

Matti A. Ranta

YHTEENVETO: Artikkelissa tarkastellaan biomekaniikkaa omana tieteenään ja mihin muihin tieteisiin se pohjautuu. Erityisesti tarkastellaan biomekaniikan liittymistä urheiluun ja sen avulla saatavia matemaattisia malleja joidenkin urheilusuoritusten analysoimiseksi. (RM-Seuran 10-vuotisjuhlassa pidetty esitelmä.)

YLEISTÄ

Biomekaniikka on tiede, joka tutkii ihmisen liikettä ja liikunnan mekanismeja.

Biomekaniikka, vaikkakin se on yhä enemmän eriytynyt omaksi tieteenksi, perustuu lähinnä

- anatomiaan
- fysiologiaan ja
- mekaniikkaan.

Biomekaniikan alalla on pidetty vuodesta 1967 alkaen joka toinen vuosi kansainvälinen kongressi. Vuoden 1975 kongressi järjestettiin Jyväskylässä. Tässä kongressissa luennot oli jaettu seitsemään ryhmään, joita samalla voitiin pitää biomekaniikan eräänlaisena alajakona. Ne olivat

- elektromyografia
- hermo-lihäskontrolli
- ergonomia
- metodologia
- perusliikunta
- urheilun biomekaniikka.

Urheilun keskeinen asema biomekaniikassa ilmeni myös siitä, että selvästi eniten oli tutkimuksia urheilun biomekaniikan alalta ja että suuri osa muiden nimikkeiden alle lukeutuvia tutkimuksia itseasiassa palveli urheilua.

Tästä tosiasiasta lähtien voitaisiin biomekaniikka määritellä suppeammin:

"Biomekaniikka tutkii mahdollisuuksia ihmisen liikunnallisen erityisesti urheilullisen kyvyn parantamiseksi."

Koska urheilusta on tullut politiikan välikappale, on selvää, että urheilua edistäviin tutkimuksiin uhrataan yhä enemmän varoja. Näin luotu tehokas

tutkimustoiminta on parantanut aivan merkittävästi urheilusuorituksia monilla aloilla.

URHEILIJA JA LUONNONLAIT

Urheilija ei voi vapautua luonnonlakien kahleista vaan on suoritustaan tehdessään täysin niiden alainen. Täten on selvää, että mekaniikan lakeja voidaan soveltaa urheiliijaan ja urheilusuoritukseen ([1], [2] ja [3]). Luonnonlakeja on totuttu pitämään luonteeltaan deterministisinä. Yksityinen ihminen taas edustaa luonteeltaan stokastista näytefunktiota koko ihmiskunnan muodostamasta populaatiosta. Ihmisen mukana urheilumekaniikan probleemoihin tulee tekijöitä, joiden laskennallinen hallinta saattaa olla vaikeaa. Onneksi kokemus on osoittanut, että tietyn urheilulajin huipputasoiset harrastajat muodostavat siinä määrin valikoidun joukon, että sen hajonta on huomattavasti pienempi kuin mitä muuten olisi odotettavissa.

URHEILUMEKANIIKAN PROBLEEMIEN PÄÄTYYPIT

Urheilusuoritusta dynaamisena probleemana tarkasteltaessa voidaan erottaa seuraavat päätyypit

- kinemaattinen
- kineettinen.

Kinemaattisessa probleemassa kiinnitetään huomiota erityisesti ruumiinjäsenten liikeratoihin. Määrittämällä liikeradat empiirisesti, esimerkiksi filmamalla, voidaan numeerisesti aineistoa derivoimalla johtaa nopeudet ja kiihtyvyydet. Vaikuttavat voimat saadaan Newtonin II lain mukaan massan ja kiihtyvyyden tulona. Menetelmä on erittäin kätevä tutkittaessa optimaalisia liikeratoja itse urheilusuorituksen aikana. ([6] ja [7])

Kineettisessä probleemassa lähdetään liikkeelle käytettävissä olevasta lihasvoimasta. Integroidaan jollain keinolla Newtonin II lain avulla muodostetut liikeyhtälöt

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \vec{D}, \quad (1)$$

jossa m on massa, \vec{v} on nopeusvektori, \vec{F} ja \vec{D} ovat voima- ja vastusvektorit. Halutut liikesuureet saadaan kaavan (1) ratkaisun jälkeen joko analyttisesti tai suoraan numeerisessa muodossa.

Useissa varsinkin yksinkertaistetuissa tapauksissa on edullisempaa käyttää jotain liikeyhtälöiden (1) väli-integraalia eli integraatioperiaatetta. Näistä tavallisimpia ovat

- energian
- liikemäärän ja
- kulmaliikemäärän

säilymisen periaatteet.

FYYSINEN SUORITUS

Ihmisruumiin liikkeiden niin kuin liikkeen yleensäkin aikaansaamiseksi tarvitaan voimaa. Lihassäikeet kehittävät supistamalla voiman, jonka edelleen nivelten muodostama vipumekanismi tarkoituksenmukaisella tavalla välittää.

