

SEA-MALLIT (TILASTOLLINEN ENERGIA-ANALYYSI)

Pertti Hynnä

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 24
No 1 1991, ss. 83 - 92

TIIVISTELMÄ: Artikkelissa tarkastellaan lyhyesti tilastollisen energia-analyysin SEA:n (Statistical Energy Analysis) periaatteita. Kahden elementin SEA-mallille ja yleiselle n-elementtiselle mallille esitetään tehotasapainoyhtälöt. Energiaa, syöttötehoa ja SEA-parametreja ja niiden merkitystä käsitellään. Yleinen menetelmä rakenteen mallittamiseksi solmujen ja niihin liittyvien elementtien avulla esitetään, mikä pienentää mallitustyötä. Lopuksi tarkastellaan SEA-sovelluksia rakenteiden ääneneristysongelmissa.

JOHDANTO

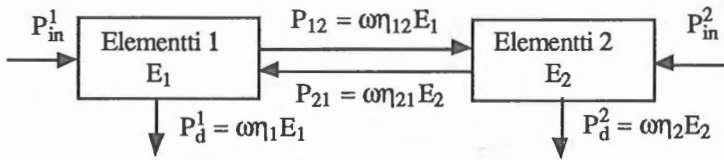
Tilastollinen energia-analyysi (Statistical Energy Analysis, SEA) on lähestymistapa tarkasteltaessa monimutkaisten resonanssissa olevien rakenteiden värähtelyä. Se mahdollistaa energiavirtauksen laskemisen resonoivien toisiinsa kytkeytyvien rakenteiden, kuten levyjen ja palkkien välillä tai levyjen ja diffuusin äänikentän välillä. SEA alkoi kehittyä 1950- ja 60-lukujen vaihteessa [1]. Sana tilastollinen korostaa sitä, että analysoitavat järjestelmät oletetaan saaduiksi tilastollisista populaatioista, joiden dynaamisilla parametreilla on tunnetut jakautumat. Energia (liike- ja potentiaalienergioiden pitkäaikaiskeskiarvojen summa) on valittu riippumattomaksi dynaamiseksi muuttujaksi, koska tällöin jako mekaaniseen ja akustiseen järjestelmään häviää. Muut dynaamiset muuttujat, kuten siirtymä, paine, jne., saadaan värähtelyn energiasta. Sana analyysi korostaa sitä, että SEA on lähestymistapa ongelmiin pikemmin kuin tietty tekniikka ja siten siinä käytetään apuna muita sekä analyttisiä että kokeellisia menetelmiä [1].

SEA-menetelmän ensimmäiset sovellukset olivat lentokoneenrakennuksessa ja avaruustekniikassa [1]. Varsin nopeasti ilmestyi SEA-malleja myös ääneneristävyuden laskemiseksi esimerkiksi yksinkertaiselle seinälle vuonna 1969 [2] ja kaksinkertaiselle seinälle vuonna 1970 [3]. Suomessa SEA-malleja on sovellettu esimerkiksi tehdasrakennusten runko- ja ilmäänen laskentaan [4] ja runkoäänen etenemisen ennustamiseen laivan hitsatussa teräsrakenteessa esim. [5, 6, 7, 8].

TEHOTASAPAINOYHTÄLÖT

Sovellettaessa SEA-menetelmää rakenne jaetaan elementteihin siten, että kukin elementti on samanlaisten energiaa varastoivien värähtelymuotojen (esim. taivutusaaltojen tai pitkittäisten aaltojen) muodostama ryhmä. Jako noudattaa usein myös geometrisia rakenne-elementtirajoja.

