

# YLI SUHTEELLISUUSRAJAN KUORMITETUN TERÄSPILARIN TAIVUTUSVÄÄNTÖNURJAHDUKSESTA

Rakenteiden Mekaniikka  
7 (1974) 4, s. 209...226  
Rakenteiden Mekaniikan  
Seura, Helsinki

PENTTI ÄYSTÖ

---

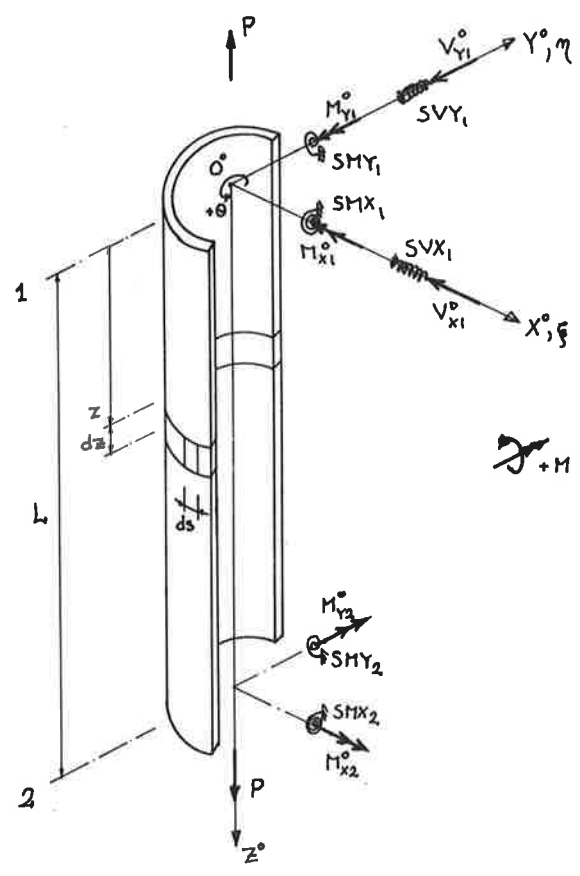
## 1. JOHDANTO

Nykyisin teräsrakentamisessa pyritään mahdollisimman suuriin vapaisiin tiloihin pilareiden välillä. Tästä johtuen pilarit jätetään usein jäykistämättä, jolloin niiden stabiilisuus tulee mitoituksessa määrääväksi. Pilaria kuormittaa usein normaalivoiman lisäksi momentti kahdessa tasossa, ja pilari menettää tavallisesti kantokykynsä vasta silloin, kun suuri osa siitä on joutunut myötötilaan. Lisäksi pilari ei aina liity nivelellisesti muuhun rakenteeseen, vaan se kiinnittyy ylä- ja alapuolisiin palkkeihin.

Seuraavassa esitetään menetelmä, joka mahdollistaa tällaisen pilarin taipumien, kiertymien ja jännitysten määrittämisen, kun pilaria kuormitetaan asteittain murtoon saakka.

2. YLEISTÄ

Tarkastellaan avoimen poikkileikkauksen omaavaa ohutseinäistä pilaria, jonka ulkoisena kuormituksena on normaalivoima  $P$ , momentit  $M_{x_2}^0$ ,  $M_{y_1}^0$ , vaakasuorat pistekuormat  $V_{x_1}^0$  ja  $V_{y_1}^0$  yläpäässä sekä momentit  $M_{x_2}^0$  ja  $M_{y_2}^0$  alapäässä (Kuva 1.). Lisäksi kuormituksena voi olla ulkoiset bimomentit  $B_1^0$  ja  $B_2^0$ .



Kuva 1. Ulkoiset kuormat, jäykistävät jouset ja koordinaatisto

Pilarin liittymistä muuhun rakenteeseen kuvataan lineaarisilla jousilla  $SMX_1$ ,  $SMY_1$ ,  $SMX_2$ ,  $SMY_2$  ylä- ja alapään kiertymiin nähden ja  $SVX_1$ ,  $SVY_1$  yläpään sivusiirtymiin nähden (Kuva 1.). Lisäksi ylä- ja alapäässä voi olla poikkileikkauksen käyristymistä estävät jousisysteemit  $SB_1$  ja  $SB_2$ . Kuormituksilta ja jousilta ei oleteta mitään symmetrisyyttä.

