

AJONEUVON VASTEESTA SATUNNAISESTI AALTOMAISELLA TIENPINNALLA

Jouko Karhunen ja
Jussi A. Karjalainen

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 11
No. 3 1978 s. 35...39

YHTEENVETO: Kirjoituksessa käsitellään ajoneuvon vastetta ajettaessa vakionopeudella satunnaisesti epätasaisista tienpintaa pitkin. Ajoneuvoa on kuvattu yksinkertaisella lineaarisella kaksimassamallilla ja tuloksina on saatu massojen siirtymien varianssit ja tehospektrit, kun tienpinnan epätasaisuuksien tehospektri on tunnettu.

JOHDANTO

Kun tienpinnan epätasaisuus voidaan esittää deterministisessä muodossa esim. siniaaltojen summana, on suhteellisen helppoa määrittää ajoneuvon eri osien vaste joko ajan tai paikan funktiona. Yleensä tienpinnan epätasaisuus on kuitenkin luonteeltaan satunnaista. Tällöin vasteen hetkellistä arvoa ei voida laskea, mutta sen joitakin ominaisuuksia voidaan arvioida todennäköisyyslaskennan keinoin. Kun tienpinnan epätasaisuuksien tehospektri tunnetaan, voidaan määrittää, mitä taajuuksia vasteessa esiintyy ja mikä on vasteen keskiarvo ja varianssi. Jos lisäksi tunnetaan epätasaisuuksien todennäköisyystiheysfunktio, voidaan määrittää vasteen eri amplitudien todennäköisyys.

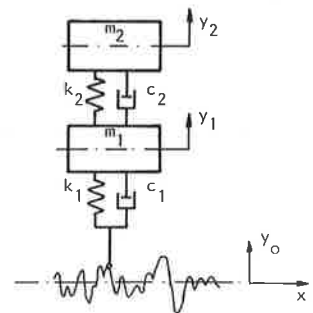
Seuraavassa oletetaan, että tienpintaa kuvaava satunnaisfunktio on stationäärinen ja ergodinen [2].

MATEMAATTINEN MALLI

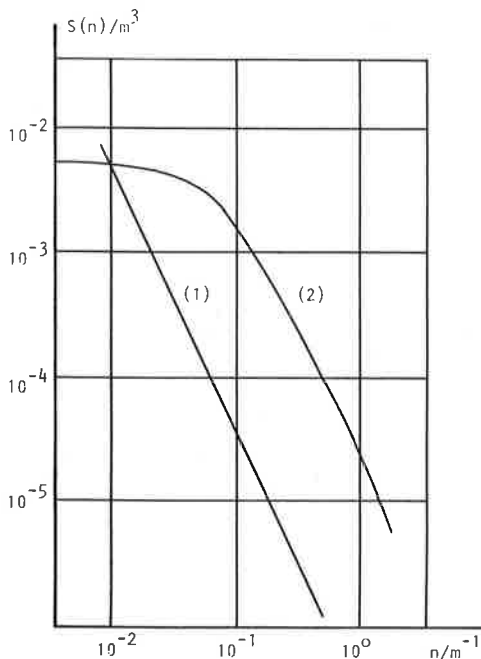
Matemaattisen tarkastelun helpottamiseksi approksimoidaan ajoneuvoa kuvan 1 mukaisella mallilla.

Mallissa ajoneuvon akselimassa on m_1 ja korimassa m_2 . Jouset oletetaan mallissa lineaarisiksi ja vaimennus viskoosiksi. Renkaiden jousivakio on k_1 ja vaimennusvakio c_1 sekä jousituksen jousivakio k_2 ja vaimennusvakio c_2 .

Tienpinnan epätasaisuudet määrittää funktio $y_0 = y_0(x)$. Kun ajoneuvo liikkuu vakionopeudella v , saadaan tienpinnan aiheuttama heräte ajan



Kuva 1 Ajoneuvon matemaattinen malli.



