

LAATAN VÄÄNTÖRASITUSTEN VAIKUTUS TERÄSBETONISEN ARINAPALKISTON VOIMASUUREISIIN

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 11
No. 4 1978 s. 40...52

Mikko Kilpeläinen

YHTEENVETO: Artikkelissa tarkastellaan suorakulmaisen ja säännöllisen teräs-betonisen arinapalkiston voimasuureiden laskemista murtotilassa. Palkiston vääntöjännitysten otaksutaan kohdistuvan palkkien uumien halkeilun takia pelkästään laattaan, taivutusjännitysten taas pelkästään palkkeihin; muuten voimatila otaksutaan lineaarisen kimmoteorian mukaiseksi. Laattateoriaan ja differenssimenetelmään perustuen johdetaan menetelmä voimasuureiden laskemiseksi. Esimerkkinä tarkastellaan palkkien korkeuden ja laatan paksuuden suhteen sekä palkiston reunojen kiinnitystavan vaikutusta palkiston voimasuureisiin.

JOHDANTO

Suorakulmainen, ylälaattapalkeista koostuva teräsbetoninen arinapalkisto on usein käytetty välipohjarakenne, joita tehdään mm. neliömäisiä kasettimuotteja käyttämällä. Syntyvä rakenne on stattsisesti määräämätön, jolloin on löydettävissä useita tasapainoehdot täyttäviä voimatiloja, esim. kimmoteorian mukainen. Myös betoninormit /1/ hyväksyvät kimmoteoriaan perustuvan voimatilan käytettäväksi niin käyttö- kuin murtorajatilatarkasteluissa. Mikäli palkisto ei ole jännitetty, palkiston voimasuureina esiintyvät taivutusmomentti, vääntömomentti ja leikkausvoima.

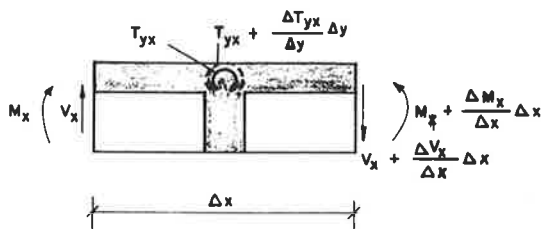
Murtotilassa palkistoon syntyy halkeamia. Halkeilun alkaessa teräsbetonipalkin vääntöjäykkyys putoaa nopeasti muutamaan prosenttiin halkeamattoman poikkipinnan vääntöjäykkyyydestä. Tämän perusteella on esitetty, että arinapalkiston voimasuureet voisi laskea otaksumalla palkkien vääntöjäykkyys nolaksi, jos kysymyksessä on ns. yhteensopivuussääntö /2/. Positiivisen taivutusmomentin rasittamissa palkeissa halkeamat syntyvät uumaan, jolloin em. otaksuma merkitsisi sitä, että myös puristuslaatta olisi siinä määrin halkeillut, että se ei voi ottaa vääntörasituksia vastaan. Koska aliraudoitetuissa palkeissa taivutus- ja leikkausmurtuma alkavat terästen myötämällä puristuslaatan murtuessa vasta lopuksi, em. otaksuma puristuslaatan vääntöjäykkyuden häviämistä ei pidä paikkaansa, ellei puristuslaatta murru vääntörasituksista tai muista sekundaarisista vaikutuksista. Negatiivisia taivutusmomenteja esiintyy jatkuvien rakenteiden tuilla rajoitetuilla alueilla tuen molemmin puolin aiheuttaen tuen suuntaisia halkeamia vetopuolella olevaan laattaan uuman ollessa pääasiassa puristusrasitusten alaisena. Syntyvät halkeamat vähentävät

laatan kykyä ottaa vääntörasituksia, mutta vastaavasti uuma voi korvata tätä menetystä. Lisäksi vääntömomentit jatkuvilla tuilla ovat hyvin pieniä. Näin ollen voidaan tehdä otaksuma, että palkiston ylälaatta vastaanottaa murtotilassa syntyvät vääntörasitukset kaikkialla kokonaan, kun taas palkkien uumat ovat vääntörasituksista täysin vapaat. Tällöin herää kysymys, missä määrin laatan vääntöjäykkyys vaikuttaa palkiston kuormankantokykyyn ja voimasuureiden jakaantumiseen ja millä edellytyksillä sitä voitaisiin käyttää hyväksi palkiston mitoituksessa. Kysymys on ilmeisesti sitä tärkempi, mitä pienempi palkiston korkeus on suhteessa laatan paksuuteen.

LASKENTAMENETELMÄ

Suorakulmaisen, säännöllisen arinapalkiston staattiseen laskentaan soveltuu differenssimenetelmä erittäin hyvin. Differenssiruuduksi valitaan palkkien muodostama ruutu, jolloin palkkien risteyskohdat ovat differenssi-ruutujen nurkkapisteitä. Palkkivälit ovat differenssiruutujen sivuja, joita merkitään Δx :llä ja Δy :llä.

