

## ÄÄNEN JA TÄRINÄN ETENEMINEN RAKENNUSRUNGOSSA

Jukka Linjama

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 24  
No 1 1991, ss. 45 - 54

**TIIVISTELMÄ:** Esityksessä tarkastellaan rakenteita pitkin etenevän värähtelyn (runkoäänen) välittymisen perusteita. Homogeenisissa palkki- ja levyrakenteissa välittyvät aaltotyypit esitellään. Myös mittaustekniikkaa, runkoäänen etenemisen mittaamista ns. intensiteettimenetelmällä esitellään lyhyesti.

### JOHDANTO

Rakennusten ääneneristyksen hyvyteen vaikuttaa ratkaisevasti rakenteissa etenevän värähtelyn, runkoäänen välittyminen paikasta toiseen. Eräs lähestymistapa runkoäänen etenemisen analysoinnissa on **aaltoilmiötarkastelu**. Tällöin tarkastellaan useimmiten aika-harmonista, tietyllä taajuudella kerrallaan tapahtuvaa värähtelyä. Kun värähtelyn etenemisnopeus tunnetaan, tiedetään aallonpituus kiinnostavalla taajuusalueella. Vertaamalla aallonpituutta rakenteen tyypillisiin dimensioihin on mahdollista saada kvalitatiivinen kuva värähtelyn luonteesta.

Toisin kuin ilmassa tai nesteissä etenevä ääni, kiinteässä aineessa välittyvä värähtely voi edetä eri muotoina, erilaisina aaltotyyppinä. Geometrialtaan yksikertaisissa rakenneselementeissä, kuten levyissä ja palkeissa, voidaan erottaa vielä niille ominaisia, geometriasta johtuvia aaltotyyppisiä. Kullekin aaltotyypille on ominaista tietty aaltorintaman etenemisnopeus (vaihenopeus). Toinen aaltotyypille ominainen suure on ns. aaltoimpedanssi, jota voidaan käyttää esim. aallon heijastumisen kuvaamisessa.

Tähän esitykseen on koottu yhteen runkoäänen etenemisominaisuuksia perusteita pääasiassa lähteiden [1,2] perusteella. Esitettävien ideaalitapausten toivotaan auttavan jäsentämään runkoäänen osalta ääneneneristysongelmien fysikaalista taustaa.

## PERUSAALTOTYYPIT HOMOGEENISISSA RAKENTEISSA

Seuraavassa esitellään värähtelyn etenemistä elastisessa, häviöttömäksi oletetussa väliaineessa, kolmessa geometrialtaan erilaisessa perustapauksessa.

### Eteneminen kolmessa dimensiossa

Tässä homogeenisella väliaineella tarkoitetaan kappaletta, jonka dimensiot ovat vähintään usean aallonpituuden mittaisia. Käytännössä tällainen tilanne on rakenteissa voimassa vasta hyvin suurilla taajuuksilla (ultraäänillä), tai värähtelyn edetessä syvällä maaperässä.

Homogeenisessa väliaineessa värähtely välittyy kahtena aaltotyyppinä [1,2]: **pitkittäisinä aaltoina** (longitudinal, compressional waves), ja **poikittaisina aaltoina** (transverse, shear waves).

Pitkittäisaallolla energia välittyy aallon etenemissuunnassa tapahtuvana liikkeenä ja normaalijännityksinä, ks. kuva 1. Pitkittäisaallon etenemisnopeus on [2]

