

TERÄSBETONISTEN SUORAKAIDEPALKKIEN MITOITTAMINEN TAIVUTUKSELLE

KARI MÄKELÄ

Rakenteiden Mekanikka
6 (1973) 3-4, s. 147...
158, Rakenteiden Meka-
niikan Seura, Helsinki

JOHDANTO

Tässä artikkelissa käsitellään taivutettuja teräsbetonisia suorakaidepalkkeja, joille on johdettu betoninormien murtokriteereihin perustuvat mitoituskäyrästöt. Käyrästöt soveltuvat eräin rajoituksin myös ei-suorakaidepalkeille. Palkkien raudoitus voi olla joko A40H tai A60H.

Artikkeli on tarkoitettu lähinnä rakennesuunnittelijoille ja -valvojlle heidän mitoittaessaan teräsbetonipalkkeja ja arvioidessaan niiden murtokuormia.

1. MITOITUSKAAVOJEN JOHTO

1.1 Perusolettamukset

Mitoituskäyrästöjä laadittaessa tehtiin seuraavat olettamukset

1. Bernoulli-Navierin otaksuma (tasot säilyvät tasoina) on voimassa eikä leikkausvoimien vaikutusta muodonmuutoksiin oteta huo-

mioon.

2. Jännitykset ja muodonmuutokset eivät riipu ajasta.
3. Betonin jännitys-muodonmuutoskäyrä on kuvan 1 mukainen ($\epsilon_{bj} = 2 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$ ja $\epsilon_{bm} = 3,5 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$).
4. Teräksen jännitys-muodonmuutoskäyrä on kuvan 2 mukainen. Teräksen A40H $\sigma_{tj} = 4200 \text{ kp/cm}^2$ ja $\epsilon_{tj} = 2 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$ sekä teräksen A60H $\sigma_{tj} = 6000 \text{ kp/cm}^2$ ja $\epsilon_{tj} = 2,86 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$. Molempien teräslaatuojen $\epsilon_{tm} = 5 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$.
5. Betonin ja terästen välillä ei tapahdu liukumaa, joten betonin ja teräksen muodonmuutokset ovat yhtäsuuret joka pisteessä.
6. Palkki murtuu, kun betonin puristuma saavuttaa arvon $3,5 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$ tai terästen venymä arvon $5 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$.

1.2 Palkin teräsmäärä

Määritellään poikkileikkauksen suhteellinen kokonaisteräsmäärä (μ)

$$\mu = \frac{A_{tv} + A_{tp}}{b h_y} \quad (1)$$

Merkitään vedettyjen terästen suhteellista määrää luvulla q

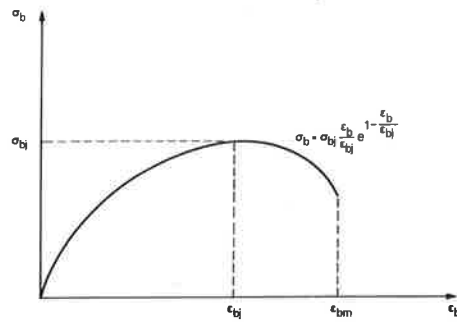
$$q = \frac{A_{tv}}{A_{tv} + A_{tp}} \cdot 100 \% \quad (2)$$

Tällöin puristus- (A_{tp}) ja vetoteräsmäärät (A_{tv}) voidaan ilmaista kaavoilla

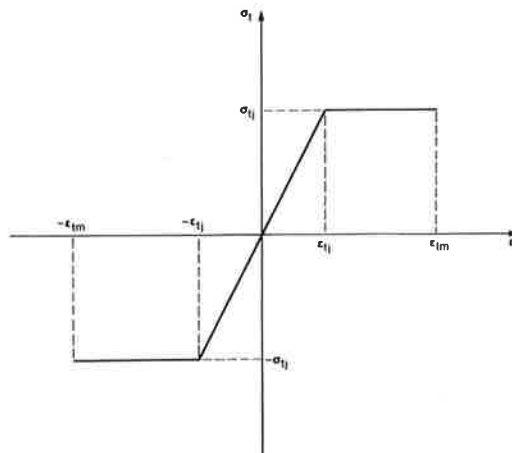
$$A_{tv} = \frac{q}{100} \mu b h_y \quad (3)$$

