

KIMMOPLASTISET MENETELMÄT MURTUMA-ANALYYSEISSA

Alpo Neuvonen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 17
No 2 1984 s. 37...46

YHTEENVETO: Artikkelissa tarkastellaan kimmoplastisia J-integraalin laskentamenetelmiä. Pääpaino on VCE-menetelmässä ja siihen perustuvan General Electric Companyn kehittämän VIRTUAL-ohjelman tarkastelussa. Energian vapautumisasteen G laskemista elementtimenetelmällä on käsitelty lyhyesti. Sovellusesimerkkinä on tarkasteltu paineastiassa olevaa pyörähdysymmetristä säröä kimmoisessa ja plastisessa tapauksessa (von Mises, Ramberg-Osgood). VCE-menetelmän soveltuvuus kolmiulotteisten säröjen analysointiin on osoitettu laskemalla G:n vaihtelu elliptisen särön kärkirintamassa. Lyhyesti on myös käsitelty särön kärkialueen mallintamista oikean jännitys- ja venymäkentän kuvaamiseksi.

JOHDANTO

Rakenteiden, joissa esiintyy säröjä ja jotka vaurioituessaan voivat aiheuttaa huomattavia aineellisia ja henkilömenetyksiä, turvallisuutta on jo pitkään arvioitu lineaarisesti kimmoisilla teorioilla, jotka soveltuvat lähinnä hauraasti käytettyville materiaaleille. Teoriat perustuivat aluksi analyttisiin ratkaisuihin mutta myöhemmin numeeriset menetelmät ovat yleistyneet tietokoneiden ja ohjelmien kehittymisen myötä.

Rakenne voi käyttäytyä epälineaarisesti joko materiaalin (paineastiassa särön ympäristö) tai geometrian (ohutkuorirakenteet) suhteen. Ydinreaktorin paineastian teräs on ennen säteilyvanhenemistä hyvin sitkeää. Turvallisuusanalyyseissa on kuitenkin laitoksen vanhetessa otettava huomioon sekä säröjen liikkeellelähtö- ja kasvuerkkyyden että materiaaliominaisuuksien muuttuminen.

Siirtyminen lineaarisen K_I -arvon määrittämisestä kimmoplastisen J-integraalin laskemiseen on mahdollistanut aikaisempaa tarkemmat analyysit. Näin on voitu vähentää ylikonservatiivisuutta ja toisaalta on voitu todeta, että lineaarisesti kimmoiset menetelmät antavat tietyissä tapauksissa epäkonservatiivisia tuloksia //.

J-integraali on murtumisparametri, joka voidaan laskea eri menetelmin. Toinen tärkeä parametri on energian vapautumisaste G, joka voidaan laskea virtuaalisen särönkasvun menetelmällä (virtual crack extension method - VCE). Sen laskentata-
van ovat esittäneet mm. Parks ja Hellen /5/, /9/. Kolmas parametri on särön kär-

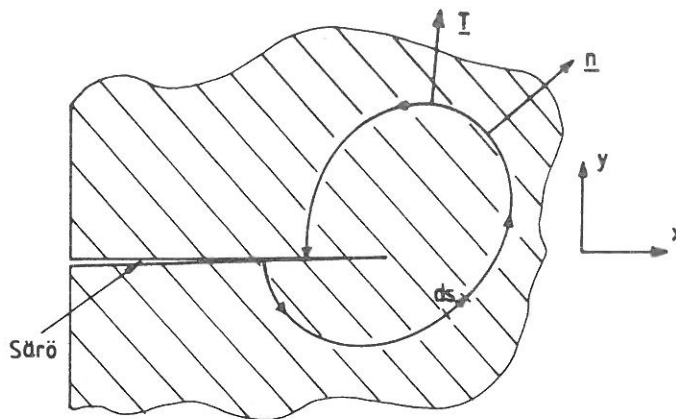
jen avauma COD (crack opening displacement). Kolmiulotteisten säröjen analysointi perustuu nykyisin paljolti COD-arvon määrittämiseen tai VCE-menetelmän käyttöön.

