

SÄRÖN VAIKUTUS PYÖRIVÄN ROOTTORIN VÄRÄHTELYIHIN

Pertti Salminen

Rakenteiden Mekaniikka, Vol. 16
No. 1 1983, s. 25...42

TIIVISTELMÄ: Artikkelissa on esitetty elementtimenetelmän soveltaminen pyörivän roottorin siirtymävasteen laskemiseen. Liukulaakerit on kuvattu jousilla ja vaimentimilla. Särön käyttäytymiselle on kehitetty malli, joka ottaa huomioon särön "hengittämisen" vaikutuksen jäykkyysmatriisiin. Menetelmällä lasketut tulokset ovat hyvin yhtäpitäviä yksinkertaisella koejärjestelyllä mitattujen tulosten kanssa.

JOHDANTO

Ydinvoiman myötä on voimalaitosten sähköteho kasvanut huomattavasti ja yhä suurempia vaihtovirtageneraattoreita on otettu käyttöön. Nykyään 700 MW generaattori ei ole harvinainen, kun vielä 1940-luvulla suurimmat valmistetut generaattorit olivat sähköteholtaan vain 120 MW.

Roottorien koon kasvu synnyttää luonnollisesti joukon uusia ongelmia, joista ehkä yllättävin on poikittaisen särön ydintyminen ja kasvaminen roottoriin. Jos tällaista säröä ei ajoissa havaita, voivat seuraukset olla kohalokkaat. Särön havaitseminen pyörivässä roottorissa tavanomaisin aineen-koetuskeinoin on nykytekniikalla mahdotonta, ja roottorin usein tapahtuva pysäyttäminen tarkastuksia varten on kohtuuttoman kallista. Niinpä akselivärähtelyiden seuranta on yleisesti käytetty keino roottorien kunnan tarkailussa.

Särö pienentää roottorin jäykkyyttä ja näin ollen se alentaa ominaistaa-juuksia. Toisaalta, särö aiheuttaa uuden ominaistaaajuuden roottoriin, jonka poikkileikkauksen jäyhyysellipsi on ympyrä. Tämä uusi kriittinen pyörimisnopeus on noin puolet ehjän roottorin alimmasta kriittisestä pyörimisnopeudesta. Kolmanneksi, särö aiheuttaa muutoksia roottorin värähtelymuotoon ja värähtelyjen amplitudiin, toisin sanoen roottorin siirtymävasteeseen värähtelyssä. Ominaistaajuuksia ja akselin siirtymävastetta mitataan yleensä laakereiden kohdalta. Näin mitattua akselin keskipisteen liikerataa laakerissa kutsutaan ratakäyräksi.

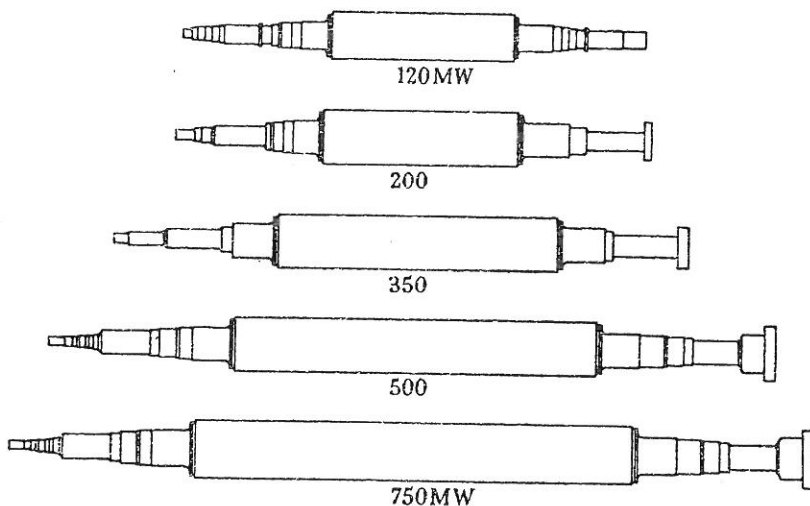
Luetelluista kolmesta roottorin dynaamisen käyttäytymisen osa-alueesta tarkastellaan nyt lähinnä särön vaikutusta ratakäyriin. Tavoitteena on määrittää, kuinka tietynlainen särö vaikuttaa tietynlaisen roottorin ratakäy-

riin, ja erityisesti kuinka suuri tulee särön olla, jotta se voidaan havaita suurella varmuudella akselivärähtelyjen seurannalla.

Esityksessä ei käsitellä aksiaali- ja vääntövärähtelyitä, joihin särön vaikutus on huomattavasti pienempi kuin poikittaisvärähtelyihin. Pyörivän akselin poikittaisista värähtelyistä olisi mielekästä käyttää esimerkiksi nimitystä kiertövärähtelyt (eng. whirling) erottamaan ne tavanomaisen palkin taivutusvärähtelyistä. Tämä on perusteltua, koska pyörivään liikkeeseen liittyy sille ominaisia herätevoimia ja pyörivän roottorin jännitystila eroaa vastaavasti värähtelevän paikallaan olevan roottorin jännitystilasta.

NYKYAIKAINEN ROOTTORI

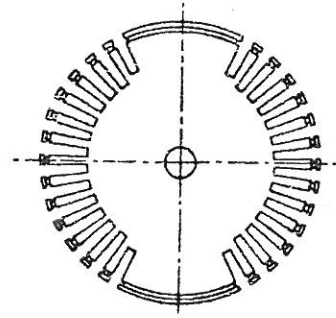
Generaattorien sähkötehon lisääntyessä ovat roottorien pituudet kasvaneet vastaavasti. Kuitenkaan roottorien halkaisijat eivät ole kasvaneet samassa suhteessa, koska halkaisijan kasvua rajoittavat liian suuriksi muodostuvat jännityskeskittymät. Suuret roottorit ovat siis hoikempia kuin pienet, ja tämä merkitsee alempia ominaistuuksia sekä suurempaa herkkyyttä värähtelyille. Kun roottorin pyörimisnopeus nostetaan tavalliseen käyntinopeuteensa, joka on 3000 r/min, ohittaa se kaksi tai kolme kriittistä pyörimisnopeutta eli resonanssitajuutta, joissa värähtelyjen amplitudit pyrkivät kasvamaan. Amplitudin kasvua rajoittavat resonanssikohdan nopea ylitys, hyvä tasapainotus sekä liukulaakereiden suuri vaimennus. Kuvasta 1 ilmenee roottorien koon kasvu sähkötehon lisääntyessä.



Kuva 1. Roottorien koon kasvu sähkötehon lisääntyessä.

Roottori on oikeastaan suuri pyörivä sähkömagneetti, jolla on pohjois- ja etelänapa vastakkaisilla puolillaan. Magneettikentän muodostaa kuparikäämitys, joka koostuu pitkittäisissä käämiurissa kulkevista kuparikäämeistä. Käämiurien vaikutuksesta roottorin poikkileikkauksen jäyhyysmomentit pysty-

ja vaaka-akselien suhteen eivät ole yhtä suuria, kuten kuvasta 2 voidaan selvästi havaita. Tämä on luonnollisesti epäedullista dynaamisessa mielessä, ja niinpä uusissa roottoreissa on pyritty jo valmistusvaiheessa saamaan jäykkyydet kummankin symmetria-akselin suhteen yhtä suuriksi. Yhtä suuren jäykkyyden saavuttamiseksi on käytännössä kaksi tapaa. Tavallisempi keino on tehdä käämiuria koko roottorin ympäri. Ylimääräiset käämiurat täytetään terästangoilla, jotta magneettivuon tiheys ei muutu. Toinen tapa on tehdä sopivan kokoisia poikittaisia uria koko roottorin pituudelle.



Kuva 2. Roottorin poikki-leikkaus.

ROTTORIN DYNAAMISEEN KÄYTTÄYTYMISEEN VAIKUTTAVAT ERI TEKIJÄT

Nykyaikaisen suuren roottorin massa on lähes 100 tonnia, laakeriväli yli 11 m ja roottoriosan halkaisija 1,2...1,3 m. Pyörimisnopeus on useimmissa generaattoreissa 3000 r/min. Käynnistettäessä ja pysäytettäessä roottori ylittää kaksi tai kolme kriittistä pyörimisnopeutta. Tätä taustaa vasten on helppo ymmärtää, miksi nykyiset roottorit ovat hyvin herkkiä kaikille tekijöille, jotka vaikuttavat niiden dynaamiseen käyttäytymiseen. Seuraavassa on lyhyesti esitetty nämä tekijät.

Massaepäkeskisyyden synnyttämä herätevoima aiheuttaa värähtelyä roottorin pyörimistaajuudella. Epätasapainosta aiheutuvat värähtelyt voidaan hallita riittävän tarkasti nykyisellä valmistus- ja tasapainotustekniikalla.

Eri suurista pääjäyhyysmomenteista aiheutuu värähtelyä taajuudella, joka on kaksi kertaa roottorin pyörimistaajuus, eli syntyy uusi alin kriittinen kierrosnopeus verrattuna roottoriin, jonka poikkileikkauksen jäyhyysellipsi on ympyrä. Nykyiset roottorit pyritään valmistamaan siten, että jäykkyys olisi joka suunnassa sama.

Vaimennus jaetaan sisäiseen ja ulkoiseen vaimennukseen. Sisäinen vaimennus koostuu hystereesivaimennuksesta ja rakenteellisesta vaimennuksesta (esim. kitka käämien ja rottoriosan välillä). Sisäisellä vaimennuksella on epästabiiliksi tekevä vaikutus ylikriittisillä pyörimisnopeuksilla /7/. Ulkoinen vaimennus jaetaan rottorin ja staattorin välissä olevan väliaineen vaimennukseen ja laakereiden öljykalvon vaimennukseen. Yleensä ainoastaan laakereiden vaimennuksella on merkitystä ja muut vaimennuskomponentit ovat niin pieniä, ettei niitä tarvitse ottaa huomioon.

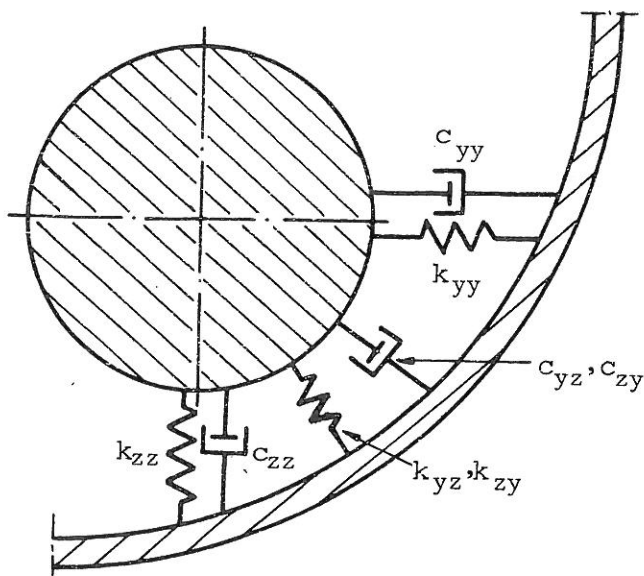
Roottorin käyristyminen tapahtuu yleensä epätasaisen lämpenemisen aiheuttamana. Sen vaikutus on hyvin samanlainen kuin massaepäkeskisyyden ja nämä tapaukset voidaan matemaattisessa mielessä käsitellä yhtenä tapauksena.

Hyrrämomentin vaikutus on merkittävä ainoastaan suurilla nopeuksilla ja amplitudeilla. Resonanssikohtaa ylitettäessä on sillä amplitudin arvoa pienentävä vaikutus, eli se toimii vaimentimen tapaan. Toisaalta hyrrämomentti jäykistää roottoria ja näin ollen nostaa resonanssitaajuutta päinvastoin kuin vaimennus /8/.

Magneettinen vetovoima syntyy roottorin ja staattorin välille. Se on suuruudeltaan kääntäen verrannollinen näiden väliseen etäisyyteen. Kun roottori värähdellessään siirtyy tiettyyn suuntaan, syntyy samaan suuntaan vetävä magneettinen voima. Pienillä siirtymillä tämän voiman ja siirtymän välinen yhteys on riittävällä tarkkuudella lineaarinen. Magneettinen voima pienentää siis systeemin efektiivistä jäykkyyttä ja näin ollen laskee ominaistaajuuksia. Se synnyttää myös heikon herätevoiman roottorin pyörimistaajuudella /2/.

Liukulaakereilla on huomattava vaikutus roottorin dynaamiseen käyttäytymiseen. Käytännöllisesti katsoen kaikki suuret roottorit on tuettu liukulaakereilla. Edellä on tullut jo esiin liukulaakereiden suuri vaimennus. Toisaalta roottorin ominaistaajuudet muuttuvat kierrosnopeuden funktiona, koska öljykalvon jousto-ominaisuudet muuttuvat /6/. Yleisesti liukulaakerit alentavat kriittistä kierrosnopeutta esimerkiksi vierintälaakereihin verrattuna. Liukulaakerin itseherätteiset värähtelyt tekevät käynnin epästabiiliksi tietyn kierrosnopeuden yläpuolella.

Tässä esityksessä oletetaan, että akselivärähtelyjen amplitudi on pieni verrattuna laakerin välykseen, jolloin öljykalvo voidaan kuvata lineaarisesti käyttäytyvällä jousi-vaimenninmallilla kuvan 3 mukaisesti. Pysty- ja vaa-



Kuva 3. Laskelmissa käytetty jousi-vaimenninmalli. $k_{yy} \dots k_{zz}$ ja $c_{yy} \dots c_{zz}$ ovat öljykalvoa kuvaavien jousien ja vaimentimien jousi- ja vaimennusvakiot.

kasuunnalla on kytkentä ja erityisesti on huomattava, että $k_{yz} \neq k_{zy}$ ja $c_{yz} \neq c_{zy}$.

ELEMENTTIMENETELMÄN SOVELTAMINEN PYÖRIVÄÄN ROOTTORISYSTEEMIIN

Kun otetaan huomioon useimmat roottoriin vaikuttavat tekijät särön lisäksi, muodostuu sen dynaaminen käyttäytyminen niin monimutkaiseksi, että vain numeeriset analyysimenetelmät tulevat kysymykseen. On valittu elementtimenetelmä, jota käyttäen särön vaikutus on helpompi ottaa huomioon kuin differenssimenetelmää soveltamalla. Elementiksi on valittu 2-solmuinen 8-vapausasteinen palkkielementti, jossa aksiaalivapausasteita ei ole mukana. Numeerisen käsittelyn perustana on lähde /3/.

Laskenta suoritetaan paikallaan olevassa koordinaatistossa. Mahdollisten eri suurten pääjäyhyysmomenttien ja särön vaikutuksesta jäykkyysmatriisi ei ole vakio, joten liikeyhtälö on epälineaarinen. Liikeyhtälö epälineaarisesti käyttäytyvälle pyörivälle roottorille eräällä ajanhetkellä on muotoa

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]_t\Delta\{\delta\} = \{R\} - \{F\}_\sigma, \quad (1)$$

missä $\{\ddot{\delta}\}$ on solmupisteiden kiihtyvyyksvektori, $\{\dot{\delta}\}$ nopeusvektori, $\Delta\{\delta\}$ pieni siirtymän muutosvektori, $[M]$ massamatriisi, $[C]$ vaimennusmatriisi, $[K]_t$ tangentiaalinen jäykkyysmatriisi, $\{R\}$ kuormavektori ja $\{F\}_\sigma$ elastinen voimavektori ennen siirtymän $\Delta\{\delta\}$ tapahtumista. Tässä oletetaan, että $[K]_t$ pysyy vakiona siirtymän $\Delta\{\delta\}$ tapahtuessa.

Elastista voimavektoria $\{F\}_\sigma$ laskettaessa on huomattava, että jäykkyysmatriisi $[K]_t$ on lineaarinen tietyllä ajanhetkellä ja näin ollen se on epälineaarinen vain ajan suhteen eli

$$\{F\}_\sigma = [K]_t\{\delta\}_0, \quad (2)$$

missä $\{\delta\}_0$ on siirtymävektori ennen muutoksen $\Delta\{\delta\}$ tapahtumista.

Liikeyhtälön (1) ratkaiseminen on mahdollista vain numeerisella aikaintegroinnilla. On valittu Wilsonin θ -menetelmä. Lähteessä /3/ on johdettu menetelmän kaavat epälineaariseen analyysiin soveltuvaan muotoon. Seuraavassa esitetään ko. kaavat suoraan.

Perustuntemattomaksi on valittu $\Delta\{\delta\}$, joka ratkaistaan yhtälöstä

$$[K]^*\Delta\{\delta\} = \{R\}^*, \quad (3)$$

missä

$$[K]^* = [K]_t + \frac{6}{(\theta\Delta t)^2} [M] + \frac{3}{\theta\Delta t} [C],$$

$$\begin{aligned} \{R\}^* = \{R(t_\theta)\} + [M]\left[\frac{6}{\theta\Delta t}\{\dot{\delta}(t)\} + 2\{\ddot{\delta}(t)\}\right] \\ + [C]\left[2\{\dot{\delta}(t)\} + \frac{\theta\Delta t}{2}\{\ddot{\delta}(t)\}\right] - \{F(t)\}_\sigma \end{aligned}$$

ja

$$\{R(t_0)\} = \{R(t)\} + \theta[\{R(t+\Delta t)\} - \{R(t)\}] .$$

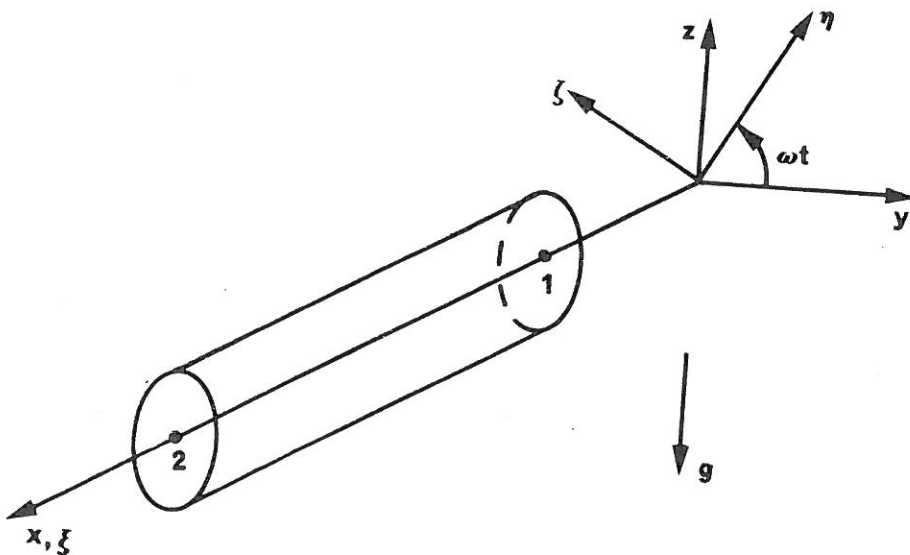
Uudet siirtymät, nopeudet ja kiihtyvyydet ajanhetkellä $t + \Delta t$ lasketaan kaavoista

$$\begin{cases} \{\ddot{\delta}(t+\Delta t)\} = \frac{6}{\theta^3 \Delta t^2} \Delta\{\delta\} - \frac{6}{\theta^2 \Delta t} \{\dot{\delta}(t)\} + (1 - \frac{3}{\theta})\{\ddot{\delta}(t)\} \\ \{\dot{\delta}(t+\Delta t)\} = \{\dot{\delta}(t)\} + \frac{\Delta t}{2} [\{\ddot{\delta}(t+\Delta t)\} + \{\ddot{\delta}(t)\}] \\ \{\delta(t+\Delta t)\} = \{\delta(t)\} + \Delta t\{\dot{\delta}(t)\} + \frac{\Delta t^2}{6} [\{\ddot{\delta}(t+\Delta t)\} + 2\{\ddot{\delta}(t)\}] . \end{cases} \quad (4)$$

Ratkaisu on lineaarisessa tapauksessa ehdoitta stabiili, kun $\theta \geq 1,37$. Tässä tapauksessa epälineaarisuus on niin lievää, että ehto pätee edelleen. Yleensä θ -parametrin arvoksi valitaan 1,4, jolloin ratkaisu stabiloituu riittävän nopeasti tarkkuuden kärsimättä. Aika-askeleen pituus tulisi valita siten, että

$$\Delta t \leq \frac{T}{20} , \quad (5)$$

missä T on aika, jonka kuluessa roottori pyörähtää yhden kierroksen. Koordinaatisto valitaan kuvan 4 mukaisesti.



Kuva 4. Staattinen xyz-koordinaatisto ja roottorin mukana pyörivä $\xi\zeta$ -koordinaatisto.

Kulmanopeudella ω pyörivä $\xi\zeta$ -koordinaatisto on kiinnitetty roottoriin ja xyz-koordinaatisto on paikallaan. Laskennan alussa ajan hetkellä $t = 0$ koordinaatistot yhtyvät. Yksinkertaisuuden vuoksi sovitaan, että särö on lasken-

nan alussa positiivisen z-akselin puolella symmetrisesti sen suhteen.

Jotta saadaan muodostettua yksittäisen elementin voimavektori sekä massa-, vaimennus- ja jäykkyyssmatriisit staattisessa koordinaatistossa, täytyy tuntea muunnosmatriisi $[L]$, joka muuntaa elementin solmupistesiiirtymät $\{\delta\}_{er}$ pyörivästä koordinaatistosta staattisen koordinaatiston vastaaviksi siirtymiksi $\{\delta\}_e$, joissa e viittaa elementtiin ja r pyörivään koordinaatistoon. Toisin sanoen

$$\{\delta\}_e = [L]\{\delta\}_{er} . \quad (6)$$

Samoin voimavektorille on voimassa

$$\{R\}_e = [L]\{R\}_{er} . \quad (7)$$

Muunnosmatriisi $[L]$ on muotoa

$$[L] = \begin{bmatrix} [T] & [T] & [T] & [T] \end{bmatrix} ,$$

missä

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\omega t & -\sin\omega t \\ \sin\omega t & \cos\omega t \end{bmatrix} .$$

Matriisi $[L]$ on ortogonaalinen eli $[L]^{-1} = [L]^T$, joten

$$\{\delta\}_{er} = [L]^T\{\delta\}_e . \quad (8)$$

Oletetaan nyt, että $\xi\eta\zeta$ -koordinaatisto ei pyöri, mutta on kiertynyt ξ -akselin ympäri kulman ωt verran. Tällöin on voimassa $\xi\eta\zeta$ -koordinaatistossa yksittäiselle elementille liikeyhtälö

$$[M]_{er}\{\ddot{\delta}\}_{er} + [C]_{er}\{\dot{\delta}\}_{er} + [K]_{ter}\Delta\{\delta\}_{er} = \{R\}_{er} - \{F\}_{\sigma er} . \quad (9)$$

Koska koordinaatisto ei pyöri, on yhteys (8) voimassa myös nopeuksille ja kiihtyvyyksille, joten yhtälö (9) voidaan kirjoittaa muotoon.

$$[M]_{er}[L]^T\{\ddot{\delta}\}_e + [C]_{er}[L]^T\{\dot{\delta}\}_e + [K]_{ter}[L]^T\Delta\{\delta\}_e = [L]^T\{R\}_e - [L]^T\{F\}_{\sigma e}$$

eli

$$[L][M]_{er}[L]^T\{\ddot{\delta}\}_e + [L][C]_{er}[L]^T\{\dot{\delta}\}_e + [L][K]_{ter}[L]^T\Delta\{\delta\}_e = \{R\}_e - \{F\}_{\sigma e} . \quad (10)$$

Yhtälöstä (10) nähdään helposti massa-, vaimennus- ja jäykkyyssmatriisien muunnokset $\xi\eta\zeta$ -koordinaatistosta xyz -koordinaatistoon:

lisätään koko rakenteen jäykkyyismatriisiin vastaaviin alkioihin.

Kuormavektori $\{R\}$ on oman painon ja epätasapainon aiheuttamien kuormavektorien summa. Elementin oman painon aiheuttama kuormavektori xyz-koordinaatistossa on

$$\{F\}_e^g = \left[0, -\frac{mg\ell}{2}, \frac{mg\ell^2}{12}, 0, 0, -\frac{mg\ell}{2}, -\frac{mg\ell^2}{12} \right]^T$$

ja epätasapainon aiheuttama kuormavektori

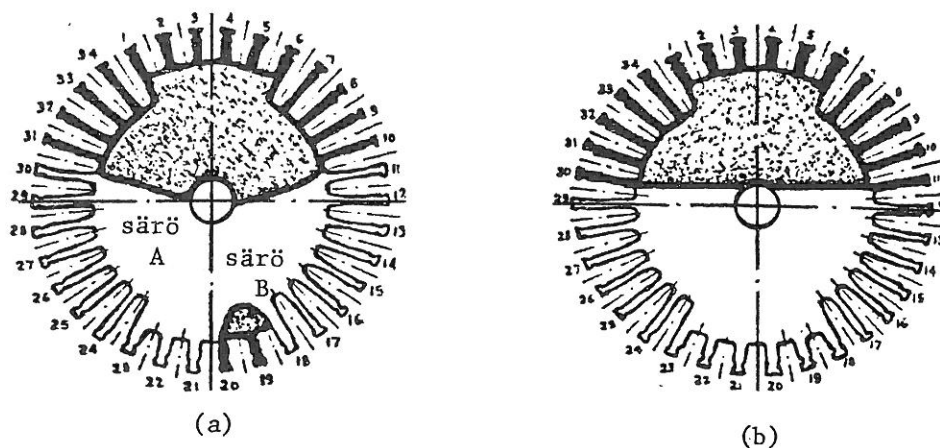
$$\{F\}_e^\epsilon = [L] \frac{m\omega^2 \ell}{60} \begin{Bmatrix} 21\epsilon_{\eta 1} + 9\epsilon_{\eta 2} \\ 21\epsilon_{\zeta 1} + 9\epsilon_{\zeta 2} \\ -3\epsilon_{\zeta 1}\ell - 2\epsilon_{\zeta 2}\ell \\ 3\epsilon_{\eta 1}\ell + 2\epsilon_{\eta 2}\ell \\ 9\epsilon_{\eta 1} + 21\epsilon_{\eta 2} \\ 9\epsilon_{\zeta 1} + 21\epsilon_{\zeta 2} \\ 2\epsilon_{\zeta 1}\ell + 3\epsilon_{\zeta 2}\ell \\ -2\epsilon_{\eta 1}\ell - 3\epsilon_{\eta 2}\ell \end{Bmatrix}$$

missä $\epsilon_{\eta 1}$ on epätasapainon suuruus η -suunnassa elementin alkupäässä jne.

Koko rakenteen kuormavektoriin lisätään pistemassojen aiheuttama kuormavektori.

SÄRÖLLISEN ELEMENTIN JÄYKKYYSMATRIISIN MUODOSTAMINEN

Ydintymisen jälkeen tapahtuva särön kasvu on hyvin epämääräistä, ja särön etenemissuunnasta ja muodosta voidaan tehdä vain likimääräisiä oletuksia. Kun särö kasvaa suuremmaksi, sen muoto muuttuu vähitellen täsmällisemmäksi kuin alussa (ks. kuva 5 (a)).

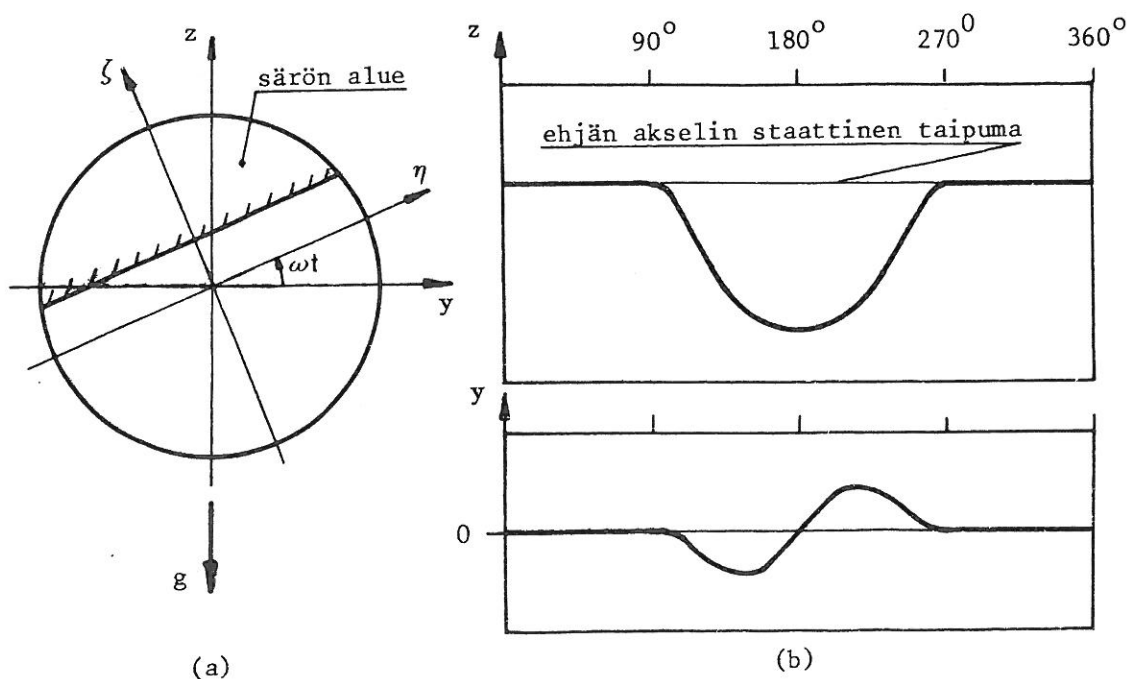


Kuva 5. Suurehko särö ja pieni särö roottorissa (a) /4/, laskelmissa käytetty särön A malli (b).

Särön etenemisrintama on aluksi hyvin kaareva, mutta se oikenee särön kasvaessa. Kun särö on saavuttanut roottorin symmetria-akselin, on etenemisrintama jo varsin suora.

Käytetään särön muodolle laskennallisesti yksinkertaista mallia, jossa etenemisrintama kuvataan suorana siten, että mallin jäykkyysominaisuudet vastaavat mahdollisimman hyvin todellisia (ks. kuva 5 (b)). Lisäksi oletetaan, että särö on aina roottorin normaalitasossa ja että särön syvyys on korkeintaan puolet roottorin halkaisijasta.

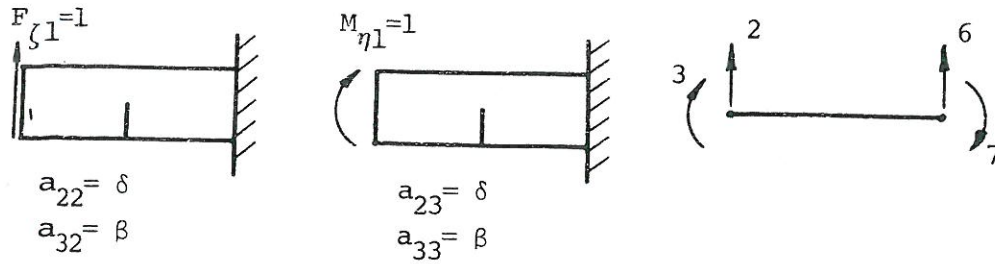
Särön muodon lisäksi tarkastellaan särön 'hengittämistä' eli sitä, kuinka särö aukeaa ja sulkeutuu roottorin pyöriessä ja näin ollen vaikuttaa roottorin jäykkyyteen. Oletetaan, että särö on ideaalinen, jolloin se vastaa ehjää materiaalia ollessaan neutraalitason puristuspuolella normaalijännityksen suuruudesta riippumatta. Säröllisen elementin jäykkyys ζ -akselin ympäri vastaa riittäväällä tarkkuudella ehjän roottorin jäykkyyttä /5/. Jäykkyys η -akselin ympäri vaihtelee riippuen särön tilasta. Kokeellisesti on osoitettu, että särö vaikuttaa jäykkyyteen merkittävästi vasta, kun yli puolet siitä on vetojännityksen alueella /5/. Kuva 6 selventää oletettua särön vaikutusta roottorin jäykkyyteen ja näin ollen sen vaikutusta roottorin taipumaan.



Kuva 6. Pyörivä ja staattinen koordinaatisto (a) sekä siirtymät pysty- ja vaakasuunnissa roottorin pyörähtäessä yhden kierroksen hyvin hitaasti (b).

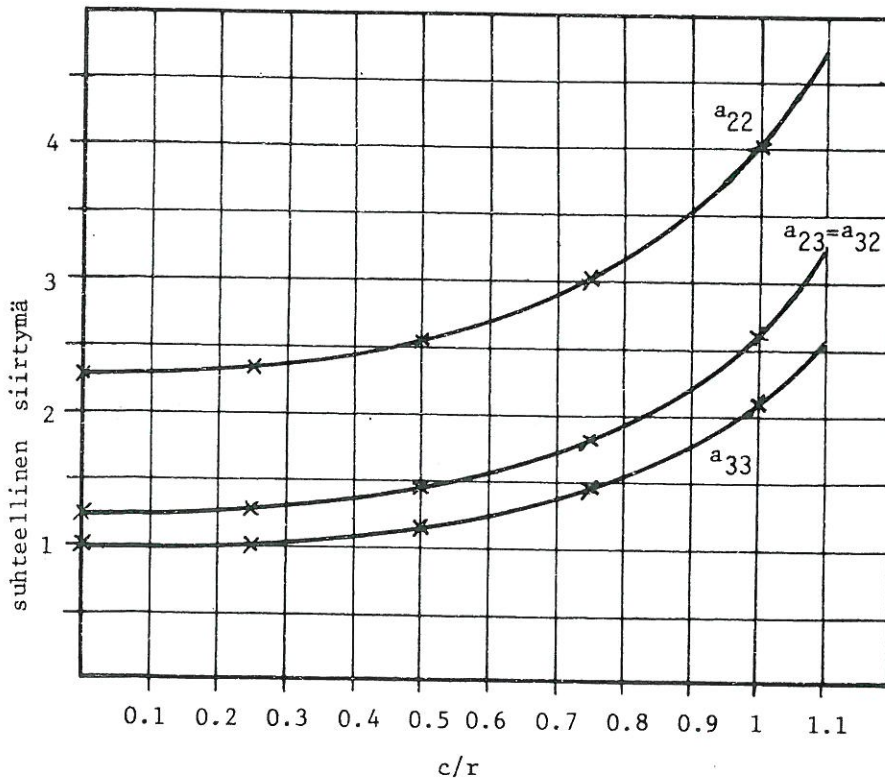
Ratkaistaan säröllisen elementin jäykkyysoinamatriisin alkiot ζ -suunnalle särön ollessa täysin auki muodostamalla ensin elementin alkupään joustomatriisi. Kääntämällä joustomatriisi saadaan jäykkyysoinamatriisi elementin alkupäälle. Loput jäykkyysoinamatriisin alkiot lasketaan voimatasapainoehdoista. Tämä

perustuu siihen, että jäykkyyssmatriisin termi k_{ij} on tulkittavissa voimaksi vapausasteen i suuntaan, kun vapausasteen j suuntaan on tapahtunut ykkösen suuruinen siirtymä. Joustomatriisi muodostetaan kiinnittämällä elementin toinen pää ja asettamalla toiseen päähän vaikuttamaan vuorotellen ykkösen suuruinen voima ja momentti kuvan 7 mukaisesti. Näiden aiheuttamat siirtymät ja kallistuskulmat muodostavat symmetrisen joustomatriisin [a].



Kuva 7. Säröllisen elementin alkupään joustomatriisin muodostaminen ja vapausasteiden numerointi ζ -suunnalle.

Kuvassa 8 on käyrästön muodossa esitetty joustomatriisin alkioiden suhteelliset arvot särön koon funktiona elementille, jonka pituus/säde -suhde on 5. Ne on ratkaistu VTT:n Ydinvoimatekniikan laboratoriossa kehitetyllä CRACK-ohjelmalla.



Kuva 8. Suhteelliset siirtymät särön koon funktiona, kun $l/r = 5$ (r = säde, c = särön syvyys ja $l = 2,5$ m).

Nyt siis tunnetaan jäykkyyssmatriisi $[K]_{er}$ särön ollessa täysin kiinni ja jäykkyyssmatriisi $[K]_{cr}$ särön ollessa täysin auki. Yleisessä tapauksessa särö on kuitenkin osittain auki ja jäykkyyssmatriisin alkioiden arvot vaihtelevat näiden kahden matriisin esittämien ääriarvojen välillä. Särön tila

riippuu neutraalitason sijainnista säröön nähden. Se alue, jossa on puristusta, vastaa ehjää materiaalia.

Muodostetaan jäykkyysmatriisien $[K]_{er}$ ja $[K]_{cr}$ alkioiden \hat{k}_{ij} ja k_{ij} suhteesta riippuva kerroin

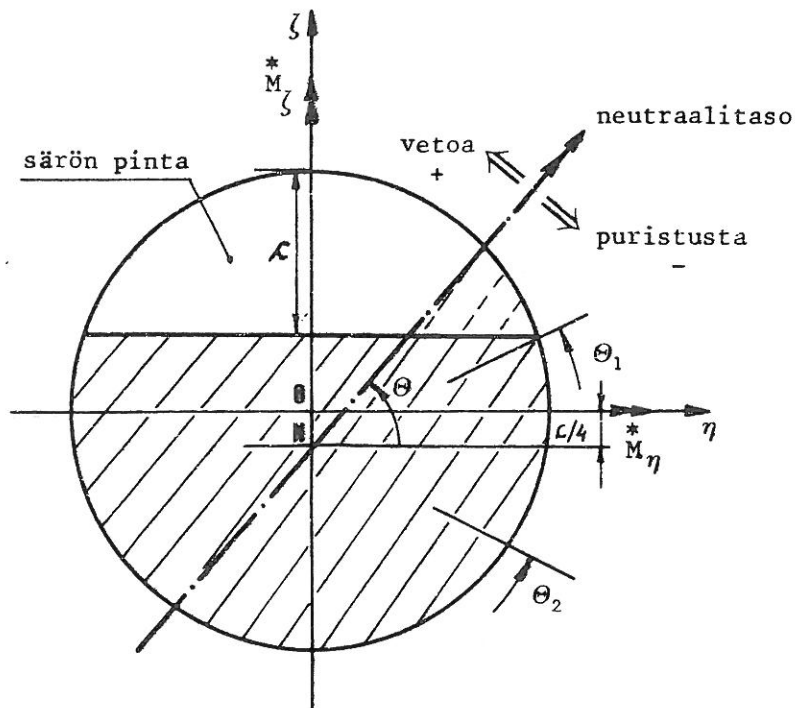
$$\alpha_{ij} = 1 - \frac{k_{ij}}{\hat{k}_{ij}} . \quad (13)$$

Lopullisen jäykkyysmatriisin $[K]_{cr}^*$ alkiot ovat

$$k_{ij}^* = \hat{k}_{ij} - \alpha_{ij} \hat{k}_{ij} f(\theta) , \quad (14)$$

missä funktion $f(\theta)$ arvo on kokeellisten tulosten perusteella kuvan 9 merkinnöin /5/

$$\left\{ \begin{array}{ll} \theta \leq \theta_1 : & f(\theta) = 1 \\ \theta_1 < \theta < \frac{\pi}{2} : & f(\theta) = \sqrt[4]{\cos\left(\frac{\theta - \theta_1}{\pi/2 - \theta_1} \frac{\pi}{2}\right)} \\ \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} : & f(\theta) = 0 \\ \frac{3\pi}{2} < \theta < \theta_2 : & f(\theta) = \sqrt[4]{\sin\left(\frac{\theta - 3\pi/2}{\theta_2 - 3\pi/2} \frac{\pi}{2}\right)} \\ \theta \geq \theta_2 : & f(\theta) = 1 . \end{array} \right.$$



Kuva 9. Neutraalitason sijainti pyörivässä koordinaatistossa. Janan ON pituus on neljäsosa särön syvyydestä.

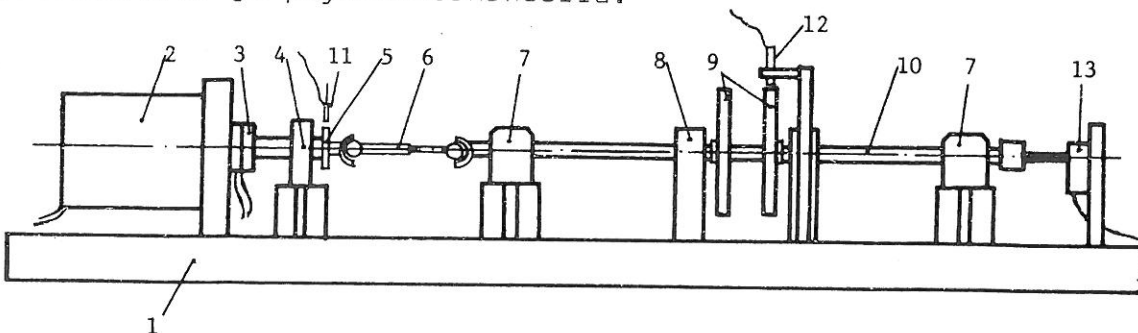
Neutraaliakseli sijaitsee särön kohdalla likimain etäisyydellä $ON = c/4$ symmetria-akselista.

Värähtelyistä ja elementin poikkipinnan epäsymmetrisyydestä johtuen neutraalitaso ei yleisessä tapauksessa ole edes likimain vakioasennossa roottorin pyöriessä ja siten kulma θ täytyy laskea joka aika-askeleella uudestaan. Neutraalitaso ja η -akselin välistä kulmaa θ määritettäessä lasketaan ensin momentit elementin solmupisteissä. Näiden avulla saadaan edelleen neutraalitaso laskettua särön kohdalla.

Roottorin siirtymävasteen laskemiseen on kehitetty tietokoneohjelma ROTOR, joka ottaa huomioon särön vaikutuksen roottorin jäykkyyteen. Jotta yhtälön (3) $[K]^*$ -matriisi olisi symmetrinen, ei ohjelmassa oteta huomioon laakereiden dynaamisten vakioiden kytkennän eikä hyrrämomentin vaikutusta.

KOKEELLINEN OSA

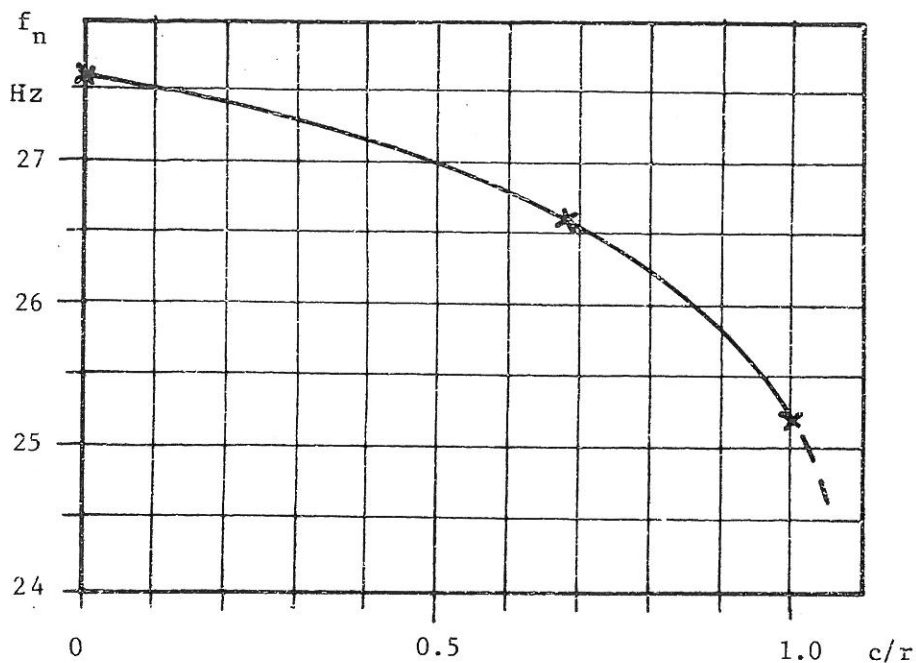
ROTOR-ohjelman testaaminen on vaikeata, koska analyttisiä tuloksia särön vaikutuksesta akselivärähtelyihin ei voida laskea. Niinpä Helsingin teknillisen korkeakoulun Lujuusopin laboratorioon tehtiin yksinkertainen koejärjestely, jolla mitattiin särön vaikutusta akselin dynaamiseen käyttäytymiseen ja saatuja mittaustuloksia verrattiin vastaaviin laskettuihin tuloksiin. Koepenkki oli kuvan 10 mukainen. Siinä jäykällä alustalla (1) oleva sähkömoottori (2) pyöritti koeakselia (10), johon oli kiinnitetty kaksi 15 kg massakiekkoa (9) ja joka oli tuettu pallomaisilla rullalaakereilla (7). Voimansiirto tapahtui magneettikytkimen (3), laakerin (4) ja kardaniakselin (6) välityksellä. Siirtymiä mitattiin toisen kiekon pinnasta pysty- ja vaakasuunnassa pyörrevirta-antureilla (12). Lisäksi pulssianturi (11) antoi pulssin kerran kierroksen aikana, kun kiekossa (5) oleva lovi ohitti sen, ja anturi (13) mittasi kierrosnopeutta. Tulokset analysoitiin HP:n signaalianalysaattorilla ja pöytä tietokoneella.



Kuva 10. Dynaamisten mittausten koepenkki.

Akseliin väsytetty särö sijaitsi massakiekkojen välissä. Kuvassa 11 on esitetty särön koon vaikutus akselin pystysuuntaiseen ominaistajuuteen.

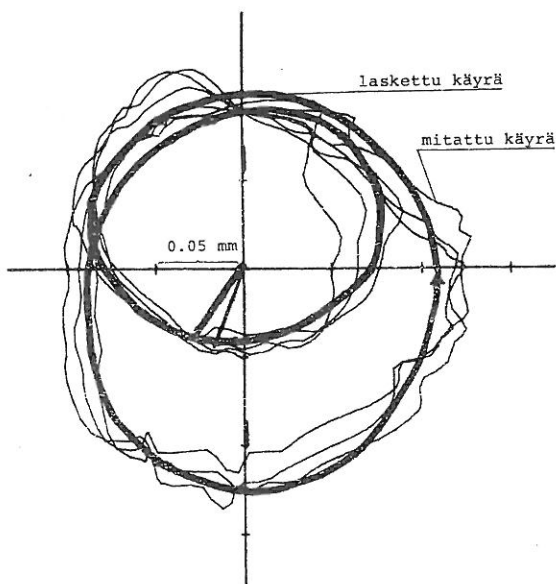
Siirtymiä mitattaessa ainoastaan resonanssitaajuuksien lähellä amplitudit kasvoivat niin suuriksi, etteivät mittausvirheet ja häiriöt vaikuttaneet



Kuva 11. Ominaistaajuuden muuttuminen särön koon funktiona.

tuloksiin merkittävästi. Tällöinkin hyviä tuloksia saatiin ainoastaan akselilla, jossa oli särö puoleen väliin. ROTOR-ohjelmalla laskettiin kolme tapusta, joita verrattiin mittausten antamiin tuloksiin. Ohjelmalle alkuarvoja annettaessa laakerit oletettiin pystysuunnassa jäykiksi ja vaakasuunnalle laskettiin jousivakio ominaistaajuuden perusteella. Systemin vaimennus todettiin niin pieneksi, ettei sitä tarvinnut alkuarvoja annettaessa ottaa huomioon. Toisaalta laskentamenetelmän numeerinen vaimennus on suurempi kuin systemin todellinen vaimennus.

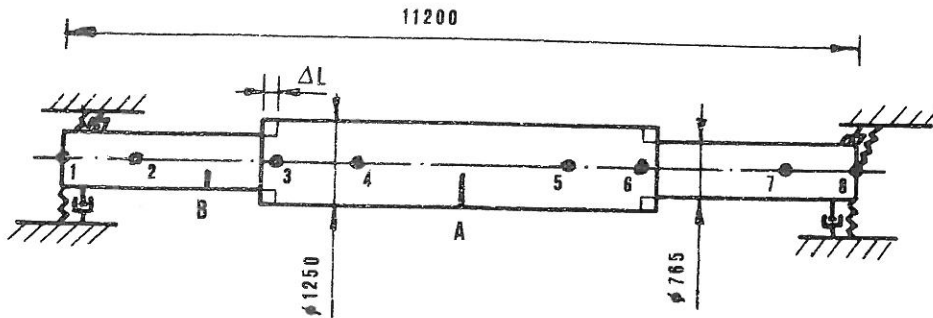
Lasketut ja mitatut tulokset vastasivat hyvin toisiaan. Kuvassa 12 on esitetty vertailun tulos, kun akseli pyöri 600 r/min.



Kuva 12. 600 r/min, laakereiden jousivakio on vaakasuunnassa 10^7 N/m ja pystysuunta on jäykkä. Mitatun käyrän epätasaisuus johtuu mittaepätarkkuuksista (esim. massakiekon pinnan epätasaisuus).

LASKENTAESIMERKKI

Lasketaan särön vaikutus kuvan 13 mukaisen sähkögeneraattorin roottorin ratakäyriin. Särö sijaitsee joko kohdassa A tai B.

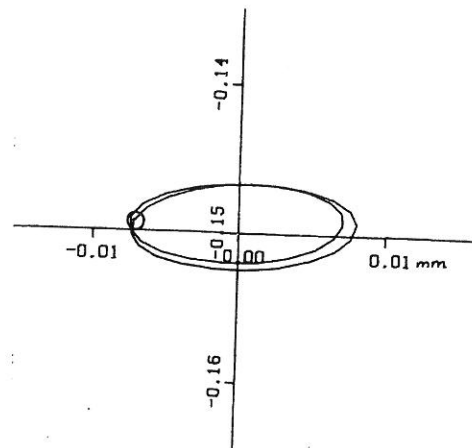
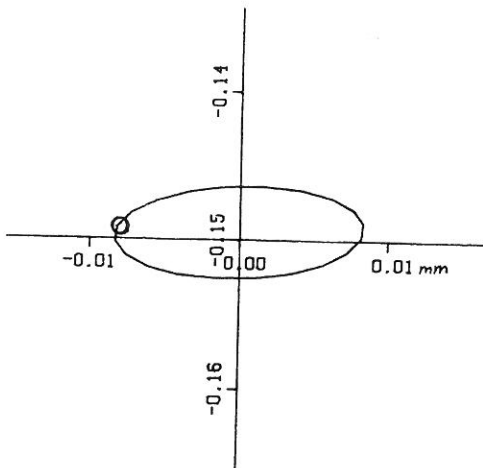


Kuva 13. Esimerkkiroottori solmupisteineen.

Kuvassa 13 esiintyvien mittojen lisäksi tunnetaan seuraavat lähtöarvot:

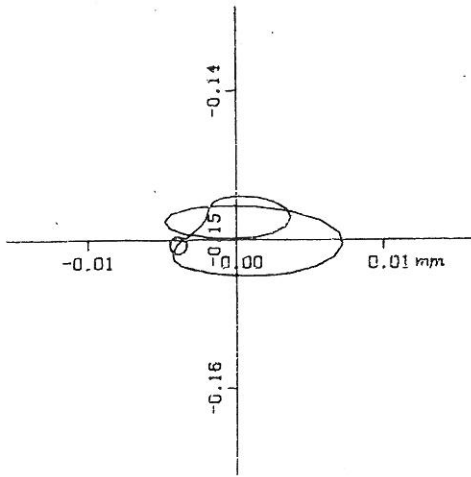
akselien pituudet:	2,65 m
roottorin pituus:	5,90 m
akseliosien massa:	3580 kg/m
roottoriosan massa:	9500 kg/m
akseliosan jäyhyysmomentti:	$I_{\eta} = I_{\zeta} = 0,0168 \text{ m}^4$
roottoriosan jäyhyysmomentti:	$I_{\eta} = 0,1080 \text{ m}^4$
	$I_{\zeta} = 0,0959 \text{ m}^4$
jousivakiot:	$k_{yy} = 1,6 \cdot 10^9 \text{ N/m}$
	$k_{zz} = 2,4 \cdot 10^9 \text{ N/m}$
vaimennusvakiot:	$c_{yy} = 5,6 \cdot 10^6 \text{ Ns/m}$
	$c_{zz} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Ns/m}$
pyörimisnopeus:	$N = 3000 \text{ r/min}$

Kuvissa 14...19 on piirretty ohjelmalla laskettuja akselin ratakäyriä laakereissa erikokoisilla säröillä. Ensimmäisessä kuvassa on ehjän akselin

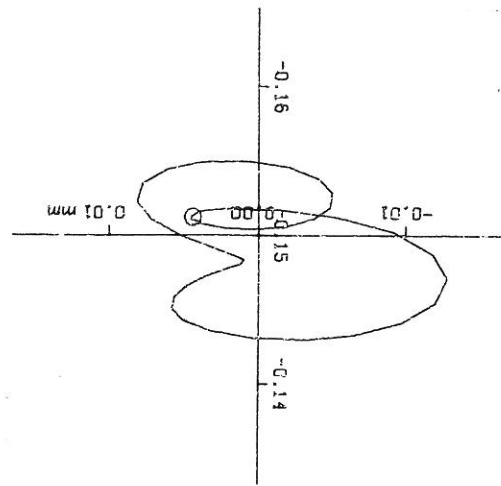


Kuva 14. Ehjä akseli.

