

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Kotitehtävät 2008-2011

1. Kotitehtävät 2008
2. Kotitehtävät 2009
3. Kotitehtävät 2010
4. Kotitehtävät 2011

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

KOTITEHTÄVÄT 2008

TKK, R-laitos, Ass. R. S.

Rak-11.2107
Sillat ja perustukset

KOTITEHTÄVÄT

Syksy 2008

KOTITEHTÄVÄT**SISÄLLYS**

	Sivu
Rakenteiden kuormat	
I Kuormien yhdistely	3
Siltojen kuormat	
II Ulokkeen pään kiertymä	9
Maanpaine	
III Kasuunin lepo- ja aktiivipaine	15
Poikkileikkauksen sydänkuvio	
IV T-palkki	23
Kallioperustus	
V Peruslaatta	31
Tukimuurin kantavuustarkastelu	
VI Eurokoodin mitoitus tapa 2	37
Lyöntipaaluryhmä	
VII Paalut kahdessa suunnassa	47
Suurpaalu	
VIII Elementtimenetelmä	53
Perustus kimmoisella alustalla	
IX Winklerin alustamalli	61

I KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 tukirakennetta rasittavien voimasuureiden kaikki mahdolliset kuormitusyhdistelmät murtorajatilassa (GEO) sekä

- Eurokoodin SFS-EN 1997-1 mitoitusosan 2 että
- Eurokoodin Suomen kansallisen liitteen NA SFS-EN 1997-1

<http://www.eurocodes.fi/1997/1997-1/NA%20EN1997-1-070627.pdf>

mukaan siten, että kaikkien kuormitustapausten kertoimet käyvät ilmi; voimasuureiden arvoja ei tarvitse laskea. Luotettavuusluokka on RC2.

Tarkista liukuvarmuus Suomen kansallista liitettä käyttäen!

Oleta maanpaine lepopaineeksi.

Tukimuurin mitat

$$a = 0,500 \text{ m}$$

$$b = 2,000 \text{ m}$$

$$h = 4,500 \text{ m}$$

$$t = 0,500 \text{ m}$$

Hyötykuorma (muuttuvan kuorman ominaisarvo)

$$q = 0,010 \text{ MN/m}^2$$

Maan aineparametrit: kitkakulma ja tilavuuspaino

$$\varphi = 32^\circ$$

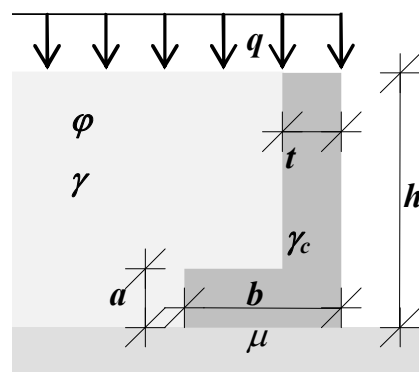
$$\gamma = 0,020 \text{ MN/m}^3$$

Teräsbetonin tilavuuspaino

$$\gamma_c = 0,025 \text{ MN/m}^3$$

Kitkakerroin kallion ja betonin välissä

$$\mu = 0,750$$



Kuva 1.

KUORMIEN YHDISTELY EN-1997-1:N MUKAAN

Mitoitustavan 2 osavarmuuslukujen yhdistelmä on

$$A1 "+" M1 "+" R2 \quad (1)$$

jossa (*Kansallista liite standardiin SFS-EN 1997-1*)

- A viittaa kuormiin tai kuormien vaikutuksiin (liitteen A taulukko A.3),
- M viittaa maaparametreihin (taulukko A.4),
- R viittaa kestävyYTEEN (taulukko A.5),
- numerot 1 ja 2 viittaavat sarjoihin 1 ja 2 ja
- "+" tarkoittaa yhdistettynä.

Kaavamuodossa (taulukko A.3)

$$q_d = \gamma_g g + \gamma_{q1} q_{k1} + \gamma_p g_p + \gamma_{qp} q_p \quad (2)$$

tai

$$F_d = \begin{matrix} 1,35 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \end{matrix} \left\{ (G_c + G_s) + \begin{matrix} 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} Q_{ki} + \begin{matrix} 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \end{matrix} \left\{ P_0 + \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \end{matrix} \right\} P_q \quad (3a...f)$$

Näissä kohdat b ja e vastaavat tapausta, jossa q vaikuttaa rakenteen ulkopuolella.

Maaparametrien osavarmuudet (taulukko A.4)

$$\begin{aligned} \gamma_\gamma &= 1,0 \\ \gamma_\varphi &= 1,0 \end{aligned}$$

KestävyYDEN osavarmuus liukumiselle (taulukko A.5)

$$\gamma_{R;h} = 1,1$$

KUORMIEN YHDISTELY SUOMEN KANSALLISEN LIITTEEN MUKAAN

Mitoituskaava (NA SFS-EN 1997-1, lähteenä NA SFS-EN 1990, taulukko A1.2(B))

$$F_d = \frac{\xi \gamma_{Gj, \text{sup}}}{\gamma_{Gj, \text{sup}}} \left\{ K_{FI} G_{kj, \text{sup}} + \gamma_{Gj, \text{inf}} G_{kj, \text{inf}} + \frac{\gamma_{Q1}}{0} \right\} \left\{ K_{FI} Q_{k1} + \frac{\gamma_{Qi}}{0} \right\} K_{FI} \sum \psi_{0i} Q_{ki} \quad (4)$$

jossa $G_{kj, \text{sup}}$ on pysyvän kuorman ominaisarvon yläraja ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Gj, \text{sup}} = 1,35$$

$G_{kj, \text{inf}}$ on pysyvän kuorman ominaisarvon alaraja ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Gj, \text{inf}} = 0,9$$

Q_{k1} on määrävän muuttuvan kuorman ominaisarvo ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Q1} = 1,5$$

Q_{ki} on muuttuvan kuorman ominaisarvo ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Qi} = 1,5$$

pienennyskerroin on

$$\xi = 0,85$$

Tukimuuri on luotettavuusluokassa RC2 (NA SFS-EN 1990, taulukko B1), jolloin kuormakerroin (SFS-EN 1990, taulukko B3)

$$K_{FI} = 1,0$$

Tulo

$$\xi \gamma_{Gj, \text{sup}} \approx 1,15$$

Kaavamuodossa

$$F_d = 0,9 \left\{ \begin{array}{l} 1,15 \\ 1,15 \\ 1,15 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 1,35 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1,15 \\ 1,15 \\ 0,9 \\ 1,15 \\ 0,9 \\ 1,35 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} P_0 + 1,5 \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} P_q \quad (5a\dots g)$$

Näissä kohdat b ja e vastaavat tapausta, jossa q vaikuttaa rakenteen ulkopuolella.

Mitoittavan (epäedullisin/vaarallisin) tapauksen osavarmuudet (vrt. taulukko 1)

$$\gamma_G = 0,90$$

$$\gamma_Q = 0,00$$

$$\gamma_{GP} = 1,15$$

$$\gamma_{QP} = 1,50$$

Maaparametrien osavarmuudet (taulukko A.4(FI))

$$\gamma_\gamma = 1,0$$

$$\gamma_\varphi = 1,0$$

Kestävyyden osavarmuus liukumiselle (taulukko A.5(FI))

$$\gamma_{R;h} = 1,1$$

MAAN PAINO

Ominaisarvo ja sen vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned} G_s &= \gamma(b-t)(h-a) \\ &= 0,120 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} e_s &= \frac{b-t}{2} + t \\ &= 1,250 \text{ m} \end{aligned} \quad (7)$$

TUKIMUURIN PAINO

Ominaisarvo ja sen vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned} G_c &= \gamma_c [ab + (h-a)t] \\ &= 0,075 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} e_c &= \frac{\gamma_c \left[\frac{b}{2} ab + \frac{t}{2} (h-a)t \right]}{G_c} \\ &= 0,500 \text{ m} \end{aligned} \quad (9)$$

HYÖTYKUORMA**Ominaisarvo ja sen vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta**

$$\begin{aligned} Q &= qb \\ &= 0,020 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (10)$$

Vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned} e_q &= b/2 \\ &= 1,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (11)$$

MAANPAINE**Kitkakulman laskenta-arvo (vrt. γ_φ)**

$$\varphi_d = \varphi \quad (12)$$

Lepopaine kerroin

$$\begin{aligned} K_0 &= 1 - \sin\varphi \\ &= 0,470 \end{aligned} \quad (13)$$

Maan aiheuttaman lepopaineen resultantti

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{2} K_0 \gamma h^2 \\ &= 0,095 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (14)$$

Resultantin etäisyys peruslaatan alareunasta

$$\begin{aligned} e_0 &= h/3 \\ &= 1,500 \text{ m} \end{aligned} \quad (15)$$

Hyötykuorman aiheuttama lepopaine

$$\begin{aligned} P_q &= K_0 q h \\ &= 0,021 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (16)$$

Resultantin etäisyys peruslaatan alareunasta

$$\begin{aligned} e_{Pq} &= h/2 \\ &= 2,250 \text{ m} \end{aligned} \quad (17)$$

LIUKUVARMUUS

Vaakakuorman laskenta-arvo

$$\begin{aligned} H_d &= \gamma_{GP}P_0 + \gamma_{QP}P_q \\ &= 0,141 \text{ MN} \end{aligned} \quad (18)$$

Pystykuorman laskenta-arvo

$$\begin{aligned} V_d &= \gamma_G(G_c + G_s) + \gamma_Q Q \\ &= 0,176 \text{ MN} \end{aligned} \quad (19)$$

Liukuvarmuus

$$\begin{aligned} n_s &= \frac{\mu V_d}{H_d} \\ &= 0,932 < \gamma_{R;h} = 1,100 \end{aligned} \quad (20)$$

Taulukko 1. Kaikki kuormitustapaukset.

a		b	c	d	e	f	g
1,15	γ_G	1,15	1,15	0,90	0,90	0,90	1,35
1,50	γ_Q	0,00	0,00	1,50	0,00	0,00	0,00
1,15	γ_{GP}	1,15	0,90	1,15	1,15	0,90	1,35
1,50	γ_{QP}	1,50	0,00	1,50	1,50	0,00	0,00
0,141	H_d	0,141	0,086	0,141	0,141	0,086	0,129
0,254	V_d	0,224	0,224	0,206	0,176	0,176	0,263
1,350	n_s	1,191	1,963	1,092	0,932	1,536	1,536
1,228	n/γ	1,083	1,785	0,992	0,847	1,397	1,397

VASTAUS:

Kuormitustapaukset on esitetty kaavoissa 4 ja 7. Liukuehto ei täyty.

II KOTITEHTÄVÄ

Missä rajoissa vaihtelee kuvan 1 mukaisen sillan ulokkeen pään (pistem) kiertymä, kun siltaa kuormittaa Eurokoodin tieliikenteen kuormamalli 1, jossa sovituskertoimet (adjustment factors) ovat¹

$$\alpha_{Qi} = 1$$

$$\alpha_{qi} = 1$$

Sillan leveys

$$b = 3 \text{ m}$$

Jännemitta

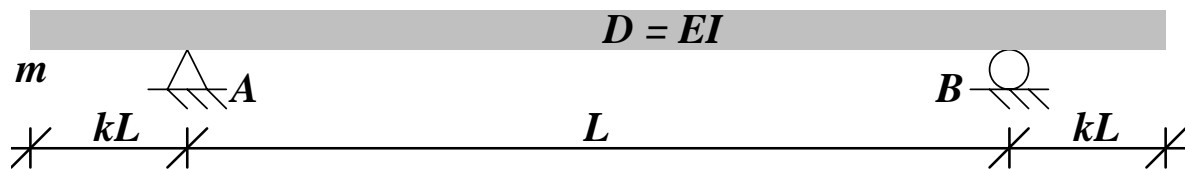
$$L = 16 \text{ m}$$

Ulokkeen pituus suhteessa jännemittaan

$$k = 0,400$$

Taivutusjäykkyys ($D = EI$)

$$D = 1\,200 \text{ MNm}^2$$



Kuva 1.

1) Ks. Luentomoniste.

Sillalle mahtuu yksi kaista (b -mitta). Tällöin tasaisesti jakaantuneen nauhakuorman sovituskertoimella kerrottu ominaisarvo on

$$\begin{aligned} p_{ik\alpha} &= b \alpha_{qi} q_{ik} \\ &= 0,027 \text{ MN/m} \end{aligned} \tag{1}$$

Akselikuorman, joita on kaksi, ominaisarvo on

$$\begin{aligned} Q_{ik\alpha} &= \alpha_{Qi} Q_{ik} \\ &= 0,300 \text{ MN} \end{aligned} \tag{2}$$

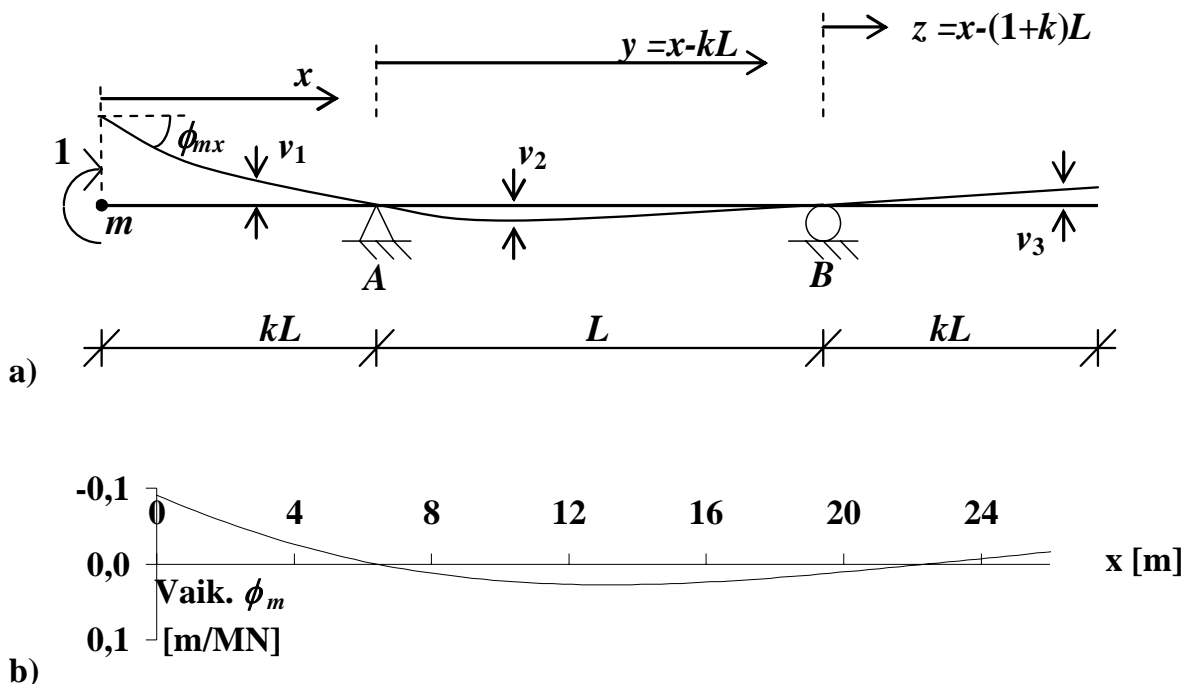
Akselien väli on

$$a = 1,200 \text{ m}$$

Asetetaan ykkösen suuruinen momentti ulokkeen päähän (m) ja lasketaan siltaan syntyvä taipumakuvio (v_{xm}). Maxwellin säännön mukaan ulokkeen pään kiertymän vaikutusviiva (ϕ_{mx}) on yhtä suuri kuin em. taipumakuvio. (Kuva 2a)

$$\phi_{mx} = v_{xm} \tag{3}$$

Ulokkeen pään taipuman vaikutusviiva (δ_{mx}) on esitetty kuvassa 2b.



Kuva 2. Huom. vain b-kuvassa on todellinen k -arvo.

Yksinkertaisen palkin taipuma momentista 1, joka vaikuttaa palkin päässä

$$v_2(y) = \frac{L^2}{6D} \left(2\frac{y}{L} - 3\frac{y^2}{L^2} + \frac{y^3}{L^3} \right) \quad (4)$$

Kiertymä A-tuella em. tapauksessa

$$\alpha = v_2'(y=0) \quad (5)$$

$$= \frac{L}{3D} \quad (6)$$

ja B-tuella

$$\beta = v_2'(y=L) \quad (7)$$

$$= \frac{-L}{6D} \quad (8)$$

Vasemman ulokkeen taipuma momentista ja kiertymästä tuella A

$$v_1(x) = v_{1M} + v_{1\alpha} \quad (9)$$

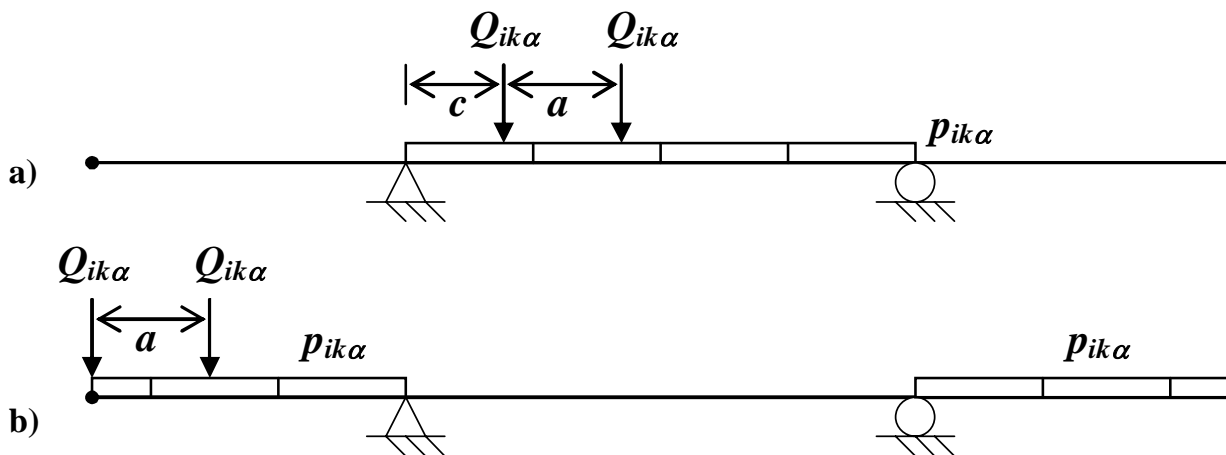
$$= \frac{-1}{2D} (kL-x)^2 - \frac{L}{3D} (kL-x) \quad (10)$$

$$= \frac{-1}{6D} \left[(3k+2)kL^2 - 2(3k+1)Lx + 3x^2 \right] \quad (11)$$

Oikean ulokkeen taipuma kiertymästä tuella B

$$v_3(z) = \frac{-L}{6D} z \quad (12)$$

Suurin kiertymä saadaan, kun asetetaan kaikki kuorma keskijänteelle kuvan 3a mukaisesti, ja pienin, kun kuorma kohdistetaan reunapalkeille kuvan 3b mukaan.