Tarkastellaan tehovirtausta kahden kytketyn elementin välillä, kun kumpaakin herättää tilastollisesti riippumaton laajakaistainen lähde (kuva 1). Tällöin tehotasapainoyhtälöt ovat [1]:



Kuva 1. Kahden elementin SEA-malli.

$$P_{in}^1 = \omega\eta_1 E_1 + \omega\eta_{12} E_1 - \omega\eta_{21} E_2, \quad (1)$$

$$P_{in}^2 = \omega\eta_2 E_2 + \omega\eta_{21} E_2 - \omega\eta_{12} E_1, \quad (2)$$

joissa P_{in}^i on syöttöteho elementtiin i , ω kulmataajuus, η_i elementin i sisäinen häviökerroin, η_{ij} kytkentähäviökerroin elementistä i elementtiin j ja E_i elementin i kokonaisenergia. Matriisimuodossa yhtälöt (1) ja (2) voidaan esittää

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{in}^1 \\ P_{in}^2 \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Toinen tärkeä yhtälö SEA-menetelmässä on yhteensopivuus- eli resiprookkisuuusyhtälö

$$\eta_{ij} n_i = \eta_{ji} n_j, \quad (4)$$

missä η_{ij} on kytkentähäviökerroin elementistä i elementtiin j , n_i elementin i ominaismuototiheys (värähtelyn ominaismuotojen lukumäärä taajuusyksikköä kohti), vastaavasti η_{ji} on kytkentähäviökerroin elementistä j elementtiin i ja n_j elementin j ominaismuototiheys.

Stationäärisessä tilassa erillistaajuudella herätetty yksittäinen värähtelijä kuluttaa syöttötehon suuruisen häviötehon [9]

$$P_d = c_v \dot{x}^2 = 2\zeta \omega_n m \dot{x}^2 = 2\zeta \omega_n E = \frac{\omega_n E}{Q} = \omega_n E \eta, \quad (5)$$

missä c_v on viskositeettivaimennuskerroin (lineaarisen järjestelmän liikettä vastustavan voiman ja liikkeen nopeuden osamäärä), \dot{x} värähtelynopeus, ζ vaimennussuhde (vaimennuskertoimen ja kriittisen vaimennuskertoimen suhde), ω_n ominaiskulmataajuus, m värähtelijän massa, E varastoitunut kokonaisenergia, Q hyvyysluku (värähtelevän järjestelmän kokonaisenergian suhde jakson aikana kuluneeseen energiaan kerrottuna 2π :llä) ja η häviökerroin. Tehon kulutuksen käsitteet voidaan laajentaa taajuuskaistalla värähtelevien värähtelijöiden ryhmälle. Tällöin

$$P_d = \frac{\omega E}{Q} = \omega E \eta, \quad (6)$$

missä ω on kaistan keskikulmataajuus ja η kaistan sisältämien värähtelymuotojen keskimääräinen häviökerroin [9]. Tehovirtauksen aikakeskiarvo kytkettyjen elementtien välillä on verrannollinen niiden värähtelyjen kokonaisenergioiden aikakeskiarvojen erotukseen, siten [1]

$$\bar{P}_{ij} = \beta (\bar{E}_i - \bar{E}_j), \quad (7)$$

missä \bar{E}_i on värähtelijän i energian aikakeskiarvo ja β verrannollisuuskerroin. Yhteensopivuusehtoa (4) käyttäen saadaan matriisiyhtälön (3) yleiseen esitykseen symmetrinen häviökerroinmatriisi [10]

$$\omega \begin{bmatrix} (\eta_1 + \sum_{i=1}^k \eta_{1i})n_1 & -\eta_{12}n_1 & -\eta_{13}n_1 & \dots & -\eta_{1k}n_1 \\ -\eta_{21}n_2 & (\eta_2 + \sum_{i=2}^k \eta_{2i})n_2 & -\eta_{23}n_2 & \dots & -\eta_{2k}n_2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ -\eta_{k1}n_k & & & (\eta_k + \sum_{i=k}^k \eta_{ki})n_k & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \\ \vdots \\ \bar{E}_k \\ \bar{n}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \vdots \\ \bar{P}_k \end{pmatrix} \quad (8)$$

Yhtälön (8) häviökerroinmatriisi voidaan koota ja itse yhtälö ratkaista elementtimenetelmässä sovellettuja menetelmiä käyttäen [8]. Tämän lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisuna saadaan elementtien energiat tietyllä kulmataajuudella, kun syöttötehötiedot ja häviökerroinmatriisin muodostamiseen tarvittavat tiedot tunnetaan.

