

POLYNOMIN KÄYTTÖ BETONIN JÄNNITYSMUODONMUUTOSKUVAAJANA

Mikko Kilpeläinen

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 12
No. 1 1979 s. 1...11

YHTEENVETO: Artikkelissa käsitellään polynomifunktiota betonin jännitysten ja muodonmuutosten välisen riippuvuuden matemaattisena mallina lyhytaikaiskuormituksessa. Lisäksi tarkastellaan mallille asetettavia yleisiä vaatimuksia. Näiden pohjalta kirjoittaja on johtanut neljännen asteen polynomien betonin jännitys-puristumakäyrän kuvaajaksi ja jännitys-venymäkäyrän kuvaajaksi kolmannen asteen polynomien epäkeskisessä ja toisen asteen polynomien keskisessä vedossa. Polynomifunktioiden todetaan aproksimoivan koetuloksia varsin hyvin ja soveltuvan parhaiten tietokoneella suoritettavien laskelmien pohjaksi.

JOHDANTO

Betonin jännitysten ja muodonmuutosten välisen riippuvuuden kuvaajiksi on esitetty suuri joukko erilaisia matemaattisia funktioita. Hyvä yhteenveto etenkin puristuspuolen funktioista löytyy esim. lähteissä [1] ja [2]. Veto- puolen kuvaajista sen sijaan on vähemmän matemaattisia esityksiä, koetuloksia sen sijaan löytyy esim. lähteissä [3], [4] ja [5]. Tässä yhteydessä on tarkoitus tarkastella pelkästään polynomifunktioita betonin jännitys-muodonmuutoskuvaajana, niiden etuja ja haittoja sekä soveltuvuutta erilaisiin laskentatarkoituksiin. Samoin tarkastellaan ko. kuvaajien yleisiä reunaehtoja sekä polynomifunktion soveltuvuutta niiden huomioon ottamiseen.

KUVAAJILLE ASETETTAVAT VAATIMUKSET

Betonin jännitysten ja muodonmuutosten välistä riippuvuutta esittävän matemaattisen mallin tulee täyttää seuraavat vaatimukset:

1. Matemaattisen mallin tulee aproksimoida todellista jännitysten ja muodonmuutosten välistä riippuvuutta mahdollisimman hyvin.
2. Kuvaajan tulee olla matemaattisesti mahdollisimman yksinkertainen funktio sekä integroitavissa mieluummin suljetussa muodossa betonin jännitysresultanttien ja niiden momenttien laskemista varten.
3. Kuvaajan tulisi soveltua erilaisiin käyttötarkoituksiin, kuten koetulosten analysointiin, käyttötilatarkasteluihin, murtotilatarkasteluihin, erilaisien rakenteiden mitoitukseen, yksi- ja kaksiulotteisen jännitystilän tar-

kasteluun jne. Lisäksi sen avulla tulisi voida ottaa huomioon ilmiöön liittyvien fysikaalisten parametrien suuruuden vaihtelut kuten ϵ_{cy} :n, ϵ_{cu} :n, ϵ_{cty} :n, ϵ_{ctu} :n, f_c :n, f_{ct} :n, E_c :n, K :n jne. suuruuksien vaihtelut.

BETONINORMEISSA ESITETYT JÄNNITYS-MUODONMUUTOSKUVIOT

Betoninormeissa [6] on annettu betonin jännitysten ja muodonmuutosten väliselle riippuvuudelle kuvaaja, joka sekä puristus- että vetopuolella koostuu nousevasta kaarevasta osasta ja vaakasuorasta vakio-osasta. Tässä muodossaan sillä voidaan todeta olevan seuraavat puutteet:

1. Puristuspuolen kuvaajasta puuttuu koetuloksissa esiintyvä laskeva osa. Se on betoninormeissa korvattu vaakasuoralla viivalla, so. vakioarvolla.
2. Kaikilla betonin lujuusluokilla on sama murtopuristuma, vaikka kokeellisesti on voitu todeta sen pienenevän puristuslujuuden kasvaessa.
3. Kuvaajan koostuminen sekä puristus- että vetopuolella kahdesta funktiosta aiheuttaa ylimääräisiä ongelmia mitoituslaskelmien tietokoneohjelmoinnissa, koska esim. laattapalkkipoikkileikkauksen mitoituksessa saattaa ϵ_{cy} :n tai ϵ_{cty} :n arvo osua uumaan, laattaan tai poikkileikkauksen ulkopuolelle.
4. Puristusjännitysten resultantin laskenta suorakulmaisen jännityskuvion avulla, jonka sivut ovat $0,8 \cdot x$ ja f_c , antaa riittävän tarkan tuloksen vain, kun reunanpuristuma $\epsilon_c \approx \epsilon_{cu}$. Jos ϵ_c on pienempi, mikä on huomattavasti yleisempi tapaus, niin puristusjännitysten resultantti on pienempi. Sama voidaan todeta vetojännitysten resultantin laskennasta.
5. Kuvaajien kaarevia osia ei ole matemaattisesti määritelty, joten niiden tarkka matemaattinen käsittely laskelmien yhteydessä ei ole mahdollista. Ne voidaan kylläkin määritellä, esim. polynomifunktion muodossa.
6. Betoninormien mukaan käyttö- ja murtorajatilatarkasteluissa käytettävien alkukimmokerrointen suhde voidaan esittää yhtälöllä

$$\frac{E_{ck}}{E_{cd}} = \gamma_c = \frac{f_{ck}}{f_{cd}} \quad (1)$$

Koska tutkimustulosten mukaan betonin kimmokerroin on suoraan verrannollinen betonin puristuslujuuden neliöjuureen, yhtälön (1) tulisi olla muodossa

$$\frac{E_{ck}}{E_{cd}} = \sqrt{\gamma_c} = \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\sqrt{f_{cd}}}, \text{ ja} \quad (2)$$

$$E_{cd} = E_{ck} / \sqrt{\gamma_c} \quad (3)$$

(Vertaamalla yhtälöitä (1) ja (3) voidaan todeta, että betoninormien laskutavalla murtotilan kimmokerrointa pienennetään enemmän kuin betonin lujuuden

mahdollinen satunnainen aleneminen vaatisi. Täten betonikimmokertoimen suuruudesta riippuviin murtumistapoihin tulee suurempi varmuus kuin betonin lujuudesta riippuviin. Toim. huom.)

POLYNOMIFUNKTIO JÄNNITYS-MUODONMUUTOSKUVAAJANA

Puristettu betoni

Betonin jännitys-muodonmuutoskuvaajan tulee täyttää seuraavat reunaehdot:

$$1. \sigma_c = 0, \text{ kun } \epsilon_c = 0$$

$$2. \sigma_c = f_c, \text{ kun } \epsilon_c = \epsilon_{cy}$$

$$3. \frac{d\sigma_c}{d\epsilon_c} = 0, \text{ kun } \epsilon_c = \epsilon_{cy} \quad (4)$$

$$4. \frac{d\sigma_c}{d\epsilon_c} = E_c, \text{ kun } \epsilon_c = 0$$

Näistä reunaehdoista voidaan määrittää polynomin $\sigma_c = a_0 + a_1 \cdot \eta + a_2 \cdot \eta^2 + a_3 \cdot \eta^3$ kertoimet, kun $\eta = \epsilon_c / \epsilon_{cy}$.

Osoittautuu kuitenkin, että saatu polynomi ei kuvaa jännityksen ja muodonmuutoksen välistä riippuvuutta riittävän hyvin alueella $\epsilon_{cy} < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$. Tämän vuoksi on käytettävä viidettä reunaehto [1]

$$5. \sigma_c = k \cdot f_c, \text{ kun } \epsilon_c = \epsilon_{cu} \quad (5)$$

Kerroin k voidaan valita koetulosten perusteella, mutta yleensä $k \approx 0.85$. Tällöin jännitys-muodonmuutoskuvaajaksi saadaan neljännen asteen polynomi

$$\sigma_c = a_0 + a_1 \cdot \eta + a_2 \cdot \eta^2 + a_3 \cdot \eta^3 + a_4 \cdot \eta^4 \quad (6)$$

Laskemalla CEB - FIP -suositusta [7] ja betoninormeja soveltamalla murtopuristuma yhtälöstä

$$\epsilon_{cu} = 0,0039 - 0,00002 \cdot f_c \quad (7)$$

ja merkitsemällä

$$S = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cy}} \quad (8)$$

saadaan polynomin (6) kertoimille seuraavat lausekkeet:

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = E_c \cdot \epsilon_{cy}$$

$$a_2 = \frac{(3 \cdot S^3 - 4 \cdot S^2 + \frac{k}{S}) \cdot f_c - (2 \cdot S + 1) \cdot (S-1)^2 \cdot E_c \cdot \epsilon_{cy}}{S \cdot (S-1)^2}$$

$$a_3 = \frac{(-2 \cdot S^3 + 4 \cdot S - 2 \frac{k}{S}) \cdot f_c + (S+2) \cdot (S-1)^2 \cdot E_c \cdot \epsilon_{cy}}{S \cdot (S-1)^2}$$

$$a_4 = \frac{(2 \cdot S^2 - 3 \cdot S + \frac{k}{S}) \cdot f_c - (S-1)^2 \cdot E_c \cdot \epsilon_{cy}}{S \cdot (S-1)^2}$$

(9)

Saadut lausekkeet ovat tietokonelaskentaakin ajatellen varsin pitkiä. Ne saadaan hieman yksinkertaisempaan muotoon seuraavasti:

Edellä S on f_c :n funktio, ja k on vakio. Valitaan nyt S vakioksi ja annetaan sille betoninormien mukaisesti arvo

$$S = \frac{3,5 \text{ } ^\circ/\text{oo}}{2,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}} = 1,75,$$

(10)

ja olkoon k nyt f_c :n funktio, joka osoittaa σ_c/f_c :n arvon, kun $\epsilon_c = 3,5 \text{ } ^\circ/\text{oo}$. Sijoittamalla yhtälö (10) yhtälöihin (9) saadaan polynomin (6) kertoimille seuraavat lausekkeet:

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = E_c \cdot \epsilon_{cy}$$

$$a_2 = (3,90 + 0,58 \cdot k) \cdot f_c - 2,57 \cdot a_1$$

(11)

$$a_3 = -(3,79 + 1,16 \cdot k) \cdot f_c + 2,14 \cdot a_1$$

$$a_4 = (0,89 + 0,58 \cdot k) \cdot f_c - 0,57 \cdot a_1$$

Kokeilemalla saadaan k:lle lauseke

$$k = 0,88 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot f_c^3,$$

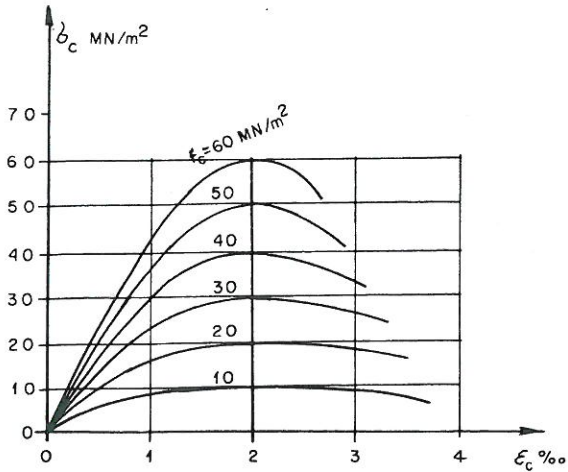
(12)

kun $[f_c] = \text{MN/m}^2$. Laskemalla kimmokerroin yhtälöstä

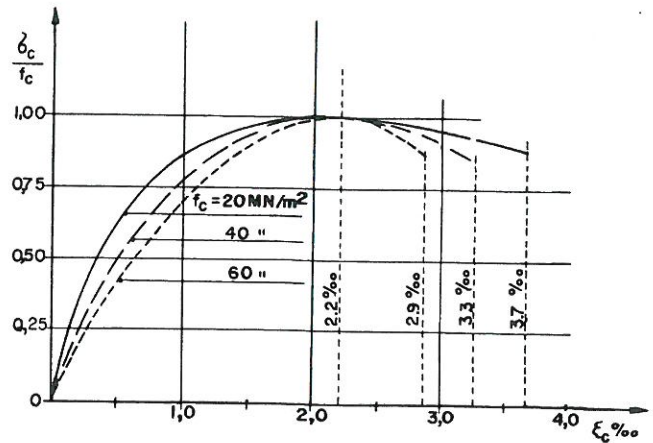
$$E_c = 5700 \cdot \sqrt{f_c}$$

(13)

saadaan polynomia (6) käyttäen betonin eri lujuusluokille kuvan 1 mukaiset jännitys-muodonmuutoskuvaajat.



