

# TRAPETSIKOTELO TERÄSLAATAN LOMMAHDUSJÄYKISTEENÄ

ILKKA RIIKONEN

Rakenteiden Mekaniikka  
7 (1974) 4, s. 197...208  
Rakenteiden Mekaniikan  
Seura, Helsinki

---

## YHTEENVETO

Kirjoituksessa esitellään trapetsimuotoisen kotelojäykisteen käyttömahdollisuuksia teräsrakenteiden puristettujen levykenttien jäykisteenä. Jäykisteelle määritellään teholuku  $\epsilon$ , joka sitten johdetaan ja esitetään graafisesti poikkipintaparametrien funktiona. Teholuvun johto tapahtuu lentokoneenrakennuksessa käytetyin menetelmin levysauvalle, mutta alkuehdot valitaan siten, että tuloksia voidaan hyödyntää DIN 4114:n mukaan teräsrakenteisia laattoja mitoitettaessa. Trapetsikotelojäykiste voidaan todeta jäykistyskyvyltään samanarvoiseksi kuin T-tyyppinen jäykiste valmistustekniikan jäädesä määräämään valinnan eri sovellutuksissa.

## 1. JOHDANTO

Sekä taivutuspaikkina että nurjahdussauvana kotelorakenne on edullisin silloin, kun sen poikkileikkauksen materiaali on sijoitet-

tu mahdollisimman kauaksi neutraaliakseleista. Käytännön ylärajan kotelon ulkomittojen kasvulle asettavat tarkoitukseen varattu tila, tuulipinnan kasvu tai levyjen oheneminen lommahdusherkiksi ja valmistusteknisesti vaikeasti käsiteltäviksi. Viimeksi mainituista syistä puristetut levykentät vahvistetaan mieluiten pääpuristusjännityksen suunnassa yhtenäisinä jatkuvilla jäykisteillä, jolloin jäykistemateriaali toimii mukana kantavassa poikkiyhteyksessä. Jäykistystapa on optimaalinen silloin, kun peruslevyn ja jäykisteiden yhteinen poikkipinta (keskimääräinen paksuus) on mahdollisimman pieni ja kentän lommahdusjännitys on mahdollisimman korkea.

Levykentän lommahdusprobleema on erityisen kiperä ja siksi paljon tutkittu lentokoneenrakennuksessa, joten täältä suunnalta voidaan hakea suuntaviivoja myös teräsrakenteisiin. Eräissä lentokoneenosissa levykentät ovat niin leveitä, että puristusjännityksen suuntaisten sivujen tuennalla ei ole merkitystä ja kenttää voidaan tutkia levysauvana. Teräsrakenteissa levyn reunojen kiinnityksellä on useimmiten tärkeä merkitys, mutta voidaan hyvällä syyllä otaksua, että sama jäykistystapa, joka on optimaalinen levysauvalle, on lähellä optimia myös reunoiltaan tuetulle laatalle.