SEA-PARAMETRIT

Ominaisuusmuotoiheyttä, sisäistä häviökerrointa ja kytkentähäviökerrointa kutsutaan SEA-parametreiksi. Niiden määrittäminen on tärkeä tehtävä sovellusten kannalta. Monille rakenne-elementeille on johdettu ominaisuusmuotoiheyden lausekkeet ks. esim. [1, 10, 11]. Sisäisen häviökertoimen arvoja on vastaavasti esitetty esim. viitteissä [1, 12, 13] ja kytkentähäviökertoimelle vastaavasti viitteissä [1, 12].

ENERGIA JA SYÖTTÖTEHO

Diffuusissa äänikentässä tilaelementin kokonaisenergia on [1]

$$E = \frac{\langle \bar{p}^2 \rangle V}{\rho c^2}, \quad (9)$$

missä $\langle \bar{p}^2 \rangle = \langle p_{rms}^2 \rangle$ on äänenpaineen tehollisarvon neliön avaruuskeskiarvo, V elementin tilavuus, ρ ilman tiheys ja c äänen nopeus ilmassa. Rakenne-elementin energia saadaan yhtälöstä

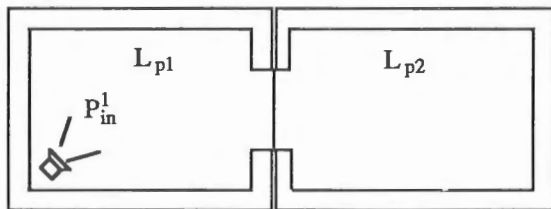
$$E = \langle \bar{v}^2 \rangle m^* S, \quad (10)$$

missä $\langle \bar{v}^2 \rangle = \langle v_{rms}^2 \rangle$ on värähtelyn nopeuden tehollisarvon neliön pintakeskiarvo, m^* pinta-alamassa ja S elementin pinta-ala (toinen puoli). Yhtälöiden (9) ja (10) avulla voidaan laskea elementille tyypistä riippuen joko äänenpaine tai värähtelyn nopeus. Muita suureita voidaan määrittää, jos riippuvuus energiasta tunnetaan [1, 9]. Syöttöteho voidaan arvioida laskennallisesti tai voidaan käyttää mitattuja arvoja.

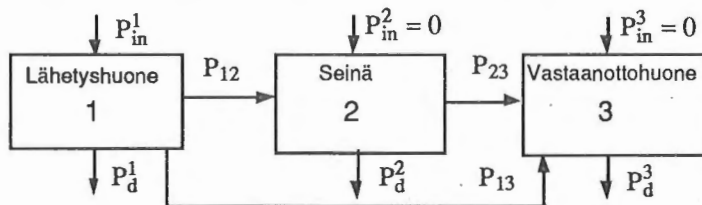
SEA-MALLI ÄÄNENERISTÄVYYDELLE

YKSINKERTAINEN SEINÄ

Tarkastellaan seinää kahden kaiuntahuoneen välissä (kuva 2) ja vastaavaa lohkokaaviota (kuva 3).



Kuva 2. Seinän ääneneristävyyden määrittäminen kaiuntahuoneita käyttäen.



Kuva 3. Seinää kaiuntahuoneiden välissä kuvaava SEA-malli.

