KYLMÄMUOVATTUJEN PROFIILIEN ANALYSOINTI FINITE STRIP -MENETELMÄLLÄ

Timo Björk

Rakenteiden mekaniikka Vol. 20
No 3 1987, s. 3...20

YHTEENVETO: Finite Strip -menetelmä (FSM) on yksinkertaistettu versio tavanomaisesta elementtimenetelmästä. FSM soveltuu hyvin kylmämuovattujen profiilien stabiiliuden analysointiin, koska sillä voidaan arvioida palkin sekä globaalista nurjahduskäyttäytymistä (taso-, vääntö- tai avaruusnurjahdus sekä kiepahdus) että paikallisempia ilmiöitä (paikallinen lommahdus ja vinoutumisnurjahdus). Menetelmässä palkin poikkileikkaus jaetaan koko palkin pituuden yli ulottuviin kaistoihin, joiden pitkittäissuuntaista käyttäytymistä kuvataan siniaallon puolikkaalla. Palkin stabiiliuden menetys ratkaistaan ominaisarvotehtävänä. Menetelmän sovellutuksia on tarkasteltu esimerkin avulla.

JOHDANTO

Kylmämuovattujen profiilien mitoituksessa rakenneosan stabiiliuden varmistamisella on keskeinen merkitys. Mahdollisia vauriomuotoja on useampia kuin perinteisillä, valssaamalla valmistetuilla tuotteilla. Vauriomuotojen tai niiden yhdistelmien ratkominen käsinlaskentana on työlästä, eikä kaikkiin tapauksiin ole edes olemassa valmiita analyyttisiä ratkaisuja.

Epälineaarinen FE -menetelmä tarjoaa kyllä työkalun edellä mainittujen ongelmien ratkaisemiseen, mutta se on usein turhan monipuolinen ja siten raskaskäyttöinen, kun halutaan selvittää esimerkiksi eri profiilivaihtoehtojen keskinäistä paremmuutta.

Jos tehtävänä on selvittää pelkästään aksiaalisesti kuormitetun rakenteen kapasiteettia, voidaan vaurioitumismuotoa palkin pituussuunnassa kuvata menestyksellisesti esim. siniaallon osalla.

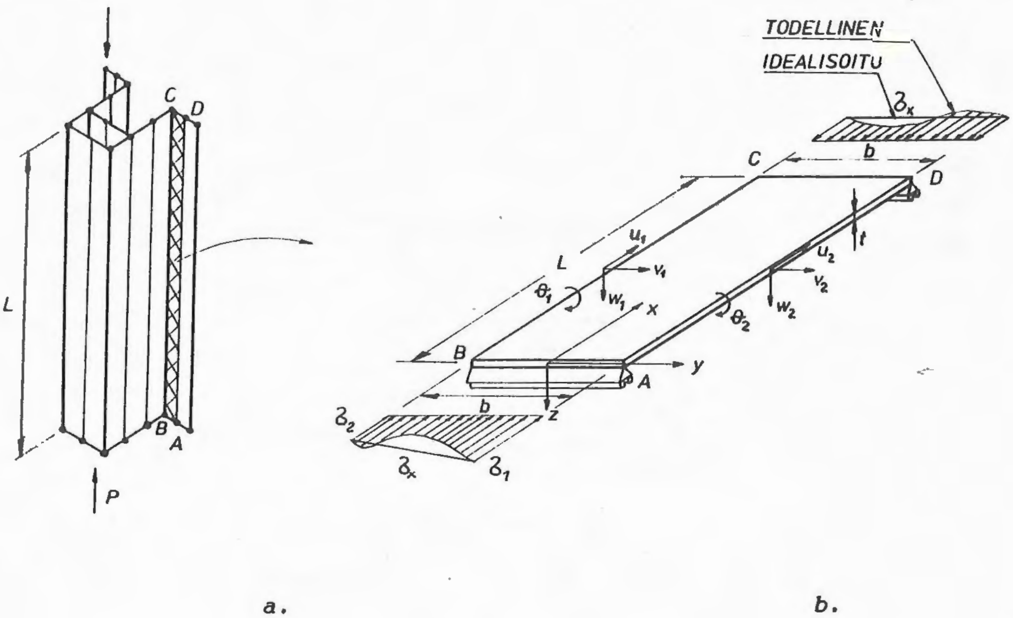
Palkkia ei tarvitse diskretisoida pituussuunnassa lainkaan, ja tämä merkitsee vapausasteiden lukumäärän huomattavaa pienenemistä. Ongelma voidaan palauttaa ikäänkuin tasotapaukseksi, jolloin sauvan geometrian mallintamiseen riittää poikkileikkauksen elementteihin jakaminen ja sauvan pituuden ilmoittaminen.Poikkileikkauksen elementti on siten koko sauvan pituuden yli ulottuva kaistale (strip), jonka ominaisuudet pituussuunnassa ovat analyyttisesti määritettyjä. Menetelmälle ei ole vielä vakiintunutta suomenkielistä nimeä (ehdotus: 'kaistalointimenetelmä'), joten tässä yhteydessä käytetään alkuperäisnimeä 'Finite Strip -menetelmä' tai sen lyhennettä FSM . Menetelmä on siis puolianalyyttinen ja yksinkertaistettu versio yleisestä elementtimenetelmästä.