KATSAUS J-INTEGRAALIN JA VCE-MENETELMÄN TEORIAAN

J-integraalin käyttö särön liikkeellelähettä ja etenemistä kuvaavana parametrina on jatkuvasti lisääntynyt ja useiden materiaalien kriittisiä J-arvoja on jo kirjallisuudesta saatavissa. Kaksiulotteisten taso- ja pyörähdyssymmetristen säröjen J-integraali voidaan laskea kaavasta /8/

$$J = \int_c (W dy - \underline{T} \cdot \frac{du}{dx} ds) - \int_v \underline{f} \cdot \frac{du}{dx} dv, \quad (1)$$

missä c on kuvan 1 mukainen integrointitie, W on materiaalin muodonmuutosenergia- tiheys, \underline{T} on integrointitien normaalin \underline{n} suuntainen pintavoimavektori ja \underline{f} sisäinen voimavektori. Yhtälön (1) mukainen integraali on integrointitiestä riippumaton kimmoisille ja muodonmuutosteoriaan perustuville plastisille materiaalimalleille /2/. Kaksiulotteisessa tapauksessa J-integraalin laskenta on helposti lisättävissä olemassa oleviin elementtimenetelmäohjelmiin. Kolmiulotteisille säröille J-integraalin laskenta johtaa hankalaan pintaintegrointiin. Jos rakenteessa on tilavuuskuormia, joudutaan suorittamaan myös tilavuusintegrointi integrointipinnan sisällä.



Kuva 1. Tyypillinen J-integraalin määrittämispolku.

Niinpä VCE-menetelmä, jossa energian vapautumisasteen määrittäminen suoritetaan aina tilavuusintegraalina, onkin nykyisin yleisin J-integraalin laskentamenetelmä kolmiulotteisille säröille. J-integraali- ja VCE-menetelmässä joudutaan suorittamaan myös pintaintegrointi mikäli särön sisäpintaan vaikuttaa painekuormitus. Säröä avaavan painekuorman vaikutuksen huomioon ottaminen tapahtuu samalla tavalla molemmilla menetelmillä. deLorenzi on osoittanut koordinaattiakselisto voitavan asettaa siten, että eräs J-vektorin komponenteista = G /8/.

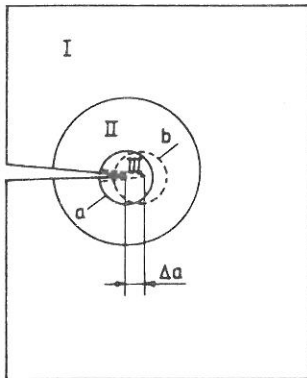
Jos Δa esittää yksikön levyisen särön syvyyden kasvua ja G on laskettu yksikölevyyttä kohden, on voimassa /8/

$$G = J \cdot \Delta a, \quad (2)$$

jossa energian vapautumisaste G määritellään /1/

$$G = \frac{1}{A_c} \int_V \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - W \delta_{ik} \right] \frac{\partial \Delta x_k}{\partial x_i} - f_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Delta x_j \right\} dv - \frac{1}{A_c} \int_S t_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Delta x_j dS; \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Lausekkeessa on A_c särön pinta-alan lisäys, v integrointitilavuus, S särön pinta-ala, σ_{ij} jännitystensori, u_i siirtymävektori ja W muodonmuutosenergiatiheys. f_i on tilavuus- ja t_i pintavoimavektori, δ_{ij} Kroneckerin deltafunktio ja Δx_j kuvausfunktio, joka muuntaa rakenteen tilasta a tilaan b kuvan 2 mukaisesti.



Kuva 2. VCE-menetelmän periaate.

VCE-menetelmä perustuu kahden särön-pituudeltaan toisistaan hieman poikkeavan rakenteen sisäisten energiatiilojen vertaamiseen. Kuvausmenetelmä (mapping) on eräs tapa suorittaa tämä singulaaristen jännitys- ja venymäkenttien vertailu /2/. Hellen ja Parks johtivat VCE-menetelmän lähtien elementtimenetelmän perusyhtälöistä. Myöhemmin deLorenzi on johtanut tämän menetelmän lähtien kontinuumimekaniikasta. Täten VCE-menetelmä on täysin yleinen elementtimenetelmästä riippumaton. VIRTUAL-ohjelmassa deLorenzi on soveltanut kehittämäänsä yleistä formulointia.