$$A_{tp} = \frac{100 - q}{100} \mu b h_y \quad (4)$$

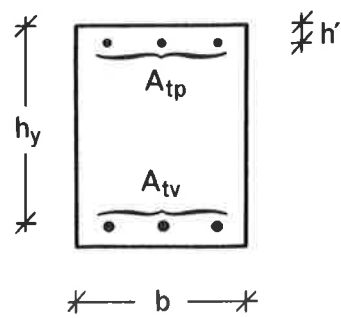
Määritellään palkin tasapainoraidoitukseksi (μ_{tasap}) sellainen teräsmäärä, jonka vetopuolelle sijoitetut teräkset alkavat myötää samalla



Kuva 1. Betonin jännitys-muodonmuutuskäyrä.



Kuva 2. Teräksen jännitys-muodonmuutuskäyrä.



Kuva 3. Palkin poikkileikkaus.

hetkellä, kun betoni saavuttaa murtopuristuman. Määritellään edelleen suhteellinen tasapainorauδοitus

$$\bar{\mu}_{\text{tasap}} = \mu_{\text{tasap}} \cdot \frac{\sigma_{tj}}{\sigma_{bj}} \quad (4a)$$

Yksinkertaisen geometrisen muodonmuutostasotarkastelun, kuvien 1 ja 2 jännitys-muodonmuutoskuvaajien sekä palkin aksiaalisten voimien tasapainoehdon perusteella voidaan helposti osoittaa, että

$$\bar{\mu}_{\text{tasap}} = k(\epsilon_{tj}) \frac{100}{2q - 100} \quad (4b)$$

missä $k(\epsilon_{tj}) = 0.5161$ (A40H:11e)
 $= 0.4229$ (A60H:11e).

Käytetyn raudoituksen määrää prosentteina tasapainorauδοituksesta merkitään p:llä, jolloin

$$A_t = \frac{p}{100} \bar{\mu}_{\text{tasap}} \frac{\sigma_{bj}}{\sigma_{tj}} b h_y \quad (5)$$

$$A_{tv} = \frac{q}{100} A_t \quad (6)$$

$$A_{tp} = \frac{100 - q}{100} A_t \quad (7)$$

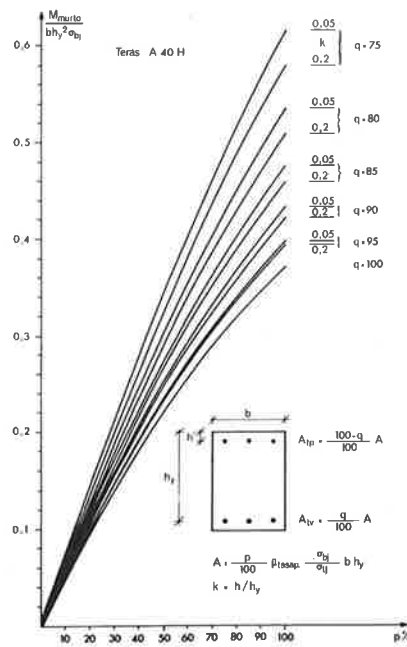
1.3 Murtomomentti

Murtomomentiksi M_{murto} määritellään sellainen momentti, jonka vaikutuksesta jokin murtokriteereistä toteutuu eli $\epsilon_b \text{ max} = \epsilon_{bm}$ ja/tai $\epsilon_{tv} \text{ max} = \epsilon_{tm}$.

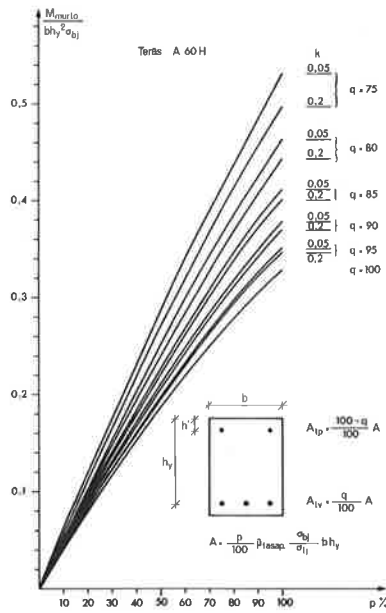
Poikkileikkauksen tasapainotarkastelulla voidaan helposti osoittaa, että murtomomentti saadaan kaavasta

$$M_{\text{murto}} = Z_p (h_y - h') + D(h_y - f(x)) \quad (8)$$

missä



Kuva 4. Murtomomentti kokonaisteräsmäärän funktiona.