Ihmisen suorituskyvystä puhuttaessa erotetaan usein toisistaan kolme ominaisuutta

- voima
- nopeus ja
- kestävyys.

Nämä eivät ole kuitenkaan toisistaan täysin riippumattomia. Voidaksemme formuloida käyttökelpoiset matemaattiset mallit näiden ominaisuuksien kuvaamiseksi meidän on jossain määrin tutustuttava ihmisen fysiologiaan.

FYSIOLOGISTA PERUSTIETOA

Lihassoluja on olemassa kahta perustyyppiä:

- nopeita ja samalla voimakkaita soluja
- hitaita mutta samalla kestäviä soluja.

Näiden solutyypin keskinäinen suhde määrää lihasrakenteen ja sen onko henkilöllä edellytyksiä voimaa ja nopeutta vaiko kestävyttä vaativiin suorituksiin.

Seuraavaksi tarkastellaan lyhyesti perustekijöitä, jotka ovat välttämättömiä erilaisissa urheilusuorituksissa ja niiden harjoittamisessa.

Energian tuotto

- anaerobiset prosessit (ilman happea)
- aerobiset prosessit (hapen avulla)

Neuromuskulaarinen toiminta

- voima/nopeus
- tekniikka

Psykologiset tekijät

- motivaatio
- taktiikka

ENERGIAN TUOTTO ([4] ja [5])

Energian tuottaminen on suorituksen kannalta tärkein tekijä. Lihaksen välitön energianlähde on adenosiniinifosfaatti (ATP), joka muuntuu adenosinidifosfaatiksi (ADP) vapauttaen samalla energiaa. Aerobinen prosessi on aina toiminnassa, myös levossa. Se siirtyy valitettavan hitaasti teho-
tasolta toiselle. Siirtyminen lepotasolta maksimitasolle kestää muutaman

minuutin hieman rasituksesta riippuen. Jos tehoa tarvitaan hetkellisesti enemmän kuin aerobinen prosessi kykenee tuottamaan, kehitetään lisäteho anaerobisesti. Anaerobisessa prosessissa syntyy maitohappoa, jota vain aerobinen prosessi voi hajottaa. Koska väsymyksen tunne voimistuu veren maitohappopitoisuuden lisääntyessä, asettaa tämä rajan anaerobisen energiankehittämisprosessin kestolle. Ihminen ei myöskään kykene jatkuvasti ponnistelemaan maksimaalisella aerobisella teholla. Lihasrakenteesta ja harjoituksesta riippuen suurin mahdollinen jatkuva teho eli ns. metabolinen teho on 40-80 % maksimaalisesta aerobisesta tehosta.

Koska aerobinen teho tuotetaan hapen avulla, on se suorassa suhteessa käytettyyn happeen. Käytetty happimäärä eli hapenottokyky on taas helppo määrittää sisään- ja uloshengitysilman happipitoisuuksien eron avulla. Jotta vielä ruumiin koko otettaisiin huomioon ja saataisiin vertailukelpoisia arvoja, ilmoitetaan hapenottokyky aika yksikössä käytettynä happimääränä ruumiin massayksikköä kohden. Tavallisin yksikkö on O_2 -ml/kg min. Suurimmat hapenottokyvyn arvot ovat parhailla hiihtäjillä. Ne ovat suuruusluokkaa 100 ml/kg min. Tavallisilla ihmisillä maksimaalinen hapenottokyky on vain n. puolet edellisestä eli 40-50 ml/kg min. Ottamalla huomioon eri ravintoaineiden kehittämän energiamäärän käytettyä happimäärää kohden saadaan, jos hapenottokyky on 100 ml/kg min, seuraavat tehoarvot ko. urheilijalle

- hiilihydraateista 35,31 W/kg (teho/ruumiin massayksikkö)
- rasvoista 32,80 " " "
- valkuaisaineista 31,05 " " "

Koska erot ovat näinkin pienet, ei ole yllättävää, että maksimaalinen hapenottokyky korreloi vahvasti kilpailumenestyksen kanssa kestävyyslajeissa. Palkinnot voitaisiin siis jakaa jo laboratorionkokeiden perusteella.

Energiantuoton matemaattinen malli ([8], [9] ja [10])

Edellä olleen varsin suppean energian tuottoa koskevan esityksen perusteella voidaan asia pelkistää seuraavasti

- Ihmisellä on ennen urheilusuoritusta elimistössään latenttina tietty energiamäärä E_0 , jota ei voida ylittää
- Urheilusuorituksen aikana hän ponnistellessaan voimalla $\bar{F} \leq \bar{F}_{\max}$ kuluttaen tätä energiavarastoaan teholla $\bar{F} \cdot \bar{v}$
- Urheilusuorituksen aikana aerobinen prosessi täydentää energiavarastoa korkeintaan maksimaalisella vakioteholla Σ .

