\sqrt{k_w B_f}. \quad (9)$$

Jännityksen σ_S ja kriittisen jännityksen $\sigma_{w,w}$ avulla kirjoitettuna momentti M_{\max} (8) on

$$M_{\max} = \frac{R}{8} \sqrt{\frac{4B_f}{A_f (\sigma_{w,w} - \sigma_S)}}. \quad (10)$$

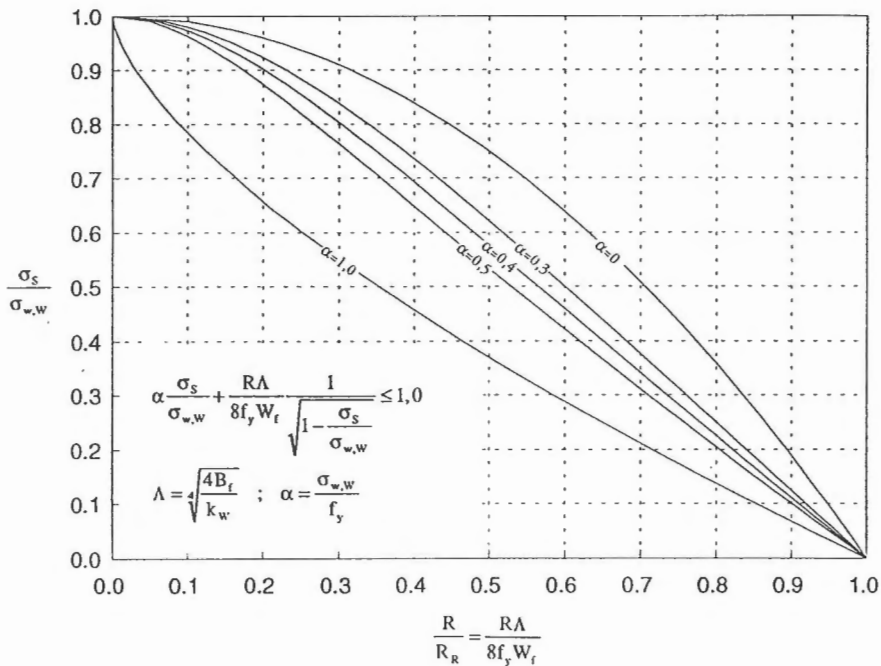
Pintakerroksessa vaikuttava maksimijännitys saadaan lisäämällä sandwich-momentin aiheuttama jännitys σ_s taivutusmomentin M_{\max} aiheuttamaan pintakerroksen reunajännitykseen (1). Kun näin saatua maksimijännitystä verrataan pintakerroksen myötörajaan f_y , saadaan epäyhtälö

$$\sigma_s + \frac{R}{8W_f} \sqrt{\frac{4B_f}{A_f(\sigma_{w,w} - \sigma_s)}} \leq f_y. \quad (11)$$

Merkitsemällä jännityksen $\sigma_{w,w}$ ja myötörajan f_y suhdetta symbolilla α ja jakamalla epäyhtälö (11) puolittain f_y :llä, saadaan ehto

$$\alpha \frac{\sigma_s}{\sigma_{w,w}} + \frac{R\Lambda}{8f_y W_f} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_s}{\sigma_{w,w}}}} \leq 1, \quad \alpha = \frac{\sigma_{w,w}}{f_y} \quad (12)$$

Pintakerroksen aksiaalisen puristusjännityksen σ_s ja paikallisen taivutusjännityksen yhteisvaikutusta kuvaava ehto (12) on esitetty kuvassa 5. Kuvaan on piirretty viittä eri α :n arvoa vastaavat yhteisvaikutuskuvaajat.



Kuva 5. Pintakerroksen aksiaalisen puristusjännityksen ja tukireaktion välistä yhteisvaikutusta kuvaava ehto (12) viidellä eri α :n arvolla laskettuna.

