LINE-SPRING -MENETELMÄ MURTUMISMEKANIIKAN SOVELLUKSISSA

Keijo Koski
Timo Mikkola

Rakenteiden mekaniikka, Vol. 22
No 4, 1989, ss. 13-28.

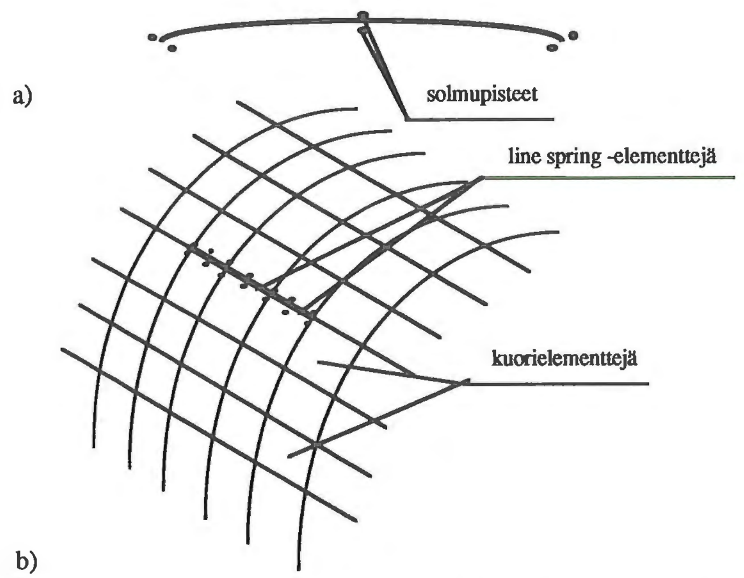
TIIVISTELMÄ: Line-spring (LS-) -tekniikka on mielenkiintoinen menetelmä pintasäröjen murtumisparametrien arviointiin laatta- ja kuorirakenteissa. Menetelmässä särön ajatellaan ulottuvan laatan tai kuoren läpi ja vastakkaisten pintojen liittyvän toisiinsa jousien avulla. Näin muodostunutta jousisarjaa voidaan kuvata 'viivajousena', jonka jäykkyys on jatkuva pitkin säröä. 'Viivajousen' jäykkyys johdetaan tasovenymätilassa olevan 'single-edge-notched' (SEN) -koekappaleen avulla. Menetelmä on sovellettavissa myös elastis-plastisella alueella.

LINE-SPRING -MENETELMÄN PERIAATE

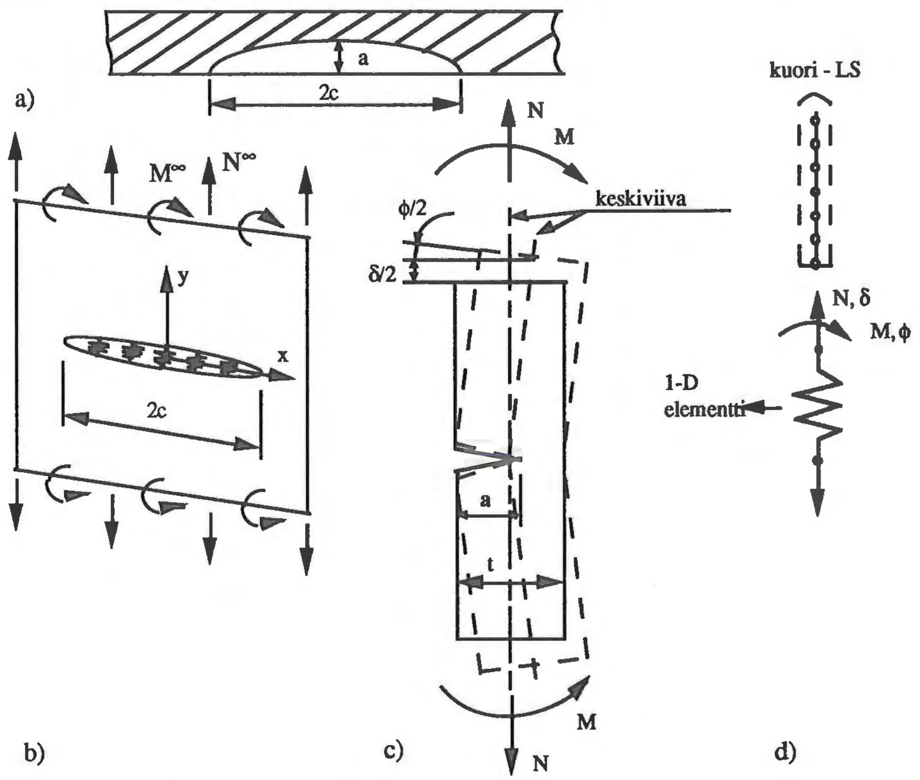
Line-spring -menetelmässä (LS-menetelmä) rakenteessa oleva pintasärö kuvataan yksinkertaisesti siten, että rakenne mallinnetaan laattana tai kuorena tarvitsematta tarkastella rakennetta kolmedimensioisella mallilla edes särön lähialueella. Pintasärön ajatellaan ulottuvan laatan tai kuoren läpi ja näin syntyneen särön vastakkaisten pintojen liittyvän toisiinsa jousien avulla (kuva 2b,d). Näin muodostunutta jousisarjaa, jonka jäykkyys on jatkuva särön pituudella, voidaan pitää 'viivajousena'.

Oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi jousen välittävän vain normaalivoiman sekä taivutusmomentin. Voimien ja niitä vastaavien siirtymien välisten yhtälöiden oletetaan olevan samat kuin tasovenymätilassa olevalla 'single-edge-notch' -koekappaleella (SEN-koekappale), jolla on sama särön syvyys. Jousiyhtälöt muuttuvat särön syvyyden ja kuoren paksuuden funktiona.

LS-menetelmää voidaan soveltaa periaatteessa minkä tahansa laatta- tai kuorirakenteiden analysointimenetelmän kanssa. Käytettäessä elementtimenetelmää on helpointa muodostaa oma LS-elementti, jota käytetään normaalien laatta- tai kuorielementtien kanssa. Lineaaris-elastisista analyyseista on saatu hyviä tuloksia /1-4,8/. Menetelmää on sovellettu myös elastis-plastisiin analyyseihin /4,8,9/. Kuvassa 1 esitetään periaatekuva LS-elementin käytöstä kuorielementtien yhteydessä.



Kuva 1 Periaatekuva line–spring –elementistä a) ja sen käytöstä kuorirakenteessa b).



Kuva 2 Line–spring –menetelmän periaate.

JOUSIYHTÄLÖT LINEAARISESSA TAPAUKSESSA

LS-menetelmän periaate on esitetty kuvassa 2. Tarkastellaan pintasäröä, jonka pituus on 2c ja syvyys on a(x) (kuva 2a ja 2b). Kuvassa 2b esitetään kaksidimensioinen idealisoitu malli kuvan 1a pintasäröstä eli särö on kuvattu läpisärönä, jonka vastinpinnat on yhdistetty toisiinsa jousien avulla. Kuorta kuormittavat säröstä etäällä olevat normaalivoima N^{∞} (viivakuormitus) ja taivutusmomentti M^{∞} (viivamomentti). Kaksidimensioisessa idealisoinnissa täytyy ottaa huomioon paikallisen normaalivoiman N(x) ja paikallisen taivutusmomentin M(x) jakautuminen vastinpintojen yli kannaksen t−a(x) vuoksi. Paikallisten kuormitusten ja niitä vastaavien siirtymien välille voidaan muodostaa yhteys

$$\begin{Bmatrix} \delta(x/c) \\ \phi(x/c) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(x/c) & C_{12}(x/c) \\ C_{21}(x/c) & C_{22}(x/c) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N(x/c) \\ M(x/c) \end{Bmatrix}, \qquad (1)$$

jossa [C] on paikallinen joustomatriisi ja $[S] = [C]^{-1}$ on paikallinen jäykkyysmatriisi.

Joustomatriisin [C] muodostamiseksi tarkastellaan kuvan 2c mukaista tasovenymätilassa olevaa SEN-koekappaletta, jota kuormittavat aksiaalivoima N (viivakuormitus) ja taivutusmomentti M (viivamomentti). Merkitään ainoastaan säröstä aiheutuvaa keskiviivan pitenemää δ_c ja sen kulman muutosta ϕ_c. Tällöin saadaan kuormitusten ja siirtymien välille muodostetuksi yhteys

$$\begin{Bmatrix} \delta_c \\ \phi_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}. \qquad (2)$$

LS-menetelmässä oletetaan, että vallitsee yhteys [C] = [P] ja $[S] = [P]^{-1}$. Joustomatriisin [P] alkioille voidaan johtaa lausekkeet esim. taulukkokirjoissa annettavien jännitysintensiteettikertoimen lausekkeiden avulla. Voimien N ja M aiheuttamalle jännitysintensiteettikertoimelle esitetään tässä lauseke /1/, joka on muotoa

$$K_I = \sqrt{t}\,(\,\sigma\, g_1(\zeta) + m\, g_2(\zeta)\,)\ . \qquad (3)$$

Kaavassa (3) t on kuoren paksuus,
$\sigma = N/t$,
$m = 6M/t^2$,
$\zeta = a(x)/t$,

a on särön syvyys, x särön pituussuuntainen koordinaatti (kuva 2b), g_1 ja g_2 ovat funktiot normaalivoiman ja taivutusmomentin vaikutukselle, jotka annetaan yleensä polynomimuotoisena sarjakehitelmänä (esim. /1/).

Joustomatriisin johtamiseksi tarkastellaan kuvan 2c esittämää koekappaletta, jota rasittavat normaalivoima N ja taivutusmomentti M (viivakuormituksia).

Murtumismekaniikassa pätee tunnetusti seuraava peruskaava

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial a} = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad , \tag{4}$$

jossa Π on potentiaalienergia leveysyksikköä kohden, K_I särön jännitysintensiteettikerroin ja E ja ν materiaalivakioita.