Energiatasapaino antaa tehoyhtälön

$$\frac{dE}{dt} = \Sigma - \bar{F} \cdot \bar{v}, \quad (2)$$

Energian $E(t)$ on toteutettava paitsi alkuehto

$$E(0) = E_0$$

myös rajoitusehto

$$E_0 \geq E(t) \geq 0.$$

Integroimalla tehoyhtälö (2) saadaan energiaehto

$$E_0 \geq E(t) = E_0 + \Sigma t - \int_0^t \bar{F} \cdot \bar{v} dt \geq 0. \quad (3)$$

NEUROMUSKULAARINEN TOIMINTA

Voima [1], [14]

Lihassäie jännittyy supistuessaan ja synnyttää voiman, joka on jännityksen σ ja lihassäikeen poikkipinta-alan A tulo. Voima on

$$F = \sigma A.$$

Jos yksinkertaisuuden vuoksi pidämme lihassäiettä tai jopa koko lihasta prismana, jonka pituus on ℓ ja jonka poikkipinta-ala A ja tiheys ρ ovat vakioita, saamme lihaksen massaksi m

$$m = \rho \ell A.$$

Eliminoidaan näistä A jolloin saadaan voimalle kaava

$$F = \frac{\sigma}{\rho} \frac{m}{\ell}. \quad (4)$$

Koska lihaksen pituus ℓ ei täysikasvuisella juurikaan muutu, voidaan voimaa lisätä vain

- parantamalla harjoituksella lihaksen kvaliteettia σ/ρ
- lisäämällä lihasmassaa poikkipinta-alaa kasvattamalla.

Kaavassa (4) käytetään usein massan tilalla painovoimaa $G = mg$, jolloin kaava kuuluu

$$F = \frac{\sigma}{\rho g} \frac{G}{\ell}. \quad (5)$$

Useissa tapauksissa on helppo löytää luonteva referenssipituus R , jonka avulla voidaan määritellä pituusparametri $p = \ell/R$. Tämän avulla voidaan kaavan (5) perusteella määritellä dimensioton lihasvoiman kvaliteettifunktio k

$$k = \frac{F}{G/p} \quad (= \frac{\sigma}{\rho g R}) \quad (6)$$

Kaava (6) johdettiin yksittäiselle lihakselle tai oikeastaan lihassäikeelle. Sitä voidaan kuitenkin soveltaa usempien lihasten yhteisvaikutukseen eli urheilijaan kokonaisuutena. Kvaliteetti k avulla voidaan keskenään vertailla eri kokoisten ja painoisten henkilöiden lihasvoimaa samassa urheilusuorituksessa. Koska urheilijan lihasten kehittämä voima välittyy nivelten kautta urheilusuoritusta aikaansaavaksi voimaksi, on selvää, että voima F samoin kuin kvaliteetti k on urheilijan asennon eli vipusuhteiden funktio.

Saman urheilulajin harrastajille pätee kokemuksen mukaan ([11] ja [14]) varsin tarkasti yksinkertaistava otaksuma, että erikokoiset urheilijat ovat yhdenmuotoiset. Tällöin saadaan seuraavat verrannollisuudet

$$G \sim p^3 \quad \text{eli} \quad p \sim G^{1/3}$$

$$F \sim p^2 \quad \text{eli} \quad F \sim G^{2/3} .$$

Voima ja nopeus [1]

Jokapäiväisissä askareissa ihminen voi tietyissä rajoissa vapaasti valita käyttämänsä voiman ja liikkeidensä nopeuden. Urheilusuorituksissa sen sijaan, kun toimitaan suorituskvyn äärirajalla, ei enää voimaa ja nopeutta voida vapaasti valita vaan ne kytkeytyvät toisiinsa.

Jotta liike olisi mahdollinen täytyy lihaksen voittaa ns. sisäinen kitkavoima a . Jos F on kitkavoiman ylittävä osa lihasvoimaa ja lihaksen supistumisnopeus on v , kehittää lihas tehon

$$P = (F+a)v .$$

Jos F_{\max} on lihaksen isometrisesti (ilman liikettä) kehittämä maksimivoima on isotoonisissa (liike mukana) kokeissa todettu seuraavan tehoyhtälön olevan voimassa

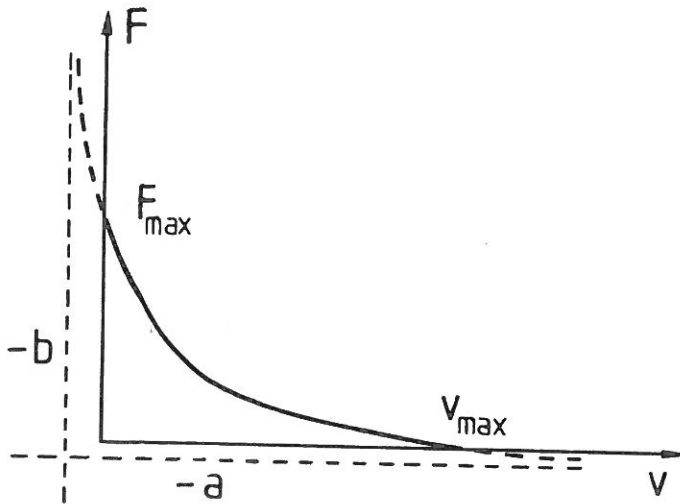
$$P = b(F_{\max} - F) ,$$

jossa b on kokeellinen vakio. Yhdistämällä nämä kaksi yhtälöä voidaan johtaa tulos

$$(F+a)(v+b) = (F_{\max} + a)b = P_{\max} , \tag{7}$$

jonka mukaan lihaksen maksimaalinen (kokonais)teho on vakio P_{\max} .

