

# HOLVIVOIMAN VAIKUTUS TERÄSBETONILAATAN KANTOKYKYYN

MAURI TUOMIOJA ja RISTO PUNAKALLIO

Rakenteiden Mekaniikka  
6 (1973) 3-4, s. 171...  
189, Rakenteiden Mekaanikan Seura, Helsinki

---

## YHTEENVETO

Plastisuusteoriaan perustuen on esitetty menetelmä kantokuorman laskemiseksi laatoille, joiden reunan liike laatan tasossa on estetty. Lisäksi on esitetty toinen menetelmä, joka mahdollistaa laatan kimmoisten kokoonpuristumien vaikutuksen huomioonottamisen laskelmissa.

Esitettyä menetelmää on verrattu Helsingin teknillisessä korkeakoulussa suoritettujen laatta- ja laattakaistakokeiden tuloksiin. Tulokset osoittivat, että menetelmällä on mahdollista laskea laatan kantokuorma, mutta menetelmä antaa liian suuria arvoja holvivoimalle.

## 1. JOHDANTO

Teräsbetonilaatan kantokyvyn laskeminen murtotilassa tapahtuu useimmiten plastisuusteoriaan perustuvia menetelmiä käyttäen. Mm. K.W. Johansenin myötöviivateorialla saadaan kantokyvylle ylärajaratkaisu. Menetelmässä otaksutaan, että laatussa esiintyy vain taivutus-

jännityksiä. Mahdollisten normaalivoimien vaikutus jätetään huomiotta.

Teräsbetonilaattoihin saattaa käytännössä eräissä olosuhteissa muodostua normaalivoimia, vetäviä tai puristavia, jotka vaikuttavat laatan kantokykyyn. Tässä yhteydessä on rajoitettu tarkastelemaan vain puristavien normaalivoimien vaikutusta.

Normaalivoimia syntyy laattaan mm. silloin, kun laatta halkeilee ja halkeilusta aiheutuva laatan reunan ulospäin tapahtuva liike on estetty. Esteenä voi käytännössä toimia esimerkiksi riittävän jäykkä reunapalkisto tai viereiset laattakentät. Tavallisesti näin muodostuneesta normaalivoimasta käytetään nimitystä holvi- tai kupolivoima.

Ensimmäisenä holvivoiman vaikutuksen totesi kokeellisesti Ockleston. Myöhemmin asiaa ovat tutkineet mm. Christiansen, Jacobson, Liebenberg, Park, Roberts, Schlaich ja Woods. Suomessa Hyttinen on tutkinut holvivoiman vaikutusta teräsbetonilaatan leikkauskestävyyteen.

Tässä artikkelissa on esitetty kaksi laskutapaa holvivoiman vaikutuksen huomioonottamiseksi tasaisella kuormalla kuormitettujen alapinnastaan raudoitettujen teräsbetonisten suorakaidelaattojen ja laattakaistojen kantokuorman määrittämisessä. Toinen laskutapa perustuu plastisuusteorian mukaisiin otaksumiin. Toisessa laskutavassa pyritään ottamaan lisäksi huomioon laatan kimmoisten muodonmuutosten vaikutus. Esitetyt laskutavat perustuvat Jacobsonin tutkimukseen holvivoiman vaikutuksesta neliölaatan kantokykyyn.

Artikkelin lopussa on esitetty eräitä koetuloksia Helsingin teknillisen korkeakoulun rakennetekniikan laitoksessa suoritetuista kokeista neliölaatoilla ja laattakaistoilla. Tuloksia on verrattu

esitettyjen laskumenetelmien mukaan laskettuihin kantokuormiin.

## 2. TERÄSBETONISEN VAPAASTI TUETUN SUORAKAIDELAATAN KANTOKUORMA

### 2.1. Lähtöolettamukset

Kuvan 1 mukaiselle laatalle on johdettu seuraavassa plastisuus-teoriaan perustuen kantokuorma käyttäen seuraavia olettamuksia.

1. Betoni on vetoa kestämaton aine.
2. Betonin myötölujuus on  $0,85 f'_c$ .
3. Betonin myötölujuus kaksiakselisessa puristuksessa on sama kuin aksiaalisessa puristuksessa.
4. Murtohetkellä betonin puristuspuolen jännitysjakautuman muoto voidaan otaksua suorakaiteeksi, jonka korkeus on  $0,85 kd$ , missä  $kd$  on neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta.
5. Venymät jakautuvat lineaarisesti poikkileikkauksessa.
6. Murtohetkellä teräkset myötövät.
7. Holvivoima vaikuttaa alapinnan reudoituksen tasossa.