Rakenteen potentiaalienergia on lineaarisessa tapauksessa

$$\Pi = U - 2W = -W,$$

$$\Pi(a = a_0) = -\frac{1}{2}(\delta + \delta_c) - \frac{1}{2}(\phi + \phi_c) \ ,$$

jossa U on sisäinen muodonmuutosenergia, W ulkoisten voimien tekemä työ, δ ja φ säröttömän rakenteen siirtymät ja δ_c ja ϕ_c särön aiheuttamat keskiviivan lisäsiirtymät (kuva 2c).

Rakenteelle, jonka särön pituus on $a = a_0 + \Delta a$, saadaan potentiaalienergiaksi

$$\Pi(a = a_0 + \Delta a) = -\frac{1}{2}(\delta + \delta_c + \Delta\delta_c) - \frac{1}{2}(\phi + \phi_c + \Delta\phi_c) .$$

Potentiaalienergian erotukseksi saadaan

$$\Delta\Pi = \left(\frac{1}{2} N \frac{\partial \delta_c}{\partial a} + \frac{1}{2} M \frac{\partial \phi_c}{\partial a}\right)\Delta a \quad , \tag{5}$$

jossa on merkitty $\Delta\delta_c = \frac{\partial \delta_c}{\partial a}\Delta a$ ja $\Delta\phi = \frac{\partial \phi_c}{\partial a}\Delta a$.

Yhtälöiden (3)−(5) avulla saadaan, kun siirrytään differentiaaleihin ($\Delta a \rightarrow 0$), uusi yhtälömuoto

$$\frac{t}{2}\,\sigma\,\frac{\partial \delta_c}{\partial a} + \frac{t^2}{12}\,m\,\frac{\partial \phi_c}{\partial a} = \frac{1-\nu^2}{E}\,t\left(\sigma^2\,g_1^2(\zeta) + 2\,\sigma\,m\,g_1(\zeta)\,g_2(\zeta) + m^2\,g_2^2(\zeta)\right), \tag{6}$$

jossa on käytetty yhtälön (3) yhteydessä esitettyjä merkintöjä.

Kirjoittamalla yhtälö (6) matriisimuotoon saadaan

$$\{f\}^T\left\{\frac{\partial v}{\partial a}\right\} = \frac{2\,(1-\nu^2)\,t}{E}\left(\{f\}^T[B]\{f\}\right) \quad , \tag{7}$$

jossa $\{f\} = \begin{Bmatrix} \sigma \\ m \end{Bmatrix}$,

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} t\delta_c \\ \dfrac{t^2}{6}\phi_c \end{Bmatrix} \quad \text{ja}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} g_1^2(\zeta) & g_1(\zeta)g_2(\zeta) \\ g_1(\zeta)g_2(\zeta) & g_2^2(\zeta) \end{bmatrix} \quad .$$

Yhtälöstä (7) nähdään suoraan tulos

$$\left\{\frac{\partial v}{\partial a}\right\} = \frac{2\,(1-\nu^2)\,t}{E}[B]\{f\} \quad ,$$

joka voidaan integroida a:n suhteen.

Lopputulos voidaan kirjoittaa muotoon

$$\begin{Bmatrix} t\delta_c \\ \frac{t^2\phi_c}{6} \end{Bmatrix} = \frac{2(1-v^2)t}{E}[C]\begin{Bmatrix} \sigma \\ m \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{Bmatrix} \delta_c \\ \phi_c \end{Bmatrix} = \frac{2(1-v^2)t}{E}[C']\begin{Bmatrix} \sigma \\ m \end{Bmatrix} , \qquad (8)$$

jossa $C'_{11} = 1/t\, C_{11}$,
$C'_{12} = 1/t\, C_{12}$
$C'_{21} = 6/t^2\, C_{21}$
$C'_{22} = 6/t^2\, C_{22}$
ja

$$C_{ij} = \int_0^a g_i(\zeta)g_j(\zeta)da \quad (i,j = 1,2) \ .$$

Yhtälöstä (8) saadaan haluttu joustomatriisi, josta kääntämällä saadaan jäykkyysmatriisi. On huomattava, että edellä esitetyissä kaavoissa normaalivoima N ja taivutusmomentti M ovat viivakuormituksia, joten lopullinen jäykkyysmatriisi on kerrottava särön pituudella.

Jännitysintensiteettikertoimien K_{II} ja K_{III} vaikutus voidaan myös ottaa huomioon edellä esitetyllä tavalla.