Kuva 1. Puristetun betonin σ - ϵ -käyrät yhtälön (6) mukaan. f_c on määritetty kuutiolujuutena MN/m^2 . Kuvassa käytetty seuraavia arvoja:
 $\epsilon_{cy} = 2,0 \text{ o/oo}$
 $\epsilon_{cu} = 3,9 - 0,02 \cdot f_c \text{ o/oo}$
 $E_c = 5700 \cdot \sqrt{f_c}$
 $\eta = \epsilon_c / \epsilon_{cy}$



Kuva 2. Puristetun betonin σ - ϵ -käyrät lähteen [7] mukaan. f_c on määritetty sylinterilujuutena MN/m^2 . Kuvassa käytetty seuraavia arvoja:
 $\epsilon_{cy} = 2,2 \text{ o/oo}$
 $\epsilon_{cu} = 4,1 - 0,02 \cdot f_c \text{ o/oo}$

Voidaan todeta, että kuvan 1 σ_c - ϵ_c -kuvaajat ovat hyvin samankaltaisia kuvan 2 mukaisten CEB - FIP -suositusten kanssa.

Edellä olevissa yhtälöissä betonin puristuslujuus f_c on esim. koetuloksia analysoitaessa sama kuin kuutiolujuus K tai määrätty osa siitä. Käyttötilatarkasteluissa f_c saa arvon $f_{ck} = 0,65 \cdot K$ ja murtotilatarkasteluissa arvon $f_{cd} = 0,65 \cdot K / \gamma_c$. Koska kimmokerroin E_c lasketaan vastaavan lujuuden f_c avulla yhtälöstä (13), suoritetaan mitoituslaskelmat itse asiassa käyttötilatarkasteluissa "lujuusluokkaa" $0,65 \cdot K$ ja murtotilatarkasteluissa "lujuusluokkaa" $0,65 \cdot K / \gamma_c$ vastaavien kuvan 1 kuvaajien avulla.

Vedetty betoni

Vedetyt betonin jännitysten ja muodonmuutosten välinen riippuvuus on huomattavasti suoraviivaisempi kuin puristuspuolella [3], [5]. Keskisessä vedossa kuvaaja ei itse asiassa poikkea kovin paljon suorasta viivasta. Epä-keskisessä kuormituksessa, kuten taivutuksessa, jännitysmuodonmuutoskuvaajan tulee täyttää yhtälöiden (4) kaltaiset ehdot:

1. $\sigma_{ct} = 0$, kun $\epsilon_{ct} = 0$
2. $\sigma_{ct} = f_{ct}$, kun $\epsilon_{ct} = \epsilon_{cty}$

$$3. \frac{d\sigma_{ct}}{d\epsilon_{ct}} = E_c, \text{ kun } \epsilon_{ct} = 0 \quad (14)$$

$$4. \frac{d\sigma_{ct}}{d\epsilon_{ct}} = 0, \text{ kun } \epsilon_{ct} = \epsilon_{cty}$$

Koska $\sigma_{ct} - \epsilon_{ct}$ -kuvaajalla ei ole syytä esittää ns. laskevaa osaa, vaikka sellainen on eräissä kokeissa voitu todeta, ovat em reunaehdot riittäviä. Tällöin $\epsilon_{cty} = \epsilon_{ctu}$. Täten vetopuolen jännitys-muodonmuutoskuvaajaksi saadaan kolmannen asteen polynomi

$$\sigma_{ct} = b_0 + b_1 \cdot \eta + b_2 \cdot \eta^2 + b_3 \cdot \eta^3, \quad (15)$$

kun $\eta = \epsilon_{ct}/\epsilon_{cty}$. Reunaehtojen (14) avulla saadaan polynomin (15) kertoimille seuraavat lausekkeet:

$$b_0 = 0$$

$$b_1 = E_c \cdot \epsilon_{cty}$$

$$b_2 = 3 \cdot f_{ct} - 2 \cdot E_c \cdot \epsilon_{cty} \quad (16)$$

$$b_3 = -2 \cdot f_{ct} + E_c \cdot \epsilon_{cty}$$

Lähteen [3] mukaan voidaan taivutetun palkin vedetyllä reunalla otaksua saavutettavan arvot

$$f_{ct} \approx 0,3 \cdot \sqrt{f_c^2} \text{ ja} \quad (17)$$

$$\epsilon_{cty} \approx \epsilon_{ctu} \approx 0,15 \text{ ‰},$$

kun $[f_{ct}] = [f_c] = \text{MN/m}^2$ ja f_c on määritetty $200 \times 200 \times 200 \text{ mm}^3$:n kuution puristuslujuutena. Kun kimmokerroin E_c lasketaan yhtälöstä (13), saadaan betonin vetojännitysten ja muodonmuutosten väliselle riippuvuudelle kuvan 3 mukaiset kuvaajat.