Finite Strip -menetelmää stabiiliusanalyyseihin ovat kehittäneet ja soveltaneet mm. Plank ja Wittrick /1/, Graves-Smith, Sridharan, Gierlinski Benito ja Ashraf /2/ - /8/, Cheung /9/, Hancock /10/ - /12/, Mahmoud /13/ sekä Schöppach /14/. Epälineaarisia sovelluksia on käsitelty mm. lähteissä /15/ ja /16/ ja menetelmää on edelleenkehitelty erityissovelluksiin aivan viime aikoina.

TEORIAA

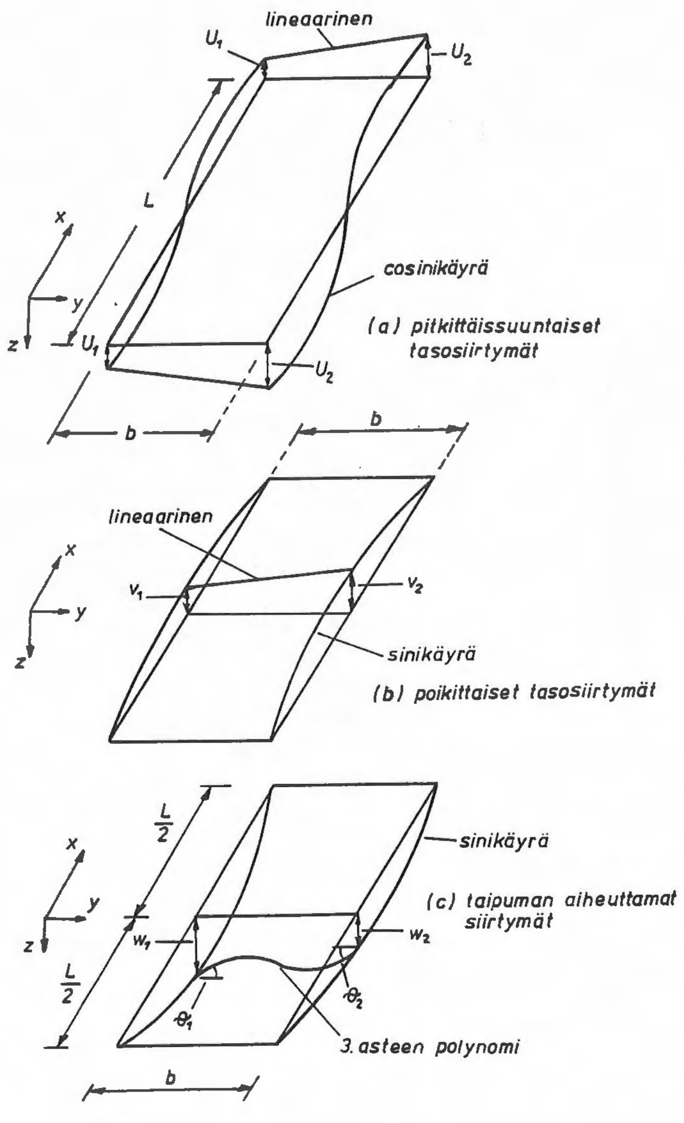
Teoreettiset perusteet on esitetty yksityiskohtaisesti edellä mainituissa viitteissä, kuten /1/, /9/ ja /13/. Jos analysoitavana on kuvan 1 a mukainen aksiaalisesti puristettu sauva, riittää kohtalaisen tarkkuuden saavuttamiseen b-kohdassa esitetty kaistaleisiin jako. Paikallisten stabiiliusilmiöiden selvittämiseksi myös hoikat osakentät on jaettava kaistoihin.

Syntyneet suorakaiteen muotoiset kaistaleet oletetaan muodoltaan virheettömiksi. Kukin kaista voi olla kiinnitetty viereiseen kaistaan tai olla vapaareunainen. Kuormitus annetaan solmupisteiden jännityksinä, jolloin sen oletetaan muuttuvan lineaarisesti solmusta toiseen ja vaikuttavan kaistan keskilinjalla.



Kuva 1. Aksiaalisesti kuormitetun palkin analysointi
a) Koko palkki
b) Yksi kaistale

Sauva tai sen osakenttä menettää stabiiliutensa siniaallon puolikkaan muodossa, ja kuhunkin solmulinjaan sisältyy neljä vapausastetta. Kuvan 2 mukaisesti pituusakselin suuntainen siirtymä u noudattaa kosini-jakaumaa x-akselin suunnassa ja muuttuu lineaarisesti y-akselin suunnassa. Toinen tasosiirtymä v muuttuu sinimuotoisesti kaistan pituussuunnassa ja lineaarisesti y-akselin suunnassa. Tason normaalin suuntaisen siirtymän w oletetaan noudattavan sinijakaumaa kaistan pituussuunnassa ja kolmannen asteen polynomijakaumaa tätä vastaan kohtisuorassa suunnassa.