LINE-SPRING -MENETELMÄ ELASTIS-PLASTISELLA ALUEELLA

LS-menetelmän soveltamista elastis-plastiselle alueelle on käsitelty mm. artikkeleissa /8,9/. Yhtälö (2) esitetään muodossa

$$Q_i = S^e_{ij}\, q^e_j \quad (i,j = 1,2) \ , \qquad (9)$$

jossa $Q_i = \{N\ M\}$, $q^e_j = \{\delta_c\ \phi_c\}$ ja S^e_{ij} on lineaaris-elastinen jäykkyysmatriisi. Elastis-plastisella alueella yhtälö (9) esitetään seuraavassa inkrementaalisessa muodossa

$$\dot{Q}_i = S^{ep}_{ij}\,\dot{q}^{ep}_j \quad (i,j = 1,2) \quad , \tag{10}$$

jossa S^{ep}_{ij} on tangenttijäykkyysmatriisi ja $\dot{q}^{ep}_j$ elastis–plastinen siirtymäinkrementti, joka on esitettävissä elastisen ja plastisen osan summana $\dot{q}^{ep}_j = \dot{q}^{e}_j + \dot{q}^{p}_j$.

Tangenttijäykkyysmatriisin johtamiseksi muodostetaan myötöpinnan funktio

$$\Phi = \Phi(Q_i, a, t, \sigma_0) \, , \tag{11}$$

jossa a on särön syvyys, t seinämän paksuus ja σ_0 on 'keskimääräinen' myötämisjännitys ('average' flow stress).

Myötämisen tapahtuessa voidaan inkrementaalisen siirtymän plastinen osa esittää assosiatiivisen myötösäännön avulla

$$\dot{q}^{p}_j = \Lambda \frac{\partial \Phi}{\partial Q_j} \quad , \tag{12}$$

jossa verrannollisuuskertoimelle Λ pätee $\Lambda > 0$. (Λ käytetään myös muotoa $\dot{\Lambda}$, $dq^{p}_j = d\Lambda \frac{\partial \Phi}{\partial Q_j}$).

Käytetään ehtoa, että plastisessa muodonmuutoksessa jännitystila säilyy myötöpinnalla eli $\Phi = 0$. Inkrementaalimuodossa saadaan

$$\dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial Q_j}\dot{Q}_j + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_0}\dot{\sigma}_0 = 0 \quad . \tag{13}$$

Kuormitusinkrementti $\dot{Q}_j$ esitetään elastisen jäykkyysmatriisin S^{e}_{ij} ja elastisen siirtymäinkrementin $\dot{q}^{e}_j$ avulla seuraavasti

$$\dot{Q}_i = S^{e}_{ij}\,\dot{q}^{e}_j = S^{e}_{ij}\,(\dot{q}^{ep}_j - \dot{q}^{p}_j) = S^{e}_{ij}\,\dot{q}^{ep}_j - \Lambda\, S^{e}_{ij}\frac{\partial \Phi}{\partial Q_j} \quad . \tag{14}$$

Materiaalin jännitys–venymä yhteys esitetään muodossa

$$\dot{\sigma}_0 = h\,\dot{\varepsilon}^{p}_0 \quad , \tag{15}$$

jossa $\dot{\sigma}_0$ on 'keskimääräinen' myötämisjännitysinkrementti, $\dot{\varepsilon}_0^p$ 'keskimääräinen' ekvivalentti plastinen venymäinkrementti ja h materiaalin lujittumista kuvaava parametri.

Plastinen kokonaistyöinkrementti voidaan esittää sekä ulkoisten voimien tekemänä työnä

$$\dot{W}^p = Q_i \dot{q}_i^p = \Lambda Q_i \frac{\partial \Phi}{\partial Q_i} \quad , \tag{16}$$

että sisäisenä muodonmuutostyönä

$$\dot{W}^p = \int_A \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \, dA \quad .$$

Tämä voidaan esittää muodossa

$$\dot{W}^p = \sigma_0 \dot{\varepsilon}_0^p f (t-a)^2 \quad , \tag{17}$$

jossa oletetaan plastisoituvan alueen olevan verrannollinen kannaksen pituuden neliöön. f on dimensioton skalaarisuurre, joka voidaan määrittää vertaamalla LS-menetelmän tuloksia muilla menetelmillä saataviin tuloksiin.

Yhtälöiden (13)-(17) avulla saadaan verrannollisuuskertoimelle Λ ratkaisumuoto

$$\Lambda = \frac{\dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_i} S_{ij}^e \dot{q}_j^{ep}}{\dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_m} S_{mn}^e \dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_n} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \sigma_0} \dfrac{h Q_k \dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_k}}{f \sigma_0 (t-a)^2}} \quad . \tag{18}$$

Sijoittamalla verrannollisuuskerroin Λ yhtälöön (14) ja merkitsemällä $\dot{Q}_i = S_{ij}^{ep} \dot{q}_j^{ep}$ saadaan elastis-plastiseksi tangenttijäykkyysmatriisiksi S_{ij}^{ep}

$$S_{ij}^{ep} = S_{ij}^e - \frac{S_{ip}^e \dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_p} \dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_r} S_{rj}^e}{\dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_k} S_{km}^e \dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_m} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \sigma_0} \dfrac{h Q_l \dfrac{\partial \Phi}{\partial Q_l}}{f \sigma_0 (t-a)^2}} \quad . \tag{19}$$

