

Esko Hyttinen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 19
No 2 1986, s. 14...42

TIIVISTELMÄ: Artikkelissa käsitellään ensin liittorakenteen toimintaa, kun liitoksen jousto otetaan huomioon. Teoria on Johnsonin kehittämä /1/. Sen jälkeen tarkastellaan Oulun yliopiston rakentamistekniikan osastolla tehtyjä kokeita, koskien uuden liitostyyppin toimintaa /5/. Tämä liitostyyppi muodostuu teräspalkin uuman hammastuksesta, mikä betonilaatan valussa valetaan kiinni laattaan. Tehdyissä push-out tyyppisissä kokeissa hammastuksella aikaansaatu liitos toimi hyvin, joten sitä voitaisiin ilmeisestikin soveltaa myös käytännössä betoni-teräslittorakenteissa.

JOHDANTO

Liittopalkin toiminnan kuvaamiseksi sekä palkin liittosaumoissa syntyvien rakenneosien välisten keskinäisten siirtymien laskemiseksi on kehitetty sekä analyyttisiä että numeerisia menetelmiä. Teoksessaan /1/ Johnson toteaa, että "...siirtymän vaikutuksen ymmärtäminen on olennaista jokaiselle, joka on tekemisissä liittorakenteita koskevan opetuksen tai tutkimuksen kanssa, mutta rakenteiden suunnittelemiseksi asian tarkka tunteminen ei ole välttämätöntä, sillä käytännön suunnittelumenetelmät on kehitetty niin, että ne mahdollistavat siirtymän jättämisen huomioonottamatta."

Seuraavassa tarkastellaan liittopalkin joustavan liitoksen toimintaa sekä liitoksen lujuutta ja liittimiä. Tarkastelu koskee lähinnä betonilaatan ja teräspalkin muodostamaa liittorakennetta, mutta eräät osat sopivat muidenkin liittorakennetyyppien yhteydessä käytettäviksi. Tarkastelu perustuu Oulun yliopiston rakentamistekniikan osastolla tehtävän liittorakennetutkimuksen tuloksiin. Tutkimusta rahoittaa osaltaan Suomen Akatemia.

Tässä käytetään liittopalkin toimintaa kuvattaessa seuraavia termejä ja käsitteitä:

Rakenteessa vallitsee

- täysi liittotoiminta, kun liitos on jäykkä ja saumassa ei synny siirtymiä rakenneosien välille.
- osittainen liittotoiminta, kun liitos on joustava ja saumassa syntyy siirtymiä osien välille, mutta osat silti on liitetty toisiinsa yhdessä toimiviksi.

Käytännössä liitos on aina joustava ja jäykkä liitos on siten tässä suhteessa idealisoitu palkin toiminnan malli.

Edelleen käytetään käsitteitä:

Rakenneosien välillä on

- täysi liitos, kun liitoksen lujuus on niin suuri, että palkkia kuormitettaessa palkin täysi taivutuskapasiteetti voidaan saavuttaa.
- vajaa liitos, kun liitoksen lujuus on täyden liitoksen lujuutta pienempi ja kuormitettaessa palkkia liitos murtuu ennen kuin täysi taivutuskapasiteetti saavutetaan.

OSITTAINEN LIITTOTOIMINTA

Tässä kappaleessa tarkastellaan ensin liitossaumassa syntyvän siirtymän laskemista analyttisesti sekä liittotoiminnan tehokkuutta. Sitten esitetään palkin jännitysten ja taipuman laskeminen tältä pohjalta. Lopuksi tarkastellaan eräitä liittopalkkien numeerisen laskennan tuloksia. Tässä esitettävä teoria on Johnsonin teoksessaan /1/ esittämä.

Siirtymän laskeminen

Johnson esitti ensimmäisenä kimmoisesti toimivan liittopalkin liitossaumassa syntyvän siirtymän differentiaaliyhtälön. Yhtälö perustuu seuraavaan teoriaan.

1) Siirtymän δ ja palkin rakenneosien venymien välinen geometrinen yhteys.

Palkkialkion osalla syntyvä siirtymän kasvu $d\delta$ on, ks. kuva 1b,

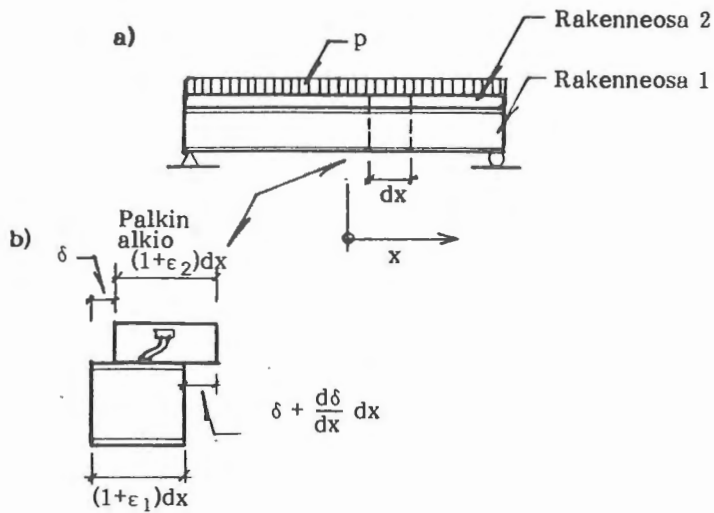
$$\frac{d\delta}{dx} = \epsilon_2 - \epsilon_1 \quad , \quad (1)$$

kun ϵ_1 ja ϵ_2 ovat rakenneosien 1 ja 2 venymät sauman kohdalla. Siten siirtymä on

$$\delta = \int_0^x (\epsilon_2 - \epsilon_1) dx + C \quad . \quad (2)$$

Yleensä siirtymää laskettaessa valitaan x-akselin 0-kohta siten, että siinä siirtymä on nolla. Silloin integroimisvakio $C = 0$.

Yhtälöt (1) ja (2) esittävät saumassa syntyvän siirtymän δ ja venymien (ϵ_1, ϵ_2) välisen yhteensopivuusehdon.



Kuva 1.

2) Toimintalait liittimille ja palkin liittotoiminnalle.

Liittimen toiminta selvitetään yleensä kokeellisesti. Liittimen toimintalain muodostaa tässä siirtymän δ ja liittimeen saumassa kohdistuvan työntövoiman Q välinen yhteys, ks. kuva 2.

$$\delta = \delta(Q) \quad . \quad (3)$$

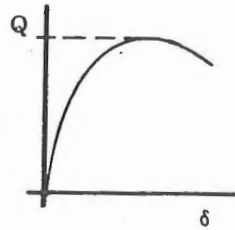
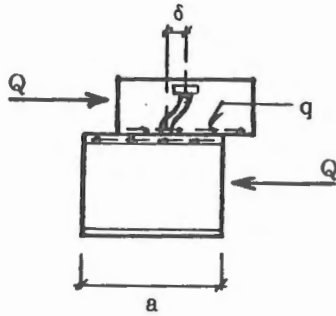
Yleisesti käytetään todellisen toimintalain approksimationa lineaarista lakia

$$\delta = \frac{Q}{k} \quad , \quad (4)$$

missä k on liittimen aikaansaama liitosjäykkyys.

Jos otaksutaan, että työntövoima muodostuu liitinvälille tasan jakautuneesta työntövoimasta q , niin $Q = aq$ ja liittimen lineaarinen toimintalaki on

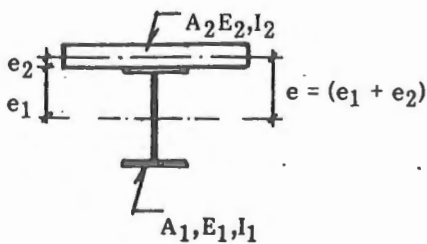
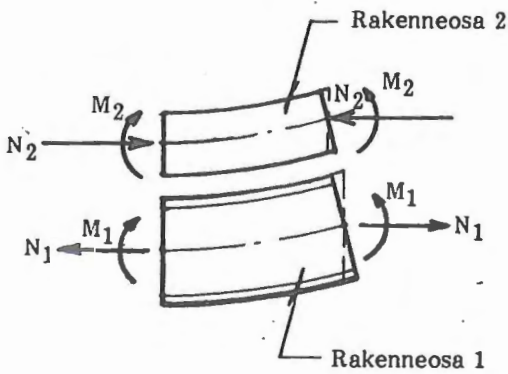
$$\delta = \frac{aq}{k} \quad . \quad (5)$$



Voima-siirtymäkäyrä

Kuva 2.

Palkin toiminassa vallitsevat teknisen taivutusteorian mukaisesti toimintalakina jännitys-resultanttien ja venymien välillä seuraavat yhteydet, ks. kuva 3.



Suureet A , E , I tarkoittavat vastaavasti rakenneosien pinta-alaa, kimmomoduulia ja poikkileikkauksen pintahitausmomenttia. Kerroin $n = E_1/E_2$

Kuva 3.