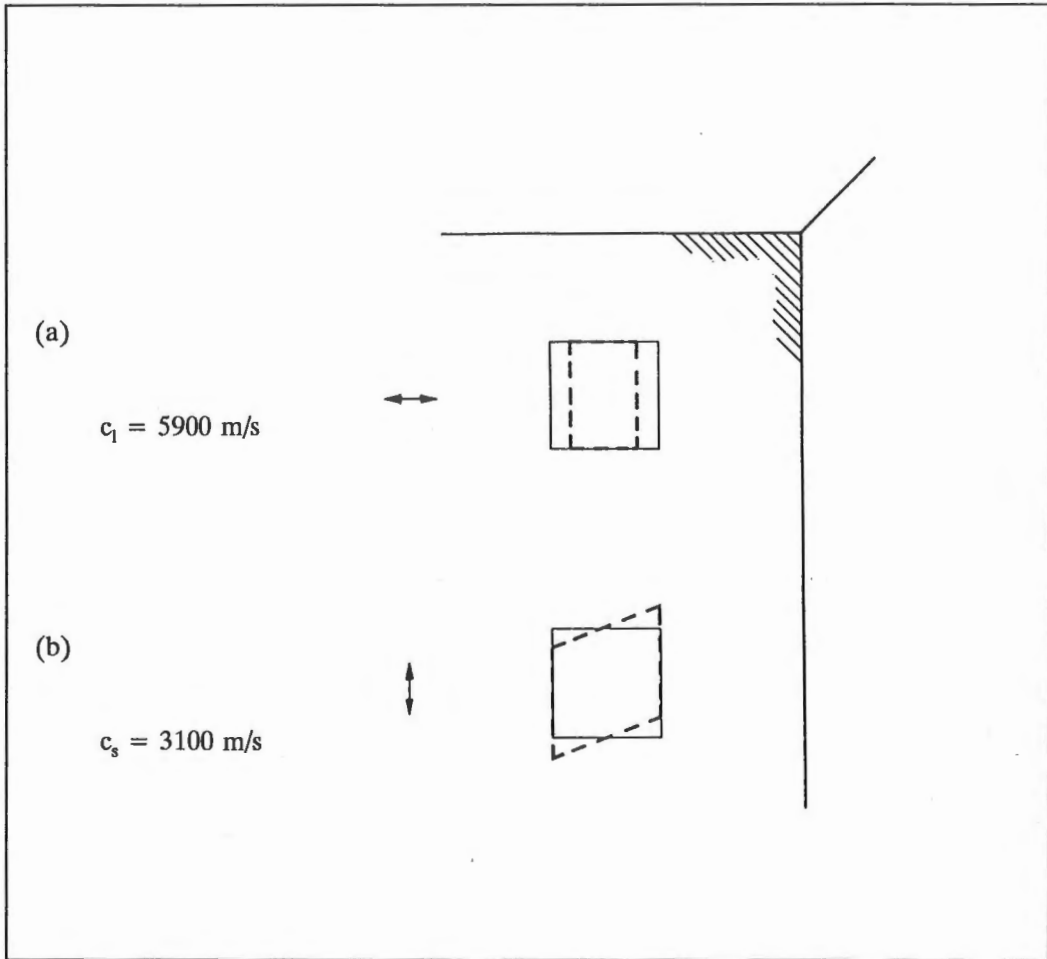
$$c_l = \left( \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} E/\rho \right)^{1/2} \quad (1)$$

missä  $E$  = kimmomoduli,  $\nu$  = Poissonin vakio ja  $\rho$  = tiheys. Käytännön materiaaleilla värähtelyenergia etenee kaikista nopeiten pitkittäisaaltona [1]. Esimerkiksi teräksellä  $c_l = 5900$  m/s.

Poikittaisaallolla liiketila on etenemissuuntaan nähden kohtisuorassa (ks. kuva 1), ja jännitykset puhtaita leikkausjännityksiä. Poikittaisaallon etenemisnopeus on [2]