Tarkastellaan kuvan 1 mukaista palkiston osaa, jonka sivumitat ovat Δx ja Δy .



Kuva 1. Palkistoelementti $\Delta x \times \Delta y$ ja siihen y-akselin suhteen momenttia aiheuttavat voimasuureet.

Siihen vaikuttavat taivutus- ja vääntömomentit voidaan kirjoittaa differenssimuodossa muotoon /3/, /4/

$$M_x = -EI_x \cdot \frac{\Delta^2 w}{(\Delta x)^2}$$

$$M_y = -EI_y \cdot \frac{\Delta^2 w}{(\Delta y)^2}$$

$$T_{yx} = -D \cdot (1-\nu) \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta^2 w}{\Delta x \cdot \Delta y} \quad (1)$$

$$T_{xy} = -D \cdot (1-\nu) \cdot \Delta y \cdot \frac{\Delta^2 w}{\Delta x \cdot \Delta y}$$

$$\text{kun } D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)}$$

Muodostamalla momenttiyhtälöt y- ja x-akselien suhteen saadaan

$$\begin{aligned} M_x - M_x - \frac{\Delta M_x}{\Delta x} \cdot \Delta x + T_{yx} - T_{yx} - \frac{\Delta T_{yx}}{\Delta y} \cdot \Delta y + V_x \cdot \Delta x &= 0 \\ M_y - M_y - \frac{\Delta M_y}{\Delta y} \cdot \Delta y + T_{xy} - T_{xy} - \frac{\Delta T_{xy}}{\Delta x} \cdot \Delta x + V_y \cdot \Delta y &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

kun $\frac{\Delta V_x}{\Delta x} \cdot \Delta x \cdot \Delta x$ ja $\frac{\Delta V_y}{\Delta y} \cdot \Delta y \cdot \Delta y$ jätetään korkeamman kertaluvun termeinä huomioon ottamatta. Saadaan

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{\Delta M_x}{\Delta x} + \frac{\Delta T_{yx}}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ V_y &= \frac{\Delta M_y}{\Delta y} + \frac{\Delta T_{xy}}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta y} \end{aligned} \quad (3)$$

ja edelleen

$$\begin{aligned} V_x &= -EI_x \cdot \frac{\Delta^3 w}{(\Delta x)^3} - D(1-\nu) \Delta y \cdot \frac{\Delta^3 w}{\Delta x (\Delta y)^2} \\ V_y &= -EI_y \cdot \frac{\Delta^3 w}{(\Delta y)^3} - D(1-\nu) \Delta x \cdot \frac{\Delta^3 w}{\Delta y (\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Muodostamalla projektioyhtälö kuvan 1 mukaiselle osalle z-akselin suunnassa saadaan

$$\frac{\Delta V_x}{\Delta x} \Delta x + \frac{\Delta V_y}{\Delta y} \Delta y + Q = 0, \quad (5)$$

kun Q on kuvan 1 mukaisella osalla vaikuttava kokonaiskuorma. Yhtälö (5) saadaan yhtälön (4) avulla muotoon

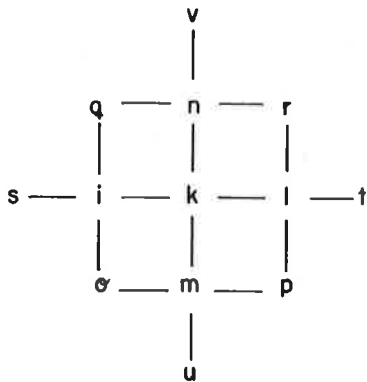
$$EI_x \cdot \frac{\Delta^4 w}{(\Delta x)^3} + 2D \cdot (1-\nu) \cdot \frac{\Delta^4 w}{\Delta x \cdot \Delta y} + EI_y \cdot \frac{\Delta^4 w}{(\Delta y)^3} = Q \quad (6)$$

Otaksumalla, että $I_x = I_y = I$ ja $\Delta x = \Delta y = \Delta$ ja merkitsemällä $2D \cdot (1-\nu)/EI = \eta$ saadaan yhtälö (6) taipumien avulla ilmaistuna pisteessä k muotoon

$$\begin{aligned} (12 + 4\eta) w_k - (4 + 2\eta) (w_i + w_l + w_m + w_n) + w_s \\ + w_t + w_u + w_v + \eta(w_o + w_p + w_q + w_r) = \frac{Q_k \cdot \Delta^3}{EI} \end{aligned} \quad (7)$$

Tällöin differenssipisteen k viereisiä differenssipisteitä merkitään kuvan 2 mukaisesti.

