OSAVARMUUSLUKUJEN MÄÄRITTÄMINEN

Tor-Ulf Weck

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 19
No 3 1986, s. 20...48

TIIVISTELMÄ: Artikkelissa tarkastellaan rakenteiden mitoituksessa käytettävän Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaisen osavarmuuslukumenetelmän osavarmuuslukujen määrittämistä. Osavarmuuslukujen arvot määritetään vertaamalla menetelmän antamia tuloksia todennäköisyysteoreettisen mitoitusmenetelmän antamiin tuloksiin.

JOHDANTO

Murtovarmuuden tai paremminkin rakenteen vaurioitumistodennäköisyyden käsitettä ei tule käsittää kovin kirjaimellisesti. Kaikki matemaattinen vaurioitumistodennäköisyyden laskenta perustuu tiettyihin oletuksiin rakenteen ja sen ympäristön toiminnasta. Nämä olettamukset on vain puettu matemaattiseen muotoon, jolloin niitä voidaan analysoida ja niiden avulla muodostaa eksakteja laskentatuloksia.

Edellä esitetyn perusteella ei siis varmuudella voida matemaattisesti määrittää hyväksyttävää rakenteen vaurioitumistodennäköisyyttä, vaan lähtökohdaksi on otettava aikaisempien suunnittelunormien ja -käytännön muodostama varmuustaso. Tällaiseen kokemusperäiseen perustietouteen voidaan osavarmuuslukujen arvot määrittää. Tämä tapahtuu käyttäen tilastomatemaattisia laskentamenetelmiä. Menettelytapa on pääpiirteissään seuraava:

1. Määritetään hyväksyttävä rakenteen vaurioitumisindeksi β olemassa olevan rakennuskannan perusteella.

2. Määritetään kuorman osavarmuusluvut.

3. Määritetään materiaalin osavarmuusluvut.

Tällainen menettely on perusteltua, koska on toivottavaa, että

a) hyväksyttävän laskennallisen rakenteen vaurioitumistodennäköisyyden tulee olla mahdollisimman riippumaton käytetyistä rakenneratkaisuista, -materiaaleista ja esiintyvistä kuormitustyypeistä,

b) kuorman osavarmuusluvut ovat samat kaikille rakenneratkaisuille ja -materiaaleille,

c) materiaalin osavarmuuslukujen tulee olla kuormitustyypeistä riippumattomia, ainakin silloin kun on kysymys tavanomaisista kuormituksista.

Rakenteet voidaan luokitella eri rakenneluokkiin mahdollisen vaurion seurausten perusteella käyttäen osavarmuuslukumenetelmässä tätä tarkoitusta varten omaa osavarmuuslukua γ_n. Tämä luku voidaan sijoittaa yksinkertaisimmin kuorman osavarmuusluvun yhteyteen. Luvun tulee olla saman suuruinen niin pysyville kuin muuttuvillekin kuormille, jotta käytettävä osavarmuuslukumenetelmä olisi mahdollisimman yksinkertainen.

Ennen kuin lähemmin tässä ryhdytään käsittelemään varsinaista osavarmuuslukujen määrittämistä on korostettava, että esitetty todennäköisyysteoreettinen menetelmä [1] on vain eräs teoreettinen menetelmä, jonka etuna on, että sen avulla asiat voidaan esittää johdonmukaisesti, mutta että menetelmä sisältää useita olettamuksia. Näin ollen saadut tulokset eivät välttämättä ole absoluuttisen oikeita, vaan tulosten tulkinnassa on hyvä soveltaa sellaista usein kokemusperäistä tietoa, jonka on saatu muuta kautta.

VARMUUSINDEKSIN β MÄÄRITTÄMINEN

Varmuusindeksi β voidaan määrittää laskemalla rakenne sekä olemasssa olevien normien ja rakentamiskäytännön mukaan että todennäköisyysteoreettisen menetelmän avulla. Tällöin on varminta käyttää vertailun kohteena todellisia toteutettuja rakenteita. Mieluiten tulisi käyttää yleisesti valmistettuja rakenteita.

Tuloksena saadaan tavallisesti joukko erilaisia ß-arvoja, jotka vaihtelevat tietyissä melko suurissa rajoissa, johtuen siitä, että varmuustaso käytännön rakenteissa vaihtelee ja siitä, että saatu luku on määritetty teoreettisen tarkastelun perusteella. Tällöin tarkasteluun sisältyy erilaisia olettamuksia. Saatujen erilaisten ß-arvojen avulla on aluksi määritettävä osavarmuuslukujen pohjaksi jokin yksi ainoa varmuusindeksi.

Tällaisen tarkastelun perusteella [2] on päädytty vaativimmassa rakenneluokassa lukuun $\beta = 4.7$, joka vastaa teoreettista vuosittaista rakenteen vaurioitumistodennäköisyyttä 10^{-6}. Muissa rakenneluokissa teoreettisen rakenteen vaurioitumistodennäköisyyden oletetaan olevan yhtä dekadia suurempi. Tämä karkea olettamus perustuu käytännön rakenteista saatuihin kokemuksiin.

KUORMAN OSAVARMUUSLUVUN MÄÄRITTÄMINEN

Kuorman osavarmuusluku voidaan määrittää samaan tapaan todennäköisyysteoreettisen menetelmän avulla. Tällöin on, kuten edelläkin on useaan otteeseen mainittu, suoritettava eräitä olettamuksia. Tässä luvussa on osavarmuusluvun määrittäminen esitetty tapauksissa, jossa pysyvän kuorman lisäksi rakenteeseen vaikuttaa yksi tai kaksi muuttuvaa kuormaa. Murtoehto voidaan tällöin kuvata yhtälöllä

$$R - C_S(\xi\, k_g\, G + k_1\, Q_1 + k_2\, Q_2) \qquad (1)$$

missä R = rakenteen kapasiteetti

C_S = kuorman mallintamiseen sisältyvä virhekerroin, jonka oletetaan olevan tilastollinen log-normaalijakautunut suure, jonka keskiarvo on m_C ja variaatiokerroin on V_C

ξ = +1, jos rakenteen pysyvä kuorma vaikuttaa samaan suuntaan kuin hyötykuorma ja -1, jos vaikutus on päinvastainen

k_g = kerroin, joka huomioi pysyvän kuorman vaikutuksen kokonaiskuormassa

G = pysyvä kuorma

k_1 = kerroin, joka huomioi muuttuvan kuorman vaikutuksen kokonaiskuormassa

Q_1 = ensimmäinen muuttuva kuorma

k_2 = kerroin, joka huomioi toisen muuttuvan kuorman vaikutuksen kokonaiskuormassa

Q_2 = toinen muuttuva kuorma.

Yhtälö voidaan saattaa yksinkertaisempaan muotoon huomioimalla, että tarkasteltavana ovat tässä vaiheessa ainoastaan kuorman osavarmuusluvut, jolloin rakenteen kapasiteettia ei tarvitse erotella osatekijöihin, vaan sen voidaan olettaa olevan funktio, jonka keskiarvo on m_R, variaatiokerroin V_R ja ominaisarvo R_k.

