

MURTUMISMEKANIIKAN PERUSTEITA

Tuomo Kärnä

Rakenteiden Mekaniikka Vol. 10
No. 4 1977 s. 43..55.

YHTEENVETO: Tässä kirjoituksessa tarkastellaan metallirakenteiden haurasmurtuman tutkimisessa käytettävää murtumismekaniikkateoriaa. Esitys on pelkistetty ja tarkoitettu lukijoille, joilla ei ole ennakkokäsitystä tämän teorian perusteista ja käyttömahdollisuuksista. Murtumismekaniikka perustuu sille huomiolle, että aineviat määräävät materiaalin lujuuden. Toinen teorian perusta on energian häviämättömyyden laki, jota Griffith ensimmäisenä sovelsi täysin hauraiden materiaalien tutkimukseen. Murtumismekaniikka on makroskooppinen lujuusopin teoria, jossa aineen mikrorakenteeseen liittyvät ongelmat kierretään käyttämällä sopivia kokeellisesti määrättäviä ainevakioita.

MITÄ ON MURTUMISMEKANIikka

Rakenteen vaurioituminen

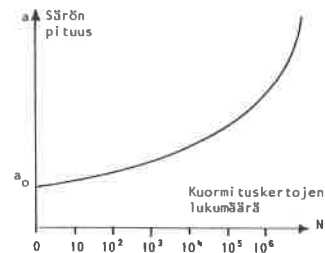
Kantava rakenne saattaa menettää käyttökelpoisuutensa monista eri syistä. Vaurioituminen saattaa johtua esimerkiksi

- stabiiliuden menetyksestä
- suurista muodonmuutoksista
- murtumista

Murtumisella tarkoitetaan vauriotapahtumaa, johon liittyy rakenteen perusaimeen rikkoutuminen. Murtuminen voi johtua esimerkiksi siitä, että ulkoisten voimien vaikuttaessa jokin materiaalivirhe pääsee esteettä kasvamaan. Teräksen materiaalivirheitä ovat esimerkiksi huokokset, kuonasulkeumat ja hitsausvirheet. Materiaalivirhe on vaarallisimmillaan silloin, kun se on särömainen. Särö voi syntyä myös väsytyskuormituksen yhteydessä. Sitä lujuusopin haaraa, joka tutkii säröjä kutsutaan murtumismekaniikaksi.

Särön kasvu - vaihtuva kuormitus

Vaihtuvan kuormituksen rasittamassa rakenteessa oleva särö voi kasvaa esimerkiksi seuraavasti: Suhteellisen pienetkin vetovoimat aiheuttavat särön kärjen läheisyyteen hyvin suuria jännityksiä, jolloin aine plastisoituu. Muutaman kuormanvaihdon jälkeen särö kasvaa ja pitemmällä aikavälillä särö kasvaa kuvan 1

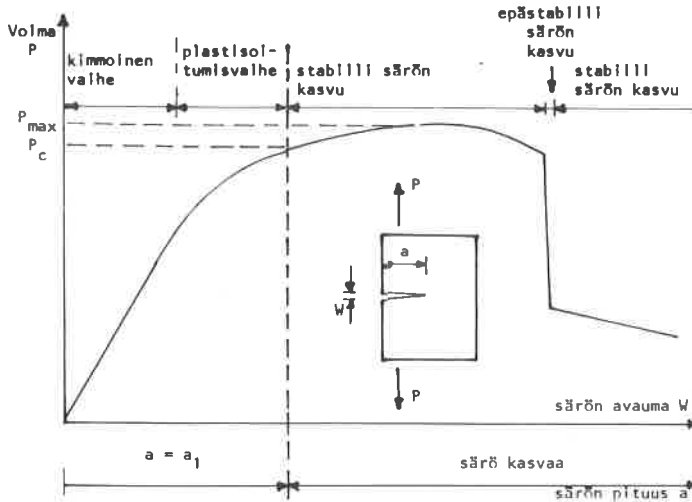


Kuva 1 Vaihtuvan kuormituksen aiheuttama särön kasvu.

tapaisesti.

Särön kasvu - staattinen kuormitus

Oletetaan, että särö on vaihtuvassa kuormituksessa saavuttanut pituuden a_1 ja että säröalueeseen tämän jälkeen kohdistetaan hitaasti lisääntyvä voima, joka pyrkii kasvattamaan säröä. Jos tällöin esimerkiksi venymämittauksella seurataan särön avautumista, saadaan kuvan 2 tapainen riippuvuussuhde.



Kuva 2 Särön kasvu staattisen voiman vaikuttaessa.

Alkuvaiheessa särön pituus pysyy vakiona $a = a_1$, mutta särö avautuu kimmoisesti, kunnes materiaali särön kärjessä alkaa plastisoitua. Plastisoitumisvaiheen jälkeen alkaa särön pituus kasvaa tietyllä voiman arvolla P_c , jota kutsutaan kriittiseksi voimaksi. Särön kasvu on aluksi stabiilia (kontrolloitua). Voimaa voidaan lisätä särön samalla kasvaessa. Kun voima on saavuttanut maksimiarvon P_{max} , tai hieman tämän jälkeen, kasvaa särö epästabiilisti (kontrollioimattomasti). Epästabiilin kasvuvaiheen jälkeen esiintyy joskus uusi stabiili kasvuvaihe ennen lopullista murtumista.