Koska palkin rakenneosat taipuvat yhdessä, osien poikkileikkausten kiertymät κ ovat yhtäsuuret, eli

$$\kappa = \frac{M_1}{E_1 I_1} = \frac{M_2}{E_2 I_2} = \frac{n M_2}{E_1 I_2} \quad (6)$$

Venymät ε_1 ja ε_2 ovat siten

$$\varepsilon_1 = -e_1 \kappa + \frac{N}{E_1 A_1}$$

$$\varepsilon_2 = e_2 \kappa - \frac{n N}{E_1 A_2} \quad (7)$$

3) Jännitysresultanttien ja kuorman välinen tasapaino

Kuvan 4 mukaisiin merkinnöin voidaan asettaa tasapainoehdot

$$\frac{dN}{dx} = -q \quad (8)$$

$$\frac{dV_1}{dx} + \frac{dV_2}{dx} = -p$$

$$\frac{dM_1}{dx} - V_1 = e_1 q \quad (9)$$

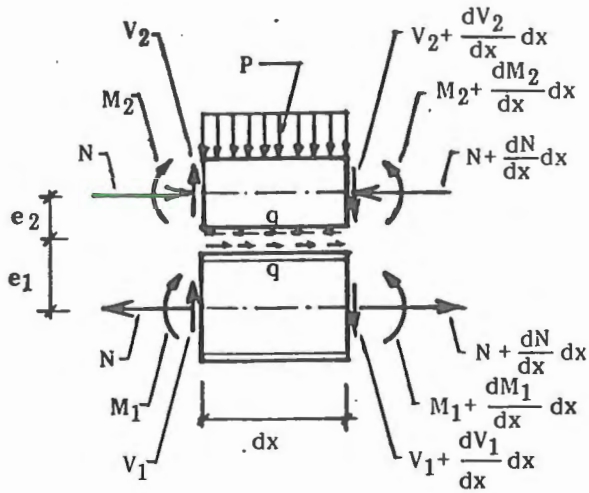
$$\frac{dM_2}{dx} - V_2 = e_2 q \quad ,$$

joista edelleen saadaan

$$V_1 + V_2 = - \int_{x_1}^x p \, dx + C = V \quad ,$$

kun palkin leikkausvoima kohdassa x merkitään V , ja vakio C on kohdassa x_1 vaikuttava leikkausvoima.

$$\frac{dM_1}{dx} + \frac{dM_2}{dx} - V = eq \quad (10)$$



Kuva 4.

Yhtälöt (1), (7) sekä (8) ja (10) esittävät nyt osittaisessa liittotoiminnassa syntyvän siirtymän laskemista varten tarvittavat

- siirtymien ja venymien yhteensopivuusehdot
- rakenteen toimintalain (rakennusainelain)
- kuormien ja jännitysresultanttien tasapainoehdot.

Saumassa syntyvän siirtymän differentiaaliyhtälö saadaan, kun ensin venymät sijoitetaan yhtälöistä (7) yhtälöön (1), jolloinka saadaan

$$\frac{d\delta}{dx} = e_k - \frac{N}{E_1} \left(\frac{n}{A_2} + \frac{1}{A_1} \right) \quad (11)$$

Kun yhtälössä (10) otetaan huomioon yhtälö (6) saadaan

$$E_1 \left(I_1 + \frac{I_2}{n} \right) \frac{d\kappa}{dx} - V = eq \quad (12)$$

Kun otetaan huomioon yhtälö (5) ja merkitään rakennosien poikkileikkauksen geometriaan liittyvä suure

$$I_0 = \left(I_1 + \frac{I_2}{n} \right) \quad , \quad \text{niin saadaan}$$

$$\frac{d\kappa}{dx} = \frac{ke \frac{\delta}{n} + V}{E_1 I_0} \quad (13)$$

Kun derivoidaan yhtälö (11) ja otetaan huomioon yhtälöt (5), (8) ja (13), niin saadaan

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{ke\frac{2\delta}{a} + eV}{E_1I_0} + \frac{k\delta}{aE_1A_0} = \frac{k\delta}{aE_1I_0} \left(e^2 + \frac{I_0}{A_0} \right) + \frac{eV}{E_1I_0} ,$$

missä on merkitty rakenneosien poikkileikkauksen geometriaan liittyvä suure

$$\frac{1}{A_0} = \left(\frac{1}{A_1} + \frac{n}{A_2} \right) .$$

Jos vielä merkitään poikkileikkauksen geometriaan liittyvä suure

$$\frac{1}{A'} = \left(e^2 + \frac{I_0}{A_0} \right)$$

ja liittimen jäykkyyden suhteessa poikkileikkauksen geometriaan esittävät suuret

$$\alpha^2 = \frac{k}{aE_1I_0A'} \quad \text{ja} \quad \beta = \frac{A'ae}{k} ,$$

niin siirtymän differentiaaliyhtälö saa lopullisen muotonsa

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} - \alpha^2\delta = \alpha^2\beta V \quad . \quad (14)$$

Yam /4/ on esittänyt perusteiltaan saman yhtälön seuraavassa muodossa. (Tässä Yamin esittämään yhtälöön on sijoitettu jo edellä esitetyt suuret I_0 , A_0 ja A').

$$\frac{a}{k} \frac{d^2N}{dx^2} - \frac{1}{E_1I_0A'} \frac{dN}{dx} + \frac{e}{E_1I_0} M = 0 \quad , \quad (15)$$

missä N on liittotoimintaan kuuluva normaalivoima osissa 1 ja 2 ja M on palkin taivutusmomentti. Tämä yhtälö osoittaa siis normaalivoiman N jakautumisen.

Kun yhtälön (8) mukaisesti $\frac{dN}{dx} = -q$, niin otettaessa huomioon liittimen toimintayhtälö (5) saadaan

$$\frac{dN}{dx} = -\frac{k}{a} \delta .$$

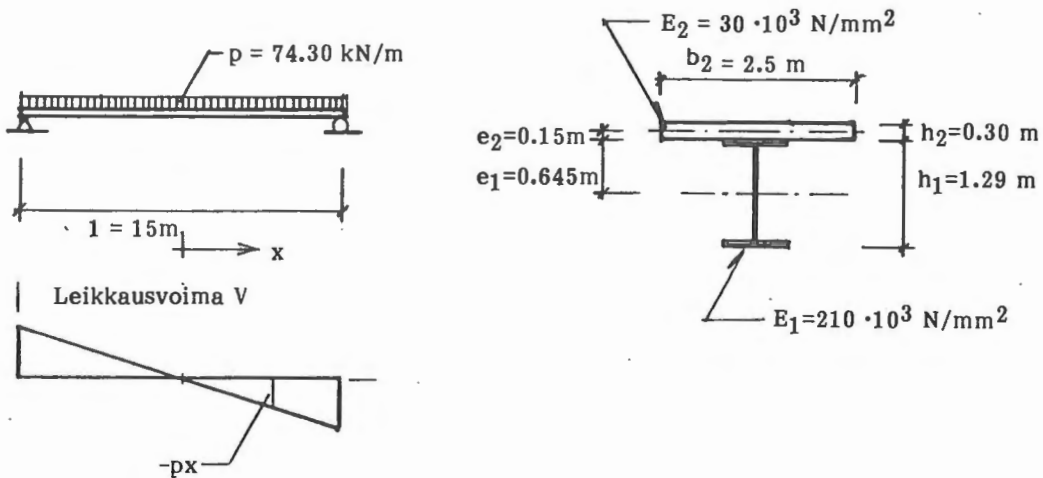
Kun tämä otetaan huomioon yhtälössä (15) ja lisäksi, että $\frac{dM}{dx} = V$, niin derivoitaessa yhtälö (15) saadaan Johnsonin esittämä yhtälö (14).

Esim. kuvan 5 mukaisessa yksinkertaisessa palkissa on

$$V = -px$$

jolloin yhtälön (14) ratkaisu on reunaehdot ($\delta(x=0) = 0$) ja $\frac{d\delta}{dx}(x=1/2) = 0$) huomioonottaen

$$\delta = \beta p \left(x - \frac{1}{\alpha} \operatorname{sech} \left(\frac{\alpha x}{2} \right) \sinh(\alpha x) \right)$$



Kuva 5.

Hopia tarkasteli diplomityössään /2/ esimerkkinä kuva 5 mukaista palkkia, missä liittiminä olivat pultit (kolme rinnan, liitinväli $a = 0,20$ m), joiden jäykkyyden laskettiin olevan $k = 450$ kN/mm.