### 3. TEORIAN LÄHTÖKOHDAT

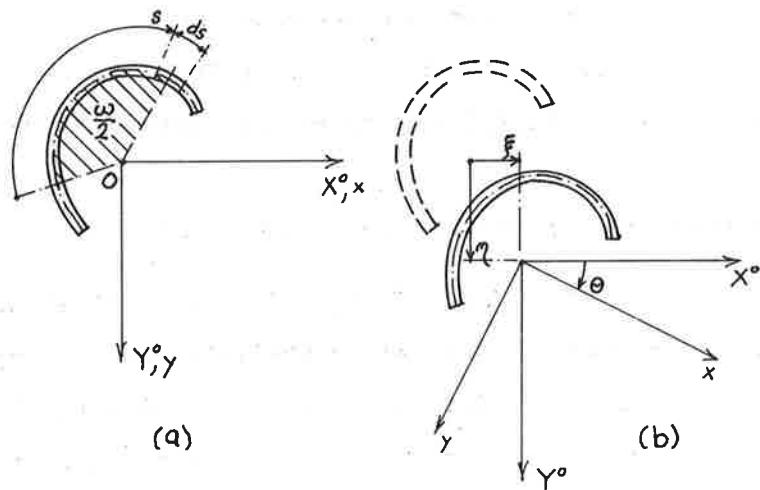
Tasapainoyhtälöitä johdettaessa on käytetty mm. seuraavia oletuksia:

- pilarin poikkileikkaus on avoin ja ohutseinäinen ja säilyttää muotonsa
- siirtymien vaikutus tasapainoyhtälöihin on otettu huomioon ns. toisen kertaluvun teorian mukaisesti
- materiaali on ideaalista kimmoplastista
- ainoastaan normaalijännitysten oletetaan vaikuttavan myötämiseen
- jäännös-jännitysten vaikutus otetaan huomioon
- De St. Venant'in vääntöjäykkyys  $I_D$  säilyttää alkuperäisen kimmoisen arvonsa myös osan poikkileikkauksesta myödettyä
- poikkileikkauksen käyristyminen on mahdollinen eli poikkileikkauksen pisteet voivat siirtyä toistensa suhteen akselin suunnassa
- poikkileikkauksen keskipinnan leikkausmuodonmuutos on häviävän pieni.

4. KÄYTETYT MERKINNÄT JA KOORDINAATISTOT

Pilarin jonkin poikkileikkauksen osan plastisoituessa sekä painopiste ja vääntökeskiö että ns. pääkoordinaatisto muuttavat asemaansa kimmoiseen tilaan verrattuna. Plastisoitumisen edistyessä tämä muutosprosessi on jatkuva. Kirjoittamalla tasapainoyhtälöt kiinteässä koordinaatistossa säilyttävät akselit alkuperäisen suuntansa myös plastisoituneilla alueilla, ja painopisteen ja vääntökeskiön muuttuminen tulee huomioiduksi itsestään.

Seuraavia kahta suorakulmaista vasenkätistä koordinaatistoa on käytetty (Kuvat 1 ja 2).



Kuva 2. Pilarin poikkileikkaus ennen siirtymistä (a) ja siirtymisen jälkeen (b)

-  $(X^0, Y^0, Z^0)$  koordinaatisto, jonka pituusakseli  $Z^0$  kulkee poikkileikkaukseen kiinteästi liittyvän pisteen  $O$  kautta ja akselit  $X^0, Y^0, Z^0$  säilyttävät alkuperäisen suuntansa myös muodonmuutoksen tapahtuessa. Origo sijaitsee pilarin päässä 1. (Kuva 1).

-  $(x, y, z)$  koordinaatisto, joka liittyy kiinteästi pilarin poikkileikkaukseen ja kiertyy sen mukana (kuva 2).

Pilarin muodonmuutokset on ilmaistu siirtymillä  $\xi, \eta$ , jotka esittävät pisteen  $O$  siirtymää alkuperäiseen asemaansa nähden  $X^0$ - ja  $Y^0$ -suunnissa, sekä kiertymällä  $\theta$   $Z^0$ -akselin ympäri.