VCE-menetelmässä särön kärkeä ympäröivää elementtiverkkoa siirretään virtuaalisesti särönkasvun simuloimiseksi. Kuva 2 havainnollistaa menetelmän perusideaa. Aluetta III on siirretty Δa :n verran oikealle, jolloin alueelle II, joka VCE-menetelmässä on yleensä yksi elementtikerros, saadaan aikaan siirtymätila. Tämä muuttuu Δa :sta nolliin siirryttäessä alueelta III alueelle I.

Alueen I kuvaus oletetaan aina identtiseksi. Erikoistapauksessa alue III voi tyypistyä pisteeksi, jolloin yksi elementtikerros välittää kuvauksen tilasta a tilaan b.

Virtuaalista särönkasvua vastaava särön pinta-alan kasvu A_c kaksiulotteisille malleille on helposti laskettavissa ja se on

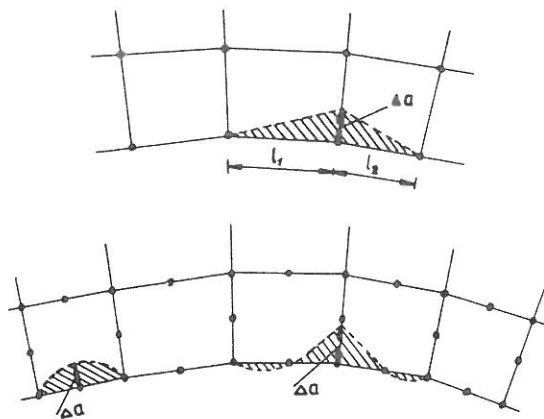
$$A_c = t \cdot \Delta a , \quad (4)$$

missä t on särörintaman leveys.

Kolmiulotteisilla elementeillä särön pinta-alan kasvu on edellistä mutkikkaampaa, koska virtuaalinen siirros kohdistuu vain yhteen kohtaan särörintamassa. 8-solmuisille vakiovenymän kolmiulotteisille elementeille särön pinta-alan kasvua on havainnollistettu kuvassa 3a ja kasvu lasketaan kaavasta

$$A_c = \frac{1}{2} (l_1 + l_2) \Delta a . \quad (5)$$

20-solmuisilla isoparametrisilla kolmiulotteisilla elementeillä särön pinta-alan kasvun määrittämisessä joudutaan käyttämään elementin muotofunktioita. Eri-
laisia särönkasvumuotoja on esitetty kuvassa 3b. Pinta-alan kasvua on yksityiskohtaisesti käsitelty lähteessä [1].



Kuva 3. Särön pinta-alan kasvu 8- ja 20-solmuisilla kolmiulotteisilla elementeillä.

SÄRÖN KÄRKIALUEEN MALLINTAMINEN

Aiemmin pyrittiin käyttämään erikoiselementtejä särön kärjen jännitys- ja venymäkenttien singulaarisuuksien kuvaamiseen. Sittemmin on osoitettu isoparametristen elementtien olevan hyvin tehokkaita myös särötehtävissä ja tämän vuoksi erikoiselementit ovat saaneet väistyä.

Siirtämällä isoparametrinen elementin solmupisteitä sopivasti saadaan särön kärkeen jännitys- ja venymäkentät, jotka vastaavat lineaarisesti kimmoisen materiaalin $1/\sqrt{r}$ -singulaarisuutta ja ideaaloplastisen materiaalin $1/r$ -singulaarisuutta $/2/$, $/4/$. Yhdistämällä isoparametrinen elementin yhden sivun solmut samaksi solmupisteeksi ja siirtämällä viereisten sivujen solmuja neljäsosapisteisiin saadaan venymäkenttään $1/\sqrt{r}$ -singulaarisuus.

Siirtämällä elementin yhden sivun solmupisteitä siten, että ne ovat alkuaan saamassa kohdassa, mutta muodonmuutoksen myötä voivat erota toisistaan, saadaan särön kärkeen $1/r$ -singulaarinen venymäkenttä. Käytännössä kaikki materiaalit muokkautuvat plastisoituessaan ja siksi ei ole selvää, mikä mainituista singulaarisuusmalleista parhaiten kuvaa särön todellista käyttäytymistä. On havaittu, että ty pistetyillä elementeillä ($1/r$ -sing.) saadaan myös kimmoisessa tapauksessa melko tarkka jännitysintensiteettikertoimen arvo $/2/$, $/4/$. Tässä selvityksessä on käytetty kauttaaltaan ty pistettyjä säröelementtejä, jotka sallivat myös särön kärjen pyöristymisen.

