PAINOTETTUJEN JÄÄNNÖSTEN NÄKÖKULMA YKSIASKELMENETELMIIN. SS5-MENETELMÄPERHE

Jarmo Niemi

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 18
No. 3 1985, s. 51...60

TIIVISTELMÄ: Tässä työssä tutkitaan rakenteiden dynamiikan suoria integrointimenetelmiä. Nämä menetelmät voidaan jakaa yksiaskel- ja moniaskelmenetelmiin. Tämä työ keskittyy pelkästään yksiaskelmenetelmiin. Työssä tehdään Newmarkin menetelmän mukainen perusoletus siirtymien ja nopeuksien laskennasta tunnetun kiihtyvyyden perusteella. Tämän oletuksen pohjalta johdetaan painotettujen jäännösten menetelmää ja viidennen asteen interpolointia soveltaen yleinen yksiaskel-integrointimenetelmäperhe, SS5-menetelmät. Yleisimmin käytetyt kollokaatio- ja α-menetelmät ovat esitetyn SS5-menetelmän erityistapauksia, kuten hiljattain esitetyistä SSpj-algoritmeistakin osa. Työssä esitetään edellä mainittuja menetelmiä vastaavat SS5-menetelmän parametrien arvot.

JOHDANTO

Rakenteen liikeyhtälön suora numeerinen integrointi on eräs keskeisistä ongelmista tutkittaessa dynaamisten herätteiden johdosta syntyvää rakenteen vastetta. Eritoten transient-tyyppisten kuormitusten, vuorovaikutusongelmien ja epälineaaristen rakenteiden yhteydessä suora numeerinen integrointi on etusijalla verrattuna muihin analyysimenetelmiin kuten normaalimuotomenetelmään ja taajuusvastemenetelmään. Rakenteen liikeyhtälön suorat integrointimenetelmät ovat olleet jatkuvan tutkimuksen ja kehittelyn kohteena. Tämä työ liittyy suoranaisesti tähän tutkimusalueeseen.

Integrointimenetelmät ovat luonteeltaan askeltavia. Niiden jaottelu yksiaskel- ja moniaskelmenetelmiin tehdään sen perusteella kuinka monta aika-askelta on laskenta-askeleella tarkastelun kohteena. Useat yleisimmin käytetyistä menetelmistä voidaan esittää joko yksiaskel- tai moniaskelmenetelmänä, riippuen siitä käytetäänkö laskennassa siirtymien lisäksi niiden aikaderivaattoja, jolloin riittää yhden aika-askeleen tarkastelu kerrallaan.

Menetelmien kehittelyn tendessinä on viime aikoina ollut johonkin yleiseen approksimaatio-otaksumaan perustuvien parametrisoitujen menetelmäperheiden esittely. Tällöin yksittäisiä menetelmiä saadaan yleisestä menetelmäperheestä parametrien arvoja muuttamalla. Tarkkuus ja stabiilius ovat kriteereinä haettaessa optimaalisia parametrin arvoja eri tyyppisissä tehtävissä. Laskentavirheen tutkimus on kuitenkin vielä siinä vaiheessa, ettei luotettavia virhearvion laskentamenetelmiä ole esitetty.

Tässä työssä tehdään laajennus hiljattain esitettyyn SSpj-menetelmäperheeseen /1/. Tehtävä laajennus perustuu Newmarkin menetelmän kanssa yhtäpitävään oletukseen siirtymien ja nopeuksien laskennasta aika-askeleen loppupäässä jos kiihtyvyys on tunnettu. Tätä oletusta ja painotettujen jäännösten menetelmää (ns. aikaelementtimenetelmää /2/, /3/, /4/) hyväksikäyttäen johdetaan SS5-yksiaskelmenetelmäperhe. Tämän menetelmäperheen etuna edellä mainittuihin SSpj-menetelmiin on, että siitä saadaan erityistapauksena sekä kollokaatio- että α-menetelmäperheet /5/, jotka puolestaan sisältävät yleisimmin käytetyt yksittäiset menetelmät kuten Newmarkin, keskeisten differenssien ja Wilsonin θ-menetelmät.

