

## REIÄLLISEN LIIMAPUUPALKIN MITOITUS

Erkki KM Leppävuori

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 17  
No 1 1984, s. 44...65

**YHTEENVETO:** Reiällisen liimapuupalkin mitoitus on suomalaisessa kirjallisuudessa käsitelty niukasti. Tässä kirjoituksessa tarkastellaan suoran ja tasa-jäykän liimapuupalkin mitoitusta silloin, kun pyöreä tai suorakaiteen muotoinen reikä on palkin korkeuden puolivälissä. Esitettävistä neljästä menetelmästä kaksi perustuu levyteoriaan. Analyttinen ratkaisu soveltuu vain pyöreän reiän tapaukseen. Numeerinen mitoitusmenetelmä on yleispätevä mutta soveltuu huonosti käytäntöön. Kaksi muuta menetelmää pohjautuu rakenteellisiin yksinkertaistuksiin. Ne soveltuvat kuitenkin oivallisesti käytännön työskentelyyn silloin, kun palkin reikä sijaitsee hallitsevan leikkausvoiman alueella eli yleensä palkin uloimmalla neljänneksellä.

### JOHDANTO

Suomen puurakenteiden suunnitteluohjeissa /1/ annetaan reiällisen liimapuupalkin mitoittamisesta hyvin ylimalkaisia ohjeita. Kohdassa 5.17 todetaan, että "Palkkiin saa tehdä kulmakohdistaan hyvin pyöristettyjä aukkoja edellyttäen, ettei niiden pituuksien summa palkin pituusakselin suunnassa yhtä metriä kohti laskettuna ole suurempi kuin 0,25 m. Aukkojen korkeus ei saa ylittää arvoa  $h/3$ , missä  $h$  on palkin korkeus. Kaikki jännitykset aukkojen kohdalla tarkistetaan statiikan ja lujusopin sääntöjä noudattaen." Todettakoon myös, ettei Suomen rakentamismääräyskokoelman ohjeissa B10 Puurakenteet puhuta asiasta mitään.

Myös muiden maiden puurakenteiden suunnitteluohjeiden kohdalla tilanne on samantapainen. Joitakin ohjeita on kuitenkin löydettävissä saksalaisista tutkimuksista /2/ ja ruotsalaisesta Limträhandbokenista. Näissäkin on tosin pääasiassa tarkasteltu liimapuupalkissa olevan reiän vahvistamista ruuvien tai vanerilevyjen avulla.

Suomessa on reiällistä liimapuupalkkia tarkastellut V. Penttala /3, 4, 11/. Rakenteiden Mekaniikan vuoden 1982 numerossa 3 Penttala on esittänyt pääkohdat tutkimuksestaan sekä muotoillut ympyräreikäiselle liimapuupalkille käytännön mitoitukseen soveltuvat kaavat.

Aihetta on tiettävästi laajimmin maailmassa tutkinut B. Johannesson /5 - 10/.

käyttöä, usein mikrokonetta tehokkaamman, joten menetelmät ovat harvoin käyttökelpoisia käytännön mitoitukseen.

Numeerisista menetelmistä on myös syytä todeta, että elementtimenetelmän (FEM - finite element method) soveltuvuudesta on syytä varmistua ennen sen käyttöä. Tunnettuahan on, että FEM ei yleensä mukaudu kovinkaan hyvin suuriin jännityshuippuihin ja -gradientteihin. Reunaintegrointi (BEM - boundary element method) on todettu tällaisissa tapauksissa tehokkaaksi.

Reiällistä liimapuupalkkia voidaan myös tarkastella erilaisten empiiristen menetelmien avulla. Tällaisia menetelmiä, joissa tehdään rakenteellisia yksinkertaistuksia, on joskus kuitenkin kritisoitu siitä, etteivät ne ota huomioon jännityshuippuja riittävästi.

Levyteorian mukainen tarkastelu

Ortotrooppisen levyn differentiaaliyhtälö on muotoa

$$\frac{1}{E_2} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left( \frac{1}{G} - \frac{2\nu_1}{E_1} \right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_1} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0, \quad (1)$$

kun x- ja y-suunnat ovat ortotropian pääsuunnat sekä  $E_1$  ja  $E_2$  kimmokertoimet näissä suunnissa.  $G$  on liukukerroin ja  $\nu_1$  Poissonin vakio, joka välittää y-suuntaisen muodonmuutoksen x-suuntaisesta rasituksesta.  $F$  on Airyn jännitysfunktio.