Muodostamalla yhtälö (7) jokaisessa palkkien risteyskohdassa (= differenssipisteessä) saadaan yhtälöryhmä, jonka tuntemattomia ovat ko. pisteiden taipumat. Kun yhtälöryhmä on ratkaistu, saadaan taipumien avulla taivutusmomentit ja vääntömomentit Δ :n levyiselle kaistalle pisteessä k yhtälöitä (1)



Kuva 2. Differenssipisteen k viereisten pisteiden merkintä.

käyttären yhtälöistä

$$M_{x,k} = EI \cdot \frac{-w_i + 2w_k - w_l}{\Delta^2}$$

$$M_{y,k} = EI \cdot \frac{-w_m + 2w_k - w_n}{\Delta^2} \quad (8)$$

$$T_{xy} = T_{yx} = T = D(1-\nu) \cdot \Delta \cdot \frac{-w_s + w_p + w_q - w_r}{4\Delta^2}$$

Differenssipisteiden väleillä Δ :n levyisellä kaistalla vaikuttavat leikkausvoimat saadaan yhtälöitä (4) käyttären esim. väleillä $k-1$ ja $k-n$ (kuva 2) yhtälöistä

$$V_{x,k-1} = EI \cdot \frac{-w_t + 3w_l - 3w_k + w_i}{\Delta^3}$$

$$+ D \cdot (1-\nu) \Delta \cdot \frac{-w_r + 2w_l - w_p + w_n - 2w_k + w_m}{\Delta^3}$$

(9)

$$V_{y,k-n} = EI \cdot \frac{-w_v + 3w_n - 3w_k + w_m}{\Delta^3}$$

$$+ D \cdot (1-\nu) \Delta \cdot \frac{-w_r + 2w_n - w_q + w_l - 2w_k + w_i}{\Delta^3}$$

Kertoimen η arvot vaihtelevat välillä 0...2. Kun $\eta = 0$, on kysymyksessä vääntörasituksista vapaa palkisto. Kun $\eta = 2$, on kysymyksessä massiivilaatta ilman palkkeja. Tällöin yhtälön (7) oikeaksi puoleksi tulee $\frac{D \cdot \Delta^2}{D}$.

Kun otaksutaan, että laatta ottaa vastaan vääntörasitukset, tulee varmistua siitä, että se kestää ne. Tämä merkitsee sitä, että laatan betoni ei saa halkeilla vääntörasitusten johdosta, tai sitten se on vääntöraudoitettava, mikä kylläkään useimmissa tapauksissa ei liene taloudellista.

Laatassa pisteessä k vaikuttavat vääntömomentit yhden pituusyksikön levyis-

tä kaistaa kohden saadaan yhtälöistä (8):

$$T = D \cdot (1-\nu) \cdot \frac{-w_o + w_p + w_q - w_r}{4\Delta^2} \quad (10)$$

Laatan kimmoteoreettinen vääntövästus yhden pituusyksikön levyistä kaistaa kohden saadaan yhtälöstä

$$W_{te} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot h_f^2, \quad (11)$$

jolloin väännön aiheuttama leikkausjännitys laataassa on

$$\tau_t = \frac{T}{W_{te}}. \quad (12)$$

Mikäli laataassa palkkien taivutuksesta syntyvät laatan suuntaiset normaali-jännitykset jätetään huomioonottamatta, saadaan laatan pääjännitykset yhtälöistä

$$\sigma_1 = \tau_t \quad (13)$$

$$\sigma_2 = -\tau_t$$

Jotta betoni ei halkeilisi, tulee siis päävetojännityksen olla pienempi kuin betonin vetolujuus, eli yhtälön

$$\sigma_1 = \tau_t \leq f_{ctd} \quad (14)$$

tulee olla voimassa.

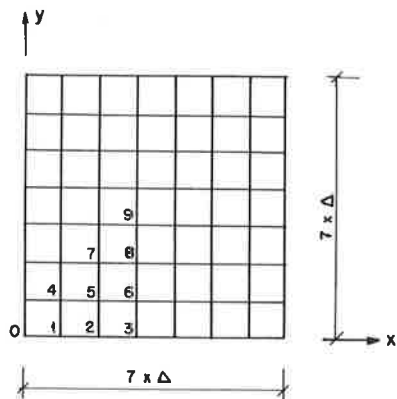
Todellisuudessa laataassa syntyvät puristusjännitykset σ_x ja σ_y estävät tehokkaasti laatan vääntöhalkeilua. Tällöin pääjännitykset tulisi laskea yhtälöstä

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_t^2} \quad (15)$$

Jättämällä ko. normaali-jännitykset huomioonottamatta ollaan laatan helkeiluun nähden varmemmalla puolella.