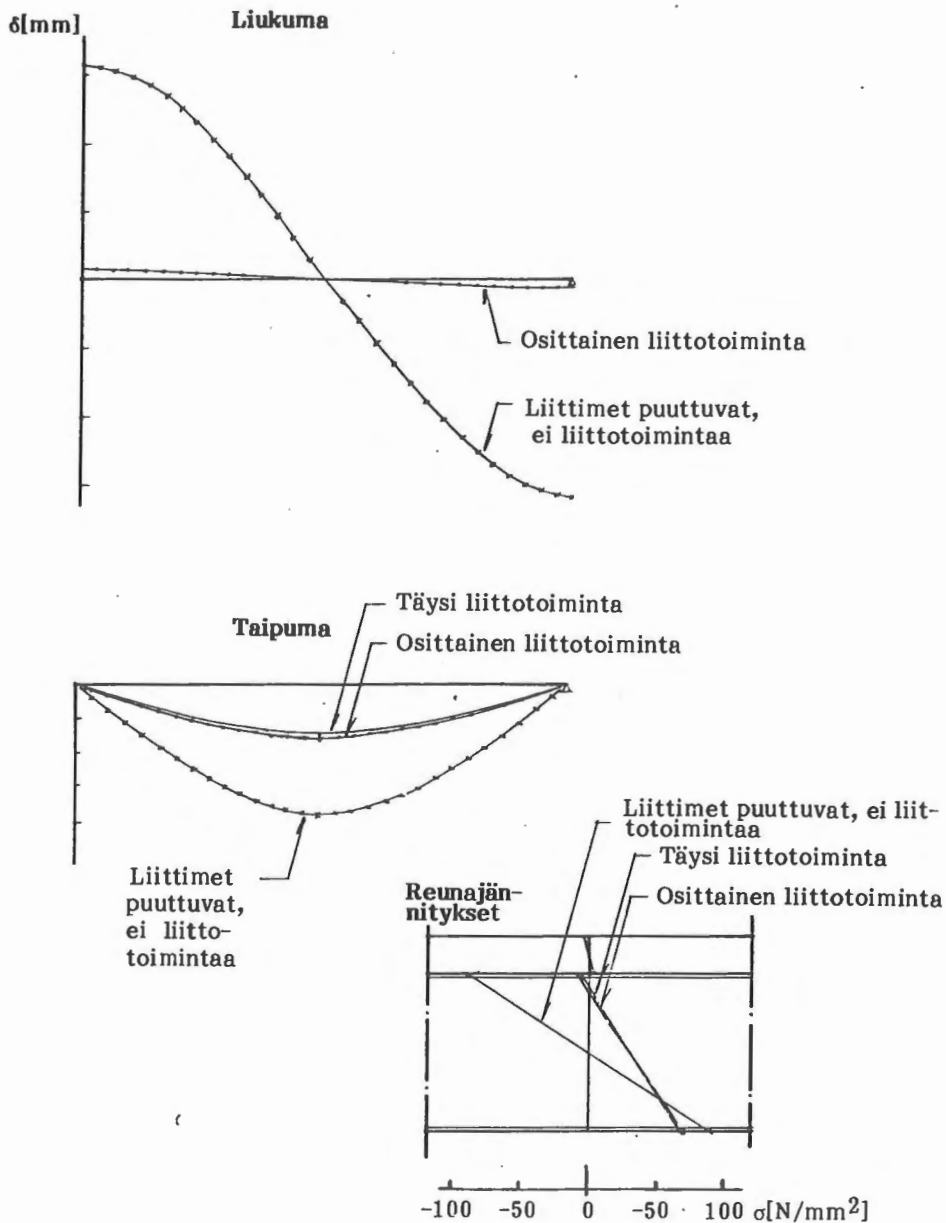
Silloin oli

- siirtymä saumassa palkin päässä $\delta = 0,163$ mm
- taipuma jänteen keskellä $v = 7,62$ mm
- jännitykset jänteen keskellä kuvan 6 mukaiset.

Jos palkissa ei olisi lainkaan liittovaikutusta, olisivat vastaavasti $\delta = 3,02$ mm ja $v = 17,82$ mm.

Jos taas vallitsisi täysi liittotoiminta, olisi $v = 7,11$ mm.

Tuloksia havainnollistaa kuva 6. Nähdään, että käytetyllä liitinmäärällä saadaan aikaan varsin hyvä liittotoiminta.



Kuva 6.

Toisaalta nähdään, että ilman liittotoimintaa osien väliset siirtymät ovat jokseenkin pienet, vain muutamia millimetrejä. Jotta siirtymää voitaisiin estää ja liittotoimintaa saada aikaan, niin liittimien täytyy olla tehokkaita. Silloin ne pystyvät kehittämään riittävän liitinvoiman pienienkin siirtymien tapahtuessa.

Liittotoiminnan tehokkuus

Liittotoiminnan tehokkuutta voidaan arvioida liittimien osittaisessa toiminnassa siirtämän työntövoiman Q_p ja vastaavasti täydessä liittotoiminnassa siirtämän työntövoiman Q_t suhteen avulla. Tehokkuuden on ensimmäisenä selvittänyt Johnson /3/.

Liittimien siirtämä työntövoima voidaan laskea liittimen toimintalain (5) perusteella, jolloin

$$Q_p = \int_{x_1}^{x_2} q \, dx + C = \int_{x_1}^{x_2} \frac{k}{a} \delta \, dx + C \quad , \quad (16)$$

missä vakio C on kohdassa x_1 vaikuttava työntövoima.

Tasaisen kuorman kuormittaman yksinkertaisen palkin tapauksessa saadaan puolen jänteen matkalla ($x_1 = 0$, $x_2 = 1/2$, $C = 0$)

$$Q_p = \frac{k\beta p}{a} \frac{L^2}{8} \left(1 - \frac{8}{\alpha^2 L^2} (1 - \operatorname{sech}(\frac{\alpha L}{2}))\right) \quad . \quad (17)$$

Täyteen yhteistoimintaan kuuluva työntövoima Q_t saadaan tästä asettamalla $k \rightarrow \infty$, jolloin

$$Q_t = \frac{k\beta p L^2}{8a} \quad .$$

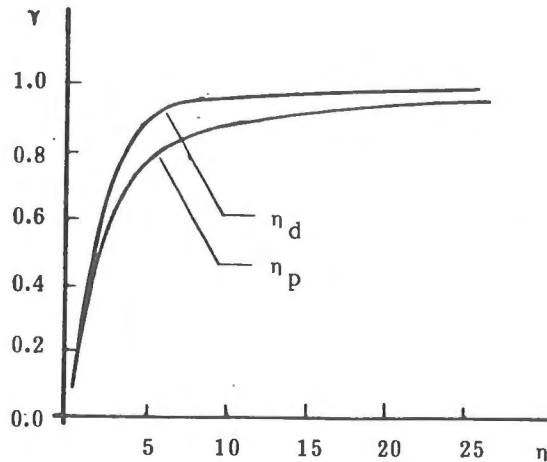
Näiden suhde $\eta = Q_p/Q_t$ ilmaisee liittotoiminnan tehokkuuden yksiaukkoisessa tasaisesti kuormitetussa palkissa.

Kun merkitään $\gamma = \frac{\alpha L}{2}$, niin on

$$\eta = \left(1 - \frac{2}{\gamma^2} (1 - \operatorname{sech}\gamma)\right) \quad . \quad (18)$$

Tämä yhteys palkkivakion γ ja tehokkuusasteen η välillä on esitetty kaaviollisella piirroksella kuvassa 7. Nähdään, että palkkivakion γ pienillä arvoilla liittovaikutuksen tehokkuus jää pieneksi. Palkkivakion suuruuteen vaikuttaa palkin jännemitta oleellisesti. Lyhytjänteisillä palkeilla γ on pieni ja vastaavasti liittovaikutuksen tehokkuus.

Kuvassa 7 käyrä η_d kuvaa yksinkertaisen palkin liittovaikutuksen tehokkuuden, kun kuormana on jänteen keskellä vaikuttava pistekuorma, ja käyrä η_p vastaavasti, kun kuormana on tasainen kuorma.



Kuva 7.

Palkin jännitykset ja taipuma

Yksinkertaisesti tuetun palkin jännitykset ja taipuma osittaisessa liittotoiminnassa voidaan asettaa suhteeseen täydessä liittotoiminnassa syntyviin jännityksiin ja taipumiin nähden. Tämä asettaminen perustuu siihen, että

- tunnetaan miten liittotoiminnan tehokkuusasteen η mukaisesti palkin poikkileikkauksessa vaikuttava normaalijännitysten resultantti N muuttuu. Taivutetussa palkissa

$$N = Q = \int_0^{L/2} q \, dx \quad ,$$

joten normaalivoimat osittaisessa ja täydessä liittotoiminnassa suhtautuvat kuten edellä esitetty toiminnan tehokkuusaste edellyttää.

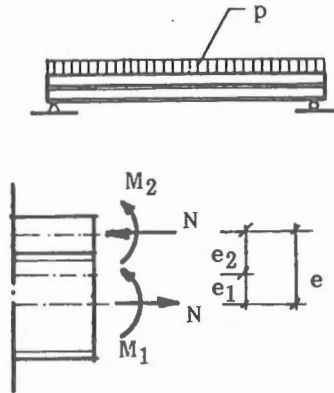
- voidaan selvittää miten palkin kaarevuus muuttuu, kun liittotoiminta muuttuu täydestä osittaiseksi.

Kuvan 8 mukaisesti palkin tietyssä poikkileikkauksessa vaikuttaa kuorman johdosta taivutusmomentti M . Tämän kanssa on tasapainossa palkin taivutusvaste, mikä on

- täyden liittotoiminnan tapauksessa $= M_1 + M_2 + Ne$
- osittaisen liittotoiminnan tapauksessa $= C(M_1 + M_2) + \eta Ne$.

Osittaisen liittotoiminnan vaste on silloin johdettu täyden liittotoiminnan vasteesta siten, että otaksutaan normaalivoiman N muuttuvan liittotoiminnan tehokkuusasteen η mukaisesti ja taivutusmomenttien M_1 ja M_2 muuttuvan sen mukaisesti kuin palkin kaarevuus muuttuu.

Kaarevuuden suhde osittaisessa ja täydessä liittotoiminnassa on siten C.



Kuva 8.