Yhtälön (1) ratkaisu tapauksessa, jolloin äärettömässä ortotrooppisessa levysessä on pyöreä reikä, antaa Lekhnitskiin /12/ mukaan leikkauksen  $\tau$  ja taivutuksen  $M$  vaikuttaessa (kuvat 1 ja 2) reiän reunan tangentialiseksi jännitykseksi

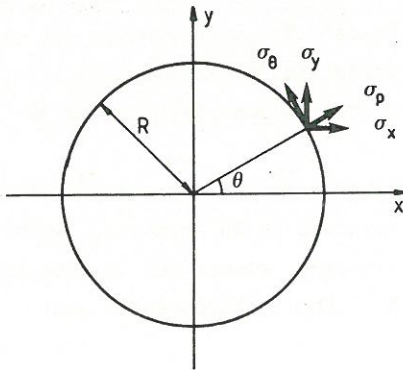
$$\sigma_{\theta 1} = \tau \frac{E_{\theta}}{2E_1} (1 + k + n) n \sin 2\theta \quad \text{ja} \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta 2} = - \frac{MR}{2I} \frac{E_{\theta}}{E_1} [1 - k - (1 + k + n) \cos 2\theta] \sin \theta. \quad (3)$$

Lausekkeissa  $I$  on palkin ehjän osan jäyhyysmomentti sekä  $E_{\theta}$ ,  $k$  ja  $n$  materiaali-parametreja, jotka saadaan yhtälöistä

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{\sin^4 \theta}{E_1} + \left( \frac{1}{G} - \frac{2\nu_1}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_2} \quad (4)$$

$$k = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}; \quad n = \sqrt{2 \left( \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - \nu_1 \right) + \frac{E_1}{G}}.$$



Kuva 2. Reiän reunan koordinaatit ja jännityskomponentit.

Luonnollisesti silloin, kun taivutusmomentti on leikkausvoimaan nähden selvästi hallitsevampi (palkin keskiosassa), tilanne on toinen.

Jos lasketaan kaavasta (2) tangentiaalisen jännityksen arvo  $\theta$ :n arvolla  $140^\circ$  käyttäen kuvan 1 yhteydessä mainittuja materiaaliarvoja, saadaan

$$\sigma_\theta \Big|_{\theta = 140^\circ} = 3,971 \cdot \tau. \quad (5)$$

Usein mitoitusehtona käytetään puun poikittaisen vetolujuuden arvoa Hankinsonin kaavan (14) mukaan, jolloin saadaan

$$3,971 \cdot \tau = f_t \Big|_{\theta = 140^\circ} = 2,24 \text{ MPa} \quad (6)$$

josta edelleen  $\tau = 0,56 \text{ MPa}$ . Tämän mukaan suorakaidepoikkileikkaukselle saadaan suurimmaksi leikkausvoiman arvoksi

$$Q_{\max} = 0,376 A^*, \quad (7)$$

jossa  $A^*$  on palkin poikkileikkauksen ehjän osan pinta-ala. Jos reikä on hyvin pieni,  $A^*$  on likimain  $b \cdot h$ . Suoritetuissa kokeissa /9/ esimerkiksi poikkileikkaukselle  $b \cdot h = 88 \times 495 \text{ mm}^2$  ( $2R = 125 \text{ mm}$ ) on saatu  $Q_{\max}$ :n arvoksi  $51,9 \text{ kN}$ . Kaavan (7) mukaan saadaan kuitenkin vain  $16,4 \text{ kN}$ .

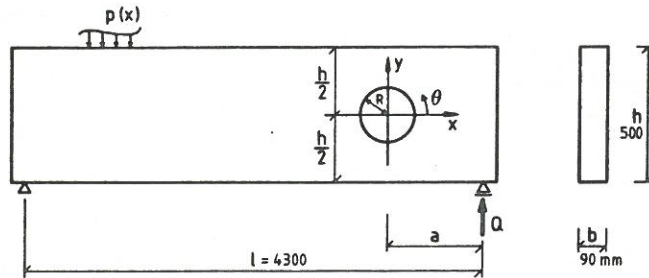
Edellä olevan tarkastelun perusteella voidaan helposti todeta, ettei puhtaasti

Kuten lausekkeesta (2) havaitaan, on jännityksen  $\sigma_{\theta 1}$  arvo riippumaton reiän koosta, kun levy otaksutaan äärettömän suureksi.