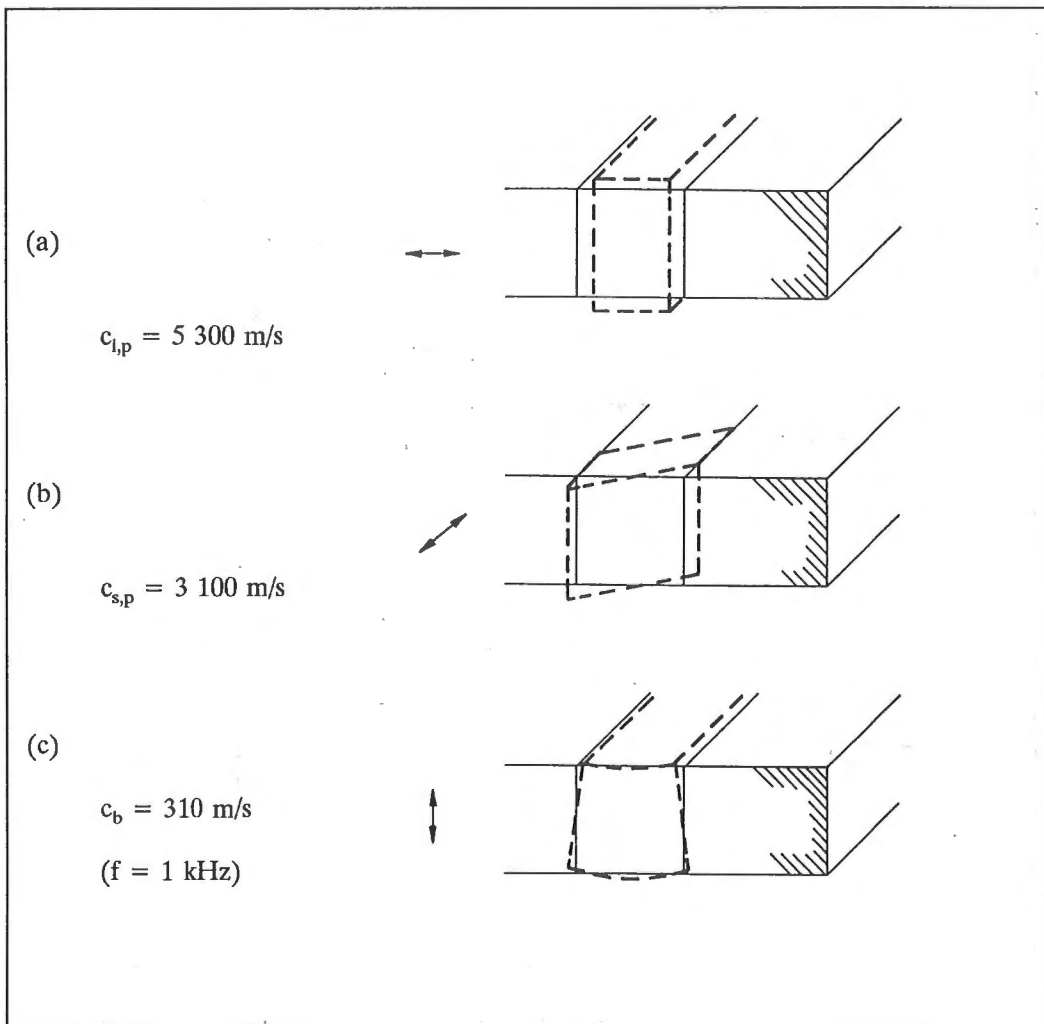
$$c_s = \left( \frac{1}{2(1+\nu)} E/\rho \right)^{1/2} \quad (2)$$

Teräksellä  $c_s = 3100$  m/s, joka on n. puolet pitkittäisen värähtelyn etenemisnopeudesta.



Kuva 1. Värähtelyn eteneminen elastisessa väliaineessa. (a) pitkittäisaalto, (b) poikittaisaalto. Aallon etenemissuunta vasemmalta oikealle; nuolet kuvaavat värähtelyn suuntaa. Esimerkkinä aaltotyyppien etenemisnopeudet teräksellä ( $E = 210$  GPa,  $\nu = 0,3$  ja  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>).