Nyt on

$$M = (M_1 + M_2) + Ne = C(M_1 + M_2) + \eta Ne \quad (19)$$

ja siten

$$C = 1 + \frac{N}{(M_1 + M_2)} e(1 - \eta) \quad (20)$$

Kaarevuussuhteen laskemisessa ei ole oleellista normaalivoiman ja momenttien absoluuttiset, vaan ainoastaan suhteelliset arvot. Siksi voidaan asettaa esim. $\epsilon_{01} = 1$ ja laskea venymien suhteista kuvan 9 mukaisesti.

- poikkileikkaustason kiertymä täydessä liittotoiminnassa

$$\kappa = \frac{1}{e_1} = \frac{1}{e} \frac{nA_i}{A_2} \quad (21)$$

- reunavenymät

$$\epsilon_{r1} = e_{r1} \kappa = \frac{e_{r1}}{e} \frac{nA_i}{A_2} \quad (22)$$

$$\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2} \kappa = \frac{\epsilon_{r2}}{e} \frac{nA_i}{A_2} \quad (23)$$

Vastaavasti ovat silloin

$$N = E_1 A_1$$

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{E_1 I_1}{e} \frac{nA_i}{A_2} \\ M_2 &= \frac{E_2 I_2}{e} \frac{nA_i}{A_2} \end{aligned} \right\} (M_1 + M_2) = \frac{E_1}{e} \left(I_1 + \frac{I_2}{n} \right) \frac{nA_i}{A_2} = \frac{E_1}{e} I_0 \frac{nA_i}{A_2} \quad (24)$$

ja

$$\frac{N}{M_1 + M_2} = \frac{e A_1 A_2}{I_0 n A_i} = \frac{e}{A' - e^2} \quad , \quad (25)$$

kun on merkitty $A' = \left(\frac{I_0 n A_i}{A_1 A_2} + e^2 \right) = \left(e^2 + \frac{I_0}{A_0} \right)$.

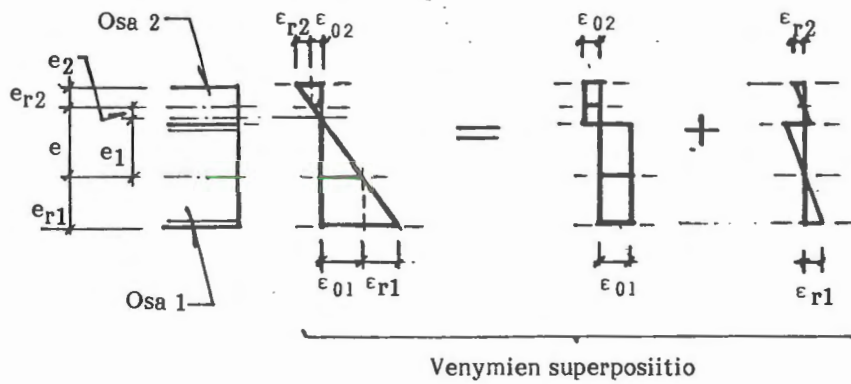
Sijoitettaessa tämä lausekkeeseen (20) saadaan kaarevuussuhde

$$C = \frac{A' - e^2 \eta}{A' - e^2} \quad . \quad (26)$$

Palkin taipumat osittaisessa ja täydessä liittotoiminnassa suhtautuvat kaarevuussuhteen edellyttämällä tavalla (taipumat taivutuksesta), joten

$$\frac{v_p}{v_f} = C \quad , \quad (27)$$

kun v_p on taipuma osittaisessa toiminnassa ja v_f taipuma täydessä liittotoiminnassa.



$$E_1 \varepsilon_{r1} = \sigma_{r1} = \frac{M_1}{I_1} e_{r1} \quad \therefore \quad M_1 = \frac{E_1 \varepsilon_{r1} I_1}{e_{r1}}$$

$$E_2 \varepsilon_{r2} = \sigma_{r2} = \frac{M_2}{I_2} e_{r2} \quad \therefore \quad M_2 = \frac{E_2 \varepsilon_{r2} I_2}{e_{r2}}$$

$$E_1 \varepsilon_{01} = \sigma_{01} = \frac{N}{A_1} \quad \therefore \quad N = E_1 A_1 \varepsilon_{01}$$

$$E_2 \varepsilon_{02} = \sigma_{02} = \frac{N}{A_2} \quad \therefore \quad N = E_2 A_2 \varepsilon_{02}$$

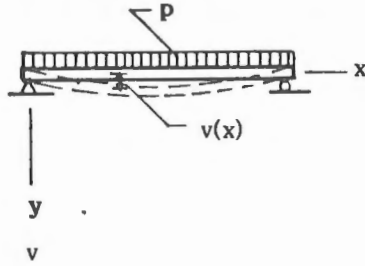
Täydessä liittotoiminnassa on

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= \frac{A_2/n}{A_i} e \\ e_2 &= \frac{A_1}{A_i} e \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Kun } A_i = A_1 + \frac{A_2}{n}$$

$$\text{ja } n = E_1/E_2$$

Kuva 9.



Kuva 10.

Kun tarkastellaan palkin jännityksiä, voidaan lähteä siitä olettamuksesta, että täyden liittotoiminnan tapauksessa jännitykset vastaisivat kuvassa 9 esitettyjä venymiä, silloin kun $\epsilon_{01} = 1$. Silloin ovat rakenneosan 1 reunajännitykset täydessä yhteistoiminnassa.

$$\sigma_{1f} = \sigma_{r1} = E_1(\epsilon_{r1} + \epsilon_{01}) = E_1\left(\frac{e_{r1}}{e} \frac{nA_i}{A_2} + 1\right) \quad (28)$$

Osittaisessa yhteistoiminnassa muuttuvat venymät ϵ_{01} ja ϵ_{r1} siten, että

- venymä rakenneosan painopisteakselilla (normaalivoimaa vastaten) on $\eta\epsilon_{01}$ ja
- reunavenymä on kaarevuuden muutosta vastaten $C\epsilon_{r1}$.

Siten reunajännitys osittaisessa yhteistoiminnassa on (kun $\epsilon_{01} = 1$)

$$\sigma_{1p} = \sigma_{r1} = E_1\left(C \frac{e_{r1}}{e} \frac{nA_i}{A_2} + \eta\right) \quad (29)$$

Rakenneosan 1 alareunan jännitysten suhde osittaisessa ja täydessä liittotoiminnassa on näin ollen

$$\frac{\sigma_{1p}}{\sigma_{1f}} = \frac{C\psi + \eta}{\psi + 1} \quad , \quad (30)$$

kun on merkitty $\psi = \frac{e_{r1}}{e} \frac{nA_i}{A_2}$.

Vastaavalla tavalla saadaan jännitysten suhde rakenneosan 2 yläreunassa.

Kun ensin asetetaan $\epsilon_{02} = 1$, niin $\kappa = \frac{1}{e_2} = \frac{1}{e} \frac{A_i}{A_1}$ ja $\epsilon_{r2} = e_{r2} \kappa = \frac{e_{r2}}{e} \frac{A_i}{A_1}$. Siten täydessä liittotoiminnassa osan 2 yläreunan jännitys on

$$\sigma_{2f} = E_2(\epsilon_{r2} + \epsilon_{02}) = E_2\left(\frac{e_{r2}}{e} \frac{A_i}{A_1} + 1\right) .$$

Osittaisessa yhteistoiminnassa taas jännitys on

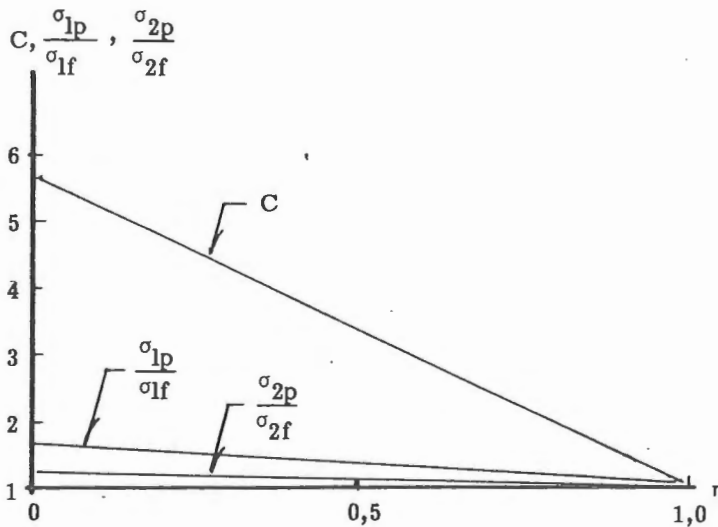
$$\sigma_{2p} = E_2(C\epsilon_{r2} + \eta\epsilon_{02}) = E_2\left(C\frac{e_{r2}}{e} \frac{A_i}{A_1} + \eta\right) .$$

