

IVOFEM-OHJELMAN NYKYTILAN ESITTELY

Seppo Orivuori

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 17
No 2 1984, s. 1...19

YHTEENVETO: Artikkelissa luodaan perusteellinen katsaus IVOFEM-ohjelman kehityshistoriaan. Katsauksessa luetellaan vuosittain tapahtuneet muutokset ja tulleet uudet piirteet. Nykytilan kuvauksessa esitellään ohjelman soveltuvuusalueet, erityispiirteet sekä lukuisat esi- ja jälkikäsitteilyohjelmat. Vuoden 1978 lopulla ohjelmaan liitettylle erikoiselle sylinterikuorielementille uhrataan runsaasti tilaa. Tällä sylinterikuorielementillä saatuja tuloksia havainnollistetaan kolmen esimerkin avulla.

YLEISTÄ

IVOFEM on elementtimenetelmään perustuva ohjelma kenttäprobleemoiden, levy- ja laattatehtävien, kolmidimensioisten jännitystehtävien sekä sylinterimäisten että yleisten ohuiden kuorirakenteiden ratkaisemiseen.

Tehtävien ratkaisutarpeet ovat ohjanneet koko ajan ohjelman kehitystyötä.

Imatran Voima Oy:ssä tehtiin pieniä erillisiä FEM-ohjelmia jo 60-luvun lopussa. IVOFEMin ohjelmointi alkoi vuoden 1972 keväällä. Näitä ohjelman varhaisvaiheita on jo kuvattu artikkelissa /1/. Siksi tässä tyydytään vain lyhyesti toteamaan, että alussa ohjelmaan sisältyi kolmion- ja suorakaiteenmuotoinen elementti kenttäprobleemoiden ratkaisemiseksi xy-geometriassa, vastaavat elementit pyörähdyssymmetristen kappaleiden jännitystehtäviin sekä 12-vapausasteen suorakaide-laattaelementti. Artikkelissa /1/ kuvattu ohjelman rakenne on säilynyt. Suurin osa koodista on tosin kirjoitettu uudelleen.

KATSAUS KEHITYSHISTORIAAN

Seuraavassa esitetään luettelomaisesti ohjelman kehityskulku.

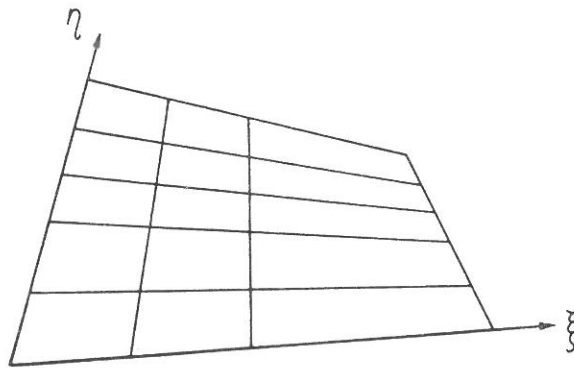
Vuosi 1976

- kenttäprobleemakolmion uudistaminen soveltuvaksi niin taso- kuin pyörähdyssymmetrisiin tehtäviin,
- kenttäprobleemasuorakaiteen korvaaminen isoparametrisella nelikulmioelementillä

- mahdollistaen samalla myös rz-geometrian tehtävät,
- vastaavasti uudistettiin pyörähdysymmetriset jännityselementit soveltuviksi myös levytehtäviin.

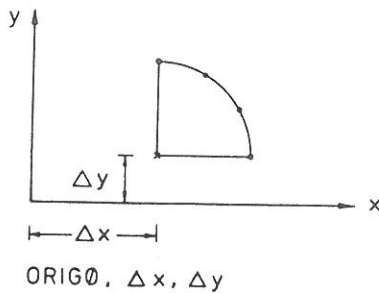
Vuosi 1977

- mallin laatimisen helpottamiseksi solmupisteiden generoinnissa epätasainen hila-
jako (kuva 1),
- tilapäisen origon käyttö solmujen määrittelyä varten (kuva 2),
- mahdollisuus valikoida jännitystulostettavat elementit (kuva 3),
- laatan yhteydessä mahdollisuus valita momenttitulostus elementittain keskipis-
teessä tai kulmapisteissä,
- kuormitustietojen kaksisuuntainen generointi (kuva 4).



HILAJAKØ , X , 1, 1, 2
HILAJAKØ , Y , 3 3, 2, 2, 2

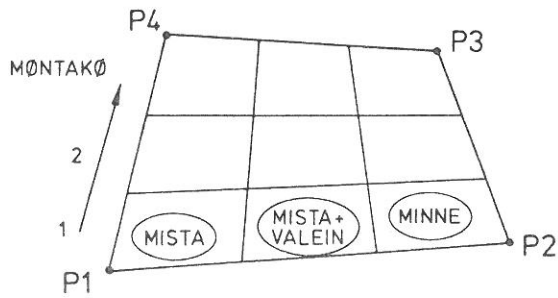
Kuva 1. Epätasaisen solmupistejaon ilmoittaminen koordinaattien generointiin.



Kuva 2. Tilapäisen origon käyttö

TULØSTA , 5, 105, 5, 2, 11, 3

Kuva 3. Jännitystulostettavien elementtien valinta; elementistä 5 elementtiin 105 viiden väleihin jne.

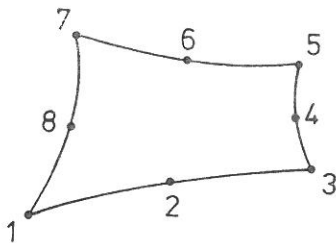


PAINE , MISTA , MINNE ,
VALEIN , MONTAKØ ,
P1 , P2 , P3 , P4

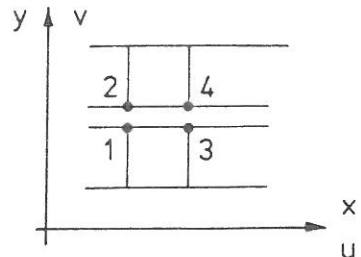
Kuva 4. Generoidaan paineen solmuarvot elementeille, joiden numerot vaakasuunnassa ovat MISTA, MISTA + VALEIN, ..., MINNE ja ovat numeroltaan peräkkäisiä pystyriveillä.