Koetulosten mukaan näyttää siltä, että keskisessä vedossa yhtälöiden (14) neljäs reunaehto ei pidä paikkaansa [3], [4], [5], vaan vetomurtuma tapahtuu hauraasti ilman $\sigma_{ct} - \epsilon_{ct}$ -käyrän vaakasuoraa osaa. Kolmen ensimmäisen reunaehdon avulla saadaan betonin vetojännitysten ja muodonmuutosten välisen riippuvuuden kuvaajaksi keskisessä vedossa toisen asteen polynomi

$$\sigma_{ct} = b_0 + b_1 \cdot \eta + b_2 \cdot \eta^2, \quad (18)$$

jonka kertoimille saadaan lausekkeet

$$b_0 = 0$$

$$b_1 = E_c \cdot \epsilon_{ctu}$$

$$b_2 = f_{ct} - E_c \cdot \epsilon_{ctu},$$

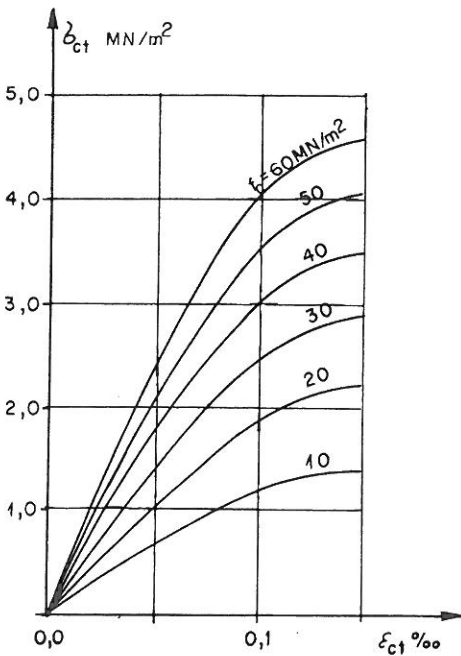
$$\text{kun } \eta = \epsilon_{ct} / \epsilon_{ctu}.$$

Lähteen [3] mukaan on keskisessä vedossa

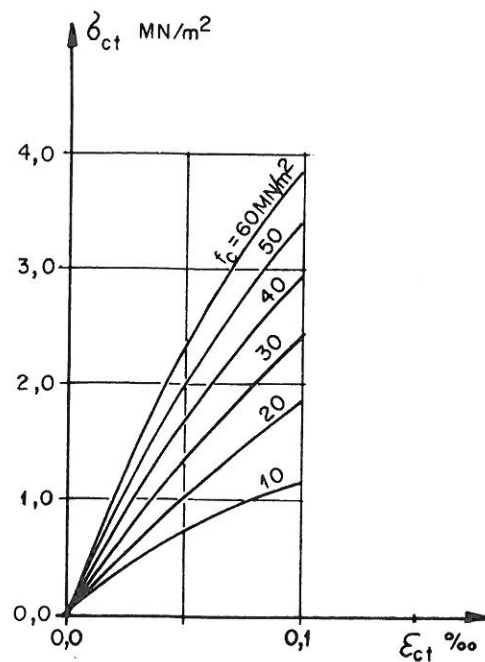
$$f_{ct} \approx 0,25 \cdot 3\sqrt{f_c^2} \text{ ja}$$

$$\epsilon_{ctu} \approx 0,10 \text{ o/oo},$$

kun $[f_{ct}] = [f_c] = \text{MN/m}^2$ ja f_c on määritetty $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3$:n kuution puristuslujuutena. Kun kimmokerroin E_c lasketaan yhtälöstä (13), saadaan polynomia (18) käyttäen betonin eri lujuusluokille kuvan 4 mukaiset jännitys-muodonmuutoskuvaajat.



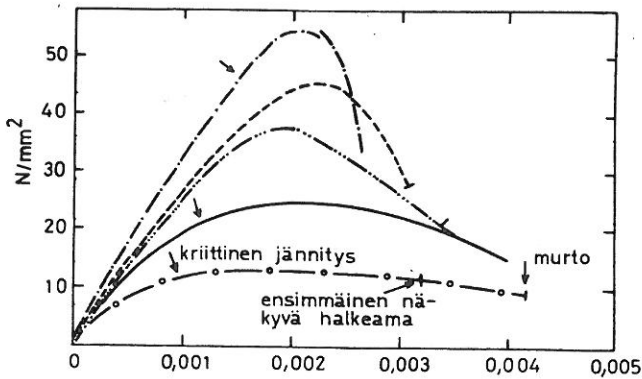
Kuva 3. Vedetyn betonin σ - ϵ -käyrät yhtälön (15) mukaan. f_c on määritetty kuutiolujuutena MN/m^2 . Kuvassa käytetty seuraavia arvoja:
 $\epsilon_{cty} = \epsilon_{ctu} = 0,15 \text{ o/oo}$
 $E_c = 5700 \cdot \sqrt{f_c}$
 $f_{ct} = 0,30 \cdot 3\sqrt{f_c^2}$
 $\eta = \epsilon_{ct} / \epsilon_{cty}$