Yhtälö (7) esittää hyperbeliä, joka leikkaa F -akselin pisteessä F_{\max} ja v -akselin pisteessä $v_{\max} = F_{\max} b/a$ ja jolla on asymptootit $F = -a$ ja $v = -b$.



Kuva 1. Lihassoiman ja liikenoisuuden välinen yhteys, kaava (7)

Ratkaistaan yhtälö (7) vielä soiman suhteen

$$F = \frac{P_{\max}}{v+b} - a . \quad (8)$$

Yhtälö (8) on johdettu yksittäiselle lihakselle mutta sitä voitaneen soveltaa laajemminkin.

Yhdenmuotoisuusotaksuma johtaa verrannollisuuksiin

$$P_{\max} \sim l^3 , \quad a \sim l^2 \quad \text{ja} \quad b \sim l .$$

Tekniikka

Paitsi että valmennusmenetelmät ovat kehittyneet on myös itse urheilusuoritusten tekniikka kehittynyt. Tästä muutamia esimerkkejä: kyykkytyyli on sivuuttanut saksityylin painonnostossa, ns Floppaus-tyyli (selkä rimaan päin yli) on tullut yhä yleisemmäksi korkeushypyssä, pyörähdystyyliä on kokeiltu keihäänheitossa (nykyään kiellettyä) ja kuulantyönnössä.

PSYKOLOGISET TEKIJÄT

Kilpaurheilun motivaatiota on pyritty monin tavoin parantamaan. Oman lisänsä ovat varmaan tuoneet eräissä maissa urheilijoille järjestetyt hyväpalkkaiset toimet, erilaiset stipendit ja palkkiot sekä muut taloudelliset etuisuudet. Tärkein motivaatio lienee kuitenkin kunnianhimo. Sitä voidaan kasvattaa lisäämällä merkittävän kilpailun voiton arvostusta ja voittajalle osoitettua huomiota. Myös suggestiota ja ehkä hypnoosiakin on käytetty.

Kilpailussa noudatettavaa taktiikkaa on tutkittu niin psykologiselta kuin

myös fyysiseltä kannalta. Urheilusuorituksen matemaattinen malli optimointiprobleemana ratkaistuna kertoo fyysiseltä kannalta parhaan taktiikan. Tästä esimerkkinä ovat oikea voimien ja vauhdin jako juoksussa [9] ja uinnissa [12] sekä sopivat aloituspainot ja lisäykset painonnostossa [13] ja vielä edullisimman lähtökulman valinta keihäänheitossa [19].

URHEILUVÄLINEIDEN KEHITTÄMINEN

On urheilusuorituksia joissa välineiden kehittäminen on ollut tuloksen parantamisen kannalta ratkaisevaa. Tällaisia ovat mm:

Keihäänheitossa ([11] ja [19]) on itse keihäs tehty liitävämmäksi lisäämällä sen paksuutta ja muuttamalla sen painon jakautumaa. Koska tällöin painopisteen ja aerodynaamisten voimien vaikutuspisteen välistä etäisyyttä on lyhennetty, on keihään lennon aerodynaaminen vakavuus huonontunut. Tästä taas on seurannut, että keihäs putoaa entistä useammin lappeelleen.

Moukarinheitossa on kokeiltu teräspallon painopisteen siirtämistä geometrisesta keskiöstä kiinnityspisteen vastakkaiselle puolelle päin. Näin on saatu moukarin pyörähdyskaaren säde ja kulmaliikemäärä suuremmaksi.

Kiekonheitossa on kiekon muotoa paranneltu liito-ominaisuuksien lisäämiseksi.

Seiväshypyssä tulokset paranivat kun seipään materiaalia vaihdettiin: bambu → teräs → lasikuitu + hiilikuituvahviste. Samalla on lisääntynyt seipään kyky absorboida vauhdista saatavaa liike-energiaa [3].

Hiihdossa ja mäenlaskussa on suksien muoto kehittynyt ja materiaali muuttunut puusta erilaisiin kuituvahvisteisiin muoveihin. Tällöin on lumen hankauskitka pienentynyt ja pito ponnistuksessa parantunut ([3] ja [18]). Mäkisuksien aerodynaamiset ominaisuudet ovat myös muotoilulla parantuneet. Oman lisänsä tuloksiin antavat pienen ilmanvastuksen omaavat sileäkankaiset urheiluvaatteet sekä keveät kengät ja sauvat. Laskijan ruumiin koolla on myös vaikutusta tulokseen [17].

Kilpailu urheiluvälineiden kehittämisessä on myös ollut kovaa ja alati lisääntyvää kuten olemme lehdistä voineet todeta.