Kuva 3.

A) KUORMITUS KESKIJÄNTEELLÄ

Keskijänteellä vaikuttavien pistevoimien aiheuttama kiertymä

$$\phi_{m,Q1,A} = v_2(y=c)Q_{ik\alpha} \quad (13)$$

$$= \frac{L^2}{6D} \left(2\frac{c}{L} - 3\frac{c^2}{L^2} + \frac{c^3}{L^3} \right) Q_{ik\alpha} \quad (14)$$

$$\phi_{m,Q2,A} = v_2(y=c+a)Q_{ik\alpha} \quad (15)$$

$$= \frac{L^2}{6D} \left[2\frac{c+a}{L} - 3\frac{(c+a)^2}{L^2} + \frac{(c+a)^3}{L^3} \right] Q_{ik\alpha} \quad (16)$$

Näiden summa

$$\phi_{m,\Sigma Q,A} = \frac{L^2}{6D} \left(2\frac{2c+a}{L} - 3\frac{2c^2+2ac+a^2}{L^2} + \frac{2c^3+3c^2a+3ca^2+a^3}{L^3} \right) Q_{ik\alpha} \quad (17)$$

$$= \frac{1}{6LD} \left[2c^3 + (3a-6L)c^2 + (4L^2-6aL+3a^2)c + 2aL^2 - 3a^2L + a^3 \right] Q_{ik\alpha} \quad (18)$$

Suurinta ylöspäin syntyvää taipumaa vastaava kuorma-asento

$$\frac{d\phi_{m,\Sigma Q,A}}{dc} = 0 \quad (19)$$

$$\Rightarrow 0 = 6c^2 + 2(3a-6L)c + 4L^2 - 6aL + 3a^2 \quad (20)$$

$$\Rightarrow c = \frac{-2(3a-6L) \pm \sqrt{4(3a-6L)^2 - 24(4L^2-6aL+3a^2)}}{12} \quad (21)$$

Juuret (joista jälkimmäinen on ratkaisualueen ulkopuolella)

$$c_1 = 6,182 \text{ m}$$

$$c_2 = 24,618 \text{ m}$$

Pistevoimien aiheuttama kiertymä (kaavat 13 ja 15)

$$\phi_{m,Q1,A} = 0,004081 \text{ rad}$$

$$= 0,233811^\circ$$

$$\begin{aligned}\phi_{m,Q2,A} &= 0,004079 \text{ rad} \\ &= 0,233682^\circ\end{aligned}$$

Tasaisen kuorman aiheuttama kiertymä

$$\phi_{m,p,A} = p_{ik\alpha} \int_0^L v_2(y) dy \quad (22)$$

$$= \frac{L^2 p_{ik\alpha}}{6D} \int_0^L \left(2 \frac{y}{L} - 3 \frac{y^2}{L^2} + \frac{y^3}{L^3} \right) dy \quad (23)$$

$$= \frac{L^2 p_{ik\alpha}}{6D} \left/ \int_0^L \left(\frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2} + \frac{y^4}{4L^3} \right) \right. \quad (24)$$

$$\begin{aligned}&= \frac{L^3 p_{ik\alpha}}{24D} \\ &= 0,003840 \text{ rad} \\ &= 0,220016^\circ\end{aligned} \quad (25)$$

B) KUORMITUS REUNAJÄNTEILLÄ

Pistevoimien aiheuttama kiertymä

$$\begin{aligned}\phi_{m,Q1,B} &= v_1(x=0) Q_{ik\alpha} \\ &= -0,013653 \text{ rad} \\ &= -0,782278^\circ\end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned}\phi_{m,Q2,B} &= v_1(x=a) Q_{ik\alpha} \\ &= -0,010313 \text{ rad} \\ &= -0,590910^\circ\end{aligned} \quad (27)$$

Vasemmalla ulokkeella vaikuttavan tasaisen kuorman aiheuttama kiertymä

$$\phi_{m,p,B1} = p_{ik\alpha} \int_0^{kL} v_1(x) dx \quad (28)$$

$$= \frac{-p_{ik\alpha}}{6D} \int_0^{kL} \left[(3k+2)kL^2 - 2(3k+1)Lx + 3x^2 \right] dx \quad (29)$$

$$= \frac{-p_{ik\alpha}}{6D} \left/ \int_0^{kL} \left[(3k+2)kL^2 x - (3k+1)Lx^2 + x^3 \right] \right. \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \phi_{m,p,B1} &= \frac{-p_{ik}\alpha k^2 L^3}{6D} (k+1) & (31) \\ &= -0,003441 \text{ rad} \\ &= -0,197134^\circ \end{aligned}$$

Oikealla ulokkeella vaikuttavan tasaisen kuorman aiheuttama kiertymä

$$\phi_{m,p,B2} = p_{ik}\alpha \int_0^{kL} v_3(z) dz \quad (32)$$

$$= \frac{-p_{ik}\alpha L}{6D} \int_0^{kL} z dz \quad (33)$$

$$= \frac{-p_{ik}\alpha L}{6D} \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^{kL} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{-p_{ik}\alpha k^2 L^3}{12D} & (35) \\ &= -0,001229 \text{ rad} \\ &= -0,070405^\circ \end{aligned}$$

VASTAUS:

Ulokkeen pään pienin mahdollinen kiertymä

$$\begin{aligned} \phi_{m,\min} &= \phi_{m,Q1B} + \phi_{m,Q2B} + \phi_{m,p,B1} + \phi_{m,p,B2} & (36) \\ &= -0,029 \text{ rad} \\ &= -1,641^\circ \end{aligned}$$

Ulokkeen pään suurin mahdollinen kiertymä

$$\begin{aligned} \phi_{m,\max} &= \phi_{m,Q1A} + \phi_{m,Q2A} + \phi_{m,p,A} & (37) \\ &= 0,012 \text{ rad} \\ &= 0,688^\circ \end{aligned}$$

III KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä kuvan 1 mukaisen betonista tehdyn kasuunin maanpainejakaumat lepo- ja aktiivipaineelle sekä lisäksi maanpaineen resultantti (horisontaalikomponentti) ja sen sijainti! Taustatäyttö on tehty sorasta (φ , γ).

Mitat	$a =$	2,200 m
	$b =$	5,200 m
	$c =$	1,000 m
	$e =$	1,000 m
	$h_1 =$	2,500 m
	$h_2 =$	3,000 m
	$h_3 =$	1,500 m

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

$$\beta = 20^\circ$$

Kuormitus

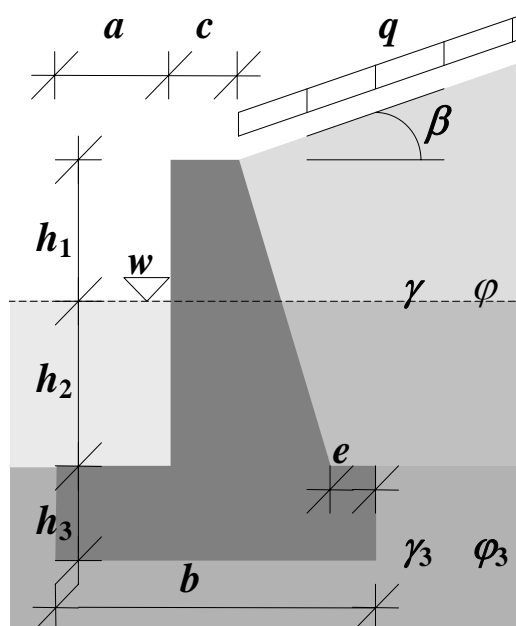
$$q = 0,015 \text{ MN/m}^2$$

Maakerroksen tilavuuspaino, kun pohjaveden vaikutusta ei ole otettu huomioon

$$\begin{aligned} \gamma &= 0,017 \text{ MN/m}^3 \\ \gamma_3 &= 0,020 \text{ MN/m}^3 \end{aligned}$$

Maakerroksen sisäinen kitkakulma

$$\begin{aligned} \varphi &= 34^\circ \\ \varphi_3 &= 40^\circ \end{aligned}$$



Kuva 1.

Maan tilavuuspaino ja sisäinen kitkakulma pohjavedenpinnan yläpuolella

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= 0,017 \text{ MN/m}^3 \\ \varphi_1 &= 34^\circ\end{aligned}$$

Maan tilavuuspaino ja sisäinen kitkakulma pohjavedenpinnan alapuolella
(Pohjarakennusohjeet sillansuunnittelussa, taulukko 1)

$$\begin{aligned}\gamma_2 &= 0,010 \text{ MN/m}^3 \\ \varphi_2 &= 34^\circ \\ \gamma_3 &= 0,012 \text{ MN/m}^3\end{aligned}$$

LEPOPAINE

Lepopainekerroin

$$\begin{aligned}K_{oi} &= (1 - \sin\varphi)(1 + \sin\beta) \\ K_{o1} &= 0,592 \\ K_{o2} &= 0,592 \\ K_{o3} &= 0,479\end{aligned}$$

Maakerroksen n lepopaine p_{on} maakerroksen ylä- (y) ja alaosassa (a) (kuva 2)

$$\begin{cases} p_{ony} = \begin{cases} K_{on}q, & n = 1, \\ K_{on} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i h_i + q \right), & n \geq 2, \end{cases} & n \in N \\ p_{ona} = K_{on} \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i h_i + q \right), & n \geq 1 \end{cases}$$

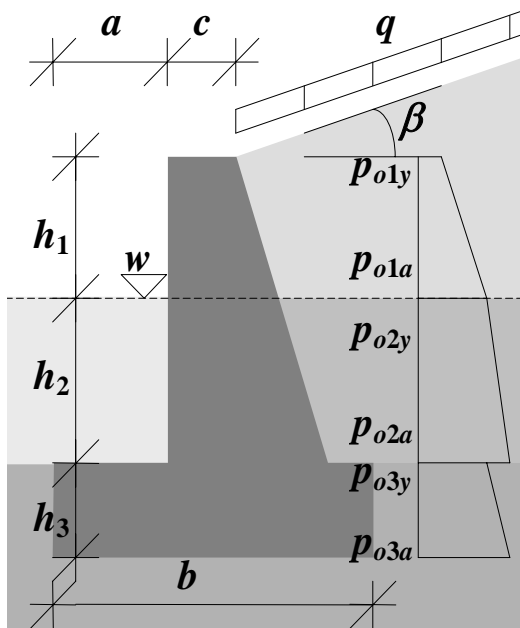
$$\begin{aligned}p_{o1y} &= K_{o1}q \\ &= 0,008874 \text{ MN/m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{o1a} &= K_{o1}(\gamma_1 h_1 + q) \\ &= 0,034015 \text{ MN/m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{o2y} &= K_{o2}(\gamma_1 h_1 + q) \\ &= 0,034015 \text{ MN/m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{o2a} &= K_{o2}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + q) \\ &= 0,051763 \text{ MN/m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{o3y} &= K_{o3}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + q) \\
 &= 0,041946 \text{ MN/m}^2 \\
 p_{o3a} &= K_{o3}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 + q) \\
 &= 0,050575 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}$$



Kuva 2.

Maakerroksen n lepopaineen resultantti P_{on} sekä näiden summa P_o

$$P_{on} = p_{ony}h_n + \frac{1}{2}(p_{ona} - p_{ony})h_n$$

$$P_{o1} = 0,054 \text{ MN/m}$$

$$P_{o2} = 0,129 \text{ MN/m}$$

$$P_{o3} = 0,069 \text{ MN/m}$$

$$P_o = P_{o1} + P_{o2} + P_{o3}$$

$$= 0,252 \text{ MN/m}$$

Lepopaineen resultanttien P_{on} ja P_o etäisyydet e_{on} ja e_o tukimuurin alaosasta

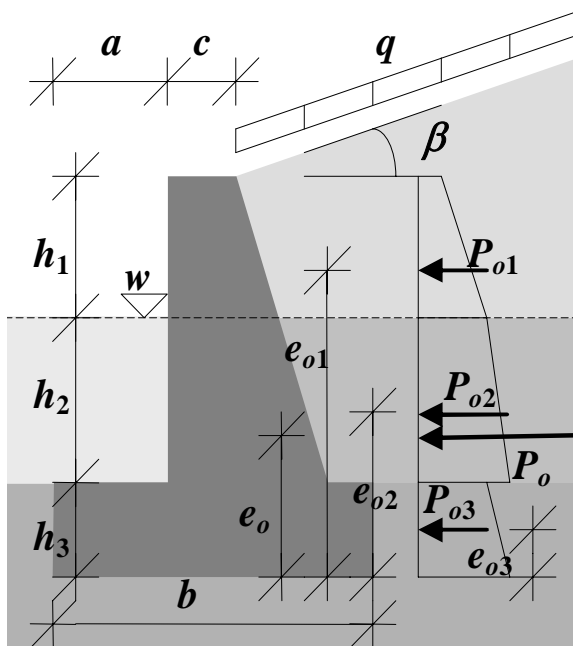
$$e_{on} = \frac{p_{ony} \frac{h_n}{2} + \frac{1}{2}(p_{ona} - p_{ony}) \frac{h_n}{3}}{p_{ony} + \frac{1}{2}(p_{ona} - p_{ony})} + \begin{cases} \sum_{i=n+1}^{n_{\max}} h_i, & n = [1, n_{\max} - 1] \\ 0, & n = n_{\max} \end{cases}$$

$$e_{o1} = 5,506 \text{ m}$$

$$e_{o2} = 2,897 \text{ m}$$

$$e_{o3} = 0,727 \text{ m}$$

$$e_o = \frac{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_{on} e_{on}}{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_{on}} = 2,854 \text{ m}$$



Kuva 3.

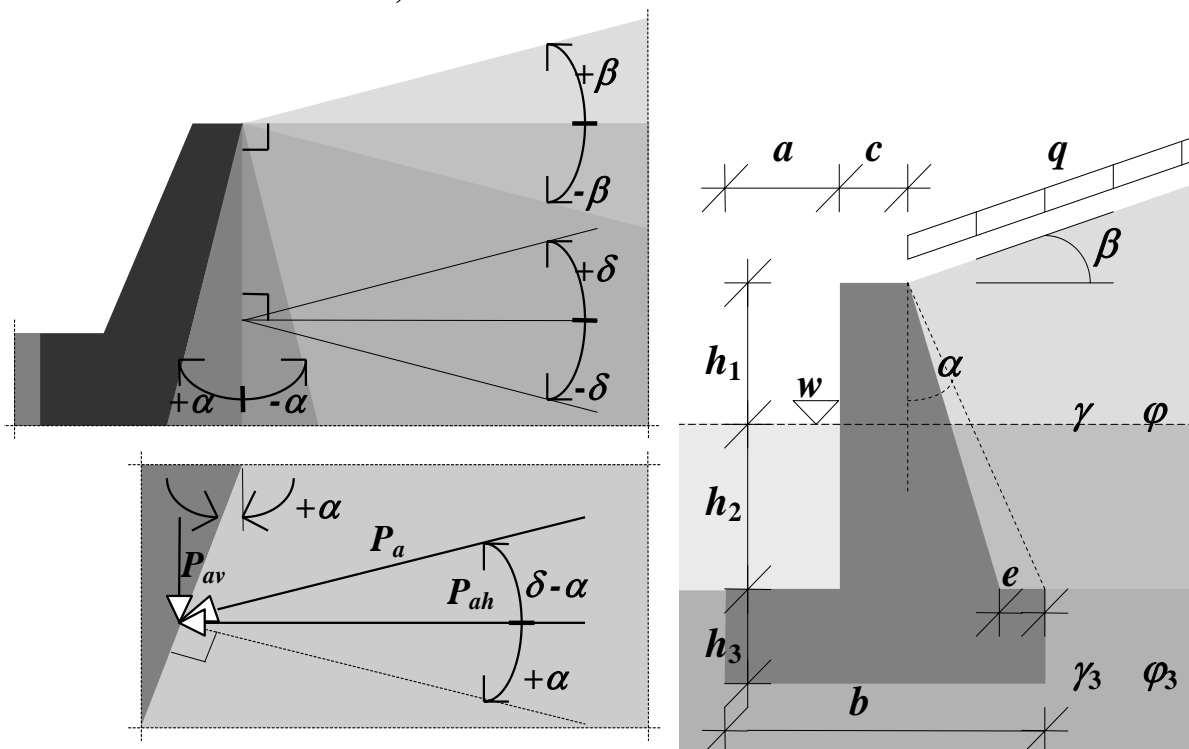
AKTIIVIPAININE

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon verrattuna

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\arctan\left(\frac{b-a-c}{h_1+h_2}\right) \\ &= -19,983^\circ \\ \alpha_2 &= \alpha_1 \\ &= -19,983^\circ \\ \alpha_3 &= 0,000^\circ \end{aligned}$$

Seinäkitkakulma

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \varphi_1 \\ &= 34,000^\circ \\ \delta_2 &= \varphi_2 \\ &= 34,000^\circ \\ \delta_3 &= \frac{3}{4}\varphi_3 \\ &= 30,000^\circ \end{aligned}$$



Kuva 4.

Aktiivisen maanpaineen maanpaineluku

$$K_{ahi} = \frac{\cos^2(\varphi_i + \alpha_i)}{\cos^2 \alpha_i \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi_i + \delta_i) \sin(\varphi_i - \beta)}{\cos(\alpha_i - \delta_i) \cos(\alpha_i + \beta)}} \right)^2}$$

$$K_{ah1} = 0,407$$

$$K_{ah2} = 0,407$$

$$K_{ah3} = 0,221$$

Maakerroksen n aktiivipaine p_n maakerroksen ylä- (y) ja alaosassa (a)

$$p_{ny} = \begin{cases} K_n q, & n = 1 \\ K_n \left(\sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i h_i + q \right), & n \geq 2 \end{cases}, \quad n \in N$$

$$p_{na} = K_n \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i h_i + q \right), \quad n \geq 1$$

$$p_{1y} = K_{ah1} q$$

$$= 0,006110 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{1a} = K_{ah1} (\gamma_1 h_1 + q)$$

$$= 0,023420 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{2y} = K_{ah2} (\gamma_1 h_1 + q)$$

$$= 0,023420 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{2a} = K_{ah2} (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + q)$$

$$= 0,035640 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{3y} = K_{ah3} (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + q)$$

$$= 0,019363 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{3a} = K_{ah3} (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 + q)$$

$$= 0,023346 \text{ MN/m}^2$$

Maakerroksen n aktiivipaineen resultantti P_n sekä näiden summa P

$$P_n = p_{ny} h_n + \frac{1}{2} (p_{na} - p_{ny}) h_n$$

$$P_1 = 0,037 \text{ MN/m}$$

$$P_2 = 0,089 \text{ MN/m}$$

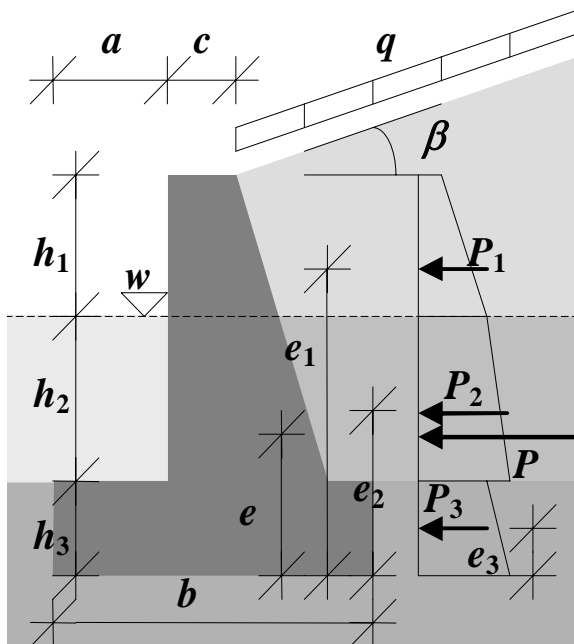
$$\begin{aligned}
 P_3 &= 0,032 \text{ MN/m} \\
 P &= P_1 + P_2 + P_3 \\
 &= 0,158 \text{ MN/m}
 \end{aligned}$$

Aktiivipaineen resultanttien P_n ja P etäisyydet e_n ja e tukimuurin alaosasta

$$e_n = \frac{p_{ny} \frac{h_n}{2} + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny}) \frac{h_n}{3}}{p_{ny} + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny})} + \begin{cases} \sum_{i=n+1}^{n_{\max}} h_i, & n = [1, n_{\max}] \\ 0, & n = n_{\max} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 e_1 &= 5,506 \text{ m} \\
 e_2 &= 2,897 \text{ m} \\
 e_3 &= 0,727 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_n e_n}{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_n} \\
 &= 3,067 \text{ m}
 \end{aligned}$$



Kuva 5.

