

TIIVISTELMÄ: Betoni-teräs-liittorakenteille on avautumassa hyvät käyttönäkymät, kun suunnitteluohjeet TRY/BY26 on julkaistu vuonna 1988. Ohjeet ovat sen verran yleiset, että on syytä perehtyä taivutetun rakenteen yksityiskohtiin niin, että uusille sovelluksillekin voidaan osoittaa käyttökelpoiset mitoituskaavat. Tässä kirjoituksessa käsitellään liittotaivutusjäykkyyden muodostumista yleisessä jäykkäliitoksissa rakenteessa sekä materiaaliolosien välisiä yhteistoimintaa ylläpitäviä leikkausjännityksiä.

JOHDANTO

Liittorakenteilla on tulevaisuutta. Toki ne eivät ole keksintöinä uusia. On vain niin, että niiden käyttöä ei vakavissaan ole tarvinnut harkita vasta kuin nyt, kun rakenteiden taloudellisuudelle ja rakennustekniikan nopeudelle asetetaan suuria vaatimuksia. Liittorakenteissa taloudellisuus muodostuu hyvin pitkälle valmistamisen nopeudesta. Suunnitteluohjeiden puutteeseen herättiin Suomessa vasta tällä vuosikymmenellä ja ensimmäiset ohjeet on saatu vuonna 1988 [1]. Ne ovat mukaelmia ECCS:n malliohjeista [2], mutta joitakin omintakeisia ajatuksia on myös sisällytetty.

Taivutetun liittorakenteen teoriaa on käsitelty oppikirjoissa [3,4] sellaisessa tapauksessa, jossa liittorakenteena on kaksi päällekkäistä osaa. Uusien ratkaisujen kehittämiseen nämä esitykset eivät tuo kokonaisapua ja on siten syytä katsoa, voidaanko innovaatio-odotuksia edistää esittämällä yleiseen käyttöön soveltuvia laskentakaavoja.

LIITTOJÄYKKYYSKERROIN

Yhtä materiaalia sisältävässä rakenteessa taivutusta voidaan käsitellä jäyhysmomentin ja taivutusvastuksen avulla ja päätyä näitä käyttäen jännityksiin. Nämä ovat yleisestä taivutustarkastelusta saatavia seurannaisia. Taivutusteorioiden lähtökohdana ovat kuitenkin taivutusjäykkyys ja muodonmuutokset, joiden välille muodostuvat yhtälöt saadaan jännitys-muodonmuutoslakien perusteella. Lineaarisia materiaaleja käytettäessä saadaan yksinkertaiset jäyhysmomentin ja taivutusjäykkyyden yhteydet.

Taivutetussa tavanomaisessa liittorakenteessa on kaksi osaa. Tarkastellaan muodostuvia yhtälöitä kuitenkin yleisessä muodossa, jossa on n kappaletta erilaisia materiaali-osia, joiden painopisteiden paikat oletetaan tunnetuiksi. Etäisyydet poikkileikkauksen reunalle samaan tarkastelupisteeseen ovat y_{oj} , $j = 1, 2, \dots, n$.

Ellei osien välillä ole liitosta, kokonaisjäykkyydet ovat

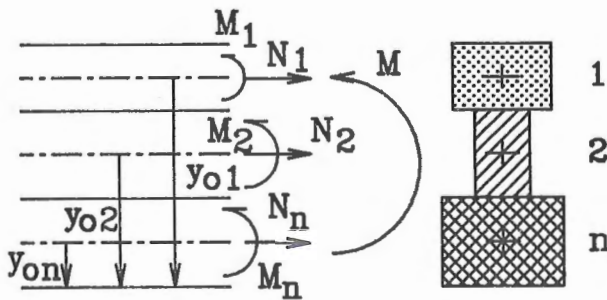
$$- \text{taivutusjäykkyys} = (EI)_{ni} = \sum_{j=1}^n (EI)_j, \quad (1)$$

$$- \text{akssiaalijäykkyys} = (EA)_i = \sum_{j=1}^n (EA)_j. \quad (2)$$

Kun jokaisella osalla on keskenään jäykkä liitos (muodonmuutosero liitospinnoissa on nolla), puhutaan täydellisestä yhteistoiminnasta. Taivutusjäykkyys kasvaa silloin arvoon $(EI)_i$, mutta aksiaalijäykkyys pysyy $(EA)_i$:nä,

$$(EI)_i = (1 + \alpha_i) (EI)_{ni}. \quad (3)$$

α_i on liittojäykkäyskerroin ja sille voidaan johtaa lauseke liitospintojen muodonmuutoksien yhteensopivuuden avulla. Aloitetaan tarkastelu sitä varten kuvan 1. tilanteesta, jossa vaikuttava momentti on M .



