

MARTTI MIKKOLA JA SEPPO SALONEN

Rakenteiden Mekaniikka  
7 (1974) 2, s. 78...93  
Rakenteiden Mekaniikan  
Seura, Helsinki

---

#### YHTEENVETO

Artikkelissa käsitellään jatkuvan, kimmoisen ympyrärengaslaatan ratkaisemista siirtymämenetelmällä. Rakenne ja siihen vaikuttava kuormitus oletetaan pyörähdyssymmetrisiksi. Tuot voivat olla painumattomia tai joustavia.

Ratkaisuperiaate on sama kuin sauvarakenteiden siirtymämenetelmässä. Määritetään reunamomenttien ja -leikkausvoimien riippuvuus reunataipumista ja -kaltevuuksista kuormittamattomalle laatalle. Näihin voimasuureisiin lisätään jäykästi kiinnitetyn rengaslaatan kuormituksesta aiheutuvat tukimomentit ja -leikkausvoimat. Tasapainoehdoista saadaan yhtälöryhmä tuntemattomien taipumien  $w$  ja kaltevuuksien  $\phi$  määrittämiseksi.

Kuormituksena on tarkasteltu tasaista kuormaa  $p$  (joka voi olla eri suuri eri kentissä) ja symmetristä viivakuormaa. Eräitä seuraavassa esitettäviä kaavoja kuten muitakin pyörähdyssymmetristen tapausten ratkaisuja löytyy teoksesta [1], jossa kuitenkin eräät tu-

lokset ovat painovirheiden takia käyttökelvottomia.

## 1. HOMOGEENISET RATKAISUT

### 1.1. Yleiset lausekkeet

Laatan differentiaaliyhtälö napakoordinaatistossa on pyörähdyssymmetrisessä tapauksessa [2]:

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} = \frac{p(r)}{D}, \quad (1)$$

jossa  $w$  on laatan taipuma,  $p(r)$  laatalle jakautuneen kuorman intensiteetti ja  $D$  laatan jäykkyys:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

tavanomaisin merkinnöin. Yhtälöä (1) vastaavan homogeenisen yhtälön ratkaisu on

$$w = C_1 \rho^2 \ln \rho^2 + C_2 \rho^2 + C_3 \ln \rho^2 + C_4, \quad (3)$$

jossa  $\rho = r/a$  on dimensioton koordinaatti ja  $C_1 \dots C_4$  ovat vakioita. Yhtälöstä (3) saadaan laatan kaltevuudelle lauseke

$$\phi = \frac{1}{a} \frac{dw}{d\rho} = \frac{1}{a} (2C_1 \rho \ln \rho^2 + 2C_1 \rho + 2C_2 \rho + 2C_3 \frac{1}{\rho}). \quad (4)$$

Laatan taivutusmomentit ovat [2, s. 283 ja s. 50]

$$M_r = -D \left( \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dw}{dr} \right) - D(1+\nu) \frac{\alpha_t \Delta T}{h}, \quad (5)$$

$$M_\phi = -D \left( \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \nu \frac{d^2 w}{dr^2} \right) - D(1+\nu) \frac{\alpha_t \Delta T}{h}, \quad (6)$$

joissa  $\alpha_t$  on aineen lämpöpiteneemiskerroin ja  $\Delta T$  laatan ala- ja yläpinnan lämpötilojen erotus. Yhtälöstä (4) saadaan käyritykselle lauseke

$$\frac{d^2 w}{dr^2} = \frac{1}{a^2} \frac{d^2 w}{d\rho^2} = \frac{1}{a^2} (2C_1 \ln \rho^2 + 6C_1 + 2C_2 - 2C_3 \frac{1}{\rho^2}). \quad (7)$$

Laatan leikkausvoima  $Q_r$  on [2]

$$Q_r = \frac{dM_r}{dr} + \frac{1}{r} (M_r - M_\phi) = -D \left( \frac{d^3 w}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dw}{dr} \right). \quad (8)$$

Yhtälöiden (4) ja (7) mukaisesti saadaan:

$$Q_r = -\frac{8D}{a^3 \rho} C_1. \quad (9)$$

Tämä on myös korvikeleikkausvoiman lauseke, sillä laatan vääntömomentti on [2]

$$M_{r\phi} = -D(1-\nu) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) = 0. \quad (10)$$