Pitkittäinen ja poikittainen aalto ovat ainoat puhtaasti tasoaaltona etenevät aaltomuodot kiinteässä aineessa. Näiden lisäksi on tässä yhteydessä mainittava homogeenisen väliaineen rajapinnassa etenevä ns. Rayleigh-aalto [1]. Tämän pinta-aallon etenemisnopeus on hieman pienempi kuin väliaineen poikittaisaallon etenemisnopeus.



Kuva 2. Värähtelyn eteneminen ohuessa levyssä. (a) pitkittäisaalto, (b) poikittäisaalto, (c) taivutusaalto. Aallon etenemissuunta vasemmalta oikealle; nuolet kuvaavat pääasiallista värähtelyn suuntaa. Esimerkkinä aaltotyyppien etenemisnopeudet 1 cm paksuisessa teräslevyssä.

## Eteneminen kahdessa dimensiossa (levy)

Tarkastellaan tasaista (ohutta) levyä tai laattaa, jonka paksuus  $h$  olkoon kaikkia tarkasteltavia aallonpituuksia pienempi, ts. tarkastellaan matalia taajuuksia.

Levyissä etenee kolme aaltotyyppiä: **pitkittäisaalto** (quasi-longitudinal wave), **poikittaisaalto** ja **taivutusaalto** (bending wave, flexural wave), ks. kuva 2.

Levyn tasossa värähtelevät pitkittaiset ja poikittaiset aallot käyttäytyvät samaan tapaan kuin homogeenisessa väliaineessa. Poikittaisen aallon etenemisnopeus on sama

$$c_{s,p} = c_s \quad (3)$$

mutta pitkittäisen aallon etenemisnopeus on hieman hitaampi kuin suuren kappaleen sisällä [2],

$$c_{l,p} = \left( \frac{1}{1+\nu^2} E/\rho \right)^{1/2} \quad (4)$$

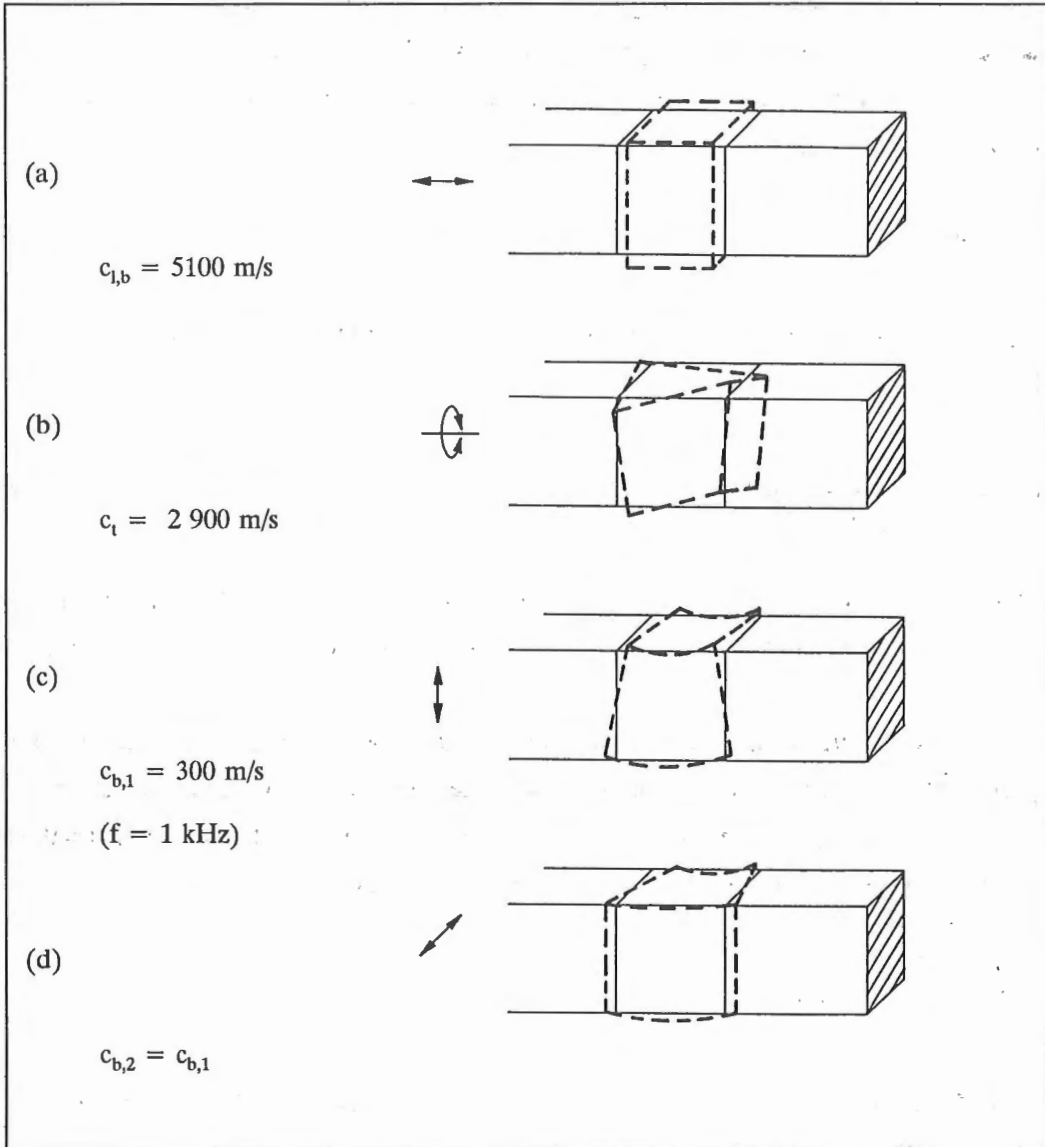
Hitaampi eteneminen johtuu Poissonin kontraktiosta (levyn pinnat värähtelevät vähän myös etenemissuuntaan nähden kohtisuoraan - tästä nimitys quasi-longitudinal). Teräksellä  $c_{l,p} = 5\,300$  m/s.

