

Erkki Niemi

Rakenteiden Mekanikka, Vol. 18
No. 4 1985, s. 95...116

JOHDANTO

Myötöviivateoria on plastisuusteorian ylärajateoreemaan perustuva laskenta-menetelmä. Sen periaate on sama kuin kehärakenteen rajakuorman laskennassa. Jälkimmäisessä tapauksessa kehärakenteen oletetaan muuttuvan kinemaattiseksi mekanismiksi plastisten nivelten muodostumisen jälkeen. Myötöviivateorialla ratkaistaan vastaavasti laatan rajakuormia plastisten saranoiden - myötöviivojen - muodostumisen jälkeen.

Myötöviivateorian sovellutukset kirjallisuudessa koskevat lähinnä teräs-betoni-laattojen rajakuorman laskentaa [1, 2]. Teräsrakenteiden oppikirjoissa sitä käsitellään yllättävän harvoin, vaikka monille liitosdetaljeille esitetyt laskentakaavat on johdettu sen avulla [3, 4]. Lappeenrannan teknillisessä korkeakoulussa T. Björk on diplomityössään luonut katsauksen menetelmän soveltamismahdollisuuksiin [5].

Vuosien kuluessa on teräsrakenteiden oppiaineessa tehty useita seminaari-tutkielmia erilaisista sovellutuksista, samoin pari diplomityötä [6, 7] ja joitakin pienimuotoisia tutkimuksia [8, 9].

Tämän esityksen tavoitteena on luoda suppea katsaus LTKK:ssa tutkittuihin sovellutuksiin.

MYÖTÖVIIVATEORIAN ALKEITA

Periaate

Myötöviivateoria on energiamenetelmä, jossa ensin oletetaan sen kinemaattisen mekanismin muoto, jolla laatta taipuu rajatilassa. Otaksumalla virtuaalinen taipuma w ja jäykkäplastinen materiaalityyppi, kuva 1, asetetaan kuormien

suorittama ulkoinen työ yhtä suureksi kuin plastisten saranoiden kiertymiseen kulunut sisäinen työ:

$$W^U = W^S \quad (1)$$

eli kohtisuoran kuormituksen P tapauksessa

$$P_{cr} \cdot w = \sum m_i \cdot l_i \cdot \phi_i \quad (2)$$

$P_{cr} \hat{=}$ rajakuorma

$w \hat{=}$ virtuaalinen siirtymä laatan normaalin suunnassa

$m_i \hat{=}$ saranan i plastinen momentti pituusyksikköä kohti

$l_i \hat{=}$ saranan i pituus

$\phi_i \hat{=}$ saranan i kiertymä vastaten taipumaa w.

Koska kysymyksessä on ylärajateoreema, yhtälö (2) pyrkii antamaan rajakuormalle liian optimistisia arvoja sikäli kuin otaksuttu mekanismi poikkeaa muodonmuutostyön minimiä vastaavasta mekanismista. Sen takia joudutaan mekanismeihin laittamaan vapaita muuttujia, jotta voitaisiin etsiä muodonmuutostyön minimi. On myös kokeiltava useita vaihtoehtoisia mekanismien malleja, jotta minimiarvon löytymisestä voitaisiin olla varmoja.

Teorian soveltuvuuden varmistaminen

Myötöviivateorian taipumus epäkonservatiivisiin tuloksiin aiheuttaa sen, että tulokset on syytä varmistaa laboratoriokokein. Sovellutukset ovatkin usein puoliempiirisiä, jolloin teorialla johdetaan karkea laskentamalli rajakuormalle P_{cr} ja sitä korjataan kokeellisesti määritetyllä satunnaismuuttujalla δ , joka ottaa huomioon teorian puutteellisuudet.

$$\delta = \frac{P_{emp}}{P_{cr}} \quad (3)$$

$\delta \hat{=}$ satunnaismuuttuja

$P_{emp} \hat{=}$ kokeellisesti mitattu rajakuorma

$P_{cr} \hat{=}$ teoreettinen rajakuorma koekappaleen parametreista ennustettuna.

Ominaiskuormaksi mitoitus varten otetaan sitten

$$P_K = \delta_k \cdot P_{cr} \quad (4)$$

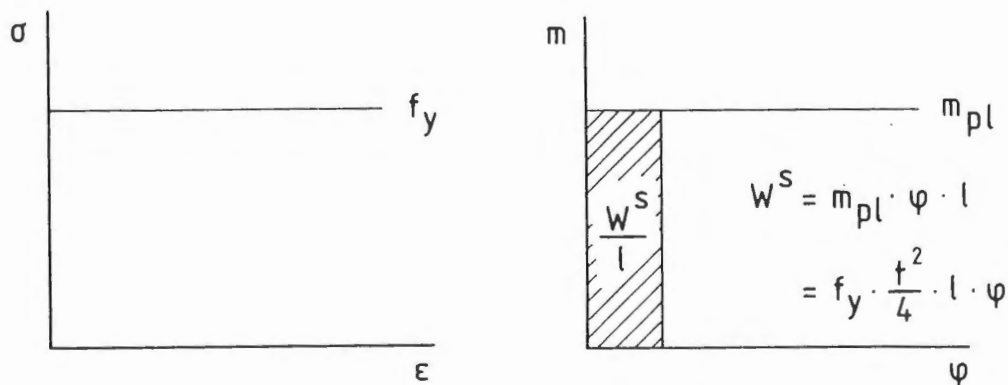
P_K $\hat{=}$ rajakuorman karakteristinen arvo eli ominaisarvo

δ_k $\hat{=}$ satunnaismuuttujan ominaisarvo (esim. 97,5 % fraktiili)

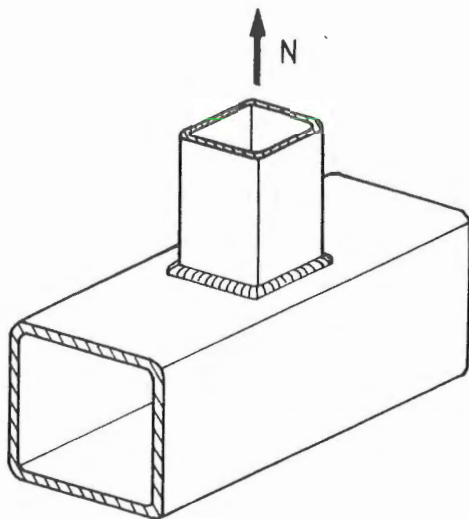
P_{cr} $\hat{=}$ rakenneosan nimellisillä mitoilla ja materiaalin ominaislujuudella laskettu teoreettinen rajakuorma.