Kuva 1. n -osainen liittorakenne

Jokaisessa osassa on taivutuksesta aiheutuva kaarevuus $\kappa = M_j / (EI)_j$ sama kuin koko rakenteen kaarevuus $\kappa = M / (EI)_i$ ja poikkileikkauksen reunalle tarkastelupisteeseen suhteutetut muodonmuutokset jännitysresultanteista M_j ja N_j ovat

$$\epsilon_{oj} = \kappa y_{oj} + N_j / (EA)_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Täyden yhteistoiminnan vallitessa ϵ_{oj} on sama kaikille j :n arvoille. Tästä ehdosta seuraavat $(n-1)$ kpl yhtälöä ovat muotoa

$$\kappa(y_{oj-1} - y_{oj}) = N_j / (EA)_j - N_{j-1} / (EA)_{j-1}. \quad (5)$$

Jos ulkoista normaalivoimaa ei ole, n:ntenä ehtona on vaadittava, että jännitysresultanttien N_j summa on nolla,

$$\sum_{j=1}^n N_j = 0. \quad (6)$$

N_j :t saadaan (5):n ja (6):n avulla κ :n funktiona yhtälöstä

$$N_j = \kappa \frac{(EA)_j}{(EA)_i} (-y_{oj} \sum_{k \neq j} (EA)_k + \sum_{k \neq j} y_{ok} (EA)_k). \quad (7)$$

Taivutusmomentti M muodostuu jännitysresultanteista seuraavasti

$$M = \sum_{j=1}^n (M_j - N_j y_{oj}), \quad (8)$$

mihin sijoitetaan $M_j = \kappa(EI)_j$ ja N_j :t yhtälöstä (7). Muodostuva yhtälö on vaivalloisen näköinen

$$\begin{aligned} M/\kappa = (EI)_i = & \\ & (EI)_{ni} + \frac{1}{(EA)_i} \{ (EA)_1 (EA)_2 (y_{o1} - y_{o2})^2 + (EA)_1 (EA)_3 (y_{o1} - y_{o3})^2 + \dots \\ & + (EA)_1 (EA)_n (y_{o1} - y_{on})^2 + (EA)_2 (EA)_3 (y_{o2} - y_{o3})^2 + (EA)_2 (EA)_4 (y_{o2} - y_{o4})^2 + \dots \\ & + (EA)_2 (EA)_n (y_{o2} - y_{on})^2 + (EA)_k (EA)_{k+1} (y_{ok} - y_{ok+1})^2 + \dots \\ & + (EA)_k (EA)_n (y_{ok} - y_{on})^2 + \dots + (EA)_{n-1} (EA)_n (y_{on-1} - y_{on})^2 \}. \quad (9) \end{aligned}$$

Lyhyemmin tämä on

$$(EI)_i = (EI)_{ni} + S_{EA} / (EA)_i, \quad (10)$$

missä sarjatermi S_{EA} on muotoa (11).

$$S_{EA} = \sum_{j=1}^{n-1} (EA)_j \sum_{k=j+1}^n (EA)_k (y_{oj} - y_{ok})^2. \quad (11)$$

Siten liittojäykkyykskerroimen α_i yleinen muoto on

$$\alpha_i = S_{EA} / [(EI)_{ni} (EA)_i]. \quad (12)$$

Yhtälöstä (11) näkyy, että $\alpha_i = 0$, jos kaikilla osilla on sama painopiste ja silloin taivutusjäykkyys on $(EI)_{ni}$.

Kun $n = 2$, saadaan yleisimmin kyseeseen tuleva tapaus, jossa tunnetusti

$$\alpha_i = \frac{(y_{o1} - y_{o2})^2}{(EI)_{ni}} \frac{(EA)_1 (EA)_2}{(EA)_i} = \frac{e_i^2}{(EI)_{ni}} \frac{(EA)_1 (EA)_2}{(EA)_i}, \quad (13)$$

missä e_i on osien painopisteiden välinen etäisyys.

$n = 3$ tuottaa puolestaan

$$\alpha_i = \frac{1}{(EI)_{ni} (EA)_i} [(EA)_1 (EA)_2 (y_{o1} - y_{o2})^2 + (EA)_1 (EA)_2 (y_{o1} - y_{o3})^2 + (EA)_2 (EA)_3 (y_{o2} - y_{o3})^2]. \quad (14)$$

