TERÄSBETONILAATTOJEN MITOITUSMENETELMIEN KEHITTÄMINEN

Harry Böhling

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 14
No. 4 1981 s. 31...40

YHTEENVETO: Artikelissa käsitellään yleisimpiä käytössä olevia teräsbetonilaattojen mitoitusmenetelmiä. Raudoituksen yksinketaistamiseksi ja teräsmenekin vähentämiseksi on kehitetty uusi helppokäyttöinen mitoitusmenetelmä jonka periaate on esitetty artikkelissa. Lopuksi on esitetty laskuesimerkki, jossa on verrattu nykyisiä mitoitusmenetelmiä sekä uuden menetelmän vaikutusta laataston teräsmenekkiin.

JOHDANTO

Teräsbetonilaattojen mitoittamisessa suurin vaikeus on taivutusmomenttien jakautumisen määrittäminen. Puhtaan kimmoteoreettisen momenttijakauman perusteella tapahtuva laataston mitoitus ei voi käsinlaskumenetelmänä tulla kysymykseen, koska momenttien laskeminen riittävällä tarkkuudella on hankala tehtävä varsinkin, jos laatasto ei ole aivan säännöllinen. Jos momentit lasketaan tietokoneohjelmalla, tarjoaa kimmoteoria huomattavia etuja. Käyttötilassa myötöä ei tapahdu, ja rakenne käyttäytyy kimmoteorian mukaan. Suuret muodonmuutokset ja halkeamat estetään tehokkaimmin kimmoteorian mukaisella raudoituksella.

Kimmoteoriaa käytettäessä suunnittelija ei voi valita yhtään voimasuuretta, vaan mitoitus tapahtuu täysin yksikäsitteisesti tietylle momenttijakaumalle. Tämä seikka heikentää kuitenkin mahdollisuuksia rationaaliseen raudoittamiseen, koska noudatettaessa raudoituspinta-aloissa tarkoin momenttijakautumaa, saadaan epäsäännölliseen laatastoon epäsäännöllinen ja epäyhtenäinen raudoitus.

Alarajaratkaisuissa käytetään tasapainoehdot täyttäviä momenttien jakautumia. Tällöin suunnittelija saa huomattavasti vapaammat kädet. Kaistamenetelmässä halutunlainen momenttijakauma saadaan aikaan valitsemalla kuormalle kantosuunta tai jakamalla se eri suuntien kesken. Koska näin saadut kaistat voidaan mitoittaa palkkeina, menetelmän laskentatyö on myös käsin suoritettavissa laataston muodosta riippumatta. Halutusta tarkkuudesta riippuu, kuinka paljon erilaisia laskettavia kaistoja tarvitaan. Yleensä päästään aina sitä pienempään teräsmenekkiin, mitä yksityiskohtaisemmin laskelmat suoritetaan, mutta koska kyseessä on alarajamenetelmä, ollaan aina varmalla puolella. Koska laskettavien kaistojen ajatellaan olevan toisistaan irrallaan, menetetään edullisen vääntömomentin vaikutus laskennassa. Kaistat sinänsä mitoitetaan kimmoteoreettisesti, tai käyttäen jotain muuta tasapainoehdot täyttävää momenttipintaa, jolloin varsinkin kentän reunoille tulee helposti ylimääräistä kapasiteettia, koska tankojen katkaisukohtien tarkka määrittäminen on työlästä. Kaistamenetelmän suurimpana heikkoutena onkin se, että se johtaa melko suuriin teräsmääriin, jos ei mennä yksityiskohtaisiin laskelmiin ja monimutkaiseen raudoitteeseen. Kaistamenetelmä soveltuukin parheiten tapauksiin, joissa käsin laskien halutaan ratkaista hyvin epäsäännöllinen laatasto tai, joissa nopeasti halutaan saada karkea varmalla puolella oleva likiarvo. Pilarilaatastojen käsinlaskennassa kaistamenetelmä on ainoa käyttökelpoinen alarajalauseeseen perustuva menetelmä.