Vuosi 1978

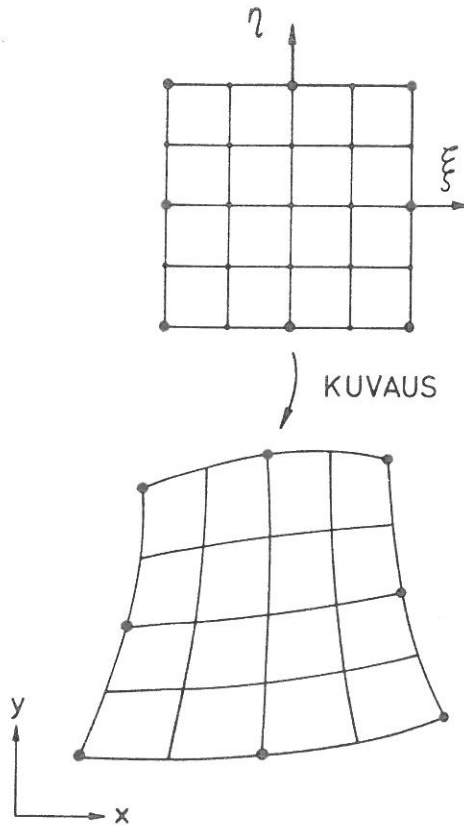
- lähtöarvojen syöttö valinnaisesti vapaalla tai kiinteällä formaatilla,
- isoparametrinen 8-solmuinen levy- ja pyörähdykappale-elementti (kuva 5),
- mahdollisuus käyttää koordinaattigeneroinnissa 8-solmuisen elementin muotofunktioita sallien täten kaarevareunaisten alueiden käsittelyn (kuva 6),
- ohjelmaan sisäänrakennettuja materiaaleja,
- kimmokertoimen ja lämpöpitenemiskertoimen lämpötilariippuvuus,
- erilaisia kahden solmun vapausasteiden välisiä kytkentöjä (kuva 7),
- jännitystulostus haluttaessa tiedostoon,



Kuva 5. Isoparametrinen 8-solmuinen elementti.



Kuva 7. Toisiinsa nähden x-suunnassa liukuvat pinnat, y-suunnassa sama liike: $v_1=v_2$ ja $v_3=v_4$ jne.

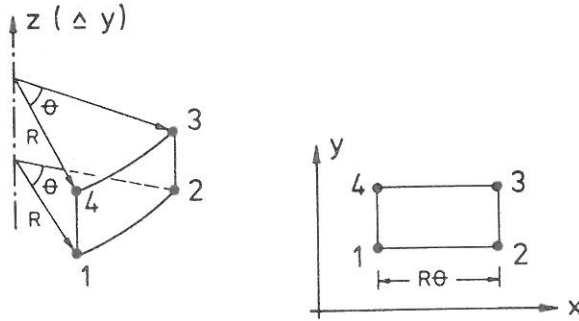


Kuva 6. Kaarevareunaisten alueiden generointi 8-solmuisilla muotofunktioilla.

- keskipakovoiman käsittelymahdollisuus pyörähdyssymmetrisillä kappaleilla,
- mallin piirturikuvien piirättämismahdollisuus (sekä CalComp- että rivikirjoitinkuvat),
- datarivien formaattien standardointi: kokonaisluvut 5 ja desimaaliluvut 10 sarakkeen mittaisiin kenttiin,
- erityinen sylinterikuorielementti mielivaltaisen sylinterimäisen rakenteen jännitysanalyysiin (kuva 8).

Vuosi 1979

- laskentamallin laatimisen helpottamiseksi mahdollisuus muuttaa jälkepäin yksittäisiltä elementeiltä mm. paksuutta, materiaalinumeroa tai peräti poistaa elementti mallista (kuva 9),
- ripamaisen levelementin liittäminen sylinterikuoreen,
- lukuisat piirturijälkikäsitteilyohjelmat.



Kuva 8. Sylinterikuorielementti tasoon levitettyinä.

Vuosi 1980

- ortotropia levy- ja laattatehtäviin,
- konvertointi CDC:n Cyber-koneelle.

MØDELE, MISTA, MINNE,
VALEIN, MUUTØS,
UUSIARVØ

Vuosi 1981

Tämä vuosi oli IVOFEM-historian siihen mennessä voimakkain kehitysjakso. Ohjelman muutoksista sekä uusista piirteistä mainittakoon

Kuva 9. Elementtitiedon muuttaminen generoinnin jälkeen. Elementteiltä MISTA, MISTA + VALEIN, ..., MINNE muutetaan MUUTOS-parametrin osoittama asia: MUUTOS=MATERI, PAKSUU, TYYPPI tai POISTO.

- täysin dynaaminen ydinmuistin käyttö (sekä isot että pienet tehtävät käsiteltävissä helposti samalla ohjelmaversiol-la),
- desimaalilukujen käsittely joko yhden tai kahden sanan tarkkuudella (single tai double precision),
- kolmidimensioisia tehtäviä varten myös z-koordinaattien määrittelyn mahdollisuus; samoin kuormitusten kuvailu 3D-elementeille,
- jäykkyyserivaattamenetelmään perustuva IVOFEMin jälkikäsitteijä IVOCRK /2/,
- lämpöpotentiaalienergian /2/ laskeminen elementteittäin levy-, pyörähdys- ja 3D-tehtävissä IVOCRK-ohjelmaa varten,
- jännitysten ja momenttien sama-arvokäyrät.

Vuosi 1983

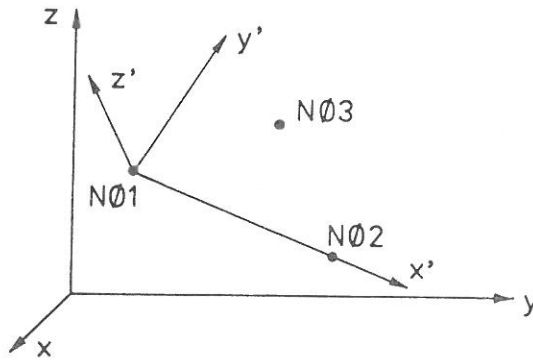
Ohjelma konvertoitiin VAX-koneelle. Ohjelman ratkaisutehokkuuden säilyttämiseksi myös VAX-ympäristössä muutettiin elementtitiedosto (03) oman puskuroinnin avulla poimintamuotoiseksi. Yhtälöryhmän ratkaisussa käytettävät tiedostot 01 ja 02 jouduttiin myös saattamaan poimintamuotoiseksi omaa puskurointia käyttäen. Edellä kuvatuilla toimilla vältettiin BACKSPACE-käskyjen runsas keskusyksikköajan

kulutus VAX-koneella.

Vuosi 1984

Ohjelman kehitystyö siirtyi VAX-koneelle. Lukuisista ensimmäisen vuosipuoliskon aikana syntyneistä uusista piirteistä mainittakoon mm.

- solmukohtaiset koordinaatistot; reunaehdot ja solmuvoimat annetaan sekä siirtymät ja tasapainotarkistus saadaan tässä koordinaatistossa (kuva 10),



KSYSTE , NR0 , N01 , N02 , N03

Kuva 10. Paikallisen koordinaatiston NR0 määrittely kolmen solmun N01, N02 ja N03 avulla.