Kokeiden perusteella, kuten myös laskelmien mukaan, tiedetään palkin murtumisen alkavan reiän reunalta  $\theta$ :n arvolla  $140^\circ$  (reiän ollessa palkin oikeanpuoleisella puoliskolla). Mikäli reikä on palkin uloimmassa neljänneksessä, lausekkeen (3) mukainen momenttivaikutus on hyvin vähäinen kuten kuvasta 1 havaitaan. Tästä voi vetää sen johtopäätöksen, että leikkausvoiman vaikutus reiälisen palkin toiminnassa on olennainen.

## Penttalan mitoitusmenetelmä

V. Penttala on johtanut mitoituskaavat suoralle tasajäykälle liimapuupalkille, jossa on pyöreä reikä palkin korkeuden puolivälissä. Kaavat perustuvat Kolosov-Muskhelisvilin levytehtävän kompleksifunktioiden teoriaan. Koska mitoitusmenetelmää on tarkasteltu artikkelissa /4/, tyydytään tässä esittämään vain mitoitusyhtälöt materiaaliparametrien osalta hieman käytännön läheisempään muotoon muokattuna.



Kuva 4. Reiällisen palkin merkinnät sekä esimerkitapauksen numeroarvot.

Käyttäen kuvien 2 ja 4 merkintöjä saadaan reiän reunajännitysten jännityskomponentit kaavoista

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{Q}{I} (a - R \cos \theta) R \sin \theta + 2\beta_1^2 A + 2\beta_2^2 B \\ \sigma_y = -2(A + B), \end{cases} \quad (9)$$

jossa

$$\begin{cases} A = A_1 C(\beta_1) + A_2 D(\beta_1) + A_3 E(\beta_1) \\ B = B_1 C(\beta_2) - A_2 D(\beta_2) + B_3 E(\beta_2) . \end{cases} \quad (10)$$

Murtoehdossa siis verrataan reiän reunan tangentin suuntaista pääjännitystä  $\sigma_\theta$  liimapuupalkin saman suuntaiseen vetolujuuteen  $f_\alpha$ , jossa  $\alpha$  on puun syyn suunnan ja rasituksen välinen kulma. Puun vetolujuuden  $f_\alpha$  on otaksuttu noudattavan Hankinsonin kaavaa. Kulmien  $\alpha$  ja  $\theta$  välillä on yhteys  $\alpha = 90^\circ - \theta$ . Puun syyn suuntainen vetolujuus on  $f_1$  ja vastaavasti  $f_2$  syitä vastaan kohtisuorassa.

#### Johannessonin mitoitusmenetelmät

B. Johannesson on väitöskirjassaan /10/ esittänyt kolme erilaista mitoitusmenetelmää:

- BEM-menetelmä perustuu jännitysten laskentaan reunaintegroinnilla, joten menetelmän käyttö edellyttää tietokonelaskelmia.
- "Navier-beam" menetelmä pohjautuu rakenteen yksinkertaistukseen kuitenkin siten, että laskennallinen vertailujännitys ottaa huomioon jännityshuiput. Menetelmä soveltuu käytännön mitoitukseen lukuunottamatta tapauksia, jolloin reikä on puh-taan taivutusrasituksen alaisena.

- Kolmas menetelmä perustuu leikkausjännityksen tarkasteluun. Menetelmä on sove-lias vain silloin, kun leikkausvoiman vaikutus reiän kohdalla on hallitseva.

Seuraavassa esitellään lyhyesti eri menetelmien pääperiaatteet.

BEM-menetelmän murtoehtona on

$$\sigma_2/f_2 = 1, \quad (15)$$

kun  $\sigma_2$  on puun syitä vastaan kohtisuora jännitys, joka lasketaan reunaintegroin-nilla.