Kuva 2 Tieprofiilien epätasaisuus-
jakautumat (1) Black top on
concrete, Germany
(2) Gobbled surface (smooth),
U.S.S.R [1].

funktioksi sijoituksella $x = vt$. Tarkas-
teltaviksi valittujen teiden epätasaisuus-
jakautuma on esitetty kuvassa 2 siten, et-
tä vaaka-akselilla on aaltojen lukumäärä
pituusyksikköä kohti (ns. aaltoluku) ja
pystyakselilla aaltojen varianssi vaaka-
akselin pituusyksikköä kohti.

Tienpinnan poikkeamien keskiarvo on va-
littu nolllaksi ja poikkeamien varianssiksi
saadaan

$$\overline{y_0^2} = \int_{n_1}^{n_2} S(n) dn, \quad (1)$$

missä n_1 ja n_2 merkitsevät tarkastel-
tavan alueen aaltoluvun ala- ja ylärajaa.
Kun ajoneuvon nopeus on vaakasuunnassa v ,
aiheutuu n kappaletta pituusyksikköä
kohti olevista aalloista herätetaajuus $f =$
 vn . Ottamalla tämä huomioon saadaan kaava

(1) muotoon

$$\overline{y_0^2} = \frac{1}{v} \int_{f_1=n_1v}^{f_2=n_2v} S\left(\frac{f}{v}\right) df \quad (2)$$

Tästä havaitaan, että herätteen tehosppektrin tiheysfunktio on $S_0(f) = \frac{1}{v} S\left(\frac{f}{v}\right)$.
Akselimassan ja korimassan vasteen tehosppektrit saadaan kertomalla herätteen
spektri kyseisellä systeemifunktiolla $|H_i(f)|^2$ ($i = 1, 2$) [2]. Edelleen
päästään variansseihin integroimalla vasteiden tehosppektrit yli tarkastelta-
van taajuusalueen

$$\overline{y_1^2} = \int_{f_1}^{f_2} |H_1(f)|^2 S_0(f) df \quad (3)$$

$$\overline{y_2^2} = \int_{f_1}^{f_2} |H_2(f)|^2 S_0(f) df \quad (4)$$

Systeemifunktiot määritetään asettamalla systeemiin yksikköheräte $y_0(t) =$
 $e^{i2\pi ft}$, Tällöin saadaan matriisimuotoiset liikeyhtälöt

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 + i2\pi fc_1 \\ 0 \end{Bmatrix} e^{i2\pi ft} \quad (5)$$

Olettamalla $y_1(t) = H_1(f)e^{i2\pi ft}$ ja $y_2(t) = H_2(f)e^{i2\pi ft}$, saadaan tulokseksi

$$\begin{Bmatrix} H_1(f) \\ H_2(f) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 - 4\pi^2 f^2 m_1 + i2\pi f(c_1 + c_2) & -k_2 - i2\pi f c_2 \\ -k_2 - i2\pi f c_2 & k_2 - 4\pi^2 f^2 m_2 + i2\pi f c_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} k_1 + i2\pi f c_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

