TERÄSBETONIPALKKIEN KUSTANNUSOPTIMOINNISTA

Rakenteiden Mekaniikka
7 (1974) 1, s. 19...32
Rakenteiden Mekaniikan
Seura, Helsinki

KARI MÄKELÄ

JOHDANTO

Tässä artikkelissa käsitellään rakennesuunnittelijan mahdollisuuksia minimoida teräsbetonisten suorakaidepalkkien kustannukset mitoituksen yhteydessä. Artikkeli pohjautuu saman kirjoittajan tässä lehdessä aikaisemmin esittämään mitoitusmenetelmään [1] ja on jatkoa em. kirjoitukselle.

1. YLEISTÄ

Tarkastellaan yksikön (1 m) pituista palkin osaa, jonka kustannusfunktio K_k pyritään minimoimaan.

$$K_k = K_\ell + K_v + K_t + K_h , \qquad (1)$$

missä

K_k on kokonaiskustannus,

K_ℓ on muotin materiaali- ja työkustannus,

K_v on betonimassan ja valutyön kustannus,

K_t on pääraudoituksen kustannus töineen,

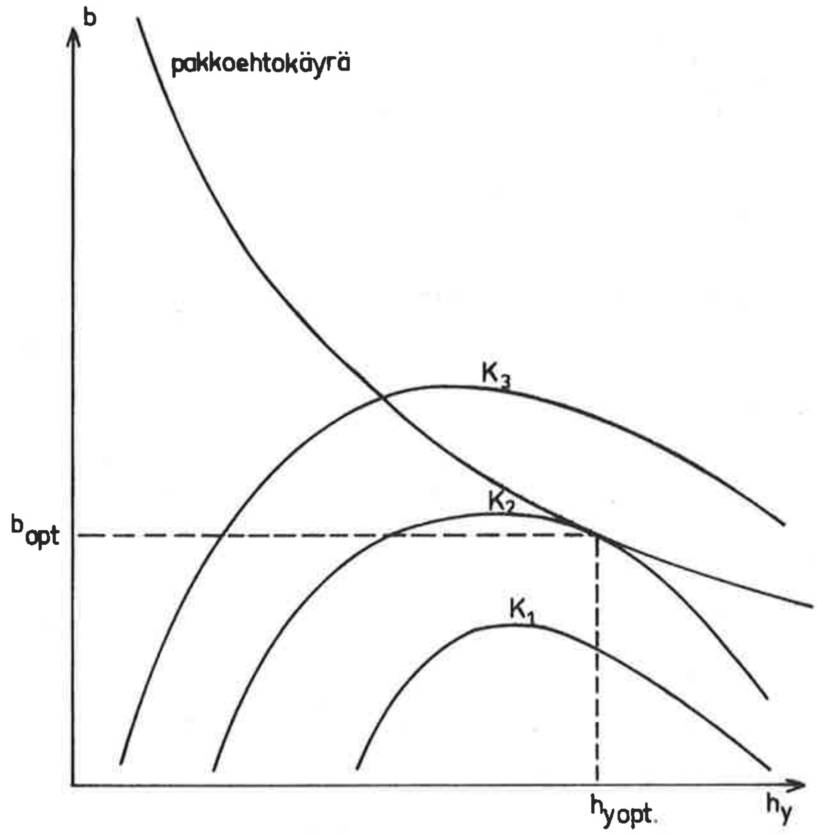
K_h on hakaraudoituksen kustannus töineen.

Mitoitettaessa palkki taivutukselle saadaan [1]:n mukaan minimiarvo tulolle bh_y^2 ja mitoitettaessa palkki leikkaukselle saadaan minimiarvo tulolle bh_y . Täten suunnittelijalle jää mahdollisuus valita vapaasti sellaiset sivumitat, että em. tulojen minimiarvot toteutuvat. Mikäli valitaan korkea ja kapea poikkileikkaus, kuluu pääterästä vähän mutta hakaraudoituksen ja muottikustannuksen osuus kasvaa. Mikäli taas valitaan matala ja leveä poikkileikkaus, pääraudoituksen osuus kustannuksiin kasvaa. Seuraavassa esitetään menetelmä, jonka avulla löydetään suhteellisen helposti sellaiset palkin poikkileikkauksen sivumitat, että mitoituksessa saadut tulojen bh_y^2 ja bh_y minimiarvot (ns. pakkoehdot) toteutuvat ja palkki on mahdollisimman halpa.