## 1.2. Reunakaltevuudet $\phi_1$ ja $\phi_2$ .

Tarkastellaan rengaslaattaa, jonka reunoilla on kaltevuudet  $\phi_1$  ja  $\phi_2$  ja tuet ovat painumattomat (kuva 1a,b). Reunaehdoista

$$\left. \begin{aligned} w(\beta) &= w(1) = 0 \\ \phi(\beta) &= \phi_1 \\ \phi(1) &= \phi_2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

saadaan määritetyiksi lausekkeen (3) vakiot  $C_1 \dots C_4$ :

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{a}{2A} [-(1-\beta^2 + \ln\beta^2)(\beta\phi_1 - \phi_2) - (1-\beta^2) \ln\beta^2 \phi_2] \\ C_2 &= \frac{a}{2A} [(1-\beta^2) \ln\beta^2(\beta\phi_1 - \phi_2) + (1-\beta^2 - \beta^2 \ln\beta^2) \ln\beta^2 \phi_2] \\ C_3 &= \frac{a}{2} \phi_2 - (C_1 + C_2) \\ C_4 &= -C_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Reunamomenteille saadaan tapauksessa  $\Delta T = 0$  yhtälöstä (5) lausekkeet

$$M_1 = M_r(\beta) = \frac{D}{b} [A_{11}\phi_1 + A_{12}\phi_2 - \nu \frac{1-\beta}{\beta} \phi_1], \quad (13)$$

$$M_2 = M_r(1) = -\frac{D}{b} [\beta A_{12}\phi_1 + A_{22}\phi_2 + \nu(1-\beta)\phi_2], \quad (14)$$

joissa

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \frac{1-\beta}{\beta A} [(1-\beta^2)(1+3\beta^2) + 4\beta^2 \ln \beta^2 + \beta^2(\ln \beta^2)^2] \\ A_{12} &= -\frac{2(1-\beta)}{A} [2(1-\beta^2) + (1+\beta^2) \ln \beta^2] \\ A_{22} &= \frac{1-\beta}{A} [(1-\beta^2)(3+\beta^2) + 4\beta^2 \ln \beta^2 - \beta^2(\ln \beta^2)^2] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ja

$$A = (1-\beta^2)^2 - \beta^2(\ln \beta^2)^2 . \quad (16)$$

Rengaslaatan reunaan vaikuttaville leikkausvoimille saadaan yhtälö-  
tä (9) lausekkeet

$$Q_1 = Q_r(\beta) = -\frac{D}{b^2} [B_1\phi_1 + \frac{B_2}{\beta}\phi_2] , \quad (17)$$

$$Q_2 = Q_r(1) = -\frac{D}{b^2} [\beta B_1\phi_1 + B_2\phi_2] , \quad (18)$$

joissa

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= -\frac{4(1-\beta)^2}{A} (1-\beta^2 + \ln \beta^2) , \\ B_2 &= \frac{4(1-\beta)^2}{A} (1-\beta^2 + \beta^2 \ln \beta^2) . \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

### 1.3. Reunojen välinen taipumasero $w_2 - w_1$ :

Laatalla, jonka tuet painuvat ja jonka reunojen kaltevuus on nolla, reunaehdot ovat (kuva 1a,c):

$$\left. \begin{aligned} w(\beta) &= w_1 \\ w(1) &= w_2 \\ \phi(\beta) &= \phi(1) = 0 . \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Näiden avulla saadaan yhtälön (3) vakiot määritetyiksi:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\frac{b(1-\beta^2)}{A} \psi, \\ C_2 &= \frac{b(1-\beta^2-\beta^2 \ln \beta^2)}{A} \psi, \\ C_3 &= \frac{b\beta^2 \ln \beta^2}{A} \psi, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

joissa

$$\psi = (w_2 - w_1)/b \quad (22)$$

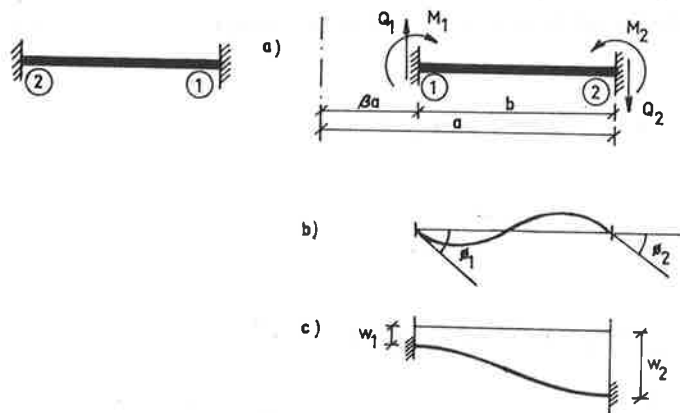
on reunojen taipumaeroa vastaava kaltevuus.