### 2.2. Laatan myötöehto ja myötösääntö

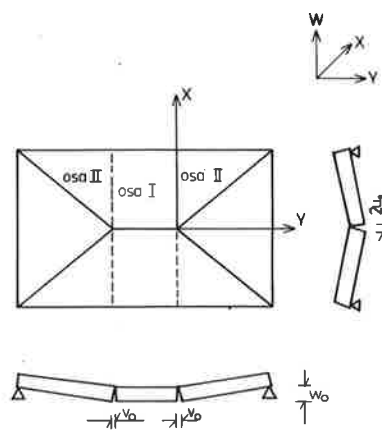
Edellisessä kohdassa esitettyjen olettamusten perusteella saadaan kuvan 2 mukaisen poikkileikkauksen myötömomentille arvo

$$\frac{M}{M_0} = 1 + \alpha \frac{H}{T_0} - (1 - \alpha) \frac{H^2}{T_0^2}, \quad (1)$$

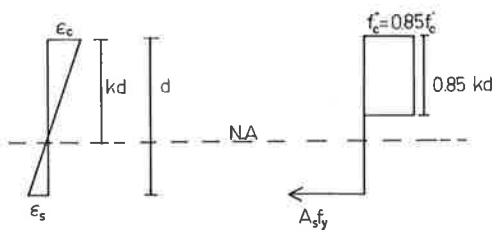
$$\text{missä } \alpha = \frac{1 - r}{1 - \frac{1}{2}r}, \quad r = \frac{A_s}{bd} \frac{f_y}{f'_c},$$

$$T_0 = A_s f_y,$$

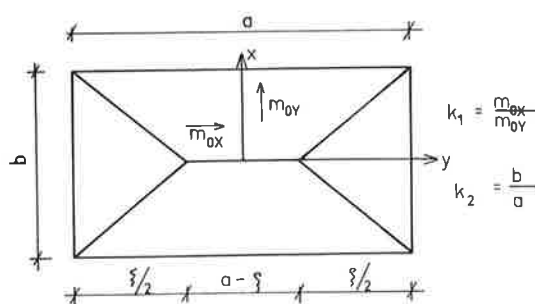
$$M_0 = A_s f_y \left( d - \frac{A_s f_y}{2bf'_c} \right).$$



Kuva 1. Laatan myötökuvio, laatan jako osiin I ja II sekä koordinaatisto.



Kuva 2. Jännitys- ja venymäjakauma murtohetkellä.



Kuva 3. Tasaisesti kuormitetun laatan myötökuvio.

b on poikkileikkauksen leveys.

Käyttämällä merkintöjä  $Q_1 = M/M_0$  ja  $Q_2 = H/T_0$  saadaan yhtälöstä (1) laattakaistan myötöehto

$$f(Q_1, Q_2) = Q_1 - \alpha Q_2 + (1 - \alpha)Q_2^2 = 1. \quad (2)$$

Olettamalla, että x- tai y-suunnassa tapahtuva myötö on riippumaton toisen suunnan jännityksistä, voidaan laatan myötöehto esittää muodossa

$$\max(f(Q_{1x}, Q_{2x}); f(Q_{1y}, Q_{2y})) = 1. \quad (3)$$

Laatan plastiset muodonmuutokset saadaan myötösäännön avulla myötöehdosta

$$\begin{aligned} \text{venymä } \dot{\epsilon} &= -\lambda \frac{\partial f}{\partial H}, \\ \text{käyristymä } \dot{\kappa} &= \lambda \frac{\partial f}{\partial M}. \end{aligned} \quad (4)$$

### 2.3. Laatan myötökuvion määrittäminen

Olettamalla, että laatan myötökuvio muodostuu suorista viivoista ja että nurkka-, viuhka- yms. vaikutukset voidaan jättää huomiotta, voidaan alapinnastaan raudoitettulla tasaisella kuormalla kuormitettulla laatalle käyttää kuvan 3 mukaista myötökuviota.

Mikäli laatussa ei esiinny holvivaikutusta, kuorman p arvo voidaan määrittää esimerkiksi energiamenetelmällä  $\xi$ :n funktiona.