2. OPTIMOINNIN TAUSTA

Edellisessä luvussa mainitut pakkoehdot eli tulojen bh_y^2 ja bh_y minimiarvot edustavat hyperbelimäisiä käyriä h_y,b koordinaatistossa. Mikäli kaavan (1) kustannusfunktio K_k lausutaan funktiona b:stä ja h_y:stä, on vakiokustannusta K_k vastaava ns. K-käyrä h_y,b koordinaatistossa toispuoleista, alaspäinaukeavaa paraabelia muistuttava käyrä, jonka huippu on sitä korkeammalla mitä suurempi on vakiokustannus (ks. kuva 1).

Kuvaan 1 on piirretty kaaviomaisesti pakkoehtokäyrä sekä kolmea erisuurta kustannusta (mk/m) vastaavat K-käyrät ($K_1 < K_2 < K_3$).



Kuva 1. Pakkoehtokäyrä sekä kolme K-käyrää h_y, b koordinaatistossa.

Kuvasta 1 todetaan, ettei palkkia millään edellytyksin voida tehdä kustannuksella K_1. Toisaalta taas kustannus K_3 ei ole halvin mahdollisuus. Kustannusoptimi siis löytyy pakkoehtokäyrän ja erään K-käyrän sivuamispisteenä. Tärkein havainto on kuitenkin se, että kustannusoptimi on pakkoehtokäyrällä ja se siis voidaan löytää laskemalla kustannusfunktion K_k arvoja pakkoehtokäyrän eri pisteissä.

3. KUSTANNUSFUNKTIO K_k

Koska puristusterästen käyttö on aina epäedullista, johdetaan seuraavassa kustannusfunktio K_k vain vetoraudoitetulle palkille funktiona h_y:stä ja b:stä. Kaavoissa edellytetään, että h_y ja b ovat lausutut cm:ssä. Kokonaiskustannus saadaan yksikössä mk/m.

Muotin materiaali- ja työkustannus $K_\ell = \frac{\ell}{100}(b+2h_y)$,

kun $\ell = [mk/m^2]$

Betonimassan ja valutyön kustannus $K_v = \frac{v}{10\ 000} bh_y$,

kun $v = [mk/m^3]$

Pääraudoituksen kustannus töineen $K_t = 0{,}8tA_t$,

kun $t = [mk/kg]$

Artikkelisarjan ensimmäisen osan [1] kuvista 4 ja 5 näkyy, että jos $p \leq 65\%$ voidaan käyriä suhteellisen tarkasti kuvata suorilla, jolloin saadaan

$$M = 0{,}86A_t\sigma_{tj}h_y \qquad (2)$$

Hakaraudoituskustannus töineen $K_h = 0{,}8t_hLA_{th}/s$,

kun $t_h = [mk/kg]$. K_h:n kaavassa

L = haan pituus = $n(\frac{h_y}{\sin\alpha} + b)$,

A_{th} = hakateräksen pinta-ala (cm^2) ,

n = haan leikkeisyys,

α = haan kaltevuuskulma ($90^o \ldots 45^o$) ,

s = vaakasuora hakuväli (cm) .

A_{th} riippuu h_y:stä ja b:stä leikkausvoimamitoituksessa käytettyjen kaavojen mukaisesti. Oletetaan seuraavassa, että mitoitus leikkausvoimille suoritetaan SBY:n betoninormiehdotuksen [2] mukaisesti kaavoilla (3)...(7): (Lopullisissa normeissa kaavat voivat olla hieman toisin, mutta joka tapauksessa lopputulos on suunnilleen sama)

$$Q \leq Q_b + Q_{\ell_r} \leq Q_{max} \quad , \tag{3}$$

$$Q_{max} = 0,15Kbh_y \leq 60bh_y \quad , \tag{4}$$

$$Q_b = 0,25\sqrt{K}\,(1+50\mu)bh_y \leq 0,5\sqrt{K}\,bh_y \quad , \tag{5}$$

$$Q_{\ell_r} = \frac{nA_{th}}{bs}(\sin\alpha + \cos\alpha)bh_y\sigma_{tjh} \quad . \tag{6}$$