## 2. JÄYKKYYDEN TEHOLUKU $\epsilon$

Emero ja Spunt [2] ovat esittäneet levysauvan mitoitukselle kaavan

$$\frac{N_x}{L \bar{n} E} = \epsilon \left( \frac{t_k}{L} \right)^2 \quad (1)$$

missä

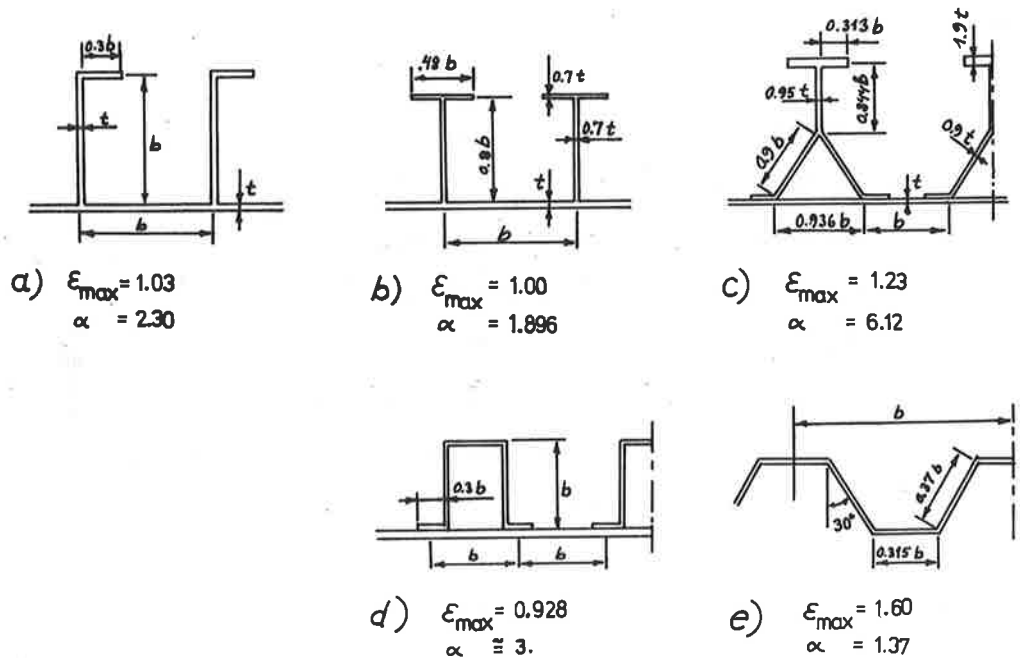
- $L$  = levysauvan nurjahduspituus  
 $E$  = kimmomoduli  
 $t_k$  = levysauvan keskimääräinen paksuus  
 $N_x$  = puristusvoima leveysyksikköä kohti  
 $\bar{\eta}$  =  $(E_t/E)^{3/4}$   
 $E_t$  = tangenttimoduli ko. jännitystilassa  
 $\epsilon$  = jäykistystavasta riippuva ja sen tehokkuutta kuvaava dimensioton kerroin.

Yhteydestä  $N_x = \sigma_x t_k$  kaava (1) saadaan muotoon

$$\sigma_x = \bar{\eta} E \epsilon \frac{t_k}{L}. \quad (2)$$

Havaitaan, että tietyllä ainemäärällä ( $t_k$ ) kannettava jännitys kasvaa ja/tai poikittaisten jäykisteiden määrä vähenee ( $L$  kasvaa) jäykkyyden teholuvun kasvaessa. Kerroin  $\bar{\eta}$  ottaa huomioon materiaalin suhteellisuusrajan ylityksen, mikäli sellainen tapahtuu.

Kuvassa 1 on esitetty eräitä tavallisimpia jäykistystapoja piirrettyinä niihin mittasuhteisiin, joilla saavutetaan alla ilmoitettu maksimi  $\epsilon$ -arvo. Kuvissa annetaan myös  $\epsilon$ :n maksimiarvoon liittyvä  $\alpha$ -arvo, joka on keskimääräisen levynpaksuuden  $t_k$  suhde peruslevyn paksuuteen  $t_p$ . Optimaalisista jäykistemuodoista poiketaan valmistusteknisistä syistä sekä lentokonetekniikassa että varsinkin teräsrakenteissa, joissa käytetty jäykistejako on yleensä huomattavasti optimaalista harvempi [2,3].



Kuva 1. Eräitten jäykisteprofiilien optimaaliset mittasuhteet ja niihin liittyvät  $\epsilon$ - ja  $\alpha$ -arvot

Eräs parhaista  $\epsilon$ -arvoista saavutetaan kuvan 1c esittämällä Y-jäykisteellä. Tätä tyyppiä on käytetty terässiltojen kansirakenteissa, joita aksiaalisen puristuksen lisäksi kuormittaa myös taivutusrasitus [7]. Kuvan 1d "hattu"-tyyppi ei sellaisenaan sovellu teräsrakenteisiin, mutta yksinkertaistamalla sitä kuvan 2 esittämäksi trapetsikoteloksi saavutetaan valmistussystävällisempi jäykisterakenne, jota myös on käytetty sillanrakennuksessa [8]. Koska kotelojäykiste voidaan johtaa myös kahdesta L-jäykisteestä, joilla kuvan 1a mukaan on edullinen  $\epsilon$ -arvo, muodostuu kysymys trapetsikotelon  $\epsilon$ :sta hyvin mielenkiintoiseksi.