Kuormat kuvataan ominaiskuormien ja osavarmuuslukujen avulla. Tällöin kuorman Q_i keskiarvoa merkitään m_{Qi}, variaatiokerrointa V_{Qi} ja ominaisarvoa Q_{ik}. Yhtälö (1) voidaan nyt kirjoittaa muotoon

$$R_k/\gamma_m = \gamma_G \ \xi k_g \ G_k + \gamma_{Q1} \ k_1 \ Q_{1k} + \gamma_{Q2} \psi \ k_2 \ Q_{2k} \quad (2)$$

missä γ_m = kapasiteetin osavarmuusluku

γ_G = pysyvän kuorman osavarmuusluku

G_k = pysyvän kuorman ominaisarvo

γ_{Q1} = ensimmäisen muuttuvan kuorman osavarmuusluku

= yhdistelykerroin, joka huomioi todennäköisyyden sille, että ensimmäinen ja toinen hyötykuorma esiintyvät samanaikaisesti, $\psi \leq 1$

γ_{Q2} = toisen muuttuvan kuorman osavarmuusluku

Jatkossa yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan, että $\psi = 1$ ts. molemmat hyötykuormat esiintyvät yhtäaikaa silloin kun kahden muuttuvan kuorman tapausta käsitellään. Suomen rakentamismääräyskokoelmassa kerroin ψ sisältyy kuorman osavarmuuslukuihin. Edelleen yllä olevasta poiketen luonnonkuormien oletetaan olevan hyötykuorman kanssa korreloivia. Tässä ei tähän erikoisproblematiikkaan lähemmin puututa.

Pysyvän kuorman ominaiskuormaksi G_k valitaan ko. kuormafunktion keskiarvo m_G.

Edelleen yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan, että $k_g = k_1 = k_2 = k$.

Hyötykuormien ominaisarvoiksi valitaan kerran 50 vuodessa esiintyvä arvo. Tämä vastaa 98 %-fraktiiliarvoa.

Otetaan käyttöön merkinnät $k_i \cdot Q_i = q_i$ ja $k_g \cdot G = g$. Tällöin saadaan

$$k_1\, Q_{1k} = k\, m_{Q1}(1 + k_Q\, V_{Q1}) = m_{q1}(1 + kQV_{q1})$$

$$k_2\, Q_{2k} = k\, m_{Q2}(1 + k_Q\, V_{Q2}) = m_{q2}(1 + kQV_{q2})$$

missä edellä tehdyn 98 %-fraktiilivalinnan johdosta kerroin $k_Q = 2.06$. Edelleen log-normaalijakautumaolettamuksen johdosta saadaan

$$R_k = m_R \exp(-k_R \cdot V_R)$$

missä $k_R =$ 1.65 vastaten 5 %-fraktiilia, mitä yleisesti käytetään kapasiteetin ominaisarvojen määrityksessä.

Kapasiteettipuoli voidaan tällöin kirjoittaa muotoon

$$R_k / \gamma_m = m_R / K$$

missä $K = \gamma_m/\exp(-k_R \cdot V_R)$, jonka oletetaan riippuvan ainoastaan kapasiteetin variaatiokertoimesta V_R.

Merkitään edelleen kuormien keskiarvojen suhteita

$$\nu = m_{q1}/m_g \qquad \text{ja} \qquad \lambda = m_{q2}/m_{q1}$$

Näiden merkintöjen jälkeen yhtälö (2) voidaan kirjoittaa muotoon

$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = \gamma_G \cdot \xi + \gamma_{Q1} \cdot \nu(1 + 2.06V_{q1}) +$$

$$\gamma_{Q2} \cdot \nu \cdot \lambda(1 + 2.06V_{q2}) \qquad (3)$$

Tässä muodossa suhteen m_R/m_g määrittäminen tilastomatemaattisesti on helppoa erilaisille yhtälön oikean puolen termien kombinaatiolle.

Seuraavassa tarkastellaan lähemmin seuraavaa kolmea tapausta:

1. Pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma vaikuttavat samaan suuntaan.

2. Pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma vaikuttavat eri suuntaan.

3. Pysyvä kuorma ja kaksi muuttuvaa kuormaa vaikuttavat samaan suuntaan.

Pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma vaikuttavat samaan suuntaan

Yhtälössä (3) voidaan tässä tapauksessa merkitä

$$\xi = 1$$

$\lambda = 0$

Edelleen useimmiten on täysin mahdollista siirtää varmuusmarginaaleja vapaasti kuormapuolelta kapasiteettipuolelle tai päinvastoin [3]. Näin ollen täytyy valita jokin osavarmuusluku, jonka jälkeen toinen osavarmuusluku määritetään. Valitaan Suomen rakentamismääräyskokoelman mukaisesti $\gamma_G = 1.2$ (RakMK B1). Tällöin yhtälö (3) supistuu muotoon

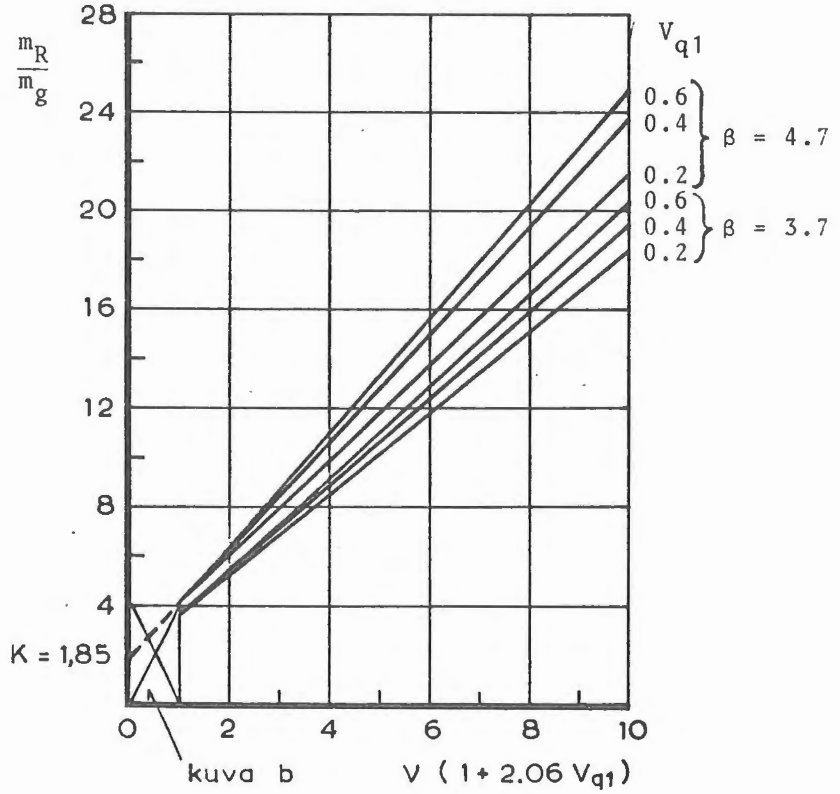
$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = 1.2 + \gamma_{Q1}\cdot \nu(1 + 2.06V_{q1}) \qquad (4)$$

Kuten havaitaan yhtälö kuvaa suoraa jonka koordinaattiakseli on m_R/m_g ja abskissa-akseli $\nu(1 + 2.06V_{q1})$. Osavarmuusluku γ_{Q1} kuvaa suoran kaltevuuskulmaa.

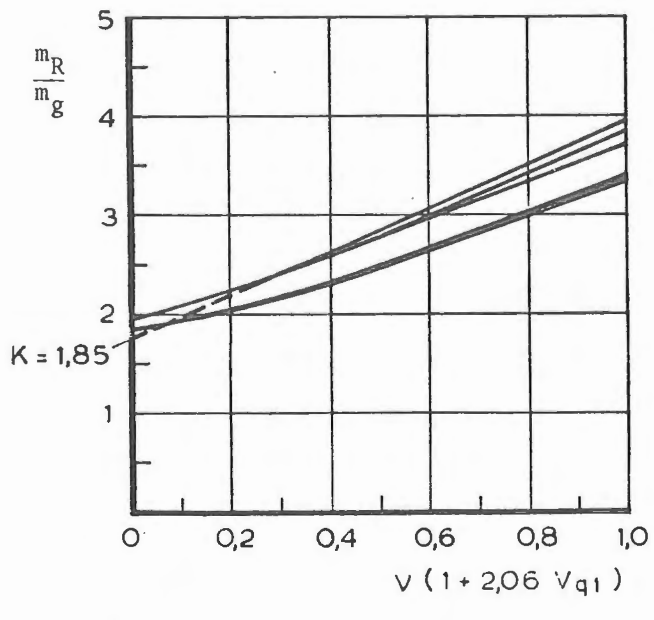
Tilastomatemaattisella menetelmällä [1] voidaan ratkaista sama yhtälö ts. kyseisten suureiden välinen riippuvuus. Tulos ei tällöin luonnollisestikaan ole suora, koska kaikkia edellä esitettyjä oletuksia ei tarvitse tehdä. Vertaamalla eri lähtöarvoilla saatuja tuloksia voidaan yhtälöille muodostaa sellaiset parametrien numeroarvot, jotka mahdollisimman hyvin vastaavat käytäntöä. Esimerkkitapauksessamme on kysymys parametrin K määrittämisestä.