VIRTUAL-OHJELMA ADINAN JÄLKIKÄSITTELIJÄNÄ

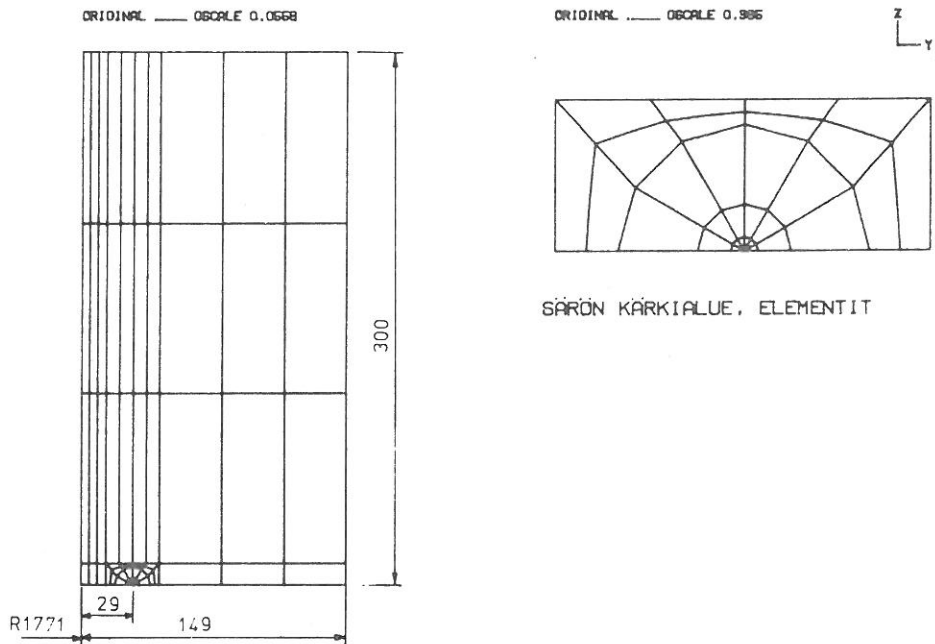
Jälkikäsitteilyohjelma VIRTUAL on kehitetty energian vapautumisasteen G laskemiseksi 2D-, 3D-, pyörähdyssymmetrisille ja kuorirakenteille, Tarvittavat jännitys-, venymä- ja siirtymätiedot saadaan suoraan ADINAN laskemista tuloksista. Muodonmuutosenergiatiheys voidaan laskea näistä suureista kimmoiselle tai Ramberg-Osgood-mallia noudattavalle materiaalille. Myötösääntöä noudattavalle materiaalille (von Mises) on ADINA-ohjelmaan tehty lisäyksiä 2D- ja 3D-aliohjelmiin siten, että aliohjelmissä lasketaan muodonmuutosenergiatiheydet integrointipisteissä.

Kolmiulotteisessa tapauksessa VIRTUAL-ohjelma laskee automaattisesti ensimmäisen annetun integroimistien avulla seuraavat säteittäiset integrointipolut. Ohjelma laskee myös elliptiselle särölle tietyn rintamapisteen kasvusuunnan.

VIRTUAL-ohjelma laskee särön kärjen avauman (COD) säröä ympäröivien solmupisteiden siirtymistä avaumakulman ollessa 90° . COD-arvo tulostetaan jokaisella kuoritusaskeleella.