3. TRAPETSIKOTELOJÄYKISTEEN  $\epsilon$ 

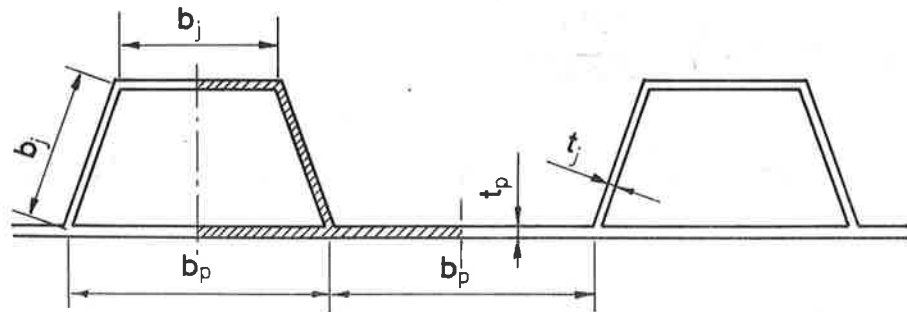
Otaksutaan, että levysauvan nurjahdus noudattaa kaavaa [5,6]

$$\sigma_n = \frac{2E_t i^2}{L^2} \quad (3)$$

missä

$i = \sqrt{I/A}$  on kotelojäykistetyn levykentän poikkileikkauksen hitaussäde. Neliömomentti  $I$  ja poikkipinta  $A$  lasketaan kotelon puolikkaan ja siihen liittyvän  $b_p$ :n levyisen peruslevyn kaistan (viivoitettu poikkipinta kuvassa 2) muodostamalle poikkipinnan osalle. Osakenttien lommahdusjännitysten otaksutaan noudattavan kaavoja [5]

$$\sigma_p = k_p \sqrt{E E_t} \left( \frac{t_p}{b_p} \right)^2 \quad \text{peruslevylle,} \quad (4)$$



Kuva 2. Tekstissä käytetyt merkinnät kotelojäykisteen mitoista

$$\sigma_j = k_j \sqrt{EE_t} \left( \frac{t_j}{b_j} \right)^2 \quad \text{jäykisteelle.} \quad (5)$$

Voidaan päätellä, että optimaalinen kokonaisratkaisu saadaan aikaan silloin, kun mikään edellä mainituista jännityksistä ei ole "turhan" suuri eli suurempi kuin toiset. Tästä seuraa ehto

$$\sigma_n = \sigma_p = \sigma_j. \quad (6)$$

Aiemmin mainitun dimensiotoman paksuuden  $\alpha = t_k/t_p$  lisäksi otetaan käyttöön dimensioton hitaussäde  $\rho = i/b_p$  sekä suhteet  $r_t = t_j/t_p$  ja  $r_b = b_j/b_p$ . Yhtälön (6) alkuosasta voidaan ratkaista  $b_p$ :n neliö.

$$\frac{\sqrt{E_t} \rho^2 b_p^2}{L^2} = k_p \sqrt{EE_t} \left( \frac{t_p}{b_p} \right)^2 \quad (7)$$

$$\Rightarrow b_p^4 = \frac{k_p \sqrt{EE_t} t_k^2 L^2}{\sqrt{E_t} \rho^2 \alpha^2} \quad (8)$$

$$\Rightarrow b_p^2 = \left( \frac{E}{E_t} \right)^{1/4} \frac{\sqrt{k_p} t_k L}{\rho \alpha} \quad (9)$$