Tätä SEA-mallia käyttäen voidaan johtaa seinän ääneneristävyydelle yhtälö [2]

$$\begin{aligned}
 R = & 10 \lg [\eta_3 + (n_1/n_3)\eta_{13} + (n_2/n_3)\eta_{rad}] \\
 & - 10 \lg [\eta_{13} + \eta_{rad}^2(n_2/n_1)/(\eta_{int} + 2\eta_{rad})] - 10 \lg (V_1/V_3) \\
 & + 10 \lg \left[\frac{A_p c T_3}{24 V_3 \ln(10)} \right].
 \end{aligned} \tag{11}$$

Yhtälöön (11) SEA-parametrit saadaan seuraavasti [2]:

$$\eta_3 = \frac{2,2}{f T_3}, \tag{12}$$

missä f on taajuus ja T_3 vastaanottohuoneen mitattu jälkikaiunta-aika. Ominaismuototiheydet $n(f) = n(\omega)d\omega/df$ kaiuntahuoneille (tilaelementeille) saadaan yhtälöstä

$$n_i(f) = \frac{4\pi f^2 V_i}{c^3}, \quad (13)$$

missä V_i on huoneen i tilavuus ja c äänen nopeus ilmassa. Paneelin ominaismuototiheys saadaan yhtälöstä [1]

$$n_2(f) = \frac{\sqrt{3}A_p}{hc_1}, \quad (14)$$

missä A_p on paneelin ala, h sen paksuus ja c_1 pitkittäisen aallon nopeus paneelin materiaalissa. Massalain mukainen ääneneristävyys R_d diffuusissa kentässä on [13]

$$R_d = R_0 - 10 \lg [0,23R_0] \text{ dB}, \quad (15)$$

missä tulokulmalle $\phi = 0$ seinän ääneneristävyys R_0 on

$$R_0 = R(\phi = 0) = 10 \lg [1 + (\omega m''/2\rho c)^2] \approx 20 \lg (m''f) - 42 \text{ dB}, \quad (16)$$

missä ω on kulmataajuus, m'' seinän pinta-alamassa, ρ ilman tiheys, c äänen nopeus ilmassa ja f taajuus. Tällöin ei-resonoivan massalain mukaisen läpäisyn kytkentähäviökerroin η_{13} saadaan yhtälöstä

$$10 \lg \eta_{13} = -R_d + 10 \lg \left(\frac{A_p c}{4V_1 \omega} \right), \quad (17)$$

missä A_p on paneelin ala (toinen puoli). Jotta matalilla taajuuksilla saadaan parempi yhteensopivuus mitattujen arvojen kanssa Elmallyany [14] on esittänyt R_d :lle korjaustermiä

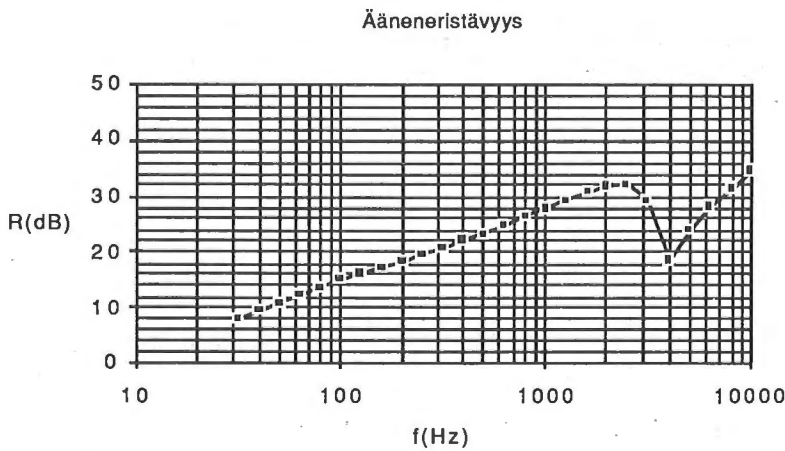
$$\Delta R = 5 \left(\frac{\omega r}{2,3c} \right)^{-0,72} \text{ dB}, \quad (18)$$

missä r on puolet seinän lyhimmästä pituusmitasta ja c äänen nopeus ilmassa. Säteil-