Muuttujan δ fraktiili voidaan tarkasti ottaen valita sellaiseksi, että P_K :n fraktiiliksi tulee esim. 97,5 %, kun otetaan huomioon kaikkien yhtälön (4) oikealla puolella olevien muuttujien tilastolliset jakautumat [3, 10].

Kokeilla määritettyä δ_k -arvoa voidaan soveltaa vain sillä rakenneosan mittasuhteiden alueella ja sillä materiaalityypillä, joilla kokeet on tehty. Koesarja on siis suunniteltava riittävän kattavaksi.



Kuva 1. Myötöviivan kiertymiseen kuluva muodonmuutostyö lasketaan jäykkä-plastisella materiaalimalleilla.



Kuva 2. Helikulmaisten putkipalkkien T-liitos.

Esimerkkinä putkipalkkien T-liitos

Tarkastellaan kuvan 2 esittämää T-liitosta, jossa liittyvä sauva on selvästi kapeampi kuin parresauva.

Kuvaan 3 on taulukoitu sisäinen työ yksinkertaisimmalle mahdolliselle mekaniismille, joka sisältää yhden vapaan muuttujan x . Yhtälöön (2) sijoittamalla saadaan seuraava ratkaisu:

$$N \cdot w = f_y \cdot \frac{t^2}{4} \cdot w \cdot \left[4 \cdot \frac{h}{a} + 4 \cdot \frac{b}{x} + 8 \cdot \frac{a}{x} + 8 \cdot \frac{x}{a} \right]$$

eli

$$N = f_y \cdot t^2 \cdot \left[\frac{h}{a} + \frac{b+2a}{x} + 2 \cdot \frac{x}{a} \right] \quad (5)$$

Etsitään muodonmuutostyön minimi:

$$\frac{dN}{dx} = f_y \cdot t^2 \cdot \left[-\frac{b+2a}{x^2} + \frac{2}{a} \right] = 0 \quad (6)$$

$$\frac{x^2}{b+2a} = \frac{a}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{a(b+2a)}{2}}$$

(7)

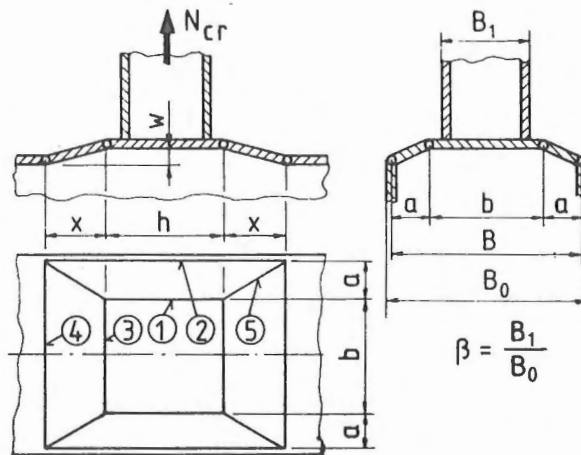
Sijoittamalla x yhtälöön (5) saadaan

$$N = f_y \cdot t^2 \cdot \left(\frac{h}{a} + \sqrt{\frac{8(b+2a)}{a}} \right)$$

Merkiten $b + 2a = B$ saadaan lopulta

$$N_{cr} = f_y \cdot t^2 \cdot \left(\frac{h}{a} + \frac{8B}{a} \right)$$

(8)

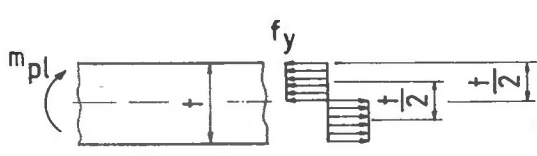


Sarana	l	φ	$l\varphi$
1	$2h$	$\frac{w}{a}$	$2 \cdot \frac{h}{a} \cdot w$
2	$2h + 4x$	$\frac{w}{a}$	$(2 \cdot \frac{h}{a} + 4 \cdot \frac{x}{a}) \cdot w$
3	$2b$	$\frac{w}{x}$	$2 \cdot \frac{b}{x} \cdot w$
4	$2b + 4a$	$\frac{w}{x}$	$(2 \cdot \frac{b}{x} + 4 \cdot \frac{a}{x}) \cdot w$
5	$4 \cdot \sqrt{a^2 + x^2}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{w}{x} + \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{w}{a}$	$4 \cdot \left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a} \right) \cdot w$

Kuva 3. T-liitoksen otaksuttu myötöviivamekanismi ja sen eri saranoihin kuluva muodonmuutostyö.

a)

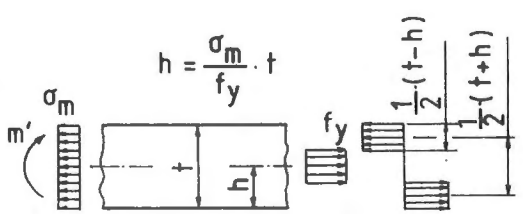
$\sigma_m = 0$



$$m_{pl} = f_y \cdot \frac{t^2}{4}$$

b)

$\sigma_m \neq 0$



$$h = \frac{\sigma_m}{f_y} \cdot t$$

$$m' = f_y \cdot \frac{1}{2} (t-h) \cdot \frac{1}{2} (t+h)$$

$$= f_y \cdot \frac{t^2 - h^2}{4}$$

$$= f_y \cdot \frac{t^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m^2}{f_y^2}\right)$$

Kuva 4. Myötöviivan plastinen momentti pituusyksikköä kohti
a) kun kalvojäännitys on nolla
b) kun laatussa vaikuttaa myös kalvojäännitys σ_m
 f_y = materiaalin myötöraja

Kirjallisuudessa on tavallista käyttää dimensiotonta muuttujaa [3]

$$\beta = \frac{B_1}{B_0} \quad (9)$$

jolloin

$$a \approx (1-\beta) \cdot \frac{B}{2}$$

Ratkaisu (8) esiintyy tällöin muodossa

$$N_{cr} = f_y \cdot t^2 \left[\frac{2h}{B} + 4 \cdot (1-\beta)^{0,5} \right] \cdot \frac{1}{1-\beta} \quad (10)$$

Kalvojännitysten vaikutus plastisen saranan rajamomenttiin

Edellisessä kohdassa oletettiin, että saranan plastinen rajamomentti pituusyksikköä kohti on

$$m = f_y \cdot \frac{t^2}{4} \quad (11)$$

Jos paarresauvan laipassa esiintyy samanaikaisesti esim. taivutuksesta johtuva kalvojännitys σ_m , saadaan kuvan 4 perusteella tarkempi arvio

$$m' = f_y \cdot \frac{t^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m^2}{f_y^2}\right) \quad (12)$$

Esimerkiksi T-liitoksen ratkaisua voidaan parantaa siten, että poikittaisten myötöviivojen termejä yhtälössä (5) korjataan kertomalla ne yhtälön (12) sulkulausekkeella.

