

Paavo Hassinen
Jouko Kouhi

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 18
No. 4 1985, s. 19...42

TIIVISTELMÄ

Kirjoituksessa käsitellään tehollisen leveyden käyttöä teräsrakenteiden lommahdusmitoituksessa. Levyä rasittaa levyn tason suuntainen yksiakselinen puristus- tai taivutuspuristusjännitys. Kirjoituksessa tarkastellaan tehollisen leveyden teoreettisia laskentaperiaatteita, esitetään tavallisimpia käytännön suunnitteluohjeissa käytettyjä tehollisen leveyden lausekkeita sekä esitetään muutamia esimerkkejä.

JOHDANTO

Tehollisen leveyden käsitettä käytetään kuvaamaan puristetun levyn jäykkyyttä ja kuormankantokykyä silloin, kun levyn lommahdusvaara on ilmeinen tai kun levyä tietoisesti käytetään hyväksi lommahduksen jälkeisellä ns. ylikriittisellä alueella. Tehollisista leveyksistä puhutaan myös leveiden puristettujen ja vedettyjen levyjen yhteydessä silloin, kun leikkausmuodonmuutosten vuoksi normaalijännitysten epätasainen jakautuminen levyn leveyssuunnassa on otettava huomioon. Tässä artikkelissa tehollisen leveyden käsite liitetään pelkästään lommahdusilmiöön.

Puristettuja levykenttiä mitoitettaessa lienee toimivat teholliset levykaistat otettu käytännön kokemukseen perustuen suunnittelun lähtökohdaksi ensimmäiseksi laivanrakennustekniikassa. 30- ja 40-luvuilla puristettujen levyjen käyttäytymistä ja kuormankantokykyä tutkittiin intensiivisesti lentokonetekniikan tarpeisiin. V. 1932 von Karman esitti lausekkeen (1) tasaisesti puristetun pitkiltä sivuiltaan nivelellisesti tuetun levyn kuormankantokyvylle /1/.

$$P_u = \frac{\pi}{\sqrt{3(1 - \nu^2)}} \sqrt{E f_y} t^2 \quad (1)$$

missä E tarkoittaa aineen kimmokerrointa, ν sen suppeumalukua, f_y myötörajaa ja t levyn paksuutta.

Tämä lauseke on toiseen muotoon kirjoitettuna nykyäänkin monissa maissa perustana teräsrakenteiden puristettujen levyjen mitoitukselle (2).

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{f_y}} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \quad (2)$$

missä $\bar{\lambda}_p$ on levyn suhteellinen hoikkuus ja σ_{kr} kriittinen jännitys lommahduksen suhteen.

40-luvulla yleistyivät kylmämuovaamalla valmistetut profiilit talonrakennusalan teräsrakentamisessa USA:ssa. Yli sadan poikkileikkaukseltaan C-muotoisilla palkeilla tehtyjen kokeiden tulosten perusteella Winter laajensi von Karmanin lauseketta muotoon /2/

$$b_e = 1,9 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_c}} \left(1 - 0,475 \cdot \frac{t}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma_c}} \right) \quad (3)$$

Se ottaa huomioon levyn leveyden vaikutuksen teholliseen leveyteen ja sopii Winterin mukaan sekä käyttörajatilatarkasteluihin so. taipumien ja voimatilan laskemiseen että rakenteen kuormankantokyvyn arvioimiseen. Tämän vuoksi lausekkeessa on käytetty myötörajan f_y sijasta muuttujana suurinta levyn reunalla esiintyvää puristusjännitystä σ_c . Lauseke voidaan teräsrakenteiden yhteydessä muuntaa muotoon ($\nu = 0,30$)

$$b_e = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_c}} \cdot \left(1 - 0,25 \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_c}} \right) \cdot b \quad (4)$$

Hieman muunnetussa muodossa tämä lauseke esiintyy ehdotuksessa teräsrakenteiden laskentaohjeeksi B7 /17/.

$$b_e = \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_c}} \left(1 - 0,2 \sqrt{\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_c}} \right) \cdot b \quad (5)$$

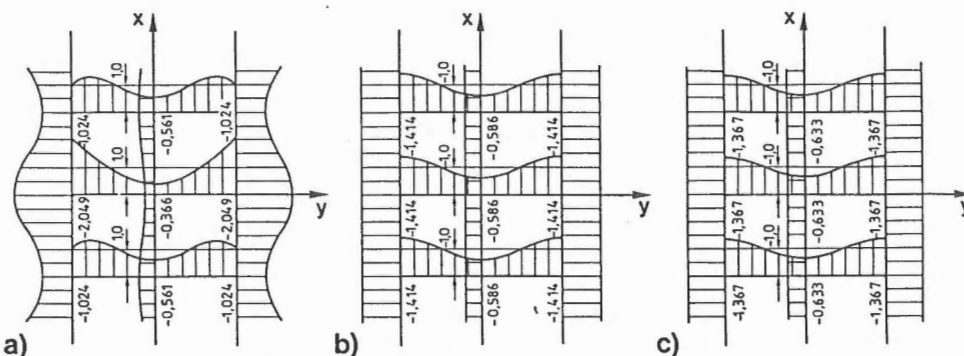
Ehdotuksessa teräsohutlevyrakenteiden laskentaohjeeksi B6 /18/ on lausekkeessa (5) esiintyvä kerroin 0,20 korvattu kertoimella 0,22.

Von Karmanin ja Winterin lausekkeiden lisäksi on kehitetty kymmenittäin puhtaasti teoreettiselta tai vastaavasti koetulosten pohjalta laadittuja tai edelleen kokeellisten parameterien avulla sovitettuja teoreettisia laskentamalleja tehollisten leveyksien laskemiseksi. Malleja on muodostettu eri reunaehdoilla varustetuille levyille erilaisissa kuormitustilanteissa. Tehollisen leveyden sijasta käytetään poikkileikkauksen kantokykyä kuvaamaan myös tehollista paksuutta varsinkin yhdeltä sivulta vapaan levyn tapauksessa. Tässä artikkelissa ei oteta kantaa eri laskentamallien keskinäiseen asemaan, vaan tarkastellaan tehollisten leveyksien muodostamisperiaatteita ja esitetään laskentatuloksia teoreettisiin malleihin sekä ohje-ehdotuksessa B7 esitettyihin laskentatapoihin perustuen.

TASAISESTI PURISTETTU LEVY

Teräsrakenteita suunniteltaessa puristetut levyt oletetaan tavallisimmin reunoiltaan nivelellisesti tuetuiksi. Lomahduksen jälkeen levyjen reunoilla pyrkii syntymään siirtymiä myös levyn tason suunnassa. Yksiakselisesti kuormitetun neljältä sivulta tuetun levyn tapauksessa voidaan levyn tasossa sen kuormittamattomilla reunoilla tapahtuvien y-akselin suuntaisten siirtymien suhteen erottaa kolme tapausta (kuva 1):

- siirtymät levyn tasossa pääsevät syntymään vapaasti,
- levyn reunat säilyvät suorina ja
- levyn reunojen siirtymät tasossa ovat estetyt.



Kuva 1. x-akselin suunnassa puristetun pitkiltä reunoiltaan nivelellisesti tuetun levyn jännitusjakautuma σ_x lähteen /1/ mukaan, kun levyn alkutaipuma on $w_0/t = 0,5$ ja jännitystaso $p_x = \sigma_{kr}$. a) levyn reunojen ($y = \pm b/2$) siirtymä on vapaa, b) levyn reunat ($y = \pm b/2$) siirtyvät yhdensuuntaisina ja c) levyn reunojen ($y = \pm b/2$) siirtymä on estetty y-akselin suunnassa.

Tasaisesti puristetun levyn kantokykyä voidaan hakea käyttämällä kriteerinä levyn reunalle syntyvää suurinta puristusjännitystä

$$\frac{b_e}{b} = \frac{p}{\min \sigma_x (x, y = \pm b/2)} = \frac{1}{b \cdot \min \sigma_x} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x (x, y) dy \quad (6)$$

missä p on tasaisesti levyn leveydelle jaettu puristusjännitys.

