EUROCODE 1 KUORMITUS- JA VARMUUSNORMIN PERUSTEET

Tor-Ulf Weck

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 26
No 1 1993, ss. 3 - 14

TIIVISTELMÄ

Kirjoitus käsittelee yhteiseurooppalaisen rakennusalan suunnittelunormiston ns. Eurocode-normien varmuustason määräytymistä todennäköisyyslaskentaan perustuvien osittain tilastollisten menetelmien avulla. Eurocode-normit valmistuvat vuosina 1992...1995 vapaaehtoisen koekäytön asteelle. Myöhemmin tulevaisuudessa ne tullevat korvaamaan osan Suomen rakentamismääräyskokoelmassa olevista suunnitteluohjeista.

VARMUUSTASO

Varmuustasoksi Eurocode 1 normissa[1] on valittu $\beta = 3{,}8$ rakennuksen elinaikana, joksi on oletettu 50 vuotta. Tämä vastaa normaalijakaumaa käyttäen vaurioitumistodennäköisyyttä $7{,}2 \cdot 10^{-5}$. Mikäli tämä muutetaan vuosittaiseksi vaurioitumistodennäköisyydeksi, saadaan tämä yhtälöstä

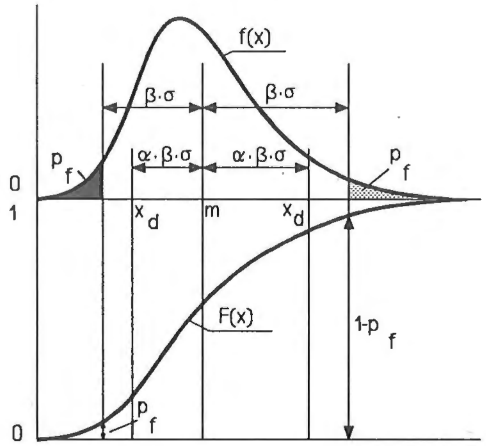
$$P_{f50} = 1 - (1 - P_{f1})^{50} \approx 50\, P_{f1} \tag{1}$$

Tällöin vaurioitumistodennäköisyys vuositasolla on $7{,}2 \cdot 10^{-5}/50$ eli $1{,}44 \cdot 10^{-6}$, joka normaalijakaumaa käyttäen antaa varmuusindeksiksi $\beta = 4{,}7$.

Vertailuna mainittakoon Pohjoismaisen rakentamismääräyskomitean NKB suosituksessa[2] vuosittaiselle vaurioitumistodennäköisyydelle normaalia rakennusluokkaa käytettäessä on annettu varmuustaso $\beta = 4{,}26$ ja vain vaativimmalle tasolle $\beta = 4{,}75$, joten Eurocode 1 merkitsee vaatimustason kiristymistä.

VARMUUSKERTOIMIEN LASKENTAPERUSTE

Varmuuskertoimen määrityksessä otetaan huomioon todennäköisyys millä rakenteessa esiintyvä kuorma tai kestävyys saavuttaa mitoitusarvonsa. Lähtökohtana pidetään ominaisarvoa, jonka esiintymistodennäköisyys riippuu tarkasteltavasta suureesta. Usean muuttujan esiintyminen ominaisarvollaan mitoitustilanteessa on epätodennäköistä, joten varmuuskerrointa määrättäessä tulee tämäkin ottaa huomioon, ja se tehdään käyttämällä ns. herkkyyskerrointa α, jolla ominaisarvoa laskettaessa pienennetään keskiarvon ja ominaisarvon välistä suhdetta kuvan 1 tapaan.

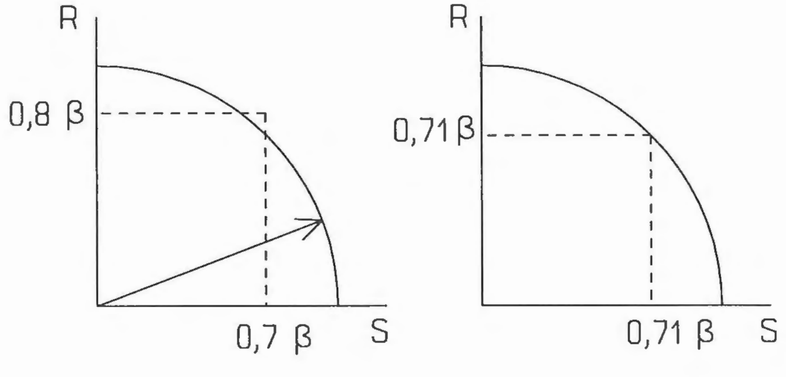


Kuva 1 *Herkkyyskertoimen α havainnollistaminen*

Osittain tilastollisin menetelmin on suoritettu laskelmia, jolloin herkkyyskertoimiksi on saatu kuormille α_S = 0,7 ja kestävyyksille α_R = -0,8. Näiden arvojen katsotaan pätevän kun kuorman ja kestävyyden vaihtelurajat ovat kohtuulliset. Vaihtelurajoiksi on saatu