Kuorma saa pienimmän arvon silloin, kun

$$\frac{\xi}{a} = \frac{k_2}{k_1} \left( \sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 + \frac{3}{k_1}} - k_2 \right). \quad (5)$$

### 2.4. Laatan siirtymien ja sisäisten voimien välinen yhteys

#### 2.4.1. Siirtymien lausekkeet

Kuvan 1 mukaisesti voidaan kuvassa 3 esitetty myötökuvio ja-

kaa kahteen osaan. Keskipisteen taipumaa on merkitty kuvassa  $w_0$ :lla ja halkeamien leveyttä keskikohdassa terästen korkeudella x-suunnassa  $2u_0$ :lla ja y-suunnassa  $2v_0$ :lla

Valitsemalla koordinaatisto siten, että sen origo on kohdassa  $b/2, \xi/2$  saadaan osasta II siirtymille seuraavat reunaehdot x-suunta, kun  $y = 0$

$$w_x = -w_0 \left(1 - \frac{2|x|}{b}\right),$$

$$\epsilon_x = 0, \text{ kun } u_0 \leq x \leq b/2,$$

$$u = 0, \text{ kun } x = b/2,$$

$$u = u_0, \text{ kun } x = 0.$$

y-suunta, kun  $x = 0$

$$w_y = -w_0 \left(1 - \frac{2|y|}{\xi}\right)$$

$$\epsilon_y = 0, \text{ kun } v_0 \leq y \leq a/2$$

$$v = 0, \text{ kun } y = a/2$$

$$v = v_0, \text{ kun } y = 0.$$

Venymien ja siirtymien välinen yhtälö x-suunnassa, kun  $y = 0$ , on muotoa

$$\epsilon_x = u'_x + \frac{1}{2} (w'_x)^2 = 0.$$

Lausekkeessa on otettu huomioon taipumasta aiheutuva lisätermi  $\frac{1}{2}(w'_x)^2$ .

Integroimalla edellinen lauseke ja ottamalla huomioon esitetyt reunaehdot saadaan vinolla myötöviivalla siirtymälle  $u$ , venymälle  $\epsilon_x$  ja käyristymälle  $\kappa_x$  lausekkeet

$$u = \frac{w_0^2}{b} \left(1 - \frac{2|x|}{b}\right),$$

$$\epsilon_x = \frac{w_0^2}{b} \left(1 - 2 \frac{|x|}{b}\right),$$

$$\kappa_x = \frac{w_0}{b/2}.$$

(6)

Vastaava yhtälö  $y$ -suunnassa on

$$\epsilon_y = v_y' + \frac{1}{2} (w_y')^2 = 0.$$

Reunaehdot huomioonottaen saadaan

$$\begin{aligned} v &= \frac{w_0^2}{\xi} \left(1 - \frac{2|y|}{\xi}\right), \\ \epsilon_y &= \frac{w_0^2}{\xi} \left(1 - \frac{2|y|}{\xi}\right), \\ \kappa_y &= \frac{w_0}{\xi/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Nurkasta lähtevän vinon myötöviivan suunnassa  $s$  saadaan venymälle  $\epsilon_s$  ja käyristymälle  $\kappa_s$  lausekkeet

$$\begin{aligned} \epsilon_s &= \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2} = w_0^2 \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{2|x|}{b}\right)^2}{b^2} + \frac{\left(1 - \frac{2|y|}{\xi}\right)^2}{\xi^2}} \\ \kappa_s &= \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2} = 2w_0 \sqrt{\frac{1}{b^2} + \frac{1}{\xi^2}} \end{aligned} \quad (8)$$

Lisäksi on myötöviivalla  $x$ :n ja  $y$ :n välillä voimassa yhtälö

$$y = \frac{\xi}{b} x.$$

#### 2.4.2. Muodonmuutokset laskettuna myötösääntöä soveltaen

Kaavoista (4) saadaan venymälle ja käyristymälle lausekkeet

$$\dot{\epsilon} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial H} = -\lambda \left( \frac{\alpha}{T_0} - \frac{2(1-\alpha)}{T_0^2} H \right),$$

$$\dot{\kappa} = \lambda \frac{\partial f}{\partial M} = \frac{\lambda}{M_0}.$$

Eliminoimalla  $\lambda$  saadaan

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\kappa}} = \frac{\frac{\alpha}{T_0} - \frac{2(1-\alpha)}{T_0^2} H}{\frac{1}{M_0}}. \quad (9)$$

2.4.3. Sisäiset voimat taipuman funktiona

Myötöehdosta ja kaavoista (6), (7), (8) ja (9) saadaan holvi-voimalle ja taivutusmomentille lausekkeet

$$\begin{aligned} \frac{H}{T_0} &= \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} + \frac{(2-\alpha)w(i)}{4(1-\alpha)d} & i = x, y, s \\ \frac{M}{M_0} &= 1 + \frac{\alpha^2}{4(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)^2 w(i)^2}{8(1-\alpha)d^2} & i = x, y, s \end{aligned} \quad (10)$$