Kun tehollinen leveys korvataan tehollisella paksuudella päästään lausekkeeseen

$$\frac{t_e}{t} = \frac{p}{\min \sigma_x (x, y = \pm b/2)} \quad (7)$$

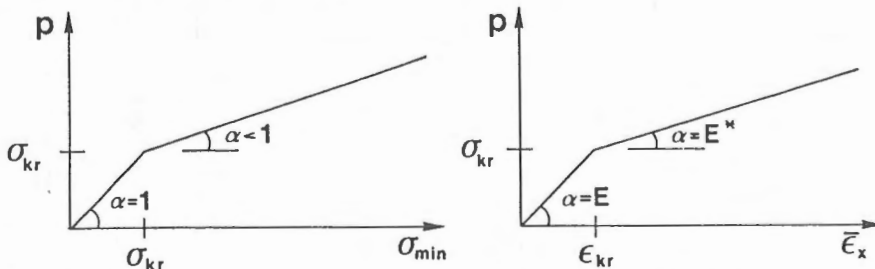
Tasaisesti puristetun levyn tapauksessa tehollisen leveyden tai paksuuden avulla esitetyt lausekkeet eivät eroa toisistaan.

Jos halutaan tehollisen leveyden avulla kuvata levyn puristusjäykkyyttä on tehollista leveyttä haettava keskimääräisen reunapuristusjännityksen tai puristuman avulla

$$\frac{\bar{b}_e}{b} = \frac{p}{\bar{\sigma}_x (x, y = \pm b/2)} = \frac{p}{\frac{1}{a} \cdot \int_{-a/2}^{a/2} \sigma_x (x, y) dx} \quad (8)$$

missä a on lommahdusaallon puolikkaan pituus.

Pitkän yksiakselisesti puristetun levyn tapauksessa siirtymien reunaehto a) johtaa kahteen eri lausekkeeseen (6) ja (8). Reunaehdot b) ja c) johtavat samaan lausekkeeseen molempien kriteerien kohdalla, koska puristusjännitys pitkän sivun suunnassa on vakio (kuva 1).



Kuva 2. Puristetun levyn suurimman reunapuristusjännityksen ja puristusjäykkyyden arvioiminen bilinearisella mallilla /6/. p tarkoittaa levyn leveydelle tasaisesti jaettua puristusjännitystä.

Tasaisesti puristetun levyn suurin reunapuristusjännitys ja keskimääräinen puristuma voidaan yksinkertaisimmillaan arvioida bilineaarisen mallin avulla, mikä pienellä alueella likimain kuvaa alkuhäiriöistä vapaan levyn käyttäytymistä (kuva 2). Puristusjännityksen mukaan lausuttuna saadaan ylikriittisellä alueella teholliselle leveydelle lauseke /6/

$$\frac{b_e}{b} = \frac{p}{\sigma_{\min}} = \frac{\partial p}{\partial \sigma_{\min}} + \left(1 - \frac{\partial p}{\partial \sigma_{\min}}\right) \frac{\partial p_{kr}}{\sigma_{\min}} \quad (9)$$

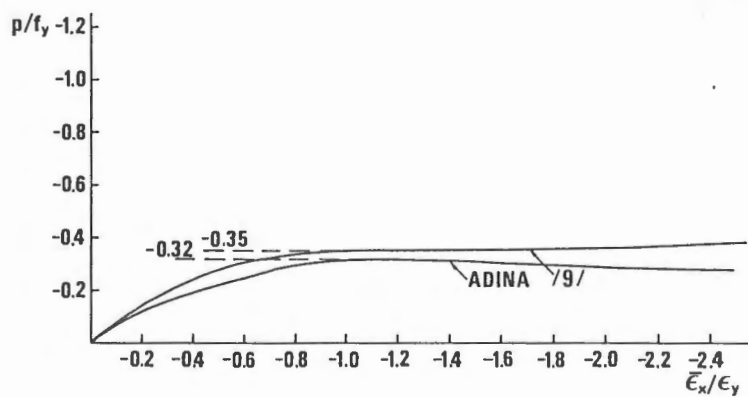
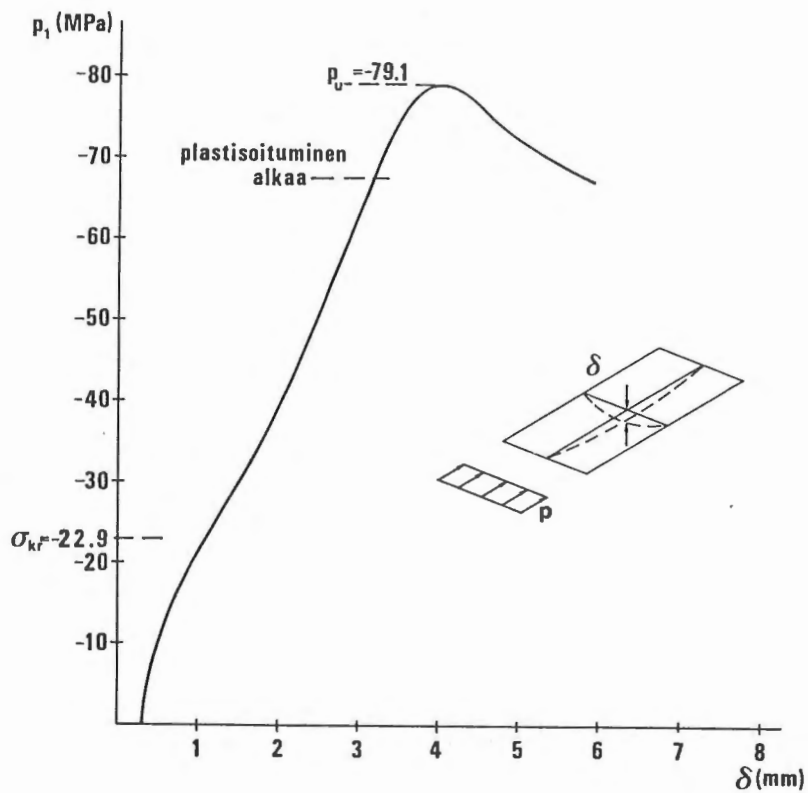
Keskimääräisen puristuman avulla saadaan puristusjäykkyyden laskemiseksi lauseke

$$\frac{\bar{b}_e}{b} = \frac{p}{E \bar{\epsilon}_x} = \frac{E^*}{E} + \left(1 - \frac{E^*}{E}\right) \frac{\epsilon_{kr}}{\bar{\epsilon}_x} \quad (10)$$

Lausekkeiden parametreille eri reunaehtotapauksissa on lähteisiin /4/ ja /6/ koottu arvoja (taulukko 1).

Taulukko 1. Bilineaarisen laskentamallin parametrien arvot.

Siirtymien reunaehto	$\frac{E^*}{E}$	$\frac{\partial p}{\partial \sigma_{\min}}$
a	0,408	0,26
b	0,5	0,5
c	0,746	0,58



Kuva 3. Pitkiltä reunoiltaan nivelellisesti tuetun puristetun levyn a) lommamahdusaallon amplitudi ja b) suhteellinen puristuma x-akselin suunnassa. $b = 180$ mm, $t = 1$ mm, $w_0/t = 0,3$, $E = 205\,000$ MPa, $f_y = 245$ MPa ja $\epsilon_y = f_y/E$.