Tasapainoyhtälöissä on käytetty seuraavia poikkileikkauksesta riippuvia termejä:

$$F_e = \int_{F_e} dF \quad \text{poikkileikkauksen kimmoisen osan pinta-ala}$$

$$S_{xe} = \int_{F_e} y dF \quad \text{staattinen momentti x-akselin suhteen}$$

$$S_{ye} = \int_{F_e} x dF \quad \text{staattinen momentti y-akselin suhteen}$$

$$I_{xe} = \int_{F_e} y^2 dF \quad \text{jäyhyysmomentti x-akselin suhteen}$$

$$I_{ye} = \int_{F_e} x^2 dF \quad \text{jäyhyysmomentti y-akselin suhteen}$$

$$I_{xye} = \int_{F_e} xy dF \quad \text{keskipakoismomentti}$$

$$S_{\omega e} = \int_{F_e} \omega dF \quad \text{sektoriaalinen staattinen momentti}$$

$$I_{\omega e} = \int_{F_e} \omega^2 dF \quad \text{käyrästymisjäykkyys}$$

$$I_{\omega x e} = \int_{F_e} \omega x dF \quad \text{sektoriaalinen keskipakoismomentti y-akselin suhteen}$$

$$I_{\omega y e} = \int_{F_e} \omega y dF \quad \text{sektoriaalinen keskipakoismomentti x-akselin suhteen}$$

$$I_d = \quad \text{De St. Venant'in vääntöjäykkyys.}$$

Kaavoissa  $\omega$  on sektoriaalinen koordinaatti (Kuva 2), ja merkintä  $\int_{F_e}$  tarkoittaa poikkileikkauksen kimmoisen osan yli suoritettua integrointia.

Tasapainoyhtälöissä on käytetty myös seuraavia poikkileikkaukseen kuuluvia jännitysresultanttien lausekkeita:

$$P = \int_{F_e} \sigma dF \quad \text{normaalivoima}$$

$$M_x = \int_{F_e} \sigma y dF \quad \text{momentti x-akselin suhteen}$$

$$M_y = \int_{F_e} \sigma x dF \quad \text{momentti y-akselin suhteen}$$

$$B = \int_{F_e} \sigma \omega dF \quad \text{bimomentti}$$

(1)

$\int_{F_e}$  tarkoittaa koko poikkileikkauksen yli suoritettua integrointia.  $\sigma$  on normaalijännitys, joka muodostuu rakenteen ulkoisen kuormituksen aiheuttamasta normaalijännityksestä  $\sigma_0$  ja jäännösjännityksestä  $\sigma_r$ ,  $\sigma = \sigma_0 + \sigma_r$ . Kun  $\sigma$  saavuttaa myötöjännityksen  $\sigma_s$ , rakenne myötää ko. kohdasta.

Jäännösjännitysten tulee täyttää ehdot:

$$\int_F \sigma_r dF = \int_F \sigma_r x dF = \int_F \sigma_r y dF = \int_F \sigma_r \omega dF = \int_F \sigma_r (x^2 + y^2) dF = 0 \quad (2)$$

Kun poikkileikkaus on osittain myödennt, jännitysresultanttien voidaan katsoa muodostuvan kimmoisesta ja plastisesta osasta:

$$P = P_e + P_p$$

$$M_x = M_{xe} + M_{xp}$$

(3)

$$M_y = M_{ye} + M_{yp}$$

$$B = B_e + B_p$$

#### 5. TASAPAINOYHTÄLÖT

Tarkastelemalla äärellisen pienen elementin  $dz \cdot ds$  (Kuva 1) tasapainoa muodonmuutoksen jälkeen saadaan seuraavat jännitysresultanttien avulla lausutut tasapainoyhtälöt [4,5]:

$$M_y'' - P\xi'' + (M_x \theta)'' = 0$$

$$-M_x'' - P\eta'' + (M_y \theta)'' = 0 \quad (4)$$

$$-B'' = [(K + GI_d) \theta']' + M_x \xi'' + M_y \eta'' = 0$$

Yhtälöissä ( ' ) tarkoittaa derivointia Z:n suhteen, ja

$$K = \int_F \sigma (x^2 + y^2) dF. \quad (5)$$

Integroimalla yhtälöt (4) kaksi kertaa ja ottamalla huomioon seuraavat reunaehdot (Kuva 1)

$$M_{x1}^0 = M_{x1} + SMX_1 \cdot \eta'_1,$$

$$M_{x2}^0 = M_{x2} - SMX_2 \cdot \eta'_2,$$

$$M_{y1}^0 = M_{y1} - SMY_1 \cdot \xi'_1,$$

$$M_{y2}^0 = M_{y2} + SMY_2 \cdot \xi'_2,$$

$$B_1^0 = B_1 - SB_1 \cdot \theta'_1,$$

$$B_2^0 = B_2 + SB_2 \cdot \theta'_2,$$

$$\xi_2 = \eta_2 = \theta_1 = \theta_2 = 0,$$

(6)