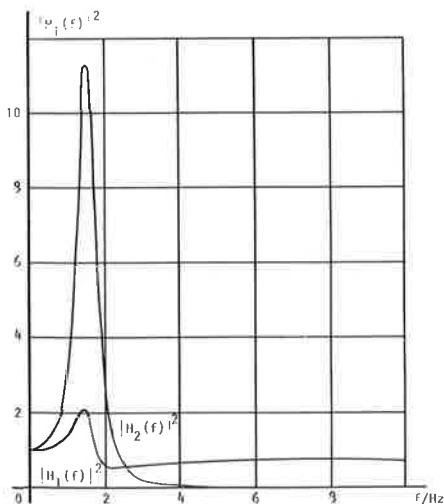
NUMEERISET TULOKSET

Ajoneuvon systeemifunktioita laskettaessa on käytetty lähtöarvoina

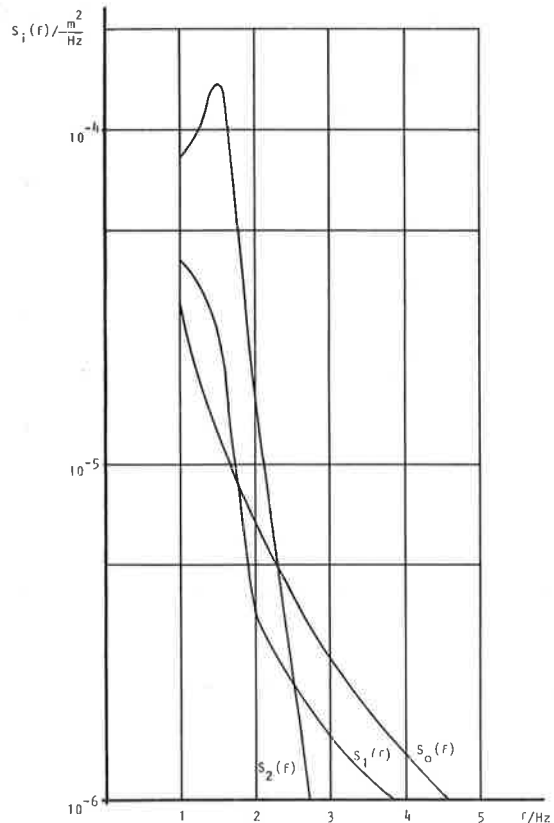
$$\begin{aligned} m_1 &= 160 \text{ kg} & m_2 &= 1\,275 \text{ kg} \\ k_1 &= 560 \text{ kN/m} & k_2 &= 160 \text{ kN/m} \\ c_1 &= 10 \text{ kNs/m} & c_2 &= 6 \text{ kNs/m} \end{aligned}$$

Systeemifunktiot on esitetty kuvassa 3. Matalilla taajuuksilla sekä kori- että akselimassan vaste on voimakas. Korkeammilla taajuuksilla korimassan vaste lähestyy nollaa, sen sijaan akselimassa seuraa tienpinnan epätasaisuuksia.

Tienpintojen epätasaisuuksien varianssia laskettaessa on otettu huomioon aaltomaisuudet, joiden aallonpituudet ovat alle 10 m, ts. aaltolukuina alue $0,1 \text{ m}^{-1}$ ylöspäin. Yli 10 m pitkiä aaltoja voidaan pitää sellaisina makroepätasaisuuksina so. mäkinä, joita ajoneuvon jousituksen ei tarvitse eliminoida. Esimerkkiprofiilien variansseiksi tarkastelualueella saadaan



Kuva 3 Systeemifunktiot.



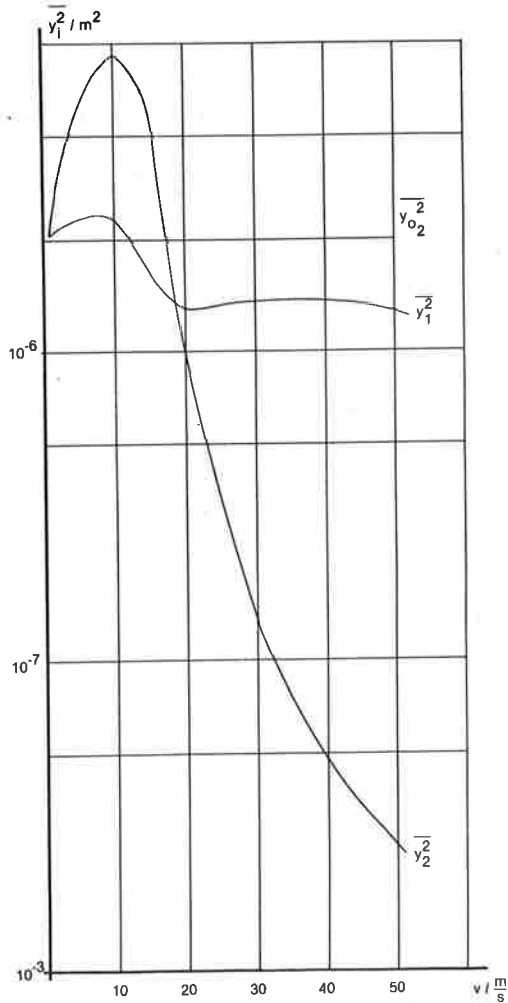
Kuva 4 Herätteen ja vasteiden tehospektrit. Tie 1, $v = 10 \text{ m/s}$.