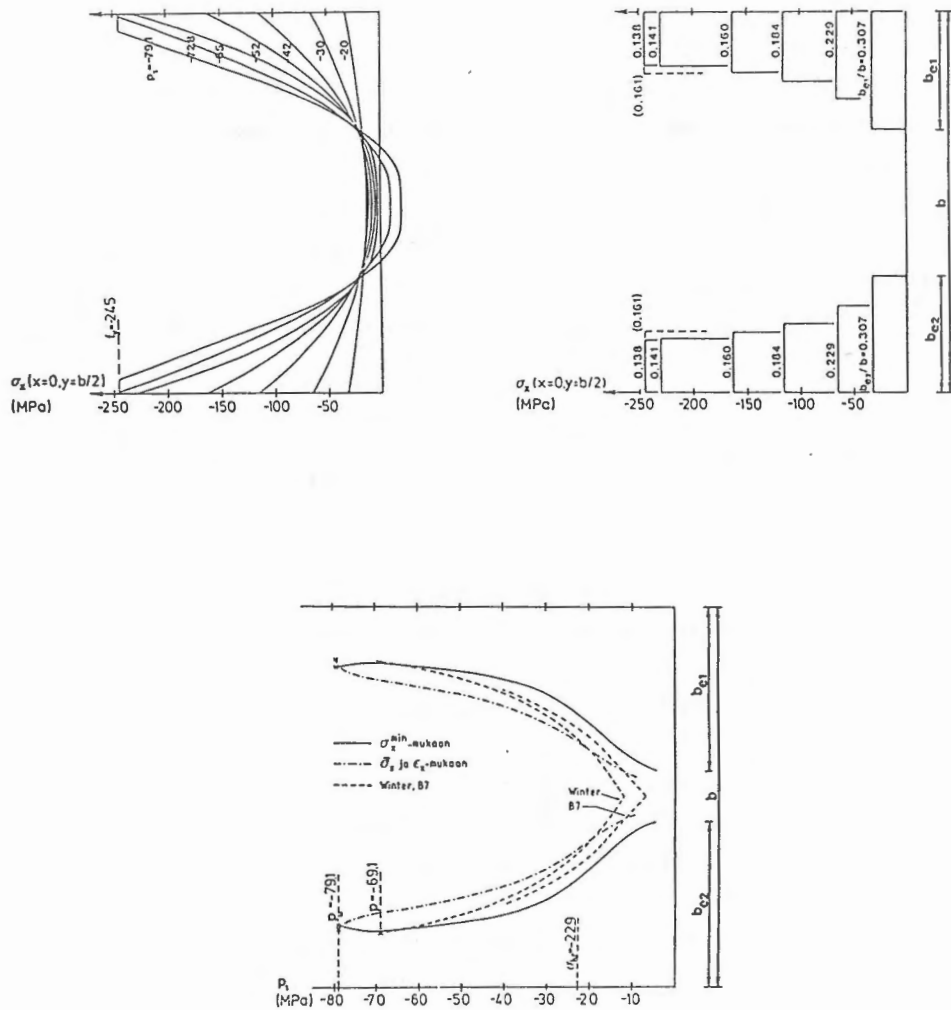
Tutkitaan tasaisesti puristetun levyn käyttäytymistä esimerkin avulla (kuvat 3 ja 4). Lähteessä /9/ esitetty n. 10 vuotta sitten eri menetelmiä käyttäen laskettu esimerkki on analysoitu uudelleen ADINA-ohjelmaa käyttäen. Elementtiverkko on rakennettu isoparametrisista 16-solmuisista kuorielementeistä. Siirtymät levyn pitkällä reunolla y-akselin suunnassa voivat tapahtua vapaasti. Levylle on annettu lommahdusaallon muotoinen alkutaipuma $w_0/t = 0,3$. Laskettu levyn siirtymä poikittaissuunnassa sekä puristuma pituussuunnassa ovat esitetty kuvissa 3a ja 3b. Laskelman mukaan levyn plastisoituminen alkaa von Misesin myötöehdosta laskettuna suurten σ_y -jännitysten vuoksi lommahdusaallon solmuviivalla, kun puristusjännitys p saa arvon $p = 67$ MPa. Levyn puristuslujuus on $p_u = 79,1$ MPa, mikä arvo on 3,5-kertainen kriittiseen lommahdusjännitykseen verrattuna (kuva 3a). Levyn puristuslujuudeksi on alkuperäisen analyysin perusteella saatu n. 87 MPa (kuva 3b).

Kuvassa 4a on esitetty normaalijännitysten σ_x jakautuma levyn keskipaksuudella muutamilla jännitystasojen p arvoilla. Kuvassa 4b on näistä σ_x -jakautumista laskettu teholliset leveydet ehdon (6) perusteella. Tasaisesti puristetun levyn tapauksessa levyn eri reunoille sijoitetut teholliset leveydet b_{e1} ja b_{e2} ovat luonnollisesti yhtä suuret. Suurin puristusjännitys σ_x ($x, y = \pm b/2$) saavuttaa myötörajan levyn reunalla jännitystasolla arvolla $p_1 = 67,7$ MPa, mitä vastaava tehollisen leveyden arvo on $b_e/b = (b_{e1} + b_{e2})/b = 0,276$. Levyn puristuslujuutta $p = 79,1$ MPa vastaava tehollinen leveys on $b_e/b = 0,322$.

Kuvassa 4c on laskettu ADINA-analyysin perusteella saaduista σ_x -jakautumista teholliset leveydet sekä suurimman että keskimääräisen puristusjännityksen mukaan laskettuna ehdoista (6) ja (8). Levyn puristuslujuuden kohdalla nämä kriteerit johtavat lähes samaan lopputulokseen. Ohje-ehdotuksessa B7 esitetyn tehollisen leveyden lausekkeen (5) mukaan laskettuna saadaan levyn puristuslujuuden arvoksi $p = 69,1$ MPa, mikä on n. 13 % epälineaarisen analyysin perusteella saatua lujuusarvoa pienempi. Winterin esittämä alkuperäinen lauseke eroaa ehdotuksen B7 mukaisesta lausekkeesta pienillä jännityksen arvoilla. Nämä molemmat sijoittuvat levyn käyttötilan mukaisilla jännitystiloilla lausekkeiden (6) ja (8) tulosten väliin, mutta lähestyvät lausekkeen (6) mukaista arvoa murtotilaan saavuttaessa.

Käytännössä puristetun levyn mitoitus ei voi perustua pelkästään teoreettisiin lujuusanalyysihin, vaan huomioon on otettava mm. seuraavat tekijät:

- levyn alkujännitykset,
- levyn alkumuodonmuutokset,

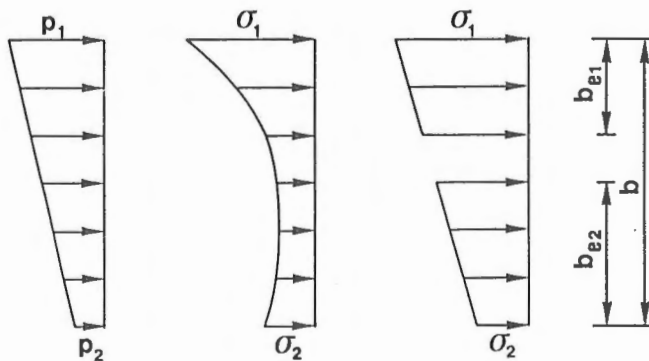


Kuva 4. Puristetun levyn a) epälineaarisia jännitysjakautumia, b) vastaavilla puristusjännitystasolla p lasketut teholliset leveydet maksimijännityskriteeriä käyttäen ja c) tehollisten leveyksien jakautumia puristusjännityksen p funktiona eri kriteerien mukaan. p tarkoittaa levyn korkeudelle tasan jaettua puristusjännitystä. $b = 180$ mm, $t = 1$ mm, $w_0/t = 0,3$, $E = 205\,000$ MPa ja $f_y = 245$ MPa.

- todelliset reunaehdot eli liittyminen muuhun rakenteeseen ja
- valmistustekniikka, kun tasaisesta levystä valmistetaan todellinen rakenne; kylmämuovaus, kanttaus, hitsaus ja valssaus.

Koska näiden tekijöiden käsitteleminen teoreettisesti on hankalaa on käytäntö johtanut siihen, että teholliset leveydet on määritetty kokeellisesti. Erot koekappaleissa ja koejärjestelyissä aiheuttavat kuitenkin hajontaa myös koetuloksiin. Koska ehdotuksessa B7 esitetty lauseke (5) perustuu koetulosten avulla laadittuun Winterin lausekkeeseen, havaitaan esimerkin tapauksessa puhtaasti teoreettisen laskelman ja B7 mukaisen lausekkeen eroksi levyn puristuslujuusarvoissa n. 13 %. Tämä voidaan tulkita em. alkuhäiriöiden vaikutukseksi.