Suoritetaan laskutoimitukset varmuusindeksin arvoilla $\beta = 3.7$ ja $\beta = 4.7$ sekä hyötykuorman variaatiokertoimilla $V_{q1} = 0.2$, 0.4 ja 0.6. Varmuusindeksin arvot on valittu Pohjoismaisen rakentamismääräyskomitean suosituksen mukaisesti [4]. Kapasiteetin variaatiokertoimeksi valitaan $V_R = 0.1$. Laskennan tulokset on esitetty kuvissa 1a ja 1b, joista jälkimmäinen on suurennos kuvan 1a osa-alueesta. Eri kuorman variaatiokertoimen arvoilla saadaan samalla varmuustasolla hieman eri tulos, mikä on osoituksena siitä, että oletettu ominaisarvo $\nu(1 + 2.06V_{q1})$ ei täysin kompensoi variaatiokertoimen vaihtelua. Ominaisarvo on laskettu 98 % fraktiilin mukaan, kuten edellä mainittiin.

a)



b)



Kuva 1. Suhde m_R/m_g parametrin $\nu(1 + 2.06V_{q1})$ funktiona. Pysyvä ja muuttuva kuorma vaikuttavat samaan suuntaan. Kuva b) on osasuurennos kuvasta a).

Parametrin K arvot määritetään esim. interpoloimalla varmuustason $\beta = 4.7$ käyrää $V_{ql} = 0.4$, jolloin vertikaaliakselilta voidaan lukea $K = 1.85$.

Muille β- ja V_R-parametreille määritetään kerroin K vertaamalla suhteen m_R/m_g arvoja abskissa-akselin kohdalla $\nu\,(1 + 2.06V_{ql}) = 2$. Jälkimmäinen arvo on valittu kuvaamaan kaikille käyrille ominaista suhdetta. Jos olisi valittu abskissa-akselilta arvo 5, eivät saadut K-arvot olisi juuri ollenkaan muuttuneet. Tällaisella vertailulla on saatu muut oheisen taulukon mukaiset K-kertoimen arvot.

	$\beta = 3.7$	$\beta = 4.7$
$V_R = 0.05$	1.44	1.62
$V_R = 0.10$	1.57	1.85
$V_R = 0.20$	2.06	2.64

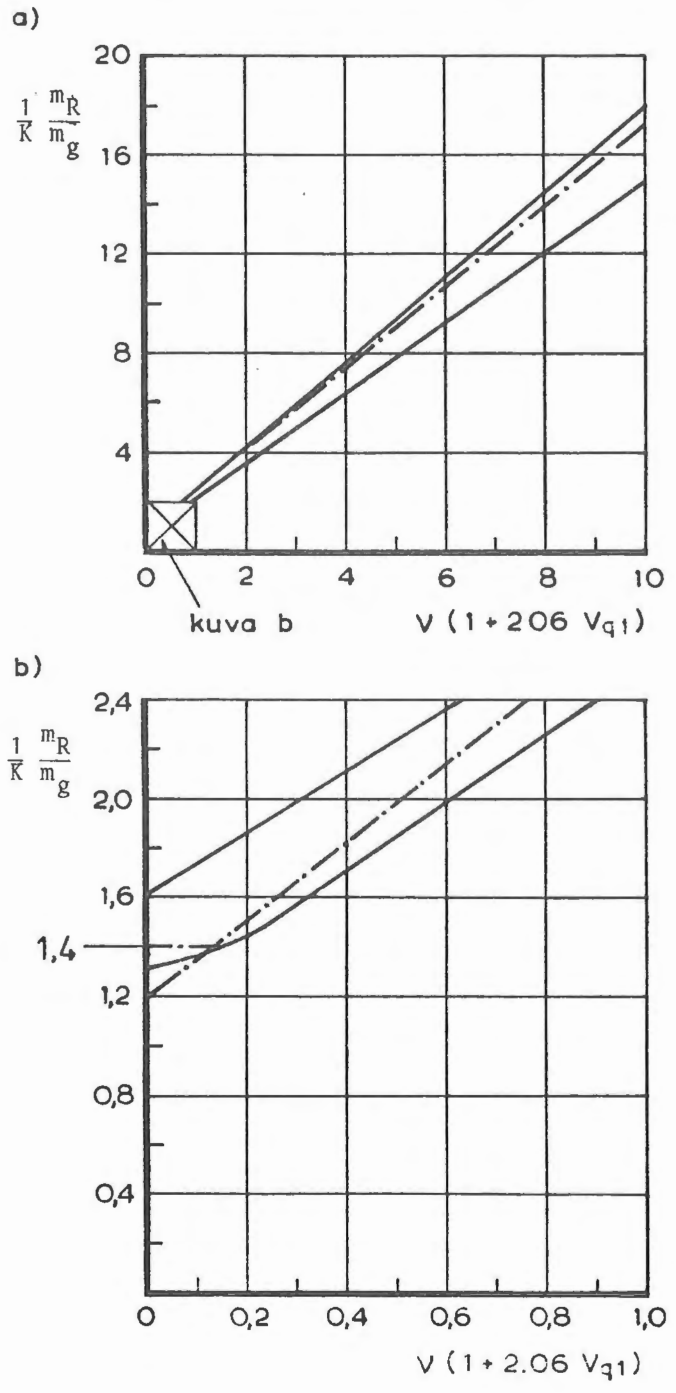
Lasketaan näille K:n arvoille parametrien $(1/K)\cdot(m_R/m_g)$ ja $(1 + 2.06V_{ql})$ välinen yhteys kun muuttujina ovat

β = 3.7 ja 4.7
V_R = 0.05, 0.10 ja 0.20
V_{ql} = 0.20, 0.40 ja 0.60

Osoittautuu, että kaikki tulokset voidaan kuvata käyrillä, jotka ovat kuvissa 2 esitettyjen rajakäyrien välissä. Kuvaan on lisäksi piirretty osavarmuuslukumenetelmän mukainen suora (yhtälö (4)), jossa muuttuvan kuorman osavarmuusluvuksi on valittu 1.6. Jotta pienillä muuttuvan kuorman arvoilla varmuus ei muodostuisi liian pieneksi osavarmuuslukumenetelmässä tulee asettaa lisäehto:

$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = 1.40$$

Tämä on esitetty kuvassa 2b vaakasuorana pistekatkoviivana. Mikäli osavarmuuslukumenetelmässä pysyvän kuorman kertoimeksi valitaan 1.6 kuten Suomen rakentamismääräyskokoelman osassa B1 on tehty, voidaan kuorman osavarmuuslukujen edellä esitetyn mukaisesti todeta olevan järkevissä



Kuva 2. Suhteen $(1/K)\cdot(m_R/m_g)$ ja $\nu(1 + 2.06V_{q1})$ rajakäyrät: ehyet viivat
Yhtälön (4) mukainen suora: pistekatkoviiva. Pysyvä ja muuttuva kuorma vaikuttavat samaan suuntaan. Kuva b) on osasuurennos kuvasta a).

suhteissa verrattuna todennäköisyysteoreettisella menetelmällä saatuihin tuloksiin. Riittävä varmuustaso voidaan tämän jälkeen saavuttaa määrittelemällä materiaalin osavarmuusluku sopivasti.

Pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma vaikuttavat eri suuntaan

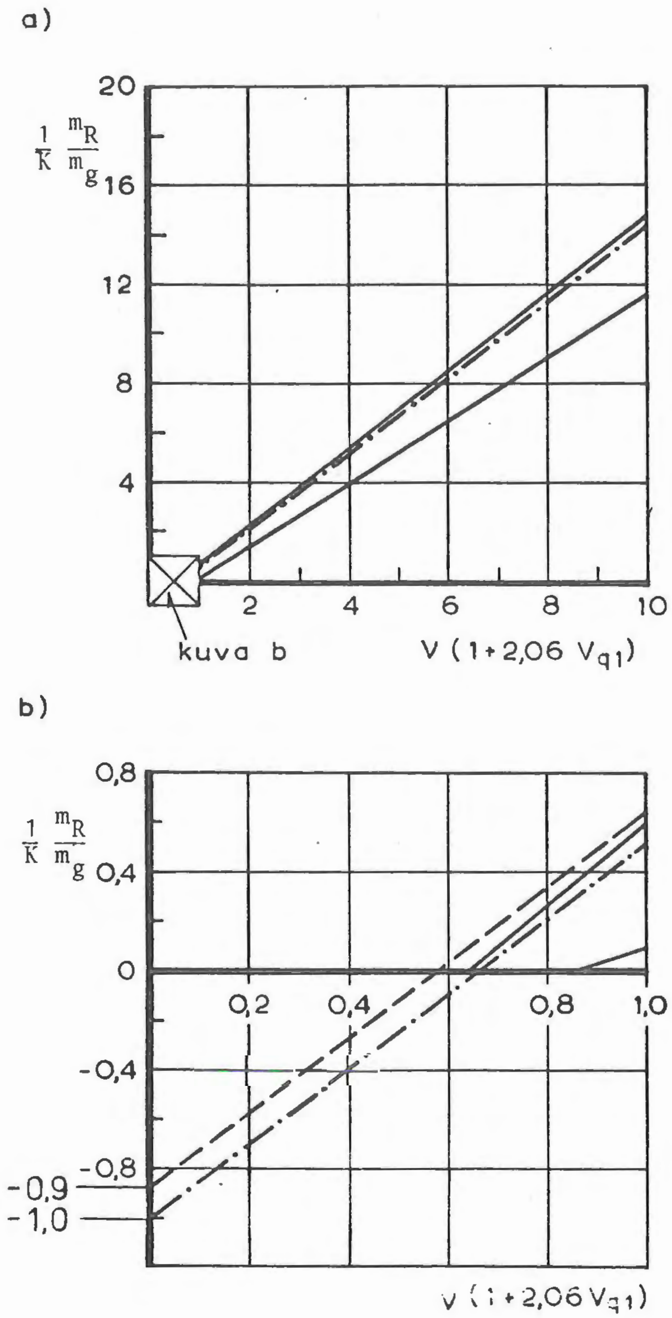
Sovelletaan yhtälöä (3) siten, että $\xi = -1$ ja $\lambda = 0$. Edelleen on voimassa ehto, että osavarmuuslukumenetelmässä tulee olla samat kertoimet K ja γ_{Q1} kuin kohdan 3.1 tapauksessa. Tehtävänä on siis vain määrittää γ_G silloin, kun pysyvä kuorma vaikuttaa eri suuntaan kuin muuttuva kuorma. Edelleen tarkastellaan vain yhtä muuttuvaa kuormaa. Yhtälö (3) saa tällöin muodon

$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = -\gamma_G + 1.6 \quad \nu(1 + 2.06V_{q1}) \qquad (5)$$

Kuten edellä kohdassa 3.1 pyritään nytkin määrittämään sellainen osavarmuusluvun γ_G arvo, että todennäköisyysteoreettinen menetelmä ja kaava (5) antavat mahdollisimman yhteneväisen tuloksen.

Varsinainen laskutyö tapahtuu aivan samaan tapaan kuin edellä. Erona on vain pysyvän kuorman etumerkki eli parametri $\xi = -1$. Käytetään samoja ß-, V_R- ja V_{Q1}-parametrien arvoja kuin kohdassa 3.1. Laskennan tulos on esitetty kuvassa 3, jossa kuvan 2 tapaan rajakäyrät on muodostettu suorittamalla laskelmat kaikilla edellä mainittujen parametrien arvoilla. Pistekatkoviivalla piirretty suora vastaa yhtälöä (5) kun käytetään pysyvän kuorman osavarmuusluvulle arvoa 1.0. Kuvassa 2 sijoittui osavarmuuslukumenetelmää kuvaava suora rajakäyrien puoliväliin.

Kuvassa 3 suora sijoittuu lähelle ylempää rajakäyrää. Tämä tarkoittaa, että mikäli käytetään ko. suorasta määritettyä arvoa $\gamma_G = 1.0$ ollaan varmemmalla puolella kuin kuvan 2



Kuva 3. Suhteen $(1/K)\cdot(m_R/m_g)$ ja $\nu(1 + 2.06V_{q1})$ rajakäyrät: ehyet viivat
Yhtälön (4) mukainen suora: pistekatkoviiva.
Pysyvä ja muuttuva kuorma vaikuttavat eri suuntaan. Kuva b) on osasuurennos kuvasta a).

tapauksessa. Näin ollen tätä kuormitustapausta ei tarvitse huomioida kun jatkossa käsitellään kapasiteetin osavarmuuslukujen määrittämistä.

Suomen rakentamismääräyskokoelman osassa B1 on tapaukselle, jossa pysyvä kuorma vaikuttaa eri suuntaan kuin muuttuva kuorma määrätty pysyvän kuorman osavarmuusluvuksi $\gamma_G = 0.9$, jota vastaa katkoviivalla piirretty suora kuvassa 3. Näin saatu suora sijaitsee aivan raja-arvojen yläosassa ja lienee turhan kova vaatimus ts. tällaisessa kuormitustapauksessa Suomen rakentamismääräyskokoelman antama varmuustaso on tarpeettoman korkea verrattuna tavanomaisempaan tapaukseen, jossa pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma vaikuttavat samaan suuntaan.

Pysyvä kuorma ja kaksi muuttuvaa kuormaa vaikuttavat samaan suuntaan

Tällainen kuormitustapaus lisää parametrien lukumäärää suuresti, kun kaikki kahden muuttuvan kuorman erilaisten arvojen suhteet tulee huomioida. Laskennan yksinkertaistamiseksi suoritetan ratkaisu kahdessa vaiheessa. Ensiksi verrataan kahden muuttuvan kuorman Q_1 ja Q_2 vaikutusta siihen kuormaan Q, joka saadaan yhdistämällä kuormat nin, että

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Käytetään samoja parametrien arvoja kuin edellisissä tapauksissa ts. $\gamma_G = 1.2$, $\xi = +1$ ja $\gamma_{Q1} = 1.6$ jolloin yhtälö (3) voidaan kirjoittaa kahden muuttuvan kuorman tapauksessa muotoon

$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = 1.2 + 1.6\,\nu(1 + 2.06V_{q1}) +$$

$$\gamma_{Q2}\cdot\nu\cdot\lambda(1 + 2.06V_{q2}) \qquad (6)$$

Yhdistetyn kuorman Q tapauksessa saadaan

$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = 1.2 + 1.6(m_q/m_g)\cdot(1 + 2.06V_q) \qquad (7)$$