Reunamomenteiksi saadaan yhtälöstä (5)

$$M_1 = M_r(\beta) = -\frac{D}{b} B_1 \psi, \quad (23)$$

$$M_2 = M_r(1) = \frac{D}{b} B_2 \psi. \quad (24)$$

$B_1$  ja  $B_2$  saadaan yhtälöistä (19).



Kuva 1. Reunoiltaan kuormitetun rengaslaatan taipumapinnat.  
Fig. 1. Deflection of an annular plate loaded along the edges.

Reunoihin vaikuttaville leikkausvoimille saadaan yhtälön (9) mukaan lausekkeet

$$Q_1 = Q_r(\beta) = \frac{D}{b^2} C\psi, \quad (25)$$

$$Q_2 = Q_r(1) = \frac{D}{b^2} \beta C\psi, \quad (26)$$

joissa

$$C = \frac{8(1-\beta)^3(1-\beta^2)}{8A}. \quad (27)$$

## 2. TASAISESTI KUORMITETTU LAATTA

Laattaan vaikuttaa tasainen kuorma  $p(r) = p$ . Tällöin yhtälölle (1) löydetään yksityisratkaisu

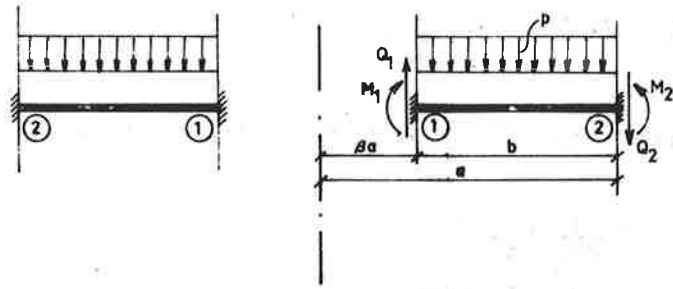
$$w = \frac{pr^4}{64D}. \quad (28)$$

Kun tämä lisätään yhtälön (3) lausekkeeseen ja käytetään reunaehtoja

$$w(\beta) = w(1) = \phi(\beta) = \phi(1) = 0, \quad (29)$$

saadaan vakioiksi:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\frac{pa^4}{64AD} (1-\beta^2)(2\beta^2 \ln \beta^2 + 1 - \beta^4), \\ C_2 &= \frac{pa^4}{64AD} [\beta^2(1-\beta^2)^2 \ln \beta^2 - (1-\beta^2)^3 - 2\beta^2(1-\beta^2)^2 + 2\beta^2(\ln \beta^2)^2] \\ C_3 &= \frac{pa^4}{64AD} \beta^2(1-\beta^2)[2(1-\beta^2) + (1+\beta^2) \ln \beta^2] \end{aligned} \right\} (30)$$



Kuva 2. Tasaisen kuorman  $p$  kuormittama rengaslaatta.  
Fig. 2. Annular plate loaded by uniform load  $p$ .

Reunamomenteiksi ja -leikkausvoimiksi saadaan:

$$M_{K_1} = \frac{pb^2}{16A(1-\beta)^2} [(1-\beta^2)^2(3-\beta^2) + (1-\beta^2)(1+3\beta^2)\ln\beta^2 + 2\beta^4(\ln\beta^2)^2], \quad (31)$$

$$M_{K_2} = \frac{pb^2}{16A(1-\beta)^2} [(1-\beta^2)^2(3\beta^2-1) + \beta^2(1-\beta^2)(3+\beta^2)\ln\beta^2 + 2\beta^2(\ln\beta^2)^2], \quad (32)$$

$$Q_{K_1} = -\frac{pb}{8A\beta(1-\beta)} [(3\beta^2-1)(1-\beta^2)^2 - 2\beta^2(1-\beta^2)\ln\beta^2 - 4\beta^4(\ln\beta^2)^2], \quad (33)$$

$$Q_{K_2} = \frac{pb}{8A(1-\beta)} [4\beta^2(\ln\beta^2)^2 + 2\beta^2(1-\beta^2)\ln\beta^2 - (1-\beta^2)^2(3-\beta^2)]. \quad (34)$$