Kuva 5. Murtomomentit kokonaisteräsmäärän funktiona.

$$Z_p = A_{tp} \frac{\epsilon_{tp}}{\epsilon_{tj}} \sigma_{tj} \quad \text{jos } \epsilon_{tp} \leq \epsilon_{tj}$$

$$= A_{tp} \sigma_{tj} \quad \text{jos } \epsilon_{tp} > \epsilon_{tj}$$

$$D = b \cdot h_y \cdot \sigma_{bj} \cdot k(\epsilon_{tj})$$

$f(x)$ on neutraaliakselin paikasta riippuva suure, joka kuvaa D :n etäisyyttä puristetusta reunasta.

Kaavan (8) mukainen murtomomentti M_{murto} on laskettu tietokoneella HP-2000 ja saadut tulokset on esitetty kuvissa 4 (A40H) ja 5 (A60H) dimensiottomassa muodossa $M_{\text{murto}} / (b h_y^2 \sigma_{bj})$ funktiona q :sta, p :stä ja suhteesta h'/h_y .

2. ESIMERKKEJÄ KÄYRÄSTÖN KÄYTÖSTÄ MITOITUSTEHTÄVISSÄ

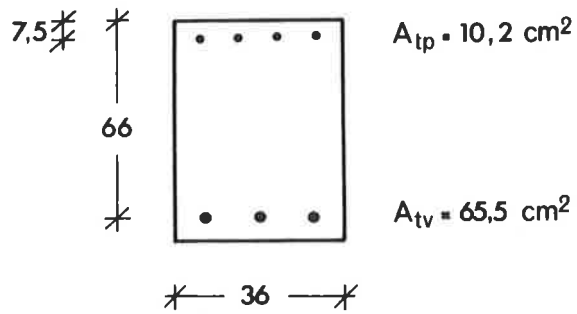
2.1 Annetun poikkileikkauksen murtomomentin määrittäminen

On määritettävä kuvan 6 mukaisen poikkileikkauksen murtomomentti.

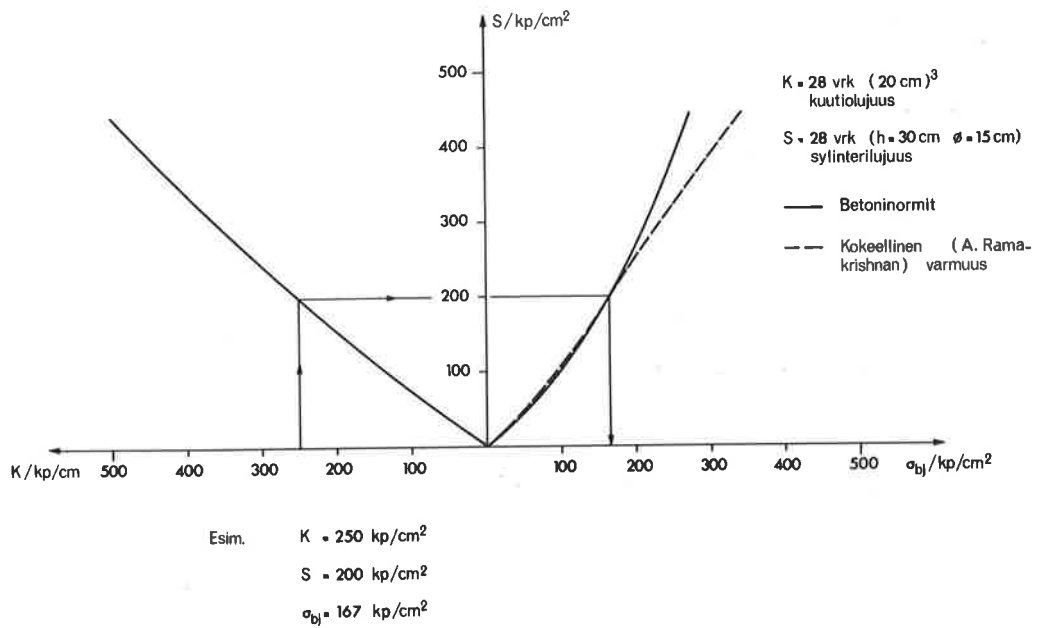
Kokonaisteräsmäärä $A_t = 75,7 \text{ cm}^2$, joten suhteellinen kokonaismäärä on $\mu = \frac{75,7}{36 \times 66} = 0,0319$ (kaavasta 1) ja kaavan (2) vetoteräsmäärää kuvaava suure $q = \frac{65,5}{75,7} \cdot 100 \% = 86,5 \%$. Täten siis suhteellinen tasapainorauhoitus kaavan (4) perusteella on $\bar{\mu}_{\text{tasap}} = 0,5161 \frac{100}{2 \cdot 86,5 - 100} = 0,707$.