$$0{,}105 \le \sigma_S/\sigma_R \le 4{,}07 \qquad (2)$$

Graafisesti asia on esitetty kuvassa 2 vasemmanpuoleisessa kuviossa, josta huomataan, että valitut arvot antavat hieman lisävarmuutta, koska leikkauspiste sijaitsee β-säteisen ympyrän ulkopuolella. Mikäli kuorma ja kestävyys olisivat samanarvoisia rakenteen vaurioitumistodennäköisyyden kannalta, saataisiin herkkyyskertoimien arvoksi $-\alpha_R = \alpha_S$



Kuva 2 *Kuorman ja kestävyyden yhdistäminen.*

≈ 0,71. Edellä olevien perusoletusten jälkeen varmuuskertoimien määritys onkin pelkkää matematiikkaa kun tiedetään kuormien vaihtelu.

Osittain tilastollisten menetelmien periaatteiden mukaan mitoituskuormaksi saadaan keskiarvon avulla lausuttuna

$$X_d = m_X + \alpha \cdot \beta \cdot \sigma_X = m_X(1 + \alpha \cdot \beta \cdot V_X) \qquad (3)$$

missä
X = muuttuja
m_X = muuttujan keskiarvo
σ_X = muuttujan keskihajonta
V_X = muuttujan variaatiokerroin

PYSYVÄ KUORMA

Rakenteen pysyvän kuorman mitoitusarvo saadaan sijoittamalla kaavaan (3) edellä mainitut varmuusindeksin ja herkkyyskertoimien lukuarvot ja olettamalla pysyvän kuorman ominaisarvoksi keskiarvo ja variaatiokertoimen arvoksi $V_G \leq 0{,}1$. Lähtöarvoiksi saadaan näin ollen:

β = 3,8 tai 4,7 riippuen otetaanko vaurioitumistodennäköisyys rakennuksen elinaikaa (50 vuotta) vai yhtä vuotta kohti

α_S = 0,7

V_G = 0,1

$$G_d = G_k(1 + 0{,}7 \cdot 3{,}8 \cdot 0{,}1) = 1{,}27\ G_k \tag{4}$$

Mikäli rakenteen pysyvän kuorman vaihtelu on suurta, jolloin variaatiokerroin $V_G > 0{,}1$ tulee erikseen käsitellä pysyvän kuorman toleranssin ylä- ja alarajaa ja käyttää näitä kaavassa ominaisarvon sijasta.

Mitattujen kuormien ja todellisten kuormien ero ja toisaalta kuorman määrittämiseen sisältyvä epätarkkuus huomioidaan lisäämällä oman painon varmuuskertoimeen lisäkerroin $\gamma_\xi = 1{,}05$, jolloin mitoitussuureeksi saadaan:

$$G_d = G_k(1 + 0{,}7 \cdot 3{,}8 \cdot 0{,}1) \cdot 1{,}05 = 1{,}33\ G_k \approx 1{,}35\ G_k \tag{5}$$

Laskentamallin epätarkkuus voidaan ottaa huomioon kertoimella ξ. Koska laskentamallin epätarkkuus on toisarvoinen muuttuja varsinaisen kuorman ominaisarvon rinnalla, käyttää Eurocode 1 sille herkkyyskerrointa $\alpha_\xi = 0{,}3$, vaikka jäljempänä muita muuttuvia kuormia yhdistettäessä käytetään kerrointa $\alpha_Q = 0{,}4$. Laskentamallin epätarkkuuden mitoitusarvoksi saadaan

$$\xi_d = m_\xi(1 + 0{,}3 \cdot 3{,}8 \cdot V_\xi) \tag{6}$$

Toisaalta, jos tälle muuttujalle käytetään 90 % fraktiiliarvoa ominaisarvona, kuten Eurocode 1 käyttää, saadaan ominaisarvoksi keskiarvon ja variaatiokertoimen avulla lausuttuna

$$\xi_k = m_\xi(1 + 1{,}28 \cdot V_\xi) \tag{7}$$

Tällöin suhde $\xi_d/\xi_k \approx 1$ eli kertoimen vaikutus voidaan unohtaa.