Kuva 2. Kaistaleen muotofunktiot /13/

Kaistan mielivaltaisen pisteen siirtymätila {f} voidaan nyt kuvata solmusiirtymien {δ} ja muotofunktioiden [N] avulla seuraavasti

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \Sigma\ [N]_m \{\delta\}_m = [N]\ \{\delta\} \tag{1}$$

jossa

$$\{\delta\} = \{\ u_1\ v_1\ w_1\ \theta_1\quad u_2\ v_2\ w_2\ \theta_2\ \}^T \tag{2}$$

Vektorin komponentit ovat kaistan reunan siirtymä- ja kiertymäamplitudeja. Siirtymäfunktioiden tulee täyttää kuvassa 1 b esitetyt yksinkertaisesti tuetun levyn reunaehdot kaistan molemmissa päissä. Nämä reunaehdot tulevat täytetyiksi määrittämällä solmusiirtymät Fourier-sarjoina seuraavasti,

$$u = \sum_n Y_n(y) \cdot \cos(n\pi x/l)$$

$$v = \sum_n Y_n(y) \cdot \sin(n\pi x/l) \tag{3}$$

$$w = \sum_m Y_m(y) \cdot \sin(m\pi x/l)$$

Lausekkeessa (3) n ja m ovat puoliaaltojen lukumääriä. Tavallisesti ollaan kiinnostuneita ensimmäisestä ominaismuodosta. Siirtymäfunktion polynomiosuus määritetään siten , että se täyttää suppenevuusehdosta määräytyvän vakiovenymävaatimuksen poikittaisessa (y) suunnassa. Muotofunktioita kuvaava matriisi on tyyppiä 3x8, jossa kolme vastaa siirtymien lukumäärää ja kahdeksan vastaa yhden kaistan vapausasteiden lukumäärää.

Muotofunktioiden määrittämisen jälkeen kaistan siirtymien ja kuormituksen välistä yhteyttä kuvaava jäykkyysmatriisi voidaan muodostaa normaaliin tapaan joko virtuaalisen työn tai potentiaalienergian minimin periaatteella.

$$[K_0] = \int_V [B]^T\ [D]\ [B]dV \tag{4}$$

Matriisi [B] määrittää venymien ja siirtymien välisen yhteyden, eli

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{dv}{dy} \\ \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} \end{Bmatrix} + z \cdot \begin{Bmatrix} -\frac{d^2w}{dx^2} \\ -\frac{d^2w}{dy^2} \\ 2\frac{d^2w}{dxdy} \end{Bmatrix} = [B]\ \{\delta\} \qquad (5)$$

Matriisi [D] on kimmomatriisi, joka on tasotapauksessa muotoa

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Koko rakenteen jäykkyysmatriisin kokoamiseen tarvitaan vain yksinkertainen tasomuunnos.

Przemieniecki /17/ on esittänyt kaistan geometrisen jäykkyysmatriisin [K_G] muodostamisen taipuman aiheuttamille siirtymille (paikallinen lommahdus). Vakiopaksuiselle kaistaleelle saadaan aksiaalikuormituksessa (kuva 1b) sekä tasosiirtymiä että taipuman aiheuttamia muodonmuutoksia sisältävälle ominaismuodolle /9/

$$[K_G] = t \cdot \iint \{\sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot y/b\}\ [G]^T\ [G]\ dx\ dy \qquad (7)$$

jossa matriisi [G] määritetään venymien ja siirtymien välisestä yhteydestä

$$\begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \frac{dv}{dx} \\ \frac{dw}{dx} \end{Bmatrix} = [G]\ \{\delta\} \qquad (8)$$

Geometrinen jäykkyysmatriisi muodostetaan lineaariseen stabiiliusanalyysiin perustuen. Kokonaisjäykkyysmatriisiksi saadaan annetun kuormituksen moninkertaisarvolla $\lambda \cdot \{F\}$

$$[K] = [K_O] + \lambda \cdot [K_G] \tag{9}$$

Rakenne menettää stabiiliutensa, mikäli sen jäykkyysmatriisin determinantti saa arvon nolla, eli

