

TERÄSBETONIRAKENTEIDEN HALKEILUMEKANISMISTA JA HALKEAMAN- LEVEYDEN MÄÄRITTÄMISESTÄ

ASKO SARJA

Rakenteiden Mekaniikka
7 (1974) 3, s. 157...172
Rakenteiden Mekaniikan
Seura, Helsinki

YHTEENVETO

Artikkelissa tarkastellaan teräsbetonirakenteiden halkeilumekanismia ja halkeaman leveyden määrittämenetelmiä. Eräistä halkeiluteorioista esitetään periaatteet ja mitoituskaavat. Halkeaman leveyden määrittämisestä käytännön mitoituksessa esitetään periaatteita ja tarkastellaan mitoituskaavojen tarkkuutta.

1. YLEISTÄ

Teräsbetonirakenteiden halkeilulla on vaikutusta rakenteen

- jäykkyyteen ja muodonmuutoksiin,
- tiiveyteen,
- ulkonäköön ja
- säilyvyyteen.

Vaikutukset rakenteen jäykkyyteen ja muodonmuutoksiin otetaan huomioon jäykkyyden ja muodonmuutosten laskumenetelmissä eikä niitä käsitellä tässä kirjoituksessa.

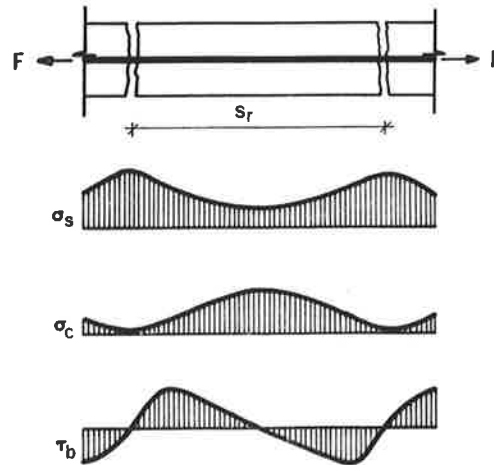
Kun selvitetään halkeilun vaikutuksia rakenteen tiiveyteen, ulkonäköön ja säilyvyyteen, joudutaan tavallisesti määrittämään käyttötilassa syntyvien halkeamien maksimileveys. Tuloksia verrataan normien ja ohjeiden sallittuihin arvoihin, jotka on määriteltä erilaisille käyttöolosuhteille siten, että rakenteen äänen-eristyskyky, vesitiiveys ja ulkonäkö sekä raudoituksen korroosionkestävyys täyttävät halutut vaatimukset.

Halkeilua syntyy toisaalta ulkoisista kuormituksista syntyvistä rasituksista, toisaalta betonin kutistumisesta, rakenteiden lämpötilaeroista ja tukien siirtymistä aiheutuvista pakkovoimista. Tässä kirjoituksessa tarkastellaan lähinnä ulkoisesta kuormituksesta syntyvää halkeilua, jota käytännön mitoituksessakin tavallisesti tarkastellaan. Muista syistä syntyvät halkeamat rajoitetaan tavallisesti lisäteräksillä, joiden määrä ja sijainti on annettu normien ja ohjeiden rakenteellisissa määräyksissä.

2. TAIVUTETUN RAKENTEEN HALKEILUTAPA

Kun taivutetun rakenteen kuormitusta lisätään, syntyy eniten rasitettuun kohtaan betonin vetohalkeama silloin, kun jännitys ylittää betonin vetolujuuden. Kuormitusta edelleen lisättäessä syntyy uusia halkeamia ensimmäisten halkeamien läheisyyteen. Aluksi halkeaman leveys kasvaa hitaasti ja halkeamien lukumäärä nopeasti.

Aivan halkeaman reunaan syntyy terästangon tartuntajännityksen huippuarvo, jolloin tangon ja betonin välille syntyy liukumaa. Liukumasta johtuen betonin vetojännitys pienenee halkeamien välillä. Betonin ja teräksen jännitysten jakautumat on esitetty kuvassa 1.