Mikäli laskentamallin epätakkuuden vaikutus on määräävä, tulee kertoimeksi $\alpha_\xi = 0{,}7$ ja vastaavasti pysyvän kuorman kertoimeksi $\alpha_G = 0{,}3$. Suorittamalla vastaavat laskelmat havaitaan, että useimmissa tapauksissa varmuuskerroin γ = 1,35 on riittävä tässäkin tapauksessa. Kuitenkin kaikkien äärimmäistapausten huomioonottamiseksi on Eurocode 1 ottanut tällaisessa tapauksessa käyttöön lisävarmuuskertoimen $\gamma_\xi = 1{,}05$.

Mikäli pysyvä kuorma vaikuttaa edullisesti eli eri suuntaan kuin hyötykuormat, ovat laskelmat samanlaisia, mutta koska pysyvä kuorma ei ole määräävä kuormitus käytetään arvoa $\alpha_G = -\,0{,}3$. Tällöin ei ole myöskään syytä käyttää edellä mainittua lisäkerrointa $\gamma_\xi = 1{,}05$. Tulokseksi saadaan

$$G_d = G_k(1 - 0{,}3 \cdot 3{,}8 \cdot 0{,}1) = 0{,}89\ G_k \approx 0{,}9\ G_k \tag{8}$$

Sellaisessa harvinaisessa tilanteessa, jossa pysyvä kuorma vaikuttaa samaan suuntaan kuin muuttuvat kuormat, mutta pysyvän kuorman merkitys on pieni, voidaan yllä olevaa kaavaa käyttää varmuuskertoimen laskemiseen, jolloin saadaan

$$G_d = G_k(1 + 0{,}3 \cdot 3{,}8 \cdot 0{,}1) = 1{,}11\ G_k \approx 1{,}1\ G_k \tag{9}$$

MUUTTUVAT KUORMAT

Muuttuvien kuormien ominaisarvoja on käsitelty kahdella eri tavalla. Luonnonkuormien ominaisarvoksi on valittu vuosittaismaksimien 98 % fraktiiliarvo eli siis kerran 50 vuodessa esiintyvä arvo. Hyötykuormien ominaisarvoksi on valittu 50 vuoden toistumisarvon 95 % fraktiiliarvo eli siis kerran 1000 vuodessa esiintyvä arvo. Tämä siksi, että muuttuville kuormille on haluttu vain yksi varmuuskerroin. Muutoin olisi jouduttu pitämään eri varmuuskerroin luonnon- ja muilla hyötykuormilla.

Muuttuvien kuormien Q jakaumaksi on oletettu Gumbelin jakauma. Muuttuvien kuormien mitoitusarvoksi saadaan

$$Q_d = Q_m\{1 - V_Q \cdot F^{-1}[\Phi(-\alpha\beta)]\} \tag{10}$$

missä $F^{-1}[]$ = Gumbelin jakauman käänteisfunktio

$\Phi()$ = Normaalijakauma

Tavallisesti pysyvä kuorma sekä yksi muuttuva kuorma ovat samanarvoisia, jolloin molempia käsitellään kertoimella $\alpha_S = -0,7$. Sijoitetaan numeroarvot paikalleen, jolloin saadaan

$$\Phi(-\alpha\beta) = \Phi(-0,7 \cdot 3,8) = \Phi(2,66) = 1 - 0,003913 \tag{11}$$

$$F^{-1}[\Phi(2,66)] = -3,87 \tag{12}$$

$$Q_d = Q_m(1 + 3,87 \cdot V_Q) \tag{13}$$

Tähän lisätään vielä edellä esitetty kuorman laskentamallin epävarmuudesta ξ johtuva lisävarmuuskerroin 1,05, jolloin muuttuvan kuorman osavarmuuskertoimeksi saadaan lopullisesti