Sijoittamalla  $b_p^2$  takaisin kaavaan (3) saadaan nurjahdusjännitykseksi

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{E_t} \rho^2}{L^2} \left( \frac{E}{E_t} \right)^{1/4} \frac{\sqrt{k_p} t_k L}{\rho \alpha} \quad (10)$$

$$\sigma_n = \frac{E_t}{E} \left( \frac{E}{E_t} \right)^{1/4} E \frac{\sqrt{k_p} t_k}{\rho L} \quad (11)$$

eli

$$\sigma_n = \bar{n} E \frac{\rho \sqrt{k_p}}{\alpha} \frac{t_k}{L} \quad (12)$$

Vertaamalla kaavoja (2) ja (12) saadaan peruslevyn osalta  $\epsilon$ :lle arvo

$$\epsilon_p = \frac{\rho \sqrt{k_p}}{\alpha} \quad (13)$$

Kaavasta (6) saadaan myös yhtälö

$$\frac{E_t \rho^2 b_p^2}{L^2} = k_j \sqrt{E E_t} \left( \frac{t_p}{b_p} \right)^2 \left( \frac{r_t}{r_b} \right)^2 \quad (14)$$

Kaava (14) saadaan toisaalta kaavasta (7) korvaamalla  $k_p$  suureella  $k_j (r_t/r_b)^2$ , joten lauseketta (13) vastaten voidaan kirjoittaa

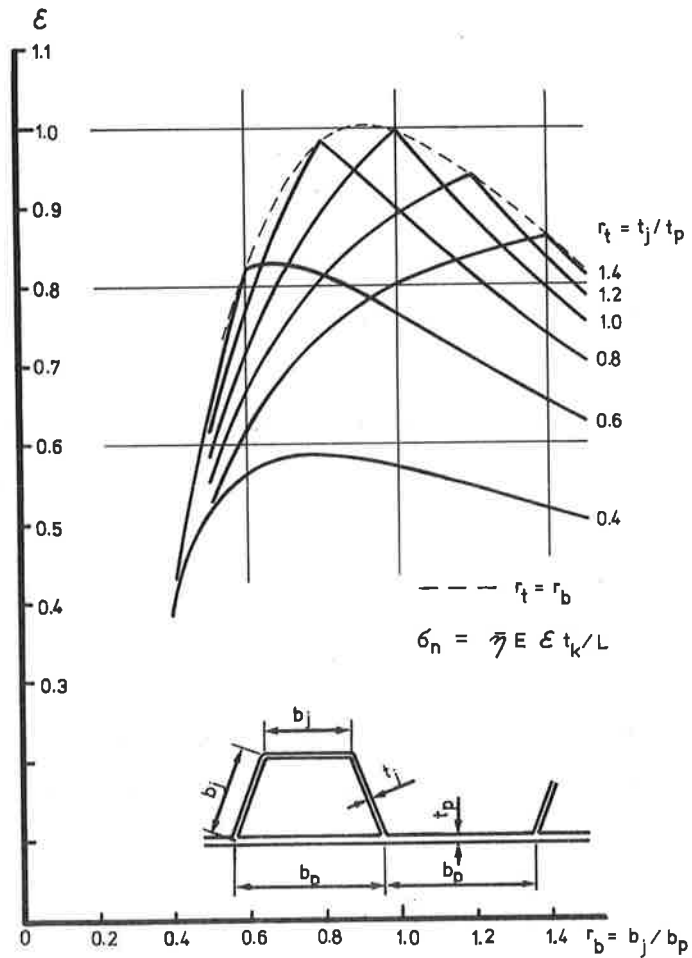
$$\epsilon_j = \frac{\rho \sqrt{k_j} r_t}{\alpha r_b} \quad (15)$$

Sekä peruslevyn että jäykisteen osakentille on lommahduskerroimeksi valittava DIN 4114:n mukaan reunoiltaan vapaasti tuetun laatan lommahduskerroin ( $\nu = 0,3$ )

$$k_p = k_j = \frac{4 \rho^2}{12(1-\nu^2)} = 3,6152. \quad (16)$$

Pitämällä suhde  $r_t$  vakiona ja laskemalla  $\epsilon_p$  ja  $\epsilon_j$ -arvoja sekä valitsemalla näistä pienempi saadaan kuvan 3 esittämiä käyriä  $\epsilon$ :lle  $r_b$ :n funktiona. Käyrissä esiintyvä terävä kulma syntyy siitä,

että näissä pisteissä  $\epsilon_p$  ja  $\epsilon_j$  vaihtavat suuruusjärjestystä. Taitepisteen vasemmalla puolella on suhde  $t_p/b_p$  pienempi kuin  $t_j/b_j$ , joten peruslevyn osakentän lommahdus, ja siten  $\epsilon_p$  määrää rakenteen jäykistyskyvyn. Vastaavasti  $\epsilon_j$  tulee määrääväksi taitepisteen oikealla puolella.