ESIMERKKI

Tarkastellaan kuvan 3 mukaista suorakulmaista ja symmetristä palkistoa. Otaksutaan myös kuormitus symmetriseksi ja vaikuttavaksi yhtä suurina piste-kuormina palkkien risteyskohdissa. Laatan paksuus h_f ja palkkien leveys b_w otaksutaan vakioiksi siten, että $h_f = \Delta/12$ ja $b_w = 3 \cdot \Delta/20$. Lasketaan palkkien hitausmomentti käyttäen laatan toimivana leveytenä arvoa $b_e = b_w + 6 \cdot h_f$, ja annetaan Poissonin vakiolle ν arvo 0,15. Otaksutaan aluksi palkisto reunoiltaan vapaasti tuetuksi ja annetaan palkkien korkeuden h vaihdella rajoissa $h_f, \dots, 5 \cdot h_f$, ja lasketaan palkiston taipumat ja voimasuureet edel-



Kuva 3. Esimerkkipalkkisto. Palkkijako ja risteyskohtien numerointi.

lä esitetyllä tavalla.

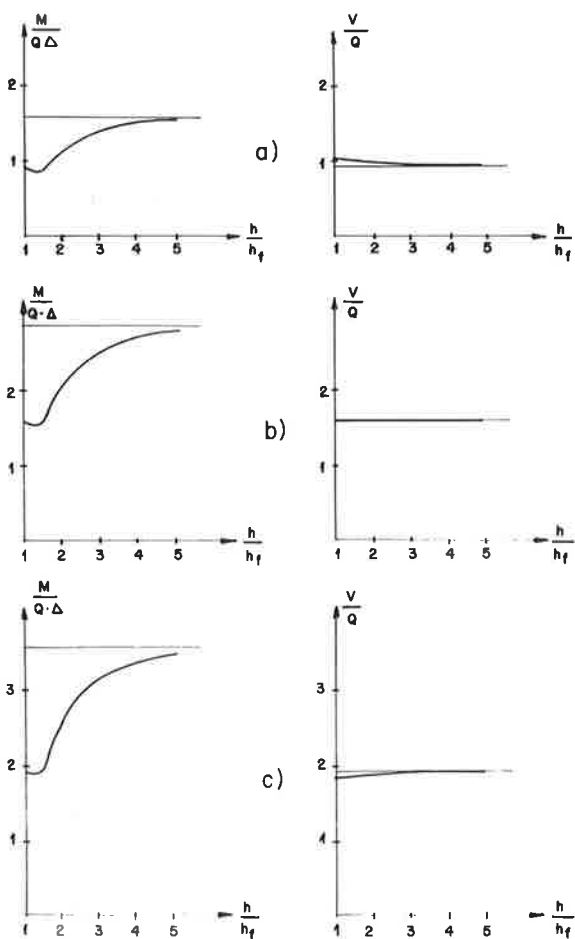
Tulokset on koottu taulukkoon 1. Siinä ovat palkkien eri korkeuksia vastaavat kertoimen η arvot, palkkien risteyskohtien taipumat, palkkien maksimitaiputusmomentit (pisteissä 6, 8 ja 9, kuva 3) sekä maksimileikkausvoimat (väleillä 1-4, 2-5 ja 3-6, kuva 3).

Taulukko 1. Esimerkkipalkkiston eri palkin korkeuksia vastaavat η :n, taipumien sekä maksimitaiputusmomenttien ja -leikkausvoimien arvot. Reunat ovat vapaasti tuettuja.

$\frac{h}{h_f}$	1,0 ¹⁾	2,0	3,0	4,0	5,0	∞
η	2,000	0,769	0,235	0,100	0,052	0,000
$\frac{EI}{Q \cdot \Delta^3} \times w_4$	2,029	2,890	3,553	3,775	3,860	3,957
" $\times w_5$	3,533	5,061	6,241	6,636	6,788	6,960
" $\times w_6$	4,317	6,204	7,664	8,154	8,342	8,555
" $\times w_7$	6,182	8,910	11,022	11,729	12,002	12,310
" $\times w_8$	7,573	10,952	13,573	14,452	14,790	15,174
" $\times w_9$	9,288	13,482	16,741	17,835	18,256	18,733
$\frac{1}{Q \cdot \Delta} \times M_{x,6}$	0,943	1,143	1,424	1,517	1,554	1,595
" $\times M_{x,8}$	1,622	2,042	2,551	2,723	2,789	2,864
" $\times M_{x,9}$	1,970	2,530	3,168	3,383	3,466	3,559
$\frac{1}{Q} \times V_{y,1-4}$	1,052	0,996	0,968	0,962	0,957	0,954
" $\times V_{y,2-5}$	1,604	1,607	1,608	1,609	1,610	1,610
" $\times V_{y,3-6}$	1,844	1,897	1,924	1,929	1,933	1,936

1) Massiivilaatta. Taipumien kertoimena $\frac{D}{Q \cdot \Delta^2}$ eikä $\frac{EI}{Q \cdot \Delta^3}$.