Taivutusaalto on tavallaan sekoitus pitkittäistä ja (levyn tasoa vastaan kohtisuoraa) poikittaista värähtelyä. Liike tapahtuu pääasiassa levyn tasoa vastaan kohtisuoraan, ja tästä syystä tämä aaltotyyppi on hyvin tärkeä äänen säteilijänä ja vastaanottajana. Taivutusaallolle on ominaista, että etenemisnopeus (vaihenopeus) on taajuudesta  $f$  riippuva [2],

$$c_b = \left( \frac{D}{\rho h} \right)^{1/4} (2\pi f)^{1/2} \quad (5)$$

missä  $D =$  levyn taivutusvastus  $Eh^3/12(1+\nu)^2$ . Matalataajuiset värähtelyt etenevät hyvin hitaasti. Esim. 1 cm paksuisella teräslevyllä taivutusaallon vaihenopeus on 1 kHz taajuudella 310 m/s. Vaihenopeuden taajuusriippuvuudesta (dispersiosta) johtuen taivutusaallona välittyvä energia etenee eri nopeudella, ns. ryhmänopeudella (joka on tässä tapauksessa kaksinkertainen vaihenopeuteen nähden).

Suurilla taajuuksilla levyn sivuttaisvärähtely ei ole puhdasta taivutusaaltoa: vaihenopeus ei kasva rajatta kaavan (5) mukaan, vaan ylärajana on poikittaisaallon nopeus [2]. Levyissä eteneviä aaltotyyppiä ylempillä taajuuksilla käsittelee tuore artikkeli [3].



Kuva 3. Värähtelyn eteneminen ohuessa palkissa. (a) pitkittäisaalto, (b) vääntöaalto, (c) ja (d) kaksi keskenään ortogonaalista taivutusaaltoa. Esimerkkinä aaltotyyppien etenemisnopeudet 1 cm x 1 cm paksuisessa teräspalkissa.