VASTAUS:

Maanpainejakaumat on esitetty kuvassa 6.

Lepopaineen resultantti

$$P_o = 0,252 \text{ MN/m}$$

ja sen etäisyys tukimuurin alaosaan

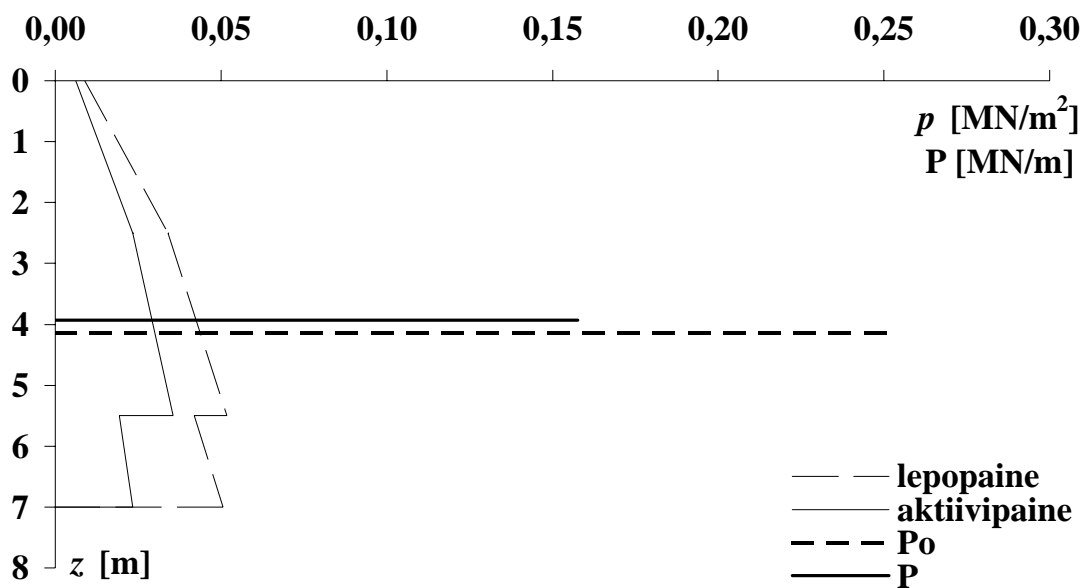
$$e_o = 2,854 \text{ m}$$

Aktiivipaineen resultantti

$$P = 0,158 \text{ MN/m}$$

ja sen etäisyys tukimuurin alaosaan

$$e = 3,067 \text{ m}$$



Kuva 6.

IV KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 palkin poikkileikkauksen sydänkuvio seuraavissa tapauksissa:

A) laippa ja uuma ovat betonia

$$E_i = E_c$$

B) laippa on betonia ja uuma terästä.

$$E_i = E_s$$

Käytä annettuja koordinaattiakselien suuntia!

Mitat

$$a = 2,000 \text{ m}$$

$$b = 0,300 \text{ m}$$

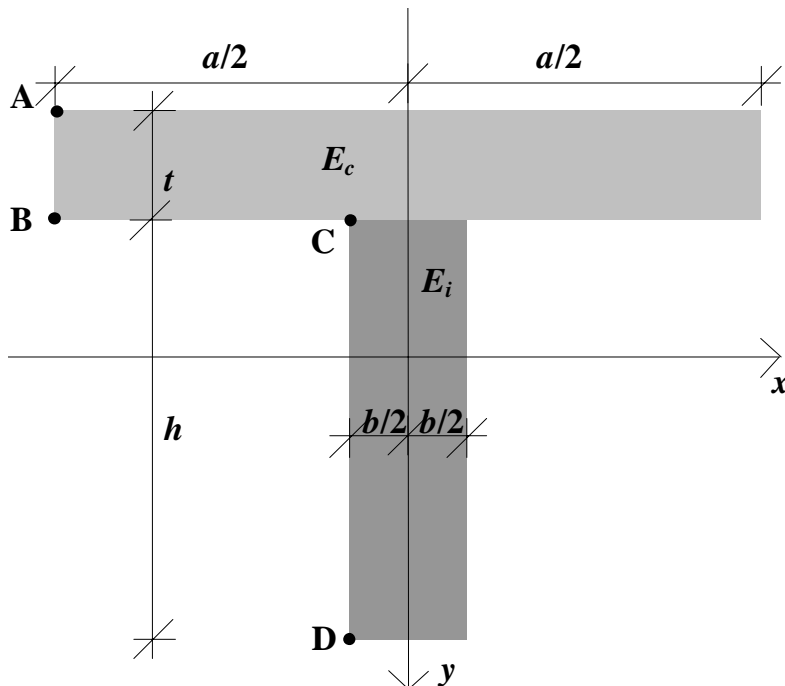
$$h = 1,500 \text{ m}$$

$$t = 0,500 \text{ m}$$

Kimmokertoimet

$$E_c = 25\,000 \text{ MN/m}^2$$

$$E_s = 210\,000 \text{ MN/m}^2$$



Kuva 1.

A) KOKO PALKKI BETONIA

Pinta-ala

$$\begin{aligned} A_1 &= at & (1) \\ &= 1,000 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= bh & (2) \\ &= 0,450 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 & (3) \\ &= 1,450 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Painopisteen etäisyys yläpinnasta

$$\begin{aligned} e &= \frac{A_1 \frac{t}{2} + A_2 \left(t + \frac{h}{2} \right)}{A} & (4) \\ &= 0,560 \text{ m} \end{aligned}$$

Osien painopisteiden y -koordinaatit

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{t}{2} - e & (5) \\ &= -0,310 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= \frac{h}{2} + t - e & (6) \\ &= 0,690 \text{ m} \end{aligned}$$

Jäyhyysmomentti oman x -akselin suuntaisen painopisteakselin suhteen

$$\begin{aligned} I_{x'1} &= \frac{at^3}{12} & (7) \\ &= 0,021 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{x'2} &= \frac{bh^3}{12} & (8) \\ &= 0,084 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

Jäyhyysmomentti x -akselin suhteen

$$\begin{aligned} I_{x1} &= I_{x'1} + A_1 y_1^2 & (9) \\ &= 0,117 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{x2} &= I_{x'2} + A_2 y_2^2 & (10) \\ &= 0,298 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_x &= I_{x1} + I_{x2} \\ &= 0,416 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (11)$$

Jäyhyysmomentti y -akselin suhteen

$$\begin{aligned} I_{y1} &= \frac{ta^3}{12} \\ &= 0,333 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} I_{y2} &= \frac{hb^3}{12} \\ &= 0,003 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} I_y &= I_{y1} + I_{y2} \\ &= 0,337 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (14)$$

Jäyhyysäteiden neliö x - ja y -akselin suhteen

$$\begin{aligned} i_x^2 &= I_x / A \\ &= 0,287 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} i_y^2 &= I_y / A \\ &= 0,232 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Ulkonurkkien koordinaatit painopistekoordinaatistossa

$$\begin{aligned} x_{Ap} &= -a/2 \\ &= -1,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} y_{Ap} &= -e \\ &= -0,560 \text{ m} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} x_{Bp} &= -a/2 \\ &= -1,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} y_{Bp} &= -e + t \\ &= -0,060 \text{ m} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} x_{Dp} &= -b/2 \\ &= -0,150 \text{ m} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} y_{Dp} &= y_2 + h/2 \\ &= 1,440 \text{ m} \end{aligned} \quad (22)$$

Sisänurkka (ei tarvitsisi tarkastella)

$$\begin{aligned} x_{Cp} &= -b/2 \\ &= -0,150 \text{ m} \\ y_{Cp} &= -e+t \\ &= -0,060 \text{ m} \end{aligned}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt

$$0 = 1 + \frac{x_{ip}}{i_y^2} x + \frac{y_{ip}}{i_x^2} y \tag{23}$$

$$\Rightarrow y(x) = -\frac{i_x^2}{y_{ip}} \left(1 + \frac{x_{ip}}{i_y^2} x \right) \tag{24}$$

- A: $y(x) = 0,511 + -2,203 x$ [m]
- B: $y(x) = 4,749 + -20,452 x$ [m]
- C: $y(x) = 4,749 + -3,068 x$ [m]
- D: $y(x) = -0,199 + 0,129 x$ [m]

Suorien leikkauspisteet

$$\begin{cases} x_{ij} = \frac{i_y^2 (y_{ip} - y_{jp})}{x_{ip} y_{jp} - y_{ip} x_{jp}} \\ y_{ij} = \frac{i_x^2 (x_{jp} - x_{ip})}{x_{ip} y_{jp} - y_{ip} x_{jp}} \end{cases} \tag{25a, b}$$

Suorien A ja B leikkauspiste painopistekoordinaatistossa

$$\begin{aligned} x_{AB} &= 0,232 \text{ m} \\ y_{AB} &= 0,000 \text{ m} \end{aligned}$$

Suorien B ja D:n peilisuoran leikkauspiste painopistekoordinaatistossa

$$\begin{aligned} x_{BD} &= 0,240 \text{ m} \\ y_{BD} &= -0,168 \text{ m} \end{aligned}$$

B) LAIPPA BETONIA, UUMA TERÄSTÄ

Aksiaalijäykkyydet

$$\begin{aligned} C_s &= E_s A_2 \\ &= 94\,500 \text{ MN} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} C_c &= E_c A_1 \\ &= 25\,000 \text{ MN} \end{aligned} \quad (27)$$

Liittorakenteen aksiaalijäykkyys (cs - Composite Structure)

$$\begin{aligned} C_{cs} &= C_c + C_s \\ &= 119\,500 \text{ MN} \end{aligned} \quad (28)$$

Kimmokertoimella painotetun painopisteakselin etäisyys palkin yläpinnasta

$$\begin{aligned} e_{cs} &= \frac{C_c \frac{t}{2} + C_s \left(t + \frac{h}{2} \right)}{C_{cs}} \\ &= 1,041 \text{ m} \end{aligned} \quad (29)$$

Osien painopisteiden y-koordinaatit

$$\begin{aligned} y_s &= h/2 + t - e_{cs} \\ &= 0,209 \text{ m} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} y_c &= t/2 - e_{cs} \\ &= -0,791 \text{ m} \end{aligned} \quad (31)$$

Teräsosan jäyhyysmomentti x- akselin suhteen

$$\begin{aligned} I_{xs} &= I_{x'2} + A_2 y_s^2 \\ &= 0,104 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (32)$$

Betoniosan jäyhyysmomentti x- akselin suhteen

$$\begin{aligned} I_{xc} &= I_{x'1} + A_1 y_c^2 \\ &= 0,646 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (33)$$

Teräsosan taivutusjäykkyys x- akselin suhteen

$$\begin{aligned} D_{xs} &= E_s I_{xs} \\ &= 21855 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (34)$$

Teräsosan taivutusjäykkyys y- akselin suhteen

$$\begin{aligned} D_{ys} &= E_s I_{y2} \\ &= 708,750 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (35)$$

Betoniosan taivutusjäykkyys x - akselin suhteen

$$\begin{aligned} D_{xc} &= E_c I_{xc} \\ &= 16155 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (36)$$

Betoniosan taivutusjäykkyys y - akselin suhteen

$$\begin{aligned} D_{yc} &= E_c I_{y1} \\ &= 8333 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (37)$$

Liittopalkin taivutusjäykkyydet

$$\begin{aligned} D_{xcs} &= D_{xc} + D_{xs} \\ &= 38009 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} D_{y cs} &= D_{yc} + D_{ys} \\ &= 9042 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (39)$$

Kimmokertoimella painotetun jäyhyysäteen neliö - ja y - akselin suhteen

$$\begin{aligned} i_{xcs}^2 &= D_{xcs} / C_{cs} \\ &= 0,318 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} i_{y cs}^2 &= D_{y cs} / C_{cs} \\ &= 0,076 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (41)$$

Ulkonurkkien koordinaatit kimmokertoimella painotetussa koordinaatistossa

$$\begin{aligned} y_{Apcs} &= -e_{cs} \\ &= -1,041 \text{ m} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} y_{Bpcs} &= -e_{cs} + t \\ &= -0,541 \text{ m} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} y_{Dpcs} &= h + t - e_{cs} \\ &= 0,959 \text{ m} \end{aligned} \quad (44)$$

Sisänurkka (ei tarvitsisi tarkastella)

$$\begin{aligned} y_{Cpcs} &= -e_{cs} + t \\ &= -0,541 \text{ m} \end{aligned}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt

A:	$y(x) =$	0,306	+	-4,039	x	[m]
B:	$y(x) =$	0,588	+	-7,773	x	[m]
C:	$y(x) =$	0,588	+	-1,166	x	[m]
D:	$y(x) =$	-0,332	+	0,657	x	[m]

Suorien A ja B leikkauspiste kimmokertoimella painotetussa koordinaatistossa

$$x_{AB} = 0,076 \text{ m}$$

$$y_{AB} = 0,000 \text{ m}$$

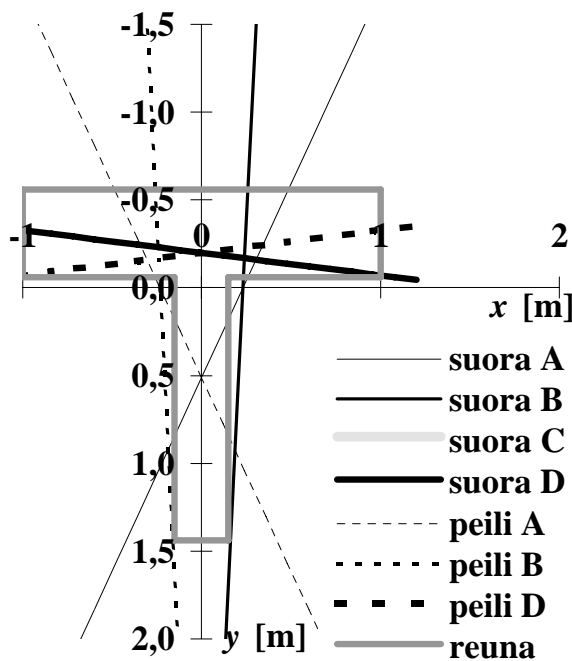
Suorien B ja D:n peilisuoran leikkauspiste kimmokertoimella painotetussa koordinaatistossa

$$x_{BD} = 0,109 \text{ m}$$

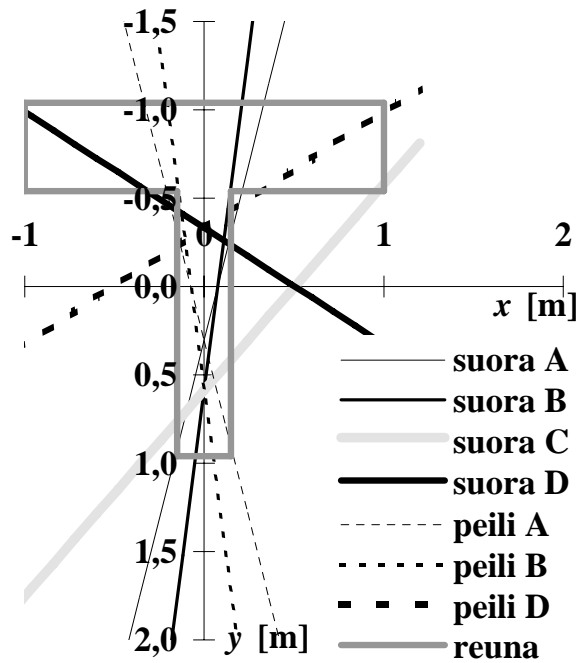
$$y_{BD} = -0,260 \text{ m}$$

VASTAUS:

Sydänkuviota rajoittavat suorat: A, B ja D sekä näiden peilaukset :n suhteen Ay, By ja Dy on esitetty kuvissa 2 ja 3.



Kuva 2. Palkki betonia.



Kuva 3. Laippa betonia, uuma terästä.

V KOTITEHTÄVÄ

Kuvan 1 kallionvaraiseen (homogeeniseen) perusmuuriin vaikuttaa pystykuorma

$$N = 1,200 \text{ MN.}$$

Rakenne ankkuroidaan esijännitysteräksellä kallioon.