Lisäksi määrätään, että

1. rakenteessa on oltava minimihaoitus, joka toteuttaa ehdon

$$\frac{nA_{th}}{bs} \geq \frac{3}{\sigma_{tjh}(\sin\alpha + \cos\alpha)} \quad , \tag{7}$$

2. puristusteräksiä käytettäessä palkki tulee haoittua kuten pilari.

Kaavoissa K = betonin kuutiolujuus,

σ_{tjh} = hakateräksen myötölujuus ($\leq$4200 kp/cm^2) ,

μ = suhteellinen vetoteräsmäärä.

Kun em. kaavat otetaan huomioon, saadaan hakaraudoituksen kustannukseksi

$$K_h = 0,8 \frac{t_h}{\sigma_{tjh}} (h_y+b)b(\tau_Q-\tau_b) \text{ , kun } \alpha = 90^o \tag{8a}$$

$$K_h = 0,586 \frac{t_h}{\sigma_{tjh}}(1,155h_y+b)b(\tau_Q-\tau_b) \text{ , kun } \alpha = 60^o \text{ .} \tag{8b}$$

Kaavoissa (8) τ_Q ja τ_b ovat

$$\tau_Q = \frac{Q}{bh_y} \text{ ,} \tag{9}$$

$$\tau_b = 0,25\sqrt{K}\ (1+50 \frac{A_t}{bh_y}) \text{ .} \tag{10}$$

Lisäksi on huomattava, että $(\tau_Q-\tau_b) \geq 3$.

4. PAKKOEHDOT

Kaavojen (2) ja (4) perusteella saadaan pakkoehtokäyrien yhtälöiksi

$$bh_y^2 = \frac{M}{D\sigma_{bj}} \text{ ,} \tag{11}$$

$$bh_y = \frac{Q}{0,15K} \text{ .} \tag{12}$$

Kaavan (11) kerroin D on

$$D = 0{,}23 \quad \text{teräkselle} \quad A40H$$
$$= 0{,}24 \quad \text{teräkselle} \quad A60H\ .$$

5. OPTIMOINNIN SUORITTAMINEN

Ennen optimointia täytyy tuntea poikkileikkausta kuormittavat voimasuureet M ja Q sekä yksikköhinnat ℓ, v, t ja t_h.

Luvun 2 perusteella optimi ($h_{y\ opt}$ ja b_{opt}) määrätylle teräs- ja betoniluokalle löydetään kulkemalla pitkin määräävää pakkoehtokäyrää (kaava (11) tai (12)) ja laskemalla kokonaiskustannus K_k sen eri pisteissä.

Jos laskenta suoritetaan tietokoneella, on tarvittava ohjelma varsin lyhyt ja yksinkertainen (n. 50 käskyä). Optimin löytämiseen ja tulostamiseen kuluva aika on muutama kymmenen sekuntia.

Käsinlaskentaa varten on kehitetty seuraava suhteellisen yksinkertainen ja nopea menetelmä.

1. Taulukosta 1 saadaan kertoimet (BQ), (BM) ja (AT). Näiden avulla saadaan rakenteen geometriset mitat ja tarvittava teräsmäärä h_y:n funktiona siten, että pakkoehdot toteutuvat.