PURISTETTU JA TAIVUTETTU LEVY



Kuva 5. Lineaarisen teorian mukaan saaduista puristetun ja taivutetun levyn reunajännityksistä (p_1 , p_2) laskettu epälineaarinen jännitysjakautuma (σ_1 , σ_2), joiden reunajännitysten perusteella lasketaan teholliset leveydet (b_{e1} , b_{e2}).

Levyyn kohdistuva lineaarisesti korkeuden mukaan muuttuva puristusjännityskuorma johtaa myös jännitysten epäsymmetriseen jakautumiseen ylikriittisellä alueella (kuva 5). Kun epälineaarinen puristusjännitysjakautuma korvataan tehollisten leveyksien avulla määritetyllä suoraviivaisella jakautumalla ja vaaditaan yhä levyn tasapainoehtojen (11) ja (12) toteutumista, päädytään lausekkeisiin (13) ja (14).

$$N(p_1, p_2) - N(\sigma_1, \sigma_2, b_{e1}, b_{e2}) = 0 \quad (11)$$

$$M(p_1, p_2) - M(\sigma_1, \sigma_2, b_{e1}, b_{e2}) = 0 \quad (12)$$

$$-\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2b} b_{e1}^2 + \sigma_1 b_{e1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2b} b_{e2}^2 + \sigma_2 b_{e2} + \frac{p_1 + p_2}{2} b = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{3b} b_{e1}^3 - \frac{3\sigma_1 - \sigma_2}{4} b_{e1}^2 + \frac{b\sigma_1}{2} b_{e1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{3b} b_{e2}^3 \\ & - \frac{\sigma_1 - 3\sigma_2}{4} b_{e2}^2 - \frac{b\sigma_2}{2} b_{e2} + \frac{p_1 - p_2}{12} b^2 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Lausekkeisiin voidaan reunajännityksiksi σ_1 ja σ_2 ottaa suurimmat puristus- ja vetojännitykset tai keskimääräiset jännitykset $\bar{\sigma}_1$ ja $\bar{\sigma}_2$ levyn reunoilla. Jälkimmäinen tapa ei kuitenkaan merkitse sitä, että yhteensopivuusehto alkuperäisen levyn siirtymien kanssa olisi tällöin täytetty. Jos epälineaarisen analyysin perusteella saatu muodonmuutostila $\epsilon_x(x, y)$ korvataan levyn reunoilla syntyneiden keskimääräisten muodonmuutosten $\bar{\epsilon}_1$ ja $\bar{\epsilon}_2$ avulla ja vaaditaan levyn puristus- ja taivutusjäykkyyksille asetettujen yhteensopivuusehtojen (15) ja (16) toteutumista, päädytään lausekkeisiin (17) ja (18).

$$\Delta_x(\bar{\epsilon}_1, \bar{\epsilon}_2) = \Delta_x(p_1, p_2, b_{e1}, b_{e2}) \quad (15)$$

$$\rho(\bar{\epsilon}_1, \bar{\epsilon}_2) = \rho(p_1, p_2, b_{e1}, b_{e2}) \quad (16)$$

missä Δ_x tarkoittaa levyn aksiaalista kokoonpuristumaa ja ρ levyn käyristymissädettä.

$$b_{e1} + b_{e2} - \frac{(p_1 + p_2)b}{E(\bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2)} = 0 \quad (17)$$

$$I(b_{e1}, b_{e2}) - \frac{(p_1 - p_2)b^3}{12 E(\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_2)} = 0 \quad (18)$$

Kun levyn jähyysmomentti lausutaan tehollisten leveyksien b_{e1} ja b_{e2} avulla muuttuu lauseke (18) muotoon

$$\frac{3 b_{e1} b_{e2}}{b_{e1} + b_{e2}} [4b^2 - 4b(b_{e1} + b_{e2}) + (b_{e1} + b_{e2})^2] + (b_{e1}^3 + b_{e2}^3) - \frac{(p_1 - p_2)b^3}{E(\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_2)} = 0 \quad (19)$$

Lausekkeista (13) ja (14) sekä (17) ja (19) voidaan teholliset leveydet b_{e1} ja b_{e2} ratkaista esimerkiksi Newtonin menetelmää käyttäen. Aina lausekkeille ei kuitenkaan löydetä fysikaalisesti hyväksyttävää ratkaisua alueilta

$$b_{e1} + b_{e2} < b,$$

$$0 < b_{e1} < b \text{ ja} \quad (20)$$

$$0 < b_{e2} < b$$

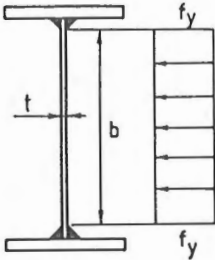
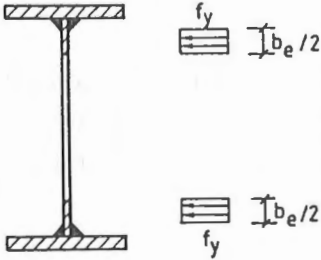
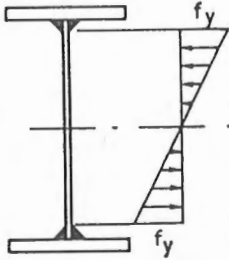
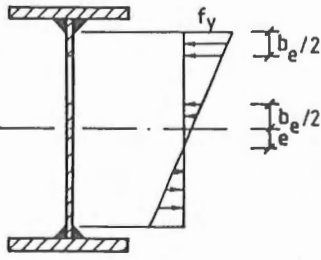
Lähteessä /5/ todetaan tasapainoehtojen mukaisten fysikaalisesti hyväksyttävien tehollisten leveyksien (13, 14) löytyvän vain, jos levyn ns. alareunan jännitys p_2 on suurempi kuin $-0,25 p_1$.

Teräsrakenteiden laskentaohje-ehdotuksessa B7 /17/ puristetun ja taivutetun levyn mitoitus perustetaan suurimpaan reunapuristusjännitykseen ja lausekkeen (21) mukaiseen teholliseen leveyteen. Kun levyä rasittaa lineaarisesti muuttuva puristusjännitys ajatellaan von Karmanin teoriaa sovellettavaksi siten, että tehollinen leveys lasketaan puristetun alueen korkeuden b_c perusteella, jolloin saadaan

$$\frac{b_e}{b_c} = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \left(1 - \frac{1}{5\bar{\lambda}_p}\right) \quad (21)$$

Laskemalla tehollinen leveys lausekkeesta (21) saadaan tehollisen leveyden jakautumiselle ääritapauksissa taulukossa 2 esitetyt jakautumat.

Taulukko 2. Tehollisen leveyden jakautuminen kahdessa tapauksessa ohje-ehdotuksen B7 mukaan /17/.

Nimellinen poikkileikkaus	Tehollinen poikkileikkaus	Tehollinen leveys
		$k = 4, b_c = b$ $b_e = 1,905t \sqrt{E/f_y}$ $\cdot (1 - 0,381 (t/b) \sqrt{E/f_y})$ kun $b/t > 1,371 \sqrt{E/f_y}$
		$k = 24, b_c = b/2$ $b_e = 2,694t \sqrt{E/f_y}$ $\cdot (1 - 0,539 (t/b) \sqrt{E/f_y})$ kun $b/t > 1,941 \sqrt{E/f_y}$

Tarkastellaan puristetun ja taivutetun levyn käyttäytymistä esimerkin avulla (kuva 6). Levyä kuormittaa lineaarisesti muuttuva normaalijännitys, joka levyn alareunassa muuttuu vetojännitykseksi ja saa arvon $p_2 = -0,25 p_1$. Levyä on analyttisesti tutkittu vain geometrisesti epälineaarisen rakenteena. Laskenta perustuu lähteessä /11/ esitettyyn potentiaalienergian minimiperiaatteella ratkaistun levyn ja laatan differentiaaliyhtälöön, kun levyn siirtymä tasoa vastaan kohtisuorassa suunnassa kuvataan lausekkeella