ULKOISTEN OLOSUHTEIDEN VAIKUTUS URHEILUSUORITUKSIIN

On selvää, että ulkoiset olosuhteet vaikuttavat urheilutuloksiin. Näiden vaikutuksen tutkiminen tuskin enää kuuluu biomekaniikan piiriin vaikkakin se vielä kuuluu urheilumekaniikkaan. Toteamme kuitenkin eräitä pääpiirteitä ([3] ja [20]).

Painovoiman pienentyminen lisää heittojen pituutta sekä hyppyjen pituutta tai korkeutta.

Ilman tiheyden pienentyminen pienentää ilmanvastusta ja parantaa anaerobisten suoritusten tulosta. Tämä koskee erityisesti pikajuoksua ja pituus-
hyppyä miksei myös kolmiloikkaa, kuulantyyntöä ja moukarinheittoa. Kiekon-

ja keihäänheitossa pienenee samassa suhteessa myös ilman nosto joten väli-
neen liitokyky (nosto/vastus) säilyy ennallaan. Aerobisissa suorituksissa
hapensaannin pienentyminen vaikuttaa voimakkaammin kuin vastuksen pienenty-
minen. Kestävyyslajeissa siis tulokset huonontuvat.

Koska ilmanpaineen alentuminen pienentää ilman tiheyttä lämpötilan pysy-
sä vakiona, pätee juuri edellä sanottu suoraan ilmanpaineen vaihteluihin
esimerkiksi tapauksissa jolloin kilpailut suoritetaan eri korkeudella meren-
pinnasta.

Ilmankosteus lienee urheilijoiden kannalta edullisin, kun suhteellinen
kosteus on 50-60 %. Ilman kosteudella on merkitystä ennenkaikkea kestävyys-
lajeissa, joissa jäähtytysjärjestelmä ja hapenottokyky joutuvat kovalle koe-
tukselle. Suuret poikkeamat edullisimmasta kosteudesta huonontavat tuloksia
kestävyyslajeissa.

Ilman lämpötilalla on myös urheilijoiden kannalta optimiarvonsa. Anaero-
bisissa suorituksissa suotuisin lämpötila lienee

- suomalaisille urheilijoille 22-24 °C
- Etelä-Euroopan urheilijoille 25-27 °C
- tropiikin maiden urheilijoille 28-30 °C.

Aerobisissa suorituksissa optimilämpötila lienee muutamia asteita alempi.
Poikkeamat molempiin suuntiin huonontavat tulosta.

Tuuli vaikuttaa pääasiassa mekaanisesti. Vastatuuli lisää, myötätuuli
taas pienentää ilman vastusta. Lisäksi tuuli edistää ruumiin lämmönmenetys-
tä ja vaikuttaa siis kuten lämpötilan lasku.

Sovellutusesimerkkejä matemaattisten mallien käytöstä biomekaniikassa

Edellä olleiden matemaattisten perusmallien sovellutuksena käsitellään
vielä muutamaa erityyppistä tapausta, joissa yksinkertainen malli riittää
kuvaamaan urheilusuoritusta yllättävän hyvin.

Kilpajuoksu [8], [9] ja [11]

Lähtöyhtälöiksi voidaan ottaa yhtälöt (1) ja (3) jaettuna massalla. Jos
ilmanvastuksen oletetaan olevan muotoa

$$\frac{D}{m} = \frac{v}{\tau}$$

ja käytetään merkintöjä

$$f(t) = F(t)/m, \quad e(t) = E(t)/m \quad \text{ja} \quad \sigma = \Sigma/m$$

kuuluvan lähtöyhtälöt seuraavasti

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = f(t) \quad \text{kun } v(0) = 0 \text{ ja } f(t) \leq f_{\max} \quad (9)$$

$$0 \leq e_0 + \sigma t - \int_0^t f v dt \leq e_0 \quad (10)$$

Näistä yhtälöistä lähtien on prof. Keller ratkaissut optimointiprobleeman "Mikä on optimaalinen vauhdinjako eri pituisilla juoksumatkoilla?" Puuttumatta tämän variaatioprobleeman [9] ratkaisun yksityiskohtiin esitetään tässä vain tulokset. Probleeman sisältämien vakioiden arvot on saatu sovittamalla ratkaisu v. 1972 voimassa olleisiin juoksun maailmanennätystuloksiin 22:lla eri pituisella matkalla, joista lyhin oli 50 yd pisin 10000 m. Vakioiden arvot ovat

$$\begin{aligned} \tau &= 0,892 \text{ s} \\ f_{\max} &= 12,2 \text{ N/kg} \\ \sigma &= 41,575 \text{ W/kg} \\ e_0 &= 2,407 \text{ kJ/kg} . \end{aligned}$$