Tarkasteltaessa tämän työn teoreettista luonnetta on syytä painottaa seuraavaa asiaa. Tässä työssä esitetty menetelmä on ensimmäinen yksiaskelmenetelmä jonka erityistapauksena saadaan kollokaatio- ja α-menetelmät. Hieman vastaavan moniaskelmenetelmän esitti Zienkiewicz lähteessä /4/. Tämä menetelmä on selostettu myös tässä lehdessä lähteessä /8/. Tässä työssä on käytetty Zienkiewiczin /4/ ja Holopaisen /3/ tapaan painotettujen jäännösten menetelmää, joka numeerisen integroinnin yhteydessä osoittautuu hyvin joustavaksi ja yleispäteväksi menetelmäksi.

SS5-MENETELMÄPERHE

Tarkastellaan rakenteen lineaarista liikeyhtälöä

$$\bar{M}\,\ddot{\bar{q}}(t) + \bar{C}\,\dot{\bar{q}}(t) + \bar{K}\,\bar{q}(t) = \bar{f}(t), \tag{1}$$

jonka kerroinmatriisit ovat vakiomatriiseja. Merkitään siirtymien $\bar{q}(t)$, nopeuksien $\dot{\bar{q}}(t)$ ja kiihtyvyyksien $\ddot{\bar{q}}(t)$ approksimaatioita vastaavasti tunnuksilla $\bar{u}(t)$, $\bar{v}(t)$ ja $\bar{a}(t)$.

Merkitään aika-askeleen pituutta $t_{i+1} - t_i = \Delta t$. Liiketilavektorin alaindeksi 0 tai 1 viittaa tarkasteltavan aika-askeleen alku- tai loppupäähän.

Tässä esitettävä SS5-menetelmä (single step, 5. asteen interpolointi - tästä syntyy menetelmän nimitys) perustuu seuraaviin perusoletuksiin:

1^{o}. Siirtymien ja nopeuksien arvot aika-askeleen loppupäässä lausutaan samoin kuin Newmarkin menetelmässä /5/:

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_0 + \Delta t\bar{v}_0 + \Delta t^2[(\tfrac{1}{2} - \beta)\bar{a}_0 + \beta\bar{a}_1], \tag{2a}$$

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_0 + \Delta t[(1-\gamma)\bar{a}_0 + \gamma\bar{a}_1]. \tag{2b}$$

2^o. Siirtymiä approksimoidaan aika-askeleen alueella viidennen asteen polynomilla, jonka reuna-arvoina ovat approksimaatiot $\bar{u}_i$, $\bar{v}_i$ ja $\bar{a}_i$, i=0,1.

3^o. Nopeuksien ja kiihtyvyyksien approksimaatiot saadaan derivoimalla siirtymien approksimaatioista.

4^o. Liikeyhtälö (1) esitetään aika-askeleen alueessa painotettujen jäännösten muodossa, so. dynaamisen tasapainoyhtälön liiketilan approksimoinnista johtuva virhe ortogonalisoidaan valitun painofunktion w kanssa aikavälillä (t_i, t_{i+1}):

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} (\bar{M}\bar{a} + \bar{C}\bar{v} + \bar{K}\bar{u} - \bar{f})W\,dt = \bar{0}. \tag{3}$$

Kun siirtymiä approksimoidaan perusoletuksen 2^o mukaisesti reuna-arvoistaan interpoloimalla saadaan approksimaatio

$$\bar{u}(s) = \bar{u}_0 h_0^1(s) + \bar{v}_0 h_0^2(s) + \bar{a}_0 h_0^3(s) + \bar{u}_1 h_1^1(s) + \bar{v}_1 h_1^2(s) + \bar{a}_1 h_1^3(s), \tag{4}$$