## Eteneminen yhdessä dimensiossa (palkki)

Ajatellaan ideaalinen palkki tasaisesta levystä leikatuksi viipaleeksi, jonka poikkileikkauksen dimensiot  $b$  ja  $h$  ovat huomattavasti aallonpituutta lyhyempiä (riittävän matalat taajuudet).

Palkissa etenee 4 eri aaltotyyppiä: **pitkittäisaalto**, **vääntöaalto** (torsional wave), ja **kaksi** toisiaan vastaan ortogonaalista **taivutusaaltoa**, ks. kuva 3.

Pitkittäisen aallon etenemisnopeus on edelleen hieman hitaampi kuin levyissä, johtuen Poissonin kontraktiosta kahdessa suunnassa [2]

$$c_{l,b} = (E/\rho)^{1/2} \quad (6)$$

Teräksellä  $c_{l,b} = 5100$  m/s.

Vääntövärähtelyn etenemisnopeus on [2]

$$c_t = (GJ/I_p)^{1/2} \quad (7)$$

missä  $GJ$  = palkin vääntöjäykyys ja  $I_p$  = poikkileikkauksen polaarinen hitausmomentti pituusyksikköä kohti. Esimerkiksi 1 cm x 1 cm teräspalkilla  $c_t = 2900$  m/s. Vääntövärähtelyn etenemisnopeus on suurimmillaan poikkileikkaukseltaan pyörähdysymmetrisellä palkilla, jolla se on sama kuin materiaalin poikittaisen aallon etenemisnopeus  $c_s$ .

Palkin taivutusvärähtely voidaan jakaa sen poikkileikkauksen pääjäyhyysakselien suunnassa oleviin komponentteihin. Näiden etenemisnopeudet (vaihenopeudet) ovat

$$c_{b,1} = \left( \frac{EI_1}{m} \right)^{1/4} (2\pi f)^{1/2} \quad (8)$$

ja

$$c_{b,2} = \left( \frac{EI_2}{m} \right)^{1/4} (2\pi f)^{1/2} \quad (9)$$

missä  $I$  = pääjäyhyys ( $I_1$  ja  $I_2$ ) ja  $m$  = palkin massa pituusyksikköä kohti. Esimerkiksi 1 cm x 1 cm teräspalkilla  $c_{b,1} = c_{b,2} = 300$  m/s 1 kHz taajuudella.

## IMPEDANSSI

Värähtelyenergia siirtyy kahden suureen, dynaamisen suureen (jännitys, voima tai momentti) ja kineettisen suureen (nopeus, kulmanopeus) välittämänä. Esimerkiksi pistemäisen voiman siirtämä mekaaninen teho saadaan voiman ja sen suuntaisen nopeuden tulona,  $P = F \cdot v$ . **Impedanssi** taas kertoo näiden, tehon välitykseen osallistuvien suureiden suhteen,  $Z = F/v$ . Joskus käytetään impedanssin käänteisarvoa, mobiliteettia.

Kullekin aaltotyyppille voidaan määritellä käsite **aaltoimpedanssi** (tai karakteristinen impedanssi), aaltotyyppille luonteenomaisen dynaamisen suureen ja sitä vastaavan kineettisen suureen suhteena vapaasti etenevälle aallolle. Impedanssin käsite on hyödyllinen runkoäänien heijastuksen ja etenemisen tarkastelussa.

Kun aalto kohtaa rajapinnan tai reunaehdon, esim. levyjen liitoksen, tapahtuu heijastus. Heijastuksen voimakkuus riippuu reunaehdon impedanssien ja aaltomuodon aaltoimpedanssin epäsovituksesta. Jos impedanssit ovat samaa suuruusluokkaa, suurin osa energiasta jatkaa eteenpäin. Jos taas impedanssit ovat huomattavan erisuuria, vain murto-osa energiasta etenee ja suurin osa heijastuu takaisin. Rajapinnassa reunaehdot määräävät, minä aaltomuotona energia heijastuu takaisin ja välittyy eteenpäin. Erikoistapauksille, esim. kohtisuoraan levyjen liitokseen saapuvalla taivutusaallolle on laskettu heijastus- ja läpäisykertoimia [esim. 1].