Maksimitaivutusmomenttien ja -leikkausvoimien riippuvuus palkkien korkeuden ja laatan paksuuden suhteesta on esitetty myös graafisesti kuvassa 4. Taivutusmomenttien kuvaajista käy selvästi ilmi, kuinka voimakkaasti laatan vääntöjäykkyys pienentää palkkien maksimitaivutusmomenteja pienillä palkki-korkeuksilla. Leikkausvoimissa vaikutus on sensijaan lähes olematon. Vaaka-suorat viivat kuvan 4 kuvaajissa kuvaavat niitä maksimitaivutusmomenttien ja -leikkausvoimien arvoja, jotka saadaan jättämällä vääntö kokonaan huomioonot-tamatta ($\eta = 0$). Pieni mutka alaspäin taivutusmomenttien kuvaajissa johtuu suppeumaluvusta ν ja siitä, että massiivilaatalalla ($h = h_f$) "palkin" laatan toimiva leveys on Δ , kun taas varsinaisilla laattapalkeilla $b_w + 6 \cdot h_f$, joka on pienempi kuin Δ .



Kuva 4. Esimerkkipalkiston palkkien maksimitaivutusmomentit - ja leikkausvoimat palkkien korkeuden ja laatan paksuuden suhteen funktiona. Palkiston reunat vapaasti tuettuja.
a) Reunapalkki
b) Välipalkki
c) Keskialkki

Tarkastellaan sitten syntyviä vääntömomenteja. Taulukkoon 2 on laskettu eri risteyskohdissa laatasta yhden pituusyksikön leveydellä vaikuttavat vääntömomentit palkkien korkeuden ja laatan paksuuden funktiona.

Taulukko 2. Esimerkkipalkiston eri risteyskohdissa vaikuttavat laatan vääntömomentit laatan yhtä leveysyksikköä kohden. Reunat ovat vapaasti tuettuja.

$\frac{h}{h_f}$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
Piste					
$\frac{1}{Q} \times T_0$	1,724	1,110	0,417	0,188	0,100
" $\times T_1$	1,500	0,971	0,367	0,165	0,088
" $\times T_2$	0,972	0,636	0,242	0,109	0,058
" $\times T_3$	0,333	0,219	0,083	0,038	0,020
" $\times T_4$	1,310	0,855	0,324	0,146	0,077
" $\times T_5$	0,860	0,566	0,216	0,097	0,052
" $\times T_6$	0,296	0,196	0,075	0,034	0,018
" $\times T_7$	0,570	0,381	0,146	0,066	0,035
" $\times T_8$	0,192	0,133	0,051	0,023	0,012
" $\times T_9$	0,081	0,047	0,016	0,009	0,005

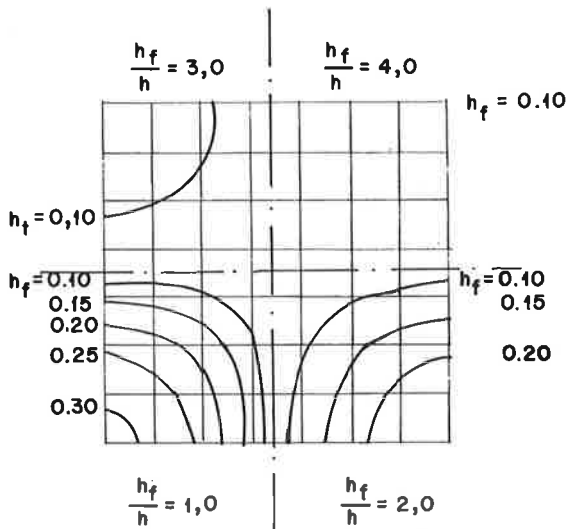
Voidaan todeta, että vääntörasitukset keskittyvät palkiston nurkkiin. Mikäli laatan paksuudelle h_f annetaan taulukon 3 mukaiset arvot ja otaksutaan betonin vetolujuudeksi arvo $1,12 \text{ MN/m}^2$ ($K_n = 20 \text{ MN/m}^2$) sekä risteyskohdissa vaikuttaviksi pistekuormiksi $Q = 20 \text{ kN}$, saadaan yhtälöiden (11)...(14) mukaan laatan eri paksuuksille taulukon 3 mukaiset halkeiluvääntömomenttien arvot.

Taulukko 3. Laatan eri paksuuksia vastaavat halkeiluvääntömomentit laatan yhtä leveysyksikköä kohden kun $f_{ctd} = 1,12 \text{ MN/m}^2$.

h_f (m)	W_{te} (m ³)	T_{cr} (kN)	$\frac{1}{Q} \times T_{cr}$
0,10	0,00333	3,73	0,186
0,15	0,00750	8,40	0,420
0,20	0,01333	14,93	0,746
0,25	0,02080	23,30	1,165
0,30	0,03000	33,60	1,680

Vertaamalla taulukon 3 viimeisen sarakkeen arvoja taulukon 2 arvoihin, voidaan havaita, missä pisteissä laatta on väännön takia halkeillut.