Leikkausjännitysten vaikutus plastisen saranan rajamomenttiin

Kun mitta a yhtälössä (8) lähestyy nollaa, yhtälön antama rajakuorma lähestyy ääretöntä. Tällöin leikkausjännitys kahden myötöviivan välissä nousisi helposti yli leikkausmyötöjännityksen.

Ratkaisun pätevyysalueen laajentamiseksi on syytä tehdä leikkausjännitykset huomioonottava korjaus saranan plastiseen rajamomenttiin.

Kuvan 5 perusteella saadaan

$$\sigma_{\text{vert}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma \cdot \sqrt{1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{t^2}{e^2}} = f_y \quad (13)$$

eli

$$\sigma = \frac{f_y}{\sqrt{1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{t^2}{e^2}}} \quad (14)$$

T-liitoksen ratkaisua voidaan siis parantaa sijoittamalla yhtälön (5) eri termeihin yhtälön (14) mukainen korjaus, jossa e tarkoittaa kyseistä termiä vastaavien kahden myötöviivan välistä etäisyyttä, esim. mitta a .

Kun suhden e/t lähenee nollaa, lähenee kulma ϕ ääretöntä ja momentti lähenee nollaa, joten työ W_1 muuttuu kuvan 6 mukaisesti.

Myöskään yhtälön (7) mukainen ratkaisu mitalle x ei päde kun a lähestyy nollaa. Muodonmuutostyön minimin etsiminen pitäisi tehdä leikkausjännityksillä korjatusta yhtälöstä.

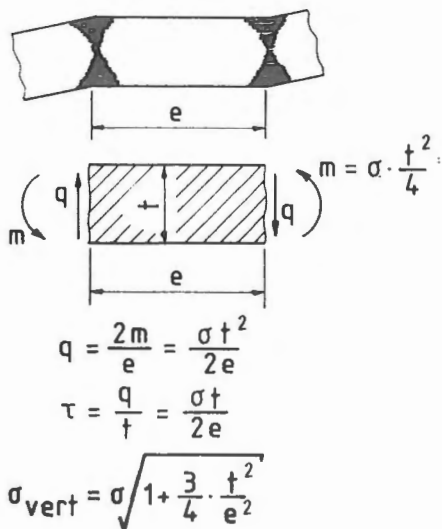
Leikkausvoimakorjauksen tekeminen tuottaa vaikeuksia myötöviivamekanismin nurkissa, jossa on vinoja myötöviivoja. Kohtalainen approksimaatio saataneen, jos mitaksi e otetaan näiltä osin keskimääräinen etäisyys, esim. $a/2$.

Suurten muodonmuutosten vaikutus

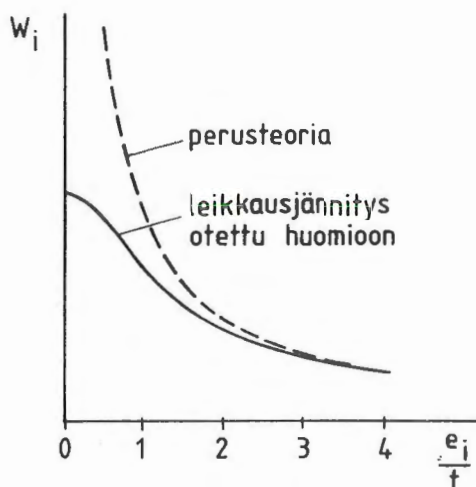
Yhtälön (8) mukainen ratkaisu pätee, kun siirtymä w on pieni. Muodonmuutosten kasvaessa laippaan syntyy kalvovenymiä ja kalvojännityksiä σ_m , kuva 7a. Niiden lähestyessä myötörajaa plastiset momentit häviävät yhtälön (12) mukaisesti. Rakenteen kantokyky yleensä kasvaa vielä jonkin verran laatan muututtua kuorirakenteeksi, jossa kalvotila on kuormaa kantavana voimasysteeminä. Esimerkiksi T-liitoksen voima-muodonmuutoskäyrä saa kuvan 7b esittämän muodon.

Laajennettuja plastisuusteorian sovellutuksia

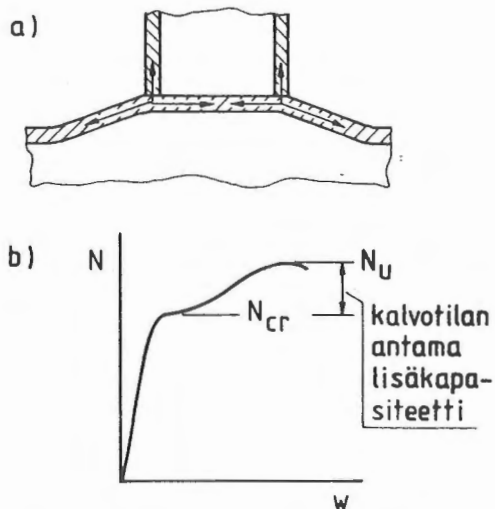
Monissa sovellutuksissa muodonmuutosmekanismi on sellainen, että joissakin rakenteen kohdissa esiintyy kalvovenymiä ja toiset osat toimivat laattoina myötöviivamekanismin mukaisesti. Menetelmän käyttöalue laajenee tällä tavalla huomattavasti. Seuraavissa esimerkeissä on esitetty muutamia tällaisia tapauksia.



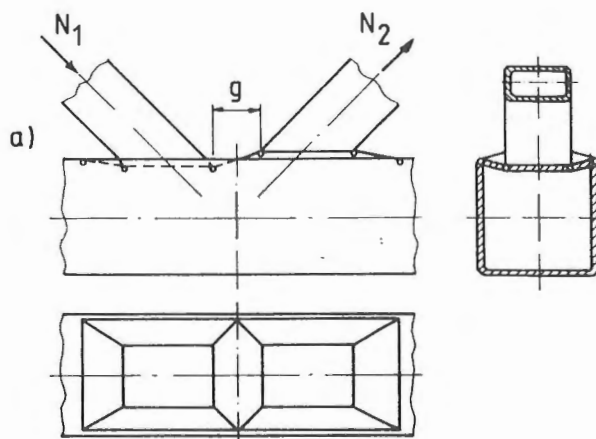
Kuva 5. Kahden myötöviivan välillä vaikuttava leikkausjännitys alentaa normaalijännitystä ja rajamomenttia m .