NORMAALIJÄNNITYKSET

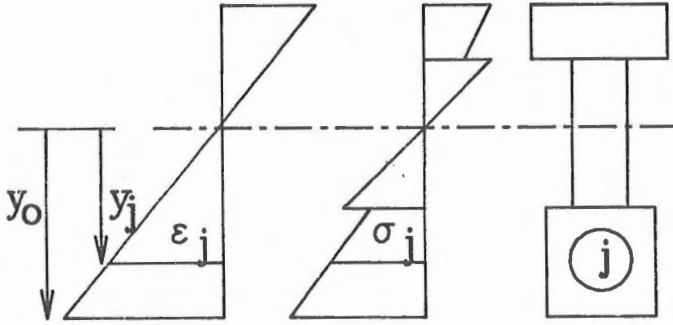
Täyden yhteistoiminnan vallitessa saadaan suoraviivainen muodonmuutosjakautuma, jossa ei ole epäjatkuvuuskohtia. Taivutuksen neutraaliakseli sijaitsee poikkileikkauksen alareunasta etäisyydellä y_o ,

$$y_o = \frac{\sum_{j=1}^n y_{oj} (EA)_j}{(EA)_i} \quad (15)$$

ja normaalimuodonmuutos (venymä tai puristuma) etäisyydellä y_j neutraaliakselilta on (kuva 2.)

$$\epsilon_j = My_j / (EI)_i. \quad (16)$$

$y_j > 0$ neutraaliakselin alapuolella. Jännitys samassa kohdassa on silloin $\sigma_j = E_j \epsilon_j$, kun E_j on kohdassa j olevan materiaalin kimmokerroin (kuva 2.).



Kuva 2. Normaalijännityksien muodostuminen

LEIKKAUSJÄNNITYKSET

Leikkausjännitykset τ_b osien rajapinnoissa ovat kiinnostavia, koska niiden avulla arvioidaan osien keskinäisiä ankkurointivoimia. Ne saadaan vaakasuoran tasapainoehdon perusteella (kuva 3.)

$$\tau_b A_b = \Sigma d\sigma_{jp} A_j, \quad A_b = b_b dx. \quad (17)$$

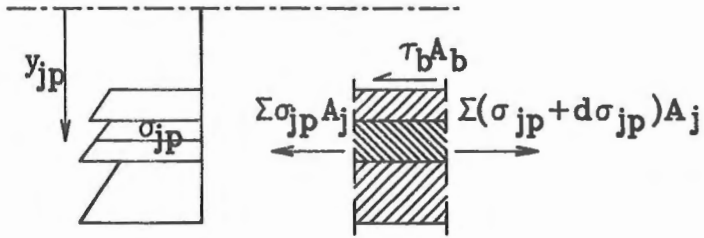
Normaalijännitys σ_{jp} on osan j painopisteessä vaikuttava jännitys tai osan j keskimääräinen normaalijännitys,

$$\sigma_{jp} = My_{jp} E_j / (EI)_i, \quad (18)$$

josta

$$\tau_b = \frac{1}{b_b} \Sigma \frac{d\sigma_{jp}}{dx} A_j = \frac{V}{b_b (EI)_i} \Sigma y_{jp} (EA)_j. \quad (19)$$

Summaus ulottuu kaikkiin liitospinnan A_b alapuolisiin osiin. Leikkausjännityksien resultantti poikkileikkauksen leveydeltä b_b muodostaa leikkausvuon $v_1 = \tau_b b_b$, joka kuvaa suoraan osien keskinäistä ankkurointitarvetta.



Kuva 3. Leikkausjännityksien muodostuminen liitospinnoissa

PLASTISOITUMINEN

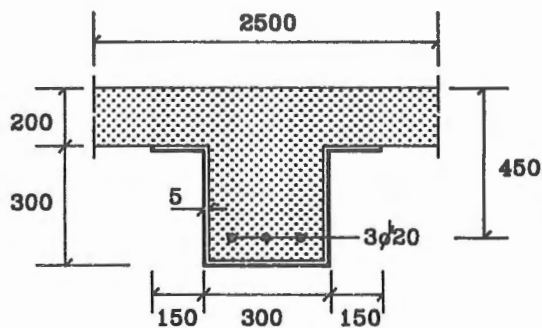
Jos materiaalit ovat ideaaliplastisia, saadaan plastisen neutraaliakselin paikka jännitysresultanttien tasapainoehdosta

$$\sum_{j=1}^n f_{y_j} A_j = 0, \quad (20)$$

missä f_{y_j} on materiaalin j plastinen jännitys.

Kerrostien rajapintojen ankkurointijännitykset lasketaan (19) perusteella, kun V on plastisoituneen rakenteen leikkausvoima.

ESIMERKKI



Kuva 4. Esimerkkipoikkileikkaus

Ottamatta kantaa kuvan 4. ratkaisun luonteeseen, lasketaan normaalijännitykset yksikkömomentista ja betonin ja teräksen väliset ankkurointivoimat pituusyksiköllä (liitospintojen leikkausvuot) teräsosan ala- ja ylälaipassa. Oletetaan, että teräksen ja betonin kimmokertoimien suhde $\alpha_e = 7$.