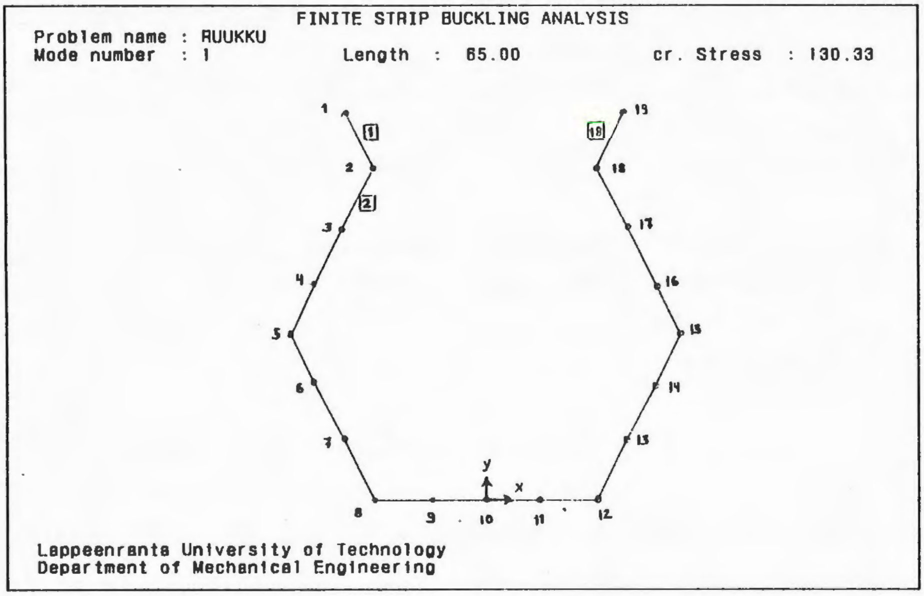
$$\left| [K_O] + \lambda \cdot [K_G] \right| = 0 \tag{10}$$

Tämä ominaisarvotehtävä ratkaistaan esim. Sturm-jonotekniikkaa käyttäen /18/, ja tuloksena saatava pienin λ*- arvo vastaa alinta stabiiliuden menetykseen johtavaa kuormituskerrointa. Stabiiliuden menetyksen ominaismuoto saadaan skaalaamalla muut siirtymät yksikön suuruisen maksimisiirtymän mukaan kaistaleen keskikohdalla* ($x=l/2$)*. Ylempiä ominaismuotoja vastaavia arvoja saadaan niin paljon kuin rakenteella on potentiaalisia vapausasteita.*

FINITE STRIP ANALYYSIOHJELMA

Ko. mikrotietokoneohjelma perustuu lähteessä /9/ esitettyyn teoriaan. Valmiina saatava ohjelma vastaa Finite Strip -menetelmän perusversiota ilman erityispiirteitä, ja sen on kehittänyt Hancock /18/.

Lähtötietojen antaminen esitetään seuraavan esimerkin kommentteina. Kyseessä on teräksinen haarukkalaakeroitu poikkileikkaukseltaan ruukkua muistuttava profiili (kuva 3), jonka puristuskestävyys halutaan selvittää.



Kuva 3. Analysoitava profiili

ESIMERKKILASKELMA

Poikkileikkaukseltaan ruukun muotoista profiilia kuormitetaan tasanjakautuneella aksiaalikuormituksella, jolloin resultantti vaikuttaa automaattisesti poikkileikkauksen painopisteessä. Muuntelemalla sauvan kokonaispituutta saadaan kuvassa 4 esitetyt stabiiliuden menetyksen ominaismuodot Finite Strip PC-ohjelman tuloksista.

```
RUUKKU
210000 210000 0.3 0.3 81000
19 18 1 20 1000
1 -50 140 1 1 1 1 1
2 -40 120 1 1 1 1 1
3 -50 100 1 1 1 1 1
4 -60 80  1 1 1 1 1
5 -70 60 1 1 1 1 1
6 -60 40  1 1 1 1 1
7 -50 20  1 1 1 1 1
8 -40 0 1 1 1 1 1
9 -20 0 1 1 1 1 1
10 0  0 1 1 1 1 1
11 20 0 1 1 1 1 1
12 40 0 1 1 1 1 1
13 50 20  1 1 1 1 1
14 60 40  1 1 1 1 1
15 70 60  1 1 1 1 1
16 60 80  1 1 1 1 1
17 50 100 1 1 1 1 1
18 40 120 1 1 1 1 1
19 50 140 1 1 1 1 1
 1  1  2  3
 2  2  3  3
 3  3  4  3
 4  4  5  3
 5  5  6  3
 6  6  7  3
 7  7  8  3
 8  8  9  3
 9  9 10  3
10 10 11  3
11 11 12  3
12 12 13  3
13 13 14  3
14 14 15  3
15 15 16  3
16 16 17  3
17 17 18  3
18 18 19  3
.05 .06 .07 .1 .2 .3 .4 ... 3.0
```

ongelman nimi

E_x E_y ν_x ν_y G

N_s N_e N_m N_l L

solmunumero
koordinaattiarvot x ja y
solmun vapausasteet:
δ_x δ_y δ_z δ_θ
0 = estetty
1 = vapaa
ja viimeisenä jännitys ko solmussa
+ = puristusta
− = vetoa

elementin numero

solmunumerot

elementin paksuus

pituuskertoimet (20 kpl)