Kuva 1. Vedetyn rakenteen osan malliprisma sekä betonin ja terästen veto- ja tartuntajännitysten jakautuma halkeamien välisellä alueella

Uusia halkeamia syntyy kuorman kasvaessa niin tiheään, että betonin vetojännitys halkeamien välillä ei ylitä vetolujuutta. Tätä tilaa nimitetään halkeamien stabiloitumiseksi. Stabiloitumisen jälkeen kuorman kasvaminen lisää ensi sijassa halkeamien kokoa lukumäärän pysyessä likimäärin entisenä. Eri tekijöiden vaikutusta halkeamanmuodostukseen on käsitelty tarkemmin lähteessä [14].

3. HALKEILUTARKASTELUJEN KEHITYS

Teräsbetonirakenteiden halkeilu on kiinnostanut tutkijoita jo mitoitusmenetelmien kehittelyn alkuvaiheista eli viime vuosisadan vaihteen tienoilta alkaen.

Salinger julkaisi v. 1936 vedetyn teräsbetonirakenteen halkeaman leveyden määrittyskaavat, joihin halkeilun tarkastelu perustui sen jälkeen parin vuosikymmenen ajan [13]. Salinger esitti halkeamavälin määrittämistä varten kaavan

$$s = \frac{k \varnothing}{\rho}, \quad (1)$$

missä

s on halkeamaväli,

\varnothing terästangon läpimitta,

ρ suhteellinen teräspinta-ala ja

k terästangon tartuntakerroin.

Halkeaman maksimileveys saadaan silloin kaavasta

$$w_{\max} = \frac{K \sigma_s \varnothing}{\rho}, \quad (2)$$

missä

K on kerroin ja

σ_s teräksen jännitys.

Myöhemmissä kokeissa todettiin Salingerin kaavojen periaate sopivaksi vedetyn kappaleen halkeamatarkastelussa. Taivutetun rakenteen ollessa kyseessä tuli lähinnä tekijöiden \varnothing ja ρ vaikutus liian voimakkaaksi.

Eräät tutkijat päätyivät siihen, että teräksen jännityksen ohella suojabetonikerroksen paksuudella on tärkeä merkitys halkeaman leveyteen. Tähän ryhmään kuuluu mm. Bromsin tutkimus [3]. Tutkimuksessa tehdään päätelmiä halkeamavälistä idealisoidun betonin jännitysmallin avulla. Halkeaman maksimileveydelle saadaan kaava

$$w_{\max} = k t \sigma_s, \quad (3)$$

missä

k on kerroin,

t suojabetonikerroksen paksuus ja

σ_s teräsjännitys.

Bromsin kaavatyyppin on havaittu sopivan rakenteisiin, joiden suhteellinen teräspinta-ala on niin suuri, että terästen tartunta ei petä halkeamien läheisyydessä [12]. Tämä tapaus vastaa Bromsin teorian perusteita.

Kolmas halkeamanleveyden tarkastelutapa on kehittää kaavoja laajojen kokeiden tulosten tilastollisella tarkastelulla. Tällaisia kaavoja on kehitetty erityisesti USA:ssa.

Tilastollisella tarkastelulla kehitetyillä kaavoilla on saatu tilastoaineistoon ja samanlaisiin tapauksiin hyvin yhtyviä tuloksia. Käytön laajentaminen muunlaisiin tapauksiin ei ole useinkaan mahdollista, koska kaavojen pätevyysalue ei ulotu niihin.

Erilaisista lähtökohdista johtuen on halkeaman leveyden kaavatyypeissä kehittynyt kaksi koulukuntaa. Lähinnä saksalaiseksi voidaan nimittää kaavatyyppiä, joka painottaa raudituksen eli teräksen jännityksen, teräksen läpimitan ja suhteellisen teräspinta-alan merkitystä. Anglo-saksinen suuntaus taas painottaa teräksen suojabetonikerroksen paksuuden merkitystä. Tämä periaatteellinen ero voidaan havaita tutkimusten lisäksi myös eri maiden normeissa [1], [4], [5].