$$b_Q = \frac{Q}{K}(BQ)\ , \quad \text{kun} \quad Q = [\text{Mp}] \quad \text{ja} \quad K = [\text{kp/cm}^2] \tag{13}$$

$$b_M = \frac{M}{\sigma_{bj}}(BM)\ , \quad \text{kun} \quad M = [\text{Mpm}] \quad \text{ja} \quad \sigma_{bj} = [\text{kp/cm}^2] \tag{14}$$

$$b = \max(b_Q, b_M)\ , \tag{15}$$

$$A_t = M(AT)\ , \quad \text{kun} \quad M = [\text{Mpm}]\ . \tag{16}$$

Taulukko 1. Kertoimet (BQ), (BM) ja (AT)

h_y cm	BQ	Teräs A40H BM	Teräs A40H AT	Teräs A60H BM	Teräs A60H AT
30	222,22	384,47	0,92234	470,81	0,64562
40	166,67	216,26	0,69175	264,83	0,48422
50	133,33	138,41	0,55340	169,49	0,38737
60	111,11	96,117	0,46117	117,70	0,32281
70	95,238	70,617	0,39529	86,475	0,27669
80	83,333	54,066	0,34588	66,208	0,24211
90	74,074	42,719	0,30745	52,312	0,21521
100	66,667	34,602	0,27670	42,373	0,19369
110	60.606	28,597	0,25155	35,019	0,17608
120	55,556	24,029	0,23059	29,426	0,16141
130	51,282	20,475	0,21285	25,073	0,14899
140	47,619	17,654	0,19764	21,619	0,13835
150	44,444	15,379	0,18447	18,832	0,12912
160	41,667	13,516	0,17294	16,552	0,12105
170	39,216	11,973	0,16277	14,662	0,11393
180	37,037	10,680	0,15372	13,078	0,10760
190	35,088	9,5851	0,14563	11,738	0,10194
200	33,333	8,6505	0,13835	10,593	0,09684
210	31,746	7,8463	0,13176	9,6084	0,09223
220	30,303	7,1492	0,12577	8,7547	0,08804
230	28,986	6,5410	0,12031	8,0100	0,08421
240	27,778	6,0073	0,11529	7,3564	0,08070
250	26,667	5,5363	0,11068	6,7797	0,07747
260	25,641	5,1187	0,10642	6,2682	0,07449
270	24,691	4,7465	0,10248	5,8125	0,07174
280	23,810	4,4135	0,09882	5,4047	0,06917

Em. kaavat antavat suureille yksiköt cm ja cm^2.

2. Nyt siis tunnetaan b, h_y, ℓ, v, t ja t_h, joten kokonaiskustannus K_k voidaan laskea:

$$K_k = K_\ell + K_v + K_t + K_h ,$$

missä

$$K_\ell = \frac{\ell}{100} (b+2h_y) ,$$

$$K_v = \frac{v}{10000} bh_y ,$$

$$K_t = 0{,}8A_t t ,$$

$$K_h = 0{,}8 \frac{t_h}{\sigma_{tjh}} (h_y+b)b(\tau_Q-\tau_b), \text{ kun } \alpha = 90^o ,$$

$$K_h = 0{,}586 \frac{t_h}{\sigma_{tjh}} (1{,}155h_y+b)b(\tau_Q-\tau_b), \text{ kun } \alpha = 60^o .$$

Mikäli kaavojen (13) ja (14) mukaiset b:n arvot toteuttavat ehdon $b_M \geq b_Q$, saadaan τ_b suoraan taulukosta 2

Taulukko 2. τ_b, kun $b_M \geq b_Q$

K	100	150	200	250	300	350	400	450	500
τ_b	3,3	4,3	5,4	6,5	7,4	8,4	9,4	10,5	11,4

Laskelmat voi helpoimmin suorittaa taulukon muodossa (vrt. esimerkit).

6. ESIMERKKEJÄ

Esimerkkien numeeriset laskut on suoritettu taulukossa 3, josta selviävät myös kuormitussuureet jne.

Esimerkki 1. Taulukon 3 kohta a)

Edullisimmaksi tulisi siis ratkaisu

$h_y \approx 120$ cm,

$b \approx 16$ cm, jolloin

$A_t \approx 23{,}1$ cm^2 ja minimihaoitus.

Taulukon 3 viimeisestä sarakkeesta K_k näkyy myös kustannuksen muutos, jos em. optimiratkaisu jostain syystä ei ole kelvollinen. Jos esim. käytetään ratkaisua

$h_y \approx 90$ cm,

$b \approx 29$ cm,

$A_t \approx 30{,}7$ cm^2 ja minimihaoitus, olisi kustannusten nousu n. 4%.