jossa on käytetty dimensiotonta aikamuuttujaa

$$s = (t-t_i)/\Delta t, \quad 0 \leq s \leq 1. \tag{5}$$

Interpolaatio- eli aikamuotofunktiot lausekkeessa (4) ovat /3/

$$h_0^1(s) = 1 - 10s^3 + 15s^4 - 6s^5, \tag{6a}$$

$$h_0^2(s) = (s - 6s^3 + 8s^4 - 3s^5)\Delta t, \tag{6b}$$

$$h_0^3(s) = (s^2 - 3s^3 + 3s^4 - s^5)\Delta t^2/2, \tag{6c}$$

$$h_1^1(s) = 10s^3 - 15s^4 + 6s^5, \tag{6d}$$

$$h_1^2(s) = (-4s^3 + 7s^4 - 3s^5)\Delta t, \tag{6e}$$

$$h_1^3(s) = (s^3 - 2s^4 + s^5)\Delta t^2/2. \tag{6f}$$

Sijoittamalla perusoletuksen 1^o mukaiset approksimaatiot $\bar{u}_1$ ja $\bar{v}_1$ lausekkeeseen (4) se saadaan muotoon

$$\bar{u}(s) = \bar{u}_0 l_0^1(s) + \bar{v}_0 l_0^2(s) + \bar{a}_0 l_0^3(s) + \bar{a}_1 l_1^3(s), \tag{7}$$

jonka aikamuotofunktioiksi saadaan lausekkeiden (2), (4) ja (6) avulla

$$l_0^1(s) = 1, \tag{8a}$$

$$l_0^2(s) = s\Delta t, \tag{8b}$$

$$l_1^3(s) = \Delta t^2 \left[\tfrac{1}{2}s^2 + (4\gamma - 10\beta - \tfrac{1}{2})s^3 + (15\beta - 7\gamma + 1)s^4 + (3\gamma - 6\beta - \tfrac{1}{2})s^5\right], \tag{8c}$$

$$l_0^3(s) = \Delta t^2 \left[(\tfrac{1}{2} + 10\beta - 4\gamma)s^3 + (7\gamma - 15\beta - 1)s^4 + (\tfrac{1}{2} + 6\beta - 3\gamma)s^5\right]. \tag{8d}$$

Perusoletuksen 3^o mukaisesti nopeuksien ja kiihtyvyyksien approksimaatioiksi saadaan

$$\bar{v}(s) = \bar{u}_0 \dot{l}_0^1(s) + \bar{v}_0 \dot{l}_0^2(s) + \bar{a}_0 \dot{l}_0^1(s) + \bar{a}_1 \dot{l}_1^3(s), \tag{9a}$$

$$\bar{a}(s) = \bar{u}_0 \ddot{l}_0^1(s) + \bar{v}_0 \ddot{l}_0^2(s) + \bar{a}_0 \ddot{l}_0^3(s) + \bar{a}_1 \ddot{l}_1^3(s). \tag{9b}$$

Kun approksimaatiot (7) ja (9) sijoitetaan perusoletuksen 4^o mukaisesti yhtälöön (3), saadaan SS5-menetelmäperheen palautusyhtälö, joka sitoo aika-askeleen loppupään kiihtyvyysvektorin $\bar{a}_1$ alkupään liiketilan vektoreihin $\bar{u}_0$, $\bar{v}_0$ ja $\bar{a}_0$ sekä aika-askeleen kuluessa vaikuttaneeseen ulkoiseen kuormitukseen:

$$\bar{D}(\bar{a}_1 - \bar{a}_0) = (\bar{M} + \alpha_1 \Delta t \bar{C} + \tfrac{1}{2}\alpha_2 \Delta t^2 \bar{K})\bar{a}_0 + (\bar{C} + \alpha_1 \Delta t \bar{K})\bar{v}_0 + \bar{K}\bar{u}_0 - \bar{p}, \tag{10}$$

jossa

$$\bar{D} = (6\varepsilon_1\alpha_1 + 12\varepsilon_2\alpha_2 + 20\varepsilon_3\alpha_3)\bar{M} + (3\varepsilon_1\alpha_2 + 4\varepsilon_2\alpha_3 + 5\varepsilon_3\alpha_4)\Delta t\bar{C} + (\varepsilon_1\alpha_3 + \varepsilon_2\alpha_4 + \varepsilon_3\alpha_5)\Delta t^2\bar{K}, \tag{11}$$