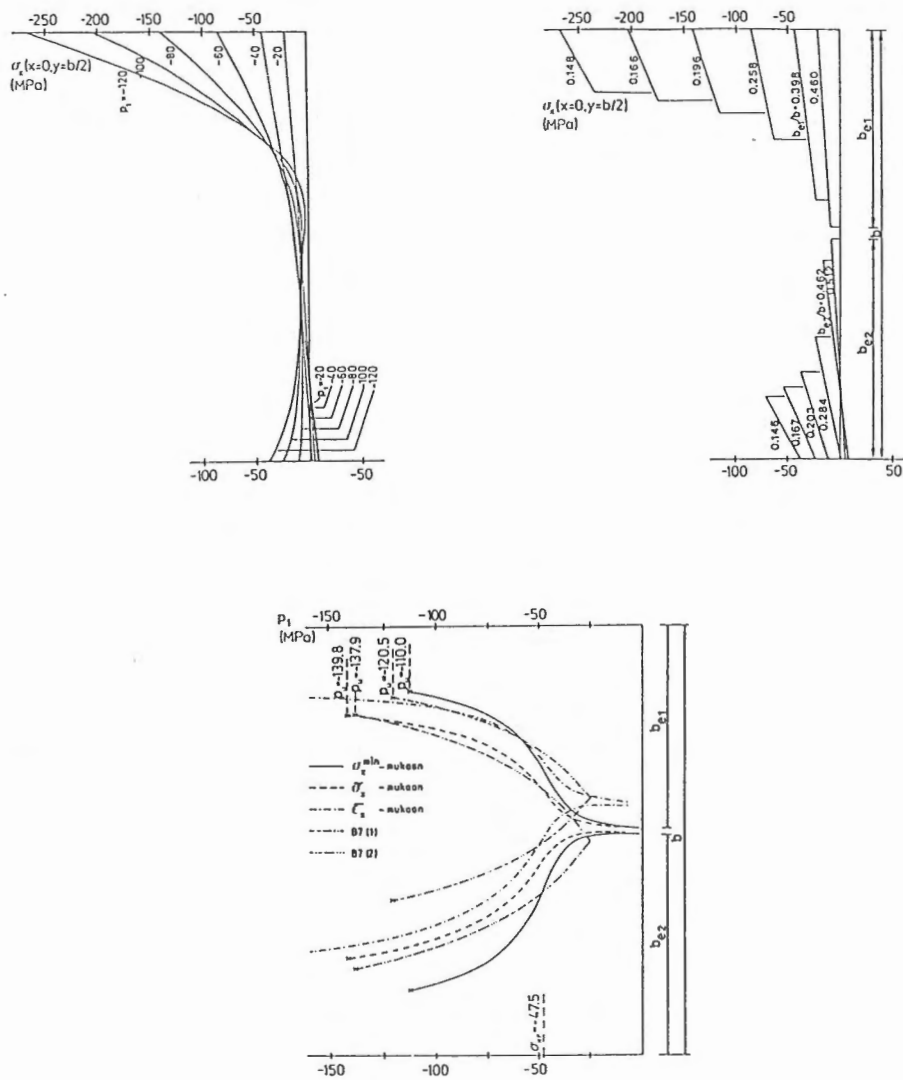
$$w - w_0 = \cos \frac{\pi x}{a} \left\{ (f_1 - f_{10}) \cos \frac{\pi y}{b} + (f_2 - f_{20}) \cos \frac{3\pi y}{b} + (f_3 - f_{30}) \sin \frac{2\pi y}{b} \right\} \quad (22)$$

missä f_{10} , f_{20} ja f_{30} määräävät levyn poikittaisen alkusiirtymämuodon ja

f_1 , f_2 ja f_3 määräävät levyn poikittaisen siirtymämuodon kuormitettuna. Levylle tässä esimerkissä on annettu vähäinen alkutaipuma $w_0/t = f_{10}/t = 0,1$.

Kuvassa 6a on esitetty laskennan tuloksena saatuja epälineaarisia normaalijännitysten σ_x jakautumia muutamilla lineaarisen teorian mukaan lasketuilla puristusjännityksen p_1 arvoilla. Levyn lommahtaessa sen puristusjäykkyys pienenee taivutusjäykkyyttä nopeammin, jolloin tässä esimerkissä alkuaan vetojännitysten alainen levyn alareuna tulee myös puristetuksi kuorman kasvaessa. Kuvassa 6b on laskettu epälineaarisen analyysin perusteella saatujen reunajännitysten σ_1 ja σ_2 avulla levyn teholliset leveydet lausekkeista (13) ja (14).

Kuvassa 6c on esitetty tehollisten leveyksien jakautumat lausekkeista (13) ja (14) laskettuna sekä levyn reunoille syntyvien suurempien että keskimääräisten jännitysten σ_x perusteella. Teholliset leveydet on laskettu myös lausekkeiden (17) ja (19) mukaan. Edelleen nämä arvot on laskettu edellä esitettyä ohje-ehdotuksessa B7 esitettyä laskentatapaa noudattaen B7 (1) sekä edelleen tästä muunnetulla laskentatavalla B7 (2), jossa teholliset leveydet määrätään levyn puristetun osan korkeuden perusteella ja tämä korkeus haetaan tasapainoiterointia käyttäen. Kuvassa 6c on esitetty myös arvio levyn murtolujuudelle, kun myötörajaksi otetaan $f_y = 235$ MPa ja murtotilaksi tulkitaan jännitystaso (p_1 , p_2), joka aiheuttaa eniten rasitettuun kohtaan myötörajan suuruisen normaalijännityksen $\sigma_x(x, y = b/2)$. Suurin murtolujuuden arvo $p_1 = -139,8$ MPa saadaan lausekkeiden (13) ja (14) mukaisia tehollisia leveyksiä ja keskimääräistä puristusjännitystä käyttäen. Pienin arvo $p_1 = -110,0$ MPa saadaan vastaavasti suurinta reunan puristusjännitystä kriteerinä käyttäen. Ohje-ehdotuksen B7 mukaan lasketut arvot sattuvat näiden ääriarvojen väliin.



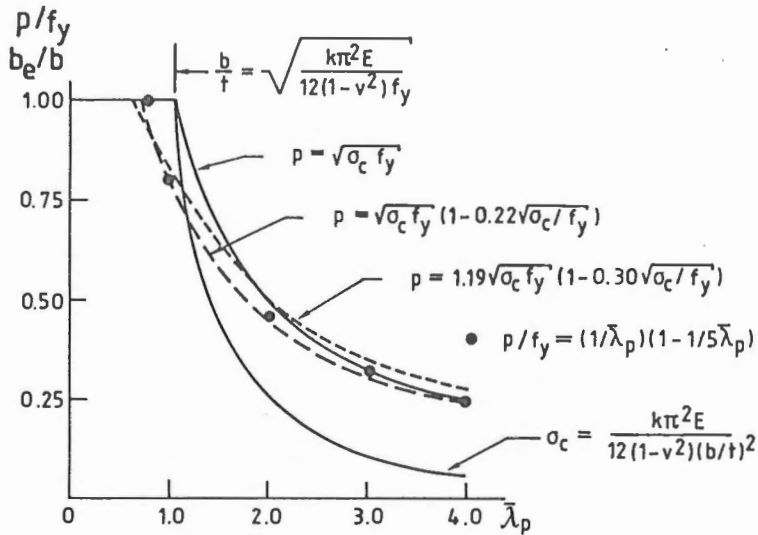
Kuva 6. Puristetun ja taivutetun levyn ($p_2/p_1 = -0,25$) a) epälineaarisia jännitysjakautumia, b) vastaavilla puristusjännitystasoilla p_1 laskettuja tehollisia leveyksiä maksimijännityskriteeriä käyttäen ja c) tehollisten leveyksien jakautumia puristusjännityksen p_1 funktiona eri kriteerien mukaan. $b = 200$ mm, $t = 1$ mm, $w_0/t = 0,1$, $E = 210\,000$ MPa ja $f_y = 235$ MPa.

TEHOLLISEN LEVEYDEN LAUSEKKEITA TASAISESTI PURISTETULLE MOLEMMISTA REUNOISTAAN TUETULLE LEVYLLE

Seuraavassa tarkastellaan lyhyesti kirjallisuudessa ja eri maiden normeissa ja normiehdotuksissa esitettyjä tehollisen leveyden lausekkeitä. Voidaan todeta, että viime vuosina on alettu käyttää käytännön mitoituslaskennassa myös tehollista paksuutta.