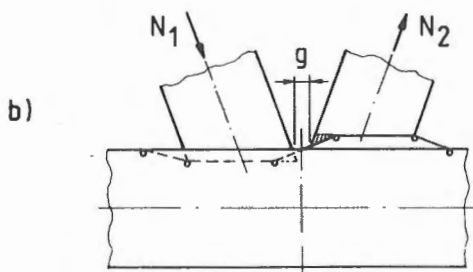
Kuva 6. Leikkausjännityksen alentava vaikutus saranaan kuluvaan muodonmuutostyöhön suhteesta e/t riippuen kun siirtymä w on vakio.



Kuva 7. Suurella siirtymällä syntyy laattaan kalvovenymää ja kalvojännityksiä, jotka kantavat lopulta pääosan kuormituksesta



Kuva 8. Putkipalkkiristikon K-liitoksen myötöviivamekanismeja
a) kun g on riittävän suuri
b) kun g on pieni, syntyy diagonaaleihin kalvovenymää



Ristikön K-liitos

Kuvassa 8a on esitetty K-liitoksen myötöviivamekanismi kun diagonaalien välillä on kohtalainen vapaa väli g . Jos mitta g kasvaa yli tietyn rajan, liitos toimii kuten kaksi erillistä T-liitosta. Myötöviivateorialla johdettu ratkaisu on käytössä mm. Neuvostoliitossa ja sitä on referoitu lähteessä [11].

Jos vapaa väli g on liian pieni verrattuna mittaan a , mekanismi muuttuu kuvan 8b mukaiseksi. Liitoksen keskellä olevat poikittaiset myötöviivat siirtyvät diagonaalien alle ja diagonaalin tietyt osat joutuvat kokemaan plastisia kalvovenymiä. Tämä asettaa poikittaisen hitsin kovalle rasitukselle vetodiagonaalissa ja puristusdiagonaaliin se aiheuttaa ennen aikaisen plastisen lommahduksen. Laajojen laboratoriokoesarjojen perusteella on mitan 9 minimiarvoa rajoitettu [3]. Myötöviivateorialla on myöhemmin voitu esittää teoreettiset perutelut kokeellisesti tehdyille havainnoille [8].

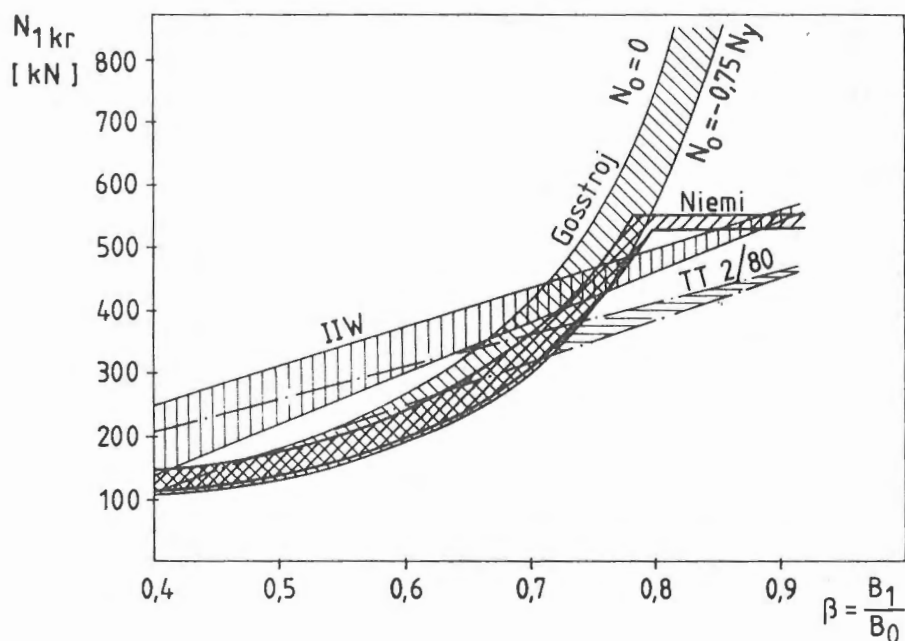
IIW:n antamat suositukset K-liitoksen mitoittamiseen perustuvat melko puhtaasti empiirisiin kaavoihin [3], mikä johtuu myötöviivateorian pätevyysalueen rajoituksista. Lähteessä [8] on esitetty yritys parantaa myötöviivateorian pätevyysaluetta leikkausvoimakorjauksella. Samalla on voitu esittää ratkaisu sauvavoiman jakaantumisesta diagonaalin eri sivupinnoille. Lähteessä [11] on esitetty vielä parannettu leikkausvoimakorjaus, jonka antamia tuloksia on verrattu muihin menetelmiin kuvassa 9.

Kuvaa 9 tarkastelemalla havaitaan, että IIW:n empiirinen menetelmä antaa huomattavasti muita suuremmat kantokyvyt kun leveyssuhde β (yhtälö 9) on pieni. Ero myötöviivateoriaan johtuu siitä, että IIW:n kokeellinen menetelmä perustuu murtotilaan N_u (kuva 7b), jossa kalvotilan antama lisäkantokyky on mukana.

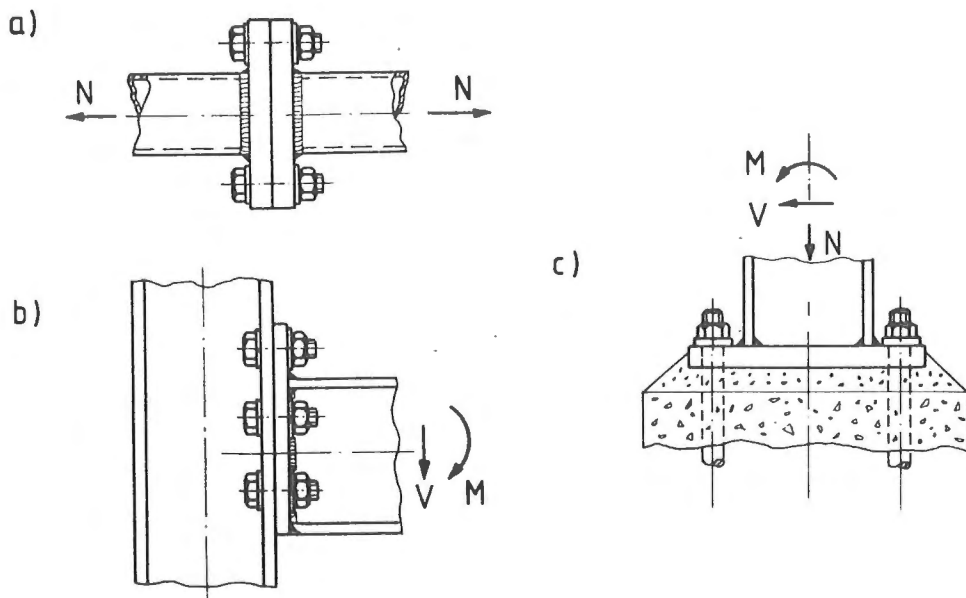
Kuvassa 9 käyrä "Gosstroj" edustaa puhdasta myötöviivateoriaa neuvostoliittolaisen suunnitteluohjeen mukaan. Suurilla β -arvoilla kantokyky lähestyy ääretöntä, mutta käytännössä sitä rajoittaa paarresauvan laikkauslujuus, joka myös on otettava huomioon.