- Clough-Felippan nelikulmiokuorielementin liittäminen ohjelmaan (vrt. SAP-IV ohjelma),
- reunaehtokoodien yhdistämismahdollisuus (kuva 11).

```
REUNAE , N01 , , , 1 , 0 , 0
REUNAE , N01 , , , 0 , 1 , 0
```

Kuva 11. Solmun reunaehtokoodin yhdistäminen. Lopputulos: solmulle N01 tulee reunaehtokoodi 110. Yhdistäminen astuu voimaan LISAA-nimisen rivin avulla. Ilman tätä jää solmun N01 reunaehdoksi 010.

OHJELMAN NYKYTILA

Ohjelmasta on nykyään olemassa Honeywell-, CDC- ja VAX-versio. Ohjelma tarjoaa

helpon tavan analysoida seuraavia lineaarisia ajasta riippumattomia tehtäviä:

- lämpötilajakaumat xy - tai rz -geometriassa (IVOHEAT /3/ kattaa kolmidimensioiset tehtävät),
- suotovirtaustehtävät,
- levytehtävät,
- laattatehtävät,
- sylinterimäiset kuoret,
- kolmidimensioiset mielivaltaiset kappaleet,
- yleiset kuoritehtävät (ohuet kuoret).

Ohjelman käytön tekee helpoksi selväpiirteinen suomenkielinen käyttäjän opas.

Erityispiirteistä mainittakoon

- lähtöarvojen anto vapaassa ja/tai kiinteässä muodossa,
- helppo epätasaisen solmujaon aikaansaanti,
- elementtien paksuuksien, materiaalien ja tyyppinumeroiden muuttaminen generoinnin jälkeen,
- elementtien poistaminen generoinnin jälkeen (aukot),
- kahden solmun vapausasteiden toisiinsa kytkentä mahdollisuuksia,
- solmujen, elementtien ja kuormien generointimahdollisuus yhdessä, kahdessa tai kolmessa suunnassa,
- materiaaliominaisuuksien lämpötilariippuvuus,
- IVOFEMillä tai IVOHEATilla /3/ lasketun lämpötilajakauman helppo siirto jännityslaskentaan,
- selkeä tulostus,
- lukuisat jälkikäsitteilyohjelmat:
 - IVOPLOT: mallin piirturikuvat,
 - MOMPLOT: momenttipinnat,
 - NIVPLOT: lämpötilojen, jännitysten, momenttien ja siirtymien sama-arvokäyrät,
 - PRINPLO: pääjännitysjaakaumat,
 - STRPLOT: pääjännitysvektoriinuohipiirroksat,
 - VEKPLLOT: vuovektoripiirroksat,
- apu ongelmatilanteissa yhtä lähellä kuin lähin puhelin; avun saanti vaikeuksissa on mahdollista, koska ohjelman läpikotainen tuntemus on Suomessa.

ERITYINEN SYLINTERIKUORIELEMENTTI

Käytännössä esiintyy usein sylinterimäisiä rakenteita, joiden kuormitukset muuttavat kehäsuunnassa. Yleiskäyttöisten ohjelmien kuorielementit ovat monasti tasomaisia ja myös varsin kalliita. Yhdistämällä suorakaiteen muotoinen levy- ja laattaelementti saadaan seuraavassa esitetyllä tavalla edullinen sylinterikuorielementti,

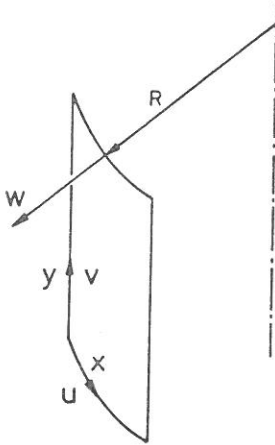
joka ottaa huomioon kehän suunnan kaarevuuden.

Tarvittava kuoriteoria

Loven teoriaa sylinteriin sovellettuna /4/ saadaan z:n etäisyydellä keskipinnasta olevan pisteen muodonmuutokset siirtymistä lausekkeilla

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R} + z \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ e_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + z \left(-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + z \left(-2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

joissa käytetyt merkinnät selviävät kuvasta 12.



Kuva 12. Sylinteripinta, jossa x tarkoittaa kehän suuntaista koordinaattia, y on aksiaalinen ja z normaalin suuntainen koordinaatti ($-h/2 \leq z \leq h/2$, h on kuoren paksuus); R on sylinterin keskipinnan säde; u, v ja w ovat keskipinnan siirtymät kehän, akselin ja normaalin suunnassa.

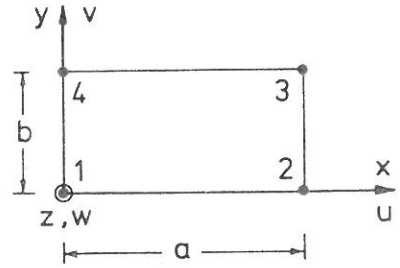
Jännitysten ja muodonmuutosten välinen yhteys on tasojännitystilän mukainen

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (2)$$

jossa $\{\sigma\} = [\sigma_x \sigma_y \tau_{xy}]^T$, $\{\epsilon\} = [\epsilon_x \epsilon_y \gamma_{xy}]^T = \{e\} - \{e\}_T$, $\{e\}_T = \alpha T [1 \ 1 \ 0]^T$, α on lämpöpiteneemiskerroin, T on lämpötilan muutos jännityksettömästä tilasta ja [D] on tasojännitystilaa vastaava kimmomatriisi.

Elementin käsittely

Tarkastellaan kuvan 13 suorakaiteen muotoista elementtiä, joka ajatellaan kietaistuksi sylinteripinnalle siten, että y-akseli on sylinterin akselin suuntainen. Approksimoidaan u- ja v-siirtymää suorakaidelevyelementin käsittelyn yhteydessä käytetyillä muoto-funktioilla. Radiaaliselle w-siirtymälle taasen käytetään epäyhteensopi- van 12 vapausasteen laattaelementin muotofunktioita. Siis



Kuva 13. Sylinterikuorielementti ta- soon levitettyinä.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1^m & 0 & N_2^m & 0 & N_3^m & 0 & N_4^m & 0 \\ 0 & N_1^m & 0 & N_2^m & 0 & N_3^m & 0 & N_4^m \end{bmatrix} \{d^m\}, \quad (3)$$

jossa yläindeksillä m ilmaistaan kalvo- eli membraanitilaa, $\{d^m\} = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4]^T$ ja muotofunktioiden lausekkeet ovat (vrt. esim.

/5/, sivu 90) $N_1^m = (1 - \frac{x}{a})(1 - \frac{y}{b})$, $N_2^m = \frac{x}{a}(1 - \frac{y}{b})$, $N_3^m = \frac{x}{a}\frac{y}{b}$, $N_4^m = (1 - \frac{x}{a})\frac{y}{b}$.