Kuvassa 7 /13/ on esitetty eräitä keskimääräisen jännityksen lausekkeitä suhteellisen hoikkeuden $\bar{\lambda}_p$ funktiona. Kuvan 7 pystyakselilla oleva suhde p/f_y voidaan murtotilassa korvata lausekkeella b_e/b .

Taulukkoon 3 on kerätty eräitä tavallisimmin käytettyjä tai käyttöön ehdotettuja tehollisen leveyden lausekkeitä. Eräitä lausekkeitä on muunnettu siten, että muuttujaksi saadaan $\bar{\lambda}_p$ siten sovellettuna, että reunoihin otaksutaan nivelellinen tuenta.



Kuva 7. Keskimääräisen suhteellisen jännityksen p/f_y (tai b_e/b) lausekkeitä suhteellisen hoikkeuden $\bar{\lambda}_p$ funktiona /13/.

Taulukko 3. Tehollisen leveyden lausekkeita.

$b_e/b = 1/\bar{\lambda}_p^2$	Euler $\sigma_{e1}/f_y \leq b_e/b$
$b_e/b = 1/\bar{\lambda}_p$	v. Karman
$b_e/b = 0,9/\bar{\lambda}_p$	Sveitsin teräsrakennennormi SIA 161, teräsrakenteet ja teräsohutlevyrakenteet
$b_e/b = 0,75/\bar{\lambda}_p$	Fukumoton ja Usamin ehdotus laskentamalliksi HSS-teräksestä valmistettujen putkien koetulosten perusteella
$b_e/b = 0,86/\bar{\lambda}_p$	Lind, ohutlevyprofiilit
$b_e/b = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} (1 - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p})$	AISI, teräsohutlevyrakenteet
$b_e/b = 1,19 \frac{1}{\bar{\lambda}_p} (1 - 0,3 \frac{1}{\bar{\lambda}_p})$	Winter, vapaasti tuetut laipat
$b_e/b = \frac{1,052}{\bar{\lambda}_p} (1 - \frac{0,263}{\bar{\lambda}_p})$	Faulkner
$b_e/b = 1,22 (1 - (1 - 0,4/\bar{\lambda}_p)^2)$	DIN 18800 -ehdotus, teräsrakenteet
$b_e/b = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} (1 - \frac{1}{5\bar{\lambda}_p})$	NKB, NS3472, ISO TC/167, kotimainen ohje-ehdotus B7
$b_e/b = \frac{0,98}{\bar{\lambda}_p}$	StBK-M5

Taulukossa 4 on esitetty eräiden lausekkeiden numeerinen vertailu NKB:n suositukseen /16/ verrattuna. Voidaan todeta, että kotimaisen teräsrakenteiden ohje-ehdotuksen mukaan hitsattujen koteloprofiilien ollessa kyseessä suoritetaan b_e -arvon lisäreduktio NKB:n suositukseen verrattuna. Reduktio tehdään alueella $0,5 < \bar{\lambda}_p < 1,5$ ja se ottaa huomioon hitsausjännitysten vaikutuksen profiilin kantokykyyn koetulosten perusteella.

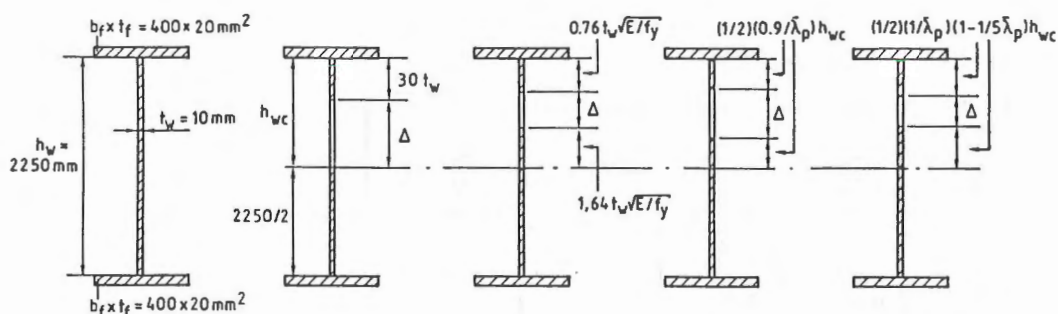
Taulukko 4. NKB:n suosituksessa /16/ annetun tehollisen leveyden lausekkeen numeerinen vertailu muutamien muiden ohjeiden ko. lausekkeen kanssa.

λ_p	NKB	NKB	NKB	NKB
	SIA 161	Winter	Faulkner	DIN 18800
0,525	1	1	1	0,87
0,6	1	1	1,02	0,92
0,672	1	1	1,05	0,98
0,72	1	1,04	1,08	1,02
0,8	0,94	1,04	1,06	1,02
0,9	0,86	1,03	1,04	1,02
1,0	0,89	1,03	1,03	1,02
1,1	0,91	1,02	1,02	1,02
1,2	0,93	1,02	1,01	1,02
1,3	0,94	1,02	1,01	1,02
1,4	0,95	1,02	1	1,02
1,5	0,96	1,02	1	1,02
2,0	1	1,01	0,98	1,02
3,0	1,04	1,01	0,97	1,02
4,0	1,06	1,01	0,97	1,02
5,0	1,07	1,01	0,96	1,02

LASKENTATULOKSIA I-POIKKILEIKKAUKSILLE

I-palkin taivutusvastus

Tarkastellaan kuvassa 8 esitetyn profiilin tehollista taivutusvastusta, kun tehollinen leveys on määritetty kuvassa mainittujen laskentaohjeiden mukaisilla lausekkeilla. Myötöraja saa arvon $f_y = 235 \text{ MPa}$.



Bruttopoikki-
leikkaus

Basler

StBK-K2

SIA 161

B7

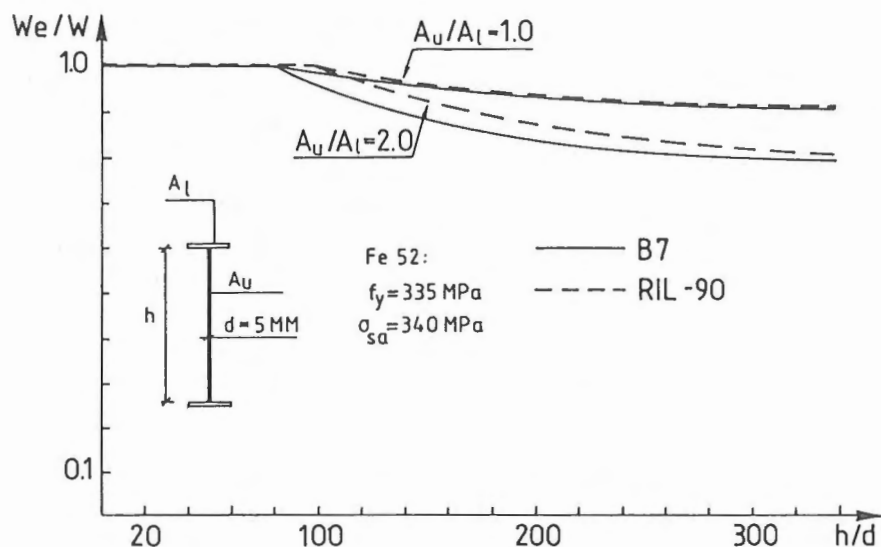
$W = 26,525 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$	$22,32 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$	$22,88 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$	$23,01 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$	$23,82 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$
100 %	84,2 %	86,3 %	86,7 %	90 %
$\Delta = 0$	$\Delta = 835 \text{ mm}$	$\Delta = 725,2 \text{ mm}$	$\Delta = 316,1 \text{ mm}$	$\Delta = 503,1 \text{ mm}$

Kuva 8. Tehollisen leveyden vaikutus erään I-poikkileikkauksen taivutusvastukseen.

Kuvan 8 neljä ensimmäistä tulosta ovat lähteestä /10/. Oikeanpuoleisin tulos vastaa kotimaista teräsrakenteet ohje-ehdotusta. Tuloksista nähdään, että em. tyyppisen I-profiilin tapauksessa "tehottoman alueen" suuruudella Δ ei ole kovinkaan suurta merkitystä taivutusvastukseen, koska tehoton alue on lähellä neutraaliakselia ja toisaalta I-profiilin taivutuskapasiteetti perustuu pääosin laippojen perusteella laskettuun taivutuskapasiteettiin.