Asia on esitetty myös graafisesti kuvassa 5. Siinä on palkiston nurkista erotettu ne alueet, joissa laatta on väännön takia halkeillut kullakin laatan paksuudella. Suhde h/h_f saa arvot 1, 2, 3 ja 4. Laatan suuntaisia normaali-jännityksiä ei tällöin ole otettu huomioon.



Kuva 5. Esimerkkipalkistossa väännön takia halkeilleet laatan osat eri laattapaksuuksilla, kun h/h_f on 1, 2, 3 ja 4. Palkiston reunat vapaasti tuettuja.

Kuvasta 5 voidaan todeta, että massiivilaatalla vasta laattapaksuus 0,30 m säilyy jokseenkin halkeilemattomana ja että laattapaksuus 0,10 m edellyttää, että $h/h_f \geq 4,0$.

Otaksetaan tämän jälkeen palkisto reunoiltaan jäykästi kiinnitettyksi, ja suoritetaan laskelmat uudelleen. Tulokset on koottu taulukkoon 4 vastaavalla tavalla kuin taulukkoon 1.

Taulukko 4. Esimerkkipalkiston eri palkin korkeuksia vastaavat η :n, taipumien sekä maksimitaivutusmomenttien ja -leikkausvoimien arvot. Reunat ovat jäykästi kiinnitettyjä.

$\frac{h}{h_f}$	1,0 ¹⁾	2,0	3,0	4,0	5,0	∞
η	2,000	0,769	0,235	0,100	0,052	0,000
$\frac{EI}{Q \cdot \Delta^3} \times w_4$	0,385	0,417	0,435	0,441	0,443	0,445
" $\times w_5$	0,838	0,917	0,958	0,970	0,974	0,978
" $\times w_6$	1,100	1,212	1,269	1,284	1,289	1,295
" $\times w_7$	1,864	2,101	2,228	2,263	2,276	2,290
" $\times w_8$	2,476	2,825	3,015	3,068	3,087	3,108
" $\times w_9$	3,305	3,829	4,120	4,202	4,232	4,265

$\frac{1}{Q \cdot \Delta} \times M_{y,1}$	-0,771	-0,833	-0,871	-0,882	-0,886	-0,891
" $\times M_{y,2}$	-1,676	-1,834	-1,916	-1,939	-1,948	-1,957
" $\times M_{y,3}$	-2,200	-2,424	-2,538	-2,568	-2,579	-2,591
" $\times M_{x,6}$	0,221	0,295	0,311	0,314	0,316	0,317
" $\times M_{x,8}$	0,694	0,725	0,788	0,805	0,812	0,819
" $\times M_{x,9}$	0,954	1,003	1,105	1,134	1,145	1,157
$\frac{1}{Q} \times V_{y,1-4}$	0,638	0,718	0,773	0,790	0,796	0,803
" $\times V_{y,2-5}$	1,677	1,645	1,630	1,627	1,626	1,624
" $\times V_{y,3-6}$	2,185	2,137	2,097	2,083	2,078	2,073

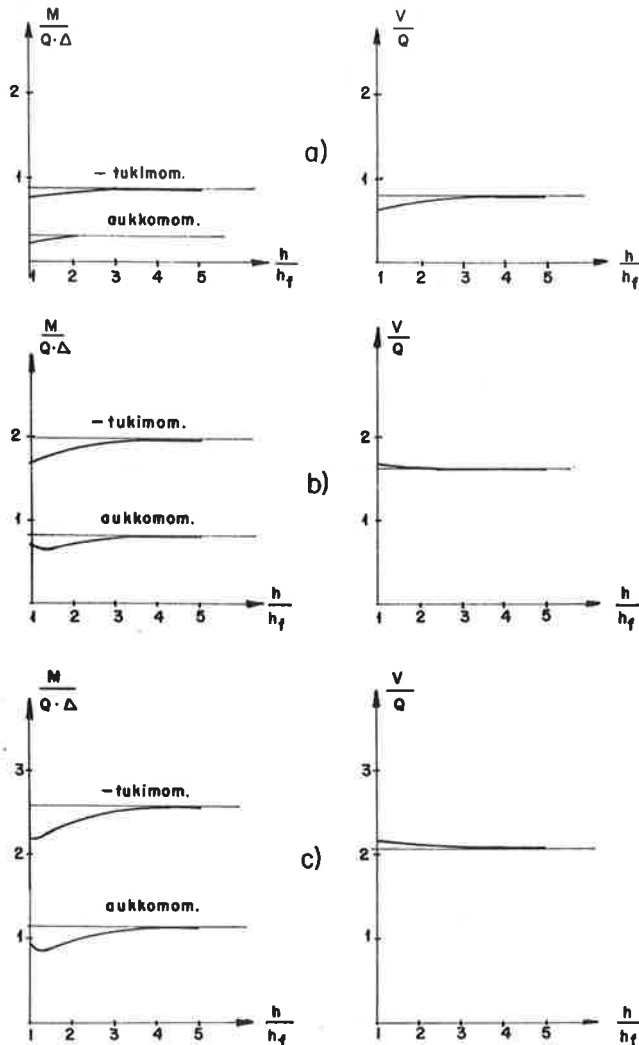
1) Massiivilaatta. Taipumien kertoimena $\frac{D}{Q \cdot \Delta^2}$ eikä $\frac{EI}{Q \cdot \Delta^3}$.