Käytettävissä on ehto, että molempien yhtälöiden (6) ja (7) tulee antaa sama lopputulos. Tästä saadaan

$$1.6(m_q/m_g)\cdot(1 + 2.06V_q) = 1.6\,\nu(1 + 2.06V_{q1}) +$$

$$\gamma_{Q2}\cdot\nu\cdot\lambda(1 + 2.06V_{q2}) \qquad (8)$$

Edelleen on käytössä yhtälöt

$$m_q = m_{q1} + m_{q2} = \nu(1 + \lambda)m_g \qquad (9)$$

$$V_q^2 = (\sigma_{q1}^2 + \sigma_{q2}^2)/m_q^2 =$$

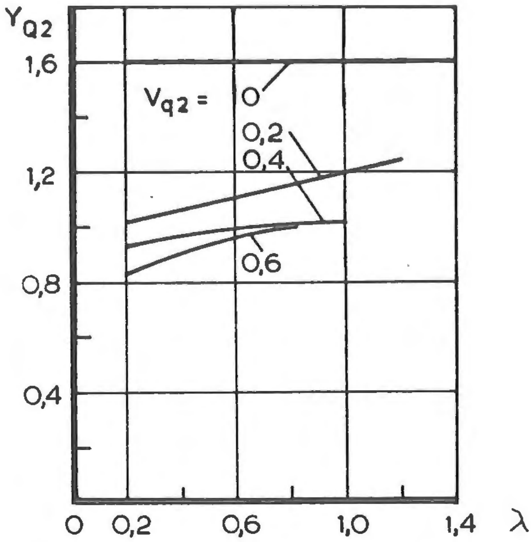
$$= (V_{q1}^2 + \lambda^2\cdot V_{q2}^2)/(1 + \lambda)^2 \qquad (10)$$

Yhtälöistä (8), (9) ja (10) voidaan määrittää γ_{Q2}. Tulokset on esitetty kuvassa 4. Kuvassa on toisen muuttuvan kuorman osavarmuusluku γ_{Q2} muuttuvien kuormien suhteen funktiona eri variaatiokerrointen V_{q2} arvoilla. Ensimmäisen muuttuvan kuorman variaatiokerroin V_{q1} on 0.4, mutta samansuuntaiset tulokset saataisiin vaikka täksi arvoksi valittaisiin 0.2 tai 0.6. Kuvassa eräät käyrät on lopetettu tiettyjen λ-arvojen kohdalta. Tämä johtuu siitä, että suuremmille λ-arvoille tulee yhtälössä (6) toinen kuorma Q_2 valita ensimmäiseksi kuormaksi, jotta saataisiin epäedullisin kuormitusyhdistelmä. Tämä raja-arvo λ_{max} voidaan siis määrittää yhtälöstä

$$1 + 2.06V_{q1} = \lambda_{max}(1 + 2.06V_{q2}) \qquad (11)$$

Kuvasta 4 voidaan lukea, että kun kuormien suhde λ kasvaa, tarvitaan suurempi jälkimmäisen kuorman osavarmuusluku.

Suurimmillaan tämä osavarmuusluku on kun $\lambda = \lambda_{max}$. Kuvasta 4 havaitaan edelleen, että variaatiokertoimen V_{q2} pienetessä vaaditaan suurempi osavarmuusluvun γ_{Q2} arvo. Variaatiokertoimen ollessa nolla ts. kun on kyseessä täysin deterministinen kuorma, tarkoittaa tämä vain sitä, että ensimmäiseen kuormaan Q_1 tulee vain lisätä tämä deterministinen kuorma. Tällöin tulee luonnollisesti olla vain yksi osavarmuusluku eli γ_{Q1}.



Kuva 4. Osavarmuusluku γ_{Q2} suhteen λ funktiona eri variaatiokertoimien V_{q2} arvoilla. V_{q1} = 0.4

Kuvasta 4 havaitaan myös, että sellaiset tapaukset, jotka aikaisemmin kuvassa (1) olivat edullisia, ovat nyt epäedullisia. Näin ollen ei kuvan 4 arvoja voi yksinään asettaa toisen muuttuvan kuorman osavarmuusluvun γ_{Q2} perustaksi. Asian ratkaisemiseksi suoritetaan todennäköisyysteoreettisen menetelmän mukainen laskenta samoin kuin kohdassa 2.1 käyttäen kuitenkin vain arvoa $\lambda = \lambda_{max}$. Tällöin yhtälöistä (6) ja (11) saadaan

$$(1/K)\cdot(m_R/m_g) = 1.2 + (1.6 + \gamma_{Q2})\cdot\nu(1 + 2.06V_{q1}) \quad (12)$$

Kuten edelläkin on tehty lasketaan lauseke $(1/K)\cdot(m_R/m_g)$ erilaisille parametrin ν arvoille. Muina varioitavina parametreinä käytetään

$\beta = 3.7$ ja 4.7

$V_R = 0.10$

$V_{q1} = 0.2,\ 0.4$ ja 0.6

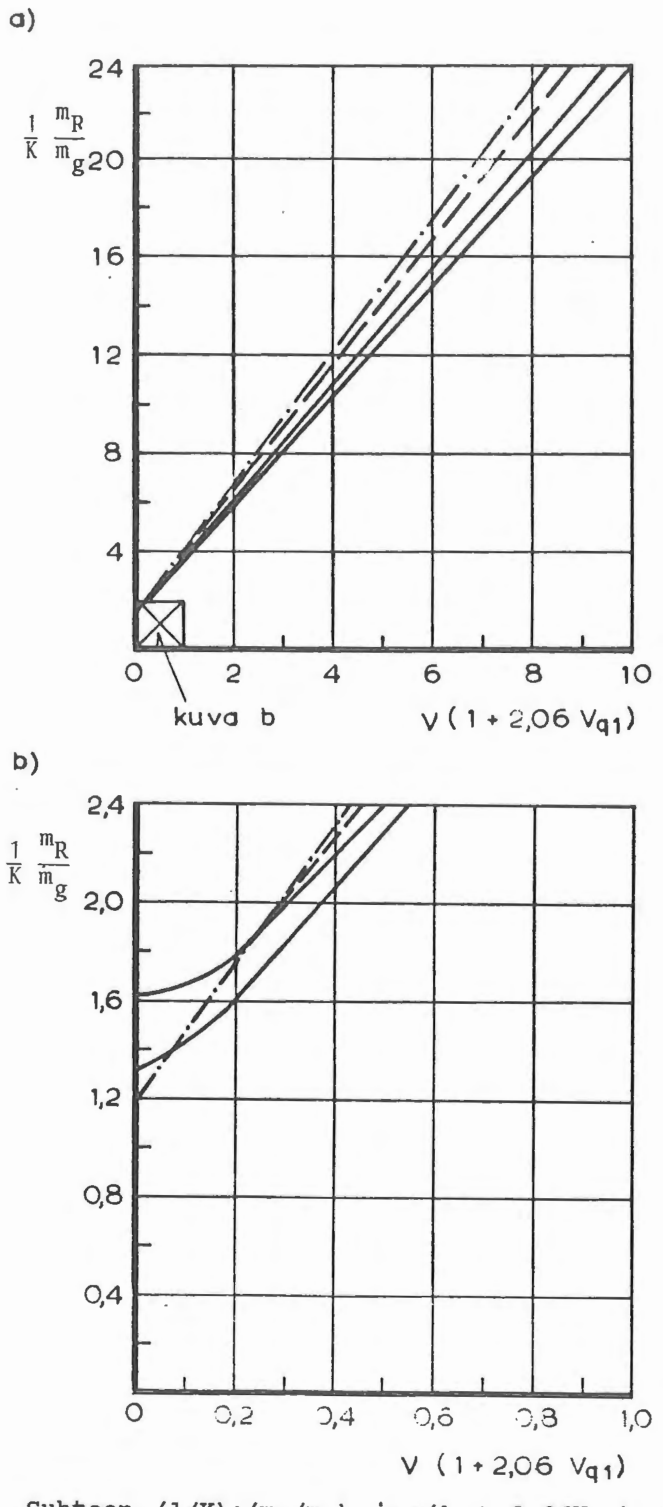
$V_{q2} = 0,\ 0.2,\ 0.4$ ja 0.6

Laskennan tulokset on esitetty kuvassa 5 aikaisemmin esitettyyn tapaan rajakäyrinä. Täysin viivoin piirretyt rajakäyrät esittävät arvoja, joista mahdollisuus $V_{q2} = 0$ on jätetty pois. Kun tämäkin mahdollisuus otetaan mukaan, nousee yläraja katkoviivalla esitettyyn arvoon. Pistekatkoviivoin on esitetty yhtälön (12) mukainen suora, jossa $\gamma_{Q2} = 1.2$. Koska tämä suora on raja-arvojen yläpuolella voidaan todeta yhtälön (12) tällä osavarmuusluvun arvolla antavan varmemmalla puolella olevia tuloksia.