I-palkin taivutusvastus uuman hoikkuuden funktiona

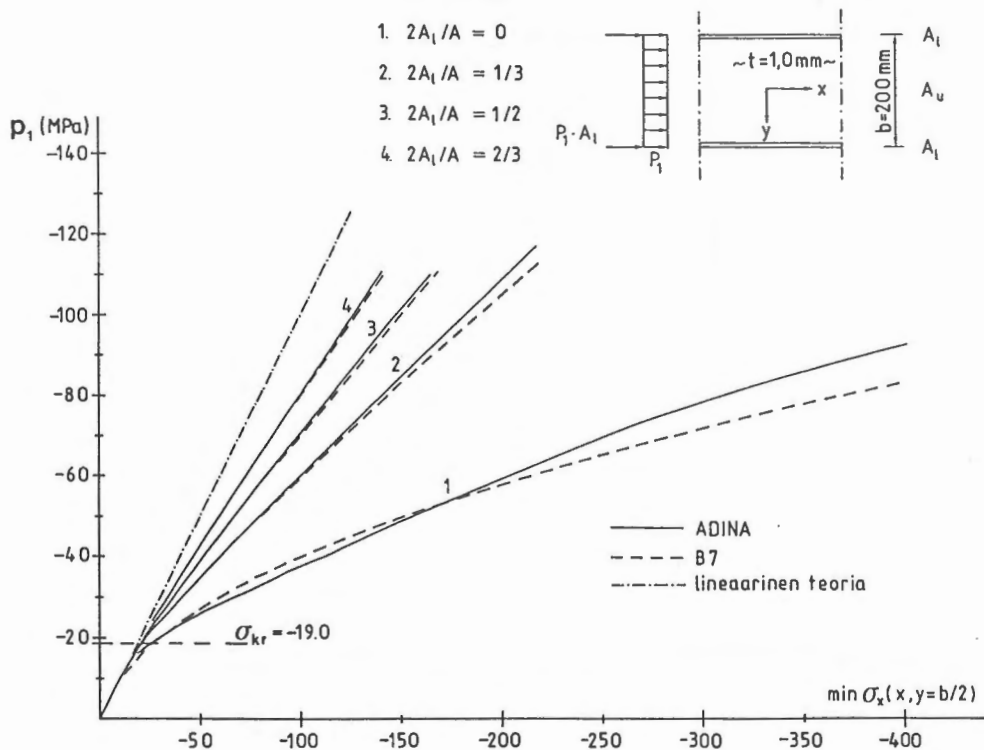
Kuvassa 9 on esitetty suhteellinen tehollinen taivutusvastus W_e/W eräässä yksittäisessä tapauksessa (uuman pinta-alan osuus laipan pinta-alasta on $A_w/A_f = 1,0$ ja $2,0$) standardin SFS 3200 /19/ ja teräsrakenteet ohje-ehdotuksen (B7) mukaan laskettuna. Todetaan, että erot ovat pieniä.



Kuva 9. W_e/W ohje-ehdotuksen B7 ja voimassa olevan laskentaohjeen RIL 90 mukaan /14/.

Puristusjännitysten jakautuminen I-pilarin sisällä

Erilaisilla uuman ja laipan pinta-alasuhteilla varustettujen I-pilareiden puristusjännitysjakautumia on laskettu ADINA-ohjelmaa käyttäen. I-pilaria on laskennassa kuormittanut tasaisesti yli poikkileikkauksen jakautunut puristava jännitys p . Laskennassa uuma on kuvattu geometrisesti epälineaarisilla kuori-elementeillä ja laipat sivusuunnassa siirtymättömillä sauvaelementeillä. Uumalevyn alkutaipuma on ollut $w_0/t = 0,1$. Sama rakenne on laskettu myös ohje-ehdotuksen B7 mukaan.



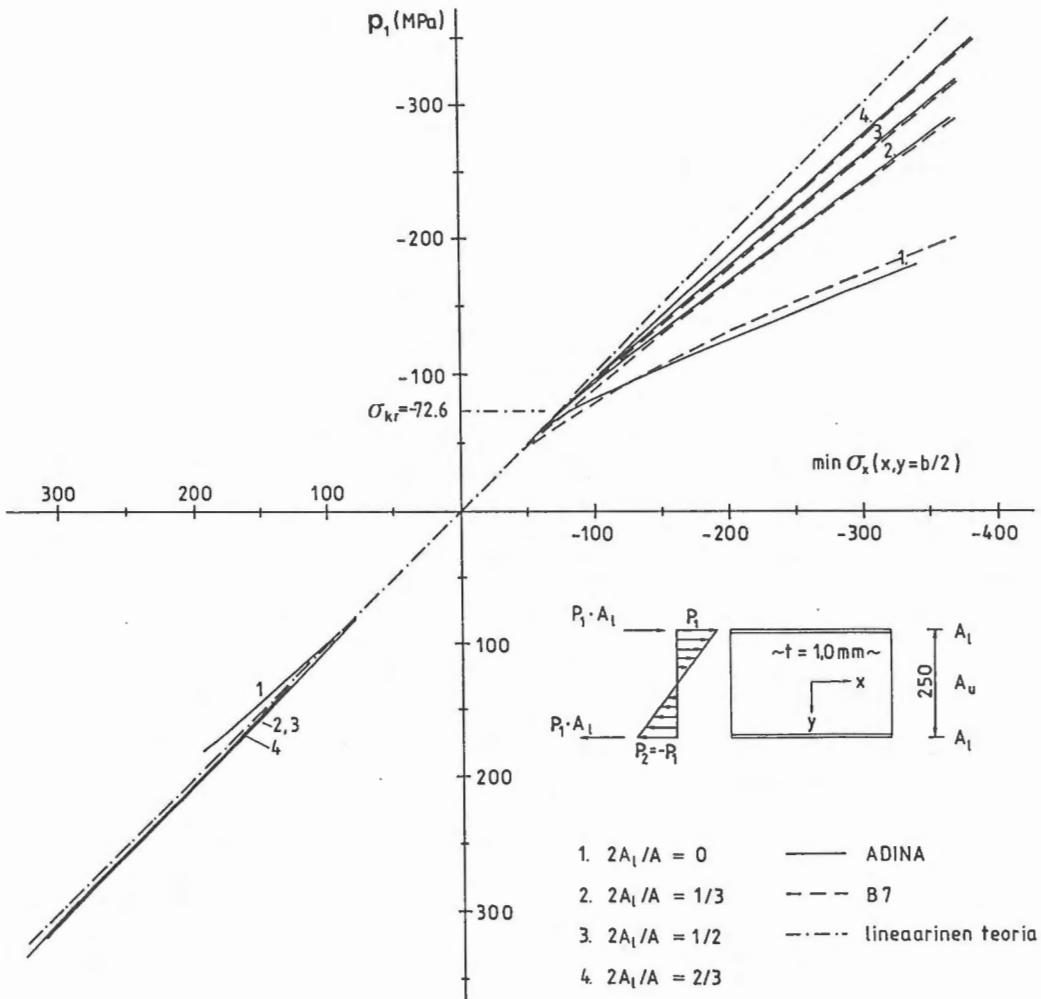
Kuva 10. Puristetun I-poikkileikkauksen laippojen suurimmat puristusjännitykset muutamilla poikkileikkauksen pinta-alasuhteilla poikkileikkauksen yli tason jaetun puristusjännityksen p funktiona. Uuman jännitystila on tutkittu geometrisesti epälineaarilla analyysillä ADINA-ohjelmalla ($w_0/t = 0,1$) ja toisaalta tehollisten leveyksien avulla ohjeen B7 mukaan.

Ohje-ehdotuksen B7 mukaan suoritettu vertailulaskelma osoittaa ensimmäistä vaihtoehtoa lukuun ottamatta ehdotuksen B7 lievästi aliarvioivan uuman ja siten yliarvioivan laippojen osuudelle tulevan puristuvan kuorman. Erot ovat käytännössä vielä harvinaisen vaihtoehdon 2 kohdalla n. 4 % ja siten merkitykseltään vähäisiä.