Lasketaan betoniosan jäykkyydet halkeilleena. Sitä varten geometrinen raudoitussuhde

$$\rho = A_r/bd = 8,37 \times 10^{-4} \quad \text{jä} \quad \alpha_e \rho = 5,86 \times 10^{-3}.$$

Puristusosan suhteellinen korkeus k_x on

$$k_x = \sqrt{\alpha_e^2 \rho^2 + 2\alpha_e \rho} - \alpha_e \rho = 0,1.$$

$$(EI)_c = (EA)_r d^2 (1-k_x/3)(1-k_x) = 33,19 \text{ MNm}^2.$$

Aksiaalijäykkyyttä arvioidaan laattaosan perusteella

$$(EA)_c = E_s h_1 b / \alpha_e = 14286 \text{ MN}.$$

Teräsosan jäykkyydet ovat betoniin verrattuna pienempiä,

$$(EI)_s = 17,12 \text{ MNm}^2, \quad (EA)_s = 1180 \text{ MN}.$$

Summajäykkyydet $(EI)_{ni}$ ja $(EA)_i$ ovat

$$(EI)_{ni} = 17,12 + 33,19 = 50,31 \text{ MNm}^2,$$

$$(EA)_i = 1180 + 14286 = 15466 \text{ MN}.$$

Liittojäykkyyserroin α_i on $(e_i = (1-k_x)d - h_s/2 = 0,255 \text{ m})$

$$\alpha_i = \frac{e_i^2}{(EI)_{ni}} \frac{(EA)_c (EA)_s}{(EA)_i} = 1,409.$$

Taivutusjäykkyys $(EI)_i$ on

$$(EI)_i = (1+\alpha_i)(EI)_{ni} = 121,20 \text{ MNm}^2.$$

Liittopoiikkileikkauksen taivutuksen neutraaliakselin sijainti:

$$y_o = [(EA)_s y_{os} + (EA)_c y_{oc}] / (EA)_i = 0,381 \text{ m.}$$

Reunajännitys betonissa (laatan yläreuna) yksikkömomentista on

$$\sigma_c = E_c (h_1 + h_s - y_o) / (EI)_i = 29,46 / \text{m}^3.$$

Reunajännitys teräsosassa yksikkömomentista on

$$\sigma_s = E_s y_o / (EI)_i = 660,15 / \text{m}^3.$$

Ankkurointivoima pituusyksiköllä teräsosan ylälaipassa on

$$v_1 = \frac{y_s (EA)_s}{(EI)_i} = 2,25 / \text{m},$$

missä y_s = teräsosan painopisteen etäisyys taivutuksen neutraaliakselilta.

Ankkurointivoima alalaipassa on

$$v_1 = \frac{y_{of} (EA)_f}{(EI)_i} = 0,98 / \text{m},$$

missä y_{of} = etäisyys neutraaliakselilta alalaipan painopisteeseen,

$(EA)_f$ = alalaipan aksiaali jäykkyys.

Yhteistoiminnan varmistamiseksi ylä- ja alalaippaan on järjestettävä liittimet, jotka mitoitetaan esitettyjen voimien mukaisiksi. Suurin liittimien tarve on ylälaipassa, johon vaaditaan hieman yli kaksinkertainen määrä alalaippaan verrattuna.

YHTEENVETO

Tässä kirjoituksessa on esitetty teräksen ja betonin liittopalkin taivutuskäyttäytymiseen liittyviä tekijöitä ja havainnollistettu esimerkillä, kuinka jäykkyysominaisuudet paranevat käytettäessä liittorakennetta.

Esitetyllä periaatteella voidaan käsitellä kaikki liittopoiikkileikkaukset eikä muoto rajoita kaavojen käyttöä. Täydellisen yhteistoiminnan edellytys on, että materiaalien liitospinnat, joissa esiintyy huomattavia leikkausjännityksiä, varustetaan leikkausliittimin. Nämä voivat olla tappeja

tai muita vaarvoja tai tartuntanauhoja (esimerkiksi laippaan hitsattu harjateräs). Tartuntanauhojen käyttöä ja ideoita ei toistaiseksi ole paljoa tutkittu. Nämä asiat olisi syytä ottaa jatkoselvitysten kohteeksi myöhemmissä liittorakenteiden tutkimuksissa.

KIRJALLISUUTTA

- [1] TRY/BY26, Liittorakenteet. Suunnitteluohjeet 1988
Suomen betonitieto Oy
- [2] Composite Structures, ECCS
The Construction Press, London and New York 1981
- [3] Yam, L.C.P., Design of Composite Steel-Concrete Structures
Surrey university press 1981
- [4] Johnson, R.P., Composite Structures of Steel and Concrete,
Volume 1, Crosby Lockwood and Staples, London 1975

Matti Leskelä, tekn.tri, Suomen Akatemian vanhempi tutkija