Määritellään momenttikestävyys M_{SR} sen sandwich-momentin arvoksi, joka yksin aiheuttaa pintakerrokseen myötörajan suuruisen jännityksen. Tukireaktiokestävyys R_R on puolestaan tukireaktion arvo, jolla pintakerroksen reunajännitys saavuttaa myötörajan kun aksiaalista jännitystä σ_s ei esiinny.

$$M_{SR} = eA_f f_y, \quad R_R = \frac{8f_y W_f}{\Lambda}. \quad (13)$$

Kestävyyksien M_{SR} ja R_R avulla kaavasta (12) saadaan epäyhtälö

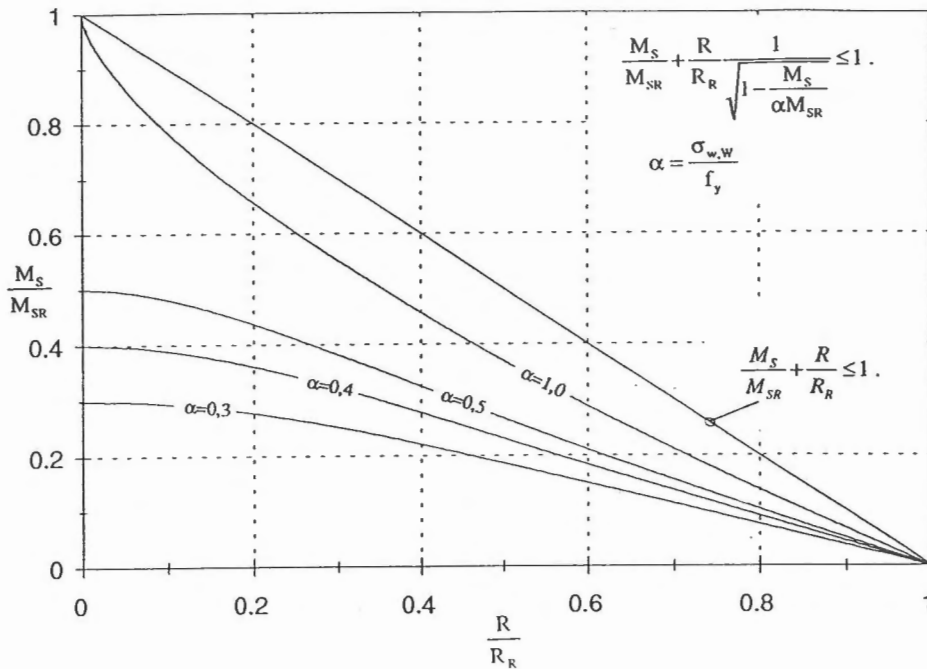
$$\frac{M_s}{M_{SR}} + \frac{R}{R_R} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M_s}{\alpha M_{SR}}}} \leq 1. \quad (14)$$

Lausekkeessa (14) tukireaktiosuhteen kerrointa voidaan pitää suurennuskertoimena, joka ottaa huomioon tukireaktion ja sandwich-momentin välisen geometrisen epälineaarisuuden vaikutuksen. Epäyhtälö (14) sopii muodoltaan mainiosti käytännön mitoituksessa käytettäväksi yhteisvaikutusehdoksi.

Geometrisen epälineaarisuuden vuoksi pintakerroksen puristusjännityksiä ja tukireaktion aiheuttamia paikallisia taivutusjännityksiä ei voida laskea suoraan yhteen. Superpositioperiaatetta soveltamalla saadaan kuitenkin yksinkertaisesti ensimmäinen arvio pintakerroksen jännitystilasta. Mikäli pintakerroksen puristusjännitykset ovat pieniä, geometrisella epälineaarisuudella ei ole merkittävää vaikutusta. Tällöin tukireaktion ja taivutusmomentin vaikutusten superponoiminen on perusteltua ja yhteisvaikutusehto (14) voidaan kirjoittaa yksinkertaisesti:

$$\frac{M_s}{M_{SR}} + \frac{R}{R_R} \leq 1. \quad (15)$$

Taivutetun ja puristetun rakenteen kestävyys on havainnollisinta esittää yhteisvaikutuskuvaajan muodossa. Kuvan 6 avulla sekä yksinkertaisen superpositiomenettelyn että geometrisen epälineaarisuuden huomioon ottavaa laskentatapaa voidaan helposti verrata toisiinsa. Kuvaajan vaaka-akselille on asetettu tukireaktion ja tukireaktiokestävyuden suhde (R/R_R). Pystyakselille on sijoitettu sandwich-momentin M_s ja momenttikestävyuden M_{SR} suhde. Suora viiva kuvaa superpositioperiaatteen mukaista yhteisvaikutusta. Tukireaktion ja taivutusmomentin välinen geometrinen epälineaarisuus pienentää välitukialueen kestävyyttä voimakkaasti. Tämä nähdään esimerkiksi arvoa $\alpha=1$ vastaavaa ja superpositioperiaatteen mukaista kuvaajaa vertaamalla. Sandwich-momentista syntyvän jännityksen merkitystä voidaan havainnollistaa ajattelemalla sen pienentävän pintakerroksen taivutusjäykkyyttä.



Kuva 6. Sandwich-momentin M_S ja tukireaktion R yhteisvaikutuskuvaajat. Geometrisen epälinearisuuden huomioon ottavia kuvaajia on piirretty neljällä eri α :n arvolla. Suhde α kuvaa Winklerin alustamallin mukaan lasketun pintakerroksen kriittisen jännityksen ja myötörajan suhdetta.

On huomattava, että geometrisen epälinearisuus lisää myös ydinkerroksen jännityksiä. Winklerin alustamallin mukaisesti ydinkerrosta rakenteen paksuussuunnassa puristava maksimijännitys saadaan kertomalla maksimitaipuma $y(0)$ (5) alustaluvulla k_W :

$$\sigma_c = \frac{R}{4\Lambda} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_s}{\sigma_{w,II}}}}. \quad (16)$$

Winklerin alustamallin parametrin k_W määrittäminen sandwich-palkin ominaisuuksista ei ole yksikäsitteinen tehtävä. Sandwich-palkin pintakerroksen paikallista stabiiliutta tarkasteltaessa ydinkerrosta kuvataan yleensä kimmoisen isotrooppisen puoliavaruusmallin avulla. Kimmoista kontinuumimallia tarkasti vastaavan vakiona pysyvän Winklerin mallin alustaluvun valinta on mahdotonta, sillä alustaluku riippuu pintakerroksen taipuman aallonpituudesta. Allen (*Allen 1969*) on kirjassaan johtanut pintakerroksen lommahdusaallon pituudesta riippuvia alustaluvun lausekkeita. Thomsen (*Thomsen 1992*) on puolestaan esittänyt ydinkerroksen paksuuden suuntaista joustavuutta kuvaavalle alustaluvulle lauseketta (17), jossa pintakerroksen

taivutusjäykkyys on otettu huomioon. Isotrooppisen puoliavaruuden päällä ja Winklerin alustalla olevien pistevoiman kuormittamien palkkien taivutusmomenttien maksimiarvot ovat yhtäsuuria, jos Winklerin mallin alustaparametrille valitaan lausekkeen (17) arvo (Hetenyi 1946).

$$k_w = 0,71 E_c \sqrt[3]{\frac{E_c b^4}{B_f}} \quad (17)$$

Yksinkertaisin tapa arvioida alustaluku on ajatella ydinkerros jaetuksi kapeisiin sauvoihin, joiden pituus on ydinkerroksen paksuus ja poikkipinta-ala yksikön suuruinen. Tällöin jokainen sauva edustaa jouta, jonka jäykkyys on ydinkerroksen kimmokertoimen E_c ja paksuuden suhde. Ohutkuorisen sandwich-elementin ydinkerroksen paksuus voidaan korvata pintakerrosten painopisteiden välimatkalla. Alustaluku k_w saadaan kertomalla kimmokertoimen ja välimatkan suhde pintakerroksen yksikköleveydellä b :

$$k_w = \frac{E_c b}{e} \quad (18)$$

Alustalukua (18) vastaava pintakerroksen kriittinen jännitys $\sigma_{w,w}$ voidaan kirjoittaa seuraavasti:

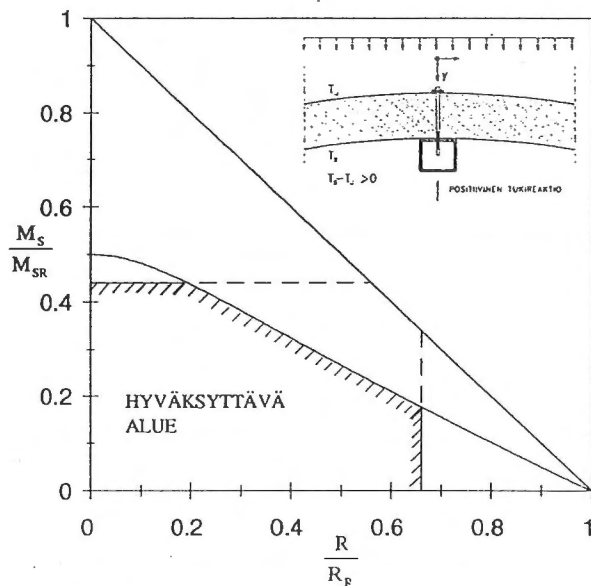
$$\sigma_{w,w} = \frac{2}{A_f} \sqrt{\frac{E_c b}{e} B_f} \quad (19)$$

Kriittinen jännitys $\sigma_{w,w}$ (19) on yleensä pienempi kuin tarkempien alustamallien mukainen tai kokeellisesti määritetty pintakerroksen lommahduskestävyys. Yksinkertainen jousialustamalli ottaa huomioon ydinkerroksen jäykkyyden pintakerrosta vastaan kohtisuorassa suunnassa mutta jättää ydinkerroksen leikkausjäykkyyden kokonaan huomiotta. Pintakerroksen paikallista lommahtamista tarkasteltaessa on totuttu käyttämään ydinkerroksen leikkausmuodonmuutokset huomioon ottavaa kimmoista isotrooppista puoliavaruusmallia. Tasaisen ideaalisen pintakerroksen lommahdusjännitys ilmaistaan usein lausekkeella

$$\sigma_{w,teor} = \beta \sqrt[3]{E_f E_c G_c}, \quad (20)$$

missä kertoimelle β on kirjallisuudessa esitetty pinta- ja ydinkerroksen suppeumaluvuista riippuen arvoja 0,82..1,00 väliltä (Martikainen 1993). Merkintä E_f tarkoittaa pintakerroksen kimmokerrointa ja G_c ydinkerroksen liukukerrointa. Pintakerroksen virheiden vuoksi teoreettista lommahduslujuutta ei käytännössä saavuteta. Käytännön suunnittelutyössä käytettävä mitoitusarvo saadaan pienentämällä kriittistä jännitystä (20) kokeiden perusteella määritetyllä kertoimella. Esimerkiksi suunnitteluohjeessa (ECCS 1992) pintakerroksen puristuskestävyyden mitoitusarvossa lausekkeen (20) kerroin β on 0,65, kun kimmovakioina käytetään kokeiden avulla määritettyjä ydinkerroksen liukukertoimen sekä veto- ja puristuskimmokertoimien keskiarvon ominaisarvoja.

Jatkuvan sandwich-elementin välitukialueen kestävyys voidaan esittää kuvan 7 kaltaisena yhteisvaikutusdiagrammina, kun artikkelissa esitettyä laskentamallia sovelletaan käytännön suunnittelutyössä. Kuvaan on piirretty pintakerroksen puristuskestävyyden kuvaajat geometrisen epälineaarisuuden huomioon ottavan ja superpositioperiaatetta noudattavan laskentatavan tapauksessa. Pintakerroksessa vaikuttava jännitys ei saa ylittää häiriöttömän pintakerroksen puristuskestävyyden mitoitusarvoa, mikä rajoittaa hyväksyttävää aluetta suoralla $M_S/M_{SR}=\text{vakio}$. Mikäli pintakerroksen aksiaalisen jännityksen ei oleteta lisäävän ydinkerroksen jännityksiä (ts. $\sigma_s=0$ kaavassa (16)), ehto ydinkerroksen jännitysten pysymisestä sen puristuslujuutta pienempinä leikkaa yhteisvaikutuskuvaajaa suoralla $R/R_{R,ydin}=\text{vakio}$. Mitoituksessa hyväksyttävä alue ($M_S/M_{SR}-R/R_R$)-koordinaatistossa joudutaan siten rajaamaan kuvan 7 osoittamalla tavalla.