Näiden suhde on

$$\frac{\sigma_{2p}}{\sigma_{2f}} = \frac{C\xi + \eta}{\xi + 1} , \quad (31)$$

kun on merkitty $\xi = \frac{e_{r2}}{e} \frac{A_i}{A_1} .$

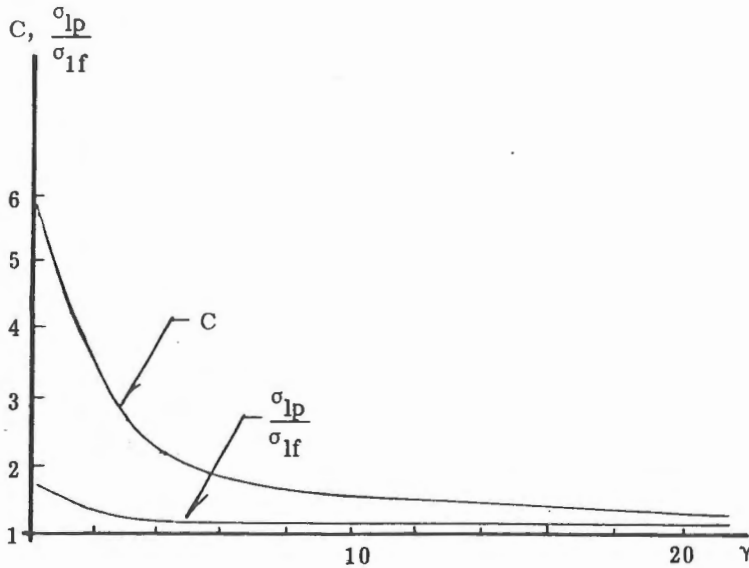
Jurmu on diplomityössään /5/ esittänyt oheisissa kuvissa 11 ja 12 olevat piirroset, mitkä havainnollistavat kaarevuus- ja reunajännityssuhteita osittaisessa ja täydessä yhteistoiminnassa.



Kuva 11.

Piirroksista nähdään, että liittotoiminnan tehokkuuden pienentyessä kaarevuussuhde kasvaa nopeasti, mutta reunajännityssuhteet melko hitaasti. Käytännön rakenteissa,

joissa on saumassa täysi liitos, liittotoiminnan tehokkuus on yleensä $\eta > 0,9$. Silloin liittoksen siirtymien merkitys on vähäinen ja voidaan jättää huomioonottamatta ainakin jännityksiä tarkasteltaessa. Taipumiin nähden siirtymillä saattaa olla suurempi merkitys.



Kuva 12.

Kuvan 5 osoittamassa esimerkkitapauksessa on

- liittotoiminnan tehokkuusaste kaavan (18) mukaisesti $\eta = 0,959$ ja liittimien siirtämä työntövoima $Q_p = 1515$ kN, mikä siis on 4,1% pienempi kuin mitä olisi työntövoima täyden yhteistoiminnan tapauksessa.
- palkin kaarevuussuhde kaavan (26) mukaisesti $C = 1,062$, joten palkin taipuma ja kaarevuus on 6,2% suurempi osittaisessa yhteistoiminnassa kuin mitä olisi täyden yhteistoiminnan tapauksessa; ks. kuva 10.
- reunajännityssuhteet ovat kaavojen (30) ja (31) mukaisesti

$$\frac{\sigma_{1p}}{\sigma_{1f}} = 1,010 \quad \text{ja} \quad \frac{\sigma_{2p}}{\sigma_{2f}} = 1,010$$

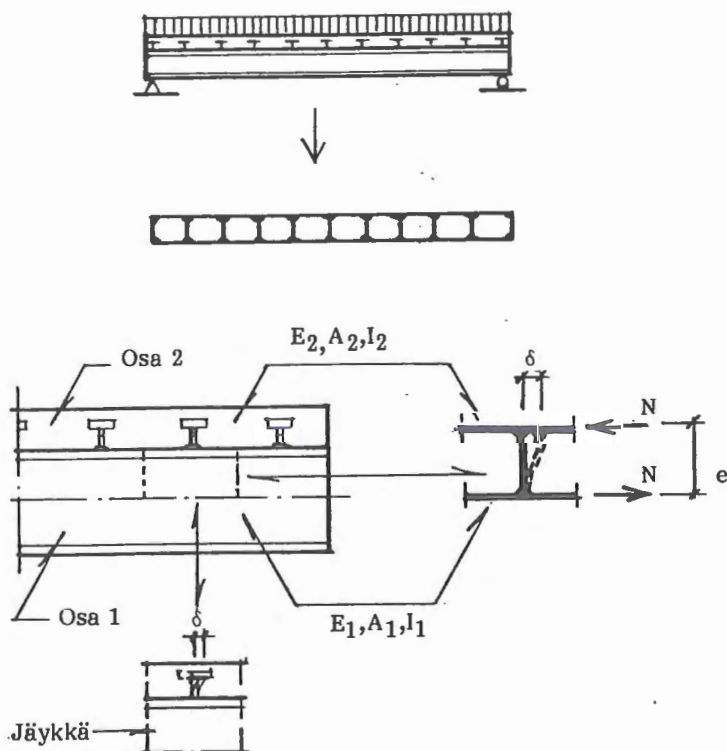
Reunajännitykset voidaan siis melko tarkoin laskea täyden yhteistoiminnan mallia käyttäen. Sen sijaan sauman kohdalla vaikuttaviin taivutusjännityksiin sauman jouston merkitys on suurempi, mutta yleensä edulliseen suuntaan, jännityksien vaikutuksia pienentävästi.

Numeerinen laskentamenetelmä

Hopia sovelsi /2/ sauvarakenteen elementtimenetelmään perustuvaa tietokoneohjelmaa liittopalkkien laskemiseen sekä laski eräitä vertailurakenteita. Sovellutus perustuu siihen, että liittopalkin toiminta kuvataan kuvan 13 havainnollistamalla tavalla kehäpalkin (Vierendeel-) toiminnan avulla. Rakenneosista 1 ja 2 muodostuu kehäpalkin paarteet. Vertikaalit muodostuvat liittimistä ja rakenneosan 1 paloista. Vertikaalien taivutusjäykkyys valitaan hyvin suureksi, jolloin sauman liukumaa kuvaamaan jää vertikaalien leikkaussiirtymä δ . Tätä approksimoidaan lausekkeella

$$\delta = \zeta \frac{N \cdot e}{G_S A_S} \quad , \quad (32)$$

missä ζ on sopivasti valittava tai laskettava muotokerroin, e on rakenneosien 1 ja 2 painopisteiden väli, G_S on teräksen liukumoduuli ja A_S eräänlainen keskimääräinen vertikaalin pinta-ala.



Kuva 13.

Laskentamallin verikaalin leikkausjäykkyys k_Q on siten

$$k_Q = \frac{G_s A_s}{e \zeta} \quad (33)$$

Jotta malli kuvaisi todellista rakennetta, asetetaan tämä yhtäsuureksi kuin liittimen jäykkyys k , sillä todellisessa rakenteessa liukuma saumassa johtuu liittimen joustosta. Kun asetetaan $k_Q = k$, voidaan ratkaista leikkaussiirtymien laskentaa varten käytettävä vertikaalin pinta-ala

$$A_s = \frac{\zeta e k}{G_s} \quad (34)$$

Liittimien varren suuntaisten aksiaalsiirtymien laskennassa käytetään vertikaalin aksiaalisena jäykkyytenä

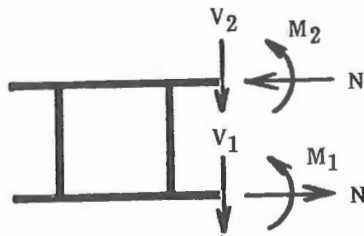
$$k_N = \frac{E_s t s}{e} \quad (35)$$

missä t on teräspalkin uuman paksuus ja s on liittimien väli.

Laskennan tuloksena saadaan kaaviollisessa kuvassa 14 esitetyt jännitysresultantit N , M_1 , M_2 , V_1 , V_2 . Saumassa syntyvä siirtymä voidaan laskea kaavasta (32), kun normaalivoima N tunnetaan, tai sitten liittimen siirtymän kaavasta (4), kun siinä $Q = N$. Rakenneosien 1 ja 2 taivutusmomentit ovat M_1 ja M_2 ja kummankin osan normaalivoima on N . Osien jännitykset lasketaan tunnetusti lausekkeesta (mikä yleiseltä muodoltaan on)

$$\sigma_i = \frac{N}{A_i} + \frac{M_i}{I_i} e_i \quad (i = 1, 2)$$

Rakenneosien taipuma saadaan laskenna tuloksena suoraan.



Kuva 14.

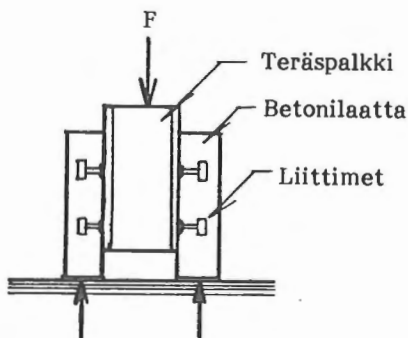
Laskettaessa kuvassa 5 esitetty rakenne tällä menetelmällä, saatiin

- siirtymä saumassa palkin päässä $\delta = 0,151$ mm
- taipuma jänteen keskellä $v = 8,20$ mm

Nämä poikkeavat vähemmän kuin 9% differentiaaliyhtälön (14) perusteella lasketuista. Rakenneosien reunajännitykset poikkeavat vielä tätäkin vähemmän (n. 3%). Muidenkin eri tyyppisten liittopalkkien laskenta osoitti, että tätä numeerista laskentamenetelmää käyttäen saadaan palkkien toimintaa hyvin kuvaavia tuloksia. Laskennassa käytettiin sekä valmisohjelmaa SAP IV että Hakalan esittämän ohjelman /7/ sovellutusta.