Käyrä "Niemi" edustaa lähteen [11] mukaista leikkausvoimakorjattua myötöviivateoriaa. Korjauksen merkitys on suurin, kun β lähestyy ykköstä. Sitä ennen tulee paarteen leikkaantuminen määräväksi, mikä ilmenee käyrän taittumisenä vaakasuoraksi.

Kuvasta 9 näkyy myös paarteen kalvotilan vaikutus. $N_0 = 0$ tarkoittaa tapausta, jossa paarteen aksiaalivoima on nolla. Nauhan alarajalla paarteen puristuskuorma on 75 % tyssäyskuormasta.



Kuva 9. K-liitoksen erään esimerkitapauksen kapasiteetin riippuvuus leveys-suhteesta β eri menetelmillä laskettuna. Nauhan yläreunalla paarteen kalvojännitys on nolla ja alareunalla puristusta 75 % myötörajasta.



Kuva 10. Päätyliitoksia

- a) vetosauvan asennusjatkos
- b) palkki-pilari-liitos
- c) pilarin kiinnitys perustukseen

IIW:n kokeellisissa tuloksissa puristusvoiman vaikutus on suurin kun β on pieni. Tähän alenemiseen vaikuttaa sekä yhtälön (12) mukainen ilmiö että toisen kertaluvun ilmiöt puristavan esikuorman vaikuttaessa.

Käyrän "Niemi" alaraja esittää yhtälön (12) vaikutusta kun korjaus on tehty vain poikittaisiin myötöviivoihin.

Palkkien ja pilarien päätylevyt

Myötöviivateoria soveltuu periaatteessa erinomaisesti päätyliitoksen (kuva 10) päätylevyn paksuuden mitoittamiseen [12]. Kuvassa 11 on esitetty muutamia vaihtoehtoisia mekanismeja, riippuen päätylevyn mittasuhteista ja ripojen käytöstä. Tätä aihetta kannattaisi tutkia laajemminkin, jotta kaikki tapaukset tulisivat systemaattisesti kartoitetuiksi.

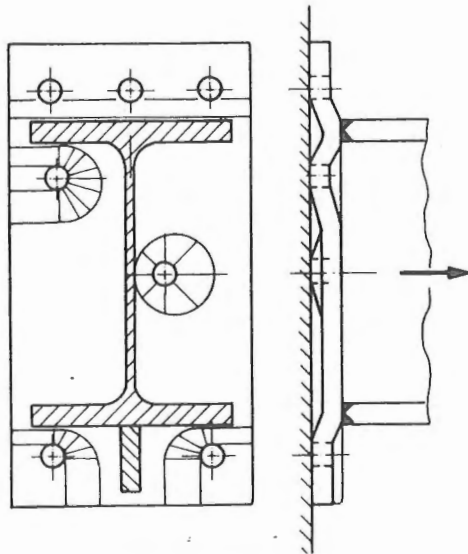
Teleskooppipuomin tukireaktio

Teleskooppirakenteissa on ongelmana sisemmän puomin tukireaktio ulomman puomin laippaan, kuva 12a. Tällöin esiintyy kuvan 12b tai 12c mukaisia mekanismeja riippuen siitä, onko puomi varustettu suorakaiteenmuotoisella liukukengällä vaiko viivakuorman antavalla rullalla.

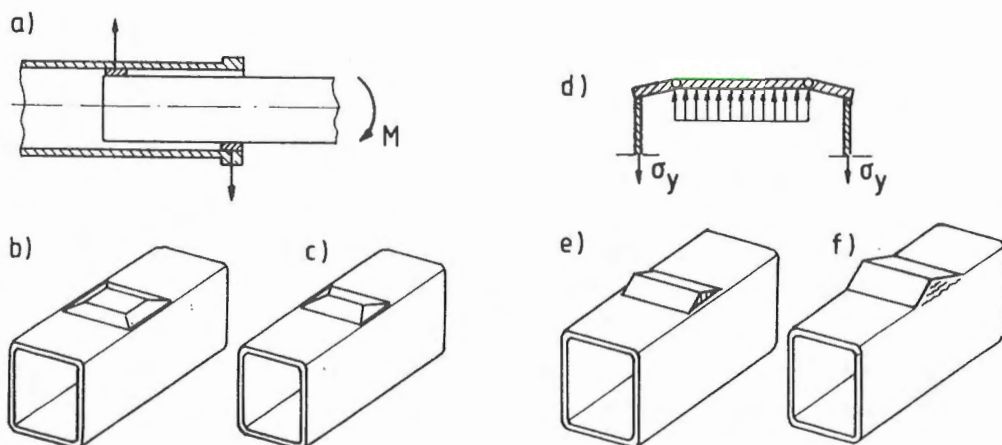
Jos puomin uuma on ohuempi kuin laippa, nurkassa oleva pitkittäinen myötöviiva siirtyy uumaan, kuva 12d. Uumassa olevan poikittaisen vetojännityksen aiheuttama kalvojännityskorjaus on otettava huomioon.

Kun suhde β lähestyy ykköstä, syntyy kuvan 12e mukainen mekanismi, jolloin leikkausvoimakorjauksen tekeminen on välttämätöntä.

Jos uuma on ohuempi kuin laippa, saattaa kuvan 12e mekanismin sijasta uumissa esiintyä kalvovenymää, kuva 12f.



Kuva 11. Periaatekuva erilaisista myötöviivamekanismeista ruuvien ympärillä riippuen ruuvien sijainnista.