häviökertoimen lauseke on

$$\eta_{\text{rad}} = \eta_{21} = \eta_{23} = \frac{R_{\text{rad}}^{2\pi}}{\omega m_p} = \frac{\sigma \rho c A_p}{\omega m_p}, \quad (19)$$

missä m_p on paneelin massa ja säteilyresistanssi $R_{\text{rad}}^{2\pi}$ puoliavaruuteen voidaan laskea Maidanikin esittämän teorian mukaan [15] (ks. [16, 17]). Normalisointitarkoituksia varten käytetään usein säteilysuhdetta $\sigma = R_{\text{rad}}^{2\pi} / \rho c A_p$, missä ρ on ilman tiheys, c äänen nopeus ilmassa ja A_p paneelin ala (toinen puoli). Yhtälöön (11) perustuvalla ohjelmalla saadaan laskemalla eräälle alumiinipaneelille kuvan 4 mukainen ääneneristävyys tersseittäin, kun $\eta_i = 0,005$. Yhteensopivuus on melko hyvä kokeellisiin arvoihin verrattuna lukuunottamatta kahta poikkeusta. Pienillä taajuuksilla (< 400 Hz) ja juuri koinsidenssin alapuolella [2]. Massalakiin verrattuna SEA-mallilla on mahdollista ottaa huomioon lisäksi seinän häviökerroin η_i , kimmovakio, Poissonin vakio, säteilyhäviökerroimet ja mitat. SEA-malli pystyy myös ennustamaan koinsidenssikuopan paikan ja syvyyden.

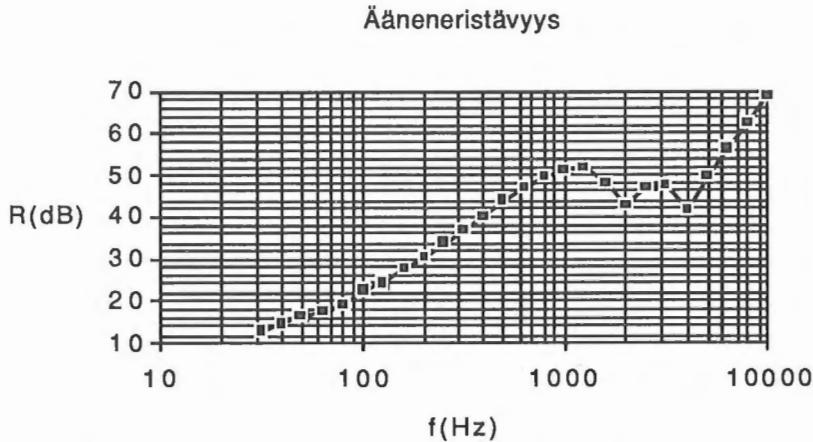


Kuva 4. Yksinkertaisen alumiinipaneelin ääneneristävyys yhtälön (11) mukaan, kun paneelin paksuus on 3,2 mm, pituus 1,97 m, leveys 1,55 m ja häviökerroin 0,005.

KAKSINKERTAINEN SEINÄ

SEA-malli kaksinkertaiselle seinälle voidaan muodostaa viidestä kytketystä värähtelijästä, huone – seinä – ilmapäli – seinä – huone [3]. Malli ottaa huomioon sekä resonoivan että ei-

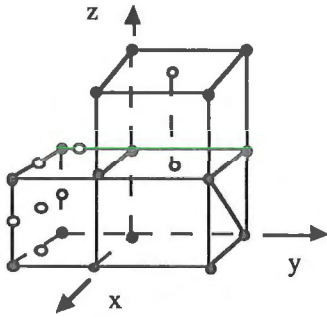
resonoivan äänen läpäisyn. Ääneneristävyys riippuu voimakkaasti paneelien säteilyresistansseista, ilmvälin suuruudesta ja absorptiosta sekä paneelien ja ilmvälin häviöistä. Ennustetut ja mitatut ääneneristävyden arvot useilla eri vaihtoehdoilla vaastaavat hyvin toisiaan lukuunottamatta alhaisia taajuuksia [3]. Tätä SEA-mallia on parannettu alhaisilla taajuuksilla paremmin toimivaksi [18]. Omalla ohjelmalla teorian [3] mukaan laskettu erään kaksinkertaisen seinän ääneneristävyys on esitetty kuvassa 5.