Kun 2 tapaisen riippuvuussuhteen määrittäminen edellyttää, että käytetään koekuormituslaitetta, jossa kuormitusvaiheita ohjataan siirtymämittauksella. Särön kasvu on kuvan 2 mukaista, jos materiaali on sitkeätä. Jos materiaali on haurasta, ei kuvan mukaista plastisoitumisvaihetta eikä särön stabiilia kasvuvaihetta esiinny. Murtuminen tapahtuu nopeasti sen jälkeen, kun kriittinen voima on saavutettu.

Murtumismekaniikan päätehtävät

- Murtumismekaniikan teorioilla tutkitaan pääasiallisesti seuraavia asioita:
- 1) Määritetään särön kasvu $a = a(N)$ väsytyskuormituksessa (vrt. kuva 1).

2) Määritetään tiettyä särökoko a_1 vastaava kriittinen voima P_c . Käänteinen tehtävä on määrittää särökoko a_c (kriittinen särökoko), joka merkitsee särön kasvun alkua, kun voimalla on tietty arvo P_1 .

Kriittisen voiman P_c ja kriittisen särökoon a_c määrittämisessä käytetään tilanteesta riippuen eri teorioita. Jos särön edessä oleva plastisoitunut alue on riittävän pieni, voidaan olettaa aineen olevan lineaarisesti kimmoisen. Tällöin voidaan soveltaa lineaarista murtomekaniikkaa. Jos sen sijaan plasti-
nen alue on huomattavan suuri, on käytettävä epälineaarista murtomekaniikkaa. Tällöin otetaan materiaalin epälineaarisuus huomioon.

HAURASMURTUMAVAARA - MURTUMISMEKANIIKAN KEHITYS

Teorian tarve

Hitsaustekniikkaa alettiin käyttää teräksen liitostekniikkana 1930- ja 1940-luvuilla. Tämä aiheutti rakenteiden suunnittelijoille ennen tuntemattomia ongelmia. Esimerkkinä näiden ongelmien suuruudesta mainitaan yleensä yhdysvaltalaiset rahtialukset, jotka toisen maailmansodan aikana kärsivät suuria vaurioita ilman näkyvää syytä. N. 4700 aluksesta joka neljänteen syntyi haurasmurtumia ja 200 alusta upposi näiden takia.

Vauriotutkimukset osoittivat, että seuraavat tekijät vaikuttavat teräksen haurasmurtumaan:

- lovet, säröt ja materiaalivirheet
- lämpötila, jossa rakennetta käytetään sekä teräksen sitkeysominaisuudet eri lämpötiloissa
- jännitystaso
- kuormitusnopeus
- hitsit ja hitsauksen suoritustapa
- rakennemateriaalin koostumus
- kuormitushistoria

Haurasmurtumailmiön selvittämiseksi syntyi kaksi eri tutkimussuuntaa, joista ensimmäinen perustui pääasiassa kokeisiin. Tehtiin kokeita, joissa haurasmurtuman eri osatekijät otettiin huomioon käytännön tapauksia vastaavalla tavalla siten, että eri osatekijät vaikuttivat samanaikaisesti koetuloksiin. Yksittäisiä osatekijöitä sen sijaan ei tutkittu erikseen. Tämä tutkimussuunta johti myöhemmin erilaisten iskusitkeys-kokeiden käyttöönottoon. Iskusitkeydestä tuli teräksen haurauden mittapuu (/2/, s.23).

Toinen tutkimussuunta pyrki tutkimaan yksittäisten osatekijöiden kuten särön vaikutusta haurasmurtumaan. Nämä perustutkimukset johtivat murtumismekaniikan syntyyn.

Se, että monilla tekniikan aloilla (mm. avaruustekniikassa) on alettu käyttää erikoislujia teräksiä, lienee tärkein syy murtumismekaniikan nopealla kehitymiselle. Vuosina 1940...1970 on rakenneteräksen myötörajaa voitu nostaa 100 %. Samanaikaisesti on materiaalin murtositkeys lisääntynyt vain n.

20 %. Tämä merkitsee sitä, että materiaalivirheiden (säröjen) vaikutus rakenteen lujuuteen on lisääntynyt huomattavasti. Samaan suuntaan on vaikuttanut se, että tarkempien laskelmien perusteella on varmuutta myötörajaan nähden voitu pienentää.

Murtumismekaniikan kehitykseen vaikuttaneista tärkeimmistä syistä on vielä mainittava atomivoimaloiden rakentaminen. Turvallisuusriskit ovat pakottaneet suunnittelijat ja viranomaiset äärimmäiseen huolellisuuteen voimalarakenteiden mitoituksessa.