2.5. Laatan sisäisten ja ulkoisten voimien väliset tasapainoyhtälöt, kantokuorma

Kuvassa 4 on esitetty myötöviivoilla erotettuihin laatanosiin A ja B vaikuttavat voimat. Voimien tasapainoehdoiksi saadaan seuraavat lausekkeet

Osa A (x-suunta)

$$\Sigma x = 0$$

$$\int_{-\frac{a-\xi}{2}}^{\frac{a-\xi}{2}} H(o) dy + \frac{pb(2a-\xi)}{4} w'_x + \frac{2b}{\sqrt{b^2+\xi^2}} \int_0^{\frac{1}{2}\sqrt{b^2+\xi^2}} H(s) ds =$$

$$= \int_{-a/2}^{a/2} H\left(\frac{b}{2}\right) dy + \int_{-a/2}^{a/2} V\left(\frac{b}{2}\right) w'_x dy$$

$$\Sigma z = 0$$

$$\frac{pb(2a-\xi)}{4} = \int_{-a/2}^{a/2} V\left(\frac{b}{2}\right) dy \quad (11a)$$



$$\Sigma M = 0$$

$$\int_{-\frac{a-\xi}{2}}^{\frac{a-\xi}{2}} M(o) dy + \frac{2b}{\sqrt{b^2 + \xi^2}} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + \xi^2}} M(s) ds = \frac{\rho b^2 (a - \xi)}{8} +$$

$$\int_{-\frac{a-\xi}{2}}^{\frac{a-\xi}{2}} w_o H(o) dy + \frac{\rho b^2 \xi}{24} + \frac{2b}{\sqrt{b^2 + \xi^2}} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + \xi^2}} H(s) w(s) ds$$

Osa B (y-suunta)

$$\Sigma y = 0$$

$$\frac{2\xi}{\sqrt{b^2 + \xi^2}} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + \xi^2}} H(s) ds + \frac{\rho b \xi}{4} w'_y = \int_{-b/2}^{b/2} H(a/2) ds + \int_{-b/2}^{b/2} V(a/2) w'_y dx$$

$$\Sigma z = 0$$

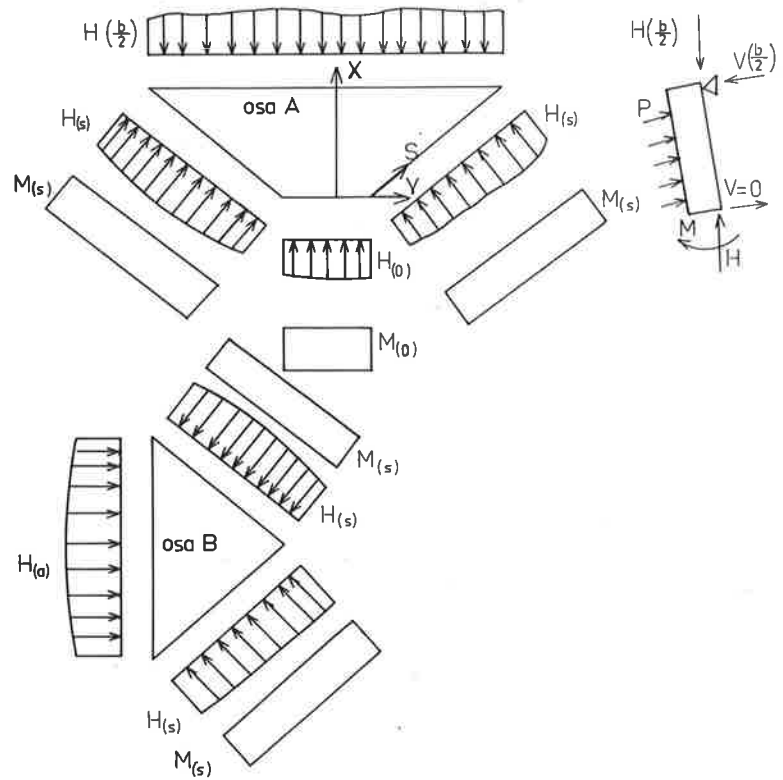
$$\frac{\rho b \xi}{4} = \int_{-b/2}^{b/2} V(a/2) dx \quad (11b)$$