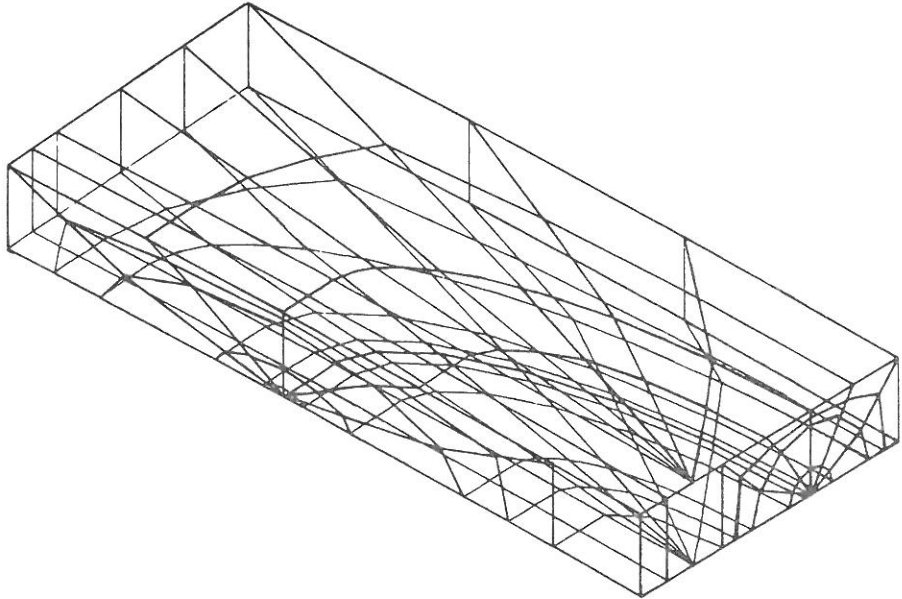
SOVELLUSESIMERKKI

Sovellusesimerkkinä on tarkasteltu paineastiassa olevaa pyörähdysymmetristä säröä. Kuormituksena on astian sisäinen paine p , josta aiheutuva seinämän aksiaalinen vetojännitys $\sigma_z = 5,7 p$. Paineastian geometria ja laskentamalli on esitetty kuvassa 4. Särön syvyys $a = 29$ mm. Vastaavan syvyistä kolmiulotteista säröä on analysoitu kuvan 5 mukaisella mallilla. 2D-mallissa on 66 pyörähdysymmetristä isoparametrista 8-solmuista elementtiä ja 239 solmupistettä, joista kertyy 461 vapausastetta. Jännitysanalyysi on suoritettu ADINA-ohjelmalla käyttäen kolmea eri materiaalimallia. Kimmoisen materiaalimallin kimmokerroin $E = 200$ GPa ja Poissonin vakio $\nu = 0,3$. Kimmoplastisen (von Mises) mallin vakiot ovat $E = 200$ GPa, $\nu = 0,3$, $\sigma_y = 400$ MPa ja $E_T = 1,5$ GPa.



Kuva 4. Paineastian pyörähdysymmetrinen särömalli.

ORIGINAL ——— OSSCALE 0.238



Kuva 5. Semi-elliptinen 3D-särömalli.

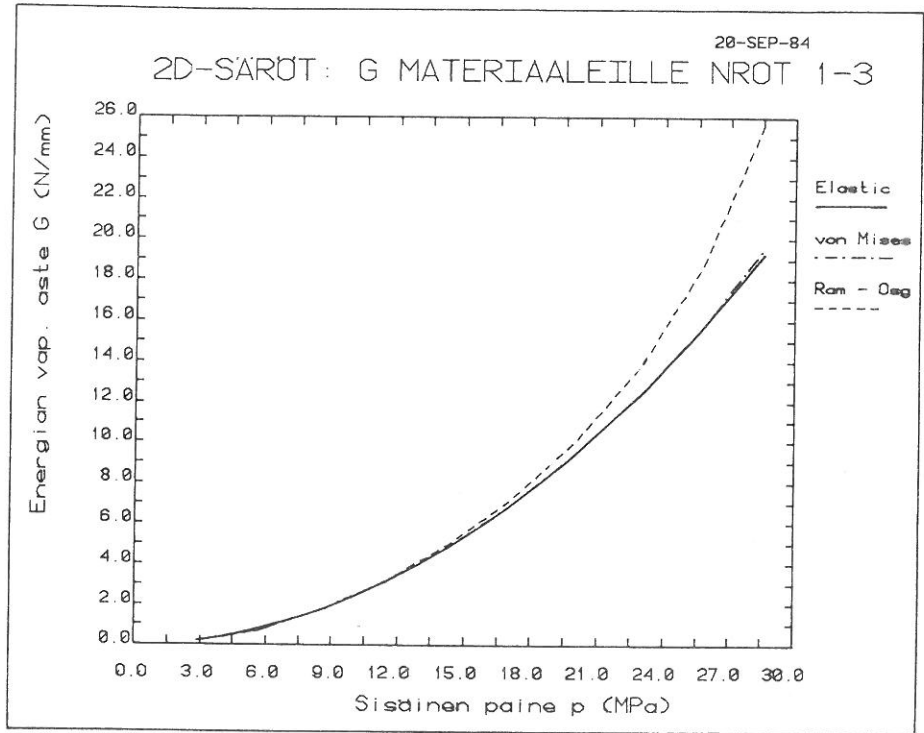
Kolmas materiaalimalli on Ramberg-Osgoodin potenssilujittumislaki