Liitoksen lujuus

Betoni-teräs liittorakenteiden liitoksen lujuuden määrittäminen tehdään pääasiassa kokeellisesti push-out kokeiden avulla, joiden suorittamistavan periaatetta havainnollistaa kuva 15. Nykyisin yleisemmin käytettyjä liittimiä ovat pultit, mitkä kiinnitetään pulttihitsauksella teräspalkkiin. Kuitenkin muitakin liittintyypejä käytetään. Liitoksen lujuus riippuu monista tekijöistä, joita ovat mm. betonin lujuus, poikittaisen raudoituksen määrä betonissa, liittimen teräksen lujuus, liittimen kiinnityshitsin laatu ja hitsikauluksen korkeus, teräspalkin laipan lujuus ja laipan paksuus sekä liittimien laatu ja koko.



Kuva 15.

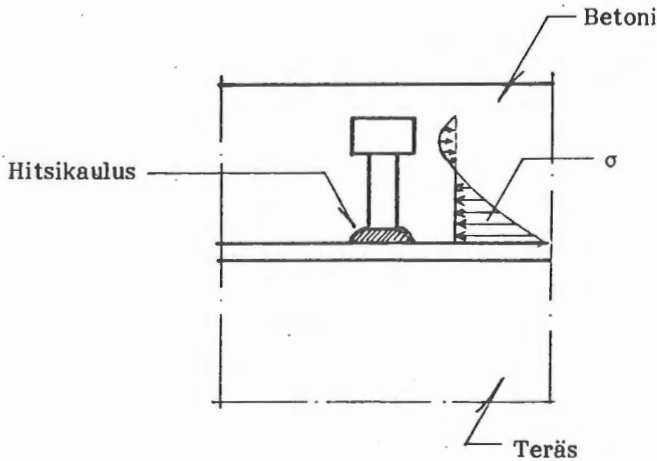
Monista vaikuttavista tekijöistä johtuen liitoksen lujuuden määrittäminen on hankalaa. Lujuutta ei määrää yksin liitin vaan liitoksessa toimivien kaikkien rakenneosien yhteinen toiminta ja lujuus. Liitoksen murtumisen syy on tavallisesti jokin seuraavista:

- liittimen murtuminen
- liittimen työntyminen ulos laatasta
- laatan halkeaminen
- laatan leikkausmurtuminen

Tavoitteena liitoksen suunnittelussa on yleensä se, että liittimien täysi kestävyys voidaan käyttää hyödyksi, jolloin liitoksen murtuminen tapahtuu liittimien murtuessa.

Johnson ja Oehlers ovat selvittäneet /6/ eri tekijöiden vaikutusta liitoksen lujuuteen, kun liittiminä on hitsaamalla kiinnitetyt pultit. Tulokseksi he saivat mm. seuraavia seikkoja.

Jännityksien jakautuminen pultin varren ja betonin kosketuskohdassa on kuvassa 16 esitetyn kaltainen. Keskeisiksi tekijöiksi liittimen lujuudelle muodostuvat siten ymmärrettävästi liittimen materiaalin lujuus, kiinnityshitsin lujuus, hitsikauluksen korkeus sekä liitintä ympäröivän betonin lujuus ja kimmo-ominaisuudet. Mikäli murtuminen tapahtui liittimen murtuessa, niin murtumiskohta oli tavallisimmin pultin varressa hitsikauluksen yläpinnan tasossa, mihin syntyy voimakas jännityshuippu.



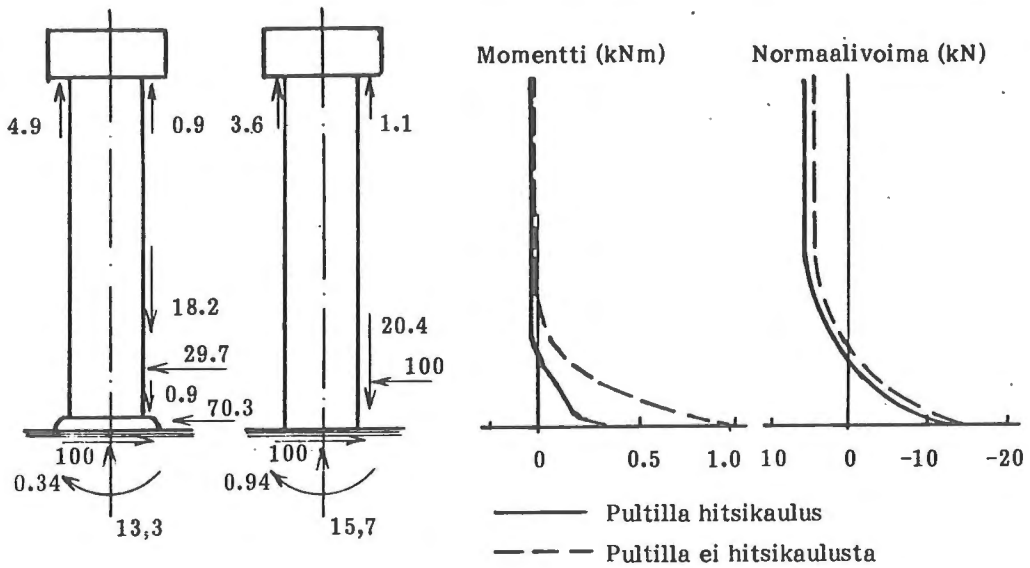
Kuva 16.

Hitsikauluksen korkeus vaikuttaa liittimen lujuuteen merkittävästi, sillä kuvassa 17 esitetyllä tavalla n. 70% liitinvoimasta saattaa siirtyä hitsikauluksen välityksellä. Tämä keskittää betonin ja liittimen väliset jännitykset lähelle rakenteen liitossaamaa ja pienentää pultin juuressa vaikuttavaa taivutusta ja pultin varren suuntaista vetoa.

Selvitysten eräänä lopputuloksena Johnson ja Oehlers tiivistävät, että pulttiliittimen lujuus P_{sh} voidaan laskea kaavasta

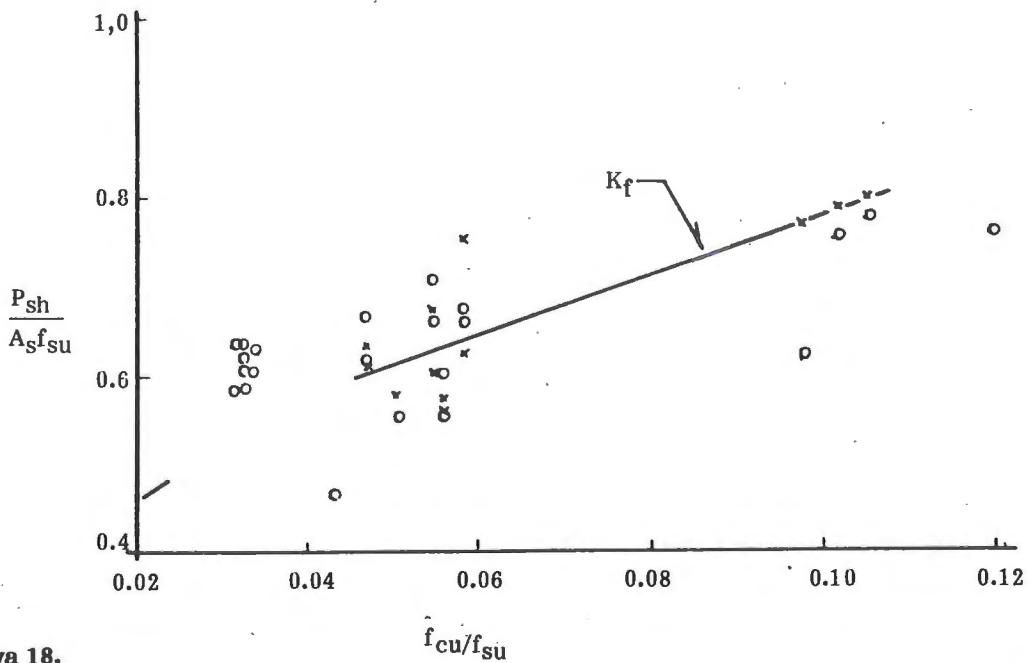
$$P_{sh} = K_f \bar{K}_A A_s f_{su} \quad , \quad (36)$$

missä A_s on liittimen varren poikkipinta-ala ja f_{su} liittimen teräksen myötöraja.