$$\bar{p} = \int_0^1 \bar{f}\, W\, ds \Big/ \int_0^1 W\, ds, \tag{12}$$

$$\alpha_i = \int_0^1 s^i\, W\, ds \Big/ \int_0^1 W\, ds, \tag{13}$$

$$\varepsilon_1 = 4\gamma - 10\beta - \frac{1}{2}, \tag{14a}$$

$$\varepsilon_2 = 15\beta - 7\gamma + 1, \tag{14b}$$

$$\varepsilon_3 = 3\gamma - 6\beta - \frac{1}{2}. \tag{14c}$$

Parametreille ε_i pätee yhteys

$$\varepsilon_3 = -(6\varepsilon_1 + 12\varepsilon_2 + 1)/20. \tag{15}$$

Tarkastellaan seuraavaksi kuormitustermiä $\bar{p}$. Yleensä kuormavektori $\bar{f}(t)$ tunnetaan koko laskettavalla aikavälillä. Tällöin palautusyhtälön (10) kuormitustermi $\bar{p}$ voidaan laskea kuormavektorin $\bar{f}(t)$ ja sen aikaderivaattojen reuna-arvojen avulla lausekkeen (12) mukaisesti. Tämä tapahtuu interpoloimalla kuormavektoria aika-askeleen alueessa reuna-arvoistaan sopivan asteisella interpolaatiopolynomilla. Interpolaatiopolynomin asteluvusta riippuen saadaan seuraavia kuormitustermin lausekkeita:

$$\bar{p} = (1-\alpha_1)\bar{f}_0 + \alpha_1\bar{f}_1, \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\bar{p} = {} & (1 - 3\alpha_2 + 2\alpha_3)\bar{f}_0 + (\alpha_1 - 2\alpha_2 + \alpha_3)\Delta t\dot{\bar{f}}_0 + (3\alpha_2 - 2\alpha_3)\bar{f}_1 + \\ & + (-\alpha_2 + \alpha_3)\Delta t\dot{\bar{f}}_1,\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\bar{p} = {} & (1 - 10\alpha_3 + 15\alpha_4 - 6\alpha_5)\bar{f}_0 + (\alpha_1 - 6\alpha_3 + 8\alpha_4 - 3\alpha_5)\Delta t\dot{\bar{f}}_0 + \\ & +(\tfrac{1}{2}\alpha_2 - \tfrac{3}{2}\alpha_3 + \tfrac{3}{2}\alpha_4 - \tfrac{1}{2}\alpha_5)\Delta t^2\ddot{\bar{f}}_0 + (10\alpha_3 - 15\alpha_4 + 6\alpha_5)\bar{f}_1 + \\ & + (-4\alpha_3 + 7\alpha_4 - 3\alpha_5)\Delta t\dot{\bar{f}}_1 + (\tfrac{1}{2}\alpha_3 - \alpha_4 + \tfrac{1}{2}\alpha_5)\Delta t^2\ddot{\bar{f}}_1,\end{aligned} \tag{18}$$

jotka vastaavat 1., 3. ja 5. asteen interpolointia.

SS5-algoritmi on seuraava:

1. Lasketaan annettujen alkuarvovektorien $\bar{q}(0)$ ja $\dot{\bar{q}}(0)$ perusteella liikeyhtälöstä (1) kiihtyvyyksien alkuarvot $\ddot{\bar{q}}(0)$.
2. Valitaan aika-askeleen pituus Δt ja parametrien β, γ ja α_i, $i=1...5$ arvot, lasketaan parametrit ε_i, $i=1...3$ lausekkeesta (14) ja lasketaan kerroinmatriisi $\bar{D}$ lausekkeesta (11).

Jokaisella aika-askeleella:

3. Lasketaan kuormitustermi lausekkeesta (16), (17) tai (18).
4. Ratkaistaan kiihtyvyysvektori $\overline{a}_1$ palautusyhtälöstä (10).
5. Lasketaan siirtymien ja nopeuksien arvot ajanhetkellä t_{i+1} so. $\overline{u}_1$ ja $\overline{v}_1$ lausekkeesta (2).