$$\Sigma M = 0$$

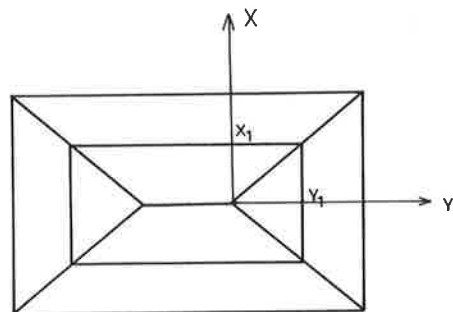
$$\frac{2\xi}{\sqrt{b^2 + \xi^2}} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + \xi^2}} M(s) ds = \frac{\rho b \xi^2}{24} + \frac{2\xi}{\sqrt{b^2 + \xi^2}} \int_0^{\frac{1}{2} \sqrt{b^2 + \xi^2}} w(s) H(s) ds$$

Ratkaisemalla näistä holvivoima H x- ja y-suunnassa saadaan

$$H_x = T_o \left[ a \left( \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)w_o}{4(1-\alpha)d} \right) + \xi \frac{(2-\alpha)w_o}{8(1-\alpha)d} \right] \quad (12)$$



Kuva 4. Laatan myötöviivoilla vaikuttavat voimat.



Kuva 5. Laatan myötökuvio ja sen jakautuminen plastiseen ja kimmoiseen osaan.

$$H_y = T_0 b \left( \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)w_0}{8(1-\alpha)d} \right) \quad (13)$$

Momenttiyhtälöistä voidaan ratkaista kantokuorma  $p$  ja myötökuvion tarkka muoto (etäisyys  $\xi$ ) taipuman  $w_0$  funktiona.

## 2.6. Laatan kimmoisen kokoonpuristuman vaikutus kantokuormaan

Edellä esitettyä jäykkäplastista ratkaisua voidaan muuntaa ottamalla huomioon, että laatussa tapahtuu myös kimmoista kokoonpuristumista. Jos otaksutaan, että kokoonpuristumista tapahtuu vain holvivoiman  $H$  vaikutuksesta, on sen aikaansaama keskimääräinen kokoonpuristuma  $H/E_c \bar{h}$ , missä  $\bar{h}$  on laatan tehollinen paksuus.

Lisäksi, kun oletetaan, että taipuman aiheuttama venymä  $1/2w'^2$  on otettava huomioon siirtymien ja venymien välisessä yhtälössä vain kuvassa 5 esitetyn keskialueen ulkopuolella, saadaan venymille seuraavat yhtälöt ja reunaehdot.

x-suunta, kun  $y = 0$

$$\epsilon_x^1 = u_x^1 + \frac{1}{2}(w_x')^2 - \frac{H}{E_c \bar{h}} = 0, \text{ kun } x_1 \leq x \leq \frac{b}{2}$$

$$\epsilon_x^2 = u_x^2 - \frac{H}{E_c \bar{h}} = 0, \text{ kun } 0 \leq x \leq x_1$$

Reunaehdot

$$u^1 = 0, \text{ kun } x = \frac{b}{2}$$

$$u^1 = u_0^1, \text{ kun } x = x_1$$

$$u^2 = 0, \text{ kun } x = 0$$

y-suunta, kun  $x = 0$

$$\epsilon_y^1 = v_y^1 + \frac{1}{2}(w_y')^2 - \frac{H}{E_c \bar{h}} = 0, \text{ kun } y_1 \leq y \leq \frac{a}{2}$$

$$\epsilon_y^2 = v_y^2 - \frac{H}{E_c \bar{h}} = 0, \text{ kun } 0 \leq y \leq y_1$$

Reunaehdot

$$v^1 = 0, \text{ kun } y = \frac{a}{2}$$

$$v^1 = v_0^1, \text{ kun } y = y_1$$

$$v^2 = 0, \text{ kun } y = 0$$

Tasapaino- ja myötöehdoista saadaan holvivoiman ja taipuman väliseksi yhteydeksi

x-suunnassa

$$H_x = T_0 (a - \xi) \left( \frac{\alpha w_0}{2(1-\alpha)(w_0 + \mu_x)} - \frac{(2-\alpha)w_0^2}{4(1-\alpha)(w_0 + \mu_x)d} \right) + T_0 \xi \left( \frac{\alpha w_0}{2(1-\alpha)(w_0 + \mu_x)} - \frac{(2-\alpha)w_0^2}{8(1-\alpha)(w_0 + \mu_x)d} \right) \quad (14)$$

y-suunnassa

$$H_y = T_0 b \left( \frac{\alpha w_0}{2(1-\alpha)(w_0 + \mu_y)} - \frac{(2-\alpha)w_0^2}{8(1-\alpha)(w_0 + \mu_y)d} \right) \quad (15)$$