Materiaalitutkimus - lujuusopillinen tutkimus

Murtumisilmiöiden tutkiminen on lujuusopin tutkijoiden ja materiaalitutkijoiden yhteistyötä. Murtumismekaniikan lujuusopilliset näkökohdat ovat edistäneet materiaalitutkimusta mm. haurasmurtumailmiöiden selvittelyssä. Vastavasti on materiaalitutkimus edistänyt murtumismekaniikan lujuusopillista kehitystä.

Aineen mikrorakenteeseen liittyvillä tarkasteluilla on materiaalitutkimus selvittänyt hauraan murtumisen luonnetta ja siihen vaikuttavia metallurgisia tekijöitä. Haurasmurtuman on todettu esiintyvän joko ns. lohkomurtumana, jolle on ominaista eteneminen hilatasoa pitkin tai ns. repäisymurtumana, joka ei ole riippuvainen hilatasoista /9/. Myös vauriotapausten yhteydessä tehdyt murtopintatutkimukset ovat osaltaan selvittäneet murtumistapahtuman luonnetta.

Murtumismekaniikkaa on pyritty kehittämään lujuusopin teoriaksi, joka soveltuisi käytännön suunnittelutyöhön. Tällöin on osoittautunut, että aineen mikrorakenteeseen liittyvät tarkastelut voidaan kiertää käyttämällä kokeellisesti määrättäviä ainevakioita. Ainevakioiden määrittäminen on materiaalitutkimuksen tehtävä.

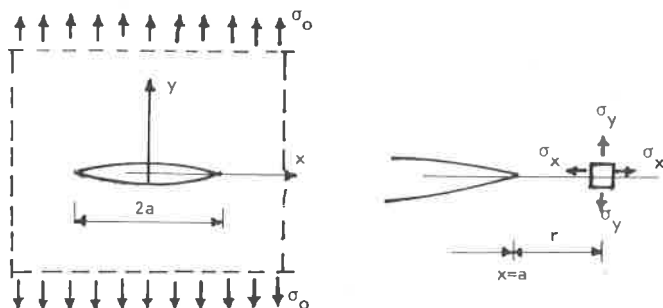
Murtumismekaniikan lujuusopillista kehitystä voidaan lyhyesti kuvata seuraavasti: Kolosov ja Inglis osoittivat vuosina 1909 ja 1913, että jännitys särön edessä lähestyy ääretöntä, jos materiaali on lineaarisesti kimmoista. Vuonna 1921 otti Griffith käyttöön energiakriteerin, jonka avulla voidaan ennustaa, milloin särö alkaa kasvaa hauraassa materiaalissa, Orowan ja Irwin täydensivät Griffith'in teoriaa vuosina 1948 ja 1949 siten, että plastisoituminen pienellä alueella särön edessä voidaan ottaa huomioon. Tästä sai alkunsa lineaarinen murtumismekaniikka. Vuonna 1968 ehdotti Rice, että niin sanottua J-integraalia voitaisiin soveltaa niissä tapauksissa, joissa plastinen alue on huomattava. Tästä ehdotuksesta sai alkunsa epälineaarinen murtumismekaniikka.

LINEAARINEN MURTUMISMEKANIikka

Jännitysintensiteettikerroin

Suhteellisen hauraisissa materiaaleissa etenee särö siten, että särön edessä

oleva plastinen alue on pieni. Kappaleen jännitystila voidaan tällöin analysoida lineaarisella kimmoteorialla.



Kuva 3 Jännitystila särön suuntaisessa tasossa. Särö ulottuu kappaleen läpi.

Kuvan 3 tapaisissa tilanteissa on normaalijännityksillä särön suuntaisessa tasossa arvo

$$\sigma_x = \sigma_y = K_I / \sqrt{2\pi r} \quad (1)$$

Tässä on r etäisyys särön kärjestä ja K_I on ns. jännitysintensiteetti-kerroin. K_I riippuu kappaleen jännitystilasta, kappaleen muodosta sekä särön mittasuhteista ja sijainnista. Useimmin esiintyviä tapauksia varten on K_I -arvoja esitetty taulukkokirjoissa (esim. /3/). Näissä esitetään jännitysintensiteettikerroin muodossa

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} f, \quad (2)$$

jossa f on geometriasta ja kuormituksesta riippuva dimensioton kerroin.

Kuvan 3 tapauksessa on $f = 1$.

Erikoistapauksissa, joita ei ole taulukoitu, voidaan K_I laskea erilaisilla kimmoteoriaan pohjautuvilla analyttisillä, kokeellisilla tai numeerisilla menetelmillä. Viime aikoina on yhä yleisemmin alettu soveltaa elementtimenetelmää K_I -arvojen määrittämisessä.