Jos laskennan aikana halutaan muuttaa aika-askeleen pituutta Δt, pitää kerroinmatriisi $\overline{D}$ laskea uudelleen.

SS5-MENETELMÄPERHEEN YHTEYDET ERÄISIIN MUIHIN INTEGROINTIMENETELMIIN

Tässä kohdassa esitetään SS5-menetelmäperheen yhteydet kolmeen muuhun menetelmäperheeseen: SSpj-menetelmiin, kollokaatiomenetelmiin ja α-menetelmiin. Nämä sisältävät erikoistapauksinaan yleisimmin käytetyt rakenteiden mekaniikan suorat integrointimenetelmät. Osoittautuu, että tässä työssä esitetty SS5-menetelmäperhe sisältää kollokaatiomenetelmät, α-menetelmät ja oleellisimmat SSpj-menetelmät.

SSpj-menetelmät

Zienkiewicz et al esittävät lähteessä /1/ yleisen yksiaskelmenetelmäperheen: SSpj-menetelmät. Heidän lähestymistapansa numeeriseen integrointiin on paljolti samankaltainen kuin tässä työssä. Jos tarkastellaan yksiaskelmenetelmiä joiden reuna-arvoina on korkeintaan siirtymävektorin toinen aikaderivaatta, kiihtyvyysvektori, voidaan todeta tämän työn olevan SSpj-menetelmäperheen laajennus.

Tämä laajennus perustuu perusoletukseen 1^o, joka on, kuten aikaisemminkin mainittiin, yhtenevä Newmarkin menetelmän kanssa. Lähteessä /1/ tällaista oletusta ei tehdä. Jos palautusyhtälössä saa esiintyä korkeintaan siirtymävektorin toinen aikaderivaatta ja yhtälön pitää olla saman dimensioinen kuin liikeyhtälö, on siirtymän interpolointiin käytössä neljä aika-askeleen reuna-arvovektoria: kolme askeleen alkupäästä ja yksi loppupäästä. Tällöin voi kyseeseen tulla korkeintaan kolmannen asteen interpolointi kuten lähteessä /1/.

Jos lausekkeissa (2) asetetaan $\beta = \frac{1}{6}$ ja $\gamma = \frac{1}{2}$, huomataan, että lausekkeet (2) vastaavat tarkasti kolmannen asteen interpolointia. Niinpä aikamuotofunktioista (8) häviävät 4. ja 5. asteen termit ja saadaan SS32:n kanssa identtinen kolmannen asteen interpolointiin perustuva menetelmä.

SSpj-menetelmien ja SS5-menetelmien välillä on seuraavan taulukon mukainen yhteys:

Taulukko 1. SSpj-menetelmiä vastaavien SS5-menetelmien parametrien arvot.

SSpj-menetelmä	SS5:n vastaavat parametrit
SS31 } SS32	$\beta = \frac{1}{6}$, $\gamma = \frac{1}{2}$ $(\varepsilon_1 = -\frac{1}{6}, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0)$ $\alpha_1 = \theta_1$, $\alpha_2 = \theta_2$, $\alpha_3 = \theta_3$ α_4:llä ja α_5:llä ei merkitystä
SS21 }* SS22	$\beta = \frac{1}{6}$, $\gamma = \frac{1}{2}$ $\alpha_1 = \theta_1$, $\alpha_2 = \theta_2$ α_3:lla, α_4:llä ja α_5:llä ei merkitystä*

*Nämä vaativat hieman toisenlaista algoritmia kuin kolmannen asteen menetelmät. Kiihtyvyyttä ei tarvita reuna-arvona.

Zienkiewicz et al esittävät myös kolmatta korkeamman asteisia menetelmiä. Nämä vaativat yksiaskelmenetelmissä reuna-arvoikseen kolmansia ja sitä korkeampia siirtymävektorin aikaderivaattoja. Liikeyhtälö ei kuitenkaan sisällä näitä korkeampia aikaderivaattoja ja onkin kyseenalaista voivatko ne tuoda yksiaskelmenetelmiin mitään uutta informaatiota. Ne voidaan laskea numeerisella derivoinnilla differenssikehitelmiin perustuen siirtymien, nopeuksien ja kiihtyvyyksien arvoista tarkastelemalla useamman aika-askeleen reuna-arvoja. Yksiaskelmenetelmien perusidea on kuitenkin tarkastella vain yhden aika-askeleen reuna-arvoja kerrallaan.