Kuva 7. Sandwich-elementin välituen alueen kestävyyttä kuvaava periaatteellinen taivutusmomentin M_S ja tukireaktion R yhteisvaikutusdiagrammi. Tukimomentin ja tukireaktion välinen geometrinen epälineaarisuus on kuvaajassa otettu huomioon. Välitukialueen kestävyyttä rajoittavat ydinkerroksen puristuslujuus ja häiriöttömän pintakerroksen puristuskestävyyden mitoitusarvo.

YHTEENVETO

Artikkelissa on tarkasteltu jatkuvan ohutkuorisen sandwich-palkin pintakerroksen puristuskestävyyttä kuormitustilanteessa, jossa välitukea vasten olevaa pintakerrosta rasittavat taivutusmomentin aiheuttama aksiaalinen puristava voima ja tukireaktion aiheuttama paikallinen taivutusmomentti.

Pintakerros on mallinnettu kimmoisella alustalla olevan samanaikaisesti puristetun ja taivutetun palkin avulla. Ydinkerros on kuvattu Winklerin jousialustalla, jonka alustaluku

on lausuttu sandwich-palkin ominaisuuksien avulla. Jäykän tuen tukipaine on mallinnettu tukialueen reunoilla vaikuttavilla viivakuormilla.

Pintakerroksen kestävyydelle käyttörajatilassa on johdettu laskentamalli, jossa tukireaktion ja taivutusmomentin välinen geometrinen epälineaarisuus on otettu huomioon. Tukireaktion ja taivutusmomentin yhteisvaikutus pienentää voimakkaasti pintakerroksen puristuskestävyyttä välituella.

Tukireaktion ja taivutusmomentin yhteisvaikutuksen kuvaamisen vuoksi malli on nykyisiä suunnittelumalleja fysikaalisesti pätevämpi. Malli ei tosin ota huomioon ydinkerroksen leikkausjäykkyyttä, joten sen mukainen pintakerroksen kriittinen jännitys on erisuuri kuin ydinkerroksen kontinuumimalliin perustuva lommahdusjännitys. Laskentamallia ei ole vielä voitu verrata koetuloksiin, joten sen käyttökelpoisuus selviää vasta jatkuvien sandwich-palkkien kokeellisen tutkimuksen jälkeen.

KIITOKSET

Kiitämme kehityspäällikkö Lars-Henrik Heseliusta Paroc Oy:stä sandwich-elementtien käytössä ja suunnittelussa ilmenneiden ongelmien esille tuomisesta. Paroc Oy:tä kiitämme materiaalisesta tuesta.

LÄHDEKIRJALLISUUS

Allen, H. 1969. Analysis and design of structural sandwich panels. Lontoo, Pergamon Press. 283 s.

ECCS 1992. European recommendations for sandwich panels; part 1, Design and testing. European Convention for Constructional Steelwork, Publication No.66, 120 s.

Frostig, Y., Baruch, M. 1990. Bending of sandwich beams with transversely flexible core. AIAA Journal 28, 3, s.523-531.

Hetényi, M. 1946. Beams on elastic foundation. Ann Arbor, The University of Michigan Press. 255 s.

Martikainen, L. 1993. Jatkuvan sandwich-palkin toiminta ja mitoitus välituella. Diplomityö. Teknillinen korkeakoulu. 181 s.

Thomsen, O.T., Further remarks on local bending analysis of sandwich panels using a two-parameter elastic foundation model. Aalborg University, Institute of Mechanical Engineering, Report No.40, 39 s.

Lassi Martikainen, DI
Rakenteiden mekaniikka
Teknillinen korkeakoulu

Paavo Hassinen, DI
Rakenteiden mekaniikka
Teknillinen korkeakoulu