"massiva betongplattor"-teoksen taulukot eivät alarajaluonteestaan huolimatta anna käyttäjälleen mahdollisuutta staattisesti määräämättömien suureiden valintaa, vaan pyrkimyksenä on päästä lähelle kimmoteoreettista ratkaisua. Menetelmä on helppokäyttöinen, eivätkä raudoitusmäärätkään ole kovin suuria. Sovellutusalueena on kuitenkin vain suorakaiteenmuotoisista kentistä koostuva sivuiltaan vapaasti tai jäykästi tuettu laatasto.

Myötöviivateorialla saadaan myötökuorman ylärajaratkaisu, joten ei olla n.s. "varmalla puolella". Tämän vuoksi laskenta olisi suoritettava riittävällä tarkkuudella, jotta päästäisiin mahdollisimman lähelle oikeaa ratkaisua. Yleisimpiin tapauksiin löytyy alan kirjallisuudesta valmiiksi lasketut ratkaisut, esim /10/ ja /5/. Tapaukset, joihin valmista ratkaisua ei löydy, ovatkin yleensä niin monimutkaisia, että käsinlaskennassa työ muodostuu kohtuuttomaksi tai on tehtävä yksinkertaistuksia. Myötöviivateorian käyttö vaatii hyvät teoreettiset tiedot ja riittävästi kokemusta, koska väärin arvattu myötökuvion muoto tai yksinkertaistusten vaikutuksen aliarviointi vie ratkaisua aina epävarmempaan suuntaan.

Myötöviivateoriaa käytettäessä suunnittelijan on ensin valittava osa suunnitteluparametreista. Tämä seikka antaa hyvät mahdollisuudet rationaaliseen raudoittamiseen. Osa laataston raudoitteista voidaan valita suoraan laskematta mitään, minkä jälkeen lasketaan puuttuville osille vaadittava kapasiteetti. Myötöviivateorialla saadut teräsmäärät ovat yleensä pieniä. Kaistamenetelmllä päästään samoihin lukuihin vain huomattavasti monimutkaisemalla raudoituksella. Myötöviivateoria soveltuu periaatteessa kaikkiin mahdollisiin laattatyyppeihin, ja on kaistamenetelmän ohella ainoa käsinlaskumenetelmä pilarilaattojen laskemiseksi.

Koska myötöviivateoriassa tarkastellaan rakennetta mekanismin syntymishetkellä, ja lasketaan momentit vain myötöviivoilla, on käyttötilatarkastelujen suorittaminen suoraan sen pohjalta mahdotonta. Taipumien ja halkeamien tutkimiseksi on tällöin käytettävä muita keinoja.

OPTIMOIVA MITOITUS

Teräsmäärän minimointi

Kuormitukseltaan ja geometrialtaan tunnettu teräsbetonilaatta voidaan mitoittaa käyttäen periaatteessa mitä tahansa tasapainoehdot toteuttavista momenttikentistä, joista optimoivassa mitoituksessa on valittava taloudellisin. Koska teräsmenekki on lähes lineaarisesti riippuvainen vaadittavasta momenttikapasiteetista, voidaan ongelma ratkaista minimoimalla funktionaali

$$\Phi = \int_A k(|m_1| + |m_2|)dA \tag{1}$$

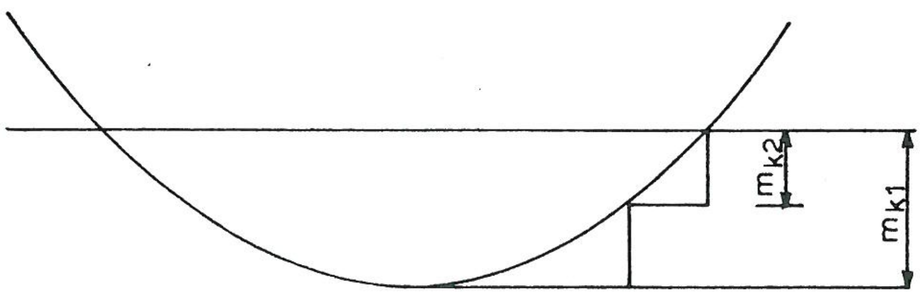
missä m_1 ja m_2 ovat päämomentit ja k tunnettu vakio. Integrointi tapahtuu yli koko laatan tai laataston alueen. Yhtälöstä (1) saadaan kustannusfunktionaalin minimille aina yläraja eli liian suuri tai oikea arvo, sillä tutkitut momenttijakaumat toteuttavat alarajalauseen.