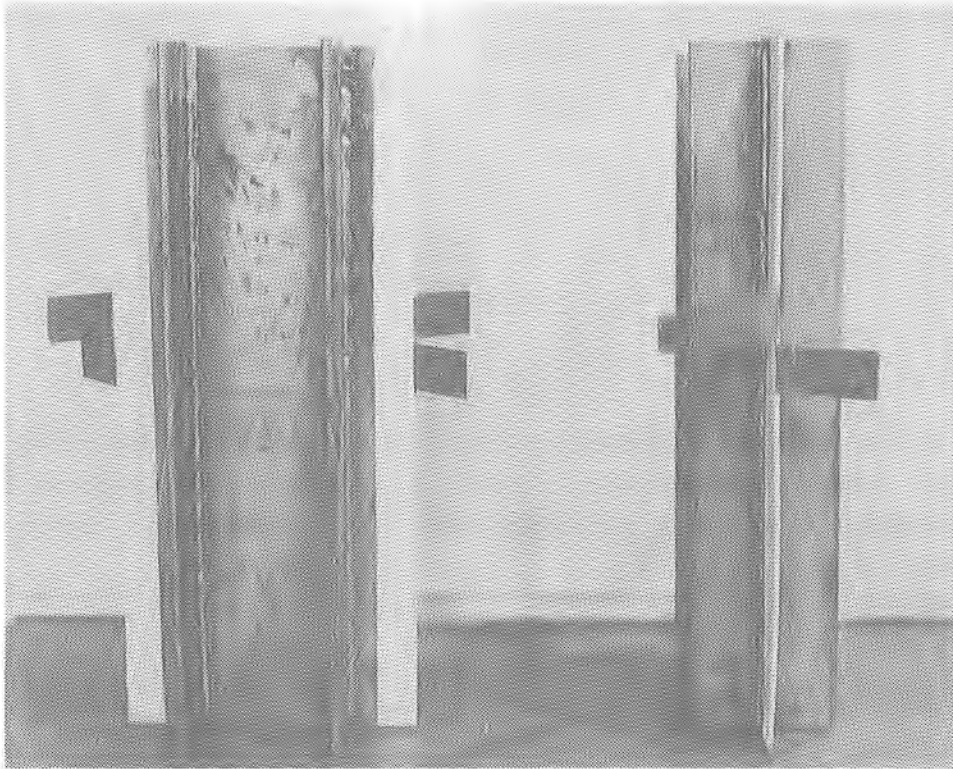
Kuva 17.

Kerroin K_f on betonin puristuslujuudesta f_{cu} riippuva ja kerroin \bar{K}_A ottaa huomioon muut liittimen lujuuteen vaikuttavat tekijät. Yleensä $\bar{K}_A = 1$, mikäli liitin on asennettu standardien mukaan. Kerroimen K_f suuruus on esitetty piirroksella kuvassa 18 ($K_f = P_{sh}/A_s f_{su}$, kun $\bar{K}_A = 1$).



Kuva 18.

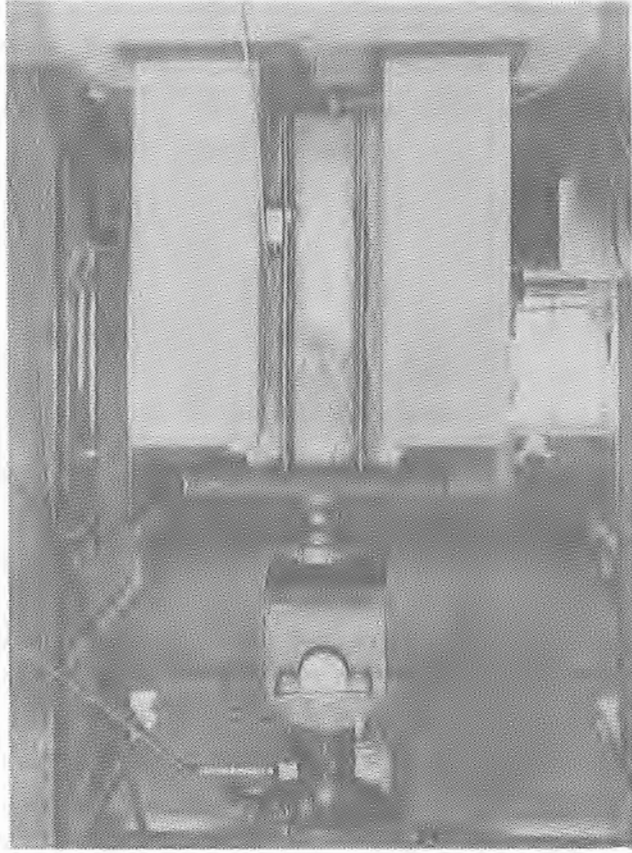
Oulun yliopiston rakennetekniikan laboratoriossa tutkittiin push-out kokeilla uutta betoni-teräs liittorakenteen liitostapaa /5/, missä liittimenä toimi teräspalkin uuman hammastus, ks. kuvat 19, 20 ja 21. Koekappaleissa palkin rakenteissa käytetyn teräslevyn paksuus oli toisessa koesarjassa 3 mm ja toisessa 8 mm. Hampaiden koko oli kummassakin sarjassa - leveys x korkeus = 60 x 100, 30 x 100, 30 x 75, 30 x 50 mm²



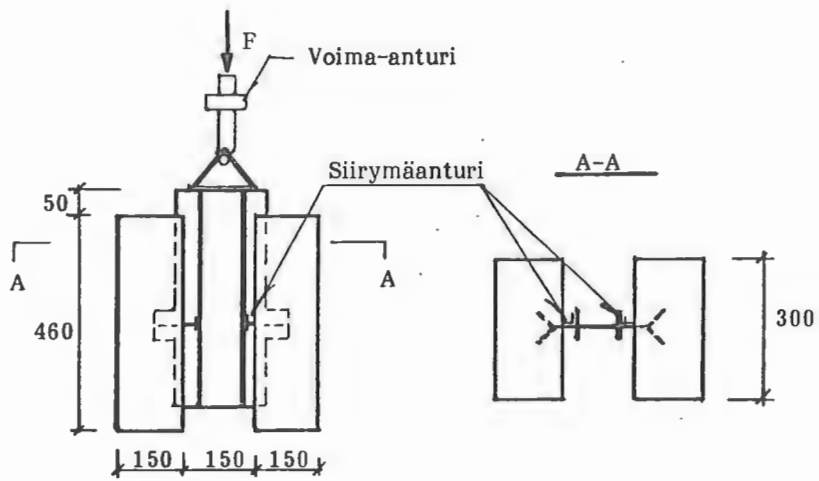
Kuva 19.

Hammastuksella liitettyjä koekappaleita oli yhteensä kahdeksan. Vertailutulosten saamiseksi tehtiin lisäksi kaksi koekappaletta pulttiliitoksella, missä pultit on kiinnitetty kuvan 22 mukaisesti suoraan palkin uumaan. Kummassakin koekappaleessa pultit olivat halkaisijaltaan ϕ 12 mm ja toisessa pituudeltaan $l = 100$ mm ja toisessa $l = 65$ mm.

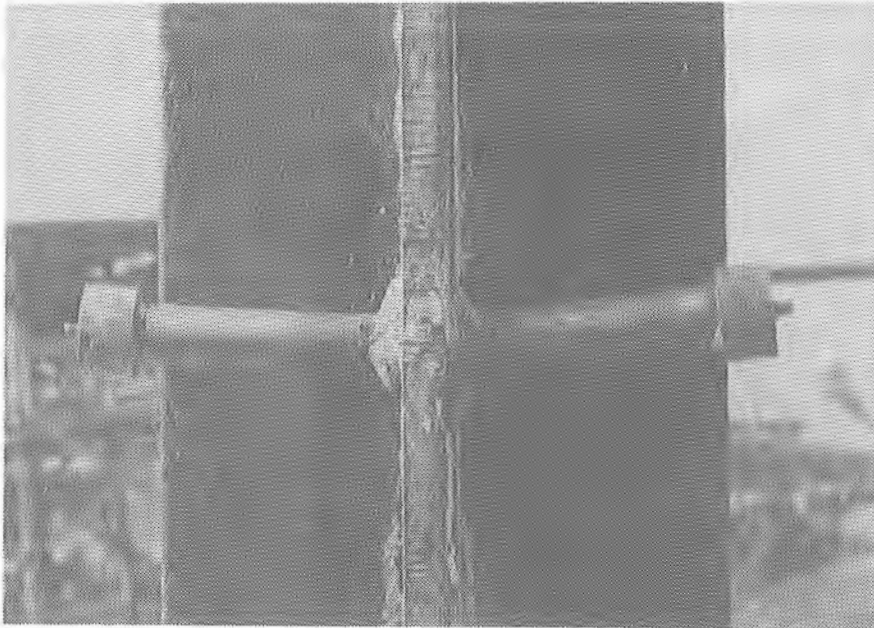
Kokeissa käytetty teräslaatu palkeissa oli Fe 370 ja liitospulteissa Fe 520. Betonin suhteituslujuus oli K30.



Kuva 20



Kuva 21.



Kuva 22.