Myötöpinnan funktiolle on esitetty liukuviivateorian avulla likimääräiskaava /11/

$$\Phi = \left(\frac{\frac{1}{2} Q_1 \tau_0 (t-a) - 0.3}{0.7}\right)^2 + 9\left(\frac{Q_2 + \frac{1}{2} Q_1 a}{2 \tau_0 (t-a)^2}\right)^2 - 1 \ , \qquad (20)$$

jossa τ_0 on 'keskimääräinen' myötämisleikkausjännitys ('average' shear flow stress). Von Misesin mukaan σ_0 ja τ_0 välillä vallitsee yhteys $\sigma_0 = \sqrt{3}\,\tau_0$. Koska lauseke (20) on johdettu liukuviivateorian avulla, niin sen avulla muodostettu viivajousi myötää vasta rajakuormalla. Ennen rajakuorman saavuttamista tapahtuvia plastisia muodonmuutoksia ei oteta huomioon. Tältä osin mallia voitaisiin yrittää parantaa esimerkiksi ottamalla käyttöön plastisoitumisesta aiheutuva efektiivinen särön syvyys.

J-integraali

Jaetaan J-integraali elastiseen ja plastiseen osaan:

$$J^{ep} = J^e + J^p \ . \qquad (21)$$

Elastinen osa saadaan jännitysintensiteettikertoimen avulla seuraavasti

$$J^e = \frac{K_I^2 (1-\nu^2)}{E} \ . \qquad (22)$$

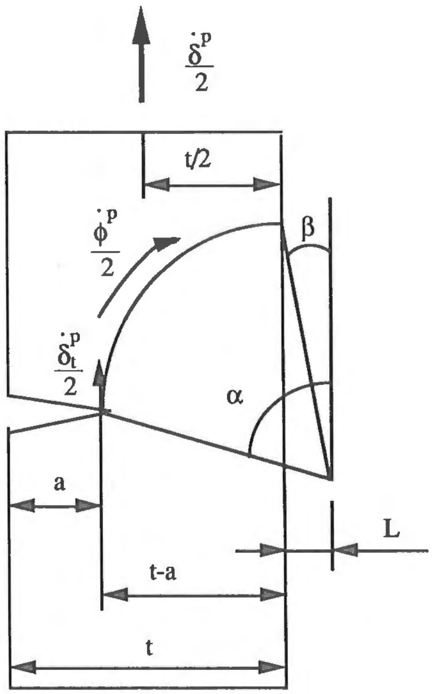
Plastinen osa saadaan taas kaavasta

$$\dot{J}^p = m\,\sigma_0\,\dot{\delta}_t^p \ , \qquad (23)$$

jossa skalaari m = 1...2 ja $\dot{\delta}_t^p$ on särön avauman plastinen inkrementti.

Särön kärjen avauman inkrementille saadaan geometrisella tarkastelulla (kuva 3) seuraava lauseke

$$\dot{\delta}_t^p = \dot{\delta}^p + \left(\frac{1}{2} t-a\right)\dot{\phi}^p = \Lambda\left[\frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} + \left(\frac{1}{2} t-a\right)\frac{\partial \Phi}{\partial Q_2}\right] \ . \qquad (24)$$



$$\dot{\delta}_t^p = \dot{\delta}^p + \left(\frac{t}{2} - a\right)\dot{\phi}^p$$

Kuva 3 Liukuviivakenttä /8,9/

J-integraali voidaan esittää potentiaalienergian avulla myös seuraavasti

$$J = -\frac{\partial \Pi}{\partial a} = -\int_0^{q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial a}\bigg|_{q_j} dq_i \quad . \tag{25}$$

Kun tarkastellaan J:n plastista osaa ja vaihdetaan derivointi kannaksen pituuden suhteen ($-\partial(\,)/\partial a = +\partial(\,)/\partial c$, jossa $c = t - a$), saadaan yhtälö (25) muotoon

$$j^p = \frac{\partial Q_i}{\partial c}\dot{q}_i^p = \Lambda \frac{\partial \Phi}{\partial Q_i}\frac{\partial Q_i}{\partial c} \quad . \tag{26}$$

Yhdistämällä yhtälöt (23), (24) ja (26) voidaan ratkaista kertoimelle m seuraava lauseke

$$m = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial c}}{\sigma_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} + \left(\frac{1}{2} t - a \right) \frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \right)} \quad . \tag{27}$$

TESTITULOKSIA

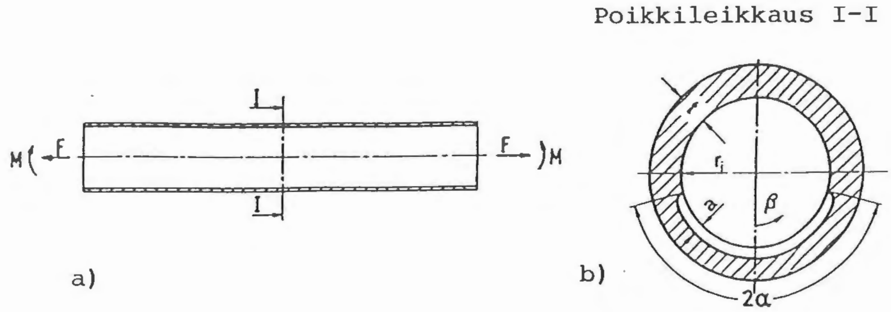
LS-menetelmää on sovellettu lineaaris-elastisella alueella, esim. lähteet /1-5/, sekä elastis-plastisella alueella, esim. lähteet /4-6/.