Yhteenveto

Kohdassa 3.1 käsitelty tapaus, jossa oli samaan suuntaan vaikuttava pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma antoivat tulokseksi kuvan 2 mukaan, että kuormiin sisältyvä epävarmuustekijä voidaan ottaa huomioon järkevällä tavalla valitsemalla osavarmuuslukumenetelmässä kuorman osavarmuusluvuiksi $\gamma_G = 1.2$ ja $\gamma_{Q1} = 1.6$. On muistettava, että edellytyksenä on että pysyvän kuorman ominaisarvo määritetään keskiarvona ja muuttuvan kuorman ominaisarvo 98 % fraktiilina eli kerran 50 vuodessa toistuvana kuormana. Pysyvän kuorman ollessa suuri suhteessa muuttuvaan kuormaan ei varmuustaso muodostu riittäväksi ellei aseteta lisäehtoa, jolla tilanne korjataan. Lisäehtona voidaan käyttää mitoitustilanteen tarkistamista pelkästään pysyvälle kuormalle, jolloin käytetään pysyvän kuorman osavarmuuslukuna $\gamma_G = 1.40$.

Kohdassa 3.2 käsitelty tapaus, jossa pysyvä kuorma ja yksi muuttuva kuorma vaikuttavat eri suuntiin osoitti, että kun pysyvän kuorman osavarmuuslukuna tässä tapauksessa käytetään $\gamma_G = 1.0$ saadaan riittävä varmuus.



Kuva 5. Suhteen $(1/K)\cdot(m_R/m_g)$ ja $\nu(1 + 2.06V_{q1})$ rajakäyrät: kokoviivat kun ei huomioida tapausta $V_{q2} = 0$: katkoviiva kun huomioidaan tapaus $V_{q2} = 0$ Yhtälön (12) mukainen suora: pistekatkoviiva. Pysyvä ja muuttuvat kuormat vaikuttavat samaan suuntaan. Kuva b) on osasuurennos kuvasta a).

Kohdassa 3.3 käsitelty tapaus, jossa pysyvä kuorma ja kaksi muuttuvaa kuormaa vaikuttivat samaan suuntaan antoi tulokseksi, että jos valitaan kuorman osavarmuusluvut $\gamma_G = 1.2$, $\gamma_{Q1} = 1.6$ ja $\gamma_{Q2} = 1.2$ saadaan aina varmalla puolella oleva tulos lukuunottamatta tilannetta, jossa pysyvä kuorma on suuri suhteessa muuttuvaan kuormaan. Tässä tilanteessa voidaan käyttää kohdan 3.1 lisätarkastelua pelkästään pysyvälle kuormalle.

Tässä luvussa 3 suoritettujen laskelmien perusteella on valittu sopivat kuorman osavarmuuslukujen arvot. Tarvittavan varmuustason määrittäminen suoritetaan tämän jälkeen määrittämällä kapasiteetin osavarmuusluku γ_m. Seuraavassa luvussa esitetään tämän suorittaminen. Kuten kuvasta 2 huomataan eivät osavarmuuslukumenetelmä ja todennäköisyysteoreettinen menetelmä anna pysyvän kuorman ja muuttuvan kuorman suhteesta riippumattomia tuloksia. Tämä tulee huomioida kapasiteetin osavarmuusluvun määrityksessä.

Koska kohdissa 3.2 ja 3.3 saatiin osavarmuuslukumenetelmällä korkeampi varmuustaso kuin kohdassa 3.1 ei näitä tapauksia tarvitse huomioida määritettäessä kapasiteetin osavarmuuslukua.

KAPASITEETIN OSAVARMUUSLUVUN MÄÄRITTÄMINEN

Jaetaan kapasiteetti osatekijöihin seuraavasti [1]

$$R = C \cdot a \cdot \rho \cdot f$$

missä C = laskentamallin epävarmuuden sisältävä kerroin
a = mittatekijä
f = standardinmukaisten koekappaleitten lujuus
ρ = kerroin, joka muuttaa koekappaleitten lujuuden rakenteessa vaikuttavaksi lujuudeksi.

Osavarmuuslukumenetelmän mukainen mitoitusehto voidaan kirjoittaa muotoon

$$R_k/\gamma_m = \gamma_G g_k + \gamma_Q q_k \qquad (13)$$

missä kapasiteetin ominaisarvo R_k on muotoa

$$R_k = C_k \cdot m_a \cdot m_\rho \cdot f_k \qquad (14)$$

Materiaalin lujuuden ominaisarvona f_k käytetään 5 % fraktiiliarvoa.

Laskentamallin epävarmuuden huomioonottava kerroin C tulee valita siten, että laskentamalli on varmalla puolella. 5 % fraktiiliarvon käytön voidaan katsoa olevan riittävän paljon varmalla puolella, joten C-kertoimen voidaan katsoa tätä kautta tulleen huomioonotetuksi. Tämä olettamus noudattaa kansainvälistä käytäntöä, vaikkakaan sitä ei missään ole teoreettisesti todistettu oikeaksi.

Ellei rakenteen mittapoikkeamia tarkastella erikseen, tulee niistä aiheutuva epävarmuus ottaa huomioon kapasiteetin osavarmuusluvussa γ_m. Tällöin rakenteet mitat valitaan niiden keskimääräisten m_a arvojen perusteella

Kertoimena ρ käytetään keskiarvoa m_ρ.

Oletetaan C logaritmisesti normaalijakautuneeksi, kuten kohdassa 3 kuorman vastaavan kertoimen osalta tehtiin, samoin lujuusparametri f oletetaan log normaalijakaantuneeksi. Tällöin saadaan ominaisarvoiksi

$$C_k = m_c \exp(-k_c \cdot V_c)$$

$$f_k = m_f \exp(-k_f \cdot V_f)$$

Kuorman vaikutusten yhtälöt valitaan aikaisemmin esitettyyn tapaan

$$g_k = m_g$$

$$q_k = m_q(1 + k_Q V_Q) = \nu\, m_g(1 + k_Q V_Q)$$

Sijoitetaan nämä yhtälöt kaavaan (13), jolloin γ_m voidaan ratkaista. Tällöin saadaan

$$\gamma_m = [(m_c \cdot m_a \cdot m_\rho \cdot m_f)/m_g] \cdot [(\exp(-k_c \cdot V_c) \cdot \exp(-k_f \cdot V_f))/$$

$$(\gamma_G + \gamma_Q \cdot \nu(1 + k_Q V_Q))] \qquad (15)$$

Tästä kaavasta voidaan todennäköisyysteoreettisella menetelmällä ratkaista $m_c \cdot m_a \cdot m_\rho \cdot m_f/m_g$.

Aikaisemmista kuorman osavarmuuslukuja koskevien laskelmien perusteella sekä oletuksesta, että ominaisarvot C_k ja f_k ovat 5 % fraktiileja ovat seuraavat luvut jo määrättyjä vakioita

$V_g = 0.05$
$\gamma_G = 1.2$
$\gamma_Q = 1.6$
$k_Q = 2.06$
$k_c = 1.65$
$k_f = 1.65$

Tällöin muuttujiksi jäävät V_Q, ν, V_c, V_a, V_ρ, V_f ja β.