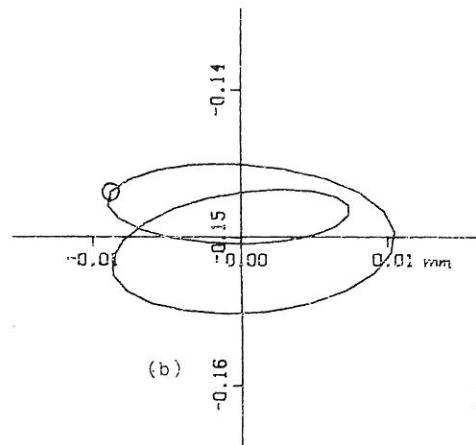
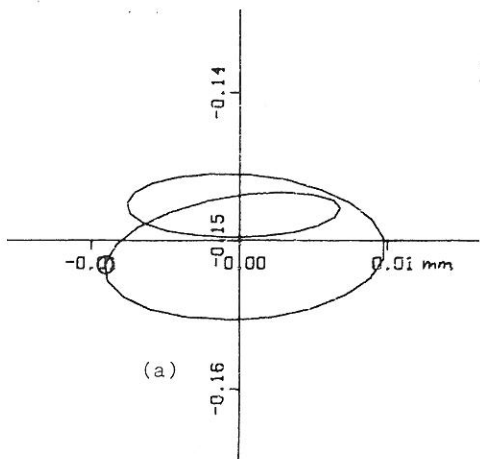
Kuva 15. Särö A, $c/r = 0,25$.



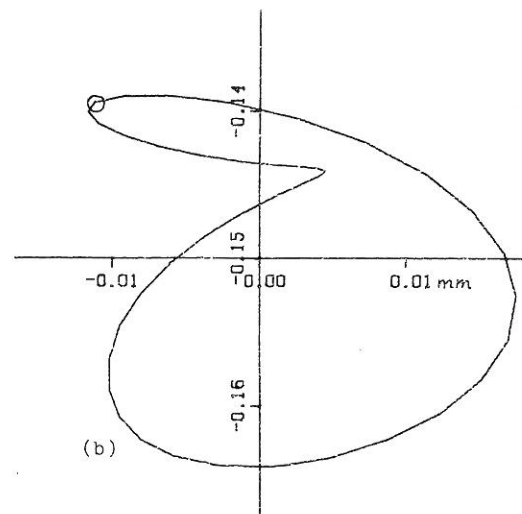
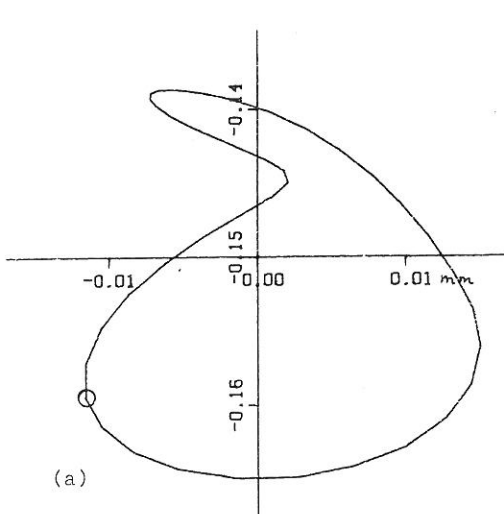
Kuva 16. Särö A, $c/r = 0,5$.



Kuva 17. Särö A, $c/r = 0,75$.



Kuva 18. Särö B, $c/r = 0,25$, solmu 1 (a), solmu 8 (b).



Kuva 19. Särö B, $c/r = 0,5$, solmu 1 (a), solmu 8 (b).

ratakäyrä. Kuvista 15...17 ilmenee särön vaikutus ratakäyrään, kun särö on kohdassa A. Tapauksessa B särö vaikuttaa epäsymmetrisesti värähtelyihin, joten sen vaikutusta tarkastellaan molemmissa laakereissa erikseen, kuvat 18 ja 19. Kuvissa oleva ympyrä on kohdassa, jossa akseli on särön ollessa suoraan ylöspäin.

JOHTOPÄÄTELMIÄ

On kehitetty ROTOR-ohjelma, joka antaa luotettavia tuloksia säröllisen roottorin dynaamisesta käyttäytymisestä, jos lähtötiedot tunnetaan riittävän hyvin. Kuitenkaan mitään yleistä mallia särön vaikutuksesta roottorin siirtymävasteeseen ei voida esittää, vaan jokainen tapaus on laskettava erikseen.

Parhaina indikaattoreina särön syntymisestä ovat ratakäyriä muuttavat laakereissa ja ominaistajuuksien aleneminen. Tapauksesta riippuu, kumpi näistä on parempi ja varmempi indikaattori. Kuitenkin, jos särön syvyys on suurempi kuin akselin säteen puolikas, havaitaan särö suurella varmuudella tarkkailemalla sekä ominaistajuuksia että ratakäyriä laakereissa. Tarkkailuun käy sama mittalaitteisto, joten ne eivät missään tapauksessa ole toisiinsa poissulkevia mittausmenetelmiä.

KIRJALLISUUTTA

- [1] Cameron, A., The Principles of Lubrication. Longmans, London 1966. 600 s.
- [2] Gasch, R., Pfützner, H., Rotordynamik. Springer-Verlag, GDR 1975. 188 s.
- [3] Ikonen, K., Ydinvoimalaputkiston dynaaminen käyttäytyminen vauriotilanteessa. Lisensiaattityö. Helsingin teknillinen korkeakoulu, koneinsinööriosasto. Helsinki 1978. 110 s.
- [4] Lindley, T.C., McIntyre, P., Snow, D.J., Wilson, J.D., Lichnowski, A.J., Fatigue and Environmental Cracking in Turbo-Generators. 6th Thermal Generation Specialists Meeting, Madrid, May 5-6, 1981. International Union of Producers and Distributors of Electrical Energy. Paris 1981. 42 s.
- [5] Salminen, P., Särön vaikutus joustavan roottorin värähtelyihin. Diplomityö. Helsingin teknillinen korkeakoulu, koneinsinööriosasto. Helsinki 1982. 167 s.
- [6] Smith, D.M., Journal Bearings in Turbomachinery. Chapman and Hall Ltd, London 1969. 176 s.
- [7] Tondl, A., Some Problems of Rotor Dynamics. London 1965. 434 s.
- [8] Yanabe, S., Vibration of a Shaft Passing through a Critical Speed. Bulletin of the JSME 23 (1980), s. 945-952.

Pertti Salminen, DI, Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Ydinvoimatekniikan laboratorio.