Energiakriteeri särön etenemiselle

Särön kärjen läheisyydessä lähestyy jännitys lausekkeen (1) mukaan ääretöntä. Jännitystilasta perusteella ei siis voida ennustaa särön kasvua. Tämän vaikeuden poisti Griffith vuonna 1921 esittämällä seuraavan energiakriteerin: Muodonmuutosenergia on sitä pienempi mitä suurempi särö on. Särö on kuitenkin stabiili (vakio pituinen) niin kauan kuin uuden säröpinnan syntyyn tarvittava ns. pintaenergia on suurempi kuin särön kasvussa vapautuva muodonmuutosenergia.

Griffith /10/ johti särön kasvun kannalta kriittiselle jännitykselle lausekkeen

$$\sigma_{oc} = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a(1-\nu^2)}} \quad (3)$$

jossa γ on yksikön suuruisen uuden säröpinnan syntyyn kuluva pintaenergia

ja σ_{QC} on jännitys, jonka vaikutuksesta särö alkaa kasvaa (vrt. P_C kuvassa 2). Lauseke (3) pätee kuvan 3 mukaisessa tilanteessa, kun hauras kappale on tasomuodonmuutostilassa.

Griffith'in hauraille materiaaleille johtamaa teoriaa voidaan täydentää olettamalla, että särön edessä olevan plastisen alueen syntyyn kuluva energia γ_p voidaan yllä esitettyssä energiakriteerissä rinnastaa pintaenergiatermin 2γ kanssa (Irwin ja Orowan).

Murtumissitkeys K_{IC}

Edellä mainittujen energiatermien 2γ ja γ_p kokeellinen määrittäminen on vaikeaa. Niinpä on osoittautunut edullisemmaksi muuntaa särön kasvun alkamista koskeva ehto (3) muotoon

$$K_I = K_{IC} \quad (4)$$

Lausekkeita (2) ja (3) vertailemalla todetaan, että ainakaan kuvan 3 kuormitustilanteessa ei jännitysintensiteetin kriittinen arvo K_{IC} riipu särön eikä rakenteen geometriasta. Yleisemminkin on K_{IC} osoittautunut materiaalivakioksi ja sille käytetään nimitystä murtumissitkeys.

Murtumissitkeys K_{IC} on materiaalivakio, jos särön edessä oleva plastinen alue on pieni ainepaksuuteen h ja särön pituuteen a verrattuna. Tämä vaatimus esitetään muodossa

$$h \geq 2,5 (K_{IC}/\sigma_s)^2 \quad (\sigma_s \text{ on myötöraja}) \quad (5)$$

$$a \geq 2,5 (K_{IC}/\sigma_s)^2 \quad (6)$$

Nämä ehdot määrittelevät lineaarisen murtumismekaniikan pätevyysalueen. Ne merkitsevät mm. sitä, että tutkittavan rakenteen tai kappaleen tulee olla likimain tasomuodonmuutostilassa. Ainepaksuuden tulee siis olla riittävän suuri muihin mittoihin verrattuna. Edelleen todetaan, että ehdot (5) ja (6) pätevät parhaiten alhaisissa lämpötiloissa. Tämä johtuu siitä, että murtumissitkeys pienenee lämpötilan alentuessa.

Murtumissitkeys K_{IC} määritetään kokeellisesti seuraavaa periaatetta noudattaen. Lovettuun koեսauvaan tehdään aluksi särö väsyttävällä kuormituksella. Tämän jälkeen koեսauvaa kuormitetaan staattisella voimalla, kunnes särö alkaa kasvaa (kuva 2). Sijoittamalla kasvun alkamishetkeä vastaava jännitys $\sigma_0 = \sigma_{OC}$ lausekkeeseen (2) saadaan jännitysintensiteetikertoimelle K_I arvo, joka ehdon (4) perusteella on murtumissitkeyden K_{IC} lukuarvo.

Ehtoa (4) käytetään tiettyä särökokoa a_1 vastaavan kriittisen voiman P_C arvioinnissa (vrt. kuva 2). On huomattava, että ehdon (4) perusteella ei voida tietää, onko särön kasvu stabiili (sitkeä) vaiko epästabiili (hauras). Kyseinen ehto ennustaa ainoastaan särön kasvun alkamisen. Vauriotapauksissa saadaan kasvun luonne selville tutkimalla murtopintaa. Etenkin suurissa rakenteissa voi murtumisvoima P_{max} olla huomattavasti suurempi kuin särön kasvun alkua vastaava voima P_C . Käytännön mitoituksessa tyydytään kuitenkin

useimmiten kriittisen voiman P_c tutkimiseen (/2/, s. 38...42).

VÄSYMISLUJUUS = MURTUMISMEKANIikka

Väsymisilmiö

Teräsmateriaaliin syntyy valmistuksen yhteydessä erilaisia ainevikoja (huokosia, kuonasulkeumia yms.), jotka vaikuttavat aineen väsymislujuuteen seuraavasti: Jo suhteellisen pienet ulkoiset voimat aiheuttavat myötörajan ylityksen ainevian kohdalla. Kun kuormitus on vaihtuva, johtaa tämä plastisten muodonmuutosten lisääntymiseen vian kohdalla ja lopuksi ainevian suurenemiseen. Jos jännitysvaihtelu on riittävän suuri, alkaa ainevika tällä tavoin kasvaa kuormanvaihtojen mukana. Mikroskooppisesta aineviasta syntyy silminhavaittava (makroskooppinen) särö. Särön kasvu merkitsee tehollisen pinta-alan pienene- mistä ja jännityksen kasvua. Näin särön kasvunopeus lisääntyy (ks. kuva 1).