Tärkeän rajan juoksustrategian kannalta muodostaa matka S_c (tai aika T_c), jonka juoksija pystyy juoksemaan maksimivoimalla f_{\max} . Tämän määrittävät yhtälöt on helppo johtaa kaavoista (9) ja (10)

$$S_c = f_{\max} \tau^2 \left(\frac{T_c}{\tau} + e^{-T_c/\tau} - 1 \right)$$

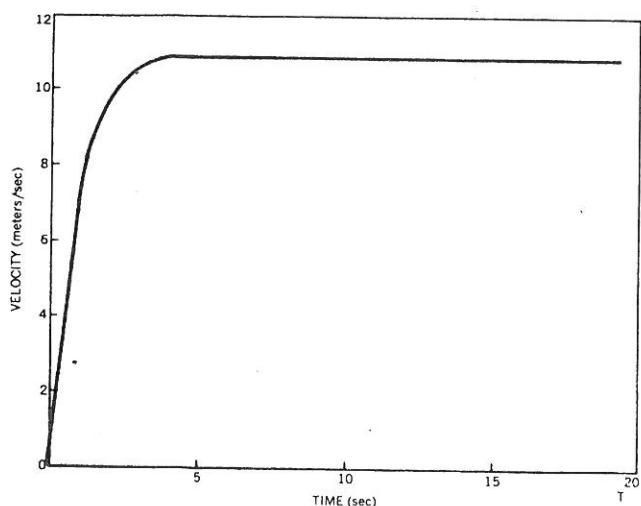
$$e_0 + \sigma T_c - f_{\max} S_c = 0$$

Näistä saadaan ns kriittiseksi etäisyydeksi

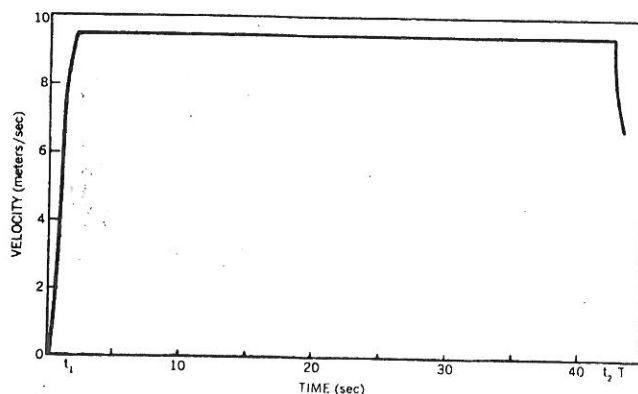
$$S_c = 291 \text{ m} ,$$

jota lyhyemmät matkat ovat siis varsinaisia pikamatkoja eli pyrähdyksiä ja joilla tulee koko ajan "painella täysillä".

Kuva (2) esittää nopeus-aika kuvaajaa 200 m:n juoksussa.



Kuva 2. Nopeus-aika 200 m:llä.

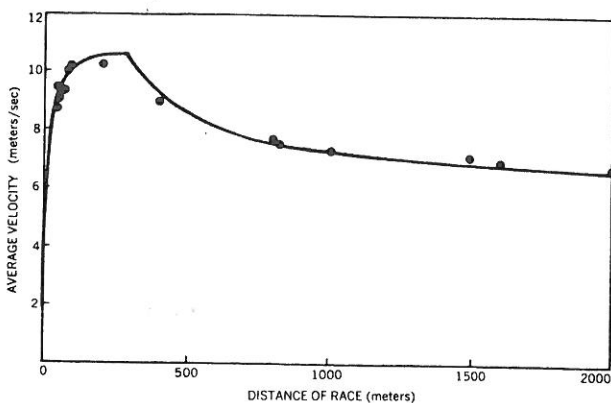


Kuva 3. Nopeus-aika 400 m:llä.

Kriittistä etäisyyttä pidemmillä matkoilla optimaalinen juoksustrategia on seuraava

- Juostavan matkan pituudesta riippuen heti n. 2-1 s aikana vauhti kiihdytetään maksimivoimalla optimaaliseen matkanopeuteen,
- joka valitaan niin, että $e = 0$ juostavan matkan pituudesta riippuen 1-2 s ennen maalin saapumista.
- Loppu juostaan niin, että $e = 0$ eli juostaan vakioteholla $f_v = \sigma$, jolloin vauhti hidastuu aivan lopussa melkoisesti.

Kuva (3) esittää nopeus-aika kuvaajaa 400 m:n juoksussa. Siinä näkyy hidastumisvaihe jo selvästi. Kuva 4 esittää keskimääräistä nopeutta S/T juoksumatkan S funktiona. Maksimi-



kohtansa jälkeen se lähestyy hyvin nopeasti optimaalista matkanopeutta, joka 10 000 m:llä on 6,2 m/s ja maratoonilla (n. 42 km) hieman alle 5,5 m/s maastosta riippuen.

Kuva 4. Keskimääräinen nopeus juoksumatkan funktiona.