Puun poikittainen vetolujuus  $f_2$  on määritetty kokeellisesti joko loveamattomal-la vetosauvalla (16) tai lovetulla kuvan 5 mukaisella koekappaleella (17):

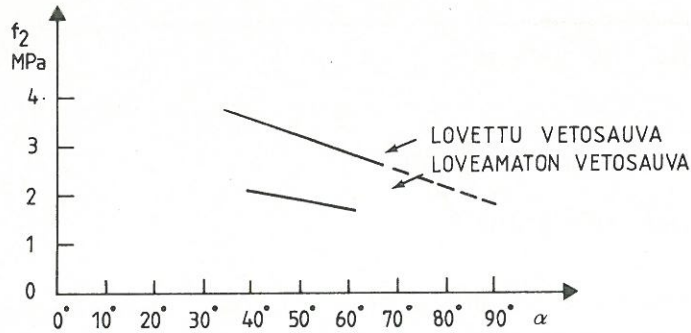
$$f_2 = 2,8 - 0,0175\alpha \quad \text{ja} \quad (16)$$

$$f_2 = 4,94 - 0,0343\alpha \quad (17)$$

Voiman ja puun syyn suunnan välinen kulma  $\alpha$  on yhtälöissä (16) ja (17) asteina.

Kuvassa 6 on havainnollistettu lujuuden  $f_2$  riippuvuutta kulmasta  $\alpha$ . Lujuus on laskettu koetuloksista lovetun sauvan tapauksessa numeerisesti reunaintegroinnil-la. Lovettua koesauvaa käyttämällä on haluttu karakterisoida nimenomaan suorakai-teen muotoisen reiän nurkkaan muodostuvaa jännityshuippua.

Ympyrän muotoiselle reiälle käytetään lauseketta (16) ja suorakaiteen muotoi-selle reiälle lauseketta (17). Valinta on pääasiassa kokeisiin perustuva, mutta se myös kuvastaa jännityshuipun erilaisuutta eri reikämuodoilla.



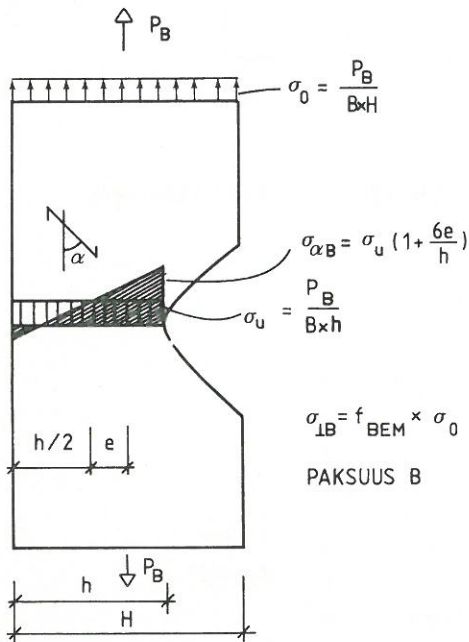
Kuva 6. Kokeellisesti määritetty puun poikittainen vetolujuus  $f_2$ .

"Navier-beam" menetelmän murtoehtona on

$$\sigma_\alpha / f_\alpha = 1 \quad (18)$$

Murtoehdossa siis verrataan reiän reunalla olevaa pääjännitystä  $\sigma_0$  vastaavan suuntaiseen puun vetolujuuteen. Murtoehto on periaatteessa sama kuin Penttalan otaksuma (14).

Laskentaperiaate käy ilmi kuvasta 7. Jännitysten laskentaa lujuusparametrejä määrittäessä havainnollistaa myös kuva 8.

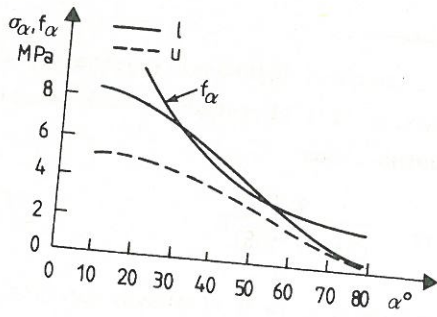


Kuva 8. Jännitysten laskenta lovetusta koe-kappaleesta. Kerroin  $f_{BEM}$  on määritetty numeerisesti.