Kuva 5. Kaksinkertaisen alumiinipaneelin ääneneristävyys, kun $h_1 = 6,3$ mm, $h_2 = 3,1$ mm, pituus 1,55 m, leveys 1,97 m, ilmväli 71 mm ja häviökerroin 0,005. Koin-sidenssitaaajuudet $f_1 = 1\ 888$ Hz ja $f_2 = 3\ 798$ Hz.

SEA-MALLIN MUODOSTAMINEN ELEMENTEILLÄ

Monimutkaisen rakenteen SEA-malli voidaan muodostaa (ks. kuva 6) generoimalla solmuverkko ja määrittelemällä niihin liittyvät elementit tyyppitietoineen [8]. Tämän jälkeen ohjelmallisesti tutkitaan mitkä elementit liittyvät toisiinsa. Ohjelma laskee liitospituudet, liitostyyppit liittyvine elementteineen ja muut geometriset suureet sekä kaikki tarvittavat parametrit ja kokoaa lopuksi yhtälön, mikä pienentää huomattavasti mallituksen vaatimaa työmäärää. Näin voidaan soveltaa elementtimenetelmän keinoja mallituksessa ja ratkaisussa. Yleisellä mallilla voidaan helposti tutkia runkoäänen siirtymistä, eristystä ja sivutiesiirtymiä rakennuksessa. Tähän mennessä suurin analysoitu laivan teräsrakenteen malli sisälsi 2445 elementtiä ja siinä oli 7 930 kytkentähaaraa. Laskennan keskusyksikköaika oli noin 3 h (MicroVAX II™). Laivasovellukseen kehitetty SEA-ohjelmisto [8] voitaneen laajentaa myös rakennusalan joihinkin sovelluksiin.



Kuva 6. SEA-mallin muodostaminen solmuverkolla ja niihin liittyvillä elementeillä.

SEA-SOVELLUKSIA RAKENNUKSIIN

Kirjallisuudesta löytyy lukuisia SEA-sovelluksia liittyen rakennusten ääneneristävyyteen, sivutiesiirtymiin, erilaisten liitosten kytkentähäviökertoimiin ja erilaisten aaltomuotojen etenemiseen ja merkitykseen ääneneristyksen kannalta esim. [19, 20, 21, 22, 23]. Sovellukset ovat usein olleet idealisoiduille rakenteille, joissa ei ole otettu huomioon kaikkia häviöitä ja kytkentöjä. Tästä huolimatta monissa näistä on todettu, että SEA-sovellusten toimivuus näyttää lupaavalta ja että jatkotutkimuksin voidaan kehittää edelleen menetelmän soveltuvuutta.

KIRJALLISUUS

1. Lyon, R. H. Statistical energy analysis of dynamical systems: Theory and applications. Cambridge Massachusetts 1975, MIT Press. 388 s.
2. Crocker, M. J. & Price, A. J. Sound Transmission using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration* 9(1969)3, s. 469 – 486.
3. Price, A. J. & Crocker, M. J. Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America* 47(1970)3, s. 683 – 693.
4. Uosukainen, S. & Pesonen, K. Tehdasrakennusten runko- ja ilmääänien laskenta statistista energia-analyysiä käyttäen. Helsinki 1983, Työsuojelurahasto, Insinööritoimisto Kari Pesonen Oy. 108 s.
5. Vahteri, M. Laivojen melun laskentaohjelmien luotettavuus ja käyttö suunnitteluvaiheessa. Diplomityö. Tampereen teknillinen korkeakoulu, konetekniikan osasto. 1985. 112 s. + liitt. 2 s.
6. Lehto, R. Laivan runkomelun ennuste tilastollista energia-analyysiä käyttäen. Diplomityö. Oulun yliopiston teknillinen tiedekunta, teknillisen mekaniikan laitos. 1987. 74 s. + liitt. 23 s.
7. Packalen, J. Förhandsberäkningar av fartygsmaskineriets bidrag till hydroakustiskt buller med hjälp av statistisk energianalys. Diplomarbete. Tekniska högskolan, institutionen för transportmedelsteknik. 1990. 82 s.