Nopeimpaan aikaan tähtäävä juoksustrategia edellyttää siis suurimmalla osalla matkaa tasaista vauhtia. Tämä tiedetään jo ennestään kokemuksesta. Yllättävämpää sen sijaan voi olla, että lopussa ei oteta nopeaa kiriä, kuten useimmiten nähdään, vaan tapahtuu kansanomaisesti sanottuna kangistuminen tai sammuminen eli negatiivinen kiri. Loppukiri ylipäättänsä merkitsee siis, että matkalla ei ole haluttu tai tarvinnut käyttää koko kapasiteettia. Julkaisuissaan [8] ja [11] Keller ilmoittaa tarkemmin matkan alussa olevan kiihdytysvaiheen ja lopussa olevan hidastusvaiheen keston. Koska vaarallisen hidastumisvaiheen eli sammumisen tulisi tapahtua vasta kalkkiviivoilla, voi pienikin virhe matkanopeuden valinnassa olla erittäin kohtalokas.

Kellerin malli on niin hyvä, että ero teorian antaman tuloksen ja todellisen tuloksen välillä on korkeintaan suuruusluokkaa 3 %.

Kilpauinti [12]

Liikeyhtälöt ovat tässäkin tapauksessa yhtälöt (1) ja (2) massalla jaetuna. Juoksun kiihdytysvaiheen tilalle tulee uinnissa joko veden yläpuolella olevalta lähtöjalustalta alkava ilmalento ja sitä seuraava liukuvaihe vedessä tai vedessä tapahtuvassa lähdössä vain ponnistusta seuraava liukuvaihe. Loppu voidaan käsitellä kuin juoksussa.

Koska uinti-tutkimuksessa oli valittu kvadraattinen vastuslaki ja muutenkin käytetty osittain eri parametreja, on vertailu juoksuun hieman hankalaa.

Seuraavat johtopäätökset voidaan kuitenkin vetää

Miehillä e_0 on sama kuin juoksussa

Naisilla e_0 on 67 % miesten arvosta

Miehillä σ on 83 % juoksijoiden arvosta

Naisilla σ on 95 % miesten arvosta

Painonnosto [10], [11], [14], [15] ja [16]

Koska painonnostossa on kyseessä lyhytaikainen maksimaalinen ponnistus, tapahtuu energian tuotto täysin anaerobisesti. Aerobinen prosessi hoitaa vain nostajan palautumisen uuteen yritykseen.

Jos arvostellaan vain nostotulosta eikä nostoa kokonaisuudessaan dynaamisena tapahtumana, voidaan eri nostajien tuloksia vertailla käyttäen kaavassa (6) määritettyä kvaliteettifunktiota k . Luonteva referenssipituus $R = 22,5$ cm, joka ilmoittaa millä korkeudella nostotangon painopiste on alkujaan lavasta. Jos kaavaan (6) sijoitetaan $F = Mg$ eli tangon paino ja $G = mg$ eli nostajan paino, saadaan kvaliteettifunktio ilmaistua ns. Riegertin lukuna eli R_i -lukuna

$$R_i = p \frac{M}{m} . \quad (11)$$

Aikaisemmin mainittu yhdenmuotoisuusotaksuma pätee painonnostajiin varsin hyvin. Nostajan massan m ja pituuden $\ell = pR$ välillä vallitsee likimääräinen yhteys

$$m = p^3 0,2 \text{ kg} . \quad (12)$$

Jos Riegertin luku määritetään vuoden 1978 maailmanennätyksistä sarjoitain, havaitaan sen vaihteluvälin olevan ([16]):

Tempaus $13,44 < R_i < 15,38$

Työntö $17,31 < R_i < 18,95$

R_i -luku on suurin sarjassa 82,5 kg.

Painonnoston dynaaminen malli ([15] ja [16]) voidaan helpoiten johtaa energiaperiaatteella. Tangon nostamisessa tehty työ muuttuu lopulta sen potentiaalienergian lisäykseksi. Jos h on tarvittava korkeus lavan pinnasta, jotta nostaja pääsisi tangon alle, määritellään nostotekniikkaa kuvaava parametri $\eta = h/\ell$. Tämän jälkeen voidaan määritellä uusi dynaamisen noston kvaliteetti eli ns performanssi-indeksi PI (\sim tehty työ (nostajan massa)

$$PI = (\eta p - 1) \frac{M}{m} . \quad (13)$$

Tämä vaihtelee rajoissa:

Tempaus $5,82 < PI < 7,06$

Työntö $5,94 < PI < 6,96$

PI-luku on suurin sarjassa 90 kg. Lisäksi nähdään, että sen avulla voidaan myös verrata tempaus- ja työntötuloksia toisiinsa. Se riippuu näet periaatteessa vain voimasta ja nostotekniikan hallinnasta. Lähteissä [15] ja [16] esitetty malli kuvaa todellisia nostotuloksia yli 96,5 % tarkkuudella.

Mallin avulla voidaan myös todeta, että painonnostajan sopivin koko on
pituus 1,70 - 1,73 m

massa 84,3 - 91,3 kg

Tällainen nostaja on kokoonsa nähden suhteellisesti voimakkain. Nostajan, jolla olisi suurimmat absoluuttiset voimat, tulisi olla kooltaan

pituus 1,97 - 2,11 m

massa 133,8 - 164,2 kg

Tällainen nostaja kykenisi työntämään 262,5 kg.