### 3. LAATAN TUKEUTUMINEN LIERIÖKUOREEN

Tarkastellaan tapaus, jossa laatta tukeutuu monoliittisesti lieriökuoreen. Tällöin laatan taipuessa kuoren reunaan syntyy taiputusmomentti  $M_k$  (ja leikkausvoima  $Q_k$ ). Riittävän pitkälle kuorelle saadaan kuvan 3 merkinnöin:



$$w_k = \gamma_{11} Q_k + \gamma_{12} M_k, \quad (35)$$

$$\phi_k = \gamma_{12} Q_k + \gamma_{22} M_k, \quad (36)$$

jossa  $\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{12}$  ja  $\gamma_{22}$  ovat vaikutuskertoimia [3, s. 142]:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{11} &= \frac{1}{2D_k} \left(\frac{R_k}{\kappa}\right)^3 \\ \gamma_{12} &= \frac{1}{2D_k} \left(\frac{R_k}{\kappa}\right)^2 \\ \gamma_{22} &= \frac{1}{D_k} \left(\frac{R_k}{\kappa}\right) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

joissa  $\kappa$  on kuoren reunahäiriön vaimenemiskerroin

$$\kappa = \sqrt[4]{3(1-\nu^2)} \sqrt{R_k/h_k} \quad (38)$$

ja  $D_k$  on kuoren taivutusjäykkyys

$$D_k = \frac{Eh_k^3}{12(1-\nu^2)} \quad (39)$$

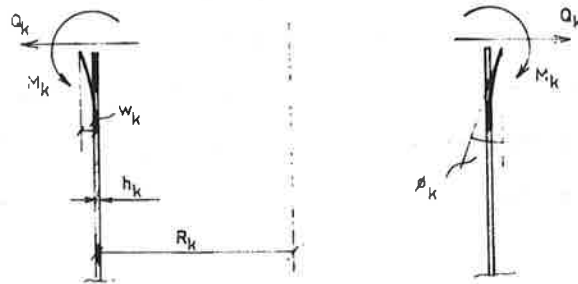
Kääntäen saadaan

$$Q_k = G_{11} w_k - G_{12} \phi_k, \quad (40)$$

$$M_k = -G_{12} w_k + G_{22} \phi_k, \quad (41)$$

joissa

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= 4 D_k \left(\frac{\kappa}{R_k}\right)^3 \\ G_{12} &= 2 D_k \left(\frac{\kappa}{R_k}\right)^2 \\ G_{22} &= 2 D_k \left(\frac{\kappa}{R_k}\right) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$



Kuva 3. Lieriökuoren reunan siirtymä- ja voimasuureet.  
Fig. 3. Displacements and forces at the edge of a cylindrical shell.

#### 4. TASAPAINOYHTÄLÖT

Rengaslaatan reunamomentti  $M_1$  saadaan laskemalla yhteen yhtälöt (13), (23), (31) sekä kaavan (5) mukainen lämpötilaeroa  $\Delta T$  vastaava termi. Reunamomentti  $M_2$  saadaan vastaavasti yhtälöistä (14), (24) ja (32). Reunoilla vaikuttavat leikkausvoimat  $Q_1$  saadaan yhteenlaskemalla yhtälöt (17), (25) ja (33). Vastaavasti leikkausvoimat  $Q_2$  saadaan yhtälöistä (18), (26) ja (34). Lieriökuoren reunaan vaikuttava taivutusmomentti saadaan yhtälöstä (41), jossa yleensä voidaan asettaa  $w_k = 0$ , kun kuori liittyy lieriön akselia vastaan kohtisuorassa olevaan laattaan.