Tarkastellaan ensiksi miten kuormapuolen parametrit V_Q ja vaikuttavat. Valitaan tarkastelun yksinkertaistamiseksi kapasiteettipuolelta seuraavat tapaukset

	pieni variaatio	keskisuuri variaatio	suuri variaatio
V_c	0.05	0.10	0.20
V_a	0	0.05	0.10
V_ρ	0	0.10	0.10
V_f	0.05	0.10	0.15

lisäksi valitaan $\beta = 4.7$.

V_Q lasketaan arvoilla 0.2, 0.4 ja 0.6.

Suhteen ν annetaan vaihdella välillä 0.02...10.

Pienillä suhteen ν arvoilla tarkastellaan myös onko normaalitapaus $\gamma_G = 1.2$ ja $\gamma_Q = 1.6$ vai erikoistapaus $\gamma_G = 1.40$ ja $\gamma_Q = 0$ vaarallisempi.

Laskelmien tulokset on esitetty kuvassa 6. Huomataan, että jos kapasiteettiparametrien variaatiokertoimet ovat pieniä, jää kapasiteetin osavarmuusluvun γ_m vaihtelu pieneksi, mutta jos kapasiteettiparametrien vaihtelu on suurta, tulisi osavarmuuslukua γ_m myös vaihdella tasaisen vaurioitumistodennäköisyyden saavuttamiseksi. Tämä osoittaa, että periaatteessa ei kuorma- ja kapasiteettipuolta voi yleisesti eroittaa eri osavarmuuskertoimiin. Suurimmat γ_m-arvot esiintyvät kuorman normaalitapauksen ja erikoistapauksen rajalla, joskin tämä suurin arvo ei ole kovin riippuvainen muuttuvan kuorman variaatiokertoimesta V_Q. Tällä perusteella valitaan jatkossa vakioarvot

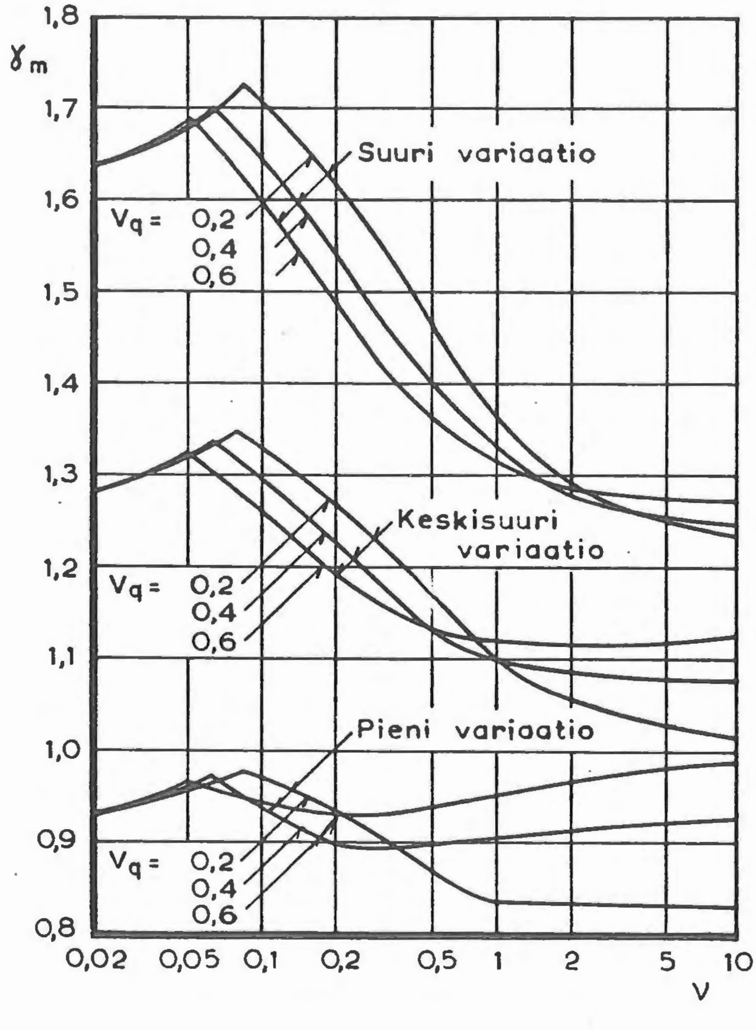
$$V_Q = 0.4$$
$$\nu = 0.062$$

mikä helpottaa jatkossa laskelmia ja niiden tarkastelua.

Laskettaessa vaadittavaa kapasiteetin osavarmuuslukua γ_m vaikuttavat variaatiokertoimet V_a ja V_ρ samalla tavalla, joten tulosten paremman luettavuuden vuoksi ne yhdistetään yhdeksi fiktiiviseksi variaatiokertoimeksi V_s seuraavasti

$$V_s = \sqrt{V_a^2 + V_\rho^2}$$

Todellisuudessa ei näiden kahden epävarmuustekijän välillä ole mitään korrelaatiota.



Kuva 6 Kapasiteetin osavarmuusluku γ_m suhteen ν funktiona parametrin V_q eri arvoilla kun muiden parametrien variaatio on pieni, keskisuuri tai suuri.

Suoritetaan laskelmat <u>varmuusindeksin arvolle $\beta = 4.7$</u> käyttäen kaikkia seuraavien arvojen kombinaatioita

$$V_c = 0,\ 0.05,\ 0.10 \text{ ja } 0.20$$
$$V_s = 0,\ 0.05,\ 0.10 \text{ ja } 0.15$$
$$V_f = 0,\ 0.05,\ 0.10,\ 0.15 \text{ ja } 0.20$$

Tulokset on esitetty taulukossa 1. Muissa rakenneluokissa, joissa vaurion seuraukset eivät ole niin vakavia, sovelletaan usein 10 % pienempiä osavarmuuslukuja. Tähän palataan jäljempänä.

Kapasiteetin osavarmuusluvun γ_m ajatellaan usein koostuvan eri tekijöistä, joilla kullakin on oma osavarmuuslukunsa γ_{mi}. Tässä tapauksessa voitaisiin silloin kirjoittaa

$$\gamma_m = \gamma_c \cdot \gamma_a \cdot \gamma_\rho \cdot \gamma_f$$

missä γ_c riippuisi ainoastaan variaatiokertoimesta V_c jne.

Jokainen tekijä tulisi silloin laskea erikseen olettamalla muille parametreille mahdollisimman epäedulliset kombinaatiot. Esimerkkinä tällaisesta tarkastelutavasta otetaan arvot $\gamma_c = 1.0$ kun $V_c = 0$. Arvolle $V_c = 0.2$ saadaan edullisimmassa tapauksessa

$$\gamma_c = 1.0 \qquad \text{kun } V_s = 0.15 \text{ ja } V_f = 0.20$$

ja epäedullisimmassa tapauksessa

$$\gamma_c = 1.5 \qquad \text{kun } V_s = 0 \text{ ja } V_f = 0.$$

Mikäli tällä tavoin määritetään jotkut osavarmuusluvut kaikille osaparametreille aivan yleisessä tapauksessa, saadaan tulona erittäin korkeita kapasiteetin osavarmuusluvun γ_m arvoja. Tämän vuoksi tulee γ_m määrittää kullekin tarkasteltavalle erikoisalueelle erikseen, jolloin mahdollisten variaatioiden lukumäärä on paljon pienempi. Tällaisia erikoisalueita voivat olla materiaali- tai rakennetyyppikohtaiset kokonaisuudet.