joissa yläindeksi <sup>0</sup> esittää ulkoista kuormitusta ja alaindeksit 1 ja 2 pilarin ylä- ja alapäätä, saadaan tasapainoyhtälöt muotoon

$$\begin{aligned} M_y - P\xi + M_x\theta + \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) SMY_1 \xi'_1 + \frac{z^0}{L} SMY_2 \xi'_2 - \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) P \xi_1 \\ = M_{y1}^0 + \frac{z^0}{L} (M_{y2}^0 - M_{y1}^0) \end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned} -M_x - P\eta + M_y\theta + \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) SMX_1 \eta'_1 + \frac{z^0}{L} SMX_2 \eta'_2 - \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) P\eta_1 \\ = -M_{x1}^0 - \frac{z^0}{L} (M_{x2}^0 - M_{x1}^0) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 -B &= (K + GI_D) \theta = \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) SB_1 \theta_1' - \frac{z^0}{L} SB_2 \theta_2' \\
 &= -B_1^0 - \frac{z^0}{L} (B_2^0 - B_1^0) - \int_0^z \int_0^z (M_x \xi'' + M_y \eta'') dz dz + \frac{z^0}{L} \\
 &+ \frac{z^0}{L} \int_0^L \int_0^L (M_x \xi'' + M_y \eta'') dz dz
 \end{aligned}$$

Lisäksi pilarin pään 1 sivusiirtymille ovat voimassa seuraavat ta-  
sapainoehdot.

$$V_{x1}^0 = -M_{y1}' + P \xi_1' - M_{x1} \theta_1' - SVX_1 \cdot \xi_1 \quad (8)$$

$$V_{y1}^0 = M_{x1}' + P \eta_1' - M_{y1} \theta_1' - SVY_1 \cdot \eta_1$$

Normaalijännitykselle  $\sigma$  pätee yhtälö [5]

$$\sigma = E (\rho' - \xi''x - \eta''y - \theta''\omega) + \sigma_R \quad (9)$$

kimmoisessa tilassa ja

$$\sigma = \sigma_s \quad (10)$$

plastisessa tilassa.  $\rho$  on siirtymä  $z^0$ -akselin suuntaan.

$\rho$ :n eliminoimiseksi muodostetaan lauseke:

$$\begin{aligned}
 P &= \int_F \sigma dF = \int_{F_e} \sigma dF + \int_{F_p} \sigma_s dF = E (F_e \rho' - S_{ye} \xi'' - S_{xe} \eta'' - S_{\omega e} \theta'') \\
 &+ \int_{F_e} \sigma_R dF + \int_{F_p} (\sigma_s - \sigma_R) dF + \int_{F_p} \sigma_R dF
 \end{aligned} \quad (11)$$

$\int_{F_p}$  tarkoittaa poikkileikkauksen myötäneen osan yli suoritettua in-

tegrointia. Ottamalla huomioon, että

$$\int_{F_e} \sigma_r dF + \int_{F_p} \sigma_r dF = 0, \quad (12)$$

$$P_p = \int_{F_p} (\sigma_s - \sigma_r) dF$$

$$P = P_e + P_p$$

saadaan

$$\rho' = \frac{P_e}{EF_e} + \frac{S_{ye}}{Fe} \xi'' + \frac{S_{xe}}{Fe} \eta'' + \frac{S_{\omega e}}{Fe} \theta'' \quad (13)$$

Sijoittamalla tämä edelleen normaalijännityksen lausekkeeseen saadaan

$$\sigma = \frac{P_e}{Fe} - E \left[ \left( x - \frac{S_{ye}}{Fe} \right) \xi'' + \left( y - \frac{S_{xe}}{Fe} \right) \eta'' + \left( \omega - \frac{S_{\omega e}}{Fe} \right) \theta'' \right] + \sigma_r \quad (14)$$

kimmoisessa tilassa ja

$$\sigma = \sigma_s \quad (15)$$

plastisessa tilassa.