Edelleen

$$w = [N^b]\{d\}^b = [N_1^b \ N_{1x}^b \ N_{1y}^b \ N_2^b \ N_{2x}^b \ N_{2y}^b \ N_3^b \ N_{3x}^b \ N_{3y}^b \ N_4^b \ N_{4x}^b \ N_{4y}^b] \{d^b\}, \quad (4)$$

jossa yläindeksillä b ilmaistaan taivutustilaa (bending), $\{d^b\} = [w_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ w_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ w_3 \ \theta_{x3} \ \theta_{y3} \ w_4 \ \theta_{x4} \ \theta_{y4}]^T$, θ_x on kiertymä tangentin (x:n) ympäri $= \frac{\partial w}{\partial y}$,

$\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x}$ ja muotofunktioiden lausekkeet ovat esimerkiksi lähteen /5/ s. 116 pe-

rusteella $N_1^b = 1 - \xi\eta - (3-2\xi)\xi^2(1-\eta) - (1-\xi)(3-2\eta)\eta^2$, $N_{1x}^b = (1-\xi)\eta(1-\eta)^2b$,

$N_{1y}^b = -\xi(1-\xi)^2(1-\eta)a$, jne. Edellä on käytetty merkintöjä: $\xi=x/a$ ja $\eta=y/b$.

Sijoittamalla siirtymälausekkeet (3) ja (4) muodonmuutosten lausekkeisiin (1) saadaan

$$\{e\} = [B^m] \{d^*\}^e + z [B^b] \{d^*\}^e, \quad (5)$$

jossa $\{d^*\}^e = \left\{ \begin{array}{l} \{d^m\}^T \\ \{d^b\}^T \end{array} \right\}^T$, $[B^m] = \left[\begin{array}{l} [B^{mm}] \\ [B^{mb}] \end{array} \right]$,

$[B^b] = \begin{bmatrix} [B^{bm}] \\ [B^{bb}] \end{bmatrix}$, $[B^{mm}]$ on tavanomainen levyelementin muodonmuutosmatriisi,

$$[B^{mb}] = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} N_1^b & N_{1x}^b & N_{1y}^b & N_2^b & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}, \quad [B^{bm}] = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^m}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2^m}{\partial x} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ \frac{\partial N_1^m}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2^m}{\partial y} & \dots \end{bmatrix}$$

ja $[B^{bb}]$ on tavanomainen laattaelementin muodonmuutosmatriisi.

Sijoittamalla kaavat (5) ja (2) muodonmuutosenergian $\frac{1}{2} \int_V \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dv$ kaavaan saadaan elementin jäykkyyssmatriisin lauseke

$$[k^*]^e = \begin{bmatrix} [k^{mm}] & [k^{mb}] \\ [k^{bm}] & [k^{bb}] \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\text{jossa } [k^{mm}] = \int_V [B^{mm}]^T [D] [B^{mm}] dv + \int_V z^2 [B^{bm}]^T [D] [B^{bm}] dv,$$

$$[k^{mb}] = \int_V [B^{mm}]^T [D] [B^{mb}] dv + \int_V z^2 [B^{bm}]^T [D] [B^{bb}] dv = [k^{bm}]^T,$$

$$[k^{bb}] = \int_V [B^{mb}]^T [D] [B^{mb}] dv + \int_V z^2 [B^{bb}]^T [D] [B^{bb}] dv.$$

Matriisi (6) edellyttää elementin vapausasteilta järjestystä: $u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4, w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, w_3, \theta_{x3}, \theta_{y3}, w_4, \theta_{x4}, \theta_{y4}$. Lopullinen jäykkyyssmatriisi $[k]^e$ saadaan lausekkeesta (6) järjestämällä sen vaaka- ja pystyriivit noudattamaan vapausastejärjestystä $u_1, v_1, w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, u_2, \dots$

Muodonmuutosenergian lausekkeesta selviää myös lämpökuormitusta vastaavat solmuvoimat

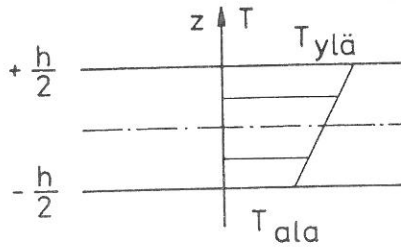
$$\{f^*\}_T^e = \begin{bmatrix} \{f^m\}_T \\ \{f^b\}_T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\text{jossa } \{f^m\}_T = \int_V [B^{mm}]^T [D] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha T^0 dv + \int_V z^2 [B^{bm}]^T [D] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha \frac{dT}{dz} dv,$$

$$\{f^b\}_T = \int_V [B^{mb}]^T [D] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha T^0 dv + \int_V z^2 [B^{bb}]^T [D] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \alpha \frac{dT}{dz} dv.$$

Lämpötilajakaumana (kuva 14) on käytetty kaavaa $T = T^0 + z \frac{dT}{dz}$, jossa

$$T^0 = \frac{1}{2}(T_{ala} + T_{ylä}) \text{ ja } \frac{dT}{dz} = \frac{T_{ylä} - T_{ala}}{h} = \frac{\Delta T}{h}.$$



Kuva 14. Kuoren paksuussuuntainen lämpötilajakauma.

Radiaalisen painekuorman ekvivalentit solmuvoimat $\{f^*\}_p^e$ saadaan suoraan laattaelementin tuloksista

$$\{f^*\}_p^e = \begin{bmatrix} \{f^m\}_p \\ \{f^b\}_p \end{bmatrix}, \quad (8)$$

jossa $\{f^m\}_p = \{0\}$ ja $\{f^b\}_p = \int_e [N_b]^T p(x,y) da$, A^e on elementin keskipinta, $p(x,y)$ on radiaalinen paine. Lopullinen kuormitusvektori saadaan lausekkeista (7) ja (8) järjestelemällä termit jäykkyyismatriisin käsittelyssä esitettyyn uuteen järjestykseen.