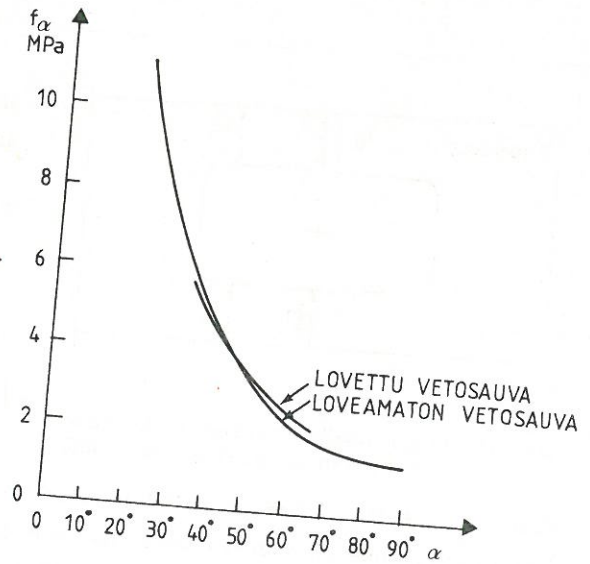
Kuormituksen aiheuttama rasitus palkin reiän nurkassa lasketaan kuvan 9 mukaisesti jakamalla reiän keskikohdan voimasuuret palkin ylä- ja alaosalle. Leikkausvoiman aiheuttaman rasituksen laskennassa käytettävä momenttivarsi määrätään kuvan 10 perusteella. Tämä momenttivarren redusointi pohjautuu kokeisiin.

Murtoehto (18) on periaatteessa tarkistettava eri  $\alpha$ :n (kuva 10) arvoilla. Kokeiden perusteella usein kriittinen tilanne syntyy, kun kulma  $\alpha \approx 50^\circ$ . Asiaa havainnollistaa kuva 11.

Murtoehdossa (18) käytetään materiaalin lujuutena  $f_\alpha$  lovetulla koesauvalla saatuja tuloksia

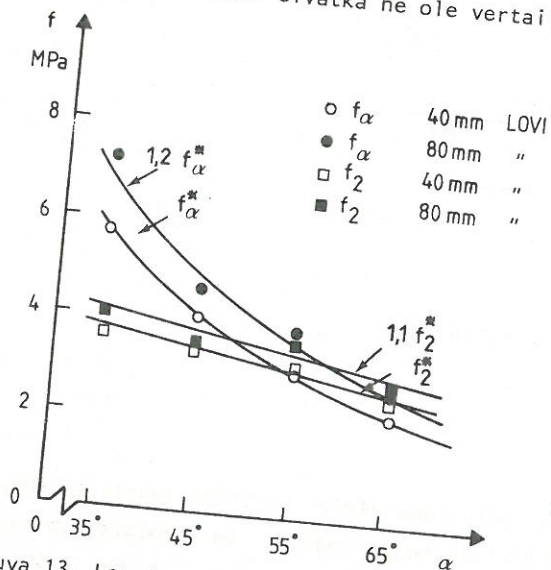


Kuva 11. "Navier-beam" menetelmän jännityksen  $\sigma_\alpha$  vertailu lujuuteen  $f_\alpha$ .



Kuva 12. Koesauvoilla saadut lujuudet  $f_\alpha$ .

Kuvassa 13 on esitetty lovetun vetosauvan loven koon vaikutus lujuusarvoihin  $f_\alpha$  ja  $f_2$ . Tässä yhteydessä on syytä vielä korostaa sitä, että  $f_2$ :n arvot on laskettu numeerisesti eivätkä ne ole vertailukelpoisia  $f_\alpha$ :n arvoihin.



Kuva 13. Lovetun vetosauvan loven koon vaikutus lujuuksiin  $f_\alpha$  ja  $f_2$ .

Leikkausjännitykseen perustuva mitoitus lähtee murtoehdosta

$$\sigma_{12}/f_{12} = 1 \quad (21)$$

jossa  $\sigma_{12}$  on leikkausjännitys ja  $f_{12}$  liimapuun leikkauslujuus.

Palkin reiän puolivälissä leikkausvoima  $T$  jaetaan reiän ylä- ja alapuoliseen osalle (kuva 14) sekä lasketaan tavanomaisesti leikkausjännitykset

$$\sigma_{12}^u = 1,5 \frac{Tu}{Bhu}$$

$$\sigma_{12}^l = 1,5 \frac{Tl}{Bhl} \quad (22)$$

Kuten lausekkeista (22) havaitaan,

perustuu menetelmä yksinomaan leikkausvoiman vaikutuksen tarkasteluun. Näin ollen menetelmä soveltuu ainoastaan tapauksiin, joissa taivutusmomentin osuus on hyvin vähäinen eli yleensä jännevälän ulommaisii neljänneksiin.

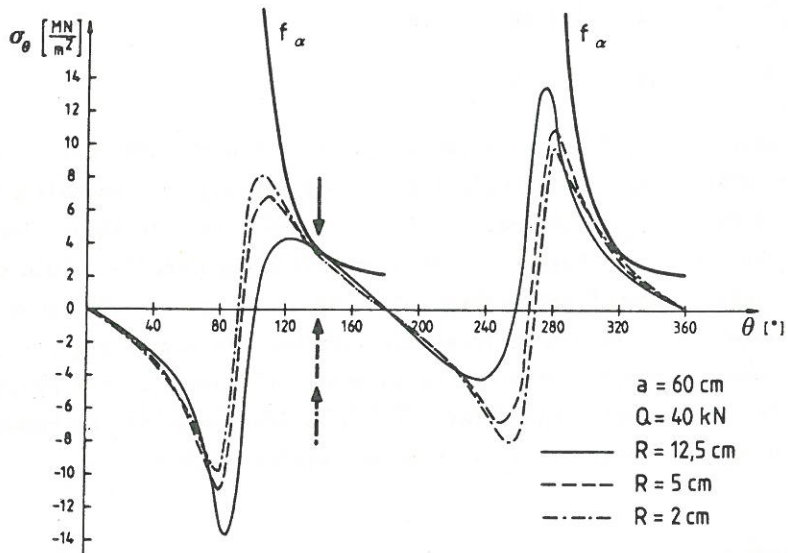
avulla voidaan tehdä tällä  $\theta$ :n arvolla. Mikäli on aihetta olettaa, että jostain syystä (esimerkiksi kuormituksen tai geometrian poikkeavuuden vuoksi) kriittinen halkeama muodostuu johonkin muuhun kohtaan, on laskelmat suoritettava eri  $\theta$ :n arvoilla ja etsittävä jännityksen ja lujuuden leikkauspiste vaikkapa graafisesti.

Laskennallinen kuorma  $P_c^{cal}$  saadaan kertomalla vertailukuorma  $P_{ref}$ , jonka avulla jännitykset  $\sigma_\theta$  on laskettu, lujuuden ja jännityksen suhteella

$$P_c^{cal} = P_{ref} \frac{f_\alpha}{\sigma_\theta}, \quad (24)$$

kun  $f_\alpha$  on Hankinsonin kaavan (14) mukainen. Laskelmissa käytetään tavanomaisia varmuuskertoimia ja ominaislujuuksia.

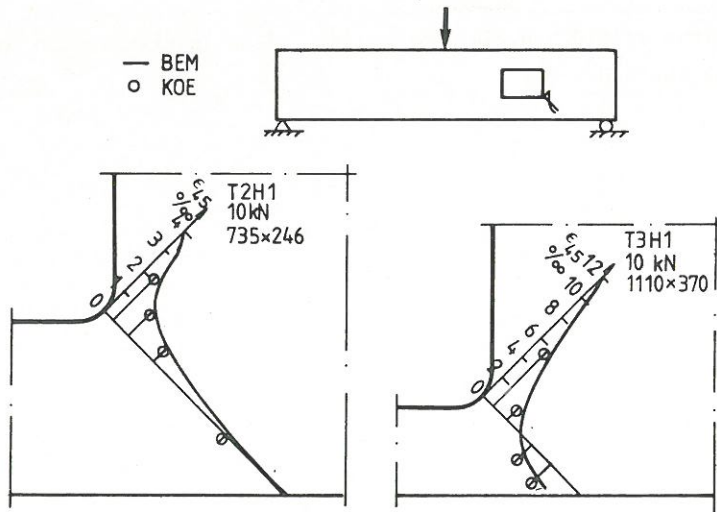
Menetelmän on todettu poikkeavan tehdyistä kokeista keskimäärin 15 %, joten ottaen huomioon puun materiaaliolosuhteiden menetelmää voidaan pitää soveliaana ainakin kun  $0,3 < D/H < 0,5$ .