Lineaaris-elastisella alueella LS-mallin antamia tuloksia on vertailtu lähinnä Rajun ja Newmanin esittämiin kolmedimensioisiin elementtimenetelmätuloksiin /10/ suorassa laatassa olevalle puolielliptiselle pintasärölle, kun kuormituksena on tasainen veto tai taivutusmomentti. Tasaisen vedon tapauksessa jännitysintensiteettikertoimen maksimiarvo on särörintaman keskellä ja LS-menetelmä antaa varsin hyviä tuloksia. Tulokset huononevat särörintaman päätepisteitä lähestyttäessä. Momentin kuormittamalle pintasärölle jännitysintensiteettikertoimen maksimiarvo on särörintaman päätepisteissä, joten LS-menetelmä ei ole parhaimmillaan tässä tapauksessa. Merkillepantavaa on, että eri lähteet antavat hieman toisistaan poikkeavia tuloksia.

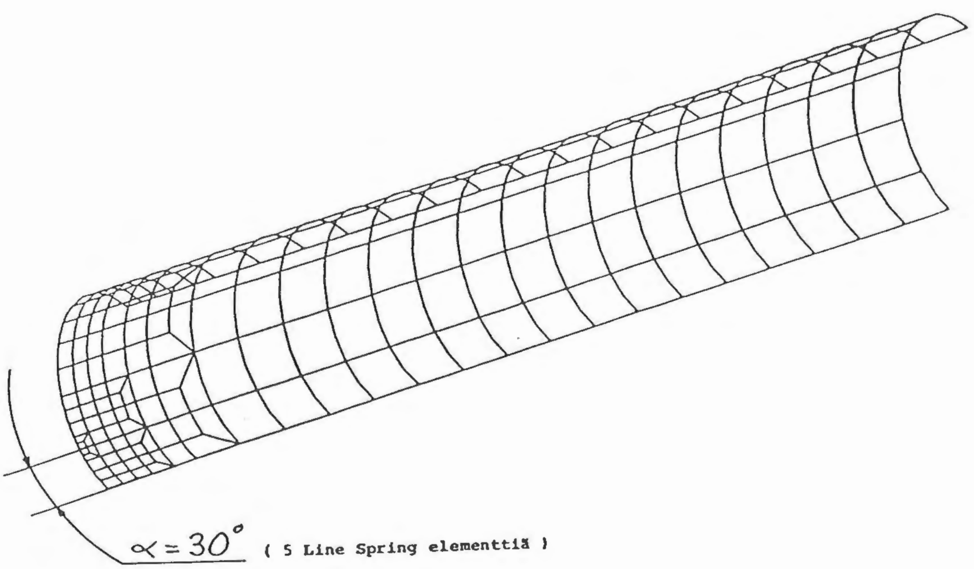
LS-menetelmällä on laskettu myös useita särötapauksia putkigeometriassa oleville säröille /2/. Tulokset ovat hyvin yhteensopivia muilla menetelmillä saatujen tulosten kanssa. Valtion teknillisessä tutkimuskeskuksessa on testattu ABAQUS-elementtiohjelmiston Line-spring -elementtiä /3/ putkigeometrialla, joka esitetään kuvassa 4. LS-menetelmällä on analysoitu kolme erilaista kehänsuuntaista sisäpuolista pintasärögeometriaa suorassa putkessa (taulukko 1). Analyysi on suoritettu lineaaris-elastisena.

Taulukko 1 Särögeometriat.