Puristus- ja vetojännitysten jakautuminen I-palkkien sisällä

Normaalijännitysten jakautumista erilaisilla poikkileikkauksen pinta-alasuhteilla varustetuissa taivutetuissa I-palkeissa on tutkittu ADINA-ohjelmaa käyttäen. Laskennassa on esimerkin 3 tapaan palkin uumalevy kuvattu geometri-

sesti epälineaarisilla isoparametrisilla kuorielementeillä ja laipat lineaarisilla sivusuunnassa tuetuilla sauvaelementeillä. Uumalevyn lommahdusaallon pituinen sinimuotoinen alkutaipuma on $w_0/t = 0,1$. Sama rakenne on laskettu myös ohje-ehdotuksen B7 mukaan.



Kuva 11. Taivutetun I-poikkileikkauksen laippojen suurimmat puristus- ja vetojännitykset muutamilla poikkileikkauksen pinta-alasuhteilla lineaarisen teorian mukaan lasketun puristusjännityksen p_1 funktiona. Uuman jännitystilaa on tutkittu geometrisesti epälineaarisella analyysillä ADINA-ohjelmalla ($w_0/t = 0,1$) ja toisaalta tehollisten leveyksien avulla ohjeen B7 mukaan.

Ohje-ehdotuksen B7 mukaan suoritettu vertailulaskelma osoittaa hyvää yhteensopivuutta epälineaarisen analyysin tulosten kanssa. Pelkkää taivutettua levyä tarkasteltaessa eli tapauksessa 1 erot reunaännityksen arvoissa laskentatapojen välillä ovat n. 7 % siten, että B7 mukaan laskettu tulos asettuu epävarmalle puolelle.

Vertailu laskennallisen ja kokeellisen tuloksen välillä

Taulukossa 5 on esitetty eri tavoin lasketun I-profiilin taivutuskapasiteetti ja kokeista /15/ saatu arvo. Taulukon 5 arvot M_{k1} ja M_{k2} on laskettu kaavasta

$$M_k = f_y \cdot W_e \quad (23)$$

Arvo M_{k1} on laskettu siten, että uuman tehollinen leveys ja laipan tehollinen paksuus on laskettu kaavasta (5)

Tällöin on siis otaksuttu, että ylikriittinen alue laipassa ja uumassa käytetään täysin hyväksi.

Arvo M_{k2} on laskettu siten, että uuman tehollinen leveys lasketaan kaavasta (5) ja laipan tehollinen paksuus kaavasta (24)

$$t_{fe}/t = 1/\bar{\lambda}_p^2 \quad (24)$$

Tällöin on siis otaksuttu, että ylikriittinen alue käytetään täysin hyväksi vain uumassa mutta ei laipassa.

Voidaan todeta, että kokeista saatavat arvot ovat suurempia kuin laskentamallien antamat arvot. Kokeista voidaan todeta se, että vapaasti tuetulla laipalla on myös ns. ylikriittinen alue.

Taulukko 5. Koetulosten ja laskettujen arvojen vertailua.

Profiilin mitat uuma $h_w \cdot t_w$ (mm ²)	laippa $b_f \cdot t_f$ (mm ²)	M_{koe} (kNm)	M_{k1} (kNm)	M_{k2} (kNm)
788 · 5,1	240 · 5,9	490	422	398
788 · 5,1	380 · 6,4	595	515	373

YHTEENVETO

Kirjoituksessa on tarkasteltu tehollisen leveyden käsitteen teoreettista taustaa ja sen käyttöä käytännön teräsrakenteiden mitoituksessa. Esimerkkien avulla on vertailtu toisaalta normiehdotusten avulla ja toisaalta teoreettisesti saatavia arvoja keskenään sekä on esitetty muutamia koetuloksia I-palkeille. Kun tarkastellaan käytännössä esiintyviä poikkileikkauksia murtorajatilassa eivät normisuositusten tulokset oleellisesti poikkea teoreettisesti saatavista arvoista. Tarkasteltaessa I-palkeille kokeellisesti saatuja tuloksia voidaan todeta vapaasti tuetulla laipalla olevan myös ns. ylikriittinen alue.

Jatkotutkimuksissa olisi syytä kiinnittää huomiota levyjen hitsausliitosten väsymismurtumaan ylikriittisellä alueella sekä ylikriittisen alueen mahdollisten käyttösovellutusten laajentamiseen erityyppisissä rakenteissa.

KIRJALLISUUTTA

- /1/ von Karman, T., Sechler, E.E., Donnel, L.H., The Strength of Thin Plates in Compression ASME (1932) 2 p. 53 - 57.
- /2/ Winter, G., Performance of Thin Steel Compression Flanges. Prelim. Publ. 3rd Congr. IABSE, Liege 1948 p. 137 - 148.
- /3/ Bleich, F., Buckling Strength of Metal Structures. New York 1951. S. 459 - 484.
- /4/ Klöppel, K., Schmied, R., Schubert, J., Die Traglast mittig und aussermittig gedückter dünnwandiger Kastenträger unter Verwendung der nichtlinearen Beultheorie. Der Stahlbau 35 (1966) 11, S. 321 - 337.
- /5/ Klöppel, K., Bilstein, W., Untersuchungen zur linearen und nichtlinearen Beultheorie mit Beulwerttafeln für dünnwandige U-, C- und Hut-Profile und Tafeln für mitwirkende Breiten und Tragspannungen von dreiseitig und vierseitig gelenkig gelagerten Rechteckplatten nach der nichtlinearen Beultheorie. Der Stahlbau 45 (1976) 3, S. 82 - 92.
- /6/ Rhodes, J., Walker, A.C., Development in Thin-walled Structures - 1. Essex 1982 p. 119 - 158.
- /7/ Narayanan, R., Chow, F.Y., Effective Widths of Plates Loaded Uniaxially. Thin walled Structures 1 (1983) 2 p. 165 - 187.
- /8/ Thomasson, P.-O., Thin-walled C-shaped Panels in Axial Compression. Swedish Council for Building Research Stockholm 1978. 287 p.

- /9/ Harding, J.E., Hobbs, R.E., Neal, B.G., Ultimate load behaviour of plates under combined direct and shear in-plane loading. In: Dowling, P.J., Harding, J.E., Frieze, P.A., (ed.) Steel Plated Structures. London 1977. p. 369 - 403.
- /10/ Einführung in die Norm SIA 161 (1979), Stahlbauten. Zürich 1979 Eidg. Techn. Hochschule, Baustatik und Stahlbau. Publikation Nr. 79-1. S. 81 - 110.
- /11/ Linke, K.-P., Zum Tragverhalten von Profilsandwichplatten mit Stahl-deckschichten und einen Polyurethan - Hartschaum - Kern bei kurz- und langzeitiger Belastung. D17 Darmstadt 1978. 244 s.
- /12/ Itoh, Y., Ultimate Strength Variations of Structural Steel Members, Department of Civil Engineering, Nagoya University November 1984.
- /13/ Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, edited by B.G. Johnston, John Wiley & Sons, New York 1976.
- /14/ Castren, H., Teräsrakenteiden suunnitteluhjeiden vertailu, Diplomityö, Teknillinen korkeakoulu 1984.
- /15/ Vierunen, S.K., Ohutuumapalkin toiminnasta, Diplomityö, Lappeenranta Teknillinen korkeakoulu 1984.
- /16/ Nordiska riktlinjer för stålkonstruktioner, NKB-rapport Nr. 44, Maj. 1982.
- /17/ Ympäristöministeriö, Suomen Rakentamismääräyskokoelma, osa B7, Teräsrakenteet. Ehdotus 15.8.1985.
- /18/ Ympäristöministeriö. Suomen Rakentamismääräyskokoelma, osa B6, Teräsohuttelevyrakenteet. Ehdotus 14.10.1982.
- /19/ Suomen Rakennusinsinöörin Liitto, Teräsrakenteiden suunnitteluhjeet, RIL 90-1981. 168 s.

Paavo Hassinen, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Rakennetekniikan laboratorio

Jouko Kouhi, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Rakennetekniikan laboratorio