Taulukko 1. γ_m-arvot kun $\beta = 4.7$

V_s	V_c	V_f				
		0	0.05	0.10	0.15	0.20
0	0	0.961	0.984	1.105	1.266	1.461
	0.05	0.984	0.979	1.070	1.208	1.384
	0.10	1.105	1.070	1.122	1.230	1.380
	0.20	1.461	1.384	1.380	1.435	1.538
0.05	0	1.069	1.063	1.162	1.313	1.502
	0.05	1.063	1.044	1.121	1.251	1.423
	0.10	1.162	1.121	1.166	1.236	1.416
	0.20	1.502	1.423	1.416	1.468	1.570
0.10	0	1.303	1.261	1.324	1.451	1.627
	0.05	1.261	1.217	1.266	1.379	1.538
	0.10	1.324	1.266	1.324	1.384	1.523
	0.20	1.627	1.538	1.523	1.568	1.665
0.15	0	1.622	1.548	1.576	1.677	1.838
	0.05	1.548	1.476	1.497	1.587	1.732
	0.10	1.576	1.497	1.503	1.577	1.703
	0.20	1.838	1.732	1.703	1.739	1.829

Betonirakenteessa betonin lujuutta tarkasteltaessa voidaan kokemuksen mukaan hyvälaatuiselle betonille käyttää arvoja V_ρ = 0.1 ja V_f = 0.15. Tällöin edellä olevassa tapauksessa saadaan

$$\gamma_c = 1.04 \quad \text{kun } V_a = 0.11 \quad (V_s = 0.15)$$
$$\gamma_c = 1.08 \quad \text{kun } V_a = 0 \quad (V_s = 0.10).$$

Erikoisalueiden ollessa kyseessä voidaan myös antaa lisäohjeita esim. siitä, että tietyissä tilanteissa osavarmuuslukua on kasvatettava, jos variaatiokerroin kasvaa kovin suureksi. Edullisinta on näin ollen määritellä kapasiteetin osavarmuusluku kunkin materiaalin kohdalta erikseen, kunhan se tapahtuu kaikille materiaaleille samojen periaatteiden mukaisesti. Voidaan tietysti myös käyttää suoraan yleisten periaatteiden mukaisesti määritettyjä arvoja taulukossa 1.

Taulukon 1 arvot on kuten mainittiin laskettu varmuusindeksin ß arvolla 4.7. Vaastaavat arvot on laskettu kun <u>varmuusindeksi ß = 4.2</u> (Taulukko 2) ja kun <u>varmuusindeksi ß = 3.7</u> (Taulukko 3). Ottamalla huomioon olettamuksemme, että osavarmuuslukua γ_m pienennetään aina 10 % kun siirrytään rakenneluokasta toiseen on taulukossa 2 saadut luvut kerrottu luvulla 1.1 ja taulukossa 3 vastaavaan tapaan luvulla 1.2 jotta taulukkoja voitaisiin verrata. Mikäli tällöin osavarmuusluku jää pienemmäksi kuin taulukon 1 vastaava luku, ei tapaus ole määräävä eikä sitä ole merkitty taulukkoon. Jotta tuloksista havaittava trendi kävisi paremmin ilmi on luvut, jotka ovat 5 % suurempia kuin vastaavat luvut taulukossa 1 erotettu katkoviivalla.

Taulukkojen arvoja verrattaessa voidaan todeta, että ainoastaan taulukoissa 1 ja 2 olevat arvot ovat suurimpia. Erityisesti jälkimmäisessä tapauksessa arvot, jotka vastaavat tilannetta kun variaatiokertoimet ovat pieniä ts. lähestytään tapausta, jossa meillä on ideaalinen deterministisesti määritetty materiaali.

Taulukko 2. 1.1 $\cdot \gamma_m$-arvot kun β = 4.2

V_s	V_c	V_f 0	0.05	0.10	0.15	0.20
0	0	1.016	1.028	1.130	1.264	
	0.05	1.028	1.014	1.088	1.202	
	0.10	1.130	1.087	1.125	1.211	
	0.20					
0.05	0	1.117	1.102	1.182	1.306	
	0.05	1.102	1.074	1.134	1.240	
	0.10	1.182	1.134	1.164		
	0.20					
0.10	0	1.332	1.283	1.327	1.427	
	0.05	1.283	1.231	1.264		
	0.10	1.327	1.264			
	0.20					
0.15	0	1.619	1.540	1.551		
	0.05	1.540	1.463			
	0.10	1.551				
	0.20					

Taulukko 3. $1.2 \cdot \gamma_m$-arvot kun $\beta = 3.7$

V_s	V_c	V_f: 0	0.05	0.10	0.15	0.20
0	0	1.126	1.126	1.209	1.322	
	0.05	1.126	1.100	1.158	1.253	
	0.10	1.209	1.158	1.182	1.248	
	0.20					
0.05	0	1.222	1.194	1.258	1.359	
	0.05	1.194	1.157	1.201	1.287	
	0.10	1.258	1.201	1.217	1.278	
	0.20					
0.10	0	1.426	1.366	1.393	1.471	
	0.05	1.366	1.304	1.322	1.388	
	0.10	1.393	1.322			
	0.20					
0.15	0	1.693	1.604	1.598		
	0.05	1.604	1.518	1.507		
	0.10	1.598	1.507			
	0.20					

Koska mikään taulukko ei yksinään ole määräävä, voidaan katsoa olettamuksen 10 % eroista olevan jotakuinkin kohdallaan. Teoreettisesti oikeaan tulokseen pääsemiseksi tulisi tämän prosenttiluvun vaihdella riippuen muista parametreista.

KÄYTTÖRAJATILAN OSAVARMUUSLUVUT

Käyttörajatilassa voidaan osavarmuuslukumenetelmä kirjoittaa yhden muuttuvan kuorman tapauksessa muotoon

$$R_k/\gamma_m = \gamma_G \cdot \xi \cdot g_k + \gamma_Q \cdot \psi \cdot q_k \qquad (16)$$

Parametrit γ_G, ξ ja g_k voidaan valita samalla tavalla kuin murtorajatilatarkasteluissa. Jäljellä on kolme parametria γ_m, γ_Q ja ψ, joista tosin γ_Q ja ψ esiintyvät aina tulona. Käytännössä on siis määritettävänä vain kaksi parametria. Määritys voi tapahtua periaatteessa samaan tapaan kuin murtorajatilassakin. Käytännössä tosin käyttörajatilassa parametrien vaihtelu on paljon suurempaa kuin murtorajatilassa, joten tarkastelu on vaikeampaa. Tällainen teoreettinen tarkastelu on suoritettu Pohjoismaisen rakentamismääräyskomitean kuormitus- ja varmuustoimikunnan toimesta samassa yhteydessä kun on pyritty etsimään teoreettisesti oikeaa mallia yhdistelykertoimen ψ määrittämiseksi. Työ on julkaistu Lundin teknillisen korkeakoulun julkaisuna [5]. Tässä ei problematiikkaan lähemmin puututa.

KIRJALLISUUTTA

[1] Weck, T-U., Todennäköisyysteoreettinen mitoitusmenetelmä ja osavarmuuskertoimien määrittäminen, Sisäasiainministeriö, 1976

[2] Weck, T-U., Teräsrakenteiden varmuus, Teräsrakenteiden varmuus-kurssi RIL K53-1985

[3] Weck, T-U., Osavarmuuskerroinmenetelmä, RIL-Rakenteiden varmuus -seminaari, 1985

[4] NKB-rapport nr 35, Retningslinier for last- og sikkerhedsbestemmelser for bærende konstruktioner, November 1978

[5] Åkerlund, S., Östlund, L., Principer för bestämning av ψ -värden. Tekniska högskolan i Lund, Rapport TVBK-7027, Lund 1985

Tor-Ulf Weck, tekn.tri, Teknillinen korkeakoulu, Arkkitehtiosasto