$$\frac{e}{e_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n, \quad (6)$$

missä $\sigma_0 = 400$ MPa, $e_0 = 0,002$, $n = 8,8$ ja $\alpha = 1,4$. Tarkempi esitys Ramberg-Osgood-materiaalimallista on lähteessä /2/. 3D-analyysissä on käytetty kimmoista materiaalia.

Laskennan tulokset on esitetty graafisesti ja taulukoituna. Kuvassa 6 on esitetty energian vapautumisaste G sisäisen paineen funktiona eri materiaalimalleille. Kimmoisessa tapauksessa on suoritettu vain yksi jännityslaskenta, epälineaarisissa analyyseissa on käytetty kymmentä kuormitusinkrementtiä vasteen ratkaisemiseksi. Taulukossa 1 on esitetty VIRTUAL-ohjelman tulostamat COD-arvot.

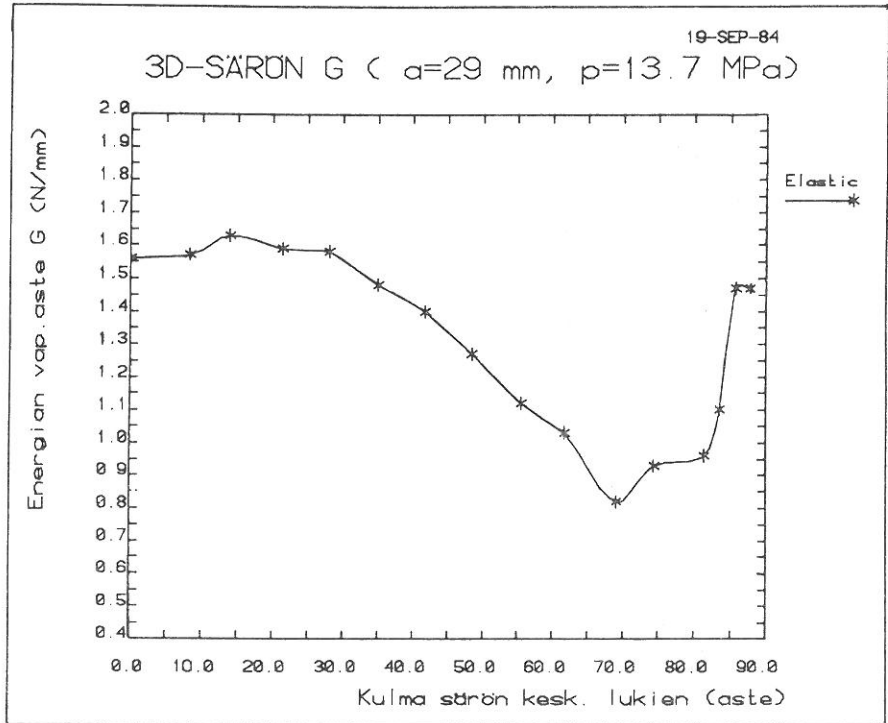
Kuvassa 7 on esitetty 3D-särölle laskettu energian vapautumisaste G kulman funktiona alkaen särörintaman keskeltä. Laskentapaine on 14,3 MPa.



Kuva 6. Energian vapautumisaste G eri materiaalimalleilla laskettuna.