Kuva 12. Teleskooppipuomin tukireaktiosta syntyvän paikallisen rasituksen myötöviivamekanismeja. Selostus tekstissä.

Koska tällaiset puomirakenteet ovat jossain määrin väsyttävästi kuormitettuja, lieenee rajakuormaan nähden hyvä soveltaa varmuuskerrointa $n > 2$. Tällaisella perusteella mitoitettulle rakenteelle on syytä tehdä myös kimmoteoriaan perustuva FEM-tarkastelu kuorielementtejä käyttäen, jotta voitaisiin tehdä väsymistarkastelu.

Putkipalkin päätykorvake

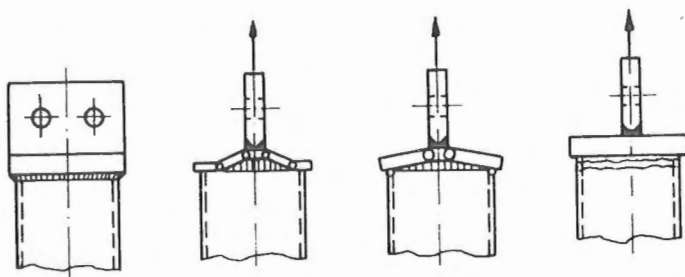
Jos nelikulmaisia putkipalkkeja käytetään leikkausruuviliitoksien kiinnitettyinä vetosauvoina, tarvitaan kuvan 13 mukaisia päätykorvakkeita. Korvakkeen paksuuden mitoittamiskaavat voidaan ratkaista helposti sellaisella plastisella mekanismilla jossa putken seinämissä esiintyy kalvovenymä samalla kun päätylevyyn tulee myötöviivoja.

Kuvassa 13 on näytetty kolme vaihtoehtoista mekanismia, joiden esiintymisrajat voidaan ratkaista asettamalla kahden vaihtoehtoisen mekanismit rajakuormat yhtä suuriksi.

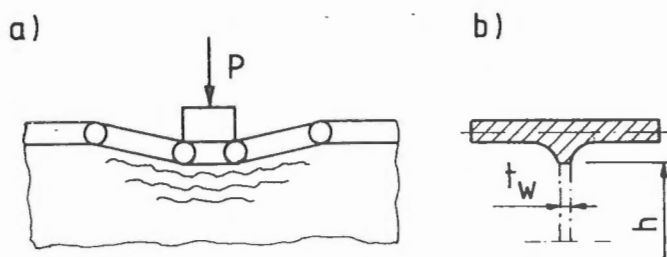
I-palkin pistekuormakapasiteetti

Olettaen I-palkin uuman h/t_w -suhde riittävän kompaktiksi niin, että se kykenee tyssääntymään jonkin verran ennen lommahtamista voidaan johtaa ratkaisu kuvan 14 mukaiselle mekanismille, jossa lainpaan tulee myötöviivat ja uumaan kalvovenymä (-puristumaa).

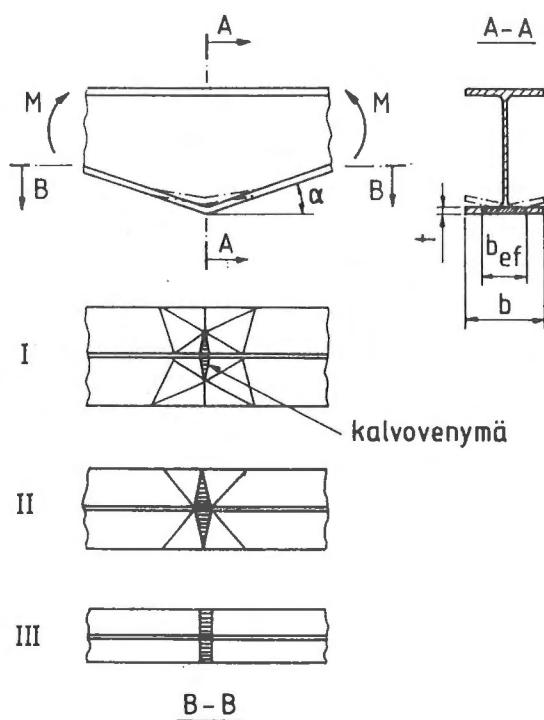
Kun I-palkin laipassa on yleensä taivutusmomentista johtuvaa kalvojännitystä, täytyy myötöviivojen plastiseen momenttiin tehdä kalvojännityskorjaus. Valssatussa palkissa on suuret pyöristyssäteet, joten myötönivelten plastinen momentti on laskettava kuvan 14b mukaisen laipan plastista taivutusvastusta käyttäen.



Kuva 13. Putkipalkin päätykorvakkeen myötömekanismeja eri paksuusalueilla.



Kuva 14. I-palkin plastinen mekanismi pistekuorman kohdalla. Plastisen saranan rajamomentti määritetään b-kohdan esittämälle poikkileikkaukselle.



Kuva 15. I-palkin laipassa olevan jäykistämättömän taipeen vaihtoehtoisia myötömekanismeja leveyssuhteesta riippuen.

A Kähönen on diplomityössään [7] tutkinut hyvin ohuella aallotetulla uumalevyllä varustetun I-palkin pistekuormakapasiteettia. Trapetsiprofiloinnin ansiosta kapeat uumalevyn kentät saavuttivat tässäkin tapauksessa tyssäslujuuden vaikka uuman paksuus on vain 2 mm. Kähönen otti ratkaisussaan huomioon myös toisen kertaluvun vaikutuksen.

Kun pistekuorma antaa laipalle alkutaipuman uuman keskustaa kohti, laipassa vaikuttava normaalivoima pyrkii aiheuttamaan siihen nurjahduksen, jolloin on vaarana äkillinen kantokyvyn menetys. Tämä korjaus otettiin huomioon vähentämällä kriittisen pistekuorman arvoa laippavoiman pystykomponenttien suuruuden verran. Niiden suhteellinen suuruus määritettiin kokeellisesti.

I-palkin vetolaipan mutka

Kun laipassa on rivoilla tukematon mutka, kuva 15, vetokuormitus nyrkii taivuttamaan laipan reunat sisäänpäin, joten koko laipan leveys ei toimi tehollisena. Laipan leveys-/paksuus-suhteesta riippuen esiintyy kuvassa 15 esitettyjä mekanismeja. Laipan keskialueeseen syntyy plastisia kalvovenymä rajatilassa, mutta reuna-alueiden osuus kuorman kantamiseen syntyy vain myötöviivoihin kuluneesta työstä. Myötöviivojen plastisessa momentissa tulee ottaa huomioon kalvojännityskorjaus, mikä johtaa iteratiiviseen ratkaisuun.