A) Minkälainen on pohjapainejakauma, kun esijännitysvoima

$$P = 0 \text{ MN?}$$

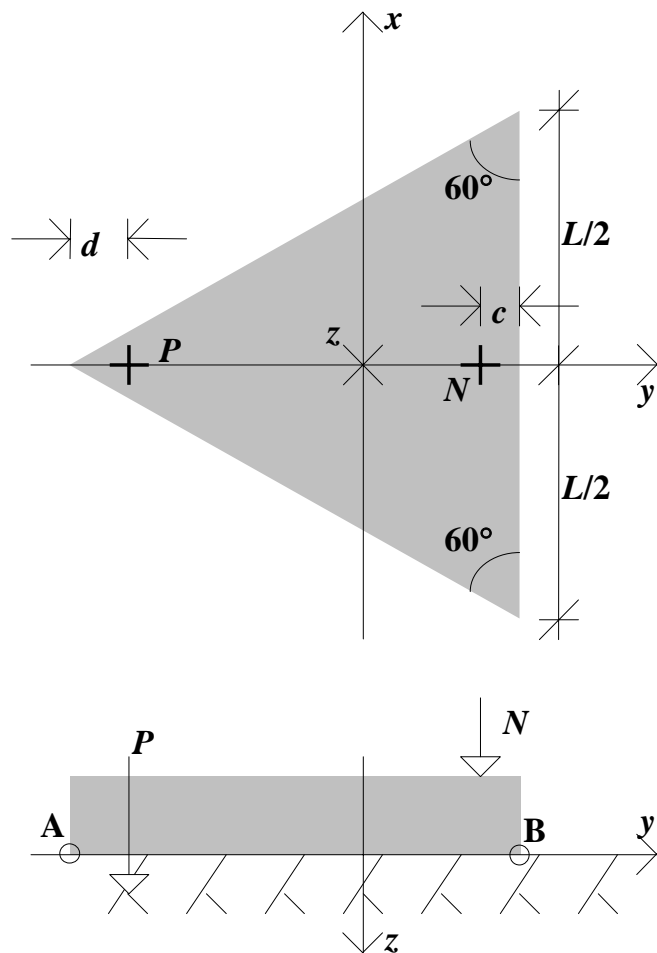
B) Kuinka suuri esijännitysvoima P tarvitaan, jotta pohjapaine olisi tasaisesti jakautunut?

Perusmuurin mitat

$$c = 0,300 \text{ m}$$

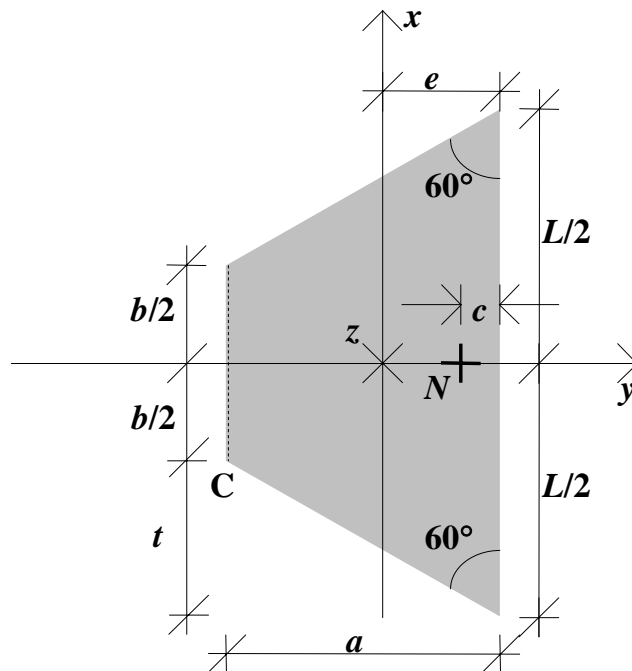
$$d = 0,500 \text{ m}$$

$$L = 4,000 \text{ m}$$



KUVA 1.

A)



Kuva 4.

Valitaan (tässä iteraation lopputuloksena saatu arvo)

$$a = 0,948 \text{ m}$$

Mitta

$$t = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$= 0,547 \text{ m}$$

Leveys

$$b = L - 2t \quad (2)$$

$$= 2,906 \text{ m}$$

Pinta-ala

$$A = \frac{b+L}{2} a \quad (3)$$

$$= 3,272 \text{ m}^2$$

Jäyhyysmomentti x -akselin suhteen (*Rakentajain kalenteri*)

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{a^3(L^2 + 4Lb + b^2)}{36(L+b)} \\ &= 0,243 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (4)$$

Painopisteen etäisyys etureunasta (*Rakentajain kalenteri*)

$$\begin{aligned} e &= \frac{a}{3} \frac{L+2b}{L+b} \\ &= 0,449 \text{ m} \end{aligned} \quad (5)$$

Momentti x -akselin ympäri

$$\begin{aligned} M_x &= N(e-c) \\ &= 0,178 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (6)$$

Jännitys

$$\sigma(y) = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{N}{A} \quad (7)$$

Etsitään sellainen mitta a , jolla jännitys linjalla C

$$\sigma(e-a) = 0,000000 \text{ MN/m}^2$$

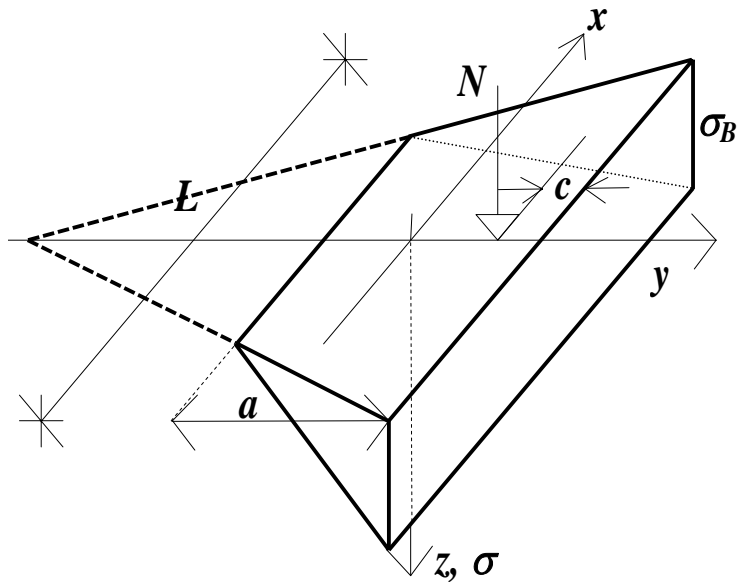
Tällöin

$$a = 0,947530 \text{ m}$$

Jännitys toisella reunalla (linja B)

$$\sigma(e) = 0,697 \text{ MN/m}^2$$

Jännityskuvaaja on esitetty kuvassa 3.



Kuva 3.

Vaihtoehtoinen tapa

Vertikaalivoimien tasapainoehto

$$\sum V = 0 \quad (8)$$

$$\Rightarrow N = \frac{1}{2} \sigma_B a b + 2 \frac{1}{3} \sigma_B a t \quad (9)$$

$$\Rightarrow \sigma_B = \frac{6N}{a(3b + 4t)} \quad (10)$$

Momenttitasapainoehto pisteen B suhteen

$$\sum M = 0 \quad (11)$$

$$\Rightarrow Nc = \frac{1}{2} \sigma_B a b \frac{a}{3} + 2 \frac{1}{3} \sigma_B a t \frac{a}{4} \quad (12)$$

$$\Rightarrow Nc = \frac{\sigma_B a^2}{6} (b + t) \quad (13)$$

Sijoitetaan yhtälöön 13 yhtälöt 10, 2 ja 1

$$c = \frac{b+t}{3b+4t}a \quad (14)$$

$$= \frac{L-t}{3L-2t}a \quad (15)$$

$$= \frac{L - \frac{a}{\sqrt{3}}}{3L - \frac{2}{\sqrt{3}}a}a \quad (16)$$

Saadaan toisen asteen yhtälö

$$\frac{1}{\sqrt{3}}a^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}c + L\right)a + 3Lc = 0$$

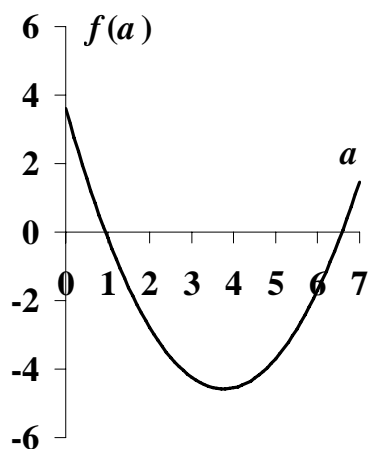
jonka ratkaisu on

$$a = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}c + L \pm \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}c + L\right)^2 - \frac{12}{\sqrt{3}}Lc}}{\frac{2}{\sqrt{3}}}$$

Juurista jälkimmäinen on ratkaisualueen sisäpuolella (kuva 4)

$$a_1 = 6,581 \text{ m}$$

$$a_2 = 0,948 \text{ m}$$



Kuva 4.

B)

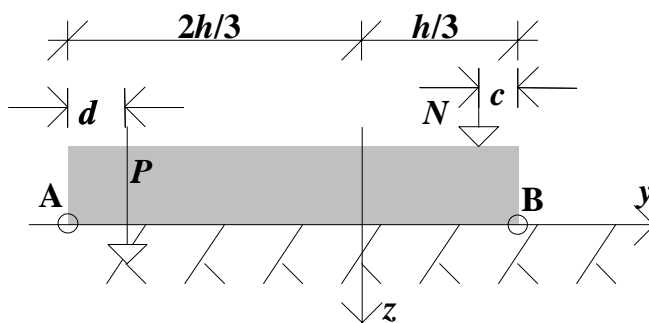
Kolmion korkeus

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{\sqrt{3}}{2} L & (17) \\
 &= 3,464 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Poikkileikkaus on tasaisesti puristettu, kun pohjapintaan vaikuttavien voimien resultantti vaikuttaa painopisteessä (kuva 5).

$$N \left(\frac{h}{3} - c \right) = P \left(\frac{2h}{3} - d \right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow P &= \frac{\frac{h}{3} - c}{\frac{2h}{3} - d} N & (19) \\
 &= 0,567 \text{ MN}
 \end{aligned}$$



Kuva 5.

VASTAUS:

A) Pohjapainejakauma on kolmisivuisen vino särmiö. Kuvassa 3

$$\begin{aligned}
 a &= 0,948 \text{ m} \\
 \sigma_B &= 0,697 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}$$

B) Tarvittava esijännitysvoima on

$$P = 0,567 \text{ MN}$$

VI KOTITEHTÄVÄ

Suorita kuvan 1 mukaisen tukimuurin kantavuustarkastelu Eurokoodin (SFS-EN 1997-1) mitoitustavan 2 mukaan! Käytä seuraavia osavarmuuskertoimia

Rakenteen omapaino

$$\gamma_g = 1,35$$

Pysyvä maanpaine ja -paine

$$\gamma_{gs} = 1,00 \text{ (yhdistely)}$$

$$\gamma_\gamma = 1,00 \text{ (tilavuuspaine)}$$

$$\gamma_\varphi = 1,00 \text{ (kitkakulma)}$$

Muuttuvan kuorman aiheuttama maanpaine

$$\gamma_q = 1,50$$

Kestävyys

$$\gamma_R = 1,40$$

Muita kuormitustapauksia ei tarvitse tutkia. Maanpaine tukimuurin vasemmalta puolelta määritetään aktiivipaineena yhtenäisessä maakerroksessa siten, että liukupinta yksinkertaistuu kuvan mukaiseksi. Oikean puolen maanpaine jätetään huomioon ottamatta.

Tukimuurin mitat

$$a = 0,500 \text{ m}$$

$$b = 2,500 \text{ m}$$

$$h = 4,500 \text{ m}$$

$$t = 0,500 \text{ m}$$

$$L = 5,000 \text{ m}$$

jossa L on tukimuurin pituus kuvatasaan kohtisuorassa suunnassa.

Hyötykuorma (muuttuvan kuorman ominaisarvo)

$$q = 0,030 \text{ MN/m}^2$$

Maan aineparametrit: kitkakulma ja tilavuuspaine

$$\varphi_1 = 32^\circ$$

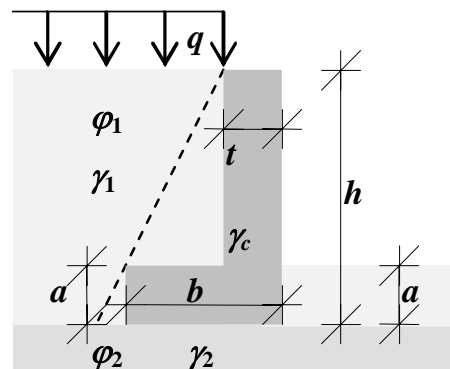
$$\varphi_2 = 35^\circ$$

$$\gamma_1 = 0,017 \text{ MN/m}^3$$

$$\gamma_2 = 0,018 \text{ MN/m}^3$$

Teräsbetonin tilavuuspaine

$$\gamma_c = 0,025 \text{ MN/m}^3$$



Kuva 1.

MAAN PAINO

Laskenta-arvo (sama kuin ominaisarvo)

$$\begin{aligned}
 G_{sd} &= \gamma_1 \frac{1}{2} (b-t)(h-a) \\
 &= 0,068 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned}
 e_s &= \frac{b-t}{3} + t \\
 &= 1,167 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

TUKIMUURIN PAINO

Ominaisarvo

$$\begin{aligned}
 G_c &= \gamma_c [ab + (h-a)t] \\
 &= 0,081 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

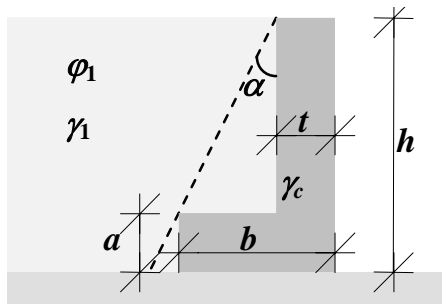
Etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned}
 e_c &= \frac{\gamma_c \left[\frac{b}{2} ab + \frac{t}{2} (h-a)t \right]}{G_c} \\
 &= 0,635 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

AKTIIVISEN MAANPAINEN VAAKAKOMPONENTIN MAANPAINELUKU

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon nähden (kuva 2)

$$\begin{aligned}
 \alpha &= -\arctan \left(\frac{b-t}{h-a} \right) \\
 &= -26,565^\circ
 \end{aligned}
 \tag{5}$$



Kuva 2.

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

$$\beta = 0^\circ$$

Kitkakulman laskenta-arvo (sama kuin ominaisarvo)

$$\varphi_{di} = \arctan\left(\frac{\tan \varphi_i}{\gamma_\varphi}\right) \quad (6)$$

$$\varphi_{d1} = 32^\circ$$

$$\varphi_{d2} = 35^\circ$$

Seinäkitkakulma liukupinnassa

$$\delta_1 = \varphi_{d1} \quad (7)$$

$$= 32,000^\circ$$

Aktiivisen maanpaineen horisontaalikomponentin maanpaineluku

$$K_{ahi} = \frac{\cos^2(\varphi_i + \alpha)}{\cos^2 \alpha \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi_i + \delta_i) \sin(\varphi_i - \beta)}{\cos(\alpha - \delta_i) \cos(\alpha + \beta)}} \right)^2} \quad (8)$$

$$K_{ah} = 0,306$$

MAAN AIHEUTTAMA MAANPAINE

Resultantti

$$\begin{aligned}
 P_{sd} &= \frac{1}{2} K_{ah} \gamma_1 h^2 \\
 &= 0,053 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Etäisyys peruslaatan alapinnasta

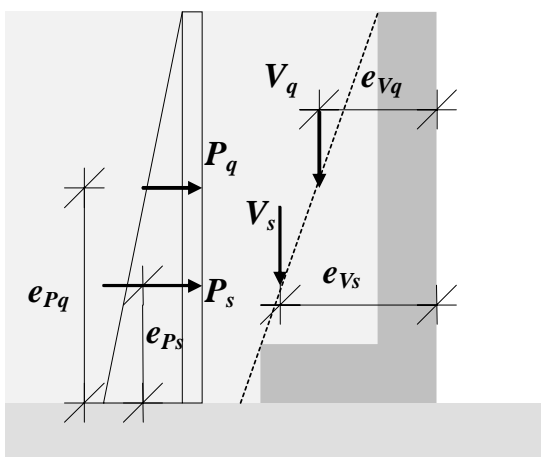
$$\begin{aligned}
 e_{Ps} &= h/3 \\
 &= 1,500 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Vertikaalikomponentti

$$\begin{aligned}
 V_{sd} &= P_{sd} \tan(\delta_1 - \alpha) \\
 &= 0,086 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned}
 e_{Vs} &= \frac{2}{3} h \tan|\alpha| + t \\
 &= 2,000 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$



Kuva 3.

HYÖTYKUORMAN AIHEUTTAMA MAANPAINE

Resultantti

$$\begin{aligned} P_q &= K_{ah} qh \\ &= 0,041 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (13)$$

Etäisyys peruslaatan alapinnasta

$$\begin{aligned} e_{Pq} &= h/2 \\ &= 2,250 \text{ m} \end{aligned} \quad (14)$$

Vertikaalikomponentti

$$\begin{aligned} V_q &= P_q \tan(\delta_1 - \alpha) \\ &= 0,068 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (15)$$

Etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned} e_{Vq} &= \frac{1}{2} h \tan|\alpha| + t \\ &= 1,625 \text{ m} \end{aligned} \quad (16)$$

POHJAPAINNE

Horisontaalivoiman laskenta-arvo

$$\begin{aligned} H_d &= P_{sd} + \gamma_q P_q \\ &= 0,115 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (17)$$

Kaatavan momentin laskenta-arvo horisontaalivoimista

$$\begin{aligned} M_d &= \gamma_{gs} e_{Ps} P_{sd} + e_{Pq} \gamma_q P_q \\ &= 0,219 \text{ MNm/m} \\ &0,219 \end{aligned} \quad (18)$$

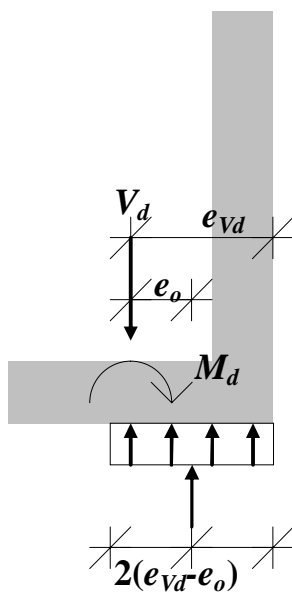
Vertikaalikomponentin laskenta-arvo

$$\begin{aligned} V_d &= \gamma_g G_c + \gamma_{gs} G_{sd} + \gamma_{gs} V_{sd} + \gamma_q V_q \\ &= 0,366 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (19)$$

Etäisyys tukimuurin etureunasta

$$e_{Vd} = \frac{e_c \gamma_g G_c + e_s \gamma_{gs} G_{sd} + e_{Vs} \gamma_{gs} V_{sd} + e_{Vq} \gamma_q V_q}{V_d} \quad (20)$$

$$= 1,331 \text{ m}$$



Kuva 4.