	'särön pituus' [°]	särön syvyys a/t
pintasärö	60	0.25
	60	0.50
	60	0.75

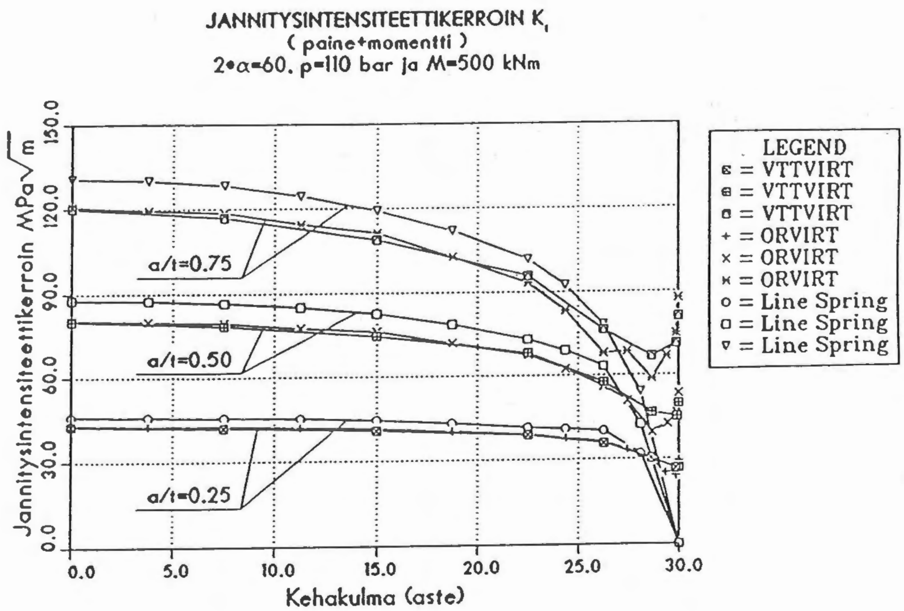


Kuva 4 Analysoitu putkigeometria a) ja säröllinen poikkileikkaus b).



Kuva 5 Line-spring -elementtimalli.

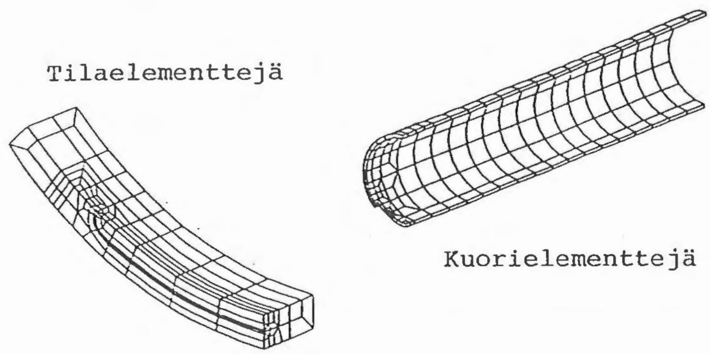
Kuvassa 6 on esitetty jännitysintensiteettikerroin K_I pitkin särörintamaa lähtien särön keskeltä symmetriatasosta ja päätyen särön loppuun. Kuvissa on LS-menetelmän tulokset ja tulokset, jotka on saatu elementtimallista, jossa säröalue on kuvattu kolmedimensioisilla tilaelementeillä ja muu osa rakenteesta kuorielementeillä /5,6/ (kuva 7). Kuvien selitysteksteissä esiintyvät VTTVIRT /12/ ja ORVIRT /7/ viittaavat ohjelmiin, joilla voidaan laskea elementtituloksista J-integraali virtuaalisen säröinkasvun menetelmällä (VCE). Molemmissa analysoiduissa tapauksissa on otettu huomioon sisäisen paineen vaikutus myös särön kyljillä. Kuvista nähdään, että tulokset ovat melko yhteneviä aina kehäkulman arvoon n. 27° saakka. LS-menetelmä antaa kaikilla analysoiduilla tapauksilla konservatiivisempia tuloksia kuin VTTVIRT ja ORVIRT. Sisäisellä ylipainekuormituksella LS-menetelmä antaa kaikkein konservatiivisimmat tulokset. VTTVIRT ja ORVIRT tuloksiin verrattuna LS-menetelmä antaa eroksi painekuormitustapauksessa keskimäärin 20 % särön keskellä. Momenttikuormitustapauksessa vastaava ero on keskimäärin 4 % ja yhdistetyssä kuormitustapauksessa ero on keskimäärin 8 % (kuva 6). Taulukossa 2 on esitetty sekä LS-menetelmän että VTTVIRT ja ORVIRT ohjelmien antamat jännitysintensiteettikertoimen arvot särön keskellä. Taulukossa 2 kuormitustapaukset on eritelty.



Kuva 6 Jännitysintensiteettikerroin K_I kehänsuuntaiselle sisäpuoliselle pintasärölle suorassa putkessa.

Taulukko 2 Jännitysintensiteettikertoimen K_I arvot särön keskellä. Suhteellinen ero, joka esitetään suluissa prosentteina, lasketaan vertaamalla VTTVIRT tuloksiin.

särön syvyys a/t ja kuormitustapaus	line-spring K_I [MPa$\sqrt{m}$]	VTTVIRT K_I [MPa$\sqrt{m}$]	ORVIRT K_I [MPa$\sqrt{m}$]
a/t = 0.25			
paine	12.3 (20.3)	9.8	9.9 (1.0)
momentti	33.7 (2.4)	32.9	33.1 (0.6)
yhdistetty	46.0 (7.2)	42.7	43.0 (0.7)
a/t = 0.50			
paine	23.4 (20.1)	18.7	18.8 (0.5)
momentti	64.3 (4.5)	61.4	61.8 (0.7)
yhdistetty	87.7 (8.7)	80.1	80.6 (0.6)
a/t = 0.75			
paine	34.7 (19.0)	28.1	28.4 (1.1)
momentti	96.0 (4.3)	91.9	92.5 (0.7)
yhdistetty	130.7 (8.2)	120.0	120.9 (0.8)



Kuva 7 Elementtimalli, jossa kehänsuuntainen sisäpuolinen pintasärö.