Alustavien kokeiden perusteella näyttää mahdolliselta laatia mitoituskäyrästä, joka antaa laipalle kantavan tehollisen leveyden riippuen kulmasta α ja mitta-suhteesta b/t .

Putkipalkin polviliitos

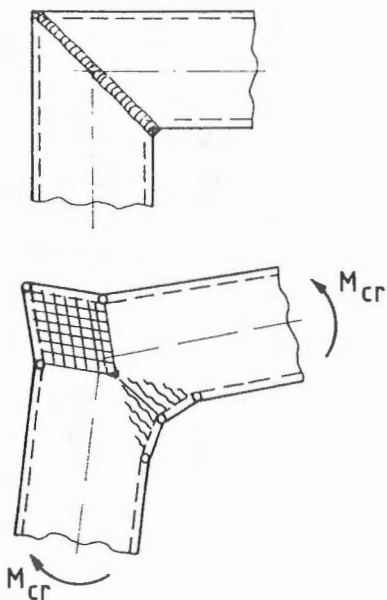
Lähteessä [9] on käsitelty kuvan 16 mukaista polviliitosta, jossa ei ole poikkileikkauksen muotoa säilyttäviä jäykistelevyjä. Ratkaisu on johdettu kuvan mukaiselle mekanismille, jossa laippoihin on olettu poikkittaiset myötöviivat. Uumaan tulee kalvovenymiä sisänurkkaan ja leikkausmuodonmuutos ulkonurkkaan. Kokeellisesti varmennettu ratkaisu on esitetty lähteessä [13] yhtälön (4) periaatteella muokattuna.

Polviliitosta ovat tutkineet myös Mang et al. [14, 3]. Hän on määrittänyt kokeellisesti reduktiokertoimen α , jolla ehyen putken kapasiteettia on redusoitava liitoksen kohdalla. Myötöviivateorialla johdettu ratkaisu ja Mangin kaava antavat erittäin hyvin yhtäpitäviä tuloksia.

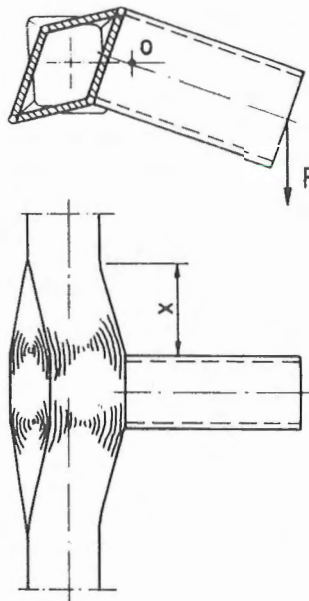
Putkipalkkiprofiilin poikkileikkauksen vinoutuminen

P Laitinen on diplomityössään [6] johtanut ratkaisun kuvan 17 mukaiselle tapaukselle, jossa nelikulmaisen paarteen poikkileikkaus pääsee vinoutumaan.

Plastinen mekanismi alkaa ensin paarteen nurkista, joihin syntyy pitkittäiset plastiset saranat. Kantokyky ei ole vielä kokonaan hyväksikäytetty ennen kuin paarteen eri sivuihin on muodostunut plastisia niveliä, ensin kuormituskohtaan ja lopuksi jonkun matkan päähän molemmin puolin kuormituskohtaa. Tässä vaiheessa rakenteen muodonmuutokset ovat jo niin suuria, että kantokyvyn mää-



Kuva 16. Putkipalkin polviliitoksen myötömekanismi.



Kuva 17. Väännön kuormittamattoman jäykistämättömän putkipalkkipaarteen myötömekanismi.

ritelmäksi oli järkevää valita tilanne, jossa plastiset nivelet olivat muodostuneet vasta kuormituskohtaan. Plastisuusteorian mukaisessa mallissa otettiin huomioon myös kalvojännityskorjaus paarteen globaalinen rasitustila huomioonottaen. Koetulokset ja teoria antoivat hyvin yhteneviä tuloksia. Laskentakaava on esitetty lähteessä [13].

MUODONMUUTOSTEN SUURUUDESTA

Myötöviivateoria ei kerro mitään syntyvien siirtymien suuruudesta. Teorian soveltaja haluaa kuitenkin varmistua, että muodonmuutokset ovat pieniä ainakin käyttötilassa.

Myötöviivateoriassa sovellettu jäykkäplastinen materiaaalimalli johtaa siihen, että yhtälöstä (2) ratkaistu rajakuorma on riippumaton siirtymästä w . Teorian mukaan siirtymien pitäisi siis kasvaa rajatta heti kun rajakuorma ylitetään. Ratkaisu perustuukin oletukseen, että plastiset muodonmuutokset ovat suuria kimmoisiin muodonmuutoksiin verrattuna, minkä takia jälkimmäiset voitiin jättää huomiotta.

Todellisuudessa materiaali muokkauslujittuu ja myötösaranan momentti m kasvaa epälineaarisesti kiertymän kasvaessa, kuva 18. Jos m - ϕ -käyrää approksimoidaan bilineaarisella mallilla, saavutetaan teorian edellyttämä kapasiteetti $m = f_y t^2/4$ melko lähellä kuvaajan taitekohtaa. Käytännössä muodonmuutokset pysyvät rajallisina.

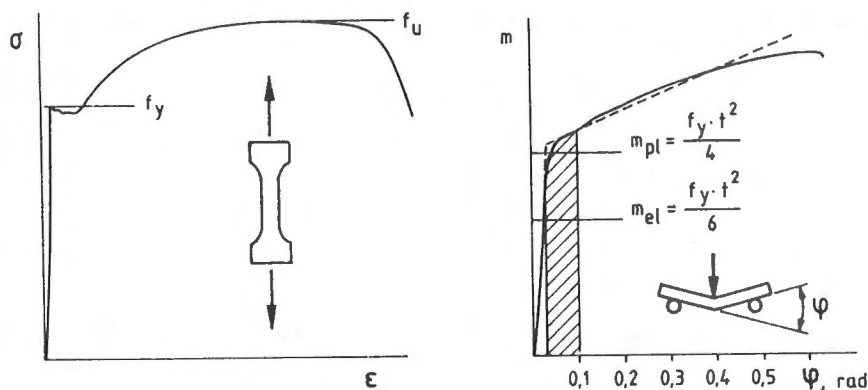
Toinen voima-siirtymä-piirrokseen epälineaarisuutta aiheuttava tekijä on kalvotilan muodostuminen, kuva 7b. Myös tämä ilmiö on omiaan rajoittamaan siirtymän w suuruutta teorian mukaisen laskentarajatilan suuruisella kuormala.