Jos luovutaan alarajalauseen staattisista tasapainoehdoista, ja oletetaan kinemaattiset reunaehdot toteuttava siirtymäkenttä w (z,y) sekä siihen liittyvä ulkoisten kuormien kenttä p (x,y), saadaan kustannusfunktionaali

$$\Phi_1 = \int_A [p(x,y)\cdot w(x,y)]dA \tag{2}$$

Minimoimalla (2) saadaan aina alaraja todelliselle optimille.

Tällainen laatan teräsmäärän teoreettinen optimointi ei kuitenkaan voi käytännössä tulla kysymykseen. Pyrittäessä rationaaliseen raudoittamiseen perusedellytyksenä on, että tangot asetetaan ortotrooppisesti ja laatan sivujen suuntaisesti. Laatan momenttipinnat ovat yleensä muodoltaan toisen asteen paraaveleja (kuva 1).



Kuva 1. Laatan momenttipinta.

Jos koko kenttään asetetaan raudoitus maksimimomentin mukaan, tulee reuna-alueille huomattavaa ylikapasiteettia. Raudoitus kannattaa siis porrastaa (kuva 1) myötäilemään momenttipintaa. Mitä tiheämpi porrastus valitaan sen lähemmäs päästään optimia, mutta sitä hankalammaksi muuttuu raudoite.

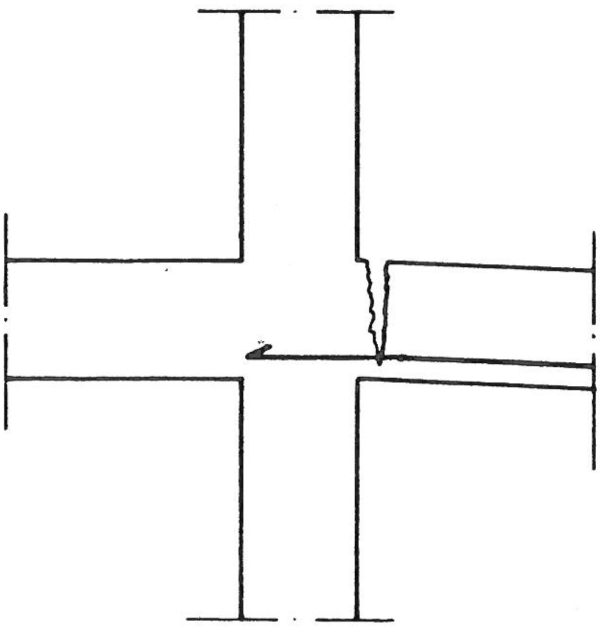
Taloudellisia laataston raudoitusmahdollisuuksia

Teräsbetonilaattojen raudoituskustannuksissa työn osuus on huomattava. Tätä suurinta menoerää voitaisiin pienentää lisäämällä raudoitteiden toistuvuutta ja yksinkertaistamalla niitä. Raudoitetehtaissa päästäisiin pitkiin valmistussarjoihin, työmaalla raudoitteet saataisiin oikeille paikoilleen helpommin, ja rakennelaskelmat helpottuisivat.

Eräs keino raudoituksen yksinkertaistamiseksi olisi valita sama vakioraudoite kaikille tuille ja laskea vaadittavat kenttäraudoitukset. Tuen raudoutus tulee tarkasti hyödynnettyä ja kenttä lievästi ylimitoitettua. Kenttämomenttien arvot ovat helposti laskettavissa, sillä kukin kenttä voidaan mitoittaa erikseen muista riippumatta. Samanlaisen tukiraudoitteen lisäksi voisi myös kenttien perusverkko olla samanlainen läpi koko laataston. Mitoituksen perusteella tämän perusverkon päälle lisätään tarvittava määrä irtotankoja tai lisäverkko. Laataston raudoituksen ainoa muuttuja on tällöin kentän lisäraudoite, mikä helpottaa laskenta- ja asennustyötä.

Yläpinnan raudoituksen poisjättäminen

Eräs edellisen menetelmän erikoistapaus on suunnitella laatasto ilman tukiraudoitteita. Kuormitettuna laatta halkeaa tuella ja laatasto muuttuu joukoksi vapaasti tuettuja laattoja. Laskentatyö on tällöin helppo. Muuttuvien kuormien aiheuttamaa shakkilautakuormitustapausta ei tarvitse tarkastella, koska jatkuvuutta ei ole. Puristava holvivoima ja kentän jäykkyys estävät halkeamaa aukeamasta suureksi käyttötilassa taipumien ollessa pieniä.



Kuva 2. Vaarallinen halkeama syntyy seinän viereen yläpinnan raudoituksen puuttuessa.

Vaarallinen tilanne voi syntyä, jos laatta ei pääse halkeamaan tuen päällä, esim. jatkuvan seinän vuoksi (kuva 2).

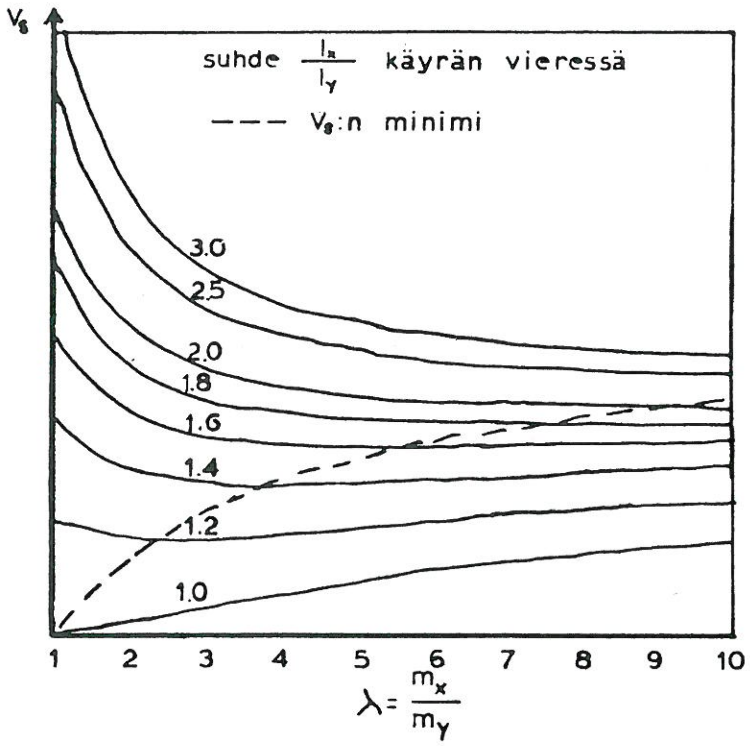
Seinän viereen syntyvän halkeaman kohdalla leikkausvoiman täytyy siirtyä lähes kokonaan alapinnan tankojen vaarnavaikutuksen avulla. Nilson /9/ on tutkinut asiaa koestamalla 12 kaksiaukkoista laatastoa 3 m:n jännevälillä ilman yläpinnan raudoitetta. Hän totesi, että halkeama ilmestyi tuelle tai sen viereen aikaisessa vaiheessa. Jokaisessa tapauksessa sen leveys ylitti käyttökuormilla huomattavasti normien sallimat arvot. Menetelmä voi siis tulla kysymykseen vain tapauksissa, joissa halkeamista ei ole haittaa. Ennen halkeamien syntyä taipumat olivat pieniä, luokkaa 1/500 - 1/1000, mutta suurimmilla käyttökuormilla jo 1/370 jännevälistä. Tämän vuoksi Nilson suositteleekin menetelmää käytettäväksi vain laatastoihin, joiden jänneväli on alle 4 m. Kokeessa missään laatastoista ei kuitekaan tapahtunut leikkausmurtoa halkeaman kohdalta ennen kentän taivutusmurtoa, ja kaikki laatat kantoivat suuremman tai yhtä suuren kuorman kuin laskelmilla oli saatu.

Laattojen raudoittaminen pelkästään alapinnasta on työkustannuksia säästävä ja myös työturvallisuutta parantava toimenpide. Ennen kuin menetelmä voi tulla yleiseen käyttöön, olisi kuitenkin lisäkokein selvitettävä tarkemmin menetelmän mahdolliset heikkoudet ja laatan toiminta käyttötilassa.

EHDOTUS VOIMASUUREIDEN MÄÄRITYSMENETELMÄKSI

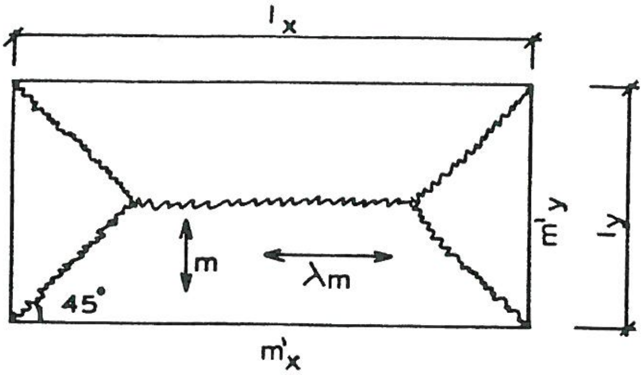
Teräsbetonilaatastojen mitoittamiseen ei ole löydettävissä yleispätevää, kaikkiin tapauksiin vaivatta soveltuvaa menetelmää. Laataston muodosta, reunaehdoista ja kuormituksista riippuu, mikä menetelmä kannattaa valita. Toisaalta eri tilanteissa vaaditaan erilaista laskentatarkkuutta, joten epätarkkakin menetelä voi olla riittävä, jos tulokset tarvitaan nopeasti. Tässä kehitetty reunoiltaan tuettujen suorakaidelaattojen käsinlaskumenetelmä on pyritty tekemään nopeakäyttöiseksi yksinkertaisia raudoitteita käyttäen.

Laatasto mitoitetaan siten, että valitaan tukiraudoite arvioidun pienimmän kimmoteoreettisen tukimomentin mukaan. Arvioinnissa voi käyttää apuna taulukoita /1/, /3/ tai /7/. Mikäli laataston kimmoteoreettiset tukimomen-



Kuva 3. Kokonaisraudoitusmäärän riippuvuus kentän myötömomenttien suhteesta laatan sivusuhteen parametrina.

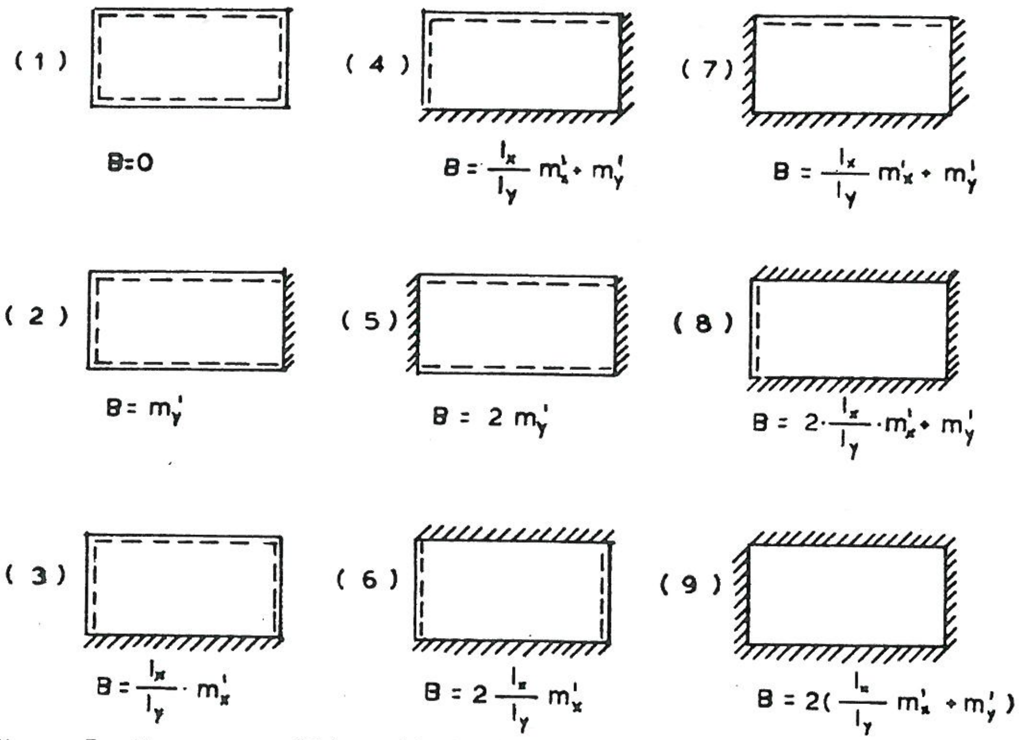
tit ovat eri suuruusluokkaa, voidaan valita kaksi erilaista tukiraudoitetta. Kun tukiraudoitukset tunnetaan, on jokaisessa kentässä kaksi tuntematonta m_s ja m_y, jos tyydytään aluksi tasaiseen raudoitteeseen. Laattakentän sivujen suhteen funktiona saadaan kuvan 3 käyrästöstä approksimaatio optimaaliselle myötömomenttien suhteelle, joka pyöristetään raudoiteverkoille sopivaan arvoon. Nyt kentässä on yksi tuntematon voimasuure, joka ratkaistaan myötöviivateorialla muista kentistä riippumattomasti. Tämä käy kätevimmin käyttäen Parkin likiarvokaavaa (3).



Kuva 4. Myötökuvion yksinkertaistaminen.

$$m = \frac{p \cdot l_y^2 \cdot \left(3 \cdot \frac{l_x}{l_y} - 1\right)}{24 \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} + \lambda\right)} - \frac{B}{2 \cdot \left(\frac{l_x}{l_y} + \lambda\right)} \qquad (3)$$

Suureen B arvo saadaan kuvasta 5.



Kuva 5. Kaavassa (3) esiintyvä suure B eri tuentatapauksissa.

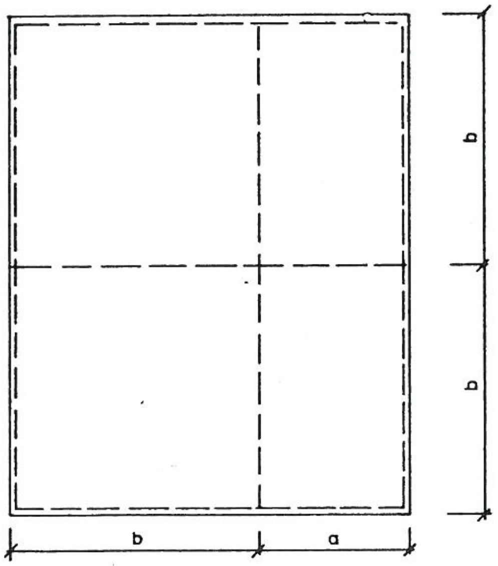
Koska myötöviivateoria ei anna kuvaa rakenteen toiminnasta käyttötilassa, tämä tarkastelu on suoritettava erikseen. Jos voidaan sallia suuria halkeamia, esim. kuivissa sisätiloissa, ja kaksi kertaa tavallista suurempia taipumia, kannattaa tukirausoitus jättää kokonaan pois. Jos taas tuelle valitaan teräsmäärältään suhteellisen pieni raudoite, on arvioitua kimmoteoreettista momenttia käyttäen tarkistettava, etteivät yläpinnan teräkset millään tuella myödä käyttötilassa. Halkeamaleveydet ja taipumat on tarkistettava, mikäli niille on rajoituksia. Jos tuella laatan tehollinen korkeus on liian pieni, tapahtuu betonin puristuspuolen murtuminen laatan kiertyessä plastisena nivelenä ennen kuin myötökuvio on kehittynyt. Tämän vuoksi on ruotsalaisissa ohjeissa /7/ asetettu laatan teholliselle korkeudelle alaraja

$$d \geq 100 \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot m_{ki}'}{K \cdot E_{sk}}} \qquad (4)$$

missä m_{ki}' on keskimääräinen kimmoteoreettinen tukimomentti käyttötilassa.