Momenttitasapaino kiertymispisteen suhteen (kuva 4)

$$0 = M_d - V_d e_o \quad (21)$$

$$\Rightarrow e_o = \frac{M_d}{V_d} \quad (22)$$

$$= 0,599 \text{ m}$$

$$0,599$$

Tasaisen pohjapaineen vaikutusalueen pituus

(kantavuuskaavassa tehokkaan alueen pienempi sivumitta)

$$B' = 2(e_{Vd} - e_o) \quad (23)$$

$$= 1,465 \text{ m}$$

$$1,303$$

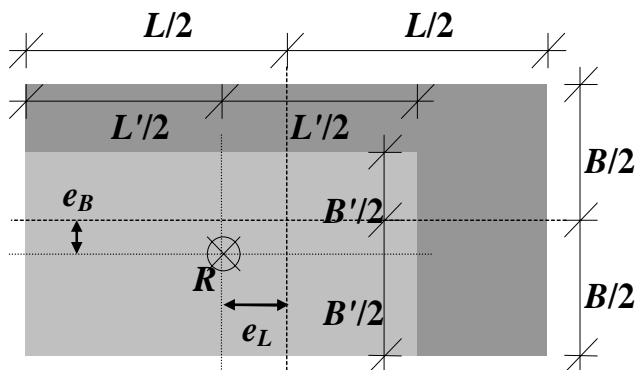
Peruslaatan tehokkaan alueen suurempi sivumitta

$$L' = L \quad (24)$$

$$= 5,000 \text{ m}$$

Tehokkaan alueen ala (kuva 5)

$$\begin{aligned} A' &= B'L' \\ &= 7,326 \text{ m}^2/\text{m} \end{aligned} \quad (25)$$



Kuva 5.

Pohjapaineen suuruus

$$\begin{aligned} q_d &= \frac{V_d}{B'} \\ &= 0,249 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (26)$$

KANTAVUUS

Koheesion laskenta-arvo

$$c' = 0 \text{ MN/m}^2$$

Perustamistason yläpuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_1 \\ &= 0,017 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (27)$$

Perustamistason alapuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma' &= \gamma_2 \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (28)$$

Tehokas mitoituspaine perustamistasolla

$$\begin{aligned} q' &= a \gamma \\ &= 0,009 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (29)$$

Pohjan kaltevuus

$$\alpha_o = 0^\circ$$

Kitkakulman laskenta-arvo perustamistason alapuolella

$$\begin{aligned} \varphi' &= \arctan\left(\frac{\tan \varphi_2}{\gamma_\phi}\right) \\ &= 35^\circ \end{aligned} \quad (30)$$

Kantavuuskertoimet

$$\begin{aligned} N_q &= \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} \\ &= 33,296 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} N_\gamma &= 2 \left[\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} - 1 \right] \tan \varphi' \\ &= 45,228 \end{aligned} \quad (32)$$

Perustuksen pohjan kaltevuuskertoimet

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} b_q \\ b_\gamma \end{array} \right\} &= (1 - \alpha_o \tan \varphi')^2 \\ &= 1,000 \end{aligned} \quad (33a, b)$$

Peruslaatan muodon vaikutuskertoimet

$$\begin{aligned} s_q &= 1 + \frac{B'}{L'} \sin \varphi' \\ &= 1,168 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} s_\gamma &= 1 - 0,3 \frac{B'}{L'} \\ &= 0,912 \end{aligned} \quad (35)$$

Parametri m

$$m = m_B \quad (36)$$

$$= \frac{2 + \frac{B'}{L'}}{1 + \frac{B'}{L'}} \quad (37)$$

$$= 1,773$$

Kuormitusresultantin kaltevuuden vaikutuskertoimet

$$i_q = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A' c' \cot \varphi'} \right)^m \quad (38)$$

$$= 0,512$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A' c' \cot \varphi'} \right)^{m+1} \quad (39)$$

$$= 0,351$$

Kantokyky

$$q_m = \frac{R}{A'} \quad (40)$$

$$= c' N_c b_c s_c i_c + q' N_q b_q s_q i_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (41)$$

$$= 0,361 \text{ MN/m}^2$$

Kantokyvyn laskenta-arvo

$$q_{md} = \frac{q_m}{\gamma_R} \quad (42)$$

$$= 0,258 \text{ MN/m}^2$$

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen

$$n = q_{md} / q_d \quad (43)$$

$$= 1,032 > 1, \text{ OK}$$

VASTAUS:

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen on

$$n = 1,032 > 1,0$$

eli OK.

VII KOTITEHTÄVÄ

Missä rajoissa kuvan 1 mukaiseen lyöntipaaluryhmään kohdistuva momentti M_y saa vaihdella, niin ettei paaluihin synny vetoa.

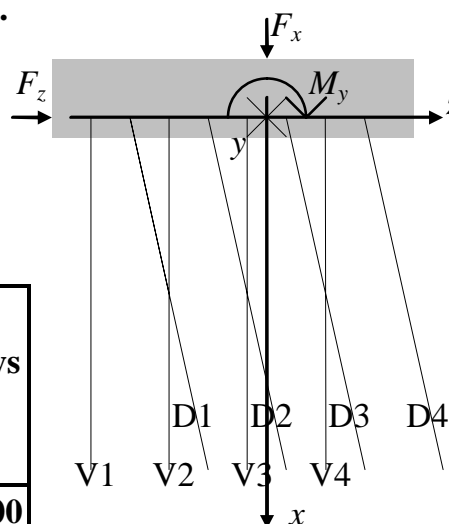
Kuormitus

$$F_x = 6,000 \text{ MN}$$

$$F_z = 1,500 \text{ MN}$$

Vertikaalipaalut (z_{Vi} paalun yläpäässä)

Muuttuja	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Suht. jäykkyys
Symboli	i_V	n_{Vi}	z_{Vi}	k_{Vi}
Yksikkö	-	kpl	m	-
Lukuarvo	1	2	-3,000	1,000
	2	3	-2,000	1,000
	3	4	0,000	1,000
	4	2	1,000	1,000



Kuva 1.

Diagonaalipaalut (z_{Di} paalun yläpäässä), joiden kaltevuus

$$1/\tan\alpha = 3,500$$

Muuttuja	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Suht. jäykkyys
Symboli	i_D	n_{Di}	z_{Di}	k_{Di}
Yksikkö	-	kpl	m	-
Lukuarvo	1	2	-3,000	0,962
	2	3	-1,000	0,962
	3	3	0,000	0,962
	4	4	2,000	0,962

Pysty- vinopaalujen suhteelliset jäykkyudet

$$k_i = \frac{\frac{E_i A_i}{L_i}}{\frac{E_0 A_0}{L_0}}$$

ovat keskenään verrannollisia.

Diagonaalien kaltevuuskulma

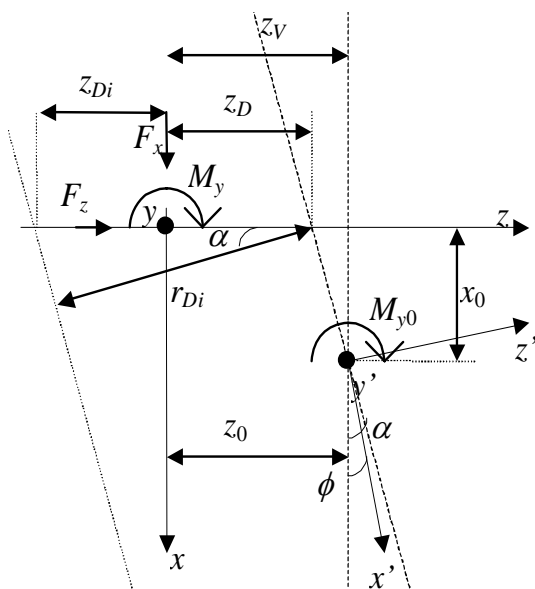
$$\alpha = 15,945^\circ$$

Vertikaali- ja diagonaalipaalujen aksiaaliset jäykkyydet

$$\begin{aligned} A_V &= \sum n_{Vi} k_{Vi} \\ &= 11,000 \\ A_D &= \sum n_{Di} k_{Di} \\ &= 11,544 \end{aligned}$$

Vertikaali ja diagonaalipaalujen painopisteakslien etäisyydet origosta paalun katkaisutasolla

$$\begin{aligned} z_V &= \frac{\sum n_{Vi} k_{Vi} z_{Vi}}{A_V} \\ &= -0,909 \text{ m} \\ z_D &= \frac{\sum n_{Di} k_{Di} z_{Di}}{A_D} \\ &= -0,083 \text{ m} \end{aligned}$$



Kuva 2.

Kiertokeskiön sijainti

$$\begin{cases} x_0 = \frac{z_V - z_D}{\tan \alpha} \\ z_0 = z_V \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -2,890 \text{ m} \\ z_0 = -0,909 \text{ m} \end{cases}$$

Pääsuunnan kulma (ei tarvita tehtävässä)

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{-2A_D \cos \alpha \sin \alpha}{A_V + A_D \cos 2\alpha} \right] \\ &= -8,170^\circ \\ &= -0,143 \text{ rad} \end{aligned}$$

Vertikaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertokeskiöstä

$$\begin{aligned} r_{Vi} &= z_{Vi} - z_V \\ r_{V1} &= -2,091 \text{ m} \\ r_{V2} &= -1,091 \text{ m} \\ r_{V3} &= 0,909 \text{ m} \\ r_{V4} &= 1,909 \text{ m} \end{aligned}$$

Diagonaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertokeskiöstä

$$\begin{aligned} r_{Di} &= (z_{Di} - z_D) \cos \alpha \\ r_{D1} &= -2,804 \text{ m} \\ r_{D2} &= -0,881 \text{ m} \\ r_{D3} &= 0,080 \text{ m} \\ r_{D4} &= 2,003 \text{ m} \end{aligned}$$

Jäyhyysmomentti kiertokeskiön suhteen

$$\begin{cases} I_V = \sum n_{Vi} k_{Vi} r_{Vi}^2 \\ I_D = \sum n_{Di} k_{Di} r_{Di}^2 \end{cases}$$

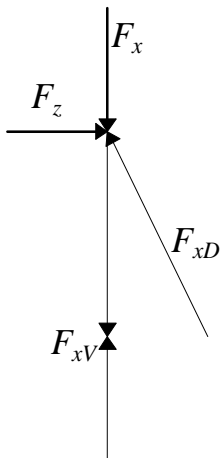
$$\Rightarrow \begin{cases} I_V = 22,909 \text{ m}^2 \\ I_D = 32,834 \text{ m}^2 \\ I = I_V + I_D \\ = 55,743 \text{ m}^2 \end{cases}$$

Kuormitus kiertokeskiössä

$$\begin{aligned}
 F_{x0} &= F_x \\
 &= 6,000 \text{ MN} \\
 F_{z0} &= F_z \\
 &= 1,500 \text{ MN} \\
 M_{y0} &= M_y - F_x z_0 + F_z x_0
 \end{aligned}$$

Kuormaosuudet

$$\begin{aligned}
 F_{xV} &= F_x - F_z / \tan \alpha \\
 &= 0,750 \text{ MN} && \text{Puristusta} \\
 F_{xD} &= F_z / \sin \alpha \\
 &= 5,460 \text{ MN} && \text{Puristusta}
 \end{aligned}$$



Kuva 3.

Vertikaalipaalun aksiaalivoiman

$$N_{Vi} = k_{Vi} \left(\frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_{y0} r_{Vi}}{I} \right)$$

tulee olla positiivinen

$$0 \leq \frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_{y0} r_{Vi}}{I}$$

$$\Rightarrow \frac{r_{Vi}}{I} M_{y0} \geq \frac{-F_x V}{A_V}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_{y0} \geq \frac{-IF_x V}{A_V r_{Vi}}, & r_{Vi} \geq 0 \\ M_{y0} \leq \frac{-IF_x V}{A_V r_{Vi}}, & r_{Vi} \leq 0 \end{cases}$$

Vertikaalipaalujen sallimat momentit

$$M_{y0,V1} \leq 1,818 \text{ MNm}$$

$$M_{y0,V2} \leq 3,484 \text{ MNm}$$

$$M_{y0,V3} \geq -4,181 \text{ MNm}$$

$$M_{y0,V4} \geq -1,991 \text{ MNm}$$

Vastaavasti saadaan diagonaalipaaluille

$$\begin{cases} M_{y0} \geq \frac{-IF_x D}{A_D r_{Di}}, & r_{Di} \geq 0 \\ M_{y0} \leq \frac{-IF_x D}{A_D r_{Di}}, & r_{Di} \leq 0 \end{cases}$$

Diagonaalipaalujen sallimat momentit

$$M_{y0,D1} \leq 9,401 \text{ MNm}$$

$$M_{y0,D2} \leq 29,913 \text{ MNm}$$

$$M_{y0,D3} \geq -329,042 \text{ MNm}$$

$$M_{y0,D4} \geq -13,162 \text{ MNm}$$

Momentti alkuperäisessä koordinaatistossa

$$M_y = M_{y0} + F_x z_0 - F_z x_0$$

Vertikaalipaalujen sallimat momentit

$$M_{y,V1} \leq 0,698 \text{ MNm}$$

$$M_{y,V2} \leq 2,365 \text{ MNm}$$

$$M_{y,V3} \geq -5,300 \text{ MNm}$$

$$M_{y,V4} \geq -3,110 \text{ MNm}$$

Diagonaalipaalujen sallimat momentit

$$M_{y,D1} \leq 8,282 \text{ MNm}$$

$$M_{y,D2} \leq 28,794 \text{ MNm}$$

$$M_{y,D3} \geq -330,161 \text{ MNm}$$

$$M_{y,D4} \geq -14,281 \text{ MNm}$$

VASTAUS: Pienin ja suurin momentti

$$M_{\min} = -3,110 \text{ MNm}$$

$$M_{\max} = 0,698 \text{ MNm}$$

VIII KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä oheisen kuvan 1 suurpaalun (ei pilaria) leikkausvoima-, taivutusmomentti-, taipuma- ja maanpainejakauma kolmea palkkielementtiä käyttäen.

Pintakuorma

$$p = 0,200 \text{ MN/m}^2$$

Alustaluku

$$c_a = 30 \text{ MN/m}^3$$

$$c_b = 15 \text{ MN/m}^3$$

$$c_c = 5 \text{ MN/m}^3$$

Mitta

$$a_1 = a_2 = a_3 = 4 \text{ m}$$

$$a_4 = 5 \text{ m}$$

TB-paalu, poikkileikkaus ellipsi

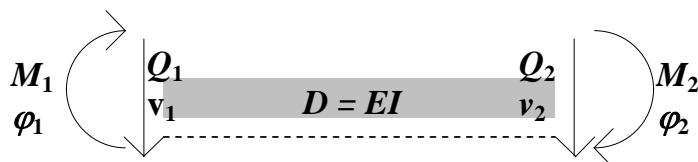
$$K = 40 \text{ MN/m}^2$$

$$b = 0,600 \text{ m}$$

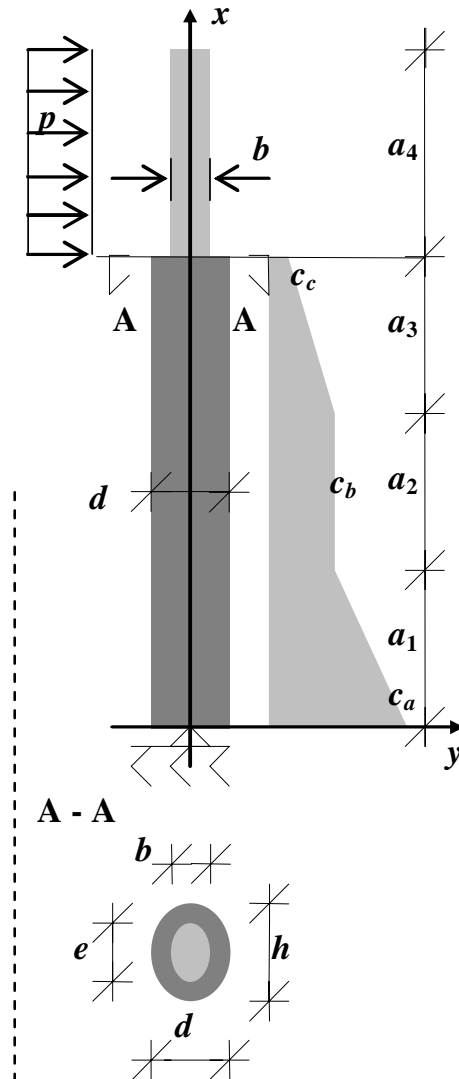
$$d = 1,200 \text{ m}$$

$$e = 1,200 \text{ m}$$

$$h = 1,600 \text{ m}$$



Kuva 2.



Kuva 1.

Palkkielementin tasapainoehto (kuva 2)

$$\begin{bmatrix} \frac{12D}{L^3} & \frac{6D}{L^2} & -\frac{12D}{L^3} & \frac{6D}{L^2} \\ \frac{6D}{L^2} & \frac{4D}{L} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{2D}{L} \\ -\frac{12D}{L^3} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{12D}{L^3} & -\frac{6D}{L^2} \\ \frac{6D}{L^2} & \frac{2D}{L} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{4D}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

Kuormitus

$$H = pea_4 \quad (1)$$

$$= 1,200 \text{ MN}$$

$$M = Ha_4/2 \quad (2)$$

$$= 3,000 \text{ MNm}$$

Jousivakio paalun osan yläpäässä

$$k_i = h \cdot \frac{a_i(c_{i-1,i} + 3c_{i,i-1}) + a_{i+1}(3c_{i,i+1} + c_{i+1,i})}{8} \quad (3)$$

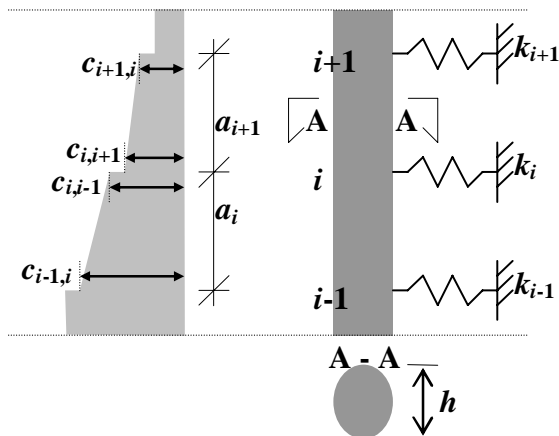
$$k_0 = \infty \text{ MN/m}$$

Laskennassa: 1,0E+100 MN/m

$$k_1 = 108,000 \text{ MN/m}$$

$$k_2 = 88,000 \text{ MN/m}$$

$$k_3 = 24,000 \text{ MN/m}$$



Kuva 3.