Periaatteessa runkoäänien etenemistä voidaan vähentää joko rakennneosien impedanssien epäsovituksella (esim. joustavat liitokset) tai lisäämällä häviöitä (häviölliset, viskoelastiset ym. materiaalit). Yleensä pelkkä impedanssien epäsovitus ei riitä, koska tällöin syntyvät voimakkaat edestakaiset heijastukset johtavat yleensä ongelmallisiin, voimakkaisiin resonansseihin.

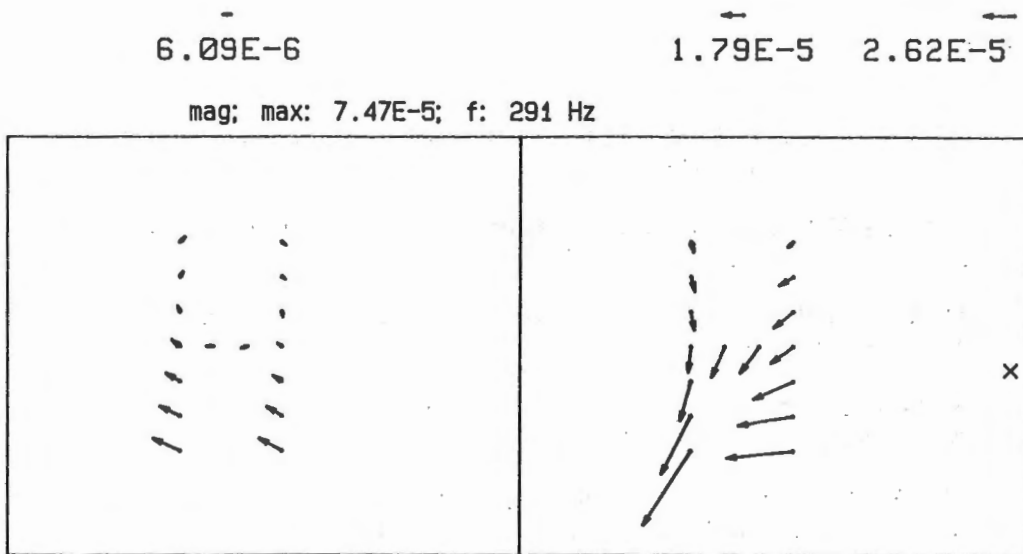
## RUNKOÄÄNEN MITTAAMISESTA

Perinteisillä mittaamenetelmillä runkoäänien etenemistä on pystytty mittaamaan vain epäsuorasti, värähtelytasojen vertailulla. Uudella mittaustekniikalla, **värähtelyn intensiteettimitauksilla**, on mahdollista suoraan selvittää värähtelyenergian etenemissuunta ja voimakkuus. Tällaisilla mittauksilla voidaan käytännön meluntorjunnassa selvittää runkoäänien siirtymä-



teitä ja tärinän lähteiden sijaintia ja voimakkuutta. Ensimmäiset tärinäintensiiteettimittaukset tehtiin jo 60-luvun lopulla [4], mutta vasta viime vuosikymmenellä näiden menetelmien teoreettinen ja kokeellinen kehittäminen on saavuttanut laajempaa jalansijaa. Eräs syy tähän kehitykseen on kaupallisten mittalaitteiden (erityisesti FFT-analysaattoreiden) kehittyminen ja yleistyminen.