Kuormitustermin $\bar{p}$ laskenta perustuu sekä SSpj-menetelmissä että SS5-menetelmissä jäännökselliseen liikeyhtälöön (3) ja se on näin ollen menetelmissä identtinen.

Kollokaatiomenetelmät

Nämä menetelmät ovat yleistys Wilsonin θ- ja Newmarkin menetelmistä /5/. Mainittakoon tässä yhteydessä, ettei kollokaatiomenetelmäperhettä saada SSpj-menetelmien erikoistapauksena. Sen sijaan se sisältyy esitettyyn SS5-menetelmäperheeseen. Tämä johtuu perusoletuksesta 1^o, joka on kollokaatiomenetelmien mukainen. Kollokaatiomenetelmien tarkkuus-, stabiilius- ja muita ominaisuuksia eri parametrin arvoilla on tutkittu mm. lähteissä /5/ ja /7/. Jos tarkastellaan SS5-menetelmien osaa, joka yhtyy kollokaatiomenetelmiin, saadaan näistä tutkimuksista ohjeita vastaavien SS5:n parametrien valinnalle. Taulukossa 2 on esitetty kollokaatiomenetelmäperhettä ja sen erikoistapauksia, Wilsonin θ-menetelmää, trapetsisääntöä ja Newmarkin menetelmää vastaavien SS5-menetelmien parametrien arvot.

Taulukko 2. Kollokaatiomenetelmiä vastaavien SS5-menetelmien parametrien arvot.

	SS5:n vastaavat parametrit
Kollokaatiomenetelmät parametrit β_k, γ_k ja θ_k	$\beta=\beta_k$, $\gamma=\gamma_k$ $\alpha_1=\theta_k$, $\alpha_2=\theta_k^2$ $\alpha_3=-[(6\varepsilon_1+1)\theta_k+12\varepsilon_2\theta_k^2]/20\varepsilon_3$ $\alpha_4=-[(3\varepsilon_1+\gamma_k)\theta_k^2+4\varepsilon_2\alpha_3]/5\varepsilon_3$ $\alpha_5=-(\beta_k\theta_k^3+\varepsilon_1\alpha_3+\varepsilon_2\alpha_4)/\varepsilon_3$
Wilsonin θ-menetelmä $\beta_k=\frac{1}{6}$, $\gamma_k=\frac{1}{2}$, $\theta_W=\theta_k$	$\beta=\frac{1}{6}$, $\gamma=\frac{1}{2}$ $\alpha_1=\theta_W$, $\alpha_2=\theta_W^2$ $\alpha_3=\theta_W^3$ α_4:llä ja α_5:llä ei merkitystä
Newmarkin menetelmä $\beta_N=\beta_k$, $\gamma_N=\gamma_k$, $\theta_k=1$	$\beta=\beta_N$, $\gamma=\gamma_N$ $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=1$ $\alpha_4=-[(3\varepsilon_1+\gamma_N)+4\varepsilon_2]/5\varepsilon_3$ $\alpha_5=-(\beta_N+\varepsilon_1+\varepsilon_2\alpha_4)/\varepsilon_3$
Trapetsisääntö $\beta_k=\frac{1}{4}$, $\gamma_k=\frac{1}{2}$, $\theta_k=1$	$\beta=\frac{1}{4}$, $\gamma=\frac{1}{2}$ $\alpha_i=1$, $i=1...5$

α-menetelmät

Hilber, Hughes ja Taylor esittelivät lähteessä /6/ α-menetelmäperheen. Menetelmille on ominaista kollokaatiomenetelmiä paremmat laskennallisen vaimennuksen ja 'yliajo' ominaisuudet /5/. α-menetelmät saadaan SS5-menetelmien erikoistapauksena taulukon 3 mukaisilla parametrien sovituksilla.

Taulukko 3. α-menetelmiä vastaavien SS5-menetelmien parametrien arvot.