E = kimmokerroin

ν = Poissonin vakio

G = leikkauskimmokerroin

N_s = solmujen lukumäärä

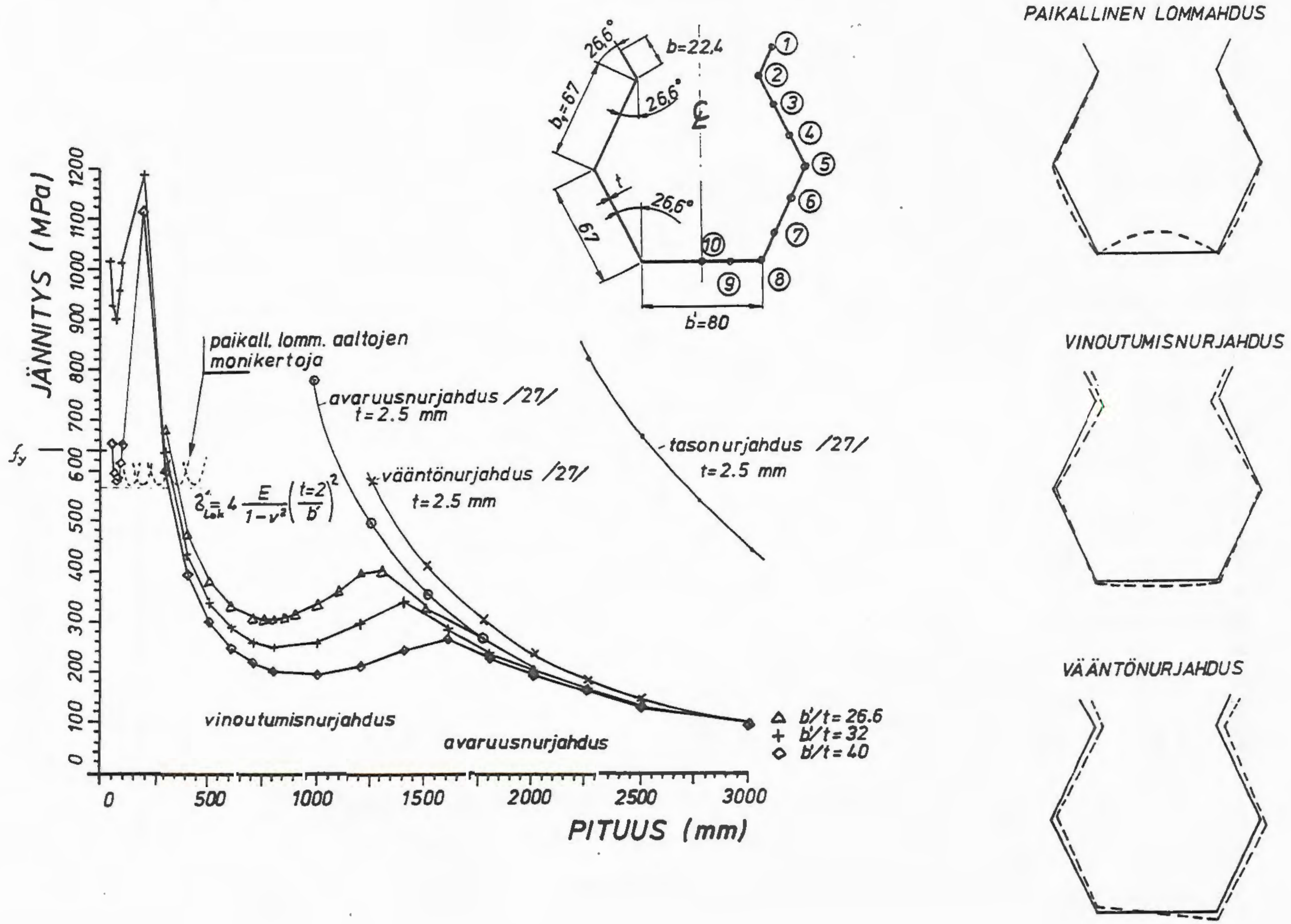
N_e = elementtien lukumäärä

N_m = ominaismuotojen luku

N_l = pituuksien lukumäärä

L = sauvan peruspituus

Tehtävän kuvaus on siten yksinkertaista, ja sitä voisi generointia käyttäen entisestään helpottaa.



Kuva 4. Profiilin 'ominaisvauriokäyrät'

Sauvan kriittinen puristusjännitys on laskettu kolmella eri levynpaksuudella siten, että hoikin levykenttä vaihtelee mittasuhteiltaan hoikasta puolikompaktiin käytännössä kaikilla tavanomaisilla teräslaaduilla. (Puolikompaktilla tarkoitetaan sellaista yksittäiskentän leveys/paksuus mittasuhdetta, jolla lommahdus ei alenna sallittua jännitystä, vaan mitoitus voidaan tehdä suoraan myötörajan perusteella.)

Käyrän ensimmäinen laakso edustaa paikallisen lommahduksen ominaismuotoa. Sen sinipuoliaallon puolikkaan pituus on hieman lyhyempi kuin hoikimman osakentän leveys. Tämä laaksomuoto toistuu tietysti perusmuodon moninkertana sauvan pituuden kasvaessa. Käytännön laskennan kannalta vain minimiarvo on merkityksellinen, mutta puolikompaktisuuden johdosta paikallinen lommahdus ei pienennä nyt ideaalista puristuskapasiteettia millään sauvan pituudella, ellei kyseessä ole erityisen luja materiaali.