Esimerkki 2. Taulukon 3 kohta b)

Edullisimmaksi tulisi siis ratkaisu

$h_y \approx 100$ cm,

$b \approx 23$ cm,

$A_t \approx 27{,}7$ cm^2 ja haoitus saadaan kaavasta

$$\frac{nA_{th}}{s} = \frac{(\tau_Q - \tau_b)b}{(\sin 60^o + \cos 60^o)\sigma_{tjh}} = 0{,}145 \text{ cm}$$

Haoitus esim. 2 leik. Ø 10 c/c 11 cm.

Esimerkki 3. Samat tehtävät kuin esimerkeissä 1 ja 2, mutta käytetään pystyhakoja

a) Tulos on edelleen

Taulukko 3. Esimerkkien lähtötiedot ja laskelmat

Pääteräs A40H	Hakateräs A40H	σ_{tjh} = 4200 [kp/cm^2]	Haan kaltevuus 60°
Betoni K = 300 [kp/cm^2]	σ_{bj} = 150 [kp/cm^2]		
M = 100 [Mpm]	Q = a) 0 b) 100 [Mp]	M/σ_{bj} = 0.667	Q/k = a) 0 b) 0.333
ℓ = 25 [mk/m^2]	v = 100 [mk/m^3]	t = 1.5 [mk/kg]	t_h = 2 [mk/kg]

h_y	BQ	BM	b_Q	b_M	b+2h	K_ℓ	A_b	K_v	AT	A_t	K_t	$(h_y+b)b$	τ_Q	τ_h	$\tau_Q-\tau_h$	K_h	K_k
a)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
90	-	42.7	-	28.5	208.5	52.13	2565	25.65	0.307	30.7	36.84	3774	-	-	3	3.16	117.76
100	-	34.6	-	23.1	223.1	55.78	2310	23.10	0.277	27.7	33.24	3201	-	-	3	2.66	114.80
110	-	28.6	-	19.1	239.1	59.78	2101	21.01	0.252	25.2	30.24	2791	-	-	3	2.34	113.37
120	-	24.0	-	16.0	256.0	64.00	1920	19.20	0.231	23.1	27.72	2473	-	-	3	2.07	112.97
130	-	20.5	-	13.7	273.7	68.43	1781	17.81	0.213	21.3	25.44	2244	-	-	3	1.88	113.56
b)																	
80	33.3	54.1	27.8	36.1•	196.1	49,03	2888	28.88	0.346	34.6	41.52	4638	34.63	7.38	27.25	35.27	154.70
90	74.1	42.7	24.7	28.5•	208.5	52.13	2565	25.65	0.307	30.7	36.84	3774	38.99	7.38	31.61	33.29	147.91
100	66.7	34.6	22.2	23.1•	223.1	55.78	2310	23.10	0.277	27.7	33.24	3201	43.29	7.38	35.91	32.08	144.20
110	60.6	28.6	20.2•	19.1	240.2	60.05	2222	22.22	0.252	25.2	30.24	2974	45.00	6.79	38.21	31.71	144.22
120	55.6	24.0	18.5•	16.0	258.5	64.63	2222	22.22	0.231	23.1	27.72	2906	45.00	6.58	38.42	31.16	145.73
130	51.3	20.5	17.1•	13.7	277.1	69.28	2222	22.22	0.213	21.3	25.44	2859	45.00	6.41	38.59	30.79	147.73

• = määräävä arvo

$h_y \approx 120$ cm

$b \approx 16$ cm

$A_t \approx 23{,}1$ cm^2. Mutta nyt K_k = 113,4 mk/m eli 0,3% lisäys.

b) Tulos on edelleen

$h_y \approx 100$ cm

$b \approx 20$ cm

$A_t \approx 27{,}7$ cm^2. Mutta nyt haoitus olisi 2-leik. ∅ 10 c/c 8 cm ja K_k = 151,0 mk/m eli 5% lisäys.

7. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

1. Puristusterästen käyttö on aina epäedullista.

2. Hakaraudoituksen edullisin kaltevuuskulma $\alpha = 60^o \pm 7{,}5^o$. Mikäli selvitään minimihakaraudoituksella aiheuttaa pystyhakojen käyttö yleensä alle 1%:n lisäyksen palkin kokonaiskustannuksiin verrattuna minimi kustannuksiin. Voimakkaasti hakaraudoitetuissa rakenteissa voi kokonaiskustannusten lisäys pystyhakoja käytettäessä olla jopa 10% minimi kustannuksiin verrattuina.

3. Jos Q on niin pieni, että $b_M \geq b_Q$ (kaavat (13) ja (14)), riippuu kustannusminimiä vastaava sivusuhde h_y/b lineaarisesti momentista ja betoniluokasta.

Esimerkiksi yksikköhinnoilla ℓ = 25 mk/m^2, v = 100 mk/m^3, t = 1,5 mk/kg ja t_h = 2 mk/kg on sivusuhde

$$h_y/b = 2 + \frac{K}{100} + \frac{M}{40} \qquad (17)$$

kun K = [kp/cm^2] ja M = [Mpm]. Optimipalkki löydetään tällöin erittäin helposti kaavojen (17), (2) ja (11) avulla.

4. On huomattava, että esim. työkustannusten riippuvuutta palkin muodosta ei ole otettu huomioon. Esimerkeissä saadut optimipoikkileikkaukset ovat vaikeita valaa. Käytännössä voi myös rakenteelle pystysuunnassa sallittu tila asettaa lisärajoituksia poikkileikkaukselle.

8. LOPPUSANAT

Kirjoittajan artikkelien pohjana ollut tutkimus on suoritettu HTKK:n rakennetekniikan laitoksessa v. 1971...1972. Tutkimuksen suorittamisessa ja artikkelien kirjoittamisessa on kirjoittaja saanut apua ja neuvoja prof. T. Rechardtilta, DI P. Kanervalta ja DI M. Tuomiojalta, joille täten halutaan esittää parhaat kiitokset.

KÄYTETYT MERKINNÄT

A_t = vetoterästen pinta-ala (cm^2)

A_{th} = hakateräksen pinta-ala (cm^2)

(AT), (BQ) ja (BM) kertoimia taulukossa 1

D = kerroin

K = betonin kuutiolujuus (kp/cm^2)

K_k = kokonaiskustannus (mk/m)

K_ℓ = muottikustannus (mk/m)

K_v = valukustannus (mk/m)

K_t = vetoraudoituskustannus (mk/m)

K_h = hakaraudoituskustannus (mk/m)

L = haan pituus

M = momentti

Q = leikkausvoima

Q_b = betonin ottama osa leikkausvoimasta

Q_{ℓ_r} = haoituksen ottama osuus leikkausvoimasta

Q_{max} = suurin sallittu leikkausvoima

b = palkin leveys

b_Q ja b_M = pakkoehdot toteuttavia palkin leveyksiä

h_y = palkin hyötykorkeus

ℓ = muottien yksikkökustannus (mk/m^2)

n = hakojen leikkeisyys

s = vaakasuora hakaväli

t = vetoraudoituksen yksikkökustannus (mk/kg)

t_h = hakaraudoituksen yksikkökustannus (mk/kg)

v = valun yksikkökustannus (mk/m^3)

α = haan kaltevuuskulma

σ_{tj} = vetoteräksen myötölujuus (kp/cm^2)

σ_{tjh} = hakateräksen myötölujuus (kp/cm^2)

σ_{bj} = betonin laskennollinen lujuus (kp/cm^2)

μ = suhteellinen vetoteräsmäärä $(\frac{A_t}{A_b})$

τ_Q ja τ_b = leikkausjännityksiä (kp/cm^2)

KIRJALLISUUTTA

1 Mäkelä, K., Teräsbetonisten suorakaidepalkkien mitoittaminen taivutukselle. Rakenteiden Mekaniikka 6 (1973) 3-4, s. 147...158.

2 SBY:n ehdotus betoninormeiksi. Julkaisematon.

3 Leonard, S., Optimum Structural Design, New Jersey, 1971.

Kari Mäkelä, dipl.ins., Tiilikeskus Oy, Helsinki