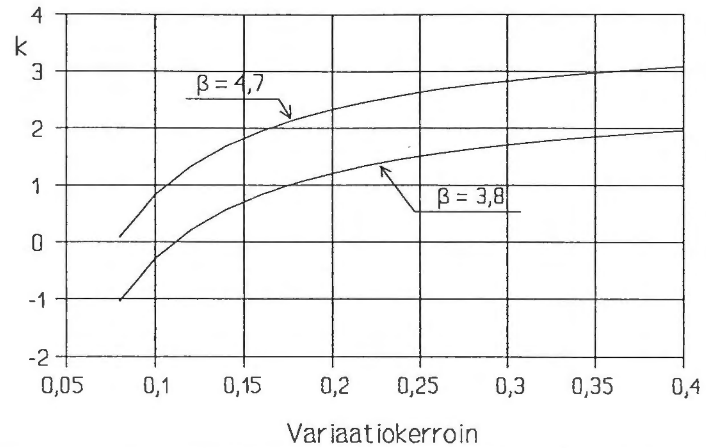
$$\gamma_Q = (1 + 3,87 \cdot V_Q) \cdot 1,05 \tag{14}$$

Eurocode 1 on yksinkertaisuuden vuoksi ottanut varmuuskertoimelle vakioarvon 1,5, jolloin muuttuvan kuorman ominaisarvo saadaan taaksepäin laskien mitoitusarvosta

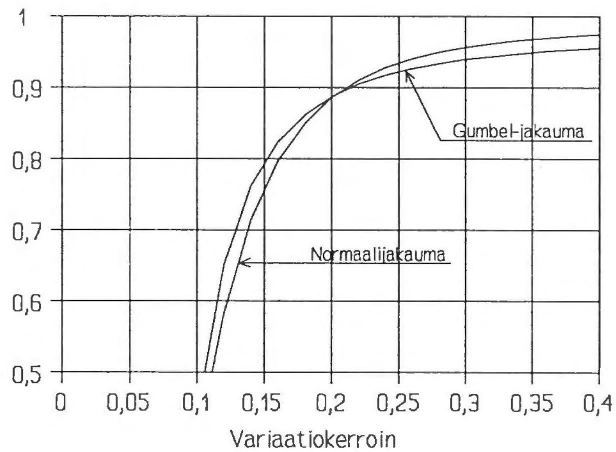
$$Q_k = Q_d/1,5 = Q_m(1 + 3,87 \cdot V_Q) \cdot 1,05/1,5 = Q_m(1 + k \cdot V_Q) \tag{15}$$

Kuvassa 3 lauseke on piirretty variaatiokertoimen funktiona. Selvemmin asia käy ilmi kun k-kerroin muutetaan vastaavaksi fraktiiliarvoksi, joka on tehty kuvassa 4. Nähdään, että variaatiokertoimen arvolla $V_Q > 0,2$ saadaan ominaisarvon määrittämistä varten fraktiiliksi lähes vakioarvo 95 %, jota siis Eurocode 1 käyttää muille muuttuville kuormille kuin luonnonkuormille. Tämä vastaa kuten edellä on todettu 1000 vuoden toistumisaikaa.

Mikäli käytetään ominaisarvona kerran vuodessa esiintyvää kuormaa, tulee samat laskelmat suorittaa varmuusindeksin arvolla $\beta = 4,7$. Tällöin kaavojen (11)...(13) tilalle saadaan



Kuva 3 *Ominaisarvon määräävä kerroin variaatiokertoimen funktiona.*



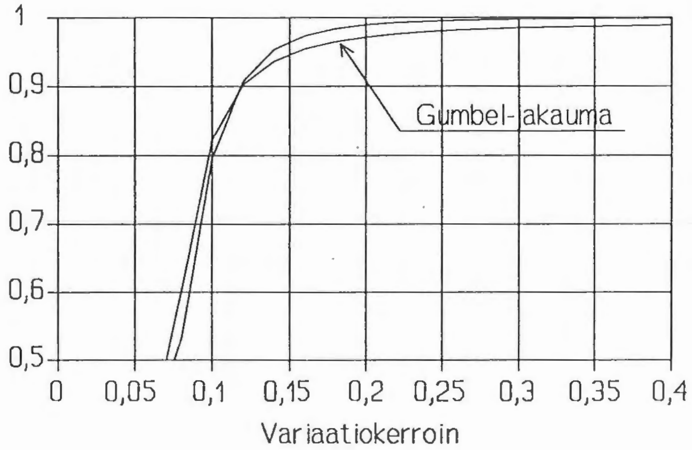
Kuva 4 *Varmuusindeksiä β = 3,8 vastaava fraktiiliarvo variaatiokertoimen funktiona.*

$$\Phi(-\alpha\beta) = \Phi(-0{,}7 \cdot 4{,}7) = \Phi(3{,}29) = 1 - 0{,}000504 \qquad (16)$$

$$F^{-1}[\Phi(3{,}29)] = -5{,}47 \qquad (17)$$

$$Q_d = Q_m(1 + 5{,}47 \cdot V_Q) \qquad (18)$$

Edelleen käyttäen vastaavasti lisävarmuuskerrointa $\xi = 1,05$ ja muuttuvan kuorman osavarmuuskerrointa 1,5, saadaan kuvan 4 vastaava kuva 5, josta todetaan fraktiilivaatimuksen tällöin olevan suunnilleen 98 % eli kerran 50 vuodessa esiintyvä arvo.