Toinen laakeampi laakso edustaa vinoutumisnurjahduksen (distortion) ensimmäistä siniaallon pituuden puolikasta. Aallonpituus kasvaa profiilin poikkileikkauksen hoikentuessa. Vinoutumisnurjahdus on nyt selvästi määräävä, vaikka poikkileikkaus olisi mitoitettu kompaktiksi. Se ei siis ole tae vinoutumisnurjahduksen eliminoimiseksi. Jos reunajäykisteen jäyhyyden riittävyys tarkastetaan modifioiduilla Winterin kaavoilla /19/, saadaan

$$I_{tarv} \geq \begin{cases} 9.2 \cdot t^4 \\ 1.83 \cdot t^4 \sqrt{[(b_1/t)^2 - 27600/f_y]} \end{cases} = t \cdot b^3 \cdot \cos^2\theta/12 \qquad (11)$$

$$b \geq \begin{cases} t \cdot \sqrt[3]{(110/\cos^2\theta)} \\ 2.8 \cdot t^{-1/3} \sqrt[6]{[(b_1/t)^2 - 27600/f_y]} \cdot (\cos\theta)^{2/3} \end{cases} \qquad (12)$$

Myötörajaoletuksella $f_y = 640$ MPa reunalipan pituudelle saadaan tässä tapauksessa vaatimuksia 19 mm:sta (t = 2mm) 25 mm:iin (t = 3mm), joten reunalipan mitoittaminen riittäväksi (b = 22.4mm = b_{cr}, kun t =2.5 mm) ei näyttäisi estävän vinoutumisen kriittisyyttä tässä tapauksessa.

Vinoutumisnurjahduksen määräämä kriittinen puristusjännitys on tällä pituusalueella myös huomattavasti alle taso-, vääntö- tai avaruusnurjahdusjännitysten. Vinoutumisnurjahduksen toinen pituussuuntainen ominaismuoto antaa suunnilleen saman kuormitettavuuden kuin ohjelmalla suoraan saatu avaruusnurjahduskapasiteetti. Näiden kahden ominaismuodon mahdollista interaktiota ei menetelmällä pystytä selvittämään.

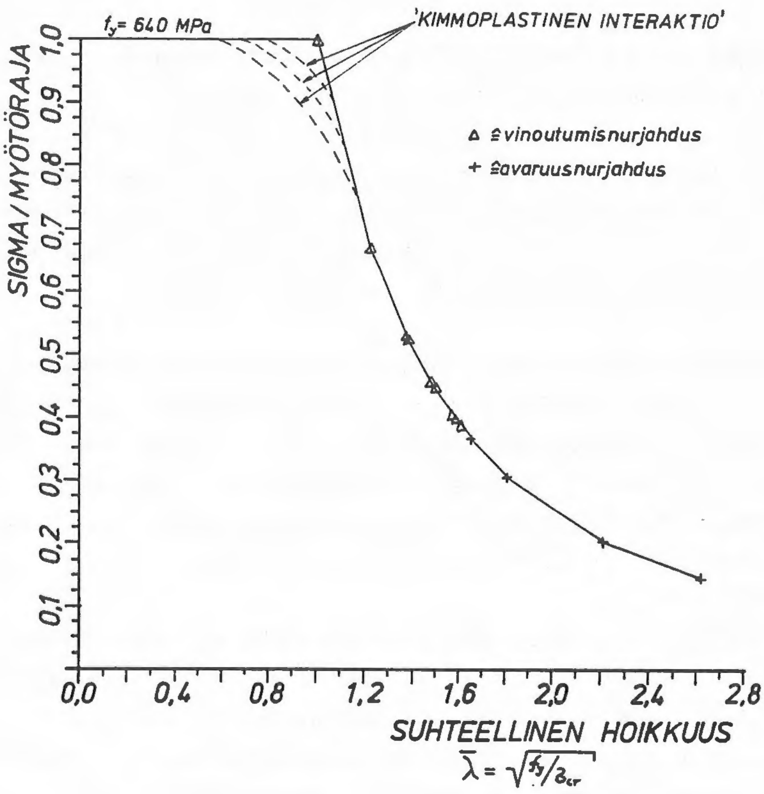
Pituutta lisättäessä kriittinen puristusjännitys pienenee monotonisesti Eulerin hyperbelin mukaisesti. Kuvassa esitetyllä alueella avaruusnurjahdus on vääntönurjahduspainotteisesti dominoiva. Käyrästöstä saadaan suuntaviivoja siihen, miten poikkileikkauksen mittasuhteita tulisi muuttaa tarkasteltavalla pituudella. Tällöin on kuitenkin otettava huomioon, ettei lommahdusnurjahdus-interaktio eivätkä muutkaan eri aallonpituuksilla tapahtuvat interaktiot ole tuloksissa esillä.