Jäykkyyismatriisin lausekkeesta (6) havaitaan, että $[k^{mm}]$:n ensimmäinen tekijä on suoraan suorakaidelävyelementin jäykkyyismatriisi (vrt. /5/, sivu 95), $[k^{bb}]$:n ensimmäinen osa saadaan suorakaidelaattaelementin massamatriisina (vrt. /5/, sivu 307) korvaamalla kertoimen $\rho \frac{E}{R^2(1-\nu^2)}$:lla, $[k^{bb}]$:n jälkimmäinen osa on taas suorakaidelaattaelementin jäykkyyismatriisi (vrt. /5/, sivut 118 - 120). Näin ollen suuri osa sylinterikuorielementin jäykkyyismatriisista on suoraan saatavissa levy- ja laattaelementiltä. Vastaavia havaintoja voidaan tehdä kuormitusvektorin suhteen: $\{f^m\}_T$:n ensimmäinen osa ja $\{f^b\}_T$:n jälkimmäinen osa vastaavat levy- ja laattaelementin lämpökuorman solmuvoimia, $\{f^b\}_p$ edustaa taas suoraan laatan painekuorman jakamista solmuvoimiksi. Käsiteltävän elementin tasapainoyhtälöt voidaan saattaa suljettuun muotoon, tosin kovalla laskentatyöllä. Esimerkiksi vapausastetta u_1 vastaavaksi yhtälöksi saadaan:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{6} \frac{a}{b} \right) D_m + \frac{1}{3R^2} \left(\frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{b} \right) D_b \right] u_1 + \left[\frac{1+\nu}{8} D_m \right] v_1 \\ & + \left[- \frac{7b}{40R} D_m + \frac{1}{8R} \left(\frac{1}{2} - \nu \right) D_b \right] w_1 + \left[- \frac{b^2}{40R} D_m - \frac{\nu}{2R} D_b \right] e_{x1} + \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{ab}{36R} D_m + \frac{1}{3R} \left(\frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{4} \frac{a}{b} \right) D_b \right] \theta_{y1} + \left[\left(-\frac{1}{3} \frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{12} \frac{a}{b} \right) D_m + \frac{1}{3R^2} \left(-\frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{4} \frac{a}{b} \right) D_b \right] u_2 \\
& + \left[-\frac{1}{8} (1-3\nu) D_m \right] v_2 + \left[-\frac{7b}{40R} D_m - \frac{1}{2bR} D_b \right] w_2 + \left[-\frac{b^2}{40R} D_m - \frac{\nu}{2R} D_b \right] \theta_{x2} \\
& + \left[-\frac{ab}{36R} D_m + \frac{1}{3R} \left(-\frac{b}{a} - \frac{1-\nu}{4} \frac{a}{b} \right) D_b \right] \theta_{y2} + \left[\left(-\frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\nu}{12} \frac{a}{b} \right) D_m - \frac{1}{6R^2} \left(\frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{b} \right) D_b \right] u_3 \\
& + \left[-\frac{1+\nu}{8} D_m \right] v_3 + \left[-\frac{3b}{40R} D_m + \frac{1}{2bR} D_b \right] w_3 + \left[\frac{b^2}{60R} D_m \right] \theta_{x3} \\
& + \left[-\frac{ab}{72R} D_m + \frac{1}{6R} \left(-\frac{b}{a} + \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{b} \right) D_b \right] \theta_{y3} + \left[\left(\frac{1}{6} \frac{b}{a} - \frac{1-\nu}{6} \frac{a}{b} \right) D_m + \frac{1}{6R^2} \left(\frac{b}{a} - (1-\nu) \frac{a}{b} \right) D_b \right] u_4 \\
& + \left[\frac{1-3\nu}{8} D_m \right] v_4 + \left[-\frac{3b}{40R} D_m + \left(-\frac{1}{2b} + \frac{\nu}{b} \right) \frac{D_b}{R} \right] w_4 + \left[\frac{b^2}{60R} D_m \right] \theta_{x4} \\
& + \left[+\frac{ab}{72R} D_m + \frac{1}{6R} \left(+\frac{b}{a} - \frac{1-\nu}{2} \frac{a}{b} \right) D_b \right] \theta_{y4} = -\frac{b}{6} (T_1^0 + T_2^0 + \frac{1}{2} T_3^0 + \frac{1}{2} T_4^0) \alpha (1+\nu) D_m \\
& - (\Delta T_1 + \Delta T_2 + \frac{1}{2} \Delta T_3 + \frac{1}{2} \Delta T_4) \frac{b\alpha}{6hR} D_b.
\end{aligned}$$

Lämpötilalle on oletettu bilineaarinen jakauma: $T^0 = \sum_{i=1}^4 N_i^m(x,y) T_i^0$ ja $\Delta T = \sum_{i=1}^4 N_i^m(x,y) \Delta T_i$, jossa T_i^0 ja ΔT_i ovat T^0 :n ja ΔT :n arvot solmun i kohdalla.

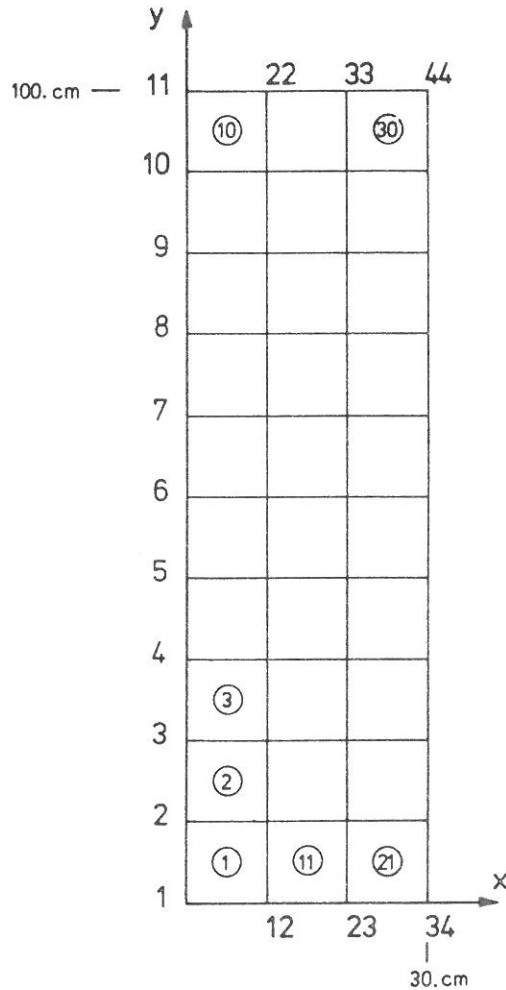
ESIMERKKEJÄ

Painekuorman kuormittama sylinterikuori

Sekä kuormituksen että rakenteen ollessa pyörähdyssymmetrinen voidaan tehtävä ratkaista käyttämällä yhtä sylinterikuorielementtikaistaletta (kuva 15). Laskennan tuloksena saatu aksiaalinen momenttijakauma (M_y) on esitetty kuvassa 16 vertailluna analyttiseen ratkaisuun.

Lämpökuorman kuormittama sylinterikuori

Tämä esimerkki vastaa edellä esitettyä paitsi, että yläreunan reunaehdot ovat $u = \theta_x = \theta_y = 0$, v on vapaa, $w = 5$ mm sekä kuormituksena on paineen sijasta lämpötilan nousu. Lämpötila vaihtelee alareunan 60 asteesta yläreunan 320 asteeseen. Lämpötilan ei oleteta muuttuvan paksuussuunnassa. Kuvassa 17 on esitetty ratkaisuksi saatu aksiaalinen jännitystila kuoren sisäpinnalla vertailluna analyttiseen ratkaisuun.