Tasapainoyhtälöiden (7) ja sivusiirtymäehtojen (8) ilmaisemiseksi siirtymien  $\xi$ ,  $\eta$  ja kiertymän  $\theta$  avulla sijoitetaan normaalijännityksen lauseke (14) ensiksi jännitysresultanttien yhtälöihin (1) ja (3) ja nämä edelleen yhtälöihin (7) ja (8). Yhtälöistä (7) saadaan:

$$\begin{aligned}
 & E\tilde{I}_{ye} \xi'' + E\tilde{I}_{xye} \eta'' + E\tilde{I}_{\omega xe} \theta'' - P \xi + M_x \theta + \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) SMY_1 \xi' \\
 & + \frac{z^0}{L} SMY_2 \xi_2' - \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) P \xi_1 = M_{y1}^0 + \frac{z^0}{L} (M_{y2}^0 - M_{y1}^0) - M_{yp} + \frac{P_e}{F_e} S_{ye} \\
 \\
 & E\tilde{I}_{xye} \xi'' + E\tilde{I}_{xe} \eta'' + E\tilde{I}_{\omega ye} \theta'' - P \eta + M_y \theta + \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) SMX_1 \eta' \\
 & + \frac{z^0}{L} SMX_2 \eta_2' - \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) P \eta_1 = -M_{x1}^0 - \frac{z^0}{L} (M_{x2}^0 - M_{x1}^0) + M_{xp} + \frac{P_e}{F_e} S_{xe} \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & E\tilde{I}_{\omega xe} \xi'' + E\tilde{I}_{\omega ye} \eta'' + E\tilde{I}_{\omega e} \theta'' - (K + GI_d) \theta - \left(\frac{z^0}{L} - 1\right) SB_1 \theta_1' \\
 & - \frac{z^0}{L} SB_2 \theta_2' = -B_1^0 - \frac{z^0}{L} (B_2^0 - B_1^0) - \int_0^z \int_0^z (M_x \xi'' + M_y \eta'') dz \\
 & + \frac{z^0}{L} \int_0^L \int_0^L (M_x \xi'' + M_y \eta'') dz dz + B_p + \frac{P_e}{F_e} S_{\omega e}
 \end{aligned}$$

Sivusiirtymäehdot (8) tulevat muotoon

$$\begin{aligned}
 & E (\tilde{I}_{ye} \xi_1'')' + E (\tilde{I}_{xye} \eta_1'')' + E (\tilde{I}_{\omega xe} \theta_1'')' - P \xi_1' + M_{x1} \theta_1' + SVX_1 \xi_1 \\
 & = -V_{x1}^0 + \left(\frac{P_e}{F_e} S_{ye}\right)' - M_{yp1} \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & E (\tilde{I}_{xye} \xi_1'')' + E (\tilde{I}_{xe} \eta_1'')' + E (\tilde{I}_{\omega ye} \theta_1'')' - P \xi_1' + M_{y1} \theta_1' + SVX_1 \eta_1 \\
 & = -V_{y1}^0 + \left(\frac{P_e}{F_e} S_{xe}\right)' + M_{xp1}
 \end{aligned}$$

Edellä olevissa yhtälöissä on käytetty merkintöjä:

$$\begin{aligned}
 \tilde{I}_{ye} &= I_{ye} - \frac{S_{ye}^2}{F_e}, \quad \tilde{I}_{xe} = I_{xe} - \frac{S_{xe}^2}{F_e}, \\
 \tilde{I}_{xye} &= I_{xye} - \frac{S_{xe} S_{ye}}{F_e}, \quad \tilde{I}_{\omega xe} = I_{\omega xe} - \frac{S_{ye} S_{\omega e}}{F_e}, \\
 \tilde{I}_{\omega ye} &= I_{\omega ye} - \frac{S_{xe} S_{\omega e}}{F_e}, \quad \tilde{I}_{\omega e} = I_{\omega e} - \frac{S_{\omega e}^2}{F_e} \quad (18)
 \end{aligned}$$