Betonin lieriö- ja kuutiolujuudet (S ja K) voidaan muuttaa teorian edellyttämiksi laskennollisiksi lujuuksiksi (σ_{bj}) kuvan 7 avulla. Nyt siis $\sigma_{bj} = 235 \text{ kp/cm}^2$, joten kaavan (4) $\mu_{\text{tasap}} = 0,707 \frac{235}{4200} = 0,0396$. Käytetty teräsmäärä - ilmaistuna kaavan (5) suureella p - on siis $p = 100 \frac{0,0319}{0,0396} = 80,6 \%$. Koska $k = h'/h = 0,11$, saadaan kuvasta 4 $M_{\text{murto}} / (b h_y^2 \sigma_{bj}) = 0,348$, joten kysytty murtomomentti M_{murto} on

$$M_{\text{murto}} = 0,348 \cdot 36 \cdot 66^2 \cdot 235 \text{ kpcm} = 128 \text{ Mpm.}$$



Kuva 6. Palkin poikkileikkaus. $S = 350 \text{ kp/cm}^2$, teräs A40H, $\sigma_{tj} = 4200 \text{ kp/cm}^2$.



Kuva 7. σ_{bj} :n riippuvuus K :sta ja S :stä.

2.2 Suorakaidepoikkileikkauksen mitoittaminen

On mitoitettava suorakaidepalkki, jonka $M_{\text{murto}} = \gamma \cdot$

$M_{\text{vallitseva}} = 154 \text{ Mpm}$ ja $S = 350 \text{ kp/cm}^2$.

Valitaan ensin $q = 90 \%$, $p = 65 \%$ ja $h'/h = 0.1$.

a) Käytetään terästä A40H, jolloin kaavan (4) ja kuvan 4 perusteella saadaan

$$\bar{\mu}_{\text{tasap}} = 0.645$$

$$M_{\text{murto}} / (bh_y^2 \sigma_{bj}) = 0.310$$

Koska kuvan 7 perusteella $\sigma_{bj} = 235 \text{ kp/cm}^2$, niin

$$bh_y^2 = 211\,393 \text{ cm}^3.$$

Suunnittelija voi valita sivujen suhteen vapaasti. Jos $b = 36 \text{ cm}$ niin $h_y = 76,6 \text{ cm}$ ja kaavan (5) perusteella saadaan kokonaisteräsmääräksi (A_t)

$$A_t = 0.65 \cdot 0.645 \cdot \frac{235}{4200} \cdot 36 \cdot 76,6 \text{ cm}^2 = 64,7 \text{ cm}^2$$

ja kaavojen (6) ja (7) perusteella $A_{tv} = 58,2 \text{ cm}^2$ ja $A_{tp} = 6,5 \text{ cm}^2$.