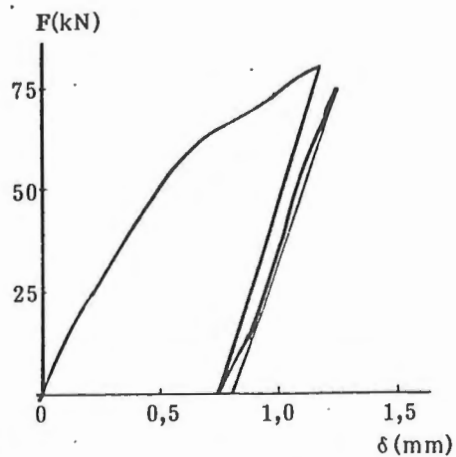
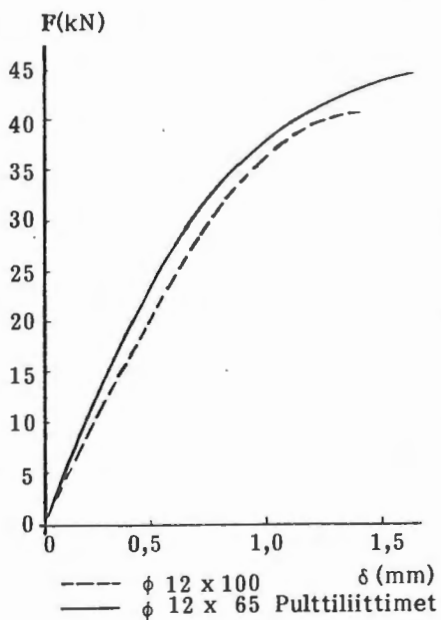
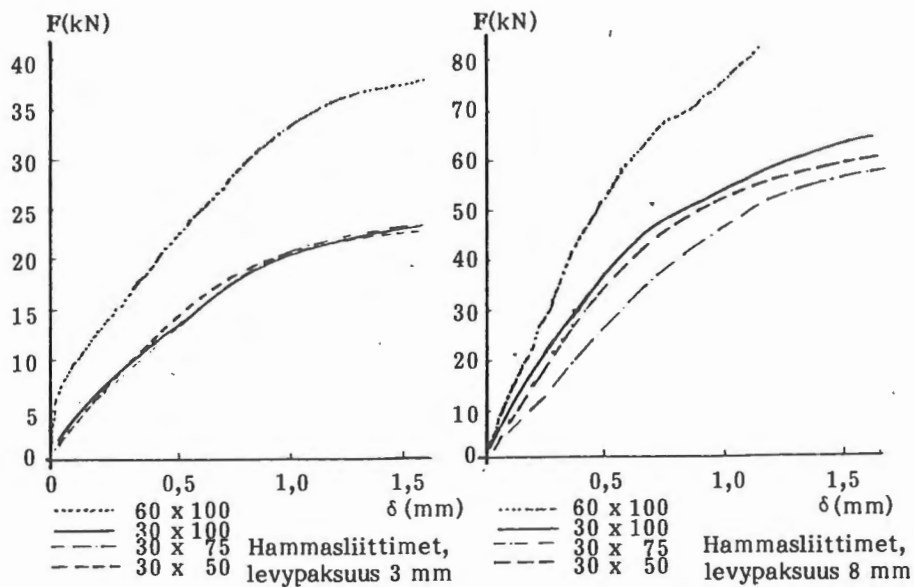
Kokeiden tuloksena saadut liitosten kuorma-siirtymäkäyrät on esitetty kuvassa 23.

Liittimien murtokuormat kokeissa (P_{koe}) sekä vertailuksi kaavasta $P_{lask} = 0,75 A_s f_{su}$ lasketut (ECCS:n mallinormi) murtokuormat on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1. Liittimien murtokuormat /5/.

Tyyppi	P_{koe}	P_{lask}
3 x 30 x 50	31	23,3
3 x 30 x 75	29	23,3
3 x 30 x 100	31	23,3
3 x 60 x 100	47	46,6
φ 12 x 65	43	41,2
φ 12 x 100	40	41,2
8 x 30 x 50	69	62,2
8 x 30 x 75	69	62,2
8 x 30 x 100	75	62,2
8 x 60 x 100	-1)	124,6

1) Murtolujuus ylitti kokeissa käytetyn voima-anturin kapasiteetin.



Kuorma-liukumakäyrä
 toistuvasta kuormasta.
 Liitintyyppi 8. x 60 x 100 mm³

Kuva 23.

Koetuloksista voidaan tehdä mm. seuraavia johtopäätöksiä:

- hampaan korkeuden vaihteluilla 50...100 mm ei ole merkittävää vaikutusta liitoksen toiminnalle. Sekä murtokuormat että liukummat ovat liki samat, kun hampaat ovat $3 \times 30 \times 50...100 \text{ mm}^3$ tai toisessa sarjassa $8 \times 30 \times 50...100 \text{ mm}^3$. Sen sijaan hampaiden leveyden kasvattaminen 30 mm:stä kaksinkertaiseksi 60 mm:iin lisää tuntuvasti liitoksen jäykkyyttä. Leveyden kasvattaminen yli 60 mm:iin ei enää oleellisesti lisää liitoksen jäykkyyttä, sillä liitoksen jouston synnyttävät silloin betonin paikalliset muodonmuutokset liittimen ja betonin kosketuskohdassa.
- liittimien jäykkyydet k sekä jäykkyyksien ja poikkileikkausalojen A_S suhteet on esitetty taulukossa 2.

Taulukko 2. Liittimien poikkileikkausalat ja jäykkyydet /5/.

Tyyppi	$A_S(\text{mm}^2)$	$k(\text{kN/mm})$ 1)	$k/A_S(\text{kN/mm}^3)$
3 x 30	90	26	0,29
3 x 60	180	46	0,26
ϕ 12	113	56	0,50
8 x 30	240	68	0,28
8 x 60	480	106	0,22

1) Jäykkyyden arvot on mitattu kuorma-liukumakäyrän kohdasta $\delta = 0,5 \text{ mm}$, missä liittimien toiminta on vielä lineaarista.

Poikkipinta-alaan nähden suhteessa jäykin liitos saadaan siis pulteilla. Tämä johtuu siitä, että hammastetussa liitoksessa betonin paikalliset rasitukset liittimen edessä tulevat epäedullisemmiksi kuin pulteilla. Liittimen jäykkyys sinänsä on hammasliittimillä suurempi.

- liitoksen murtuminen tapahtui käytettäessä 3 mm paksuja tai pienintä 8 mm paksua liitintä joko liittimen repeämisenä tai liittimen tyven lommahtamisena kuvissa 24 ja 25 esitetyillä tavoilla. Sen sijaan muita 8 mm:n paksuisia liittimiä käytettäessä murtumisen syynä oli ensisijaisesti betonin murtuminen paikallisesti liittimen edessä kuvassa 26 esitetyllä tavalla.

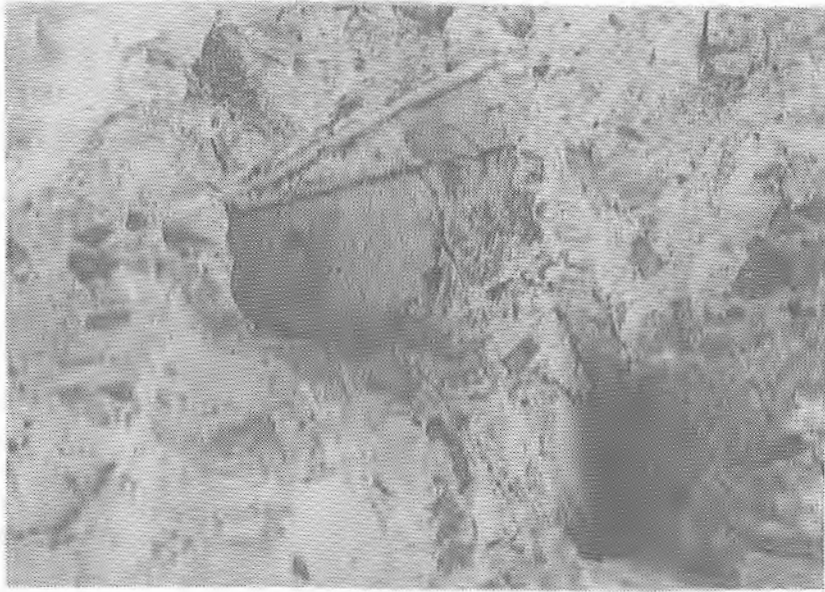
Kokeiden perusteella arvioiden hammastuksella tehtävä liitossauma toimii riittävän hyvin ajatellen sen soveltamista käytännön liittorakenteisiin.



Kuva 24.



Kuva 25.



Kuva 26.

KIRJALLISUUSLUETTELO

- [1] Johnson, R.P., *Composite Structures of Steel and Concrete. Volume 1, Constrado Monographs, London 1975.*
- [2] Hopia, Pasi, *Joustavan leikkausliitoksen vaikutus liittorakenteen toimintaan. Diplomityö, Oulun yliopisto, Rakentamistekniikan osasto, 1984.*
- [3] Johnson, R.P., *Loss of Interaction in Short-Span Composite Beams and Plates. Journal of Constructional Steel Research, Volume 1, N:o 2, January 1981.*
- [4] Yam, L.C.P., *Design of Composite Steel-Concrete Structures, Surrey University Press, 1981.*
- [5] Jurmu, Vesa, *Hammastettu uuma liittopalkin liitoksena, Diplomityö, Oulun yliopisto, Rakentamistekniikan osasto, 1985.*
- [6] Johnson, R.P. & Oehlers, D.J., *Analysis and Design for longitudinal Shear in Composite T-beams, The Inst. of Civ. Eng., Proceedings Part 2, December 1981.*
- [7] Hakala, M. & Kaila, M., *Elementtimenetelmä lujuusopissa, Otakustantamo, Espoo, 1984.*

Esko Hyttinen, professori, Oulun yliopisto, Rakentamistekniikan osasto