Betonin kimmokerroin

$$E_i = k \sqrt{K_i K_0}, \text{ missä } k = 1 \text{ ja } K_0 = 25 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2 \quad (4)$$

$$= 31\,623 \text{ MN/m}^2$$

Ellipsin jäyhyysmomentti

$$I = \pi \frac{(h/2)(d/2)^3}{4} \quad (5)$$

$$= 0,136 \text{ m}^4$$

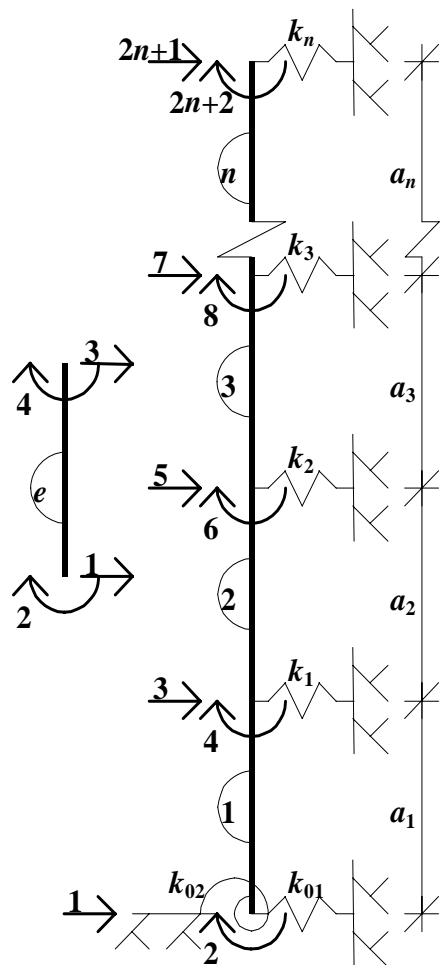
Suurpaalun taivutusjäykkyys

$$D = EI \quad (6)$$

$$= 4\,292 \text{ MNm}^2$$

Alimman ja ylimmän elementin jäykkyydsmatriisi

$$K_1^e = K_3^e = \begin{bmatrix} 805 & 1\,609 & -805 & 1\,609 \\ 1\,609 & 4\,292 & -1\,609 & 2\,146 \\ -805 & -1\,609 & 805 & -1\,609 \\ 1\,609 & 2\,146 & -1\,609 & 4\,292 \end{bmatrix}$$



Kuva 4.

Systeemin tasapainoehdosta

$$\{F\} = [K]\{\delta\} \quad (7)$$

saadaan siirtymävektori

$$\{\delta\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (8)$$

Systeemin jäykkyydsmatriisi (kuva 4)

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} & k_{68} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & k_{78} \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & k_{84} & k_{85} & k_{86} & k_{87} & k_{88} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{bmatrix} k_{11}^1 + k_{01} & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21} = k_{12} & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31} = k_{13} & k_{32} = k_{23} & k_{33}^1 + k_{11}^2 + k_1 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 & 0 & 0 \\ k_{41} = k_{14} & k_{42} = k_{24} & k_{43} = k_{34} & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 & 0 & 0 \\ k_{51} = k_{15} & k_{52} = k_{25} & k_{53} = k_{35} & k_{54} = k_{45} & k_{33}^2 + k_{11}^3 + k_2 & k_{34}^2 + k_{12}^3 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\ k_{61} = k_{16} & k_{62} = k_{26} & k_{63} = k_{36} & k_{64} = k_{46} & k_{65} = k_{56} & k_{44}^2 + k_{22}^3 & k_{23}^3 & k_{24}^3 \\ k_{71} = k_{18} & k_{72} = k_{27} & k_{73} = k_{37} & k_{74} = k_{47} & k_{75} = k_{57} & k_{76} = k_{67} & k_{33}^3 + k_3 & k_{34}^3 \\ k_{81} = k_{18} & k_{82} = k_{28} & k_{83} = k_{38} & k_{84} = k_{48} & k_{85} = k_{58} & k_{86} = k_{68} & k_{87} = k_{78} & k_{44}^3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Matriisi $[K]$ lukuarvoina

1,0E+100	1609	-805	1609	0	0	0	0
1609	4292	-1609	2146	0	0	0	0
-805	-1609	1717	0	-805	1609	0	0
1609	2146	0	8583	-1609	2146	0	0
0	0	-805	-1609	1697	0	-805	1609
0	0	1609	2146	0	8583	-1609	2146
0	0	0	0	-805	-1609	829	-1609
0	0	0	0	1609	2146	-1609	4292

Matriisin $[K]$ yksiköt

MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm

Käänteismatriisi $[K]^{-1}$

0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,001	0,001	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000
0,000	0,001	0,003	0,000	0,003	0,000	0,002	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,000	0,001	0,000
0,000	0,001	0,003	0,001	0,006	0,001	0,008	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	0,000
0,000	0,000	0,002	0,001	0,008	0,002	0,020	0,003
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,001

Käänteismatriisin $[K]^{-1}$ yksiköt

m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm

Systeemin kuormavektorin alkiot

$$\begin{aligned}
 F_0 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_0 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_1 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_1 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_2 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_2 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_3 &= 1,200 \text{ MN} \\
 M_3 &= 3,000 \text{ MNm}
 \end{aligned}$$

Siirtymävektorin alkiot

$$\begin{aligned}
 w_0 &= 0,000 \text{ m} \\
 \varphi_0 &= 0,000 \text{ rad} \\
 w_1 &= 0,001 \text{ m} \\
 \varphi_1 &= 0,001 \text{ rad} \\
 w_2 &= 0,010 \text{ m} \\
 \varphi_2 &= 0,004 \text{ rad} \\
 w_3 &= 0,034 \text{ m} \\
 \varphi_3 &= 0,008 \text{ rad}
 \end{aligned}$$

Elementin voimasuureet

$$F_i^e = K_i^e \delta_i^e \quad (11)$$

1. elementti

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = K_1^e \cdot \begin{bmatrix} 0,000000 \\ -0,000193 \\ 0,000724 \\ 0,000930 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,602 \\ 0,000 \\ -0,602 \\ 2,409 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{MN} \\ \text{MNm} \\ \text{MN} \\ \text{MNm} \end{matrix}$$

2. elementti

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = K_2^e \cdot \begin{bmatrix} 0,000724 \\ 0,000930 \\ 0,010236 \\ 0,004152 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,524 \\ -2,409 \\ -0,524 \\ 4,506 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{MN} \\ \text{MNm} \\ \text{MN} \\ \text{MNm} \end{matrix}$$

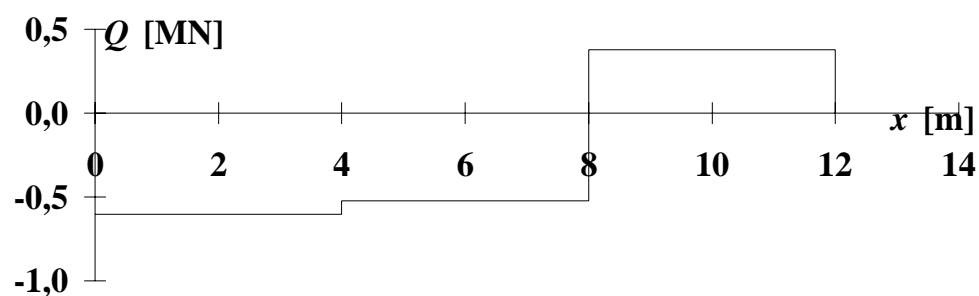
3. elementti

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = K_2^e \cdot \begin{bmatrix} 0,010236 \\ 0,004152 \\ 0,034309 \\ 0,007650 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,377 \\ -4,506 \\ 0,377 \\ 3,000 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{MN} \\ \text{MNm} \\ \text{MN} \\ \text{MNm} \end{matrix}$$

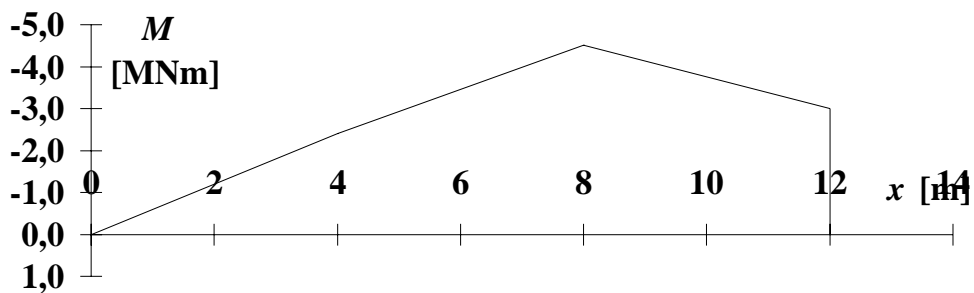
VASTAUS:

Systeemin leikkausvoima-, taivutusmomentti-, taipuma- ja maanpainejakauma

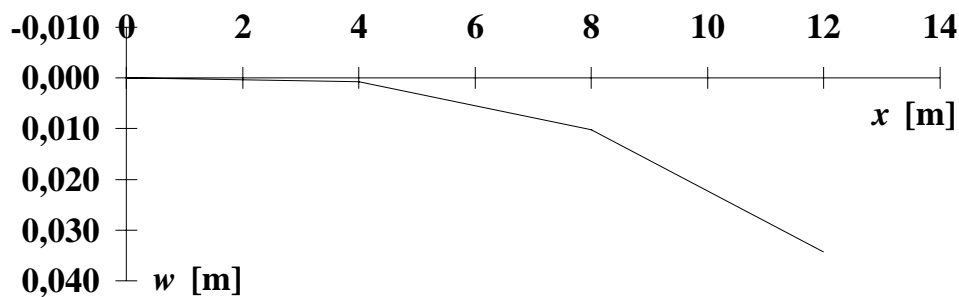
x_i [m]	Q_i [MN]	M_i [MNm]	w_i [m]	c_i [MN/m ³]	$q_i = c_i w_i$ [MN/m ²]
0	-0,602	0,000	0,000	30	0,000
4	-0,602	-2,409	0,001	15	0,011
4	-0,524	-2,409	0,001	15	0,011
8	-0,524	-4,506	0,010	15	0,154
8	0,377	-4,506	0,010	15	0,154
12	0,377	-3,000	0,034	5	0,172
12	0	0		0	0



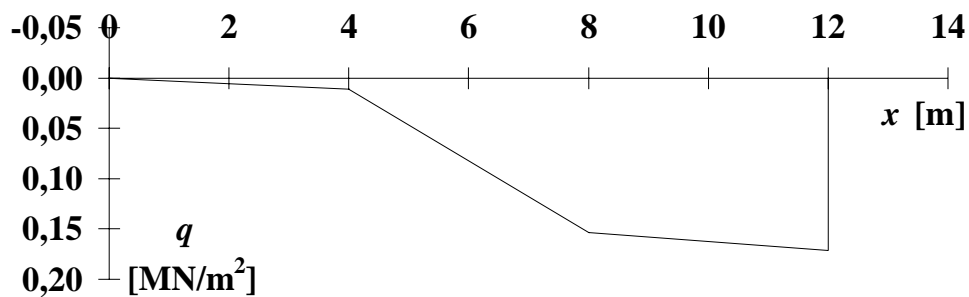
Kuva 5. Leikkausvoima.



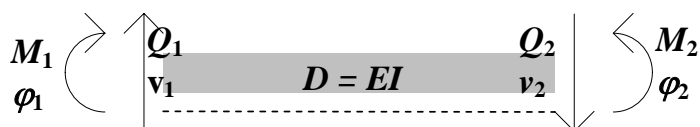
Kuva 6. Taivutusmomentti.



Kuva 7. Taipuma.



Kuva 8. Maanpaine.



Kuva 9. Positiiviset suunnat (vrt. kuva 2).

IX KOTITEHTÄVÄ

Kuvan 1 mukaisen jäykän peruslaatan alusta kuvataan jousilla (Winklerin alustamalli, jousivakio $k_i = k$) kuvan 1 mukaan. Jousien lukumäärä riveittäin on

$$n_1 = 3$$

$$n_2 = 5$$

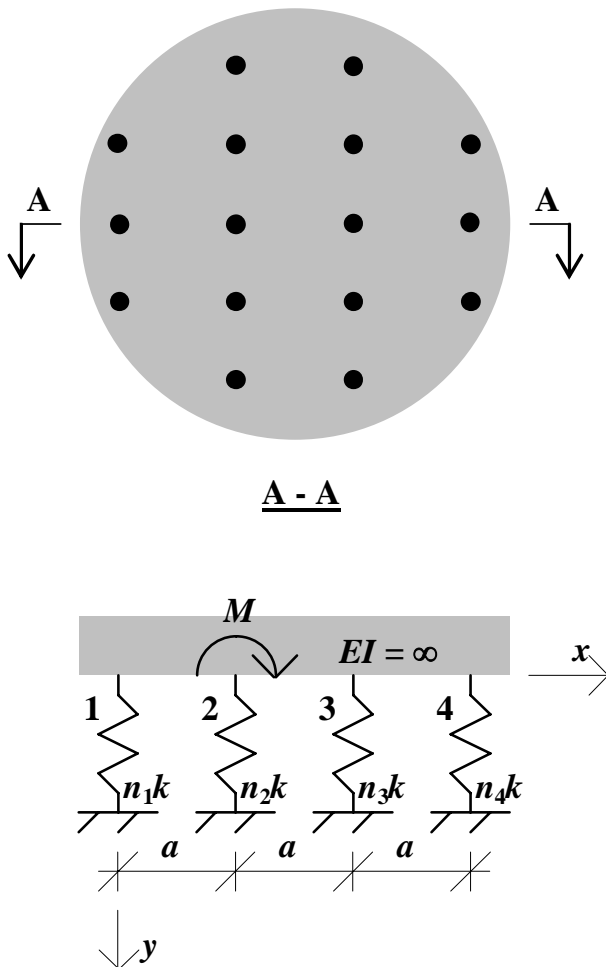
$$n_3 = 5$$

$$n_4 = 3$$

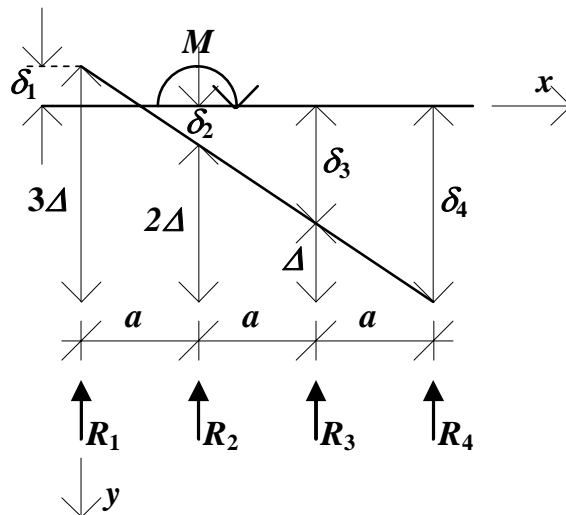
Momentti M vaikuttaa pisteessä 2.

Määritä laatan jousivoimat

$$R_i = R_i(a, M)$$



Kuva 1.



Kuva 2.

Tasapainoehdot (kuva 2)

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum M_2 = 0 \end{cases} \quad (1a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = \sum_{i=1}^4 n_i R_i \\ M = \sum_{i=1}^4 e_i n_i R_i \end{cases} \quad (2a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = n_1 R_1 + n_2 R_2 + n_3 R_3 + n_4 R_4 \\ M = e_1 n_1 R_1 + e_2 n_2 R_2 + e_3 n_3 R_3 + e_4 n_4 R_4 \end{cases} \quad (3a, b)$$

jossa

$$e_1 = -a \quad (4)$$

$$e_2 = 0 \quad (5)$$

$$e_3 = a \quad (6)$$

$$e_4 = 2a \quad (7)$$

ja

$$R_i = k_i \delta_i \quad (8)$$

jossa

$$\delta_1 = \delta_4 - 3\Delta \quad (9)$$

$$\delta_2 = \delta_4 - 2\Delta \quad (10)$$

$$\delta_3 = \delta_4 - \Delta \quad (11)$$

Tasapainoehdoksi saadaan

$$\begin{cases} 0 = 16\delta_4 - 24\Delta \\ M = (8\delta_4 + 4\Delta)ak \end{cases} \quad (12a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_4 = \frac{3}{2}\Delta \\ \Delta = \frac{M}{16ak} \end{cases} \quad (13a, b)$$

Sijoitetaan saadut siirtymät tukireaktion kaavaan 8.

VASTAUS:

Tukireaktiot

$$R_1 = \frac{-3M}{32a} \quad (14)$$

$$R_2 = \frac{-M}{32a} \quad (15)$$

$$R_3 = \frac{M}{32a} \quad (16)$$

$$R_4 = \frac{3M}{32a} \quad (17)$$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

KOTITEHTÄVÄT 2009

TKK, R-laitos, Ass. R. S.

Rak-11.2107
Sillat ja perustukset

KOTITEHTÄVÄT

Syksy 2009

KOTITEHTÄVÄT**SISÄLLYS**

	Sivu
Rakenteiden kuormat	
I Kuormien yhdistely	3
Siltojen kuormat	
II Vaarallisin kuorma-asento	9
Maanpaine	
III Tukimuurin aktiivipaine	15
Poikkileikkauksen sydänkuvio	
IV Peruslaatta	23
Kallioperustus	
V Peruslaatta	33
Tukimuurin kantavuustarkastelu	
VI Eurokoodin mitoitusstapa DA2*	37
Lyöntipaaluryhmä	
VII Paalut kahdessa suunnassa	47
Suurpaalu	
VIII Elementtimenetelmä	55
Perustus kimmoisella alustalla	
IX Differenssimenetelmä	63

I KOTITEHTÄVÄ

Kuvan 1 mukainen tukirakenne on perustettu kalliolle.

Määritä tukirakennetta rasittavien voimasuureiden kaikki mahdolliset kuormitusyhdistelmät murtorajatilassa (EQU) Eurokoodin SFS-EN 1997-1 mukaan siten, että kaikkien kuormitustapausten kertoimet käyvät ilmi; voimasuureiden arvoja ei tarvitse laskea. Luotettavuusluokka on RC2.

Tarkista kaatumisvarmuus!

Maanpaine lasketaan tässä rajatilassa lepopaineena.

Tukimuurin mitat

$$a = 0,500 \text{ m}$$

$$b = 2,000 \text{ m}$$

$$h = 4,000 \text{ m}$$

$$t = 0,500 \text{ m}$$

Hyötykuorma (muuttuvan kuorman ominaisarvo)

$$q = 0,005 \text{ MN/m}^2$$

Kuorma voi sijaita tukimuurin päällä (katkoviiva) tai sen ulkopuolella.

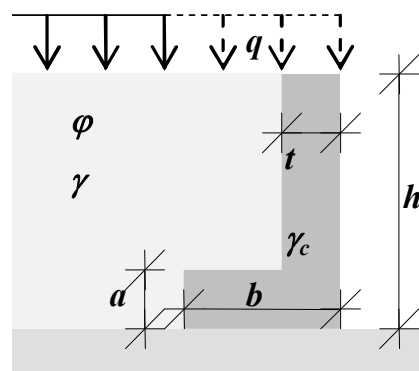
Maan aineparametrit: kitkakulma ja tilavuuspaino

$$\varphi = 36^\circ$$

$$\gamma = 0,020 \text{ MN/m}^3$$

Teräsbetonin tilavuuspaino

$$\gamma_c = 0,025 \text{ MN/m}^3$$



Kuva 1.