	SS5:n vastaavat parametrit
α-menetelmät parametrit β_m, γ_m ja α_m	$\beta=\beta_m$, $\gamma=\gamma_m$ $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=1+\alpha_m$ α_4 on mielivaltainen $\alpha_5=-(\beta_m+\varepsilon_1)(1+\alpha_m)-\varepsilon_2\alpha_4/\varepsilon_3$

Kuormitustermi sekä kollokaatio- että α-menetelmissä vastaa SS5:n kuormitustermiä, joka on laskettu 1. asteen interpolaation perusteella. SS5:ssä saadaan siis kuormitus tarvittaessa otettua tarkemmin huomioon vaikka menetelmän parametrin arvot olisikin sovitettu identtisiksi joko kollokaatio- tai α-menetelmien kanssa.

YHTEENVETO

Työssä esitettiin hyvin yleinen parametrisoitu rakenteiden liikeyhtälöiden suoraan integrointiin tarkoitettu menetelmäperhe. Tämä menetelmä on SSpj-menetelmien laajennus siten, että se sisältää kaikki kollokaatio- ja α-menetelmät, kuten myös tärkeimmät SSpj-menetelmät. Työssä on esitetty parametriarvojen vastaavuudet.

Esitetty SS5-menetelmä on ohjelmoitavassa muodossa ja se antaa erikoistapauksinaan yllä mainitut menetelmät. SS5-menetelmien välitön hyöty ja käyttökelpoisuus perustuu tähän seikkaan. Esitetty menetelmä, jonka perusoletukset on selvästi annettu, antaa mahdollisesti paremman lähtökohdan virhetarkasteluille kuin jokin yksittäinen menetelmä. Jatkotutkimuksen kannalta onkin tärkeää tutkia menetelmän parametrien suhdetta sen tarkkuuteen, stabiiliuteen ja muihin tärkeisiin ominaisuuksiin. Jatkotutkimus suuntautuu myös epälineaaristen liikeyhtälöiden integroinnin tarkasteluun ja luotettavien a priori sekä a posteriori virhe-estimaattoreiden kehittämiseen. Myös näille tutkimuksille SS5-menetelmäperhe luo hyvän pohjan.

LÄHDELUETTELO

[1] Zienkiewicz, O., Wood, W., Hine, N., Taylor, R., A unified set of single step algorithms. Part 1: general formulation and applications. Int. j. numer. methods eng. 20(1984) pp. 1529-1552.

[2] Niemi, J., Holopainen, P., Aikaelementtimenetelmän soveltaminen värähtelytehtäviin. Tampereen teknillinen korkeakoulu, Konetekniikan osasto, Teknillinen mekaniikka. Raportti 17. Tampere 1983. 60 s.

[3] Holopainen, P., Hermiten 1:en, 3:en ja 7:en asteen polynomit ja yksiulotteinen alkuarvotehtävä. Tampereen teknillinen korkeakoulu, Konetekniikan osasto, Teknillinen mekaniikka. Raportti 16. Tampere 1983.

[4] Zienkiewicz, O., A new look at the Newmark, Houbolt and other time stepping formulas. A weighted residual approach. Earthqu. Eng. and Struct. Dyn. 5(1977)4 pp. 413-418.

[5] Hilber, H., Hughes, T., Collocation, dissipation and 'overshoot' for time integration schemes in structural dynamics. Earthqu. Eng. and Struct. Dyn. 6(1978) pp. 99-117.

[6] Hilber, H., Hughes, T., Taylor, R., Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. Earthqu. Eng. and Struct. Dyn. 5(1977) pp. 283-292.

[7] Heppler, G., Hansen, J., Time integration of the equations of motion of a structural system including damping. AIAA Journal 21(1983)9 pp. 1301-1309.

[8] Kaasinen, H., Suorien integrointimenetelmien vertailu stabiilius- ja tarkkuusominaisuuksien suhteen. Rakenteiden Mekaniikka 14(1981)1 s. 10-22.

Niemi, Jarmo, dipl.ins., Tampereen teknillinen korkeakoulu, Teknillisen mekaniikan laitos