Kriittistä puristuskuormaa kuvaavan käyrän laaksoalueiden välistä teoreettista kuormitettavuuden lisääntymistä ei hyödynnetä käytännössä. Ominaismuoto on ko. alueilla yleensä sekamuotoinen, jollainen myös laaksoarvo voi olla.

Jos absoluuttiset asteikot korvataan suhteellisilla asteikoilla kuvan 5 mukaisesti, tulee ominaiskäyrästä monotonisesti laskeva. Suhteellista hoikkuutta määritettäessä kriittisenä jännitysarvona käytetään sitä ominaismuodon jännitystä, jolla stabiliteetin menetys tapahtui.

Vinoutumisnurjahduksen ja vääntönurjahduksen kriittinen puristusjännitys voitaisiin tämän esimerkin mukaan määrittää samalta käyrältä. Käyrä kulkee nyt pisteen (1,1) kautta, koska paikallinen lommahdus oli eliminoitu. Yleisessä tapauksessa käyrän 'oikaisemisen' aste saattaa riippua ominaismuodosta, ja tämä kimmoplastisen alueen kriittinen puristusjännitys on varmistettava kokeellisesti.

RUUKKU



Kuva 5. Eri stabiiliusilmiöiden määräämä suhteellinen kriittinen jännitys suhteellisen hoikkuuden funktiona

Bornscheuer /20/ on esittänyt samantyylistä menetelmää, jossa suhteellista hoikkuutta redusoidaan vauriomuodosta (nurjahdus, lommahdus tai kuorilommahdus) riippuvalla vakiokertoimella. Kuormitettavuus voidaan määrittää tämän jälkeen yhtä ainoaa 'stabiiliuskäyrää' käyttäen. Tämän asian yleistäminen eri stabiiliuden menetysmuotoihin kaikilla parametrivaihtoehdoilla vaatisi lisäselvityksiä.

YHTEENVETO MENETELMÄN SOVELTAMISESTA

Seuraavaan luetteloon on koottu tiivistetysti menetelmän perusominaisuuksia ja käyttökokemuksia:

1. Yleistä. Menetelmällä voidaan arvioida ideaalisen suoran sauvan stabiiliutta annetulla aksiaalikuormituksella.

2. Poikkileikkaus. Sauvan on oltava prismaattinen, ja kunkin kaistan on oltava paksuudeltaan vakio. Poikkileikkaus voi olla muodoltaan mielivaltainen (avoin, kotelomainen tai näiden yhdistelmä), kunhan se on suorista tahkoista koostuva.

3. Reunaehdot. Reunaehdot ovat symmetriset palkin molemmissa päissä. Globaalisesti tuenta vastaa niveltä, jonka kiertyminen pituusakselin ympäri on estetty, mutta jonka siirtymä on vapaa (ainakin osittain) sauvan pituusakselin suunnassa. Yksittäisen osakentän reunaehto vastaa yhteensopivuusehdot täyttävää niveltukea. Sauvan pää on siten vapaa käyristymään.

Palkin pituussuunnassa kukin solmulinja voi olla vapaa tai tuettu minkä tahansa neljän vapausasteen suhteen. Tämä mahdollistaa mm. sidottujen nurjahdusten ja kiepahdusten (päätymomenttien kuormittama palkki) laskennan sekä vertailulaskelmia eri ominaismuodoille, jotka muuten saataisiin vasta korkeimmilla kertaluvuilla. Pakotetun kiertokeskiön on sijaittava kuitenkin profiilin piirillä, mikä estää ohjattujen kiepahdusten ja nurjahdusten laskennan. Monimutkaistenkaan profiilien symmetrisyysominaisuuksia ei kannata hyödyntää mallin yksinkertaistamiseksi, koska kriittisiä ominaismuotoja voi jäädä silloin pois.

4. Kuormitus. Kuormitus on symmetrinen palkin molemmissa päissä, eikä poikittaisia kuormituksia voida ottaa huomioon. Kuormitusjakaumalla voidaan jäljitellä keskeisesti tai epäkeskeiskeisesti puristetun sekä kiepahtavan sauvan kuormitustilannetta (ennen stabiiliuden menetystä). Esi- ja jäännösjännitysten vaikutus voidaan ottaa huomioon määrittämällä niiden suhde kriittiseen kuormitukseen iteroimalla ja superponoimalla ne sitten ulkoiseksi kuormaksi *(vaikka superpositioperiaate ei olekaan jäännösjännitysten yhdistämisessä voimassa). Pakkosiirtymät ovat teoriassa mahdollisia kuormitustapauksia, mutta yksinkertaisimmissa analyysiversioissa niitä ei ole mukana.*

5. <u>Tulosten käsittely</u>. Menetelmä antaa tulokseksi sen kuormituskertoimen arvon, jolla kerrottuna annettu kuormitus tulee kriittiseksi. Jännityksinä annettava kuormitus kannattaa valita esim. myötörajan tai yksikön suuruiseksi tulosten havainnollistamiseksi.