KUORMIEN YHDISTELY EN-1997-1:N MUKAAN

Staattisen tasapainotilan osoittaminen (kaava 2.4)

$$E_{dst;d} \leq E_{dsb;d} \quad (1)$$

jossa kaatavien kuormien mitoitusarvo on

$$E_{dst;d} = E \{ \gamma_F F_{rep}; X_k / \gamma_M; a_d \} dst \quad (2)$$

ja vakauttavien kuormien mitoitusarvo on

$$E_{dsb;d} = E \{ \gamma_F F_{rep}; X_k / \gamma_M; a_d \} dsb \quad (3)$$

jossa puolestaan γ_F on kuorman osavarmuusluku (taulukko A.1)

- γ_F on kuorman osavarmuusluku (taulukko A.1)
- R_{rep} on kuorman edustava arvo (ominaisarvo)
- X_k on materiaaliominaisuuden ominaisarvo
- γ_M on maaparametrin osavarmuusluku (taulukko A.2)
- a_d on mittatiedon mitoitusarvo

Kuormien yhdistely kaavamuodossa (taulukko A.1)

$$q_d = \gamma_g g + \gamma_q 1 q_k 1 + \gamma_p g_p + \gamma_{qp} q_p \quad (4)$$

tai

$$F_d = \begin{matrix} 1,1 \\ 1,1 \\ 1,1 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \end{matrix} \left\{ (G_c + G_s) + \begin{matrix} 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} Q_{ki} + \begin{matrix} 1,1 \\ 1,1 \\ 0,9 \\ 1,1 \\ 1,1 \\ 0,9 \end{matrix} \left\{ P_0 + \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \end{matrix} \right\} P_q \quad (6a...f)$$

Näissä kohdat b ja e vastaavat tapausta, jossa q vaikuttaa rakenteen ulkopuolella.

Tapauksia on kaksinkertainen määrä, jos maanpaineen kertoimet vaihdetaan:

$$F_d = \begin{matrix} 1,1 \\ 1,1 \\ 1,1 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \end{matrix} \left\{ (G_c + G_s) + \begin{matrix} 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} Q_{ki} + \begin{matrix} 0,9 \\ 0,9 \\ 1,1 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 1,1 \end{matrix} \left\{ P_0 + \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \end{matrix} \right\} P_q \quad (6g...l)$$

Mitoittavan (epäedullisin/vaarallisin) tapauksen 6e osavarmuudet (vrt. taulukko 1)

– Tukirakenteen oma paino ja maan paino

$$\gamma_G = 0,90$$

– Hyötykuorma

$$\gamma_Q = 0,00$$

– Maan aiheuttama maanpaine

$$\gamma_{GP} = 1,10$$

– Hyötykuorman aiheuttama maanpaine

$$\gamma_{QP} = 1,50$$

Maaparametrien osavarmuudet (taulukko A.2)

$$\gamma_\gamma = 1,00$$

$$\gamma_\phi = 1,25$$

MAAN PAINO

Ominaisarvo

$$\begin{aligned} G_s &= \gamma(b-t)(h-a) \\ &= 0,105 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (7)$$

Vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta

$$\begin{aligned} e_s &= \frac{b-t}{2} + t \\ &= 1,250 \text{ m} \end{aligned} \quad (8)$$

TUKIMUURIN PAINO

Ominaisarvo

$$\begin{aligned} G_c &= \gamma_c [ab + (h-a)t] \\ &= 0,069 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (9)$$

Vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta

$$e_c = \frac{\gamma_c \left[\frac{b}{2} ab + \frac{t}{2} (h-a)t \right]}{G_c} \quad (10)$$
$$= 0,523 \text{ m}$$

HYÖTYKUORMA

Ominaisarvo

$$Q = q b \quad (11)$$
$$= 0,010 \text{ MN/m}$$

Vaikutuskohdan etäisyys tukimuurin etureunasta

$$e_q = b/2 \quad (12)$$
$$= 1,000 \text{ m}$$

MAANPAINE

Kitkakulman laskenta-arvo

$$\varphi_d = \arctan \left(\frac{\tan \varphi}{\gamma_\varphi} \right) \quad (13)$$
$$= 30,167^\circ$$

Lepopaine kerroin

$$K_0 = 1 - \sin \varphi_d \quad (14)$$
$$= 0,497$$

Maan aiheuttaman lepopaineen resultantti

$$P_0 = \frac{1}{2} K_0 \gamma h^2 \quad (15)$$
$$= 0,080 \text{ MN/m}$$

Resultantin etäisyys peruslaatan alareunasta

$$\begin{aligned} e_0 &= h/3 \\ &= 1,333 \text{ m} \end{aligned} \quad (16)$$

Hyötykuorman aiheuttama lepopaine

$$\begin{aligned} P_q &= K_0 q h \\ &= 0,010 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (17)$$

Resultantin etäisyys peruslaatan alareunasta

$$\begin{aligned} e_{Pq} &= h/2 \\ &= 2,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (18)$$

KAATUMISVARMUUS**Pystyssä pitävän momentin laskenta-arvo**

$$\begin{aligned} M_{pd} &= \gamma_G (e_s G_s + e_c G_c) + \gamma_Q e_q Q \\ &= 0,150 \text{ MNm/m} \end{aligned} \quad (19)$$

Kaatava momentin laskenta-arvo

$$\begin{aligned} M_{kd} &= \gamma_{GP} e_0 P_0 + \gamma_{QP} e_{Pq} P_q \\ &= 0,147 \text{ MNm/m} \end{aligned} \quad (21)$$

Kaatumisvarmuus

$$\begin{aligned} n_t &= \frac{M_{pd}}{M_{kd}} \\ &= 1,026 > 1,000 \end{aligned} \quad (22)$$

Taulukko 1. Kaikki kuormitustapaukset.

	a	b	c	d	e	f
γ_G	1,10	1,10	1,10	0,90	0,90	0,90
γ_Q	1,50	0,00	0,00	1,50	0,00	0,00
γ_{GP}	1,10	1,10	0,90	1,10	1,10	0,90
γ_{QP}	1,50	1,50	0,00	1,50	1,50	0,00
M_{pd}	0,199	0,184	0,184	0,165	0,150	0,150
M_{kd}	0,147	0,147	0,096	0,147	0,147	0,096
n_t	1,357	1,255	1,925	1,129	1,026	1,575

VASTAUS:

Kuormitustapaukset on esitetty kaavassa 6. Kaatumisvarmuusuehto täyttyy.

II KOTITEHTÄVÄ

Määritä se kuorma-asento, a_1 -mitta, jolla kuvan 1 kaksiaukkoiseen jatkuvaan, keskeltä kimmoisesti tuettuun siltaan vaikuttaa kentässä suurin mahdollinen taivutusmomentti, kun sillan yli kulkee akselipari!

Sillan pituus

$$L = 16 \text{ m}$$

Taivutusjäykkyys ($D = EI$)

$$D = 120 \text{ MNm}^2$$

Pistekuorma (akseli)

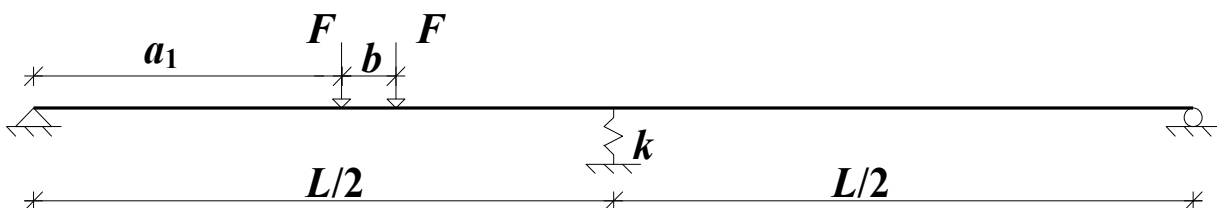
$$F = 0,200 \text{ MN}$$

Pistekuormien välinen etäisyys

$$b = 1,500 \text{ m}$$

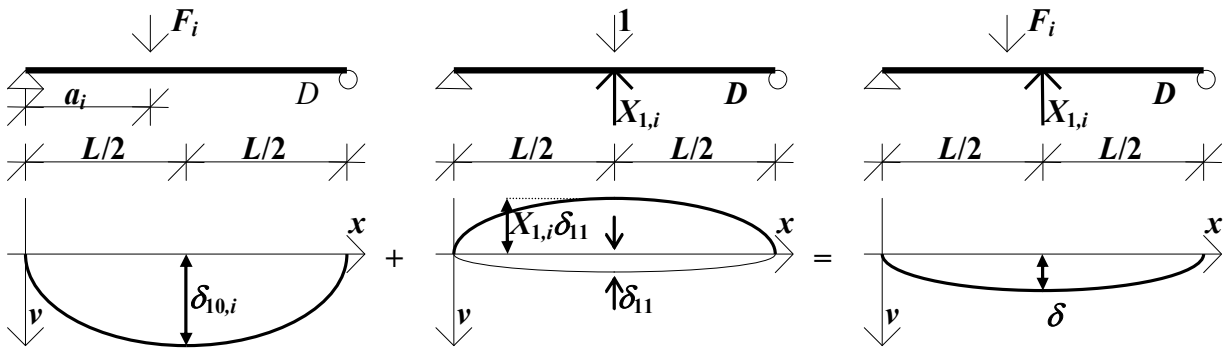
Jousivakio

$$k = 2 \text{ MN/m}$$



Kuva 1.

Tarkastellaan aluksi yhtä pistekuormaa F_i . Symmetrian vuoksi riittää, kun tarkastellaan tilanne, jossa voima on vasemmassa jännteessä.



Kuva 2.

Staattisesti määrättyyn perusmuotoon ulkoisesta kuormasta (g) aiheutuvan taipuman (δ_{10}) ja tuntemattoman tukireaktion (X_1) aiheuttaman taipuman ($X_1\delta_{11}$) erotus on yhtäsuuri kuin keskituen taipuma (δ). Tässä δ_{11} on keskituen kohdalla alaspäin vaikuttavan yksikkövoiman aiheuttama taipuma. Ks. Kuva 2.

$$\delta_{10,i} - X_{1,i} \delta_{11} = \delta_i \tag{1}$$

jossa

$$\delta_i = \frac{X_{1,i}}{k} \tag{2}$$

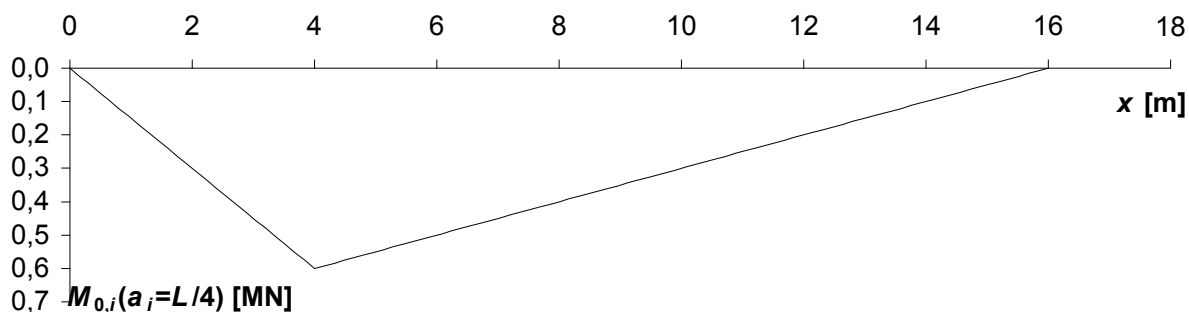
Taivutusmomentti ulkoisesta kuormasta F_i , kun $a_i = \{0 \dots L/2\}$

$$M_{0,i} = \begin{cases} \frac{L - a_i}{L} F_i x, & x \in [0, a_i] \\ \frac{L - a_i}{L} F_i x - F_i (x - a_i), & x \in [a_i, L] \end{cases} \tag{3a, b}$$

$$= \begin{cases} \frac{F_i x}{L} (L - a_i), & x \in [0, a_i] \\ \frac{F_i a_i}{L} (L - x), & x \in [a_i, L] \end{cases} \tag{4a, b}$$

Esim. jos $a_i = L/4$ (5)
 $= 4,000 \text{ m}$

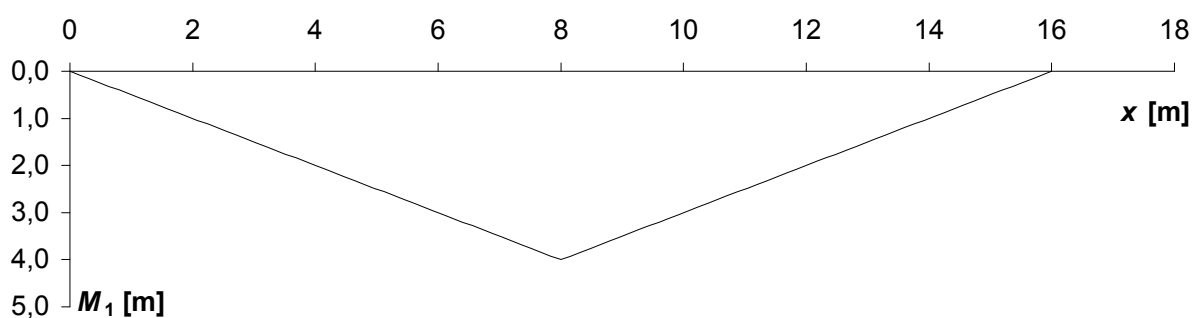
$M_{0,i}$ -kuvio



Taivutusmomentti yksikkövoimasta

$$M_1 = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x \in \left[0, \frac{L}{2}\right] \\ \frac{L-x}{2}, & x \in \left[\frac{L}{2}, L\right] \end{cases} \quad (6a, b)$$

M_1 -kuvio



Siirtymät

$$\begin{cases} \delta_{10,i} = \int \frac{M_1 M_{0,i}}{D} dx \\ \delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{D} dx \end{cases} \quad (7a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_{10,i} = \int_0^{a_i} \frac{F_i x}{L} (L - a_i) \frac{x}{2} dx + \int_{a_i}^{L/2} \frac{F_i a_i}{L} (L - x) \frac{x}{2} dx + \\ \quad + \int_{L/2}^L \frac{F_i a_i}{L} (L - x) \left(\frac{L - x}{2}\right) dx \\ \delta_{11} = \frac{2}{D} \int_0^{L/2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 dx \end{cases} \quad (8a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_{10,i} = \frac{-F_i a_i}{48D} (4a_i^2 - 3L^2) \\ \delta_{11} = \frac{L^3}{48D} \end{cases} \quad (9a, b)$$

Yksikkövoiman aiheuttama siirtymä

$$\delta_{11} = 0,711 \text{ m/MN}$$

Tuntematon tukireaktio kaavasta 1

$$X_{1,i} = \frac{\delta_{10,i} - \delta_i}{\delta_{11}} \quad (10)$$

Kaava 2 huomioon ottaen

$$X_{1,i} = \frac{\delta_{10,i}}{\delta_{11}} - \frac{X_{1,i}}{k\delta_{11}} \quad (11)$$

$$\Rightarrow X_{1,i} = \frac{\delta_{10,i}}{\delta_{11} + \frac{1}{k}} \quad (12)$$

$$\Rightarrow X_{1,i} = -F_i a_i k \frac{4a_i^2 - 3L^2}{48D + kL^3} \quad (13)$$

Taivutusmomentti

$$M_i(x) = M_{0,i} - X_{1,i} M_1 \quad (14)$$

$$= \begin{cases} \frac{L - a_i}{L} F_i x + F_i k a_i \frac{4a_i^2 - 3L^2}{48D + kL^3} \cdot \frac{x}{2}, & x \in [0, a_i] \\ \frac{F_i a_i}{L} (L - x) + F_i k a_i \frac{4a_i^2 - 3L^2}{48D + kL^3} \cdot \frac{x}{2}, & x \in \left[a_i, \frac{L}{2} \right] \\ \frac{F_i a_i}{L} (L - x) + F_i k a_i \frac{4a_i^2 - 3L^2}{48D + kL^3} \cdot \frac{L - x}{2}, & x \in \left[\frac{L}{2}, L \right] \end{cases} \quad (15a...c)$$

$$= \begin{cases} \left[1 - \frac{a_i}{L} + k a_i \frac{4a_i^2 - 3L^2}{96D + 2kL^3} \right] F_i x, & x \in [0, a_i] \\ \left[a_i + \left(-\frac{a_i}{L} + k a_i \frac{4a_i^2 - 3L^2}{96D + 2kL^3} \right) x \right] F_i, & x \in \left[a_i, \frac{L}{2} \right] \\ \left[a_i + k a_i L \frac{4a_i^2 - 3L^2}{96D + 2kL^3} - \left(\frac{a_i}{L} + k a_i \frac{4a_i^2 - 3L^2}{96D + 2kL^3} \right) x \right] F_i, & x \in \left[\frac{L}{2}, L \right] \end{cases} \quad (16a...c)$$

Kun $a_i = \{0 \dots L/2\}$, saadaan yhtälöstä 10 kutakin pistevoimaa, jotka sijaitsevat matkan

$$a_i = a_1 + (i-1)b, i = [1 \dots 4]$$

päässä sillan vasemmasta päädyistä, vastaava taivutusmomentti x :n funktiona.