Kuvassa 6 on esitetty maksimitaiputusmomenttien ja -leikkausvoimien riippuvuus palkkien korkauden ja laatan paksuuden suhteen funktiona. Voidaan todeta, että laatan vääntöjäykkyyden vaikutus voimasuureisiin on reunoiltaan jäykästi kiinnitettyssä palkistossa huomattavasti pienempi kuin vapaasti tuetussa palkistossa. Kun $h \approx 3 \cdot h_f$, on vaikutus voimasuureisiin käytännöllisesti katsoen olematon.

Lasketaan seuraavaksi laatussa eri pisteissä vaikuttavat vääntömomentit. Tulokset on koottu taulukkoon 5 samalla tavalla kuin taulukossa 2.

Taulukko 5. Esimerkkipalkiston eri risteyskohdissa vaikuttavat laatan vääntömomentit laatan yhtä leveysyksikköä kohden. Reunat ovat jäykästi kiinnitettyjä.

Piste $\frac{h}{h_f}$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$\frac{1}{Q} \times T_0$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
" $\times T_1$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
" $\times T_2$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
" $\times T_3$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
" $\times T_4$	0,396	0,202	0,066	0,028	0,015
" $\times T_5$	0,348	0,183	0,060	0,026	0,014
" $\times T_6$	0,130	0,069	0,023	0,010	0,005
" $\times T_7$	0,317	0,175	0,059	0,025	0,013
" $\times T_8$	0,120	0,068	0,023	0,010	0,005
" $\times T_9$	0,046	0,026	0,009	0,004	0,002



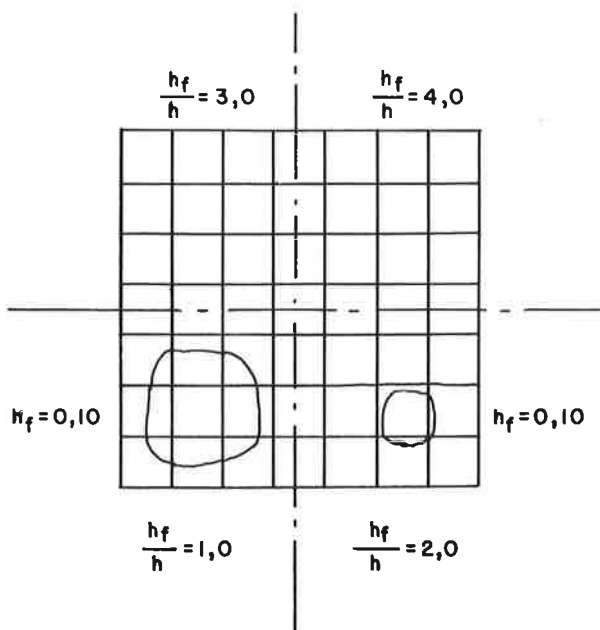
Kuva 6. Esimerkkipalkiston palkkien maksimitaivutusmomentit ja -leikkausvoimat palkkien korkeuden ja laatan paksuuden suhteen funktiona. Palkiston reunat jäykästi kiinnitettyjä.

- a) Reunapalkki
- b) Välipalkki
- c) Keskipalkki

Vertaamalla taulukon 5 arvoja taulukon 3 oikeanpuoleisen sarakkeen arvoihin nähdään, missä palkiston pisteissä ja millä laatan paksuuksilla laatta halkeilee väännön vaikutuksesta.

Sama asia on esitetty graafisesti kuvassa 7. Siinä on erotettu ne alueet, joissa laatta on halkeilleessa tilassa eri laattäpaksuuksilla, kun h/h_f saa arvot 1, 2, 3 ja 4.

Kuvasta 7 voidaan havaita, että halkeilu esiintyy varsin rajoitetulla alueella ja vain pienillä laatan paksuuksilla sekä suhteen h/h_f ollessa 1...2.



Kuva 7. Esimerkipalkistossa väännön takia halkeilleet laatan osat eri laattapaksuuksilla, kun h/h_f on 1, 2, 3 ja 4. Palkiston reunat jäykästi kiinnitettyjä.