Kun myötöviivateorian sovellutukset varmistetaan laboratoriokokeilla, on kokeista mitatuksi rajakuormaksi syytä määrittää arvo, joka vastaa kuormitusta N_{cr} kuvassa 7b. Näin menetellen kertoimen δ_k käyttö yhtälössä (4) huolehtii automaattisesti siitä että plastiset muodonmuutokset pysyvät pieninä myös rajatilassa. Käyttötilassa tällainen rakenne toimii pääosin kimmoisesti, jos sovellettu varmuuskerroin on suuruusluokkaa 1,5. Myötäämistä esiintyy lähinnä vain lovikohtien pohjilla. Muodonmuutokset ovat vastaavasti pieniä.

Kuvan 8 mukaisia K-liitoksia tutkittaessa on havaittu, että teoreettinen rajakuorma saavutetaan silloin, kun siirtymä w on noin 1 % paarteen leveydestä. Se vastaa kiertymäkulman arvoa $\phi \approx 0,1$ rad tärkeimmissä, eniten kiertyvisissä saranoissa. Tällä perusteella voidaan siirtymän suuruutta arvioida karkeasti muunkinlaisissa sovellutuksissa.

Eräät kokeelliset johdettuihin mitoituskaavoihin perustuvat menetelmät, kuten IIW:n suositus K-liitoksen mitoitusmenetelmäksi [3], perustuvat mitattuihin murtokuormiin, vrt. N_u kuvassa 7b. Jos kalvotilan vaikutus on voimakas, saattaa näin mitoitettun liitoksen kuormitus nousta jo käyttötilassa lähelle N_{cr} -arvoa, jolloin plastiset muodonmuutokset ovat jo havaittavissa. Tällaisessa tapauksessa myötöviivateoria johtaisi konservatiivisempaan mitoitukseen.

Mikäli myös muodonmuutoksen suuruus haluttaisiin määrittää, olisi sovellettava teoriaa, joka perustuu epälineaariseen tai bilineaariseen $m-\phi$ -yhteyteen, kuva 18. Näin menetellen saataisiin tulokseksi epälineaarinen $P-w$ -käyrä. Menettely saattaisi puolustaa paikkaansa, jos sen avulla voitaisiin luopua kokeiden tekemisestä. Herää kuitenkin kysymys, pitäisikö tässä laskentamallissa ottaa samalla huomioon myös kalvotilan syntyminen. Tällöin oltaisiin edetty ehkä liian kauas myötöviivateorian alkuperäisestä yksinkertaisuudesta.



Kuva 18. Vetosauvan jännitys-venymä -käyrä ja suorakaidepoikkileikkauksisen taivutuspalkin momentti-kulmanmuutoskäyrä samalle rakenneteräkselle. Jäkimmäinen on hyvin lähellä bilineaarista käyttäytymistä (katkoviiva). Myötöviivateorialla ratkaistussa rajatilassa eri saranat ovat todellisuudessa varjostetun alueen mukaisessa tilassa.

YHTEENVETO

Myötöviivateoria, modifioituna kalvojännitys- ja leikkausjännityskorjauksin, on osoittautunut hyvin lupaavaksi menetelmäksi johdettaessa mitoituskaavoja staattisesti kuormitettujen teräsrakenteiden liitosdetaljeille. Teoreettiset ratkaisut on kuitenkin syytä varmistaa kokeellisesti, joten myötöviivateoria sopii parhaiten tutkijan työkaluksi, jolla johdetaan mitoituskaavoja konstruktöörin jokapäiväiseen käyttöön. Menetelmän avulla tutkija voi johtaa matemaattisen mallin, joka auttaa koesarjan suunnittelussa ja johon tukeutuen selviydytään paljon pienemmällä koesarjalla kuin puhtaasi empiirisellä menetelmällä.

KIRJALLISUUTTA

- [1] Johansen K.W., Yield Line Theory, Cement and Concrete Association, London 1962.
- [2] Szilard R., Theory and Analysis of Plates. Classical and Numerical Methods, New Jersey 1974.
- [3] Wardenier J., Hollow Section Joints, Delft 1982.
- [4] Moyty J., Behaviour of Welded Joints of Square and Rectangular Hollow Tubular Structures - a Theoretical Approach based on the Method of Yield Lines. Doc IIW-XV-426-78. Cometube, France 1978.
- [5] Björk T., Myötöviivateorian sovellutuksia teräsrakenteiden lujuuslaskentaan, Diplomityö, LTKK, Koneenrakennuksen laitos, Lappeenranta 1980.
- [6] Laitinen P., Vääntöä välittävän liitoksen lujuudesta nelikulmaputkissa. Diplomityö, LTKK, Koneenrakennuksen laitos, Lappeenranta 1979.
- [7] Kähönen A., Aaltouumapalkin mitoitusperusteista. Diplomityö, LTKK, Koneenrakennuksen laitos, Lappeenranta 1983.
- [8] Niemi E., The Effect of Gap Size on Static Strength of K-Joints in Rectangular Hollow Section Trusses - A Modified Yield Line Approach. Julkaisu 26, LTKK, Koneenrakennuksen laitos, Lappeenranta 1982.
- [9] Niemi E., Nelikulmaisista rakenneputkista hitsattujen kulmaliitosten lujuudesta. Julkaisu 12, LTKK, Koneenrakennuksen laitos, Lappeenranta 1979.
- [10] Strating J., Interpretation of Test Results for a Level I Code. Doc. IIW-XV-462-80.
- [11] Niemi E., Neliömäisistä putkiprofiileista hitsatun ristikkorakenteen nurkkaliitoksen lujuuslaskenta - eri laskentamenetelmien vertailu. Julkaisu 31, LTKK, Koneenrakennuksen laitos, Lappeenranta 1985.

- [12] Packer J.A. & Morris L.J., A Limit State Design Method for the Tension Region of Bolted Beam-Column Connections. The Structural Engineer 55(1977) No 10, pp. 446-458.
- [13] Hitsausliitosten suunnitteluohjeita sauva- ja palkkirakenteita varten. Tekninen tiedotus 2/80, Suomen Metalliteollisuuden Keskusliitto, Helsinki 1980.
- [14] Mang F. et al., Design of Welded Lattice Joints and Moment Resisting Knee Joints made of Hollow Sections. Doc. IIW-XV-463-80.

Erkki Niemi, professori, Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu