

TUULESSA VÄRÄHTELEVÄN RAKENTEEN VAIMENNUKSEN MITTAAMINEN VASTEEN AUTOKORRELAATIOILLA

Tuomo Kärnä, Pekka Laiho ja
Pertti Lehtonen

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 13
No 4 1980 s. 8...20

YHTEENVETO: Kirjoituksessa käsitellään rakenteiden ominaistuuksien ja vaimennuksen mittaamista satunnaisvärähtelyjen teoriaan perustuvalla korrelaatiomenetelmällä, jossa rakennetta kuormitetaan valkoista kohinaa muistuttavalla herätteellä. Menetelmän käyttökelpoisuus perustuu siihen, että luonnollinen tuuli soveltuu tähän tarkoitukseen. Ominaisuuksuudet saadaan vasteen tehospektristä ja alimpien ominaismuotojen vaimennuskertoimet vastaavien autokorrelaatiofunktioiden eksponentiaalisesti vaimenevan muodon perusteella.

JOHDANTO

Rakenteiden satunnaisvärähtelyjen teoriaa on maassamme esitelty viime vuosina useissa eri yhteyksissä /1/, /2/, /3/. Myös käytännön sovellutuksia on alkanut löytyä /4/, /5/. Teikari /4/ on käytännössä osoittanut, että rakennusten ominaisvärähdysaikojen mittauksessa voidaan luonnollista tuulta käyttää värähtelyjen herätteenä totunnaisten monimutkaisten koejärjestelyjen sijasta. Menetelmä edellyttää, että rakenteen värähtelystä kerätään pidemmältä aikaväliltä suuri määrä tietoa signaalianalysointorin tai tietokoneen käsiteltäväksi. Kun tällaiset laitteet ovat käytettävissä, voidaan menetelmää melko yksinkertaisesti laajentaa siten, että eri ominaistuuksien lisäksi saadaan määrättyksi niitä vastaavat suhteelliset vaimennuskertoimet. Seuraavassa esitellään menetelmän laajennuksen teoreettisia perusteita, ja käytännön näkökohtia.

PERUSTEITA

Rakenteiden ominaistuuksia ja vaimennusta mitattaessa lienee yleisimmin käytetty menetelmää, jossa rakenne saatetaan tavalla tai toisella vapaaseen värähtelyyn. Jos rakenne on lineaarinen yhden vapausasteen värähtelijä, on ajan t mukana vaimenevan vapaan värähtelyn verhoikäyrä muotoa

$$v(t) = \text{vakio} \cdot e^{-\xi \omega_0 t}$$

(1)

Ominaistaajuus ω_0 saadaan suoraan värähtelykäyrästä. Vaimennuskerroin ξ ja logaritminen degrementti δ puolestaan voidaan laskea värähtelyn huippuarvojen avulla lausekkeella

$$\xi = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi k} \ln \frac{v(t)}{v(t+kT)}, \quad (2)$$

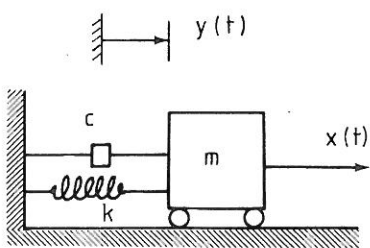
missä T on ominaisvärähdysaika.

Tämän samoin kuin muiden yleisesti tunnettujen vaimennuksen mittaussuhteiden [6, s. 69...77] varjopuolena on se, että etenkin suuria rakenteita tutkittaessa on käytettävä mittavia ja aikaa vieviä koejärjestelyjä. Edelleen todetaan, että koehetkellä ei rakenteeseen saisi kohdistua häiriövoimia, esimerkiksi tuulta. Näiden häiritsevien tekijöiden takia on mielenkiintoista todeta, että tietyllä tavalla kuormitetun rakenteen vasteen autokorrelaatiofunktio vaimenee samalla tavalla (1), kuin rakenteen vapaa värähtely. Tarkastellaan tätä väitettä hieman lähemmin.

Yhden vapausasteen värähtelijä

Yhden vapausasteen lineaarisen värähtelijän (kuva 1) impulssivaste on tunnetusti

$$h(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{m\omega_d} e^{-\xi\omega_0\tau} \sin\omega_d\tau, & \text{kun } \tau \geq 0 \\ 0, & \text{kun } \tau < 0. \end{cases} \quad (3)$$



$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = x(t)$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_0}$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 \approx \omega_0, \text{ kun } \xi \ll 1$$

Kuva 1. Yhden vapausasteen lineaarisen värähtelijän malli ja differentiaaliyhtälö. ω_0 on ominaiskulma-
taajuus ja ξ suhteellinen vaimennuskerroin.

Oletetaan, että heräte $x(t)$ on stationaarinen ja että odotusarvo $E\{x(t)\} = 0$. Kuvan 1 idealisointia vastaavissa tilanteissa saadaan vasteen $y(t)$ autokorrelaatiofunktio $R_y(\tau)$ lausekkeella [7, s. 71/

$$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_1) h(\theta_2) R_x(\tau - \theta_2 + \theta_1) d\theta_1 d\theta_2. \quad (4)$$

Tässä $R_x(\tau)$ on herätteen autokorrelaatiofunktio, jonka Fourier-muunnos on tehospektri

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5a)$$

ja vastaavasti kääntäen

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (5b)$$

Jos herätteen tehospektri on vakio $S_x(\omega) = S_0$ (valkoinen kohina), on herätteen autokorrelaatiofunktio /7, s. 46/

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0 e^{i\omega\tau} d\omega = 2\pi S_0 \delta(\tau), \quad (6)$$

missä $\delta(t-\tau) = \infty$, kun $t = \tau$
0, kun $t \neq \tau$.

Jos heräte on laajakaistainen, pätee lauseke (6) likimääräisesti. Jos S_x on vakio, saadaan vasteen autokorrelaatiolle yhtälöiden (4), (6) avulla lauseke

$$\begin{aligned} R_y(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_2) \left[\int_{-\infty}^{\infty} 2\pi S_0 \delta(\tau - \theta_2 + \theta_1) h(\theta_1) d\theta_1 \right] d\theta_2 \\ &= 2\pi S_0 \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta_2) h(\theta_2 - \tau) d\theta_2, \end{aligned} \quad (7)$$

sillä delta-funktiolla on ominaisuus

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - T) f(\tau) d\tau = f(T). \quad (8)$$

Lausekkeen (7) integroitava häviää, kun $\theta_2 < 0$ tai $\theta_2 < \tau$. Koska $R_y(\tau)$ on parillinen, riittää tarkastella arvoja $\tau > 0$, joten autokorrelaatiofunktion lauseke saadaan muotoon

$$R_y(\tau) = 2\pi S_0 \int_{\tau}^{\infty} h(\theta_2) h(\theta_2 - \tau) d\theta_2 \quad (9)$$

Sijoittamalla tähän impulssivastefunktion lauseke (3) saadaan pitkähköjen laskujen jälkeen

$$R_y(\tau) = \frac{\pi S_0}{2\xi m^2 \omega_0^3} e^{-\xi \omega_0 \tau} \left[\cos \omega_d \tau + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d \tau \right] \quad (10a)$$

$$\approx \frac{\pi S_0}{2\xi m^2 \omega_0^3} e^{-\xi \omega_0 \tau} \cos \omega_d \tau, \quad \tau \geq 0 \quad (10b)$$

Likimääräistys edellyttää, että vaimennus on pieni. Nähdään, että herätteen ollessa laajakaistainen, on yhden vapausasteen värähtelijän vasteen autokorrelaatiofunktio vakiota ja vaihesiirtoa vaille saman muotoinen kuin impulssi-

vaste. Autokorrelaatiofunktioista voidaan siis määrittää vaimennuskerroin ξ samalla tavalla kuin vapaasta värähtelystä (lauseke (2), jossa $v(\cdot)$ korvataan $R_y(\cdot)$:llä).

Jatkuvat rakenteet

Lineaaristen rakenteiden superpositioperiaatteen perusteella on odotettavissa, että lauseketta (10) voitaisiin soveltaa myös tutkittaessa jatkuvia rakenteita, joiden värähtely koostuu useista värähtelymuodoista. Seuraavassa ajatellaan, että jatkuvan rakenteen värähtelyä on kuvattu diskreettien pisteiden siirtymillä $y_i(t)$ ja vastaavilla voimilla $x_i(t)$ /6, s. 145...207/. Liikkeyhtälö on tällöin matriisimuodossa

$$m \ddot{y} + c \dot{y} + k y = x(t), \quad (11)$$

missä m , c ja k ovat massa-, vaimennus ja jäykkyyssmatriisit ja $x(t)$ kuormitusvektori. Merkitään seuraavassa ϕ_n :llä ominaistajuuteen ω_n liittyvää ominaisvektoria (ominaismuotoa). Tällöin $y(t)$ voidaan kehittää normaalikoordinaattien $Y_n(t)$ avulla sarjaksi

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n Y_n(t). \quad (12)$$

Oletetaan vielä, että vaimennusmatriisi c täyttää ortogonaalisuusehdon

$$\phi_n^T c \phi_m = 0, \quad n \neq m$$

Tällöin yhtälö (11) muuntuu N kytkemättömäksi yhtälöksi. Ominaistaajuuksien ω_n , vaimennussuhteiden ξ_n ja yleistettyjen massojen m_n avulla yhtälöistä (11) saadaan

$$\ddot{Y}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \frac{x_n(t)}{m_n} \quad (13)$$

missä

$$m_n = \phi_n^T m \phi_n,$$

$$2\xi_n \omega_n = (\phi_n^T c \phi_n) / (\phi_n^T m \phi_n),$$

$$\omega_n^2 = (\phi_n^T k \phi_n) / (\phi_n^T m \phi_n),$$

$$x_n(t) = \phi_n^T x(t)$$

Normaalikoordinaatit ovat yhtälön (13) ratkaisuja

$$Y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\theta) x_n(t-\theta) d\theta, \quad (14)$$

missä $h_n(\theta)$ on lauseketta (3) vastaava ominaismuodon n impulssivaste.

Tarkastellaan rakenteen pisteessä i mitattavan vasteen y_i autokorrelaatiofunktiota. Ottaen huomioon, että kuormitus x on satunnainen sekä ajan että paikan suhteen, saadaan lausekkeista (12) ja (14)

$$R_{y_i}(\tau) = E[y_i(t)y_i(t+\tau)] = E\left[\sum_m \sum_n \phi_{mi} \phi_{ni} Y_m(t)Y_n(t+\tau)\right] \quad (15)$$

$$= \sum_m \sum_n R_{y_m y_n}^{(i)}(\tau)$$

$$\text{missä } R_{y_m y_n}^{(i)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{mi} \phi_{ni} h_m(\theta_1) h_n(\theta_2) R_{x_m x_n}(\tau - \theta_2 + \theta_1) d\theta_1 d\theta_2 \quad (16)$$

ja

$$R_{x_m x_n}(\tau - \theta_2 + \theta_1) = \phi_m^T R_x(\tau - \theta_2 + \theta_1) \phi_n. \quad (17)$$

Kovarianssimatriisi $R_x(\tau - \theta_2 + \theta_1) = E[x(t - \theta_1)x^T(t + \tau - \theta_2)]$ kuvaa kuormituksen satunnaisominaisuuksia ajan ja paikan suhteen /6, s. 508...515/.

Tavallisten kantavien rakenteiden vaimennus on suhteellisen pieni. Eri ominaismuotoja m ja n vastaavat vasteet $y_m(t)$ ja $y_n(t)$ ovat tällöin tilastollisesti lähes toisistaan riippumattomat ja ristikorrelaatiot $R_{y_m y_n}^{(i)}$ ovat hyvin pieniä verrattuna autokorrelaatiokertoimiin $R_{y_m y_n}^{(i)}$. Tämä nähdään suoraan lausekkeista (16) ja (17). Näin ollen voidaan tehdä yksinkertaistava oletus $R_{y_m y_n}^{(i)} \approx 0$ ($m \neq n$) ja vasteen autokorrelaation lauseke (15) saadaan yksinkertaisempaan muotoon /6, s. 509/

$$R_{y_i}(\tau) \approx \sum_n R_{y_n y_n}^{(i)}(\tau) \quad (18)$$

Autokorrelaatiofunktion $R_{y_i}(\tau)$ (15) Fourier-muunnoksesta (5a) saadaan pisteessä i mitattavan vasteen tehosppektrille lauseke /6, s. 511/

$$S_{y_i}(\omega) = \sum_m \sum_n S_{y_m y_n}^{(i)}(\omega) \quad (19)$$

Tässä on $S_{y_m y_n}^{(i)}(\omega)$ ominaismuotoja m ja n vastaavien vasteiden ristikorrelaatioon liittyvä tehosppektri. Vastaavasti kuin edellä voidaan tehdä yksinkertaistus $S_{y_m y_n}^{(i)}(\omega) \approx 0$ ($m \neq n$) ja tehosppektrin lauseke yksinkertaistuu muotoon

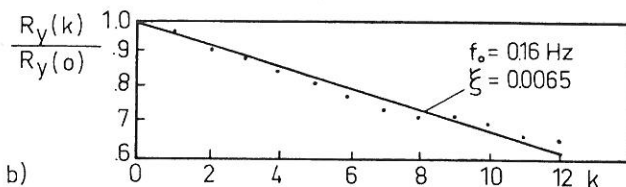
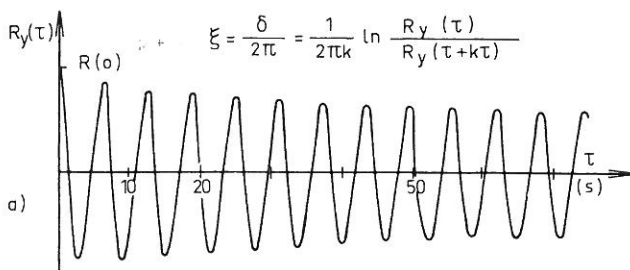
$$S_{y_i}(\omega) \approx \sum_n S_{y_n y_n}^{(i)}(\omega). \quad (20)$$

Lausekkeista (18) ja (20) nähdään, että vasteen autokorrelaatiofunktiolle ja tehosppektrille saadaan likiarvot, kun sovelletaan vastaavanlaista ominaismuotojen superponointia (12) kuin vasteen laskennassa. Tästä syystä voidaan lineaarisen monivapausasteisen rakenteen ominaistajuuksia ja vaimennuskertoimia mitata seuraavasti:

1. Rakennetta kuormitetaan stationaarisella satunnaiskuormalla $x(t)$, jonka tulee olla laajakaistainen ja jonka odotusarvon $E\{x(t)\}$ tulee hävitä.

Jäljempänä osoitetaan, että luonnollista tuulta voidaan käyttää herätteenä. Mitataan vaste $y(t)$ pisteessä (pisteissä), joka ei saa olla minkään tutkittavan ominaisuuden solmupiste.

2. Lasketaan vasteen tehosppektri, jonka huippuarvojen sijaintien perusteella saadaan ominaisvärähdyksajat /4/.
3. Vastesignaalista suodatetaan esiin kunkin ominaisuuden osavaikutukset ja lasketaan vastaavat autokorrelaatiofunktiot vaimennuksen määrittämiseksi (kuva 2). Luotettavia tuloksia on odotettavissa niiden ominaistajuuksien osalta, jotka eniten vaikuttavat vastesignaaliin.



Kuva 2. Esimerkkinä Hampurin televisiomaston perustajuuutta vastaava vasteen autokorrelaatiofunktio. Mittauksessa on käytetty herätteenä puuskaista tuulta /10/.
 (a) Autokorrelaatiofunktion eksponentiaalinen vaimeneminen.
 (b) Piirrettäessä R_y puolilogaritmiasteikolle, voidaan mitaustuloksiin sovittaa eräs suora, jonka avulla tulosten tarkkuus saadaan hieman paremmaksi.

TUULI VÄRÄHTELYN HERÄTTEENÄ

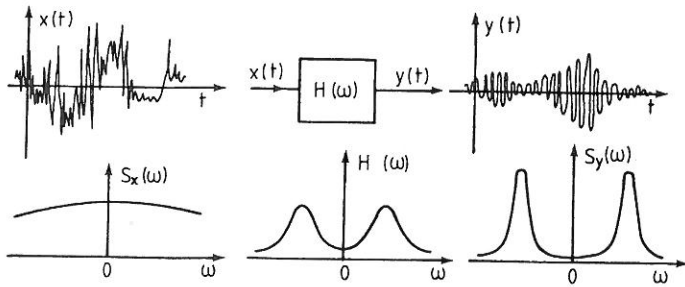
Edellä johdettu teoria edellyttää, että heräte $x(t)$ on laajakaistainen. Tämän vaatimuksen merkitys tulee selvemmäksi, kun muistetaan, että vasteen tehosppektri $S_y(\omega)$ saadaan yksinkertaisesti herätteen tehosppektrin $S_x(\omega)$ ja taajuusvasteen $H(\omega)$ itseisarvon neliön tulona (yksidimensioinen tapaus) eli

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega). \quad (21)$$

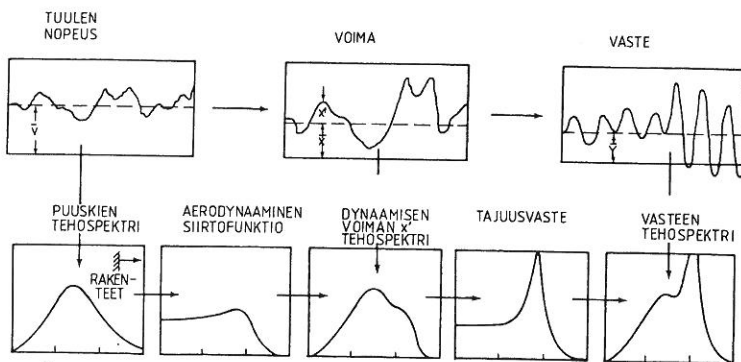
Kun $S_x(\omega)$ on likimain vakio, on vasteen tehosppektri $S_y(\omega)$ saman muotoinen kuin $|H(\omega)|^2$ ja sisältää saman tiedon rakenteen värähtelyominaisuuksista kuin $|H(\omega)|$ (kuva 3).

Tuulussa värähtelevän rakenteen herätteen ja vasteen välisiä yhteyksiä voidaan pelkistetysti esittää kuvalla 4 /8/. Tuulen puuskien tehosppektri ei ole vakio, vaan sillä on yleensä huippuarvo alueella $f \approx 0,01$ 1/s ($T \approx 100$ s).

Rakenteiden värähtelyjen taajuusalueella $f > 0,1$ 1/s ($T < 10$ s) se kuitenkin muuttuu melko hitaasti. Tämä pätee varsinkin teoreettisia tarkasteluja varten tasoitetuille tehospektreille /8/. Yksittäismittauksella saatavassa puuskien tehospektrissä esiintyy yleensä pieniä kapeakaistaisia epäsäännöllisyyksiä, jotka eivät kuitenkaan muuta tehospektrin yleismuotoa.



Kuva 3. Laajakaistaisen herätteen aikaansaama kapeakaistainen vaste.



Kuva 4. Puuskaisesta tuulesta syntyvän herätteen ja rakenteen vasteen välisiä yhteyksiä. Tehospektrit ovat tässä yksipuoleisia.

Tuulen puuskien laajuuden suhde rakenteen kokoon sekä erilaiset tuulen ja rakenteen vuorovaikutukseen liittyvät tekijät vaikuttavat siten, että rakenteeseen kohdistuvan dynaamisen voiman tehospektri poikkeaa muodoltaan puuskien tehospektristä. Muutoksen aiheuttavassa aerodynaamisessa siirtofunktiossa ei kuitenkaan ole teräviä huippuja, jos tarkastelut rajoitetaan puuskien synnyttämiin kuormiin. Tällöin ei myöskään herätevoiman tehospektrissä ole teräviä piikkejä. Jos sen sijaan tuuli aiheuttaa nk. von Karmanin pyörreradan irtoamiseen liittyviä dynaamisia voimia, on herätevoiman tehospektri kapeakaistainen ja alussa esitetyt tarkastelut eivät siis päde. Näin käy myös, jos tuulen ja rakenteen vuorovaikutus synnyttää epästabiileja aeroelastisia värähtelyjä (galloping- tai flutteri-värähtelyt), sillä värähtelyn liikeyhtälö tulee tällöin epälineaariseksi.

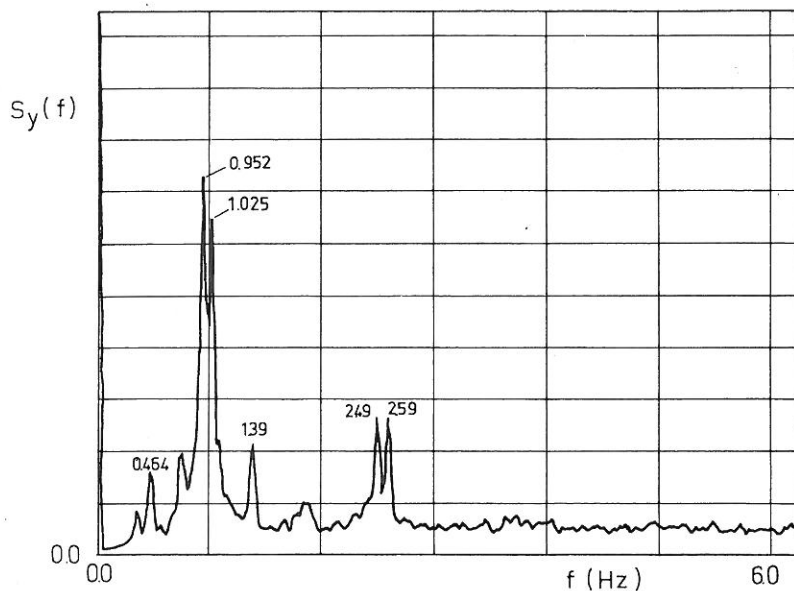
Edellä olevan perusteella on selvää, että puuskaisesta tuulesta aiheutuvan vasteen tehospektri on resonanssikohtan lähellä likimain saman muotoinen kuin taajuusvaste. Näin ollen voidaan vaimennusta arvioida vasteen tehospektrin huippujen leveyden avulla /6, s. 72/ (eng. half-power bandwidth method). Tämä ns. puolen tehon pisteiden määrittämiseen perustuva menettely saattaa kuitenkin olla epätarkka, koska spektrin resonanssikohtat ovat yleensä hyvin kapeita ja huippuarvon tarkka määrittäminen voi olla vaikeaa. Tarkempia tuloksia

saadaan ilmeisesti, kun sovelletaan edellä esiteltyä vasteen autokorrelaatiofunktion tutkimiseen perustuvaa menettelyä käyttäen luonnollista tuulta herätteenä.

Koska puuskaisesta tuulesta syntyvän herätteen tehosppektri ei ole vakio koko taajuusalueella, tarvitsee menetelmän luotettavuus kokeellista vahvistusta. Eri tahoilla tehdyt vertailut /9/, /10/ osoittavat, että menetelmällä saadaan luotettavia tuloksia kahden tai kolmen alimman ominaistaajuuden osalta. Tämä edellyttää muun muassa, että ominaistaajuudet ovat niin etäällä toisistaan, että eri värähtelymuotoja vastaavat signaalit voidaan suodattaa erilleen sekä että mittausaika on riittävän pitkä. Isompien rakenteiden vastetta tulisi yleensä mitata vähintään tunnin ajan.

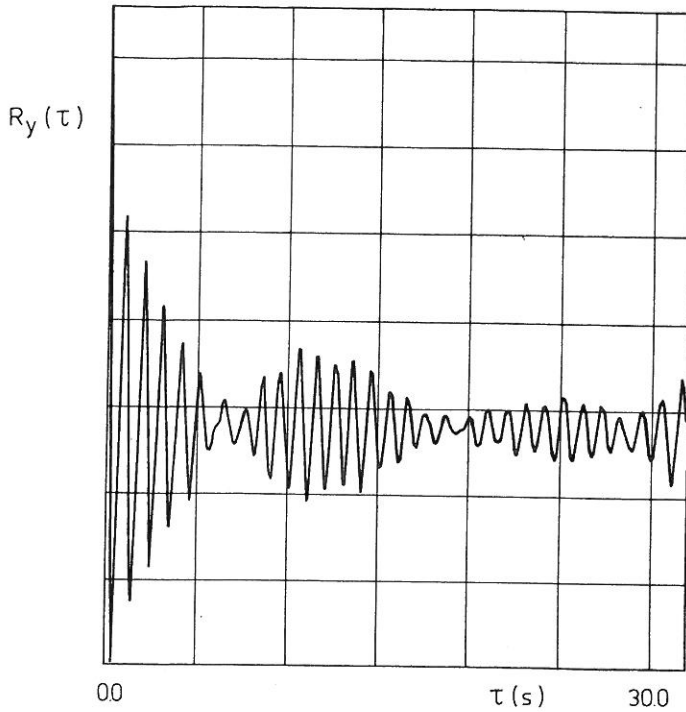
LÄHEKKÄISET OMINAISTAAJUUDET

Jos rakenteen ominaismuotojen lukumäärä on suuri voivat jotkut ominaistaajuudet olla niin lähellä toisiaan, että niitä on vaikea suodattaa erilleen. Tällöin voi vasteen autokorrelaatiofunktiossa esiintyä samanlaista huojuntaa kuin yhdistettäessä kahta värähtelyä, joiden taajuudet ovat lähellä toisiaan. Tästä esimerkkinä on kuvassa 5 esitetty Ylläksen radiomaston huipusta puuskaisessa tuulella mitatun kiihtyvyydvasteen tehosppektri, jota vastaava autokorrelaatiofunktio näkyy kuvassa 6.



Kuva 5. Ylläksen radiomaston huipusta mitatun kiihtyvyydvasteen tehosppektri. Mittaus itä-länsisuunnassa vallitsevan tuulennopeuden ollessa 6...9 m/s. Kohdassa $f \approx 1$ Hz on kaksi huippua: $f_1 = 0,952$ Hz ja $f_2 = 1,025$ Hz.

Tehosppektriä hallitsee kohdalla $f \approx 1$ Hz oleva huippu, joka selvästi koostuu kahdesta eri ominaistaajuudesta. Vastaavasti on autokorrelaatiofunktion taajuus $f \approx 1$ Hz ja siinä esiintyy voimakasta huojumista sekä muiden ominaistaajuuksien aiheuttamaa pienempää epäsäännöllisyyttä.



Kuva 6. Ylläksen radiomaston huipusta mitatun kiihtyvyydvasteen autokorrelaatiofunktion huojuntaa. Perustaajuus ja huojunnan taajuus ovat lauseketta (23) vastaten $(f_1 + f_2)/2 \approx 1. \text{ Hz}$ ja $2\Delta f = (f_2 - f_1) = 0,073 \text{ Hz}$ ($f_i = \omega_i/2\pi$).

Mittaustuloksia käsiteltäessä on eri ominaisvärähtelyt pyrittävä suodattamaan täysin erilleen, sillä tällaisen huojunnan syntyessä ei lauseketta (2) voida soveltaa. Autokorrelaatiofunktiota tulisi laskea riittävän pitkälle muilla τ :n arvoilla, jotta mahdollinen huojunta havaittaisiin.

Jos huojuntaa esiintyy on kuitenkin eräs mahdollisuus saada tuloksista tietoa rakenteen vaimennuksesta. Tarkastellaan vasteen autokorrelaatiota tilanteissa, joissa värähtelyn vaste $y(t)$ koostuu kahdesta komponentista $y_1(t)$ ja $y_2(t)$, joiden taajuudet ω_1 ja ω_2 ($\omega_2 > \omega_1$) ovat lähellä toisiaan. Lausekkeilla (18) ja (10b) saadaan tällöin arvio

$$R_y(\tau) \approx r_1 e^{-\xi_1 \omega_1 \tau} \cos \omega_1 \tau + r_2 e^{-\xi_2 \omega_2 \tau} \cos \omega_2 \tau \quad (22)$$

missä

$$r_i = \frac{\pi S_0}{2 \xi_i m_i^2 \omega_i^3}$$

Käyttämällä merkintöjä

$$\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$$

$$\Delta\omega = (\omega_2 - \omega_1)/2$$

(23)

voidaan $R_y(\tau)$ hajottaa muotoon

$$R_y(\tau) \approx (r_1 e^{-\xi_1 \omega_1 \tau} + r_2 e^{-\xi_2 \omega_2 \tau}) \cos \omega \tau \cos \Delta\omega \tau +$$

$$+ (r_1 e^{-\xi_1 \omega_1 \tau} - r_2 e^{-\xi_2 \omega_2 \tau}) \sin \omega \tau \sin \Delta \omega \tau \quad (24)$$

Lausekkeesta (22) nähdään, että huojunnan ollessa ongelmana, ovat tekijät $r_i e^{-\xi_i \omega_i \tau}$ ($i = 1, 2$) samaa suuruusluokkaa. Lausekkeen (24) jälkimmäinen termi voidaan tällöin jättää huomiotta ja saadaan

$$R_y(\tau) \approx (r_1 e^{-\xi_1 \omega_1 \tau} + r_2 e^{-\xi_2 \omega_2 \tau}) \cos \omega \tau \cos \Delta \omega \tau \quad (25)$$

Lopputuloksen kannalta tämä yksinkertaistus ei heikennä tarkkuutta lainkaan, kun tarkastelut rajoitetaan huojunnan maksimialueisiin, joissa $\cos \Delta \omega \tau \approx 1$ ja $\sin \Delta \omega \tau \approx 0$. Kuvan 6 mukainen mittaustulos noudattaa melko tarkoin lauseketta (25). Pienet poikkeamat $R_y(\tau)$:n paikallisissa maksimiarvoissa johtuvat siitä, että muita värähtelymuotoja ei ole suodatettu.

Tarkastellaan kaavan (25) sulkulauseketta, jotta myös kuvan 6 tapaisesta tuloksesta saataisiin tietoa rakenteen vaimennuksesta. Ottamalla huomioon yhteys $\exp(-x) = \cosh x - \sinh x$ ja käyttämällä apumerkintöjä

$$\xi_1 \omega_1 \tau = (\gamma + \delta)/2,$$

$$\xi_2 \omega_2 \tau = (\gamma - \delta)/2. \quad (26)$$

saadaan ensin

$$\sum_{i=1}^2 r_i e^{-\xi_i \omega_i \tau} = e^{-\frac{1}{2}(\xi_1 \omega_1 + \xi_2 \omega_2) \tau} [(r_1 + r_2) \cosh \frac{\delta}{2} - (r_1 - r_2) \sinh \frac{\delta}{2}]. \quad (27)$$

Koska vaimennuskertoimet ovat yleensä pieniä ($\xi_i < 0,01$) ja tarkastelut rajoitetaan autokorrelaation alkuosaan, voidaan tehdä arviot

$$\left| \frac{\delta}{2} \right| = \frac{1}{2} |(\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2) \tau| < 0,6,$$

$$1,0 \leq \cosh \frac{\delta}{2} \leq 1,2, \quad (28)$$

$$|(r_1 - r_2) \sinh \frac{\delta}{2}| \ll (r_1 + r_2) \cosh \frac{\delta}{2}.$$

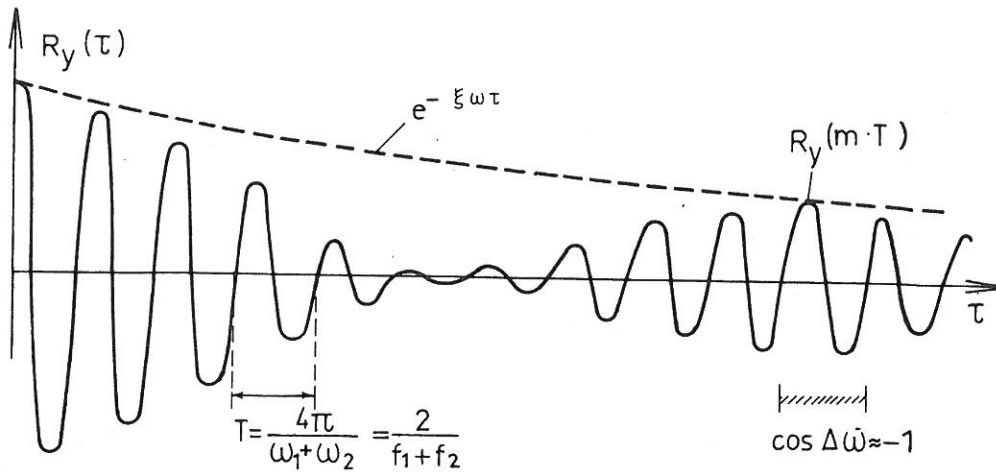
Kun edelleen käytetään merkintää

$$\xi = (\xi_1 + \xi_2)/2, \quad (29)$$

saadaan vasteen autokorrelaatiofunktioille lausekkeista (25) ja (27) yksinkertainen approksimaatio

$$R_y(\tau) \approx (r_1 + r_2) e^{-\xi \omega \tau} \cos \omega \tau \cos \Delta \omega \tau. \quad (30)$$

Nähdään, että autokorrelaatiosta saadaan kyseisten kahden ominaisvärähtelyn vaimennusten keskiarvo kuvassa 7 osoitetulla tavalla.



Kuva 7. Vaimennuksen määrittäminen huojuvasta autokorrelaatiofunktioista

$$\xi = \frac{1}{2\pi m} \ln \frac{R_y(0)}{R_y(0+mT)}$$

MENETELMÄN LUOTETTAVUUDESTA

Vaikka edellä kuvatun menetelmän on eräissä vertailukokeissa /9/, /10/ todettu antavan varsin tarkkoja tuloksia, on syytä kiinnittää huomiota eräisiin tulosten luotettavuuteen ja niiden tulkintaan liittyviin seikkoihin. Mittaus-tekniisiä tarkkuuskysymyksiä on käsitelty perusteellisesti signaalianalyysin oppikirjoissa (esim. /7/). Seuraavassa tarkastellaan tästä syystä vain ilmiöiden fysikaalisesta luonteesta johtuvia virhemahdollisuuksia, jotka ovat ominaisia muillekin vaimennuksen mittausmenetelmille.

Rakenteiden vaimennus koostuu monista erilaisista tekijöistä kuten kitka-, hystereesi- ja aerodynaaminen vaimennus sekä rakenteen ja maaperän yhteistoiminnasta aiheutuva vaimennus. Edellä on oletettu, että näiden yhteisvaikutus on kuvattavissa viskoosilla vaimennuksella. Tämä on mielekästä siitä syystä, että mittauksilla saatavaa tietoa tarvitaan ensisijaisesti lähtötiedoksi dynaamiseen analyysiin, jossa lähes aina on käytettävä viskoosiin vaimennukseen perustuvaa matemaattista mallia.

Sellaisissa rakenteissa, joissa dynaaminen kuormitus aiheutuu tuulesta, on usein syytä olettaa viskoosin vaimennuksen koostuvan kahdesta osasta: mekaaninen vaimennus ja aerodynaaminen vaimennus. On nimittäin osoittautunut, että esimerkiksi harustetuissa mastoissa voi aerodynaaminen vaimennus olla paljon merkittävämpi kuin mekaaninen vaimennus /11, s. 19 ja s. 38/. Vaimennusmittausten kannalta tämä merkitsee sitä, että mittauksia toistettaessa voidaan saada selvästi aiemmista tuloksista poikkeavia vaimennusarvoja, jos tuulen keskinopeudet eri mittauskerroilla poikkeavat kovasti toisistaan. Näin ollen voidaankin mekaanisen ja aerodynaamisen vaimennuksen osuudet määrittää tekemällä kaksi koetta siten, että tuulen keskinopeuksien erotus on mahdollisimman suuri. Kokemusten mukaan /10/ voidaan autokorrelaatiomenetelmää soveltaa, vaikka tuuli olisi lähes olematon.

Esitetyn tulosten tulkintaan liittyvän näkökohdan lisäksi luetellaan seuraavassa eräitä tulosten luotettavuuteen vaikuttavia tekijöitä:

1. Menetelmän luotettavuus voi olla kyseenalainen, jos vaimennus on suuri. Tämä johtuu siitä, että taajuusvasteen huippu pienenee vaimennuksen kasvaessa ja tällöin pääsee tuulen nopeusspektrin energiasisältöinen alkuosa enemmän vaikuttamaan vasteen tehospektriin (kuva 4).
2. Mittaushetkellä ei rakenteeseen saa kohdistua tuulen lisäksi muita herätevoimia. Esimerkiksi siltamittauksissa voi liikenne pilata mittaustulokset.
3. Jos rakenteessa on sylinterimäisiä tai vastaavia osia, jotka voivat synnyttää von Karmanin pyörreradan, on mittaushetken tuulennopeus valittava siten, että tämä ilmiö ei pääse vaikuttamaan tuloksiin.
4. Kokemusten mukaan /10/ tulisi vastetta mitata yleensä noin tunnin ajan. On tarkistettava esiintyykö eri ominaismuotoja vastaavien värähtelyjen autokorrelaatioissa huojuntaa.
5. Joissakin rakenteissa voivat ominaistaajuudet muuttua kuormituksen voimakkuuden mukaan. Tämä ilmiö havaitaan esimerkiksi harustetuissa mastoissa, jotka toimivat geometrisesti epälineaaraisesti. Jos tällaista rakennetta mitattaessa tuulen keskinopeus vaihtelee, pyrkivät vasteen tehospektrin huippualueet leviämään. Tällöin saadaan todellista suurempia vaimennuskertoimia.

LOPPUSANAT

Laskettaessa rakenteen vastetta dynaamiseen kuormaan, aiheutuu eräs suurimmista virhemahdollisuuksista siitä, että vaimennusta on vaikea arvioida. Tästä syystä on monasti tarpeen mitata vaimennus todellisesta rakenteesta. Edellä esitetty vaimennuksen mittausmenetelmä perustuu siihen, että puuskaista tuulta käytetään värähtelyn herätteenä ja vaimennus lasketaan vasteen autokorrelaatiofunktioista. Menettelytapa on melko läheistä sukua yleisesti tunnetulle menetelmälle, jossa vaimennus saadaan taajuusvasteesta ns. puolen tehon pisteiden avulla (engl. half-power bandwidth method).

Viimeksi mainittu - kuten useimmat muutkin vaimennuksen mittausmenetelmät edellyttävät melko mittavia koejärjestelyjä rakenteen kuormittamiseksi. Korrelaatiomenetelmässä riittää keskittyminen vasteen rekisteröintiin ja tulosten analysointiin. Myös puolen tehon pisteiden menetelmää on mahdollista soveltaa käyttämällä tuulta herätteenä ja mittaamalla vaimennus vasteen tehospektrin huippukohtien leveydestä. Korrelaatiomenetelmällä voidaan kuitenkin odottaa parempaa tarkkuutta. Tehospektri ja sen Fourier-käänteismuunnoksena saatava autokorrelaatiofunktio sisältävät kylläkin saman informaation, mutta autokorrelaatiosta on vaimennus tarkemmin luettavissa.

Kuvattu korrelaatiomenetelmä ei liene vielä kovin yleisesti tunnettu. Sitä on käytetty ainakin Kanadassa, Saksan Liittotasavallassa ja Tanskassa. Viime aikoina on myös Suomen yleisradion antennimastojen vaimennuksia mitattu tällä

menetelmällä. Näiden mittaustulosten analysointi on käynnissä.

Menetelmään kuuluu olennaisesti se, että lasketaan vasteen tehospektri, josta nähdään suoraan eri ominaistaajuuudet. Eri ajankohtina mitattuja tehospektrejä on myös mahdollista käyttää rakenteen kunnan tarkkailuun.

LÄHDEKIRJALLISUUS

- [1] Ranta, M., Satunnaisvärähtelyistä. Rakenteiden Mekaniikka 10(1977)3, s. 9...17.
- [2] Ranta, M., Satunnaisvärähtelyt. Helsingin teknillisen korkeakoulun opintojakso 0.05.194.
- [3] Hannus, M., Rakenteiden luotettavuus. Helsinki 1973. Valtion teknillinen tutkimuskeskus. Rakennus- ja yhdyskuntatekniikka. Julkaisu 8, s. 59...68.
- [4] Teikari, P., Rakennuksen ominaisvärähdysajan määrittäminen seismografin avulla. Rakenteiden Mekaniikka 11(1978)4, s. 1...8.
- [5] Karhunen, J. & Karjalainen J., Ajoneuvon vasteesta satunnaisesti aalto-
maisella tienpinnalla. Rakenteiden Mekaniikka 11(1978)3, s. 35...39.
- [6] Glough, R.W. & Penzien, J., Dynamics of structures. New-York, McGraw-Hill 1975. 634 p.
- [7] Newland, D.E., An introduction to random vibration analysis. London, Longman 1975. 285 p.
- [8] Davenport, A.G., Gust loading factors. Journal of the Structural Division, 93(1967)3, p. 11...34.
- [9] Jeary, A.P. & Winney, P.E., Determination of structural damping of a large multi-flue chimney from the response to wind excitation. Proc. Inst. of Civil Engrs., Part 2, Research and Theory. 53(1972) p. 569...577.
- [10] Ruscheweyh, H., Institut für Leichtbau, Technische Universität Aachen. Henkilökohtainen informaatio julkaisemattomista tutkimuksista.
- [11] Davenport, A.G. & Vickery, B.J., The response of the Savannah River guyed stack under wind and earthquake action. The university of western ontario. Faculty of engineering science. Research report BLWT-5-68.

Tuomo Kärnä, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuskeskus, rakennetekniikan laboratorio

Jorma Laiho, dipl.ins., Oy Yleisradio Ab

Pertti Lehtonen, tekn.yo., Oy Yleisradio Ab