Mittauksissa käytetään kahta tai usempaa lähekkäistä kiihtyvyyssanturia. Yksinkertaisissa rakenteissa, tyypillisesti palkki- ja levyrakenteissa, eri aaltotyyppien välittämä värähtelyteho on mahdollista mitata. Tulevaisuudessa koskettamattomien mittasondien (esim. laserdoppler) kehittyminen helpottaa käytännön mittauksiin liittyviä hankaluuksia antureiden kiinnityksineen. Tärinän intensiteettimittauksiin liittyvää tutkimusta ja käytännön sovelluksia on tehty myös Suomessa [5,6,7]. Kuvassa 4 on esimerkki levyrakenteessa taivutusaaltona välittyvän energian intensiteettimittauksesta (liittyy vielä julkaisemattomaan tutkimukseen) käyttäen kiihtyvyyssanturiparia.



Kuva 4. Esimerkki levyrakenteessa taivutusaaltona välittyvän energian intensiteettimittauksesta käyttäen kiihtyvyyssanturiparia. Intensiiteettijakauma 291 Hz taajuudella kahdesta 5 mm teräslevystä (0,6 m x 0,5 m) koostuvassa vapaasti tuetussa koerakenteessa. Kohtisuora pistemäinen voimaheräte oikeanpuoleisessa levyssä (x), toisen levyn vasemmassa reunassa on vaimenninlevy, johon energia menee. Päällä olevat lukemat kuvaavat kyseisellä taajuudella herätepisteessä mitattua mekaanista tehoa (W) ja intensiteettimittauksista laskettua kummassakin levyssä vaakasuoraan suuntaan etenevää tehoa.

## LOPPUHUOMIOTA

Käytännössä edellä käsitellyt ideaaliset levyn ja palkin tapaukset ovat sovellettavissa matalilla taajuuksilla, kuitenkin lähes koko ääneneristymielessä kiinnostavalla taajuusalueella. Esimerkiksi 20 cm paksuisella betonilaatalla taivutusaallon yhtälö (5) pätee n. 1000 Hz taajuuksiin asti, ja muiden aaltotyyppien osalta vielä ylemmäs. Suuremmilla taajuuksilla, kun aallonpituus alkaa olla rakenteen dimensioiden suuruusluokkaa, analyysissa tarvitaan uusia aaltomuotoja, joiden erikoistapauksia matalan taajuuden approksimaatiot ovat.

Oman tarkastelunsa vaativat epähomogeeniset ja epäisotrooppiset materiaalit tai rakenteet, esim. teräsbetoni, puu, komposiittirakenteet ym. Samoin hankalimmat geometriat, esim. kuorirakenteet ovat huomattavasti monimutkaisempia käsitellä kuin tasainen levy. Näillä alueilla tarvitaan vielä tutkimusta, ennen kuin runkoäänen etenemistä voidaan mitata värähtelyintensiiteettitekniikalla kaikissa käytännön tapauksissa.

## VIITTEET

1. L. CREMER, M. HECKL, and E. E. UNGAR Structure-borne sound. Berlin: Springer, 2nd edition 1988, 573 s.
2. F. J. FAHY, Sound and structural vibration. Radiation, transmission and response. London: Academic Press 1985, 309 s.
3. MAYSENHÖLDER, W., Rigorous computation of plate-wave intensity, *Acustica* 72(1990), s. 166-179.
4. NOISEUX, D. U., Measurement of power flow in uniform beams and plates. *J. Acoust. Soc. Am.* 47(1970)1(2), s. 238 - 247.
5. LINJAMA, J. & LAHTI, T., Measurement of the bending wave power flow by the structural intensity technique. VTT Tutkimuksia 583, Espoo 1989, 52 s. + liitt. 2 s.
6. LAHTI, T. & LINJAMA, J., Measurement of reflection and impedance in a beam by the structural intensity technique. VTT Tutkimuksia 625, Espoo 1989, 60 s. + liitt. 3 s.
7. SORAINEN, E. & RYTKÖNEN, E., Determination of propagation paths of vibration in the floor of a control room using vibration intensity measurements. *Applied Acoustics* 26(1989), s. 1-7.

Jukka Linjama, VTT/Instrumenttitekniikan laboratorio