Kahden rengaslaatan A ja B yhdysviivalla  $i$  voidaan nyt kirjoittaa momenttien tasapainoehto (kuva 4a):

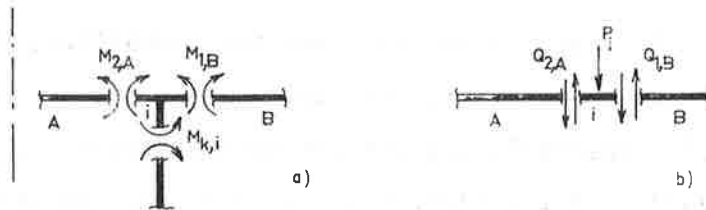
$$M_{2,A} = M_{1,B} = M_{k,i} = 0 \quad (43)$$

Tätä tyyppiä olevia yhtälöitä saadaan yhtä monta kuin on tuntemattomia kaltevuuksia  $\phi_i$ . Jos laakeroinnilla estetään momentin siirtyminen seinämään, niin  $M_k$ -termi jää pois.

Laattaan vaikuttava pyöriähdyssymmetrinen viivakuorma  $P$  voidaan ottaa huomioon määrittämällä kuorman vaikutuskohtaan "nurkkaviiva", jossa tuntemattomia ovat taipuma  $w_i$  ja kaltevuus  $\phi_i$ . Momenttitasapainoehdon (43) lisäksi saadaan leikkausvoimien tasapainoehto (kuva 4b):

$$Q_{2,A} - Q_{1,B} - P_i = 0 \quad (44)$$

Sama yhtälö voidaan kirjoittaa myös jokaista painuvaa tukiviivaa kohti. Tukivoiman ( $-P_i$ ) suuruus riippuu tällöin yleensä painuman  $w_i$  suuruudesta. Tyyppiä (44) olevia yhtälöitä voidaan muodostaa yhtä monta kuin on tuntemattomia nurkkataipumia  $w_i$ .



Kuva 4. Nurkkaviivoilla vaikuttavat voimasuureet.  
Fig. 4. Forces on the nodal lines.

## 5. LÖPULLISET SUUREET

Tuntemattomien  $w_i$  ja  $\phi_i$  ratkaisemiseksi saadaan kuten sauvarakenteiden (tai elementtimenetelmän) ratkaisussa lineaarinen yhtälöryhmä, jonka kerroinmatriisi on nauhamainen. Kun tuntemattomat on ratkaistu, saadaan nurkkaviivoilla vaikuttavien voimasuurei-

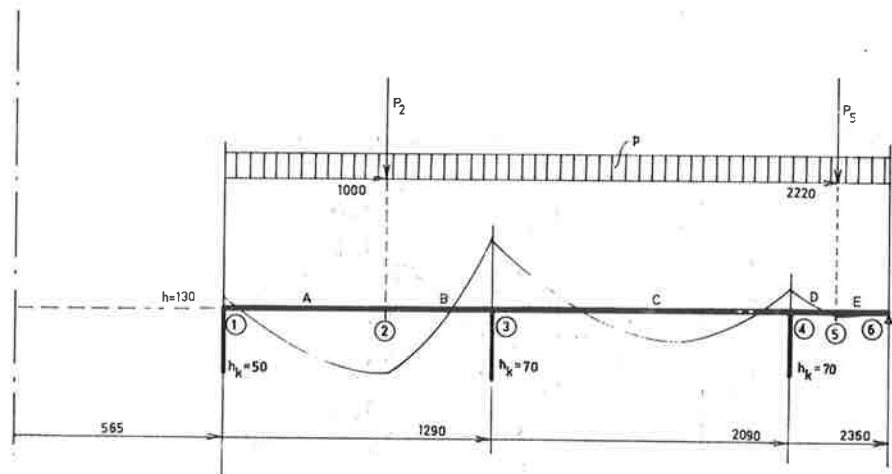
den arvot superponoimalla edellisen kohdan alussa esitetyllä tavalla. Vastaavasti superponoidaan siirtymäsuureiden arvot. Siirtymä- ja voimasuureiden arvot mielivaltaisessa laatan kohdassa saadaan nyt kohtiin 1 ja 2 mukaisesti. Esimerkiksi taivutusmomentti  $M_r$  saadaan sijoittamalla lausekkeet (3) ja (29) kaavaan (5). Kertoimet  $C_1 \dots C_3$  saadaan yhteenlaskemalla yhtälöistä (12), (21) ja (30).