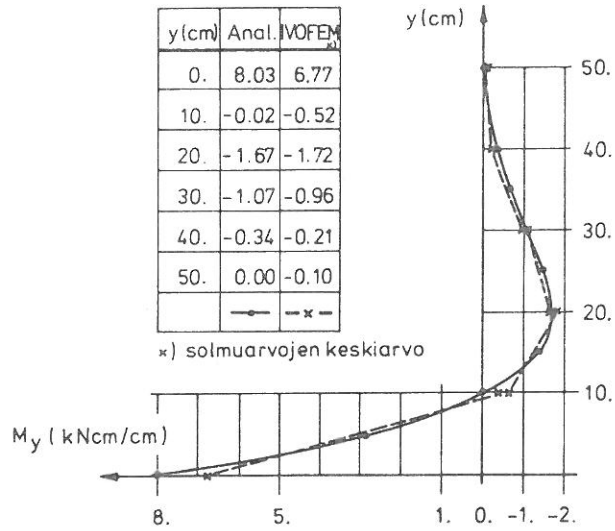


Kuva 15. Sylinterikuorimalli. Säde $R = 132,75$ cm, paksuus $h = 2$ cm, $E = 2,10 \cdot 10^4$ kN/cm², $\nu = 0,3$, $\alpha = 0,00001$ 1/°C. Kuormituksena vakiopaine $p = 0,1$ kN/cm². Reunaehdot: sekä ala- että yläreuna jäykästi kiinnitetty: $u=v=w=\theta_x=\theta_y=0$, pystylinjoilla symmetriaehdot: $u=\theta_y=0$. Symmetriasyistä olisi laskentamallina voitu käyttää yhden pystylinjan puoliskoa, mutta tarkistusmielessä käytettiin kuitenkin oheista.

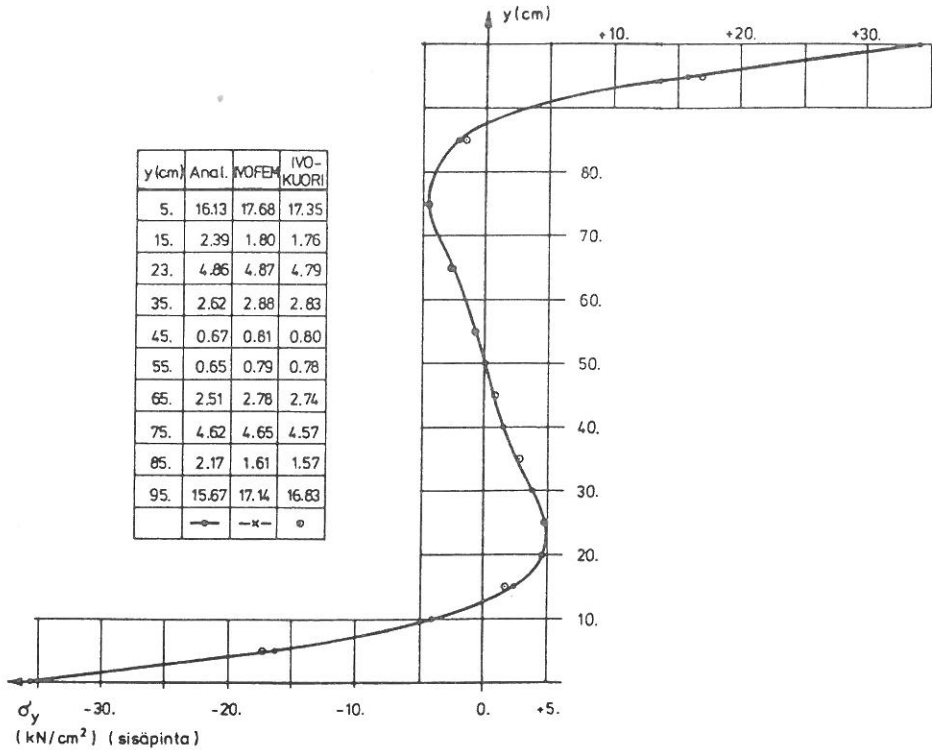
Aukolla varustettu sylinteri

Tutkitaan kuvassa 18 esitettyä mallia. Ratkaisun kulku on seuraava:

- 1) lasketaan IVOHEAT-ohjelmalla stationaarinen lämpötilakenttä vastaten tilannetta, jossa yläreunan lämpötila on 74,833 astetta ja alareunan 318,03 astetta,
- 2) muodostetaan saadusta lämpötilajakaumasta lämpökuormakortit IVOHEAT-ohjelman jälkikäsitteilyllä HEAFEM jännitystilän laskentaa varten,