SOVELLUTUSESIMERKKI

Tutkitaan kuvan 5 mukaista nelikenttäistä laatastoa ensin myötöviivateorialle, Massiva betonplattori-teoksen menetelmällä, kaistamenetelmällä ja Marcuksen menetelmällä.



Tasainen kuorma: $p = 10$ kN/m^2
Betoni: K30-2
Teräs: A400H
Laatan tehollinen korkeus: $d = 130$ mm
Sivumitat: $a = 3.0$ m
$b = 5.0$ m

Kuva 6. Esimerkissä käsitelty laatta.

Saadaan taulukon 1 mukaiset momentit ja teräsmäärät.

Taulukko 1. Eri menetelmillä laskeutu esimerkkilaataston teräsmenekit
Myötöviiva I   m' = m
Myötöviiva II   m' = 2 m
Kaista I   Yksinkertainen kaistajako
Kaista II   Monimutkaisempi kaistajako

Menetelmä	m' I-II	m' I-IV	m' II-III	m I ja IV	m II ja III	Terästä (kg)
myötöviiva I	7.14	7.14	3.19	7.14	3.91	204.5
myötöviiva II	11.16	11.16	6.06	5.58	3.03	206.3
massiva A	10.4	10.4	4.64	7.85	2.48/4.5	191.1
massiva B	8.94	10.93	3.68	8.3/8.13	2.16/4.12	186.5
kaista I	11.87	15.63	15.63	10.77/8.75	1.57/8.75	282.4
kaista II	16.01/3.12	18.9/3.25	3.25/6.5	11.15/2.5	4.67/2.5	198.3
Marcus	16.67	16.63	9.47	7.77	8.84/3.26	320.8

Tarkastellaan esimerkkilaattaa edellä esitetyllä uudella menetelmällä.

Vaihtoehto I

Mitoitetaan ilman yläpinnan raudoitusta. Valitaan kaikkiin kenttiin isotrooppinen raudoitus. Saadaan:

Kenttä I ja IV:

$m = 10.42$ kNm/m $A_s = 236$ mm^2/m

Kenttä II ja III:

$$m = \frac{p \cdot a \cdot b}{8\left(1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 5}{8\left(1 + \frac{3}{5} + \frac{5}{3}\right)} = 5.74 \text{ kNm/m}$$

$A_s = 129$ mm^2/m

$V_s = 2[2 \cdot 5^2 \cdot 236 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 129] = 31.3$ dm^3

$M = 245.8$ kg

Vaihtoehto II

Valitaan tukikapasiteetiksi $m' = 4$ kNm/m

$= A_s' = 89.3$ mm^2/m

$$m = \frac{p \cdot ly^2\left(3 \cdot \frac{lx}{ly} - 1\right)}{24\left(\frac{lx}{ly} + \lambda\right)} - \frac{\left(\frac{lx}{ly} + 1\right)}{2\left(\frac{lx}{ly} + \lambda\right)} \cdot m'$$

Kenttä I ja IV:

$$m = \frac{10 \cdot 5^2 (3\ 1 - 1)}{24\ (1 + 1)} - \frac{1\ +\ 1}{2\ (1 + 1)}\ 4 = 8.42\ \mathrm{kNm/m}$$

$A_s = 190\ \mathrm{mm^2/m}$

Kenttä II ja III:

Valitaan tällä kertaa = 0.5

$$m_y = \frac{10 \cdot 3^2 \cdot \left(3 \cdot \frac{5}{3} - 1\right)}{24\left(\frac{5}{3} + 0.5\right)}\ \frac{\frac{5}{3} + 1}{2\left(\frac{5}{3} + 0.5\right)}\ 4 = 4.46\ \mathrm{kNm/m}$$

$A_{sy} = 100\ \mathrm{mm^2/m}$

$m_x = 0.5 \cdot my = 2.23\ \mathrm{kNm/m}$

$A_{sy} = 50\ \mathrm{mm^2/m}$

$V_s = 2[2 \cdot 5^2 \cdot 190 + 3 \cdot 5 \cdot (50 + 100) + 89 \cdot (5 + 3) \cdot 2] = 26.3\ \mathrm{dm^3}$

$M = 206.8\ \mathrm{kg}$

Ensimmäinen vaihtoehto johti melko suureen raudoitusmäärään, mutta on korostettava, että raudoitus on yksinkertainen ja työteknisesti helppo. Toisessa vaihtoehdossa lisätään samanlaiset tukiteräkset kaikille tuille. Saatu raudoitusmäärä on kuin myötöviivateorialla saadut.

LOPPUPÄÄTELMÄT

Teräsbetonilaatan voimasuureet voidaan ratkaista kahta periaatteiltaan erilaista tietä. Ylärajaratkaisuissa lähestytään oikeaa ratkaisua epävarmalta puolelta. Huono ratkaisu johtaa alimitoitukseen. Alarajaratkaisu taas on staattisesti varma, joten oikeaa tulosta lähestytään varmalta puolelta. Huono ratkaisu johtaa epätaloudelliseen tulokseen, mutta ei koskaan alimitoitukseen.

Tuen yläpinnan raudoitus on yleensä kallista, ja sen paikallaan pysyminen työn aikana kyseenalaista. Tämän vuoksi ehdotetaan tukiraudoitteiden vähentämistä tai ainakin yhtenäistämistä koko laataston jokaisella tuella. Tällöin voidaan käyttää samaa raudoitetta, ja ratkaista sitten kentät toisistaan riippumattomina myötöviivateorialla. Kentät raudoitetaan vakioraudoitteella, ja tarvittaviin kohtiin asetetaan lisäraudoite, jotta vaadittu kapasiteetti saavutetaan. Toinen, suuremman raudoitusmenekin aiheuttava, mutta jossain tapauksissa helpompi menetelmä on raudoittaa kentät kukin eri tavalla, mutta tasan jaetulla raudoitteella.

Tällä menetelmällä päästään pieniin raudoitusmääriin, ja se mahdollistaa vakioitujen ja yksinkertaisten raudoitteiden käytön. Käyttötilatarkastelu on suoritettava tarvittaessa erikseen arvioitua tai taulukkokirjoista saatua kimmoteoreettista momenttipintaa käyttäen.

KIRJALLISUUTTA

[1] Bittner, E., Platten und Behälter. 2p. Wien 1965. 622 s.

[2] Böhling, H., Diplomityö 1981, Teräsbetonilaattojen mitoitusmenetelmien kehittäminen.

[3] Hahn, J., Durchlaufträger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung. Düsseldorf 1971.

[4] Hillerborg, A., Dimensionering av armerade betongplattor enligt strimlemetoden. Stockholm 1974. 327 s.

[5] Johansen, K.W., Pladeformler. 2p. Kööpenhamina 1963. 172 s.

[6] Johansen, K.W., Yield-line theory. London 1962. 181 s.

[7] Massiva betongplattor, Statens betongkommitte. Stockholm 1973. 79 s.

[8] Nikkari, K., Betoniraudotteiden standardointi. VTT. Espoo 1978. 58 s.

[9] Nilsson, I.H.E., Bjälklag utan överkantsarmering över mellanstöd. Nordisk betong 1976-17. s. 17-21.

[10] Park, R., Limit design of reinforced concrete slabs. University of Cantebury. 176 s.

[11] Rozvany, G., Optimal design of flexural systems. 1p. 1976. 297 s.

Harry Böhling, dipl.ins. Ekono Oy