Klassinen väsymislujuusteoria

Klassisessa väsymislujuusteoriassa määritetään kullekin aineelle kokeiden ja ns. Wöhler-käyrän avulla väsymislujuusarvoja, joiden avulla piirretään kysei- sen aineen väsymislujuuspiirros (ks. /3/ ja /4/). Väsymislujuuspiirrokselta puolestaan määritetään sallitut jännitykset käytännön mitoitusta varten.

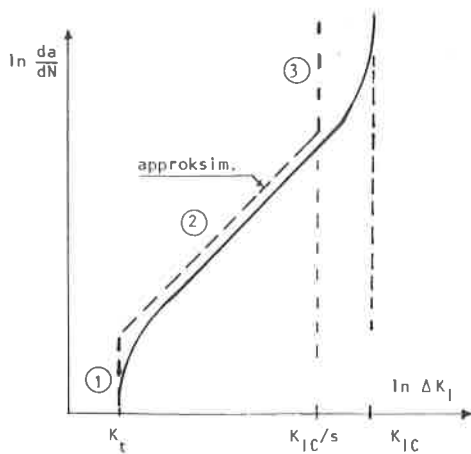
Klassisessa väsymislujuusteoriassa tarkastellaan ainoastaan väsymistapahtu- man alkuvaihetta. Tämä on se ajanjakso (kuormanvaihdossa mitattuna), jonka aikana särö kasvaa silmin nähtäväksi (/2/, s. 14). Monissa rakenteissa tämä ajanjakso on alle 90 % rakenteen koko eliniästä. Jäljelle jäävä särön etene- misvaihe on siis mielenkiintoinen, jos pyritään säästeliääseen materiaalin käyttöön.

Särön eteneminen = murtumismekaniikka

Särön eteneminen väsyttävässä kuormituksessa riippuu kuormituskertojen luku- määrästä N sekä jännitysvaihtelusta $\Delta\sigma_0$, joka murtumismekaniikassa määri- tellään seuraavasti:

$$\Delta\sigma_0 = \begin{cases} \sigma_0 \max - \sigma_0 \min & , \text{ jos } \sigma_0 \min > 0 \\ \sigma_0 \max & , \text{ jos } \sigma_0 \min \leq 0 \\ 0 & , \text{ jos } \sigma_0 \max \leq 0 . \end{cases} \quad (7)$$

Tällainen määrittely johtuu siitä, että särö ei etene puristusjännitysten vaikutuksesta. Jännitysvaihtelua $\Delta\sigma_0$ vastaa kaavan (2) mukaan jännitysintensiiviteettikertoimen vaihtelu $\Delta K_I = \Delta\sigma_0 \sqrt{\pi a} f$. Kokeelliset tutkimukset ovat osoittaneet, että särön kasvunopeus da/dN riippuu jännitysintensiteetin vaihtelusta ΔK_I kuvan 4 mukaisesti.



Kuva 4 Särön kasvunopeus väsyttävissä kuormituksessa.

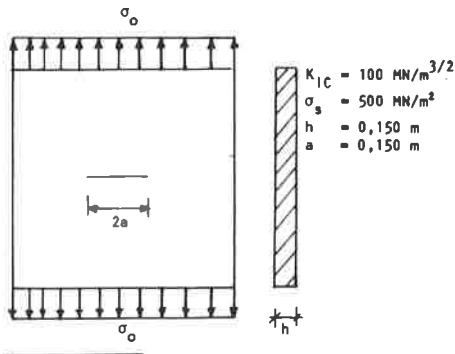
Kuva 4 osoittaa, että särö ei kasva, jos jännitysvaihtelu on riittävän pieni ($\Delta K_I < K_t$). Jos sen sijaan ΔK_I lähestyy aineen murtumismitkeyttä K_{IC} , kasvaa särö hyvin nopeasti. Käyrän keskialuetta aproksimoidaan usein kaavalla (1/1, 5.2)

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_I)^n, \quad (8)$$

jossa C ja n ovat kokeellisesti määrittäviä ainevakioita. Kun C , n ja ΔK_I tunnetaan, voidaan lauseke (8) integroida. Tulokseksi saadaan kuvan 1 tapainen riippuvuussuhde särön pituudelle a ja kuormituskertojen lukumäärälle N .

ESIMERKKI 1

Kuvan mukaisessa suuressa levyssä on havaittu särö. Miten suuren staattisen jännityksen σ_0 levy kestää murtumatta.