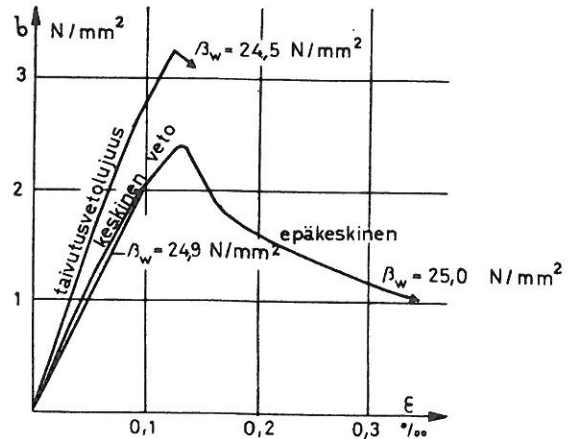
Kuva 4. Keskisesti vedetyn betonin σ - ϵ -käyrät yhtälön (18) mukaan. f_c määritetty kuutiolujuutena MN/m^2 . Kuvassa käytetty seuraavia arvoja:
 $\epsilon_{cu} = 0,10 \text{ o/oo}$
 $E_c = 5700 \cdot \sqrt{f_c}$
 $f_{ct} = 0,25 \cdot 3\sqrt{f_c^2}$
 $\eta = \epsilon_{ct} / \epsilon_{cu}$

JOHDETTUIJEN FUNKTIOIDEN JA KOETULOSTEN VERTAILU

Edellä esitetyistä jännitys-muodonmuutoskuvaajista voidaan todeta, että polynomifunktiolla (6) kuvatut puristuspuolen jännitysmuodonmuutoskuvaajat aproksimoivat koetuloksia varsin hyvin. Tämä näkyy selvästi verrattaessa kuvan 1 kuvaajia esim. kuvan 5 mukaisiin, useissa yhteyksissä esitettyihin Hognestadin [8] koetuloksiin. Myös keskeisessä kuormituksessa saadut koetulokset ovat hyvin samankaltaisia [8].



Kuva 5. $125 \times 200 \times 400 \text{ mm}^3$:n betonipris-
mojen epäkeskisessä puristus-
kokeella saatuja σ - ϵ -käyriä
28 vrk:n ikäisellä betonil-
la [8].



Kuva 6. $89 \times 150 \times 600 \text{ mm}^3$:n betoni-
prismojen veto- ja taivu-
tuskokeissa saatuja σ_{ct} -
 ϵ_{ct} -käyriä 28 vrk:n ikäi-
sellä betonilla [3].

Kuten kuvasta 5 ilmenee, lujemman betonin murtopuristuma on pienempi, käyrän nouseva osa suoraviivaisempi ja laskeva osa jyrkempi kuin pienemmän puristuslujuuden omaavalla betonilla. Kuvasta 1 nähdään, että polynomifunktioiden avulla tämä seikka voidaan hyvin kuvata.

Kuvassa 6 on esitetty eräissä vetokokeissa saatuja σ_{ct} - ϵ_{ct} -käyriä keskeisessä ja epäkeskisessä vedossa sekä taivutuksessa [3]. Epäkeskisessä vedossa ja taivutuksessa on jännityksen otaksuttu muuttuvan palkin poikkileikkauksessa suoraviivaisesti, jonka vuoksi niitä vastaavien käyrien tulisi ilmeisesti olla käyräviivaisempia. Silti voidaan todeta, että kuvissa 3 ja 4 esitetyt polynomifunktiot aproksimoivat näitä koetuloksia varsin hyvin.