Kaavoissa

$$\mu_x = \frac{(2-\alpha)T_0}{8(1-\alpha)dE_c} \left( \frac{\xi^2}{h_x} + \frac{(a-\xi)^2}{d} \right)$$

$$\mu_y = \frac{(2-\alpha)T_0}{8(1-\alpha)dE_c} \frac{b^2}{h_y}$$

Kantokuorman ja taipuman sekä  $\xi$ :n ja taipuman välinen yhteys saadaan ratkaistua momenttiyhtälöistä.

### 3. KOKEITA NELIÖLAATOILLA JA LAATTAKAISTOILLA

#### 3.1. Koekappaleet

Helsingin teknillisessä korkeakoulussa suoritettiin v. 1971-1972 kokeita neliölaatoilla ja laattakaistoilla. Laattojen dimensiot olivat  $1400 \times 1400 \times 60 \text{ mm}^3$  ja laattakaistojen  $1400 \times 500 \times 60 \text{ mm}^3$ .

Betonin suunnittelulujuus oli K200. Raudoitus oli laatoilla symmetrinen molemmissa suunnissa. Laattakaistojen pituussuuntainen raudoitus vastasi laattojen raudoitusta.

Taulukko 1. Tiedot koekappaleiden raudoituksesta.

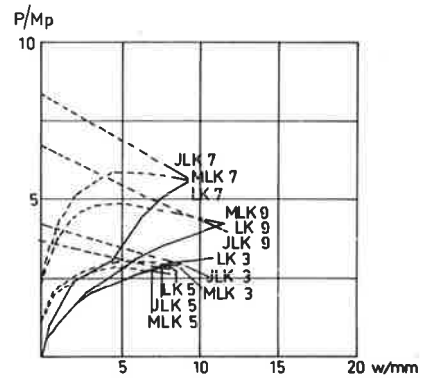
Koekappale	Hyödyllinen korkeus		Raudoitus			
	$d_x$ mm	$d_y$ mm	x	y	$\rho_x 10^{-2}$	$\rho_y 10^{-2}$
laatta	39	45	∅ 6K100	∅ 6K100	0,728	0,631
kaista	-	45	-	∅ 6K100	-	0,631

### 3.2. Kuormitus ja mittaukset

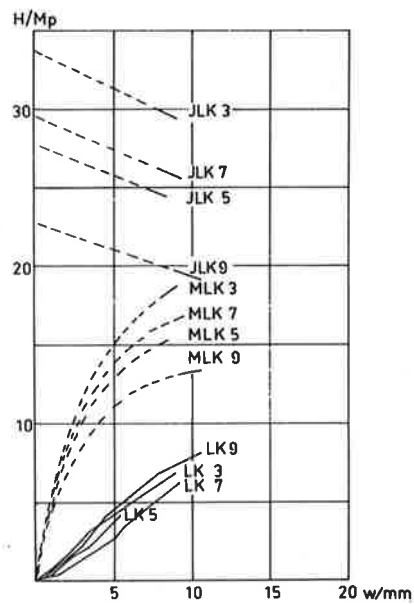
Laatat kuormitetaan jäljitellen tasaista kuormaa, ja laattakaistat joko yhdellä tai kahdella viivakuormalla. Kuormitusta varten koekappaleet kiinnitettiin kuormitusalustaan siten, että reunan kiertymä estyi. Koska laatat olivat vain alapinnasta raudoitettuja voidaan otaksua yläpinnan halkeamisen jälkeen laattojen toimivan vapaasti tuettujen laattojen tavoin. Alustasta johtuen vapaaksi jänneeksi tuli 900 mm. Kuormituksen aikana mitattiin taipuman, holvi-voiman ja reunanliikkeen suuruus laatan keskellä. Eräiden laattakaistojen kuormitus-taipuma ja taipuma-holvivoima käyrät on esitetty kuvissa 6 ja 7.

### 3.3. Koetulosten tarkastelu

Soveltamalla edellä esitettyjä laskutapoja neliölaattoihin



Kuva 6. Eräillä laattakaistoilla saatuja kuormitus-taipumakäyriä sekä kaavoista (16) ja (17) lasketut teoreettiset kuormitus-taipumakäyrät.