Teräsbetonirakenteiden tutkimuksen edistyessä on ruvettu selvittämään yksityiskohtaisesti betonin ja teräksen yhteistoimintaa. Tältä pohjalta on kehitetty erilaisia toimintamalleja. Malleihin sisältyy vakioita, joiden arvot voidaan määrittää eri tapauksia varten koetuloksista. Tällaisten mallien avulla saadaan halkeaman leveyden määrittämistä varten entistä yleispätevämpiä ja luotettavampia kaavoja.

Murtumismekaniikan avulla on mahdollista tutkia betonin halkeiluilmioita ja esimerkiksi elementtimenetelmällä on saatu lupaavia tuloksia [12], [16]. Myös todennäköisyyslaskelmia on sovellettu halkeamien tarkasteluun [15]. Nämä menetelmät ovat tällä hetkellä tutkijoiden käytössä, mutta käytännön mitoitukseen niitä ei ole sovellettu.

4. TERÄSBETONIN HALKEILUMALLEJA

4.1 CEB:n malli

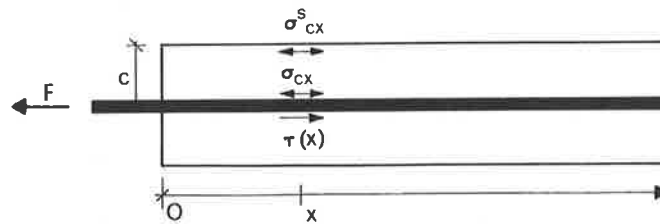
CEB:n käsikirjassa [9] on esitetty halkeamanleveyden laskukaava, joka perustuu Ferry Borges'in tutkimuksissa kehitettyyn malliin [6].

Rakenteen vedetyltä osalta otaksutaan erotetuksi kuvan 1 mukainen prisma, jonka sisällä ovat vetoteräokset.

Keskimääräinen halkeaman leveys on tällöin

$$w_m = s_r (\epsilon_s - \epsilon_c). \quad (4)$$

Halkeamavälin s_r määrittämistä varten tarkastellaan kuvan 2 mukaisen halkeamien välisen prisman jännitystilaa.



Kuva 2. Betonin jännitykset halkeamien välisellä alueella.

Aluksi ajatellaan betonin noudattavan Bernoullin otaksumaa ja Hooken lakia ja jännityksen olevan siten kussakin poikkileikkauksessa vakion.

Kuvan 2 mukaisia merkintöjä käyttämällä saadaan

$$\sigma_{cx} = \frac{F}{A_c} = \frac{1}{A_c} \int_0^x \tau(x) u dx, \quad (5)$$

missä

u on terästankojen ympäröimä.

Kun määritellään keskimääräinen tartuntajännitys

$$\tau_m = \frac{1}{x} \int_0^x \tau(x) dx, \quad (6)$$

saadaan

$$\sigma_{cx} = \frac{u \tau_m}{A_c} x. \quad (7)$$

Kun jännitys σ_{cx} poikkileikkauksessa ei ole vakio saadaan prisman pinnan jännitys

$$\sigma_{cx}^s = f \left(\frac{c}{x} \right) \sigma_{cx}. \quad (8)$$

Funktiolle $f \left(\frac{c}{x} \right)$ voidaan otaksua muoto

$$f \left(\frac{c}{x} \right) = 1 - \xi_1 \frac{c}{x}, \quad (9)$$

missä ξ_1 on vakio. Tällöin

$$\sigma_{cx}^s = \frac{u \tau_m}{A_c} \left(1 - \xi_1 \frac{c}{x} \right) x. \quad (10)$$

Halkeamien kohdalla on

$$\begin{aligned} x &= s_r \\ \sigma_{cx}^s &= f_{ct} \end{aligned} \quad (11)$$

missä

f_{ct} on betonin vetolujuus.