Kuva 16. Penttalan esittämän teorian mukaan lasketun ympyräreikäisen palkin reiän reunan jännitykset reiän koon vaihdeltaessa. Ensimmäisen halkeaman sijainti on merkitty nuolella.

Kuvassa 16 on tarkasteltu kuvan 4 esimerkkitapauksen tilannetta kolmella eri reikäkoollla. Murtoehto (14) toteutuu nuolilla merkityissä kohdissa. Kuvan mukaan reiän koollla ei juurikaan ole vaikutusta murtokuormaan. Tällainen epätodellinen tulos johtuu siitä, että levyteorian mukaan leikkausvoiman aiheuttama jännitys-





Kuva 17. Muodonmuutosmittausten vertailu BEM-menetelmällä laskettuihin arvoihin.

#### "Navier-beam" menetelmä

"Navier-beam" menetelmä soveltuu yksinkertaisuutensa vuoksi hyvin myös käytännön mitoitusmenetelmäksi. Laskennallinen kuorma saadaan yhtälöstä (24) laskemalla  $f_{\alpha}$  lausekkeesta (19).

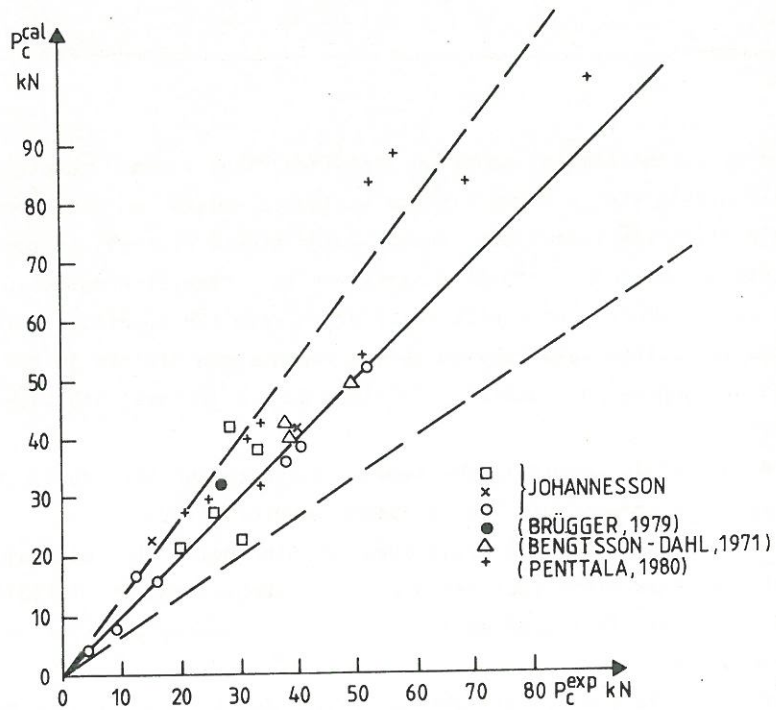
Huolimatta siitä, että menetelmää on kritisoitu rakennetta liiaksi yksinkertaistavaksi sekä syntyvää jännityshuippua liian vähän huomioon ottavaksi, on menetelmällä saatu laskennallisten arvojen ja koetulosten välille erittäin hyvä vastaavuus kuten kuva 19 osoittaa. Tämä tosin johtuu paljolti kokeellisten redusointikertoimien käytöstä.