Kuva 7. Eräillä laattakaistoilla saatuja holvivoiman arvoja taipuman funktiona sekä kaavoista (16) ja (17) lasketut teoreettiset holvivoima-taipumakäyrät.

ja laattakaistoihin saadaan kantokuormille ja holvivoimille lausekkeet:

neliölaatta jäykkäplastinen

$$\frac{H}{LT_0} = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)w_0}{8(1-\alpha)d} \quad (16a)$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{\alpha^2}{4(1-\alpha)} - \frac{\alpha(2-\alpha)w_0}{4(1-\alpha)d} + \frac{(2-\alpha)^2 w_0^2}{16(1-\alpha)d^2}$$

neliölaatta, kimmainen kokoonpuristuma huomioonottaen

$$\frac{H}{LT_0} = \frac{\alpha w_0}{2(w_0 + \mu)(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)w_0^2}{8(w_0 + \mu)(1-\alpha)d}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{\alpha^2(w_0 + 2\mu)w_0}{4(w_0 + \mu)^2(1-\alpha)} - \frac{\alpha(2-\alpha)(2w_0 + 3\mu)w_0^2}{8(w_0 + \mu)^2(1-\alpha)d} +$$

$$+ \frac{(2-\alpha)^2(3w_0 + 4\mu)w_0^3}{48(w_0 + \mu)^2(1-\alpha)d^2} \quad (16b)$$

laattakaista jäykkäplastinen

$$\frac{H}{bT_0} = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)w_0}{4(1-\alpha)d} \quad (17a)$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{\alpha^2}{4(1-\alpha)} - \frac{\alpha(2-\alpha)w_0}{2(1-\alpha)d} + \frac{3(2-\alpha)^2 w_0^2}{16(1-\alpha)d^2}$$

laattakaista, kimmainen kokoonpuristuma huomioonottaen

$$\frac{H}{bT_0} = \frac{\alpha w_0}{2(w_0 + \mu)(1-\alpha)} - \frac{(2-\alpha)w_0^2}{4(w_0 + \mu)(1-\alpha)d} \quad (17b)$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{\alpha^2(w_0 + 2\mu)w_0}{4(w_0 + \mu)^2(1-\alpha)} - \frac{\alpha(2-\alpha)(2w_0 + 3\mu)w_0^2}{4(w_0 + \mu)^2(1-\alpha)d} +$$

$$+ \frac{(2-\alpha)^2(3w_0 + 4\mu)w_0^3}{16(w_0 + \mu)^2(1-\alpha)d^2}$$

Kun em. kaavoihin sijoitetaan kunkin koekappaleen ainekohtaiset va-

kiot ja mitattu murtohetken taipuma sekä yksinkertaisen myötöviiva-teorian mukaan lasketut kantokuorman  $P_0$  arvot saadaan kantokuorman ja holvivoiman arvot laskettua. Tulokset on esitetty taulukoissa 2 ja 3. Taulukossa 2 on lisäksi esitetty mitattu kantokuorman arvo sekä suhteet  $P_{lask}/P_{mit}$ . Taulukossa 3 on esitetty holvivoiman mitätut arvot ja suhde  $H_{lask}/H_{mit}$ .

Taulukko 2. Teoreettisten ja havaittujen holvivoimien suhteet.

Koekappale	Jäykkäplastinen ratkaisu	Modifioitu jäykkäplastinen ratkaisu
	P teoreettinen/P havaittu	P teoreettinen/P havaittu
laatta 3	24.1/24.0 = 1.00	23.7/24.0 = 0.99
kaista 3	2.9/3.0 = 0.96	2.8/3.0 = 0.94
kaista 5	2.7/3.0 = 0.90	2.6/3.0 = 0.87
kaista 7	5.8/5.5 = 1.16	5.5/5.5 = 1.00
kaista 9	4.2/4.0 = 1.15	4.3/4.0 = 1.10
keskiarvo	1.01	0.98
hajonta	0.12	0.09

Taulukko 3. Teoreettisten ja havaittujen holvivoimien suhteet.

Koekappale	Modifioitu jäykkäplastinen ratkaisu
	H teoreettinen / H havaittu
laatta 3	23.4/15.1 = 1.8
kaista 3	18.7/6.8 = 2.7
kaista 5	13.6/4.1 = 3.2
kaista 7	16.7/6.7 = 2.7
kaista 9	13.5/8.1 = 1.7
keskiarvo	2.4
hajonta	0.65



Sijoittamalla ainekohtaiset vakiot ja murtohetken mitattu taipuma holvivoimien lausekkeisiin saadaan teoreettisten ja havaittujen holvivoimien suhteiksi modifioidun ratkaisun mukaan taulukossa 3 esitetyt arvot.