## 6. ESIMERKKI

Esimerkkinä tarkastellaan kuvan 5 mukaista rakennetta. Tuki- viivoilla 1, 3 ja 4 on joustava kiinnitys ja tuella 6 on nivelviiva. Viivat 2 ja 5 ovat viivakuormien vaikutuskohtia. Ratkaistava yhtälöryhmä on tällöin muotoa

$$\underline{K} \underline{r} = \underline{q},$$

(45)



Kuva 5. Esimerkkilaatan mitat (cm:nä), kuormien sijainti ja  $M_r$ -pinta.

Fig. 5. The dimensions of the example plate (in cm), the locations of the loads and the distribution of the bending moment  $M_r$ .

jossa jäykkymatriisi  $K$  on

$\frac{D}{b_A} \frac{(A_{11,A} - v \frac{1-\beta_A}{A})}{\beta_A} \cdot G_{22,1}$	$\frac{D}{b_A} A_{12,A}$	$\frac{D}{b_A} B_{1,A}$					
$\frac{D}{b_A} B_A A_{12,A}$	$\frac{D}{b_A} (A_{22,A} + v(1-\beta_A))$ $\frac{D}{b_B} (A_{11,B} - v \frac{1-\beta_B}{B})$	$\frac{D}{b_A} B_{2,A}$ $\frac{D}{b_B} B_{1,B}$	$\frac{D}{b_B} A_{12,B}$				
$\frac{D}{b_A} B_A B_{1,A}$	$\frac{D}{b_A} B_{2,A}$ $\frac{D}{b_B} B_{1,B}$	$\frac{D}{b_A} B_A C_A$ $\frac{D}{b_B} C_B$	$\frac{D}{b_B} B_{2,B}$				
	$\frac{D}{b_B} B_A A_{12,B}$	$\frac{D}{b_B} B_{2,B}$	$\frac{D}{b_C} (A_{11,C} - v \frac{1-\beta_C}{C})$ $\frac{D}{b_B} (A_{22,B} + v(1-\beta_B))$ $\cdot G_{22,3}$	$\frac{D}{b_C} A_{12,C}$			
			$\frac{D}{b_C} B_C A_{12,C}$	$\frac{D}{b_D} (A_{11,D} - v \frac{1-\beta_D}{D})$ $\frac{D}{b_C} (A_{22,C} + v(1-\beta_C))$ $\cdot G_{22,4}$	$\frac{D}{b_D} A_{12,D}$	$\frac{D}{b_D} B_{1,D}$	
				$\frac{D}{b_D} B_D A_{12,D}$	$\frac{D}{b_E} (A_{11,E} - v \frac{1-\beta_E}{E})$ $\frac{D}{b_D} (A_{22,D} + v(1-\beta_D))$	$\frac{D}{b_E} B_{1,E}$ $\frac{D}{b_D} B_{2,D}$	$\frac{D}{b_E} A_{12,E}$
				$\frac{D}{b_D} B_D B_{1,D}$	$\frac{D}{b_E} B_{1,E}$ $\frac{D}{b_D} B_{2,D}$	$\frac{D}{b_E} C_E$ $\frac{D}{b_D} B_{2,D}$	$\frac{D}{b_E} B_{2,E}$
					$\frac{D}{b_E} B_A A_{12,E}$	$\frac{D}{b_E} B_{2,E}$	$\frac{D}{b_E} (A_{22,E} + v(1-\beta_E))$

Siirtymävektori  $r$  ja kuormitusvektori  $q$  ovat:

$$r = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ w_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ w_5 \\ \phi_6 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} -MK_{1,A} \\ MK_{2,A} - MK_{1,B} \\ QK_{2,A} - QK_{1,B} - P_2 \\ MK_{2,B} - MK_{1,C} \\ MK_{2,C} - MK_{1,D} \\ MK_{2,D} - MK_{1,E} \\ QK_{1,E} - QK_{2,D} - P_5 \\ MK_{2,E} \end{bmatrix} \quad (46)$$