#### Leikkausjäännitykseen perustuva menetelmä

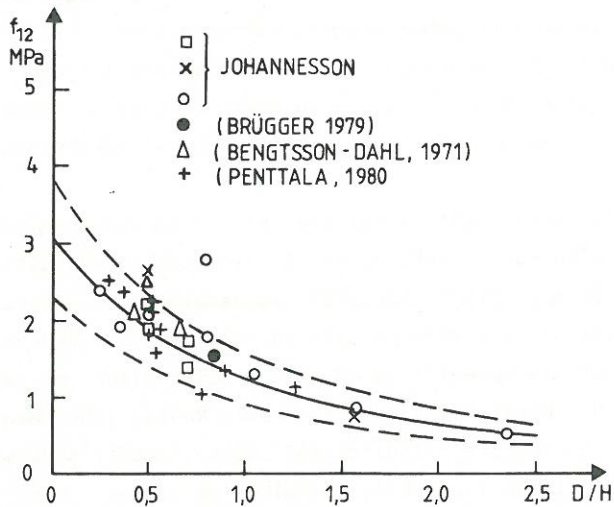
Esitetyistä menetelmistä on yksinkertaisin pelkän leikkausvoiman vaikutusten tarkasteluun perustuva menettely, jossa laskennallinen kuorma saadaan yhtälöstä

$$p_c^{cal} = p_{ref} \frac{f_{12}}{\sigma_{12}} \quad (26)$$

Lujuuden  $f_{12}$  kokeellinen riippuvuus palkin geometriasta käy ilmi yhtälöstä (23) ja kuvasta 20. Kuvaan on myös merkitty koetulokset.



Kuva 19. Kokeellisten murtokuormien  $P_c^{\text{exp}}$  ja laskennallisten kuormien  $P_c^{\text{cal}}$  vastaavuus. Katkoviivoin on merkitty 90 %:n toleranssirajat. <sup>c</sup> ("Navier-beam" menetelmä).



Kuva 20. Palkin geometrian vaikutus leikkauslujuuteen  $f_{12}$ . Katkoviivoin on esitetty 90 %:n toleranssirajat. Kuvaan on merkitty muutamien tutkimusten koetulokset.

joka soveltuisi käytännön suunnitteluun. Ilmeisesti murtumismekaniikan soveltaminen mahdollistaa nyt käytettyjä oikeamman murtoehdon kehittämisen. Tässä artikkelissa esitetyt menetelmät luovat kuitenkin hyvän pohjan suunnittelulle.

#### KIITOKSET

Kiitän tekn.tri Bengt Johannessonin käydyistä keskusteluista ja luvasta käyttää useita hänen tutkimuksensa kuvia.

#### KIRJALLISUUTTA

- /1/ Puurakenteiden suunnitteluohjeet. Suomen Rakennusinsinöörien Liitto ry, RIL 120-1983.
- /2/ Kolb, H., Frech, P., Untersuchungen an durchbrochenen Bindern aus Brett-schichtholz. Holz als Roh- und Werkstoff, 35 (1977), s. 125-134.
- /3/ Penttala, V., Reiällinen liimapuupalkki. Helsingin teknillinen korkeakoulu, Rakennetekniikan laitos, Julkaisu 33, 1980.
- /4/ Penttala, V., Ympyräreikäinen liimapuupalkki. Rakenteiden Mekaniikka 15 (1982) 3, s. 34-50.
- /5/ Johannesson, B., Holes in plywood beams and glued laminated timber beams. Stress concentrations and crack loads. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. avd. Stål- och Träbyggnad, Publ. S77:4, 1977.
- /6/ Johannesson, B., On the design of glued laminated timber beams with holes. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. avd. Stål- och Träbyggnad, Int.skr. S78:10, 1978.
- /7/ Johannesson, B., Tests of two glued laminated timber beams. Creep and reinforcement. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. avd. Stål- och Träbyggnad, Int.skr. S80:3, 1980.
- /8/ Johannesson, B., Spänningsberäkning av anisotropa skivor. Randintegral-ekvationer. Randelement. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. avd. Stål- och Träbyggnad, Int.skr. S80:11, 1980.
- /9/ Johannesson, B., Limträbalkar med hål. Last vid genomgående spricka bestämd med hjälp av hållfasthetsvärden för dragprov med urtag. Chalmers Tekniska Högskola, Inst. avd. Stål- och Träbyggnad, Publ. S83:1, 1983.
- /10/ Johannesson, B., Design problems for glulam beams with holes. Chalmers Tekniska Högskola, 1983.
- /11/ Penttala, V., Reiät ja lovet liimapuupalkeissa. INSKOn esitelämä 1980.
- /12/ Lekhnitskii, S.G., Anisotropic Plates. Gordon and Breach Science Publishers, New York 1968, s. 534.