6. TASAPAINOYHTÄLÖIDEN RATKAISEMINEN

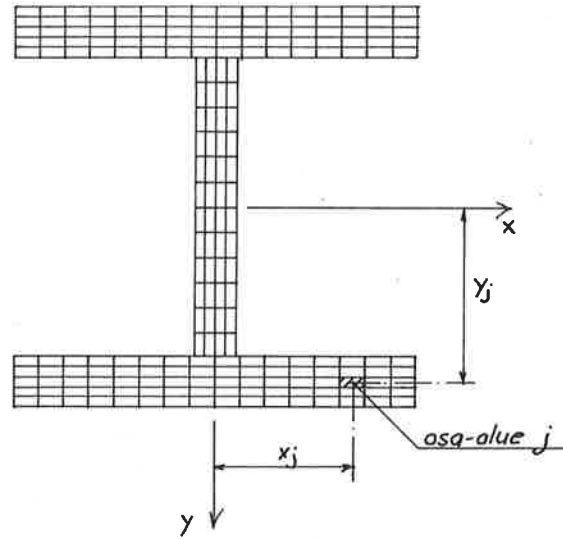
Yhtälöiden (16) ja (17) muodostaman yhtälöryhmän ratkaisemiseksi käytetään differenssimenetelmää. Pilari jaetaan  $n$ :ään yhtäsuureen osaväliin eli  $(n + 1)$ :een differenssipisteeseen. Korvaamalla differentiaalit näissä pisteissä differensseillä saadaan seuraava matriisimuotoinen yhtälöryhmä

$$[A] \times \{d\} = \{W\}. \quad (19)$$

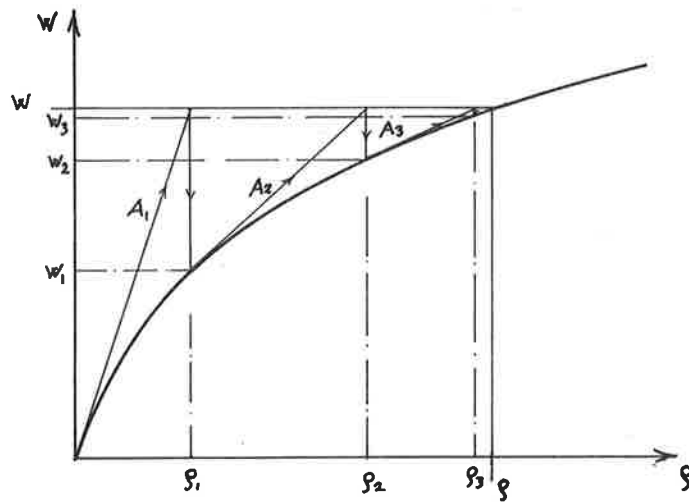
Tässä  $\{d\}$  on muodonmuutosvektori, jonka komponentit ovat siirtymät  $\xi_1 \dots \xi_{n+1}$ ,  $\eta_1 \dots \eta_{n+1}$  ja kiertymät  $\theta_1 \dots \theta_{n+1}$ .

$[A]$  on  $3(n + 1) \times 3(n + 1)$  suuruinen neliömatriisi, jonka elementit muodostuvat yhtälöiden (16) ja (17) siirtymien  $\xi$ ,  $\eta$  ja kiertymien  $\theta$  kertoimista kussakin differenssipisteessä. Vektori  $\{W\}$  on kuormitusvektori, joka käsittää yhtälöiden (16) ja (17) oikeanpuoleiset termit.

Yhtälöryhmän ratkaisemiseksi pilarin poikkileikkaus on jaettu pieniin osa-alueisiin (Kuva 3) kussakin  $(n + 1)$ :ssä differenssipisteessä. Kuvassa (4) on esitetty laskennan kulku kuormitusvektoria  $\{W\}$  vastaavan siirtymätilan  $\rho$  määrittämiseksi. Ensimmäisen laskentakierroksen tuloksena saadaan siirtymät  $\rho$ , jotka vastaavat kimmoisen tilan ratkaisua. Näistä lasketaan edelleen jännitykset eri differenssipoikkileikkauksissa kunkin osa-alueen keskipisteessä ja tarkistetaan myötöehto (14), (15). Sitten lasketaan matriisin  $[A]$  elementit uudestaan ottaen huomioon myötäneet alueet. Samoin korjataan kuormitusvektorin  $\{W\}$  termit. Yhtälöryhmä ratkaistaan uudelleen



Kuva 3. Esimerkissä käytetyn I-poikkileikkauksen jakaminen osa-alueisiin



Kuva 4. Laskennan kulku

näillä korjatuilla arvoilla ja tulokseksi saadaan siirtymätila  $\rho_2$ . Jos  $\rho_2$ :n ja  $\rho_1$ :n välinen ero ei täytä annettua konvergenssiehtoa, lasketaan  $\rho_2$ :ta vastaavat jännitykset kaikissa differenssipoikkileikkauksissa. Tarkistetaan jälleen myötöehto ja korjataan  $[A]$ :n ja  $\{W\}$ :n komponentit sekä ratkaistaan yhtälöryhmä näillä korjatuilla arvoilla. Laskenta toistetaan kunnes konvergenssiehto täyttyy. Tämän jälkeen lisätään kuormitusta ja laskentaa jatketaan siihen saakka, kunnes siirtymät  $\rho$  kasvavat äärettömän suuriksi. Tämä raja vastaa pilarin murtokuormaa.