JÄNNITYSRESULTANTTIEN LASKEMINEN

Polynomifunktio on matemaattisesti yksinkertainen. Sitä käyttäen voidaan betonin jännitysten ja muodonmuutosten välinen riippuvuus kuvata yhdellä funktiolla puristuspuolella välillä $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$ ja vetopuolella välillä $0 \leq \epsilon_{ct} \leq \epsilon_{ctu}$. Polynomifunktio on helposti integroitavissa jännitysresultantteja laskettaessa. Kun esim. taivutuksessa merkitään puristetun reunan etäisyyttä neutraaliakselista x :llä, betonin reunapuristumaa ϵ_c :llä ja suorakaidepoikki-

leikkauksen leveyttä b_w :llä, saadaan puristusjännitysten resultantille polynomia (6) käyttäen lauseke

$$D_c = b_w \cdot x \cdot \eta \cdot \left(\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3}\eta + \frac{a_3}{4}\eta^2 + \frac{a_4}{5}\eta^3 \right) \quad (21)$$

$$\text{kun } \eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cy}}.$$

Vastaavasti puristusjännitysten momentti esim. neutraaliakselin suhteen saadaan yhtälöstä

$$M_{dc} = b_w \cdot x^2 \cdot \eta \cdot \left(\frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{4}\eta + \frac{a_3}{5}\eta^2 + \frac{a_4}{6}\eta^3 \right) \quad (22)$$

Kun vedetyn reunan etäisyyttä neutraaliakselista merkitään x' :lla ja betonin reunavenymää ϵ_{ct} :llä, saadaan betonin vetojännitysten resultantti taivutuksessa polynomia (15) käyttäen yhtälöstä

$$Z_c = b_w \cdot x' \cdot \eta \cdot \left(\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{3}\eta + \frac{b_3}{4}\eta^2 \right), \quad (23)$$

$$\text{kun } \eta = \epsilon_{ct} / \epsilon_{cty}.$$

Vastaavasti vetojännitysten momentti neutraaliakselin suhteen saadaan lausekkeesta

$$M_{zc} = b_w \cdot x'^2 \cdot \eta \cdot \left(\frac{b_1}{3} + \frac{b_2}{4}\eta + \frac{b_3}{5}\eta^2 \right) \quad (24)$$

Suorakaidepilarin poikkileikkauksen ollessa kokonaan puristettu siten, että reunamuodonmuutokset ovat ϵ_{c1} ja ϵ_{c2} ($\epsilon_{c1} < \epsilon_{c2}$), puristusjännitysten resultantti eli pilaria kuormittava normaalivoima saadaan yhtälöstä

$$N_c = \frac{h \cdot b}{\epsilon_{cy} (\epsilon_{c2} - \epsilon_{c1})} \cdot \left[\frac{a_1}{2} (\epsilon_{c2}^2 - \epsilon_{c1}^2) + \frac{a_2}{3} \cdot \frac{(\epsilon_{c2}^3 - \epsilon_{c1}^3)}{\epsilon_{cy}} + \frac{a_3}{4} \cdot \frac{(\epsilon_{c2}^4 - \epsilon_{c1}^4)}{\epsilon_{cy}^2} + \frac{a_4}{5} \cdot \frac{(\epsilon_{c2}^5 - \epsilon_{c1}^5)}{\epsilon_{cy}^3} \right] \quad (25)$$

Normaalivoiman momentti neutraaliakselin suhteen saadaan yhtälöstä

$$M_{nc} = \frac{h^2 \cdot b}{\epsilon_{cy} (\epsilon_{c2} - \epsilon_{c1})^2} \left[\frac{a_1}{3} (\epsilon_{c2}^3 - \epsilon_{c1}^3) + \frac{a_2}{4} \cdot \frac{(\epsilon_{c2}^4 - \epsilon_{c1}^4)}{\epsilon_{cy}} + \frac{a_3}{5} \cdot \frac{(\epsilon_{c2}^5 - \epsilon_{c1}^5)}{\epsilon_{cy}^2} + \frac{a_4}{6} \cdot \frac{(\epsilon_{c2}^6 - \epsilon_{c1}^6)}{\epsilon_{cy}^3} \right] \quad (26)$$

yhtälöt (21)...(26) soveltuvat tietokonelaskentaan erittäin hyvin ja käytettäviksi siten esim. kapasiteetilaskelmiin.