b) Käytetään terästä A60H, jolloin

$$\bar{\mu}_{\text{tasap}} = 0.529$$

$$M_{\text{murto}} / (bh_y^2 \sigma_{bj}) = 0,262$$

$$\Rightarrow bh_y^2 = 250\,120 \text{ cm}^3.$$

Jos nytkin valitaan $b = 36 \text{ cm}$, niin $h_y = 83,4 \text{ cm}$ ja $A_t =$

$$0,65 \cdot 0,529 \cdot \frac{235}{6000} \cdot 36 \cdot 83,4 \text{ cm}^2 = 40,4 \text{ cm}^2; A_{tv} = 36,4 \text{ cm}^2 \text{ ja } A_{tp} = 4 \text{ cm}^2.$$

2.3 Tarvittavan raudoituksen määrittäminen

Palkin poikkileikkausmitat ovat $b \times h = 30 \times 65 \text{ cm}^2$ ja murto-momentti on a) 65 Mpm b) 90 Mpm. Käytetään terästä A40H sekä beto-

nia K350.

Lähtötietojen perusteella $h_y \sim 60$ cm ja $\sigma_{bj} = 210$ kp/cm²

a) Dimensioton momentti on

$$M_{\text{murto}} / (bh_y^2 \sigma_{bj}) = 0,287.$$

Kuvasta 4 voidaan todeta, että terästen jakaminen eri reunoille (q) voidaan suorittaa vapaasti. Valitaan $q = 100$ %, jolloin kuvan 4 perusteella saadaan $p \approx 69$ %. Koska $q = 100$ % $\Rightarrow \bar{\mu}_{\text{tasap}} = 0,5161$ ja $A_t = A_{tv} = 0,5161 \cdot 0,69 \cdot \frac{210}{4200} \cdot 30 \cdot 60$ cm² = 32,0 cm².

b) Nyt $M_{\text{murto}} / (bh_y^2 \sigma_{bj}) = 0,397$ ja kuvasta 4 näkyy, että $q \leq 95$ %, jonka vuoksi on käytettävä myös puristusteräksiä. Valitaan $p = 69$ %, jolloin kuvan 4 perusteella $q \sim 80$ % $\Rightarrow \bar{\mu}_{\text{tasap}} = 0,86$ ja $A_t = 0,86 \cdot 0,69 \cdot \frac{210}{4200} \cdot 30 \cdot 60$ cm² = 53,4 cm² ja edelleen $A_{tv} = 42,7$ cm² sekä $A_{tp} = 10,7$ cm².

3. TÄYDENTÄVIÄ HUOMAUTUKSIA

3.1 Kuten esimerkistä 2.2 havaittiin, menetelmä antaa arvon tulolle (bh_y^2) . Täten suunnittelijalle siis jää "vapaat kädet" sivujen suhteen valintaan. Toisaalta tämä sivujen suhde määrää poikkileikkauksen alan (palkin tilavuuden), piirin (muottien tarpeen) ja teräsmäärät (kaavat (5), (6) ja (7)), joten sillä on suorainen vaikutus palkin kustannuksiin. Esitetty mitoitusmenetelmä on niin yksinkertainen, että suhteellisen vähällä vaivalla voidaan valita optimaalinen sivujen suhde ja siten minimoida palkin kustannukset. Teräsbetonipalkin optimoimista tullaan käsittelemään tämän artikkelisarjan jälkimmäisessä osassa, joka ilmestyy tämän lehden seuraavassa numerossa.

3.2 Rakenteiden yliraudoitus voidaan helposti välttää menetelmää käytettäessä, koska palkin kokonaisteräsmäärän määrittelee yhtälön (5) avulla parametri p . ACI:n normeissa suositellaan $p \leq 65\%$ ja ehdottomana ylärajana voidaan pitää $p = 75\%$.

3.3 Käyrästöä johdettaessa oletetaan, että palkin puristetun alueen leveys b on vakio. Tämän alueen ulkopuolella b voi vaihdella mieltävaltaisesti. Menetelmän pätevyysalueen tarkistamiseksi on puristetun vyöhykkeen korkeus annettu taulukossa 1.

Taulukko 1. Puristetun vyöhykkeen suhteellinen korkeus $\frac{x}{h_y}$ P:n funktiona.