$$\overline{y_{o_1}^2} = 2,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \quad \text{ja} \quad \overline{y_{o_2}^2} = 2,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

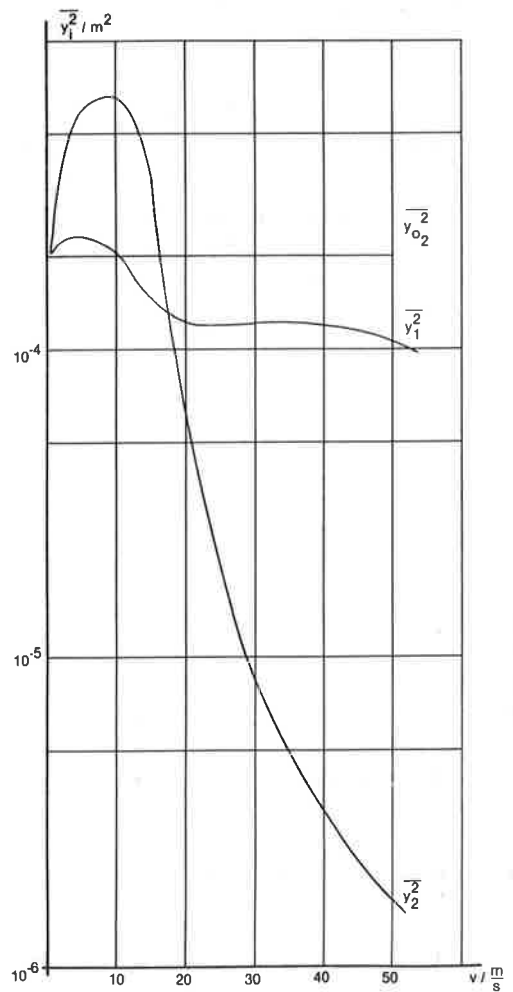
Ajettaessa tietyllä vakionopeudella saadaan kuvan 4 mukaisia herätteen ja vasteiden tehospektrejä.

Ajonopeuden vaikutusta vasteiden varianssiin tarkasteltavilla teillä esittävät kuvat 5 ja 6. Kuvien käyrät vastaavat muodoltaan toisiaan. Korimassan varianssi pienenee voimakkaasti nopeuden kasvaessa. Akselimassan varianssi on suuremmilla nopeuksilla lähes vakio.

Kaikki numeeriset laskelmat on suoritettu Oulun yliopiston UNIVAC 1100/20-tietokoneella. Taajuusvastefunktiot on laskettu kaavasta (6) ja varianssit integroitu puolisuunnikassäännön avulla.



Kuva 5 Herätteen ja vasteiden neliölliset keskiarvot ajonopeuden funktiona. Tie 1.



Kuva 6 Herätteen ja vasteiden neliölliset keskiarvot ajonopeuden funktiona. Tie 2.

YHTEENVETO

Edellä on tarkasteltu yksinkertaisen mallin avulla ajoneuvon vastetta, kun liikutaan vakionopeudella satunnaisesti aaltomaisella tienpinnalla.

Vasteen taajuuskomponentit, keskiarvo ja varianssi voidaan laskea, kun tunnetaan mallin parametrien lisäksi tieprofiilin epätasaisuusjakautuma.

Matkustusmukavuuden ja hitausvoimien aiheuttamien rasitusten kannalta siirtymää havainnollisempia suureita ovat liikkeen nopeus ja kiihtyvyys. Edellä lasketuista siirtymän tehospektreistä päästään nopeuden ja kiihtyvyyden tehospektreihin kertomalla ordinaatta-arvot ja joko $2\pi f$:llä tai sen neliöllä.

LÄHDEKIRJALLISUUS

[1] Robson, J.D., Dodds, C.J., Macvean, D.B., Paling, V.R., Random Vibrations. Springer - Verlag, Italy, 1972.

[2] Ranta, M.A., Satunnaisvärähtelyistä. Rakenteiden Mekaniikka 10 (1977)3.

Jouko Karhunen, tekn.lis., Oulun yliopisto, Oulu
Karjalainen, Jussi A., tekn.lis., Oulun yliopisto, Oulu