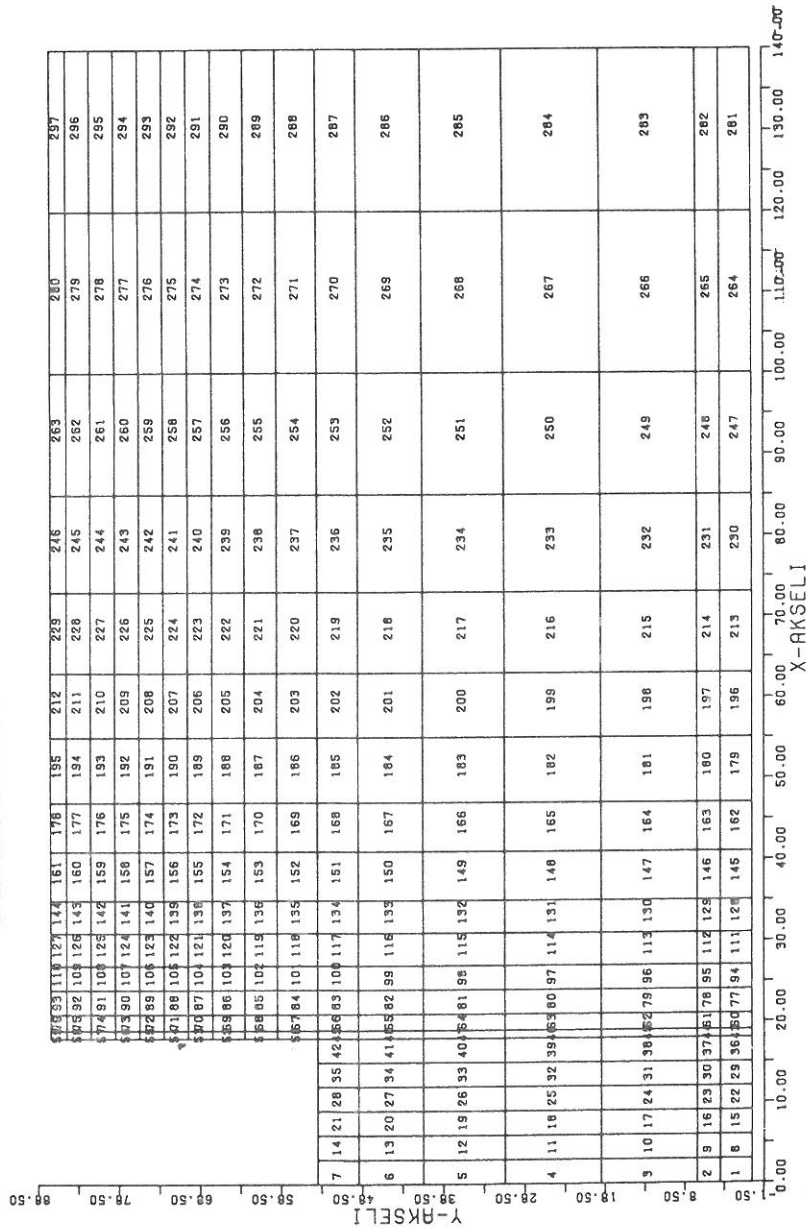


Kuva 16. Paine kuormitetun pyörähdyssymetrisen jäykästi kiinnitetyn sylinterikuoren aksiaalinen momenttijakauma. Kuvan 15 mallilla saatu ja analyytinen ratkaisu.



Kuva 17. Alareunan 60° lämpötilasta yläreunan 320° lämpötilaan lineaarisesti vaihtelevan lämpökuorman ja yläreunan radiaalisen pakkosiirtymän $w = 5$ mm aiheuttama aksiaalinen jännitystila.

AUKOLLA VARUSTETTU PRAINEISTIMEN TUKI. PITUUSMITTA
SYLINDERIKUORIMALLI



IYOPLOT. ELEMENTTIMALLI. KUVA NRO. 1 PYM=15.06.1984

Kuva 18. Aukolla varustettu sylinterikuori tasoon levitettyinä. $R = 133,25 \text{ cm}$, $E = 20600 \text{ kN/cm}^2$, $\nu = 0,3$, $h = 2,2 \text{ cm}$, $\alpha = 0,0000131 \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

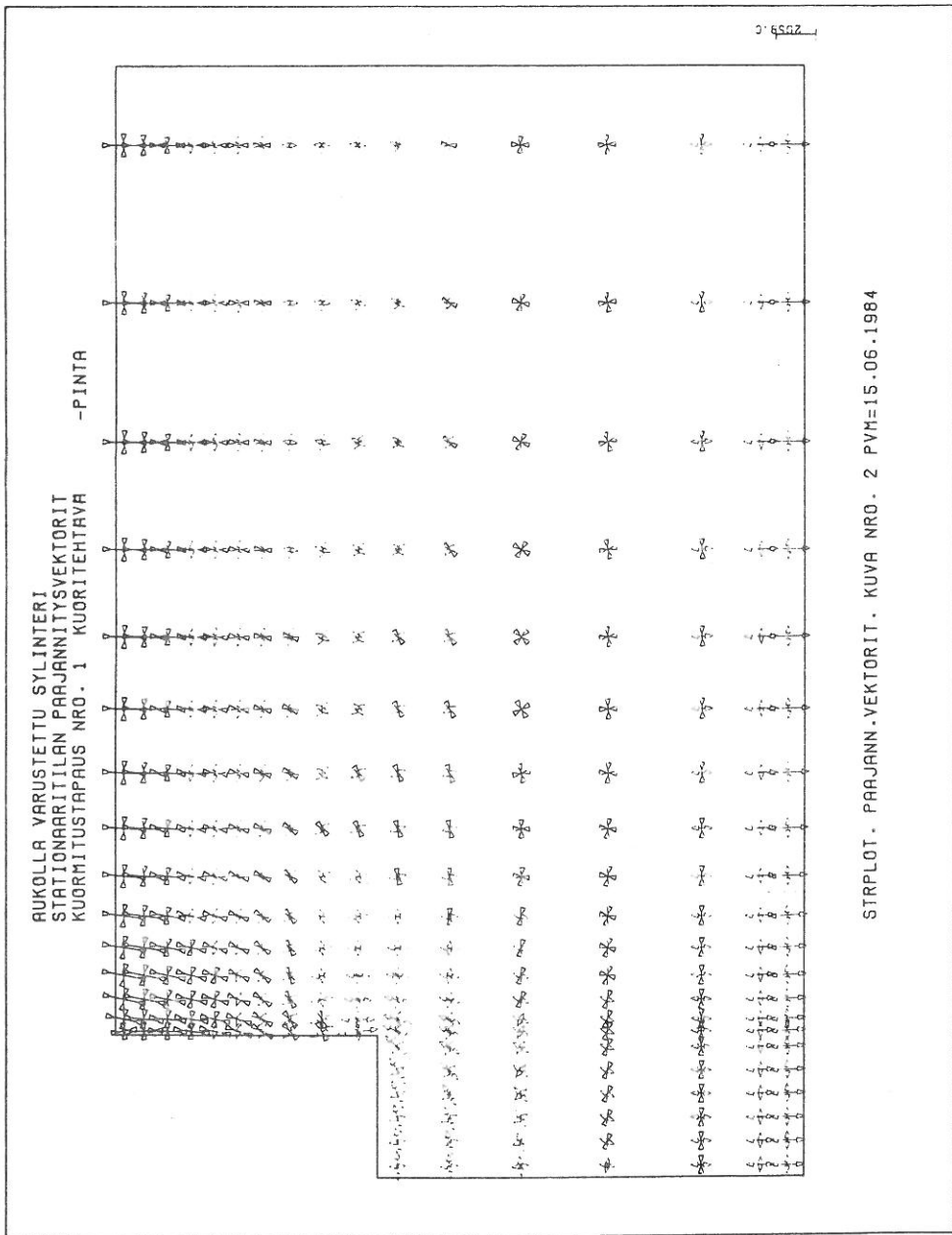
3) jännitysanalyysi IVOFEMin sylinterikuorimallilla (ajon datarivien kuvat kuvas-
sa 19). Kuvassa 20 nähdään ratkaisuna saatu tulos pääjännitysvektori-
kuoren ulkopinnalla piirrettynä IVOFEMin jälkikäsitteilyllä STRPLOT. Kuvassa
21 on kuormituksen olevan lämpötilajakauman isotermistö NIVPLOT-ohjelman piir-
tämänä.

```

*****
* IVOFEM-LAHTOARVOT, VERSIO 25.07.83*
*****
K O R T T I N K U V A T
-----
* 1 * 5 * 10 * 15 * 20 * 25 * 30 * 35 * 40 * 45 * 50 * 55 * 60 * 65 * 70 * 75 * 80 *
NO
1 GEOMETRIA 1 5
2 AUKOLLA VARUSTETTU PAINEISTIMEN TUKI PITUUSMITTA CM
3 MATERI 1 2.06E+6 3
4 END
5 HILAJAKO X 3 3 3 3 3 3 3 1 2 3 3 4 4 6 6
6 HILAJAKO X 8 8 10 12 15 20 20 5 5 4 4 3 3 3 3
7 HILAJAKO Y 4 3 12 12 10 8 5 5 4 4 3 3 3 3
8 HILAJAKO Y 3 3 2 2 10 8 5 4 4 3 3 3 3
9 KOORDI 1 0 0 0 18 21 1 140 0
10 JATKO 140 87
11 END
12 SADE 133.25
13 NELIKU 12 1 109 116 8 2 1 6 7
14 12 109 379 396 126 2 1 15 17
15 END
16 MODELE 59 297 17PAKSUU 2.2
17 END
18 REUNAE 1 379 1800100
19 126 396 1800100
20 END
21 POISTO 1 379 1810011
22 126 396 1811011
23 2 8 110001
24 380 395 110001
25 END
26 KUORMAT 1 1 1 1
27 STATIONAARITILAN AIHEUTTAMA JANNITYSTILA VOIMA YKS KP
28 LUE TIEDOSTOSTA
29 LAMPOK 1 54.8330 54.8330 63.5643 63.5545
:
:
325 LAMPOK 297 292.8919 292.9020 298.0300 298.0300
326 LOPETA TIEDOSTON LUKEMINEN
327 EKUORM
328 PAKKOS 1 379 18 -0957
329 126 396 18 .5202
330 ESIIRT
331 TULOSTA 1 42
332 ETAPAU
333 END

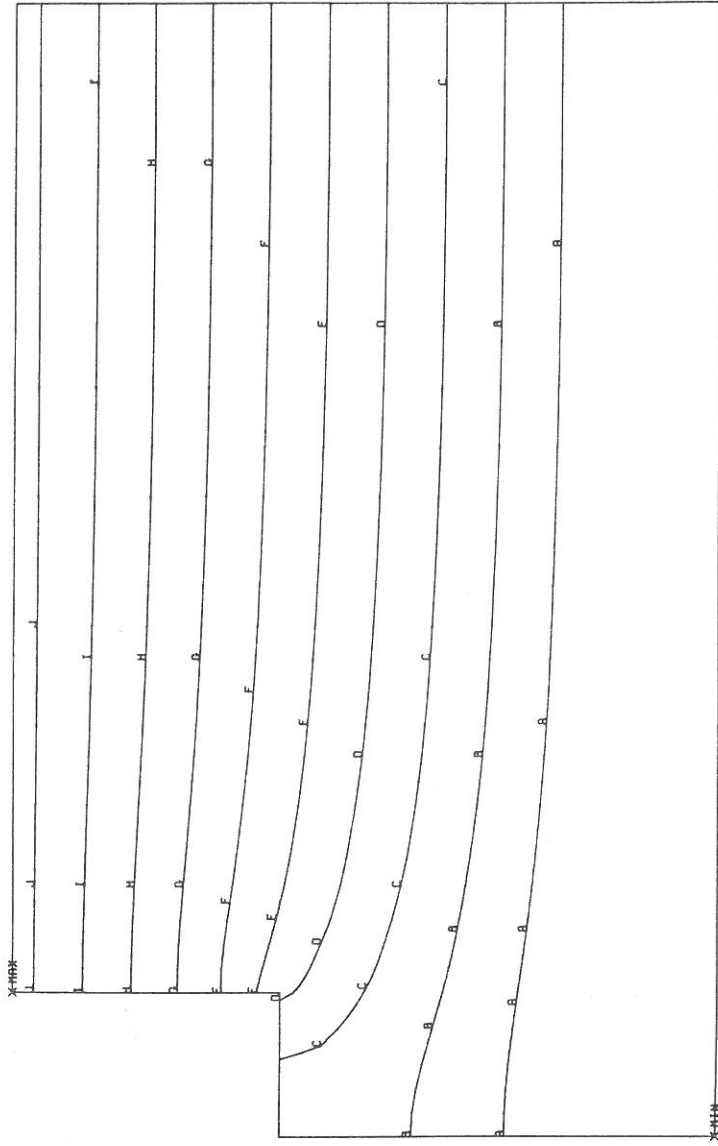
```