Ehto särön kasvulla: $K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \cdot f = K_{IC}$. Tässä tapauksessa on $f = 1$, joten särö alkaa kasvaa, kun

$$\sigma_0 = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a}} = \frac{100 \text{ MN/m}^{3/2}}{\sqrt{\pi \cdot 0,150 \text{ m}}} = 146 \text{ MN/m}^2.$$

Tämä on murtumiseen johtavan jännityksen alalikiarvo, koska särön kasvun luonnetta (stabiili vaike epästabiili) ei varmuudella tiedetä. Tarkistetaan, että lineaarisesta murtumismekaniikkaa voidaan soveltaa:

$$2,5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_s} \right)^2 = 2,5 \left(\frac{100}{500} \right)^2 \text{ m} = 0,100 \text{ m} < a = h.$$

ESIMERKKI 2

Rakenteessa on havaittu lantimäisiä (halkaisija $2 a_0$) sisäisiä vikoja, jotka ovat ainepaksuutta paljon pienempiä. Kuormitus on tykyttävä vetovoima ($\sigma_{\min} = 0$). Kuinka suuri saa jännitysvaihtelu olla, kun varmuus epästabiiliin särön kasvuun nähden on $s = 1,5$.

Numeroarvot:

$$N = 10^4 \quad K_{IC} = 36 \text{ MN/m}^{3/2}$$

$$a_0 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad n = 4,0$$

$$\sigma_s = 620 \text{ MN/m}^2 \quad C = 1,12 \cdot 10^{-11} \text{ m}^7/\text{MN}^4.$$

Oletetaan, että vaarallisin ainevika on kohtisuorassa vetojännitystä vastaan ja että se säilyttää muotonsa kasvaessaan. Tällöin pätee (ks. /3/, s.281)

$$K_I = \sigma_o \sqrt{\pi a} \cdot f = 0,63 \sigma_o \sqrt{\pi a}. \quad (9)$$

Kriittinen särökoko määräytyy ehdosta

$$K_{I_{\max}} = K_{IC}/s, \quad (10)$$

$$\text{jos } a \geq 2,5 \left(\frac{K_{IC}}{s \cdot \sigma_s} \right)^2 = 0,0037 \text{ m}. \quad (11)$$

Yhtälöistä (9) ja (10) saadaan

$$a_{kr} = \frac{1}{0,63^2 \pi} \left(\frac{K_{IC}}{s \cdot \sigma_{\max}} \right)^2 = \frac{462}{\sigma_{\max}^2} \frac{\text{MN}^2}{\text{m}^3}. \quad (12)$$

Särön etenemisen lausekkeesta (8) puolestaan saadaan

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_I)^n = C (0,63 \sigma_{\max} \sqrt{\pi a})^n,$$

$$\int_{a_o}^{a_{kr} - \frac{n}{2}} a da = \int_0^N C (0,63 \sigma_{\max} \sqrt{\pi})^n dN,$$

$$\frac{a_{kr}^{1-\frac{n}{2}} - a_o^{1-\frac{n}{2}}}{1-\frac{n}{2}} = C (0,63 \sigma_{\max} \sqrt{\pi})^n N,$$

$$\left(\frac{462}{\sigma_{\max}^2} \right)^{-1} - (0,5 \cdot 10^{-3})^{-1} = -1,12 \cdot 10^{-11} (0,63 \sigma_{\max} \sqrt{\pi})^4 \cdot 10^4,$$

$$\sigma_{\max}^4 + 1,24 \cdot 10^4 \sigma_{\max}^2 - 1,15 \cdot 10^{10} = 0,$$

$$\sigma_{\max}^2 = 0,62 \cdot 10^4 (\pm) \sqrt{(0,62 \cdot 10^4)^2 + 1,15 \cdot 10^{10}} = 10,1 \cdot 10^4,$$

$$\sigma_{\max} = 318 \text{ MN/m}^2.$$

Yhtälöstä (12) saadaan $a_{kr} = \frac{462}{318^2} = 0,0046 \text{ m}$, joten yhtälö (11) on voimassa ja lineaarinen murtumismekaniikka siis sovellettavissa.

EPÄLINEAARINEN MURTUMISMEKANIikka

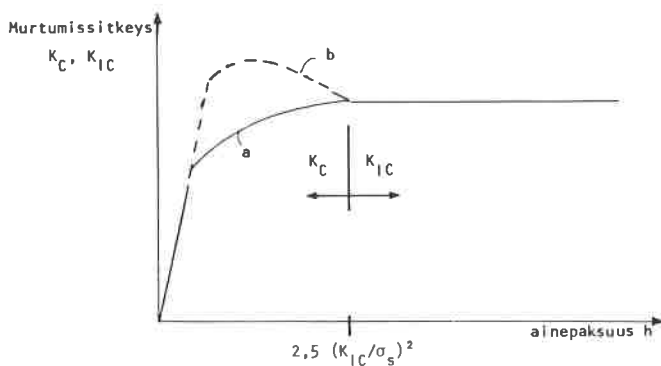
Korjauksia lineaariseen teoriaan

Edellä on todettu, että lineaarinen murtumismekaniikka pätee ainoastaan, jos ainepaksuus ja särökoko ovat riittävän suuria (ehdot (5) ja (6)). Jos särökokoa koskeva ehto (6) ei aivan toteudu menetellään usein siten, että jännitysintensiteettiä laskettaessa korvataan särön pituutta kuvaava termi a lau-

sekkeellä $a+r$, jossa r on särön edessä olevan plastisen alueen pituus. Jos kappale on tasojännitystilassa on $r=K_{IC}^2/(2\pi\sigma_s^2)$ ja jos se on tasomuodonmuutos-tilassa on $r=K_{IC}^2/(6\pi\sigma_s^2)$.