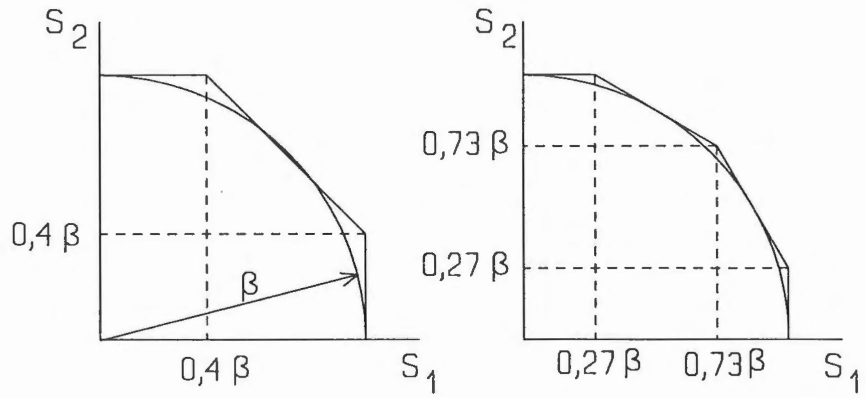


Kuva 5 *Varmuusindeksiä $\beta = 4,7$ vastaava fraktiiliarvo variaatiokertoimen funktiona.*

KUORMIEN YHDISTÄMINEN

Kun kokonaisvarmuustason halutaan olevan β, tulee yhdisteltäessä useampia kuormia niitä pienentää siten, että niiden yhteisvaikutus vastaa samaa vaurioitumistodennäköisyyttä kuin yhden kuorman tapaus. Tämä voidaan ratkaista ottamalla huomioon aina vuorotellen kaksi kuormaa, joiden yhteisvaikutus saadaan pienentämällä kummankin kuorman herkkyyskerrointa α tapauksessa, jossa molemmat kuormat ovat määrääviä, tai pienentämällä vain sen kuorman kerrointa, joka on vähemmän dominoiva.

Menetelmä on esitetty graafisesti kuvassa 6, jossa vasemmalla on esitetty Eurocode 1 normissa käytetty jälkimmäinen periaate vain toisen kuorman yhdistelykertoimen pienentäminen $\alpha = 0,4$. Mikäli molempien kuormien ollessa suunnilleen yhtä määrääviä käytetään vielä eri pienennyskerrointa, päädytään oikean puoleiseen kuvaan, jossa esitetään painotettujen fraktiilien menetelmässä[3] alun perin käytetyt kertoimet. Oikean puoleista kolmen kertoimen menetelmää Eurocode 1 ei käytä.



Kuva 6 *Kahden kuorman yhdistäminen.*

Valitaan kaksi muuttuvaa kuormaa Q_1 ja Q_2, joista edellinen on dominoiva. Tällöin edellä esitetyn (kaava 13) mukaisesti saadaan mitoituskuormat

$$Q_{1d} = Q_{1m}(1 + 3{,}87 \cdot V_{Q1}) \tag{19}$$

$$Q_{2d} = Q_{2m}(1 + 0{,}4 \cdot 3{,}87 \cdot V_{Q2}) = Q_{2m}(1 + 1{,}00 \cdot V_{Q2}) \tag{20}$$