Kuva 3. Trapetsikotelojäykisteen tehokkuuden  $\epsilon$  riippuvuus mittasuhteista



Kun  $r_b$  on likimain välillä 0,6...1,5, saavutetaan  $\epsilon$ :n maksimiarvo käyrän taitepisteessä silloin, kun  $r_b = r_t$ . Piirtämällä  $\epsilon$ -käyrä mittasuhteilla  $r_t = r_b$ , jolloin  $\sigma_p = \sigma_j$ , saadaan kuvan 3 katkoviivan esittämä verhokäyrä saavutettavista  $\epsilon$ -arvoista. Trapetsikotelojäykisteen  $\epsilon_{\max} = 1,002$  saavutetaan likimain suhteilla  $r_t = r_b = 0,9$ .

Kuvassa 3 esitetyt  $\epsilon$ -käyrät on laskettu lähtien otaksumasta, että kukin osakenttä on pitkiltä sivuiltaan nivelellisesti tuettu. Tämä pitää paikkansa neliökotelolla, jolla  $r_b = 1$  (vrt. [6] Fig. 9-3). Mittasuhteilla  $r_b = r_t = 1$  saavutettu  $\epsilon = 0,995$  on siis todellinen huippuarvo. Poikettaessa tästä pisteestä kumpaankin suuntaan tahansa saadaan todellisuudessa  $\epsilon$ :n ilmoittamaa jäykempi rakenne, sillä lommahdusaaltojen solmuvälit eivät enää mene tasan jäykisteesä ja peruslevyissä ja näinollen osakenttien reunat ovat nivelellistä tuentaa jäykemmin kiinnitettyt. Tarkemmassa mitoituksessa tämäkin voidaan käyttää hyväksi [4].

#### 4. KÄYTÄNNÖLLISIÄ NÄKÖKOHTIA

##### 4.1 Optimialue

Aikaisemmin jo mainittiin tavoitteeksi löytää jäykisterakenne, jonka keskipaksuus  $t_k$  on mahdollisimman pieni. Toisaalta peruslevyn paksuuden  $t_p$  tulisi olla suuri, jotta jäykisteväli pysyisi kohtuullisena. Esimerkiksi teräkselle Fe52 käytännöllinen  $b_p/t_p$  suhde on noin 35...50 vastaten lommahdusjännityksiä  $\sigma_p = 329...289 \text{ N/mm}^2$ . Paksuussuhteen  $\alpha$  tulisi siis olla mahdollisimman pieni.

Jo tästä syystä kuvan 1c Y-jäykiste ei käy, mikäli  $t_k$  on todella minimoitava. Tässä suhteessa parhaita muotoja ovat kuvien 1b ja 1e profiilit.

Trapetsikotelon paksuussuhteeksi saadaan

$$\alpha = (b_p t_p + 1,5 b_j t_j) / b_p t_p,$$

josta

$$\alpha = 1 + 1,5 r_b r_t. \quad (17)$$

Taloudellinen optimialue lienee välillä  $r_b = r_t = 0,6 \dots 0,8$ , jolla  $\alpha = 1,54 \dots 1,96$ . Vielä suhdetta  $r_b = 0,6$  pienemmilläkin arvoilla saavutetaan suurempi  $\epsilon$  kuin yleensä käytetyillä standardiprofiilijäykisteillä, joiden korkeus jää huomattavasti pienemmäksi kuin optimin vaatima.