Mallin avulla voidaan myös spekuloida mitkä ovat ihmisen koon rajat
pienin koko: pituus 0,5 m ja massa 2 kg

suurin koko: pituus 6 m ja massa 4 tonnia.

Pienin koko muistuttaa hämmästyttävästi vastasyntyneen lapsen kokoa. Suurin koko taas olisi lähinnä King-Kong'in suuruusluokkaa.

LOPPUSANAT

Biomekaniikka ja erityisesti urheilun biomekaniikka tarjoavat kiintoisan tutkimuskentän alasta kiinnostuneille mekaniikan harrastajille. Kaikki urheilusuoritukset ovat mekaniikan lakien alaisia. Usein jo varsin yksinkertainenkin matemaattinen malli kuvaa suoritusta yllättävän hyvin. Mekaniikan ja matematiikan taitajien tulisi muodostaa tutkimusryhmiä yhdessä urheilun ja fysiologian asiantuntijoiden kanssa. Täten voitaisiin laatia kehittyneempiä malleja, joista varmasti saataisiin irti myös enemmän tietoa. Unoh-
taa ei sovi myöskään, että urheilututkimuksissa tarvitaan aina suoritusten analysointia varten erilaisia mittauksia ja rekisteröintejä. Se edellyttää myös tarvittavien laitteiden rakentamista ja kehittelyä. On ilmeistä, että tämän laatuinen tutkimus on, niin kuin tutkimus yleensäkin, vain rahasta kiinni. Toivottavasti tämäkin puoli asiasta vielä järjestyy.

KIRJALLISUUTTA

- [1] Hochmuth, G., Biomechanik sportlicher Bewegungen Wilhelm Limpert-Verlag GmbH, Frankfurt (Main) 1967. 232 s.
- [2] Dyson, G., The Mechanics of Athletics. University of London Press LTD. London 1967. 224 s.
- [3] Tuokko, R., Urheilija luonnonlakien kahleissa. WSOY, Porvoo 1965. 121 s.
- [4] O'Shea, J.P., Scientific Principles and Methods of Strength Fitness. Addison-Wesley Publishing Company, USA 1968. 165 s.

- [5] Seppänen, L. & Oikarinen, E., Kestävyyssvalmennus. Suomen Valtakunnan Urheiluliitto, Helsinki 1976. 235 s.
- [6] Kairento, A., Biomekaaninen analyysi. Arkhimedes 30 (1978), s. 213-217.
- [7] Liljeström, T., Uimahyppyponnistuksen biomekaniikka. Arkhimedes 30 (1978), s. 218-221.
- [8] Keller, J.B., A Theory of Competitive Running. Physics to Day 26 (1973) 9, s. 42-47.
- [9] Keller, J.B., Optimal Velocity in Race. American Mathematical Monthly 81 (1974) 5, s. 474-480.
- [10] Keller, J.B., Mechanical Aspects of Athletics. Proceedings of the Seventh U.S. National Congress of Applied Mechanics Boulder, Co, June 1974, s. 22-26.
- [11] Keller, J.B., Mechanical Aspects of Athletics, (Javelin Throwing, Weightlifting, Rowing). Optimal Strategies in Sports. North-Holland Publishing Company, 1975. s. 136-224.
- [12] Francis, P.R. and Dean, N., A Biomechanical Model for Swimming Performance. International Series on Sport Sciences. University Park Press. 2 (1975) Swimming II, s. 118-124.
- [13] Lilien, L., Optimal Weightlifting. Management Science in Sports. North-Holland Publishing Company, 1976. s. 101-112.
- [14] Ranta, M.A., Voimaurheilun teoriaa. Oulun yliopisto, koneinsinööriosasto. Raportti No. 2, 1969. 52 s.
- [15] Ranta, M.A., Simple Mathematical Model of Weightlifting. Biomechanics V-B. International Series of Biomechanics. University Park Press 1B (1976), s. 337-334.
- [16] Ranta, M.A., A Mathematical Model of Weightlifting. Invited general lecture in the General Assembly of IUTAM at Herrenable BRD on 5th September 1978, 29 s.
- [17] Pramila, A., On the Effect of the Size of the Skier on the Time Needed to Clear a Downhill. Helsingin teknillinen korkeakoulu, yleinen osasto, mekaniikan laitos. Julkaisu No. 4, 1979, 17 s.
- [18] Keinonen, J. ja Palosuo, E., Suksen ja lumen välisestä kitkasta. Arkhimedes 31 (1979) 4, s. 211-215.
- [19] Olkinuora, P., Keihään aerodynaamisten kertoimien mittausta ja lentoradan laskenta. Diplomityö. Helsingin teknillinen korkeakoulu, koneinsinööriosasto, Otaniemi 1979. 120 s.
- [20] Franssila, M., Koleus kotikenttätietu. Iltasää suosivat Suomen juoksijoita. Uusi-Suomi, 27. toukokuuta 1975.

Matti A. Ranta, prof., Teknillinen korkeakoulu, Mekaniikan laitos