Taulukko 1. Särön kärjen avaukset.

p [MPa]	COD [mm]			
	2 D			3 D
	Kimmoinen	von Mises	Ramberg-Osgood	Kimmoinen
2,83	0,0100	0,0020	0,0020	0,0065
5,72		0,0040	0,0040	
8,58		0,0060	0,0064	
11,44		0,0084	0,0105	
14,3		0,0117	0,0160	
17,16		0,0160	0,0225	
20,02		0,0210	0,0305	
22,88		0,0267	0,0405	
25,74		0,0329	0,0542	
28,60		0,0496	0,0725	



Kuva 7. G:n vaihtelu 3D-särön särörintamassa.

LOPPUPÄÄTELMÄT

VCE-menetelmä on yksinkertaistanut J-integraalin laskentaa. Menetelmä on mahdollistanut materiaalien muokkauslujittumisen ja vikojen kolmiulotteisen luonteen huomioon ottamisen. Artikkelissa esitetty energian vapautumisasteen G laskentatekniikka on mahdollista sijoittaa varsinaiseen analysointiohjelmaan tai suorittaa G:n laskenta jälkikäsitteilyohjelmalla. Tässä esitetyt sovellusesimerkit on laskettu VIRTUAL-jälkikäsitteilyohjelmalla käyttäen ADINA-ohjelman antamia tuloksia. VIRTUAL-ohjelma on osoittautunut tehokkaaksi ja helppokäyttöiseksi.

Sovellusesimerkeissä lasketut tapaukset valaisevat VCE-menetelmän monipuolisuutta kimmoplastisissa 2D- ja 3D-säröanalyysissä. Saaduista tuloksista voidaan tehdä seuraavia päätelmiä:

- Särön kärjen plastisoituminen vaikuttaa energian vapautumisasteeseen G silloin kun plastisoituminen on huomattavaa. Ramberg-Osgood-mallilla saatu G:n nopeampi kasvu muihin malleihin verrattuna johtunee annetusta materiaalilaista. Kim-

- moisella ja von Misesin mallilla saadut tulokset ovat likipitään samat. Eroa tuloksissa on havaittavissa vasta suurilla paineen arvoilla.
- Mitoituspainella (14 MPa) suoritettavat kimmoteoreettiset analyysit antavat riittävän kuvan särön vaarallisuudesta. Korkeammilla paineen arvoilla kimmoteoria johtaa epäkonservatiivisiin tuloksiin.
 - Särön muodolla on ratkaiseva merkitys sen liikkeellelähtöherkkyyteen haurasmurtumatapauksissa. Puoli-elliptisen 3D-särön energian vapautumisaste on huomattavasti pienempi kuin syvydeltään vastaavan pyörähdyssymmetrisen särön. Tässä analyysissa G-arvojen eroksi saatiin 67 %.

LÄHDELUETTELO

- [1] deLorenzi, H.G., Energy release rate calculations by the finite element method, General Electric Company TIS Report No. 82CRD205, Aug. 1982.
- [2] deLorenzi, H.G., 3-D elastic-plastic fracture mechanics with ADINA, Computers and Structures, Vol. 13, 1981, pp. 613-621.
- [3] Yang, C.Y., Palusamy, S.S., VCE method of J determination for a pressurized pipe under bending, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 105, Feb. 1983, pp. 16-22.
- [4] Prij, J., Two and three dimensional elasto-plastic finite element analyses of a compact tension test specimen, IAEA specialists' meeting on reliability engineering and lifetime assessment of primary components, 1-3 Dec. 1980, Vienna.
- [5] Parks, D.M., Virtual crack extension: a general finite element technique for J-integral evaluation, Proc. first international conference on numerical methods in fracture mechanics, Swansea, England, 1978, pp. 464-478.
- [6] deLorenzi, H.G., VIRTUAL users' guide, General Electric Company TIS Report No. 82CRD269, Oct. 1982.
- [7] deLorenzi, H.G., Elastic-plastic analysis of the maximum postulated flaw in the beltline region of a reactor vessel, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 104, Nov. 1982, pp. 278-286.
- [8] deLorenzi, H.G., On the energy release rate and the J-integral for 3-D crack configurations, Int.Journ. of Fracture, Vol. 19, 1982, pp. 183-193.
- [9] Hellen, T.K., Cesari, F., Maitan, A., The application of fracture mechanics in thermally stressed structures, Central Electricity Generating Board, Report RD/B/5039N81, 1981.

Alpo Neuvonen, dipl.ins., Imatran Voima Oy