Halkeamavälille saadaan yhtälöistä (10) ja (11) kaava

$$s_r = \xi_1 c + \frac{f_{ct} A_c}{\tau_m u}. \quad (12)$$

Keskimääräinen tartuntajännitys τ_m riippuu pääasiassa terästangon muodosta ja betonin vetolujuudesta. Otaksumalla tartuntajännitys likimäärin murtotilan mukaisesti verrannolliseksi betonin vetolujuuteen f_{ct} , voidaan kaavassa (12) käyttää vakio-suhdetta

$$\frac{f_{ct}}{\tau_m} = \xi_2 \quad (13)$$

suhde

$$\frac{A_c}{u}$$

voidaan esittää muodossa

$$\frac{A_c}{u} = \frac{A_s A_c}{A_s u} = \frac{n \varnothing^2}{un \varnothing \rho} = \frac{\varnothing}{u\rho} \quad (14)$$

missä

n on terästankojen lukumäärä ja

\varnothing terästankojen läpimitta.

Halkeamavälille saadaan kaava

$$s_r = \xi_1 c + \xi_2 \frac{\varnothing}{\rho} \quad (15)$$

Jos terästankojen läpimitta ei ole kaikilla tangoilla sama saadaan

$$s_r = \xi_1 c + \frac{u A_c}{\sum_i \frac{u_i}{\xi_{2i}}} \quad (16)$$

Keskimääräinen halkeaman leveys voidaan nyt laskea kaavasta (4). Halkeamien lukumäärän stabiloitumisen jälkeen betonin keskimääräinen venymä ϵ_c on alle kymmenesosa teräksen keskimääräisestä venymästä ϵ_s , joten ϵ_c voidaan jättää kaavasta pois. Halkeaman leveydelle saadaan tällöin yksinkertainen kaava

$$w_m = s_r \epsilon_s. \quad (17)$$

Teräksen keskimääräinen venymä saadaan vähentämällä haljenneen poikkileikkauksen mukaan määritetystä teräksen jännityksestä σ_s halkeamien välisen toimivan betonin vaikutus. Venymä voidaan esittää tällöin muodossa

$$\epsilon_s = \frac{1}{E_s} \left(\sigma_s - \frac{\xi_3^1 f_{ct}}{\rho} \right). \quad (18)$$

Kaavoista (15), (17) ja (18) saadaan nyt halkeaman leveyden kaava

$$w_m = \frac{1}{E_s} \left(\xi_1 c + \xi_2 \frac{\phi}{\rho} \right) \left(\sigma_s - \frac{\xi_3}{\rho} \right), \quad (19)$$

missä $\xi_3^1 f_{ct}$ on korvattu tekijällä ξ_3 .

Sijoittamalla E_s ja harjatangoille sopivat kertoimien arvot

$$\xi_1 = 1,5, \quad \xi_2 = 0,04, \quad \xi_3 = 75 \text{ N/cm}^2$$

saadaan keskimääräinen halkeaman leveys määritetyksi. Kun otetaan huomioon, että halkeaman leveyden variaatiokerroin on noin 0,4, saadaan 5 % ylitystodennäköisyydellä määritettyä halkeaman maksimileveys kaavasta

$$w_{\max} = (1 + 1,65 \cdot 0,4) w_m = 1,66 w_m. \quad (20)$$

Halkeaman leveydelle saadaan tällöin kaava

$$w_{\max} = \left(1,5c + 0,04 \frac{\phi}{\rho} \right) \left(\sigma_s - \frac{0,75}{\rho} \right) \cdot 10^{-5}, \quad (21)$$

missä

w_{\max} = halkeaman leveyden karakteristinen arvo (mm)

c = suojabetonikerroksen paksuus uloimpien pääterästen pinnasta mitattuna (mm)

ϕ = tangon läpimitta (mm)

ρ = suhteellinen teräspinta-ala

σ_s = teräsjännitys (MN/m^2)

Kaavaa voidaan käyttää palkeilla ja laatoilla, kun suhteellisen teräspinta-alan ρ arvo on vähintään 0,01 ja käytetään harjateräksiä. Sileiden terästankojen ollessa kyseessä käytetään halkeaman leveydelle lisäkerrointa 1,3.