Ainepaksuutta koskeva ehto (5) merkitsee sitä, että säröalueen oletetaan olevan tasomuodonmuutostilassa. Jos tämä ehto ei päde, ei murtumismitkeyks ole enää materiaalivakio vaan riippuu ainepaksuudesta. Tällaisessa tilanteessa on mahdollista menetellä siten, että tehdään sitkeyskoetta varten koekappale, jonka materiaali ja ainepaksuus ovat samat kuin mitoitettavassa rakenteessa. Sitkeyskoetesta saatavalle murtumismitkeydelle käytetään merkintää K_C ja särön kasvamisen alkamishetki arvioidaan nyt ehdon $K_I=K_C$ avulla.

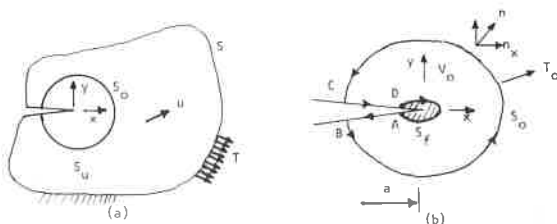
Murtumismitkeyden riippuvuutta ainepaksuudesta on esitetty kuvassa 5. Kirjallisuudessa esiintyy ristiriitaisia tietoja kyseisen käyrän muodosta (vaihtoehdot a ja b). Erot johtuvat koetulosten tulkintaeroista (/2/, s.135).



Kuva 5 Murtositkeyden riippuvuus ainepaksuudesta.

J-integraali

Kun särön edessä oleva plastinen alue on huomattavan suuri, eivät ehdot (5) ja (6) ole voimassa. Tällöin on sovellettava epälineaarisen murtumismekaniikan teorioita, joista ns. J-integraalin laskentaan perustuva menettelytapa on viime aikoina saanut eniten suosiota. J-integraalin määrittelyssä tarvittavia käsitteitä on esitetty kuvassa 6.



Kuva 6 J-integraali määrittely (/1/, 3.6). a) Reunaehdot ja kuormat. b) Käyrät S_0 (murtoviiva A-B-C-D) ja S_f rajaavat kappaleesta alueen V , T_0 on alueeseen V käyrällä S_f vaikuttava voimavektori, T on alueeseen V_0 käyrällä S_f vaikuttava voimavektori, u on siirtymävektori, w^0 on muodonmuutosenergia tilavuusyksikköä kohti.

Soveltamalla potentiaalienergian minimin periaatetta (ks. /1/ ja /2/) saadaan varsinaisen murtumisalueen ulkopuoleisen alueen V_0 tasapainoehto muotoon

$$J(S_0) = J(S_f), \quad (13)$$

jossa

$$J(S_0) = \int_{S_0} (wn_x - T_0^t \frac{\partial u}{\partial x}) ds, \quad (14)$$

$$J(S_f) = - \int_{S_f} (wn_x - T_s^t \frac{\partial u}{\partial x}) ds. \quad (15)$$

Viivaintegraali $J(S_0)$ voidaan tulkita alueen V_0 sisään "virtaavaksi" energiaksi ja $J(S_f)$ vastaavasti murtumisalueeseen "virtaavaksi" energiaksi. Yhtälön (13) sisältö on siis sama kuin Griffith - Orowanin energiataarkastelun sisältö: kappaleesta häviävä energia on sama kuin särön syntyyn tarvittava pinta-energia lisättyinä plastisen alueen syntyyn kuluvalle energialle.

Mainittu energiatasapaino pätee vain sillä hetkellä, jolloin plastinen murtumisalue on saavuttanut sellaisen koon, että särö alkaa kasvaa. Kokeelliset tutkimukset ovat osoittaneet, että viivaintegraali $J(S_f)$ on materiaalivakio. Sille käytetään yleensä merkintää J_{IC} . Koska $J(S_f)$ on materiaalivakio, on viivaintegraali $J(S_0)$ integroimistiestä riippumaton ja sille käytetään lyhyempää merkintää J . Särön kasvun alkamista koskeva ehto saa siis epälinearisessa murtumismekaniikassa muodon

$$J = J_{IC} \quad (16)$$

Materiaalivakion J_{IC} määrittämisessä käytettäviä menetelmiä on esitetty mm. viitteissä /2/ ja /3/. Kaavan (16) on todettu pätevän, jos ainepaksuudelle h pätee ehto

$$h \geq \alpha \frac{J_{IC}}{\sigma_s}; \quad \alpha = 20 \dots 50. \quad (17)$$

Ehdon (16) soveltamista ja J -integraalin erilaisia määrittystapoja on esitetty viitteissä /1/ (6.3 ja 7.4) ja /2/ (s. 141...148).