Kuva 19. IVOFEM-lähtöarvorivien kuvat, lämpökuormakortit luetaan tiedostosta, malli korttien kuvista ohessa.



Kuva 20. Sylinterikuoren sisäpinnan pääjännitysvektorit.

AUKOLLA VARUSTETTU SYLINTERI
 STATIONAARIITILA
 KUORMITUSTAPAU NRO. 1



TASA-ARVOKAYRAT:

A= 130.00	F= 230.00
B= 150.00	G= 250.00
C= 170.00	H= 270.00
D= 190.00	I= 290.00
E= 210.00	J= 310.00
MAX= 318.03	
MIN= 74.833	

NIVPLOT PVM=06.09.1984

TASA-ARVOKAYRA. KUVA NRO. 1

Kuva 21. Stationaarisen lämpötilakentän isotermistö.

YHTEENVETO

Vuosien kokemuksella voidaan todeta IVOFEMin alentaneen kynnystä elementtimenetelmän käyttämiseksi suunnittelutehtävien yhteydessä. Tulosten luotettavuutta on varmistettu selkeällä ohjelmakoodilla; ei ole pyritty tiiviiseen ja mutkikkaaseen rakenteeseen. Huolimatta eri elementtityyppien testiajoista ja vertailuista analyttisiin tai muilla ohjelmilla saatuihin ratkaisuihin jää kuitenkin lukuisia tilanneyhdistelmiä testaamatta. Rungas ohjelman käyttö sekä hyvät yhteydet ohjelman kehittäjän ja käyttäjien välillä ovat vähentäneet nopeasti näitä piileviä virheitä.

LÄHDELUETTELO

- [1] Orivuori, S., Elementtimenetelmään perustuvan ohjelmajärjestelmän IVOFEM esittely, Rakenteiden Mekaniikka 8(1975) 3-4, s. 188 - 210.
- [2] Orivuori, S., Jäykkyysderivaattamenetelmästä halkeamatekniikassa, Rakenteiden Mekaniikka 14(1981) 3, s. 13 - 26.
- [3] Orivuori, S., Efficient method for solution on nonlinear heat conduction problems, Int.J.Num.Meth.Eng., 14(1979), s. 1461 - 1476
- [4] Brebbia, C.A., Connor, J.J., Fundamentals of finite element techniques for structural engineers, Butterworths, 1973.
- [5] Przemieniecki, J.S., Theory of matrix structural analysis, McGraw-Hill, 1968.

Seppo Orivuori, tekn.lis., Imatran Voima Oy