Kun laetaan vaikuttavilla kuormilla on arvot

$$\left. \begin{aligned} p &= 34.6 \text{ kN/m}^2, \\ P_2 &= 650 \text{ kN/m}, \\ P_5 &= 147 \text{ kN/m} \end{aligned} \right\} (47)$$

ja Poissonin vakiolla arvo  $\nu = 0$ , saadaan nurkkamomenteille arvot

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -143,3 \text{ kNm/m} \\ M_2 &= 849,5 \text{ kNm/m} \\ M_3 \text{ vas} &= -1004,8 \text{ kNm/m} \\ M_3 \text{ oik} &= -926,8 \text{ kNm/m} \\ M_4 \text{ vas} &= -303,7 \text{ kNm/m} \\ M_4 \text{ oik} &= -292,1 \text{ kNm/m} \\ M_5 &= 42,5 \text{ kNm/m} \end{aligned} \right\} (48)$$

#### KÄYTETYT MERKINNÄT

$$A = (1 - \beta^2)^2 - \beta^2 (\ln \beta^2)^2$$

a rengaslaatan ulkosäde

$A_{11}, A_{12}, A_{22}$  vakioita (yhtälö 15)

$B_1, B_2$  vakioita (yhtälö 19)

b rengaslaatan leveys

C vakio (yhtälö 27)

$C_1 \dots C_4$  vakioita

D laatan taivutusjäykkyys

E kimmomoduli

h laatan paksuus

i alaindeksinä viittaa nurkkaviivaan i

$K$	rakenteen jäykkyyssmatriisi
$M_r, M_\phi$	laatan taivutusmomentit (yhtälöt 5 ja 6)
$M_K$	reunamomentti ( $M_r$ ) jäykästi kiinnitetyssä, kuormitetussa rengaslaatassa (yhtälöt 31 ja 32)
$M_{r\phi}$	laatan vääntömomentti (yhtälö 10)
$p$	laatan pinnalle jakautuneen kuorman intensiteetti
$P$	viivakuorman intensiteetti
$q$	rakenteen kuormitusvektori
$Q_r$	laatan leikkausvoima (yhtälö 8)
$Q_K$	reunaan vaikuttava leikkausvoima jäykästi kiinnitetyssä, kuormitetussa rengaslaatassa
$r$	laataston säteen suuntainen koordinaatti
$\underline{r}$	rakenteen siirtymävektori
$\Delta T$	laatan alapinnan ja yläpinnan lämpötilojen erotus
$w$	laatan taipuma
$\alpha_t$	aineen lämpöpiteneemiskerroin
$\beta$	rengaslaatan sisäsäteeseen suhde ulkosäteeseen
$\kappa = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R_k/h_k}}$	reunahäiriön vaimenemiskerroin
$\nu$	Poissonin luku
$\rho = r/a$	dimensioton koordinaatti
$\phi = dw/dr$	laatan kaltevuus
$\psi = (w_2 - w_1)/b$	laatan reunojen taipumaeroa vastaava kaltevuus
$D_k$	lieriökuoren taivutusjäykkyys
$h_k$	lieriökuoren paksuus
$M_k$	lieriökuoren reunaan vaikuttava taivutusmomentti
$Q_k$	lieriökuoren reunaan vaikuttava leikkausvoima
$R_k$	lieriökuoren säde
$w_k$	lieriökuoren reunataipuma
$\phi_k$	lieriökuoren reunakiertymä

$\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{22}$  lieriökuoren vaikutuskertoimia (yhtälö 37)

$G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{22}$  lieriökuoren vaikutuskertoimia (yhtälö 41)

- 1 alaindeksinä viittaa taipuman  $w$ , kaltevuuden  $\phi$ , taivutusmomentin  $M_r$  tai leikkausvoiman  $Q_r$  arvoon rengaslaatan sisäreunalla
- 2 alaindeksinä viittaa taipuman  $w$ , kaltevuuden  $\phi$ , taivutusmomentin  $M_r$  tai leikkausvoiman  $Q_r$  arvoon rengaslaatan ulkoreunalla

#### KIRJALLISUUTTA

- 1 Märkus, G., Theorie und Berechnung rotationssymmetrischer Bauwerke, Werner-Verlag, 1967.
- 2 Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S., Theory of Plates and Shells, 2. edition, McGraw-Hill Book Company, Inc. & Kogakusha Company, Ltd., 1959.
- 3 Mikkola, M., Levyjen, laattojen ja kuorien teoriaa, Teknillisen Korkeakoulun Ylioppilaskunta, moniste no 275, Otaniemi, 1969.

Martti Mikkola, prof., Teknillinen korkeakoulu, Otaniemi

Seppo Salonen, dipl.ins., Teknillinen korkeakoulu, Otaniemi