Lähteessä 9 on verrattu kaavan (21) tuloksia erilaisilla harjatangoilla raudoitettujen teräsbetonirakenteiden kokeissa todettuihin tuloksiin. Kokeissa teräksen jännitys vaihteli $210 \dots 400 \text{ N/mm}^2$ välillä ja koetuloksia on vertailussa ollut noin kaksisataa kappaletta. Lasketun ja kokeissa todetun keskimääräisen halkeamanleveyden suhteen keskiarvo oli 1,03 ja variaatiokerroin 0,32. Keskimäärin kaava antoi siis varsin hyviä tuloksia, mutta hajonta on melko suuri.

Soretz on lähteessä [9] verrannut kaavan (21) tuloksia yhteensä 87 palkin koetuloksiin. Hän on todennut kokeissa mitattujen suurempien halkeamanleveyksien olleen noin puolet kaavalla saaduista halkeamanleveyksistä. Eron hän selittää johtuvan niistä tekijöistä, joita ei ole otettu kaavassa huomioon. Näitä ovat mm. palkin koko ja muoto.

4.2 Beebyn teoria

Halkeama vaikuttaa betonin jännitystilaan vain suhteellisen lähellä halkeamaa. St. Venantin periaatteen mukaan vaikutusetäisyys on lineaarisesti verrannollinen halkeaman korkeuteen k_0 . Beeby otaksuu, että halkeaman vaikutus häviää etäisyydellä k_0 halkeamasta. Koska betonin jännitys pienenee halkeaman etäisyydelle k_0 saakka halkeamasta lukien, on epätodennäköistä, että seuraava halkeama syntyy etäisyyttä k_0 lähemmäksi edellistä halkeamaa. Jos seuraava halkeama syntyy hiukan yli $2 k_0$ etäisyydelle edellisestä, betonin jännitys näiden halkeamien välillä jää

muuttumatta ja siihen saattaa syntyä seuraava halkeama. Jos halkeama syntyy hiukan etäisyyttä $2 k_0$ lähemmäksi edellistä halkeamaa, betonin jännitys pienenee koko välillä ja uutta halkeamaa ei näiden väliin todennäköisesti synny. Halkeamavälillä on siten tietty jakautuma arvojen k_0 ja $2 k_0$ välillä.

Jos terästangon ja betonin välinen tartunta otaksutaan halkeamankin kohdalla jäykäksi, jolloin liukumista ei tapahdu, on rakenteen pinnan halkeaman leveys riippuvainen suojabetonikerroksen paksuudesta c . Toinen ääritapaus on, että terästankojen ja betonin välillä tapahtuu liukumista siinä määrin, että halkeaman korkeus k_0 yksin määrää halkeamanvälin. Käytännön arvot ovat näiden välillä.

Kun edellä esitetyt periaatteet on esitetty kaavamuodossa, vakiot määritetty koetuloksista ja tehty eräitä likimääräisiä yksinkertaistuksia, on saatu kaava

$$w_{\max} = \frac{3 c \epsilon}{1 + 2 \frac{c - c_0}{h - d_n}} \quad (22)$$

$$\epsilon = \left(\epsilon_{st} - \frac{2,5 b d 10^{-6}}{A_{st}} \right) \frac{h - d_n}{d - d_n},$$

missä

- c on tarkasteltavan pisteen etäisyys lähimmän teräksen pinnasta,
- c_0 pienin suojabetonikerroksen paksuus,
- σ_s teräksen venymä, kun betonin vedettyä osaa ei oteta huomioon,
- h rakenteen korkeus
- d_n neutraaliakselin etäisyys rakenteen alapinnasta
- d rakenteen hyödyllinen korkeus
- b rakenteen leveys
- A_{st} vetoterästen poikkileikkausala
- ϵ_{st} vetoterästen venymä, kun betoni otaksutaan vetoalueelta halkeilluksi.

Lähteessä [2] todetaan edelläesitetyn yhtälön soveltuvan hyvin laattojen halkeamanleveyden määrittämiseen.