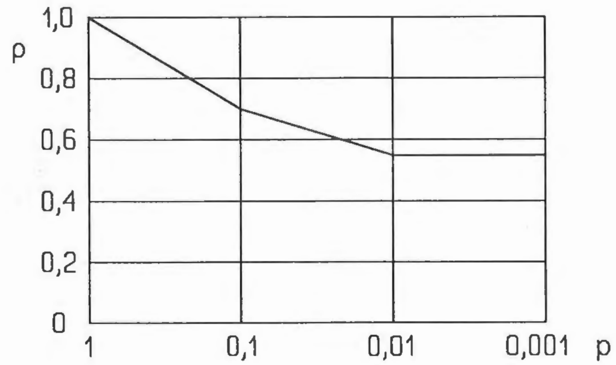
Koska yhdistely mitoituksessa tapahtuu ns. yhdistelykertoimen avulla, saadaan mitoittavaksi kuormaksi

$$Q_{1d} + Q_{2d} = Q_{1m}(1 + 3{,}87 \cdot V_{Q1}) + Q_{2m}(1 + 3{,}87 \cdot V_{Q2}) \tag{21}$$

jolloin käyttämällä kaavaa (20) saadaan laskettua

$$\psi_{02} = \frac{1 + 1{,}00 \cdot V_{Q2}}{1 + 3{,}87 \cdot V_{Q2}} \tag{22}$$

Tätä arvoa voidaan pitää ylärajana ja sitä käytetään tavallisille muuttuville kuormille (esim. rakennuksen hyötykuormat). Mikäli kuorma on kestoltaan lyhytaikainen kerrotaan kaavan (22) osamäärä luvulla ρ, joka ottaa huomioon kuorman esiintymistodennäköisyyden p (1 ≥ p > 0,55).



Kuva 7 *Kuormituksen pysyvyyden huomioiva kerroin*

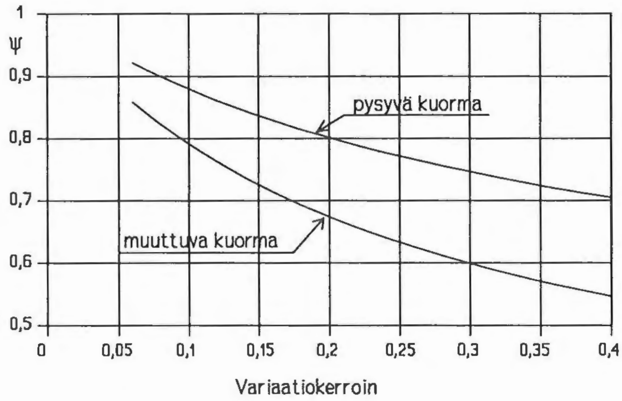
Vastaavasti, jos ajatellaan, että muuttuva kuorma on dominoiva verrattuna pysyvään kuormaan, ja pysyvälle kuormalle käytettäisiin yhdistelykerrointa, tulee pysyvän kuorman yhdistelykerroin laskea lausekkeiden (9) ja (4) osamäärästä eli

$$\psi_G = \frac{1 + 1{,}14 \cdot V_G}{1 + 2{,}66 \cdot V_G} \tag{23}$$

Lausekkeiden (22) ja (23) tulokset variaatiokertoimen funktiona on esitetty seuraavalla sivulla kuvassa 8. Kuviosta saadaan muuttuvan kuorman yhdistelykertoimen arvoksi $\psi \approx 0{,}6...0{,}7$ tyypillisillä muuttuvan kuorman variaatiokertoimen arvoilla ja pysyvän kuorman yhdistelykertoimen arvoksi $\psi \approx 0{,}9$, kun variaatiokerroin on 0,1.

LOPPUKOMMENTTI

Edellä on lyhyesti esitetty pääkohdat tavallisimpien osavarmuuskertoimien määräytymisperusteistä Eurocode 1 normissa. Todellisuudessa lienee kertoimet määritetty aikaisemmin muilla perusteilla ja nyt normin yhteydessä luotu olemassa oleville kertoimille teoreettinen tausta. Kuten lukijat huomaavat olisi helposti päädytty muihin kertoimiin tekemällä hieman erilaisia olettamuksia.



Kuva 8 *Yhdistelykerroin variaatiokertoimen funktiona.*

KIRJALLISUUTTA

[1] Eurocode 1: Basis of Design and Actions on Structures: Part 1: Bases of Design. CEN/TC250/N85. October 1992. 37 s.

[2] Suositukset kantavien rakenteiden kuormitus- ja varmuusmääräyksiksi. NKB-julkaisu nro 55 SF. Helsinki 1987. 93+51 s.

[3] Paloheimo E. & Hannus M., Structural design based on weighted fractiles., Proc. Am. Soc. Civ. Engrs. - J. Struct. Div., 1974.

SUMMARY

The article describes the determination of the reliability bases for the European standards (Eurocodes) for structural design using semi-probabilistic (level 2) methods. Eurocodes will be ready for voluntary test use during 1992...1995. Later they will probably replace a part of the structural design codes in The Finnish Building regulations.