## 7. SOVELLUTUSESIMERKKI

Edellä esitetyn teorian pohjalta on kehitetty tietokoneohjelma, jonka avulla on mahdollista laskea hyvin monentyyppisiä pilareita ja tutkia jäännösjännitysten ja reunaehtojen vaikutusta muodonmuutokseen ja murtokuormaan. Ohjelmaa käyttäen on laskettu useita aikaisemmin teoreettisesti ja kokeellisista tutkittuja pilareita ja tulosten on havaittu vastaavan toisiaan. Laskelmissa pilari on jaettu yleensä 8 osaan ja sen poikkileikkaus 260:een osa-alueeseen.

Seuraavassa tarkasteltava esimerkkipilari on valittu Englannissa Building Research Station'issa suoritettusta laajasta koesarjasta. Siinä tutkittiin normaalinkokoisen kolmikerroksisen avaruuskehän käyttäytymistä kuormittamalla se vaiheittain murtoon saakka [2]. Esimerkiksi on valittu kehän pilari B2. Pilarin liittyminen muuhun rakenteeseen ja pilarin päihin tulevat momentit on määrätty referaattien [1], [2] ja [6] perusteella.

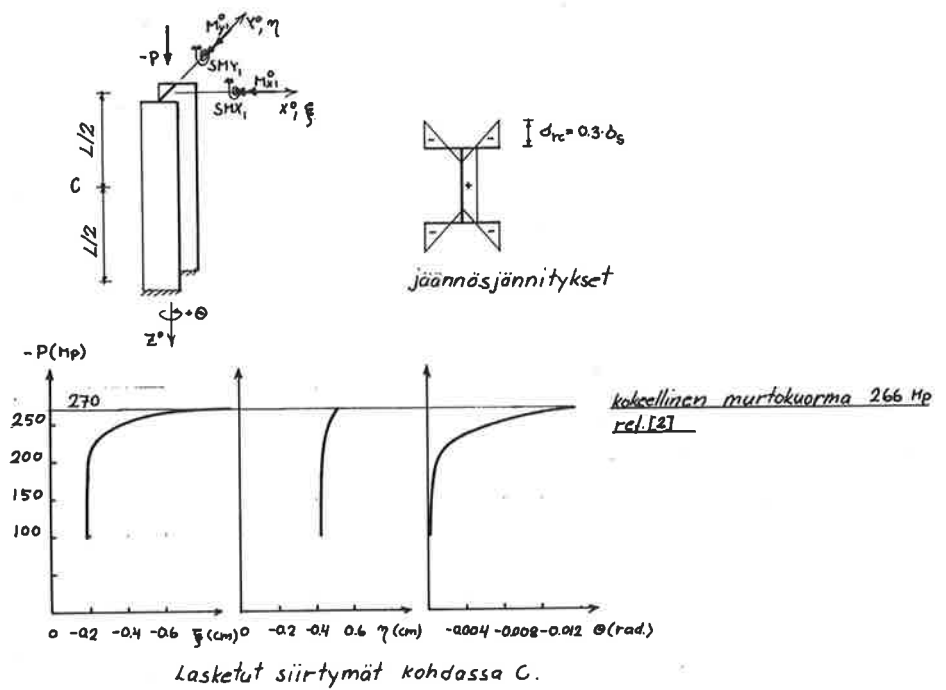
Koesarjan viimeisessä vaiheessa kuormitettiin osa pilareista murtoon saakka. Tämän vaiheen alkuhetkellä pilariin yläpäähän liittyvät primääripalkit olivat jo plastisessa tilassa, ja niistä aiheutui pilareille momentti  $M_{x1}^0 = 1750$  Mpcm. Pilariin liittyvät sekundääripalkit olivat vielä kimmoisessa tilassa jännityksien ollessa juuri myötörajan alapuolella. Tästä aiheutui momentti  $M_{y1}^0 = 440$  Mpcm. Pilarin alapää oli kiinnitetty jäykästi perustuksiin. Yläpään kiinnitystasetta kuvaaville jousille voidaan laskea kimmoisessa tilassa olevista sekundääripalkeista ja yläpuolisesta pilarista seuraavat arvot:

$$SMX_1 = 176000 \text{ Mpcm}, \quad SMY_1 = 161000 \text{ Mpcm}.$$

Yläpään sivusiirtymät  $\xi_1$ ,  $\eta_1$  ja kiertymä oli estetty, joten  $\xi_1 = \eta_1 = \theta_1 = 0$ . Myötöraja  $\sigma_s$  oli  $3,9 \text{ Mp/cm}^2$  ja poikkileikkauksen käyrityminen oli estetty molemmissä päissä. Laskennassa jäännösjännitykset on otettu huomioon kuvan (5) mukaisesti. Samassa kuvassa on esitetty myös lasketut pilarin keskikohtaan siirtymät  $\xi_1, \eta_1$  ja kiertymä  $\theta$ . Murtokuormaksi saatiin  $270 \text{ Mp}$ , joka on lähellä kokeellisesti saatua tulosta  $266 \text{ Mp}$ . Pilarin pituus  $L$  oli  $518 \text{ cm}$  ja profiili  $8 \times 8 \times 48 \text{ UC}$ .

#### 8. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

Edellä esitetty menetelmä antaa mahdollisuudet tutkia erilaisten reunaehtojen, sisäisten jännitysten ja eri kuormitusyhdistelmien vaikutusta pilarin muodonmuutokseen ja murtokuormaan.



Kuva 5. Esimerkki

Menetelmä on tuskin käyttökelpoinen normaalissa suunnittelutyössä, mutta sitä voidaan käyttää esim. erilaisten ratkaisumenetelmien tarkkuuden tutkimiseen.

Uusissa teräsnormeissa [7] on annettu yhdistelykaava, joka on hyvin monipuolinen ja suhteellisen yksinkertainen käyttää. Siinä on otettu huomioon normaalivoiman lisäksi momentti kahdessa eri suunnassa ja reunaehdot voidaan ottaa huomioon nurjahduspituuden avulla. Esimerkiksi tämän kaavan käyttökelpoisuutta erilaisille reunaehdoille on hyvin vähän tutkittu.



Esitetty menetelmä voidaan laajentaa käsittämään myös palkit lisäämällä tasapainoyhtälöihin (16) termit, jotka sallivat kuormituksen pilarin päiden välillä. Lisäksi päiden välillä voidaan kiertymille ja siirtymille antaa lisäehtoja jousien avulla.

## 9. LOPPUSANAT

Tämä artikkeli pohjautuu kirjoittajan vv. 1971...1973 Sveitsissä Lausannen teknillisen korkeakoulun teräsrakennelaitoksessa (ICOM) suorittamaan työhön. Kirjoittaja haluaa täten esittää parhaat kiitoksensa prof. J.-C. Badoux'lle, joka on tehnyt tutkimuksen mahdolliseksi, sekä kiitokset neuvoista tekn.tri. S. Vinnakotalle ja DI J. Aoshimalle ICOM:sta sekä prof. M. Mikkolalle Helsingin teknillisestä korkeakoulusta.

## KIRJALLISUUTTA

- 1 The Institution of Structural Engineers and The Welding Institute, Joint committee's second report on "Fully-rigid multi-storey welded steel frames", May 1971, London.
- 2 Smith, R.F., and Roberts, E.H., "Tests of a Full Continuous Multi-Storey Frame of High Yield Steel", *The Structural Engineer*, 49 (1971) 10.
- 3 Vinnakota, S., Äystö, P., and Badoux, J.-C., discussion of "Biaxially Loaded Beam-Column Analysis", by Syal and Sharma, *Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, New York*, 98 (1972) 6.
- 4 Vinnakota, S., and Äystö, P., "Inelastic Flexural Torsional Stability of Restrained Beam-Columns"

- 5 Vlasov, V.Z., "Thin Walled Elastic Beams", 2nd ed., National Science Foundation, Washington D.C., 1961.
- 6 Wood, R.H., "A New Approach to Column Design, with Special Reference to Restrained Steel Stanchions", Note Reference Building Research Station Seminar, no 263, Watford, London, 1971.
- 7 Teräsrakenteiden suunnitteluhjeet RIL 90.

Pentti Äystö, dipl.ins., Ins.tsto E. Juva Oy