Annettu sauvanpituus vastaa syntyvää puoliaallon pituutta. Siten todellisia rakenteita analysoitaessa on laskettava myös joukko lyhyempiä sauvan pituuksia selvittämään, onko paikallisten ilmiöiden aallonpituuksien monikertaa vastaava kriittinen jännitys määräävämpi myös tutkittavalla pituudella. Menetelmä ei siis ota huomioon eri aallonpituudella tapahtuvien ilmiöiden interaktiota, kuten lommahdusnurjahdusta. Sen sijaan menetelmä ottaa huomioon annetulla aallonpituudella syntyvien ominaismuotojen keskinäisen interaktion.

Menetelmä soveltuu pitkien palkkien keskiosassa tapahtuvien paikallisten ilmiöiden analysointiin, vaikka palkki ei olisikaan päistään nivelellisesti tuettu. Tämä edellyttää kuitenkin, että puoliaaltoja on pituussuunnassa vähintään kolme.

Menetelmä ei ota huomioon suurten siirtymien vaikutusta kantokykyyn. Myöskään ylikriittisellä alueella rasitusten uudellenjakautumisen seurauksena syntyvää kantokyvyn lisääntymistä ei voida selvittää. Saatu kriittinen kuormitus edustaa teoreettista bifurkaatio-arvoa, joten suunnittelussa käytettävän kantokyvyn laskemiseksi tulosta on redusoitava normien ohjeiden mukaan kuten perinteisiä Euler-kuormiakin.

LÄHDELUETTELO

1. *Plank R. & Wittrick W., Buckling under combined loading of thin, flat-walled structures by complex finite strip method. International journal for numerical methods in engineering, vol. 8, 1974.*

2. *Graves-Smith T. & Sridharan S., A finite strip method for the buckling of plate structures under arbitrary loading. International journal of mechanical science, vol. 20, 1978*

3. *Graves-Smith T. & Shidharan S., A finite strip method for the post-locally buckled analysis of plated structures. International journal of mechanical science, vol. 20, 1978*

4. *Shidharan S. & Graves-Smith T., Postbuckling analyses with finite strips. Journal of the engineering mechanics division, ASCE, vol. 107, No. EM5, October, 1981.*

5. *Shidharan S., A finite strip analysis of locally buckled plate structures subject to nonuniform compression. Engineering structures, vol. 4, October, 1982.*

6. *Graves-Smith T. & Gierlinski J., Buckling of stiffened webs by local edge loads. Journal of structural division, ASCE, vol. 108, No. ST6, June, 1982.*

7. *Shidharan S. & Ashraf A., Iterative buckling in thin-walled beam-columns. Journal of engineering mechanics, ASCE vol. 111, No. 12, December, 1985.*

8. *Benito R. & Shidharan S., Interactive buckling analysis with finite strips. International journal for numerical methods in engineering, vol. 21, 1985.*

9. *Cheung Y., Finite strip method in structural analysis. Pergamon Press, 1976.*

10. *Hancock G., Local, distortional, and lateral buckling of I-beams. Journal of structural division, ASCE, vol. 104, No. ST11, November, 1978.*

11. *Hancock G., Structural buckling and vibration analyses on microcomputers. Civil engineering transactions, vol. CE26, No. 4, November, 1984.*

12. *Hancock G., Distortion buckling of steel storage rack columns. Journal of structural engineering, ASCE, vol. 111, No. 12, December, 1985.*

13. *Mahmoud N., Inelastic stability of plate structures using the finite strip method. Department of civil and structural engineering, University of Sheffield. January 1981.*

14. *Schöppach A., Eine Untersuchung zum gleichzeitigen Knicken und Beulen dünnwandiger prismatischer Stäbe mit Hilfe der Methode der finiten Streifen. VDI-Zeitschriften, VDI-Verlag, Duisburg, 1983.*

15. *Hancock G., Nonlinear analysis of thin sections in compression. University of Sydney, School of civil engineering, Research report R355, November 1979.*

16. *Gierlinski J. & Graves-Smith T., The geometric nonlinear analysis of thin-walled structures by finite strips. Thin-walled structures 2, 1984.*

17. *Przemieniecki J., Matrix analysis of local instability in plates, stiffened panels and columns. International journal for numerical methods in engineering, vol. 5, 1972.*

18. *Hancock G., User's manual for program BFINST5 finite strip buckling anlysis of thin-walled sections. The University of Sydney. June 1986.*

19. *Yu W-W., Cold formed steel design, John Wiley & Sons. New York 1985.*

20. *Bornscheur B., Einheitliches Bemessungskonzept für gedruckte Schalen, Platten und Stäbe aus Baustahl. Forschungsberichte 19. Institut fur Tragkonstruktionen und konstruktivisches Entwurf. Universität Stuttgart. 1984*

Timo Björk, dipl.ins., Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu, koneenrakennusosasto