JÄNNITYS-MUODONMUUTOSKÄYRÄN PARAMETRIEN MUUNTELU

Polynomifunktio soveltuu betonin jännitys-muodonmuutoskuvaajana monenlaisien laskelmien pohjaksi. Valitsemalla lähtöarvot sopivasti voidaan kuvaajien muotoa säädellä. Puristuspuolen lähtöarvoina ovat kimmokerroin E_c , myötöpuristuma ϵ_{cy} , murtopuristuma ϵ_{cu} , betonin puristuslujuus f_c sekä kerroin k (yhtälössä (5)). Vetopuolella vastaavat lähtöarvot ovat kimmokerroin E_c , myötövenymä ϵ_{cty} , murtovenymä ϵ_{ctu} sekä vetolujuus f_{ct} . Yleensä $\epsilon_{cty} = \epsilon_{ctu}$, mutta on mahdollista myös vetopuolella ottaa huomioon jännitysmuodonmuutoskäyrän ns. laskeva osa, jolloin $\epsilon_{cty} \neq \epsilon_{ctu}$ ja jolloin myös vetopuolen kuvaajana päädytään neljännen asteen polynomiin. Lähtöarvot eivät luonnollisesti voi vaihdella kovin laajoissa rajoissa. Tarvittaessa voidaan kuitenkin reunaehtoja valita lisää, jolloin kuvaajien aproksimointikyky paranee, mutta samalla tulee myös korkeamman asteen termejä polynomiin lisää.

Edellä on kuvattu polynomifunktioilla betonin jännitys-muodonmuutoskäyriä ainoastaan lyhytaikaiskuormituksessa. On ilmeistä, että polynomifunktio soveltuu hyvin myös pitkäaikaiskuormitusten aiheuttamien jännitys-muodonmuutosten tarkasteluihin. Edellä esitettyjä kuvaajia voitaneen tällöin käyttää mitoituslaskelmiin valitsemalla lähtöarvot f_c ja f_{ct} pienemmiksi ja kerroin k hieman suuremmaksi.

YHTEENVETO

Voidaan todeta, että neljännen asteen polynomi antaa betonin puristusjännitysten ja muodonmuutosten väliselle riippuvuudelle varsin hyvän aproksimaation. Vetojännitysten ja muodonmuutosten välisen riippuvuuden kuvaajaksi riittää kolmannen asteen polynomi epäkeskisessä ja toisen asteen polynomi keskeisessä kuormituksessa.

Esitetyssä muodossaan kuvaajat poikkeavat betoninormien jännitysmuodonmuutoskuvaajista jonkin verran, lähinnä väleillä $\epsilon_{cy} < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$ ja $\epsilon_{cty} < \epsilon_{ct} \leq \epsilon_{ctu}$. Valitsemalla lähtöarvot sopivasti on polynomifunktioiden avulla rakenteita mitoitettaessa kuitenkin mahdollista taata rakenteille betoninormien edellyttämä varmuus. Myöskin betoninormien mukaisia jännitysmuodonmuutoskäyriä on mahdollista aproksimoida polynomifunktioilla, mutta tällöin on käytettävä vähintään viidennen asteen polynomia, jotta aproksimaatio olisi tyydyttävä.

Polynomifunktiot soveltuvat parhaiten tietokoneella suoritettavien laskelmien pohjaksi. Mikäli rakenteiden mitoitus tapahtuu käsinlaskuna, ovat polynomifunktiot jännitys-muodonmuutoskuvaajina liian työläitä. Tällöin puolustavat paikkaansa esim. valmiit mitoituskäyrästöt tai kertoimet, joiden avulla

käyräviivainen jännitys-muodonmuutoskuvaaja korvataan suorakaiteella. Laskelmien tarkkuudessa saattaa kuitenkin tällöin olla toivomisen varaa.

KIRJALLISUUTTA

- [1] Sargin, M., Stress-Strain Relationships for Concrete and the Analysis of Structural Concrete Sections. Study No 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, 1971.
- [2] Popovics, Sándor, A Review of Stress-Strain Relationships for Concrete. Journal of American Concrete Institute, Vol. 67 (1970) 3.
- [3] Heilmann, H., Hilsdorf, H., and Finsterwalder, K., Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 203. Berlin, 1969.
- [4] Tasuji, E., Slate, F., and Nilson, A., Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading. Journal of American Concrete Institute, Vol. 75 (1978) 7.
- [5] Heilmann, H.G., Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 269. Berlin, 1976.
- [6] Betoninormit 1977. Suomen Betoniyhdistys ry., Helsinki, 1977.
- [7] CEB - FIP, International recommendations for the design and construction of concrete structures. Principles and Recommendations. Cement and Concrete Association, Lontoo, 1970.
- [8] Hognestad, Hanson, McHenry, Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design. Journal of American Concrete Institute, Vol 27 (1955) 12.

Mikko Kilpeläinen, tekn.lis., Oulun yliopisto