YHTEENVETO

Periaatteessa on mahdollista laskea arinapalkiston voimasuureet siten, että laatta ottaa vastaan kaikki syntyvät vääntörasitukset. Tällöin vapaasti tuetussa palkistossa laatan vääntöjäykkyys pienentää palkkien maksimitaivutusmomenteja ja taipumia huomattavasti suhteen h/h_f ollessa pieni. Verrattuna tapaukseen, jossa vääntöjäykkyys jätetään kokonaan huomioon ottamatta ($\eta = 0$) pienenevät esimerkipalkiston maksimitaivutusmomentit seuraavasti:

40...44 %	kun $h/h_f = 1,0$
28...29 %	" " = 2,0
10...11 %	" " = 3,0
4,9...5,0 %	" " = 4,0
n. 2,6 %	" " = 5,0

Maksimileikkausvoimiin vääntöjäykkyydellä sensijaan oli hyvin pieni vaikutus.

Mikäli laatan vääntöjäykkyys halutaan käyttää hyväksi, tulee kiinnittää huomiota palkiston nurkissa laattaan syntyviin vääntömomenteihin. Laatan betonin tulee kestää nämä vääntörasitukset halkeilematta, ellei käytetä vääntöraudoitusta. Tämä saavutetaan joko kasvattamalla suhdetta h/h_f tai lisäämällä laatan absoluuttista paksuutta h_f . Halkeillut alue voidaan lisäksi osoittaa pienemmäksi, mikäli palkkien taivutuksesta laattaan syntyvät laatan suuntaiset puristusjäännitykset otetaan huomioon.

Jäykästi kiinnitetyssä palkistossa ja siihen verrattavissa plevassa jatkuvassa palkistossa laatan vääntöjäykkyyden vaikutus palkkien maksimitaivutusmomentteihin on huomattavasti pienempi kuin vapaasti tuetulla palkistolla. Verrattuna tapaukseen, jossa vääntöjäykkyys jätetään huomioon ottamatta, pienivät esimerkkipalkiston maksimitaivutusmomentit seuraavasti:

12...30 %,	kun $h/h_f = 1,0$
6...13 %,	" " = 2,0
2,0...4,5 %,	" " = 3,0
0,9...2,0 %,	" " = 4,0
0,3...1,0 %,	" " = 5,0

Reunoiltaan jäykästi kiinnitetyissä palkistoissa laattaan syntyvät vääntömomentit jäävät verraten pieniksi. Tämän vuoksi myös ohuet laatat kestävät halkeilematta. Jatkuvassa palkistossa tulee luonnollisesti vapaasti tuettujen reunojen muodostamat nurkat tutkia erikseen.

Suoritettaessa vastaavat laskelmat, joita ei tässä yhteydessä liene syytä esittää, pienemmälle, $5\Delta \times 5\Delta$ -palkistolle voitiin todeta, että laatan vääntöjäykkyyden vaikutus palkkien maksimitaivutusmomentteihin ja -leikkausvoimiin oli hyvin tarkkaan samanlainen kuin oheisessa esimerkkipalkistossa eri reunaehdoilla ja eri palkkikorkeuden ja laatan paksuuden suhteilla. Myöskään palkkien uuman b_w kohtuullisella vaihtelulla ($\sim \pm 20\%$) ei todettu olevan saottavaa vaikutusta voimasuureiden arvoihin.

Esitetty menetelmä lisää laskentatyötä verrattuna siihen, että laatan vääntöjäykkyys jätetään huomioon ottamatta. Kuitenkin jäykästi kiinnitetyssä ja jatkuvassa palkistossa näin saatu hyöty jää varsin vähäiseksi. Vapaasti tuetussa palkistossa taas joudutaan helposti vääntörasitusten takia ylisuuriin ja epätaloudellisiin laattapaksuuksiin tai laatan vääntöraudoitukseen. Näin ollen on vankasti perusteltua laskea palkiston voimasuureet ja taipumat jättämällä sekä palkkien että laatan vääntöjäykkyys huomioon ottamatta. Vaikka tällöin laatta jossain määrin väännön takia halkeilee, syntyvät halkeamat laatan alapinnassa palkiston diagonaalien suunnassa ja yläpinnassa niitä vastaan kohtisuorassa suunnassa, eivätkä ne sanottavasti vaikuttane puristuslaatan toimintaan ja sitä kautta palkiston kokonaisvarmuuteen.

LÄHDEKIRJALLISUUS

- [1] Betoninormit 1977. Suomen Betoniyhdistys ry., Helsinki 1977.
- [2] Collins M.-Lampert p.: Redistribution of moments at cracking - the key to simpler torsion design. SP-35, American Concrete Institute, Detroit 1973.
- [3] Girkmann k.: Flächentragwerke. Springer-Verlag, Wien 1963.
- [4] Heins C.P.: Building grid analysis. Building Science, Vol. 7 (1972) 4.

Mikko Kilpeläinen, tekn. lis., Oulun yliopisto