#### 4.2 Kotelojäykisteen mitoituksesta

Koska kaavassa (2) laatan reunoilla ei ole kiinnitystä, se antaa varmasti alarajan reunoiltaan tuetun laatan lommahdusjännitykselle. DIN 4114:n mukaan mitoitettaessa suhteellisuusrajan ylityksen huomioonottava kerroin  $\bar{\eta}$  korvataan siten, että lasketaan ensin ideaalinen lommahdusjännitys  $\sigma_{B_i}$  otaksuen, että  $\bar{\eta} = 1$ , ja haetaan taulukosta vastaava todellinen lommahdusjännitys  $\sigma_B$ . Teräkselle Fe 52 pätee tieto- ja laskukonesovellutuksia ajatellen käyttöalueella hyvällä tarkkuudella muunnoskaava

$$\frac{\sigma_B}{\text{N/mm}^2} = 353 - \frac{11990}{\left(\frac{\sigma_{Bi}}{\text{N/mm}^2} - 110\right)} \quad (18)$$

kun  $\sigma_{Bi}$  ylittää suhteellisuusrajan  $283 \text{ N/mm}^2$ .

Kun sopiva kotelojäkiste on valittu, voidaan kokonaiskentän ideaalinen lommahdusjännitys määrittää tavanomaisin keinoin pitämällä yhtä jäykisteenpuolikasta erillisenä L-profiilina, jonka jäykkysominaisuudet voidaan laskea. Näin menetellen jää huomioon ottamatta kotelojäkisteen vääntöjäykkyys, joka jää ylimääräiseksi varmuudeksi. Laatan ideaalisen lommahdusjännityksen  $\sigma_{Bi}$  ja samanpituisen levysauvan ideaalisen nurjahdusjännityksen  $\sigma_{ni} = E \epsilon_{t_k/L}$  välillä olisi varmaan johdettavissa muunnoskaava tieteellisinkin menetelmin, mutta pelkästään kokeilemalla voi kukin käyttäjä omalla käyttöalueellaan laatia yksinkertaisen, muotoa

$$\sigma_{Bi} = f(\sigma_{ni}, L, B) \quad (19)$$

olevan muunnoskaavan, missä B on laatan leveys. Tällaisella kaavalla päästään karkeassa suunnittelussa nopeasti halutulle jännitysalueelle. Itse asiassa  $\sigma_{Bi}$ :n virheet vaikuttavat vain vähän  $\sigma_B$ :een, kun lommahdusjännitys on asetettu taloudellisesti suhteellisuusrajan yläpuolelle.

4.3 Kotelojäykiste uumalevyssä

Uumalevyssä normaalijännitykset ovat pienempiä ja leikkauksesta vain pieni osa kulkee kotelojäykisteen kautta. Tästä syystä osakentät voivat olla hoikempia kuin parrelevyssä. Huomio on kiinnitettävä vain mahdollisimman suuren jäykkyyden aikaansaamiseen pienellä jäykistemateriaalimäärällä, koska jäykiste ei toimi leikkausta kantavana materiaalina. Uumaan soveltuva trapetsikotelojäykiste lähenee muodoltaan tasakylkistä kolmiota.

KIRJALLISUUTTA

- 1 DIN 4114 Stabilitätsfälle, Blatt 1 Juli 1952, Blatt 2 Februar 1953.
- 2 Emero, D.H. and Spunt, L., Wing box optimization shear and bending, J. Aircraft, March-April 1966.
- 3 Riikonen, I., Jäykistetyn levysauvan optimaalisista mittasuhteista, Lentokoneensuunnittelun harjoitustyö, HTKK, 1970.
- 4 Rivello, Theory and analysis of flight structures, New York, McGraw-Hill, 1969, 516 s.
- 5 Shanley, F.R., Weight - strength analysis of aircraft structures, Second edition, New York, Dover Publications, Inc., 1960, 404 s.
- 6 Timoshenko & Gere, Theory of elastic stability, Second edition, Tokyo, Kögakusha, 1961, 541 s.
- 7 Volke, E., Die Stormbrücke im Zuge der Nordbrücke Mannheim - Ludwigshafen, Der Stahlbau (1973) 5.
- 8 Granzen, H., Fahrbahnplatten für Strassenbrücken - Aufbau und neuzeitliche Fertigung, Schweissen und Schneiden 25 (1973) 9.

Ilkka Riikonen, dipl.ins., Kone Oy, Nosturitehdas, Hyvinkää