Elastis-plastisella alueella LS-menetelmällä on laskettu paineenalaisen sylinterin sisäpuolinen pitkä aksiaalinen ja äärellisen pituinen puolielliptinen aksiaalinen särö /9/. Pitkän aksiaalisen särön tapauksessa on tuloksia verrattu virtuaalisen särönkasvun menetelmällä (VCE) saatuihin tuloksiin. Kummassakaan tapauksessa ei ole otettu huomioon paineen vaikutusta särön kyljillä. Tulokset ovat yhteneviä varsinkin suurilla a/t-suhteen arvoilla. Pienellä a/t-suhteella syntyvät erot selittyvät pääasiassa sillä, että LS-elementti myötää vasta rajakuormalla.

YHTEENVETO

LS-menetelmä on mielenkiintoinen ja lupaava 'insinöörimenetelmä' murtumismekaanisten parametrien arviointiin niin lineaaris-elastisella kuin elastis-plastisella alueella. Se ei vaadi käyttäjältään erityisosaamista murtumismekaniikasta, se on helppokäyttöinen ja vie huomattavasti vähemmän sekä työ- että tietokoneaikaa kuin kolmedimensioiset elementtimenetelmäanalyysit.

LS-menetelmää voidaan käyttää elastis-plastisella alueella vain, jos säröä avaava kuormitustapa (tapa I) on hallitseva. Myötöpinnan funktio Φ on johdettu liukuviivateorian avulla, joka kuvaa vain tasossa tapahtuvia muodonmuutoksia. Menetelmää täytyisi testata lisää elastis-plastisella alueella, sillä kirjallisuudesta ei löydy kuin muutama testitapaus. Menetelmää ei voida soveltaa geometrisesti epälineaarisella alueella, sillä jousto-/jäykkysmatriisi määritellään jännitysintensiteettikertoimen lausekkeiden avulla, jotka pätevät ainoastaan pienten siirtymien ollessa kyseessä. Lineaaris-elastisella alueella voidaan LS-menetelmää soveltaa myös säröä leikkaavassa (tapa II) ja vääntävässä (tapa III) kuormitustapauksessa lähtemällä liikkeelle potentiaalienergian lausekkeesta, kun tunnetaan jännitysintensiteettikertoimille yhtälön (3) mukainen yhteys.

LÄHDELUETTELO

1. Delale, F., Erdogan, F., Line-Spring Model for Surface Cracks in a Reissner Plate. Int J Engng Sci 19(1981), s. 1331 - 1340.

2. German, M.D., Kumar, V., DeLorenzi, H.G., Analysis of Surface Cracks in Plates and Shells Using the Line-Spring Model and ADINA. Computers & Structures 17(1983)5-6, s. 881-890.

3. Koski, K., Jännitysintensiteettikertoimen K_I laskenta kehänsuuntaiselle sisäpuoliselle pintasärölle suorassa putkessa ABAQUS Line Spring elementillä. Valtion teknillinen tutkimuskeskus (VTT), ydinvoimatekniikan laboratorio, työraportti YRT-12/88. 15 s.

4. Kumar, V., Advances in Elastic-Plastic Fracture Analysis. 1984, Electric Power Research Institute, EPRI NP-3607.

5. Mikkola, T.P.J., Numerical Analysis of the RORV (A) Pipe Failure Test. Helsinki 1989. Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Ydinvoimatekniikan laboratorio, työraportti YRT-11/88. 162 s.

6. Mikkola, T.P.J, Diem, H., Blind, D., Hunger, H., Failure Behavior of a Pipe System with a Circumferentially Orientated Flaw - Analytical and Experimental Investigations. Nuclear Engineering and Design 112(1989), s. 197-210.

7. ORVIRT - A Finite Element Programme for Energy Release Rate Calculations for 2-Dimensional and 3-Dimensional Crack Models. NUREG/CR-2997, Volume 2.

8. Parks, D.M., The Inelastic Line-Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-Cracked Plates and Shells. Journal of Pressure Vessel Technology 103(1981), s. 246-254.

9. Parks, D.M., White, C.S., Elastic-Plastic Line-Spring Finite Elements for Surface-Cracked Plates and Shells. Journal of Pressure Vessel Technology 104(1982), s. 287-292.

10. Raju, I. S., Newman, J. C. Jr., Stress- Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plates. Engineering Fracture Mechanics, 11(1979), s. 817-829

11. Rice, J.R., The Line-Spring Model for Surface Flaws. The Surface Crack: Physical Problems and Computational Solutions, toim., Swedlow, J.L., ASME, New York, 1972.

12. Talja, H., Elastis-plastiset murtumisparametrit ja niiden laskeminen elementtimenetelmällä. Lisensiaattityö. Helsingin teknillinen korkeakoulu, koneinsinööriosasto. Espoo 1987. 113 s.

Keijo Koski, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuskeskus, ydinvoimatekniikan laboratorio

Timo P.J. Mikkola, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuskeskus, ydinvoimatekniikan laboratorio