Teräs \ P	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
A40H	0.13	0.19	0.24	0.29	0.34	0.39	0.45	0.51	0.58	0.64	= x/h_y
A60H	0.14	0.19	0.28	0.28	0.32	0.36	0.39	0.44	0.50	0.55	= x/h_y

3.4 Menetelmää tehtäessä tutkittiin myös muunlaisten kuin kuvan 1 mukaisten betonin jännitysjakautumien vaikutus. Tällöin todettiin, että erilaisten jakautumien vaikutus voidaan kompensoida kertomalla kuvan 7 σ_{bj} vakiolla, joka riippuu vain ko. jakautuman muodosta. Tämä kerroin vaihtelee eri tapauksissa n. 1.00...1.13.

KÄYTETYT MERKINNÄT

A_t = $A_{tv} + A_{tp}$ poikkileikkauksen kokonaisteräspinta-ala

A_{tp} puristusterästen pinta-ala

A_{tv} vetoterästen pinta-ala

D puristusresultantti betonissa

K	betonin kuutiolujuus (kp/cm^2)
M_{murto}	murtomomentti
S	betonin lieriölujuus (kp/cm^2)
Z_p	puristusteräksissä vaikuttava voima
b	palkin puristuspuolen leveys
$f(x)$	kerroin
h'	puristusterästen etäisyys puristetusta reunasta
h_y	vetoterästen painopisteakselin etäisyys puristetusta reunasta
k	= h'/h
$k_{(\epsilon_{tj})}$	kerroin
p	prosenttiluku, joka kuvaa teräsmäärän suhdetta tasapainoteräsmäärään
q	prosenttiluku, joka ilmaisee vetoterästen määrän kokonaisteräsmäärästä
r	kerroin
x	neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta
γ	varmuuskerroin
ϵ_b	betonin muodonmuutos
ϵ_{bj}	betonissa vaikuttava suurinta jännitystä vastaava muodonmuutos
ϵ_{bm}	betonin murtotilaa vastaava muodonmuutos
$\epsilon_b \text{ max}$	betonin suurin muodonmuutos
ϵ_t	teräksen muodonmuutos
ϵ_{tv}	teräksen muodonmuutos vedossa
ϵ_{tp}	teräksen muodonmuutos puristuksessa
$\epsilon_{tv \text{ max}}$	teräksen maksimimuodonmuutos vedossa
ϵ_{tj}	myödyn alkamista vastaava muodonmuutos teräksessä
ϵ_{tm}	teräksen murtoa vastaava muodonmuutos
σ_b	betonin jännitys

σ_{bj}	betonin suurin jännitys
σ_{bm}	betonin murtoa vastaava jännitys
σ_t	teräksen jännitys
σ_{tv}	teräksen vetojännitys
σ_{tp}	teräksen puristusjännitys
σ_{tj}	teräksen myötöjännitys
μ	suhteellinen teräsmäärä
μ_{tasap}	suhteellinen tasapainoteräsmäärä
$\bar{\mu}_{tasap}$	suhteellinen tasapainoteräsmäärä skaalattuna jännityssuhteella

KIRJALLISUUTTA

- 1 Ramakrishnan, A., Ultimate Strength Design for Structural Concrete. London 1969.
- 2 Saarinen, E., Teräsbetonirakenteiden mitoittaminen. Rakennustekniikka (1966) 6.
- 3 Betoninormit 1967. RIL 53.
- 4 Kanerva, P. ja Kastarinen, E., Kaksiakselisesti epäkeskisen normaalivoiman kuormittaman teräsbetonipilarin kantokyky. Rakenteiden Mekaniikka 2 (1969) 2.
- 5 Sarja, A., Home, M., Hannus, M., Teräsbetonipilarien ja -seinien mitoituskäsikirja. Rakenteiden mekaniikan seura 1972.
- 6 Mäkelä, K., Normaalivoiman ja taivutusmomentin kuormittaman teräsbetonipoikkileikkauksen ja -sauvan kantokyvyn määrittäminen. Diplomityö. Helsingin teknillinen korkeakoulu 1970.

Kari Mäkelä, dipl.ins., Helsingin teknillinen korkeakoulu, Otaniemi