Jos materiaali on lineaarisesti kimmoista, ovat särön kasvun alkua koskevat ehdot (4) ja (16) toistensa vaihtoehtoja. Tällöin pätee K_{IC} ja J_{IC} -arvojen välillä yhteys (tasomuodonmuutostila):

$$K_{IC}^2 = \frac{E}{1-\nu^2} J_{IC}. \quad (18)$$

Linearisessa murtumismekaniikassa sovellettava murtumissitkeys voidaan siis määrittää myös J -integraalin kriittisen arvon J_{IC} avulla.

MURTUMISMEKANIIKAN KEHITTÄMISESTÄ

Teoria - kokeellinen tutkimus

Murtumismekaniikkateoria on viime vuosina kehittynyt nopeasti ja monissa maissa tehdään jatkuvasti intensiivistä kehitystyötä. Seuraavassa luetellaan eräitä tutkimussuuntia:

- Epälineaarisen murtumismekaniikan koetusmenetelmät. J_{IC} -arvojen määrittämiseksi on olemassa lukuisia menetelmiä, joiden paremmuudesta ei ole varmuutta.
- Teoreettiset vaihtoehdot J-integraalin käytölle epälineaarisessa murtumismekaniikassa.
- Kontaktiprobleema. Vaihtuva kuormitus aiheuttaa särön avautumista ja sulkeutumista. Yhdistetty jännitystilasta voi tällöin aiheuttaa säröpintojen liukumista toistensa suhteen.
- Särön eteneminen dynaamisten voimien vaikuttaessa.
- Särön eteneminen, kun kappale on avaruusjännitystilassa.

Sovellutusalueita

Murtumismekaniikka on kehittynyt niin pitkälle, että sitä on alettu soveltaa käytäntöön monilla metalliteollisuuden osa-alueilla. Sovellutusalueet ovat sellaisia, joissa lujuuslaskelmien on kustannus- tai turvallisuussyistä oltava mahdollisimman tarkkoja. Tällaisia sovellutusalueita ovat:

- lentokoneenrakennus ja avaruustekniikka
- laivanrakennus
- atomivoimaloiden reaktoripaineastiat
- paineastiat
- kaasuturbiinit

Muut materiaalit

Edellä on rajoitettu tarkastelemaan murtumismekaniikkateoriaa sellaisena kuin sitä sovelletaan teräkseen tai vastaaviin metallisiin materiaaleihin (/1/ ja /2/). Vaikka murtumismekaniikka on viime vuosina kehittynyt voimakkaimmin juuri teräsmateriaaliin sovellettuna, harjoitetaan jatkuvaa tutkimusta myös muiden materiaalien, esimerkiksi betonin yhteydessä (/8/, s. D75, S31 ja S32).

LÄHDEKIRJALLISUUS

- /1/ Bäcklund, J., Brottmekanik. Linköping University, Institut of Technology Linköping 1976.
- /2/ Carlsson, J., Brottmekanik. Ingenjörsvärlaget, Stockholm 1976.
- /3/ Formelsamling i hållfasthetslära. Kungl. Tekniska Högskolan, Inst. för hållfasthetslära. Publikation nr 104. Stockholm 1976

- /4/ Ylinen, A., Kimmo- ja lujuusoppi I. Werner Söderström Oy, Porvoo 1965.
- /5/ Bäcklund, J., Sjöström, S., Wennerström, H., Computer Simulation of Fatigue Crack Propagation in Aircraft Components. Linköping University, Institut of Technology, Linköping 1977.
- /6/ Pihlajavaara, S.E., Katsaus aineen lujuuteen haurasmurtoteorioiden pohjalta. Rakenteiden mekaniikka, Vol. 2, No. 2, 1969.
- /7/ Pennala, E., Murtumismekaniikasta. Rakenteiden mekaniikka, Vol. 5, No. 3, 1972.
- /8/ Nordisk Betongforbund. Nordisk Betongforskningsmøte 1976. Resymesamling. Oslo 1976.
- /9/ Murtumismekaniikka ja sen käyttö hitsattujen rakenteiden suunnittelussa. INSKO 102-73. Helsinki 1974.

Muuta aiheeseen liittyvää kirjallisuutta:

- /10/ Griffith, A.A., The phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc., Vol. 221(1921), s. 163.
- /11/ Irwin, G.R., Fracture dynamics, Fracturing of Metals, ASM Cleveland, Ohio 1948.
- /12/ Orowan, E., Fracture and strength of solids, Rep. Prog. Phys., Vol. 12 (1949), s. 185.
- /13/ Rice, J.R., A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. J. Appl. Mech., Vol. 35 (1968).
- /14/ Knott, J.F., Fundamentals of fracture mechanics. Butterworths, London 1973.

Tuomo Kärrnä, dipl.ins., Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Otaniemi.