4.3 Holmbergin ja Lindgrenin kaava 7

Holmberg ja Lindgren ovat tarkastelleet koetuloksia ja todenneet, että halkeamaväli on lineaarisesti riippuvainen tekijästä

$$\sqrt{C \frac{B_0}{\sum \emptyset}}, \quad (23)$$

missä

C on suojabetonikerroksen paksuus (cm),

B_0 sen poikkileikkauksen osan pinta-ala, jota rajoittaa betonin pinta ja jonka painopiste yhtyy terästen painopisteeseen (cm²), ja

$\sum \emptyset$ vetoterästen läpimittojen summa (cm)

Koetulosten tilastollisella tarkastelulla on saatu halkeamavälin yhtälöksi

$$s_r = 6 + \beta \sqrt{C \frac{B_0}{\sum \emptyset}}, \quad (24)$$

jolloin tulos saadaan cm:nä. Kaavassa on

$\beta = 1,0$ sileälle tangolle ja

$\beta = 0,8$ harjatangolle.

Halkeaman maksimileveys saadaan kertomalla keskimääräinen halkeamaväli teräsvenymällä ja tämä tulo kertoimella 1,7.

Tällöin saadaan kaava

$$w_{\max} = \epsilon_s \cdot \left(10 + k \cdot \sqrt{\frac{cB_0}{\sum \emptyset}} \right), \quad (25)$$

missä

w_{\max} = halkeaman leveyden karakteristinen arvo (cm)

ϵ_s = teräsvenymä

c = suojabetonikerroksen paksuus pintaa lähinnä olevan tangon pinnasta betonipintaan mitattuna (cm)

B_o = sen poikkileikkauksen osan pinta-ala, jota rajoittaa betonin pinta ja jonka painopiste yhtyy terästen painopisteeseen (cm²)

\emptyset = terästangon läpimitta (cm)

k = 1,3 harjatangoille

k = 1,7 sileille tangoille

Kaavaa voidaan käyttää yhdistetyn taivutuksen ja puristuksen rasittaman poikkileikkauksen tapauksessa.

5. RAKENTEIDEN MITOITTAMINEN HALKEILURAJATILASSA

Halkeilurajatila kuuluu rakenteen käyttörajatiloihin ja mitoituksessa käytetään kuormitusnormien mukaisia suunnittelukuormia. Rakenne mitoitetaan siten, että halkeaman maksimileveys ei ylitä normeissa määrättyjä ylärajoja. Sallitut arvot ovat tavallisesti 0,1, 0,2 ja 0,3 mm käyttöolosuhteista riippuen.

Halkeaman leveyteen vaikuttavat kuormituksen lisäksi rakenteen kutistuma, rakenneosien väliset lämpötilaerot ja tukien liikkeet. Yleensä näiden tekijöiden vaikutus katsotaan niin pieneksi, ettei niitä oteta huomioon mitoituksessa. Esimerkiksi lämpötilaerojen vaikutus voidaan jättää huomiotta, jos ero on alle 20°C [11]. Siinä tapauksessa, että pakkovoimien vaikutus on syytä ottaa laskelmissa huomioon, vaikutus voidaan likimääräisesti laskea esim. samalla kaavalla kuin kuormituksen vaikutus antamalla terästankojen venymälle pakkovoimasta tuleva lisäys.

Halkeaman leveyden kaavat perustuvat toistaiseksi melko likimääräisiin perusoletuksiin, jotka eivät ole tarkasti todenmukaisia. Siksi kaavoilla saatavia tuloksia ei ole syytä pitää tarkkoina, vaan lähinnä suuruusluokkaa osoittavina.

Edellä on käsitelty lähinnä taivutetun rakenteen halkeamia. Myös leikkausvoima aiheuttaa halkeamia, jotka täytyy tarvittaessa ottaa mitoituksessa huomioon. Leikkaushalkeaman leveyden määrittämisestä on käsitelty lähteessä [14], jossa on esitetty myös pitkäaikaisen ja väsytytkuorman vaikutuksia. Laskelmien suorittaminen käsinlaskuna on melko työlästä. Siksi kannattaa käyttää käyrästäjä. Eräitä CEB:n käyrästäjä on esitetty lähteessä [14]. Myös lähteessä [11] on käyrästäjä.