8. Hynnä, P. & Klinge, P. & Nieminen, M. Statistical energy analysis with finite element model for noise prediction in ships. 4th Int. Symp. on Marine Engineering Systems, "Applications of Technological Advances". Malmö, 9 – 11 September 1987. 14 s.
9. Norton, M. P. Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers. Cambridge 1989, Cambridge University Press. 619 s.
10. Fahy, F. J. Statistical energy analysis. In: White, R. G. & Walker, J. G. (ed.) Noise and Vibration. Chichester 1982, Ellis Horwood Ltd. S. 165 – 186.
11. Hart, F. D. & Shah, K. C. Compendium of modal densities of structures. Washington D. C. 1971, National Aeronautics and Space Administration, Report no. NASA CR – 1773. 107s.
12. Cremer, L. & Heckl, M. (transl. Ungar, E. E.) Structure-Borne Sound. 2nd ed. Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies. Berlin 1988, Springer-Verlag. 573 s.
13. Ver, I. L. & Holmer, C. I. Interaction of sound waves with solid structures. In: Beranek, L. L. (ed.) Noise and Vibration Control. Revised ed. New York 1988, McGraw-Hill, Inc. S. 270 – 361.
14. Elmallawany, A. Improvement of the method of statistical energy analysis for the calculation of sound insulation at low frequencies. Applied Acoustics 15(1982), s. 341 – 345.
15. Maidanik, G. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. The Journal of the Acoustical Society of America 34(1962)6, s. 809 – 826. Erratum: The Journal of the Acoustical Society of America 57(1975)6, s. 1552.
16. Timmel, R. Der Abstrahlgrad rechteckiger, dünner, homogener Platten in der unendlich großen Schallwand. Acustica 73(1991)1, s. 1 -11.
17. Timmel, R. Untersuchungen zum Einfluß der Randeinspannung biegeschwingerer rechteckiger platten auf den Abstrahlgrad am Beispiel von geklemmter und gestützter Platte und Untersuchungen zur Streuung des Abstrahgrades. Acustica 73(1991)1, s. 12 - 20.
18. Ohta, M. & Iwashige, H. & Nakasako, N. The probabilistic evaluation of discrete type for a sound transmission through the double-wall by use of a statistical energy analysis method. Acustica 64(1987)1, s. 1 – 13.
19. Gibbs, B. M. & Gilford, C. L. S. The use of power flow methods for the assessment of sound transmission in building structures. Journal of Sound and Vibration 49(1976)2, s. 267 – 286.
20. Craik, R. J. M. The prediction of sound transmission through buildings using statistical energy analysis. Journal of Sound and Vibration 82(1982)4, s. 505 – 516.
21. Sablik, M. J. et al. Statistical energy analysis, structural resonances, and beam networks. The Journal of the Acoustical Society of America 77(1985)3, s. 1038 – 1045. Errata: J. Acoust. Soc. Am. 78(1985)1, s. 268.
22. Wöhle, W. & Beckmann, Th. & Schreckenbach, H. Coupling loss factors for Statistical energy analysis of sound transmission at rectangular structural slab joints, Part I. Journal of Sound and Vibration 77(1981)3, s. 323 – 334.
23. Wöhle, W. & Marx, B. Körperschallübertragung in Gebeuden – Vergleich von Meßwerten mit Rechenergebnissen der Statistischen Energieanalyse. Acustica 72(1990)4, s. 258 - 268.

Perti Hynnä, tutkija, Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Laivatekniikan laboratorio