Kuvaan 6 on piirretty koetulosten lisäksi kaavasta (17) kullekin laattakaistalle lasketut kuormitus-taipumakäyrät. Kuvaan 7 on piirretty taipuma-holvivoima käyrät laskettuna yhtälöstä (17).

Saaduista tuloksista havaitaan, että esitetyt teoriat soveltuvat hyvin kantokuorman laskemiseen, sen sijaan holvivoimalle saadaan liian suuria arvoja. Tulos viittaa siihen, että laatan reunojen jäykkyys käytetyllä koejärjestelyllä on otaksuttua pienempi.

#### 4. TUEN REUNAEHTOJEN VAIKUTUS KANTOKUORMAAN

Edellä oleva ratkaisu on esitetty vapaasti tuetulle alapinnasta raudoitetulle isotooppiselle laatalle, jota kuormittaa tasainen kuorma. Lisäksi otaksutaan, että tuen liike laatan tasossa on täysin estetty. Ratkaisussa on mahdollista ottaa huomioon myös yläpinnan raudoitus ja jäykkä kiinnitys muuttamalla myötökuvio kiinnitystä vastaavaksi ja lisäämällä tasapainoehtoihin tukimomenttien vaikutus.

Mikäli laatan reunat eivät ole täysin jäykkiä, voidaan reunan liikkeen vaikutus kantokuormaan ottaa huomioon käyttämällä yhteensopivuusehtoa reunan siirtymän ja holvivoiman aiheuttaman reunan jäykisteen siirtymän välillä.

KÄYTETTYJÄ MERKINTÖJÄ

$A_s$	teräspinta-ala
$E_c$	betonin kimmomoduuli
$E_s$	teräksen kimmomoduuli
$H$	holvivoima
$L$	jännemitta
$M_o$	myötömomentti
$P$	kokonaiskuorma
$T_o$	terästen myötökuorma
$V$	leikkausvoima suunnassa $z$
$a$	laatan pituus
$b$	laatan leveys
$d$	poikkileikkauksen hyödyllinen korkeus
$f'_c$	betonin lieriölujuus
$f''_c$	betonin myötölujuus = $0.85 f'_c$
$f_y$	teräksen myötöjännitys
$\bar{h}$	puristuspuolen keskimääräinen toimiva korkeus
$k$	puristuspuolen korkeuden suhde hyödylliseen korkeuteen
$\rho$	raudoitusprosentti alapinnassa
$t$	poikkileikkauksen korkeus
$u$	siirtymä suunnassa $x$
$u_o$	keskipisteen siirtymä
$v$	siirtymä suunnassa $y$
$w_i$	$z$ -akselin suuntainen taipuma kohtisuoraan suuntaa $i$ vastaan
$w_o$	keskipisteen taipuma
$x,y,z$	suorakulmaiset koordinaatit

p	tasaisesti jakautunut kuorma
$\mu$	modifiointitekijä
$\kappa$	käyristymä
$\alpha, \lambda$	tekstissä selitetyt vakioita

## KIRJALLISUUTTA

- 1 Jacobson, Membrane Flexural Failure Modes of Horizontally Restrained Reinforced Concrete Slabs. Thesis presented to Massachusetts Institute of Technology, in June 1965.
- 2 Hyttinen - Tuomioja, Dome action in reinforced concrete slabs. Helsinki 1971. Valtion teknillinen tutkimuslaitos. Julkaisu 160.
- 3 Hyttinen, Teräsbetonilaattojen kestävydestä. Osa A. Helsinki 1969. Valtion teknillinen tutkimuslaitos. Julkaisu 134.
- 4 Hyttinen, Teräsbetonilaattojen kestävydestä. Osa B. Helsinki 1968. Valtion teknillinen tutkimuslaitos. Julkaisu 135.
- 5 Hyttinen, On the strength of reinforced slabs. Part C. Helsinki 1969. Valtion teknillinen tutkimuslaitos. Julkaisu 138.
- 6 Punakallio, Holvivoiman vaikutus teräsbetonisten laattojen ja laattakaistojen taivutuskestävyyteen. Otaniemi 1973. Diplomityö.

Mauri Tuomioja, dipl.ins., Helsingin teknillinen korkeakoulu, Otaniemi

Risto Punakallio, dipl.ins., Insinööritoimisto Kukkola & Salin Oy,  
Helsinki