Halkeaman leveyksien laskeminen ei ole aina tarpeen, koska rakenne voidaan suunnitella sellaiseksi, että halkeamarajatila ei tule määrääväksi. Tämä tapaus määritellään normeissa ja ohjeissa antamalla rajoituksia rakenteen hyödylliselle korkeudelle, suhteelliselle teräspinta-alalle ja teräksien jännityksille käyttötilassa. Siinä tapauksessa, että näistä rajoituksista poiketaan, halkeamanleveys joudutaan tarkastamaan.

6. LOPPUPÄÄTELMÄT

Teräsbetonirakenteiden halkeilu on hyvin monitahoinen ja häiriöille herkkä ilmiö, minkä takia tarkkojen laskentamenetelmien kehittäminen on vaikeaa ja eri kokeissakin saadaan toisistaan poikkeavia tuloksia. Yksinkertaisista perusoletuksista lähtien on kehitetty halkeama leveyden laskukaavoja, joilla mitoitus voidaan suorittaa suuruusluokan tarkkuudella. Kaavoista puuttuu toistaiseksi esimerkiksi rakenteen koon, halkeamavälin ja alkuhalkeamien vaikutukset vaikka näillä tekijöillä on selvä vaikutus halkeamaväliin ja halkeamaleveyteen. Myös pakkovoimien vaikutus ja erilaisten rasitusten yhteisvaikutus kaipaavat lisäselvitystä.

KIRJALLISUUTTA

- 1 ACI 318-71. Building code requirements for reinforced concrete.
- 2 Beeby, A.W., The prediction and control of flexural cracking in reinforced concrete members. American Concrete Institute. Special publication 30. Cracking, deflection, and ultimate load of concrete slab systems. Detroit, Mich. 1971, s. 55...75.
- 3 Broms, B.B., Crack width and crack spacing in reinforced concrete members. J. Am. Concr. Inst., 62 (1965) 10, s. 1237...1256.
- 4 CP110: Part 1. Code of practice for the structural use of concrete. British Standards Institution. 1972.
- 5 DIN 1045. Beton- und Stahlbetonbau. 1970.
- 6 Ferry Borges, J., Structural concrete fundamentals. Comité Européen du Béton. International course on structural concrete. Lisbon 1973. C6-1. LNEC. 145 s.
- 7 Holmberg, A. & Lindgren, S., Crack spacing and crack widths due to normal force or bending moment. Stockholm 1970. National Swedish Building Research. Document D 2. 57 s.
- 8 International recommendations for the design and construction of concrete structures. Principles and recommendations. Sixth FIP congress Prague 1970. Comité Européen du Béton, Federation Internationale de la Précontrainte. London 1970. 80 s.
- 9 Manuel de calcul "Fissuration". Paris 1973. Comité Européen du Béton. Bulletin d'information no 89.
- 10 Placas, A. & Regan, P.E., Shear failure of reinforced concrete beams. J. Am. Concr. Inst. 68 (1971) 10, s. 763...773.
- 11 Reinforced concrete. An international manual. UNESCO. London, Butterworths, 1971, s. 285...310.
- 12 Rostam & Byskov, E., Cracks in concrete structures, a fracture mechanics approach. Copenhagen 1973. Technical University of Denmark, Structural Research Laboratory, Rapport nr. R 34. 18 s.
- 13 Salinger, R., High grade steel in reinforced concrete. 2nd congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering. Berlin-München 1936. Preliminary publication. Berlin. Wilhelm Ernst & Sohn, 1936, s. 293...315.
- 14 Sarja, A., Teräsbetonirakenteiden mitoitus käyttötilassa. Helsinki 1974. Suomen Rakennusinsinöörien Liitto. Suomen Betoniyhdistys. Julkaisu RIL 104. Teräsbetonirakenteiden suunnittelu osa II, s. 81...118.

- 15 Tichy, M. & Vorlicek, M., Statistical theory of cracking load of prestressed sections. Acta technica CSAV, 10 (1965) 6, s. 767...783.
- 16 Venkateswarlu, B. & Gesund, H., Cracking and bond slip in concrete beams. Am. Soc. civ. Engrs. J. Struct. Div. 98 (1972) 12, s. 2663...2683.

Asko Sarja, dipl.ins. Valtion teknillinen tutkimuskeskus, Otaniemi