Kun $a_i = \{L/2 \dots L\}$, käytetään hyväksi symmetriaa ja korvataan yhtälössä 10 (määrittelyrajat mukaan lukien) jokainen etäisyys

$$a_i \rightarrow L - a_i$$

ja koordinaatti

$$x \rightarrow L - x$$

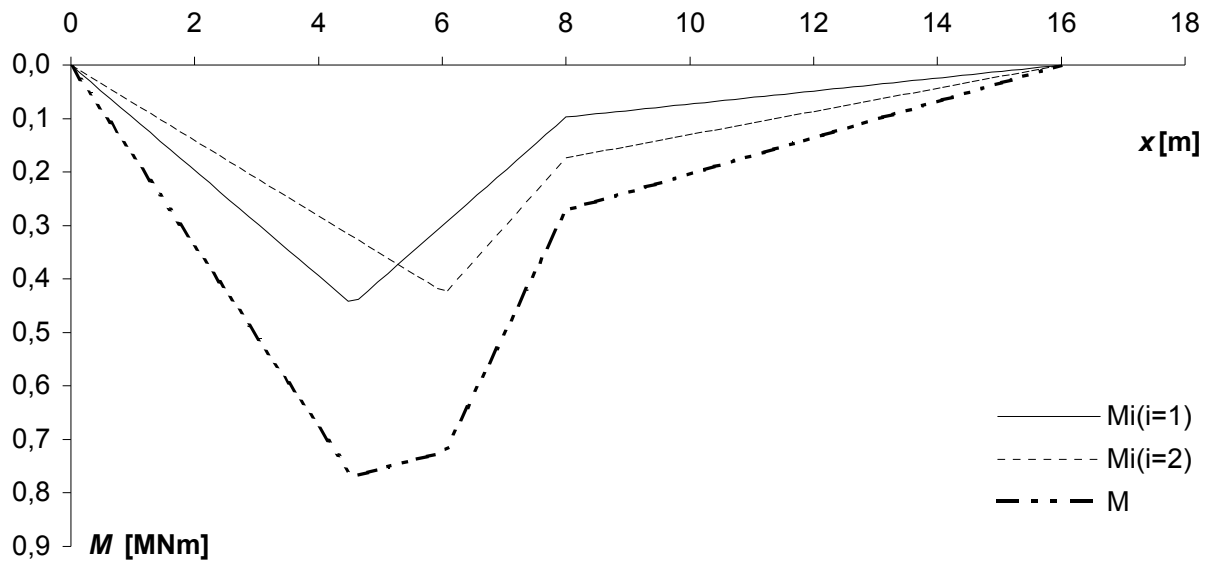
Superpositioperiaatetta hyödyntäen lasketaan momentit yhteen.

$$M(x) = \sum_{i=1}^4 M_i(x, a_i)$$

Suurin mahdollinen taivutusmomentti on jonkin pistevoiman $i = [1 \dots 4]$ kohdalla. Sen arvo löydetään iteroimalla (kokeilemalla) ja mitta

$$a_1 = 4,547 \text{ m} < 14,500 \text{ m} = L - b$$

a_i [m]	4,547	6,047	
x	$M_1(a_1)$	$M_2(a_2)$	ΣM_i
m	MNm	MNm	MNm
4,547	0,448	0,321	0,769
6,047	0,296	0,426	0,722
		M_{\max}	0,769

M- ja M_i -kuviot

Symmetriasta seuraa, että toinen, saman maksimimomentin omaava kohta on toisella jänteellä, kun $a_{1b} = \{L/2 \dots L\}$

$$\begin{aligned} a_{1b} &= L - a_1 \\ &= 11,453 \text{ m} \end{aligned}$$

VASTAUS: Kysytty mitta

$$a_{1a} = 4,547 \text{ m}$$

$$a_{1b} = 11,453 \text{ m}$$

III KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä kuvan 1 mukaisen teräsbetonisen tukimuurin maanpainejakauma (aktiivipaineen horisontaalikomponentti), maanpaineen resultantti ja sijainti, kun

- A) vettä ei ole rakenteen oikealla eikä vasemmalla puolella (w_a),
- B) vettä on vain rakenteen vasemmalla puolella (w_y) - oikealla puolella maa on pohjaveden pinnan yläpuolella (w_a),
- C) vettä on vain rakenteen oikealla puolella (w_y) - vasemman puolen allas on tyhjä (w_a),
- D) vettä on rakenteen molemmilla puolilla (w_y).

Tukimuurin oletetaan kiertyvän.

Vasemmalla puolella olevan maan painetta ei oteta huomioon.

Tukimuurin viisteen korkeus

$$h_1 = 1,500 \text{ m}$$

Viisteen etäisyys vedenpinnasta

$$h_2 = 1,000 \text{ m}$$

Vedenpinnan korkeus rakenteen perustamistasosta

$$h_3 = 3,000 \text{ m}$$

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

$$\beta = 15,000^\circ$$

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon verrattuna

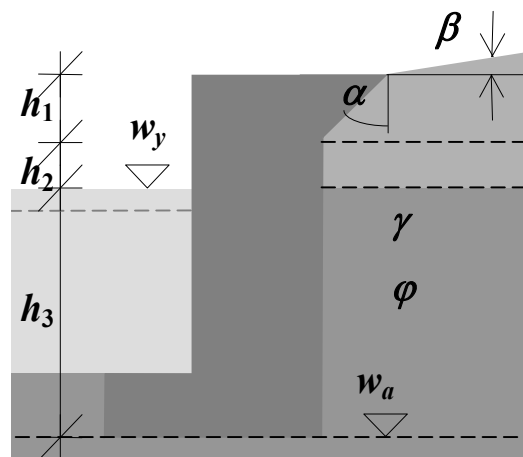
$$\alpha = 20,000^\circ$$

Maan (tiivis hiekka) tilavuuspaino

$$\gamma = 0,018 \text{ MN/m}^3$$

Maan sisäinen kitkakulma

$$\varphi = 38,000^\circ$$



Kuva 1.

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon verrattuna (kuva 2a)

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha \\ &= 20,000^\circ \\ \alpha_2 &= 0,000^\circ \\ \alpha_3 &= 0,000^\circ \end{aligned}$$

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

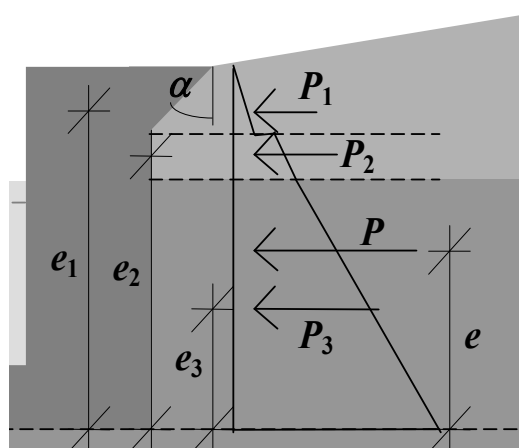
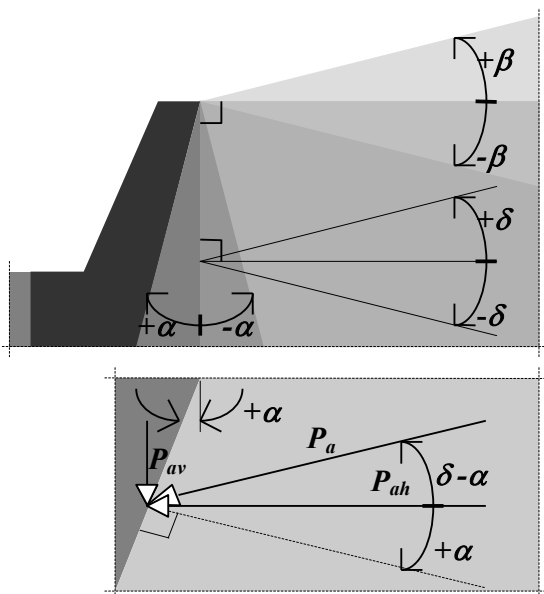
$$\begin{aligned} \beta_i &= \beta \\ &= 15,000^\circ \end{aligned}$$

Maakerroksen sisäinen kitkakulma

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi \\ &= 38,000^\circ \end{aligned}$$

Seinäkitkakulma

$$\begin{aligned} \delta &= 3\varphi/4 \\ &= 28,500^\circ \end{aligned}$$



a)

b)

Kuva 2.

Aktiivisen maanpaineen horisontaalikomponentin maanpaineluku

$$K_{ahi} = \frac{\cos^2(\varphi_i + \alpha_i)}{\cos^2 \alpha_i \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi_i + \delta_i) \sin(\varphi_i - \beta_i)}{\cos(\alpha_i - \delta_i) \cos(\alpha_i + \beta_i)}} \right)^2} \quad (1)$$

$$K_{ah1} = 0,115$$

$$K_{ah2} = 0,228$$

$$K_{ah3} = 0,228$$

Maakerroksen tilavuuspaino pohjavedenpinnan yläpuolella

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \gamma \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (2)$$

Maakerroksen tilavuuspaino pohjavedenpinnan alapuolella (Pohjarakennusohjeet sillansuunnittelussa)

$$\gamma_u = 0,012 \text{ MN/m}^3$$

Veden tilavuuspaino

$$\gamma_w = 0,010 \text{ MN/m}^3$$

A) VETTÄ EI OLE KUMMALLAKAAN PUOLELLA

Maakerroksen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma_2 = \gamma_3 &= \gamma \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (3)$$

Maakerroksen n aktiivipaine p_n maakerroksen ylä- (y) ja alaosassa (a)

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{ny} = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ K_n \sum_{i=1}^{n-1} (\gamma_i h_i), & n \geq 2 \end{cases}, \quad [n \in N] \\ p_{na} = K_n \sum_{i=1}^n (\gamma_i h_i), \quad n \geq 1 \end{array} \right. \quad (4a, b)$$

$$\begin{aligned} p_{1y} &= 0 \text{ MN/m}^2 \\ p_{1a} &= K_{ah1}(\gamma_1 h_1) \end{aligned} \quad (5)$$

$$= 0,003097 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{2y} = K_{ah2}(\gamma_1 h_1) \quad (6)$$

$$= 0,006160 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{2a} = K_{ah2}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) \quad (7)$$

$$= 0,010267 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{3y} = K_{ah3}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) \quad (8)$$

$$= 0,010267 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{3a} = K_{ah3}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3) \quad (9)$$

$$= 0,022588 \text{ MN/m}^2$$

Maakerroksen n aktiivipaineen resultantti P_n (kuva 2b)

$$P_n = p_{ny} h_n + \frac{1}{2} (p_{na} - p_{ny}) h_n \quad (10)$$

$$P_1 = 0,002 \text{ MN/m}$$

$$P_2 = 0,008 \text{ MN/m}$$

$$P_3 = 0,049 \text{ MN/m}$$

Maanpaineen resultantti

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \quad (11)$$

$$= 0,060 \text{ MN/m}$$

Aktiivipaineen resultanttien P_n etäisyydet e_n tukimuurin alaosasta

$$e_n = \frac{p_{ny} \frac{h_n}{2} + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny}) \frac{h_n}{3}}{p_{ny} + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny})} + \begin{cases} \sum_{i=n+1}^{n_{\max}} h_i, & n = [1, n_{\max}] \\ 0, & n = n_{\max} \end{cases} \quad (12)$$

$$e_1 = 4,500 \text{ m}$$

$$e_2 = 3,458 \text{ m}$$

$$e_3 = 1,313 \text{ m}$$

Etäisyys tukimuurin alaosasta

$$e = \frac{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_n e_n}{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_n} = 1,731 \text{ m} \quad (13)$$

B) VETTÄ VAIN VASEMMALLA PUOLELLA

Veden paine voitaisiin ottaa huomioon maan tilavuuspainossa ja suorittaa laskema kuten A-kohdassa.

$$\gamma_2 = \gamma_3 = \gamma - \gamma_w \quad (14)$$

Veden paine lasketaan tässä selkeyden vuoksi erikseen.

$$\begin{aligned} p_{2w} &= 0,000 \text{ MN/m}^2 \\ p_{3w} &= \gamma_w h_3 \\ &= 0,030 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Maanpaineen ja vedenpaineen erotus

$$\begin{aligned} p_{3aB} &= p_{3a} - p_{3w} \\ &= -0,007 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Vedenpaineen resultantti

$$P_w = p_{3w} h_3 / 2$$

$$= 0,045 \text{ MN/m} \quad (17)$$

Maanpaineen resultantti

$$P_B = P - P_w$$

$$= 0,015 \text{ MN/m} \quad (18)$$

Vedenpaineen etäisyys tukimuurin alaosaan

$$e_w = h_3 / 3$$

$$= 1,000 \text{ m} \quad (19)$$

Maanpaineen etäisyys tukimuurin alaosaan

$$e_B = (P e - P_w e_w) / P_B$$

$$= 3,950 \text{ m} \quad (20)$$

D) VETTÄ MOLEMMILLA PUOLILLA

Tilavuuspaino pohjavedenpinnan alapuolella

$$\gamma_{3D} = \gamma_u$$

$$= 0,012 \text{ MN/m}^3 \quad (21)$$

Paine rakenteen alaosaan

$$p_{3aD} = K_{ah3} (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_{3D} h_3)$$

$$= 0,018481 \text{ MN/m}^2 \quad (22)$$

Alimman kerroksen resultantti

$$P_{3D} = p_{3y} h_3 + 0,5 * (p_{3aD} - p_{3y}) h_3$$

$$= 0,043 \text{ MN/m} \quad (23)$$

Etäisyys tukimuurin alaosaan

$$\begin{aligned} e_{3D} &= [p_{3y} h_3/2 + 0,5(p_{3aD} - p_{3y}) h_3/3] / [p_{3y} + 0,5(p_{3aD} - p_{3y})] \\ &= 1,357 \text{ m} \end{aligned} \quad (24)$$

Maanpaineen resultantti

$$\begin{aligned} P_D &= P_1 + P_2 + P_{3D} \\ &= 0,054 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (25)$$

Etäisyys tukimuurin alaosaan

$$\begin{aligned} e_D &= (P_1 e_1 + P_2 e_2 + P_{3D} e_{3D}) / (P_1 + P_2 + P_{3D}) \\ &= 1,815 \text{ m} \end{aligned} \quad (26)$$

C) VETTÄ VAIN OIKEALLA PUOLELLA

Yhdistetään laskelmat B- ja C-kohdista.

$$\begin{aligned} P_{3aC} &= P_{3aD} + P_{3w} \\ &= 0,048 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (27)$$

Resultantti

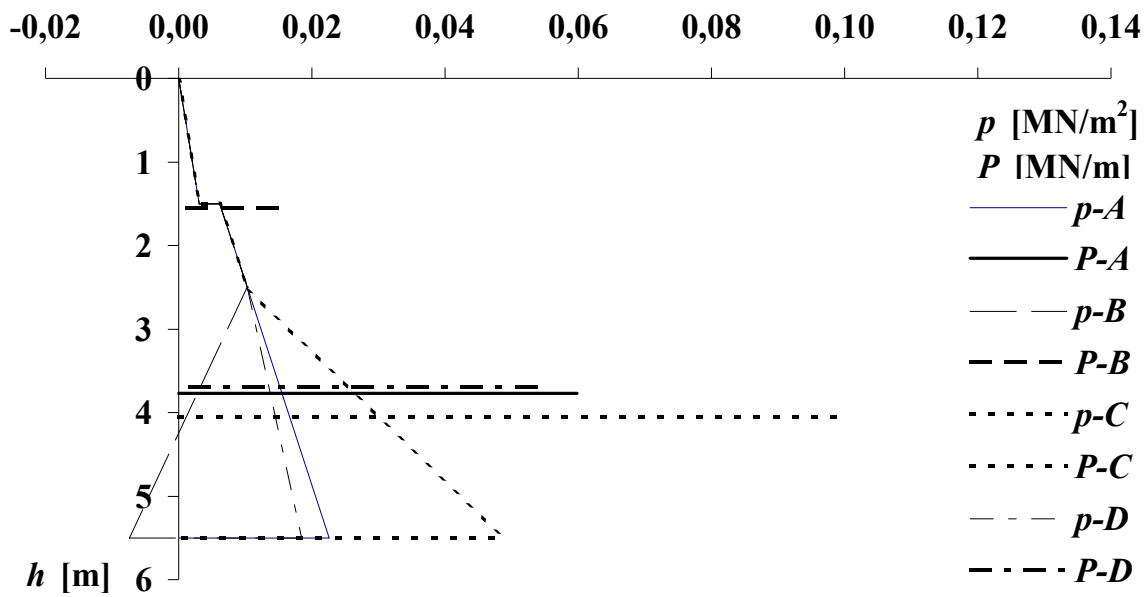
$$\begin{aligned} P_C &= P_D + P_w \\ &= 0,099 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (28)$$

Etäisyys tukimuurin alaosaan

$$\begin{aligned} e_C &= (P_D e_D + P_w e_w) / P_C \\ &= 1,443 \text{ m} \end{aligned} \quad (29)$$

VASTAUS:

Painejakauma ja paineresultantti on esitetty kuvassa 3.



Kuva 3.

IV KOTITEHTÄVÄ

Kalliolla oleva peruslaatta tehdään teräsrenkaasta, joka valetaan täyteen betonia niin, että valmis laatta toimii liittorakenteena (kuva 1). Teräsrenkas (sisä- ja ulkoreuna) sisältää kaksi suoraa osaa ja kaksi ympyrän puolikasta.

Määritä perustuksen sydänkuvio ennen betonointia ja betonin kovettuttua!

Mitat

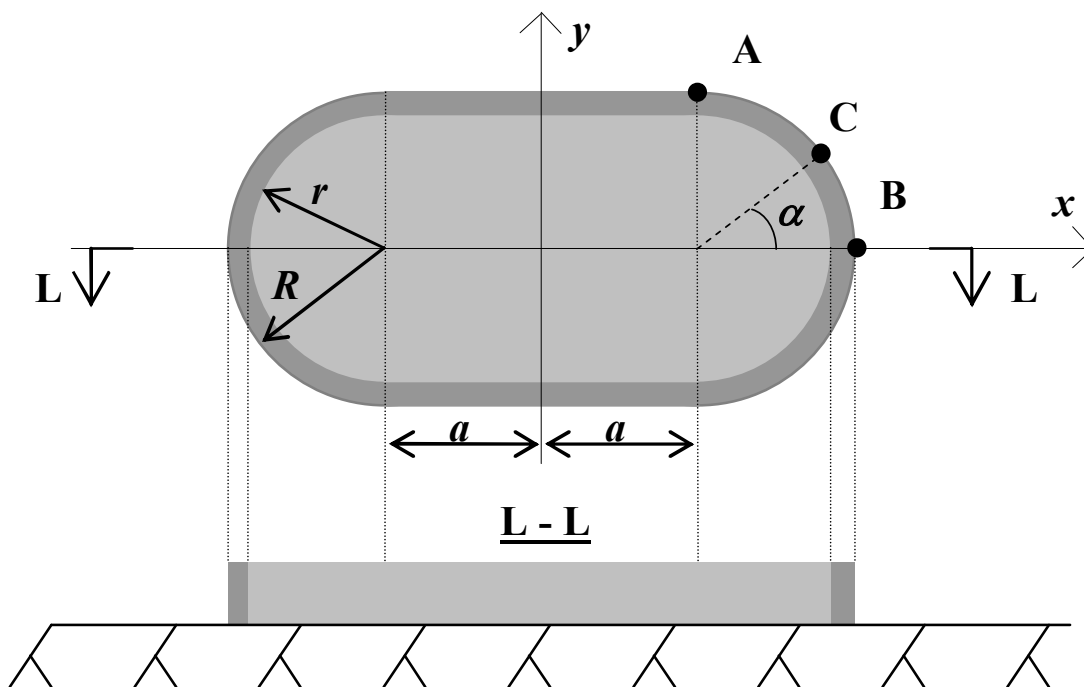
$$\begin{aligned} R &= \pi/2 \text{ m} \\ &\approx 1,571 \text{ m} \\ r &= \pi/2 - 1/\pi^{\pi} \text{ m} \\ &\approx 1,543 \text{ m} \\ a &= \pi/2 \text{ m} \\ &\approx 1,571 \text{ m} \end{aligned}$$

Betonin (c) ja teräksen (s) kimmokertoimet

$$\begin{aligned} E_c &= 30\,000 \text{ MN/m}^2 \\ E_s &= 210\,000 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

Ohje: Arvioi sydänkuviota rajoittavat suoraa A, B ja C vastaavat sydänkuviota rajoittavat suoraa. Kulma

$$\alpha = \pi/4$$



Kuva 1.

Pinta-alat

Betoni

$$\begin{aligned} A_c &= 4ar + \pi r^2 \\ &= 17,181 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Teräs

$$\begin{aligned} A_s &= 4aR + \pi R^2 - A_c \\ &= 0,441 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Poikkileikkaus

$$\begin{aligned} A &= A_c + A_s \\ &= 17,621 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Jäyhyysmomentit x - ja y - akselien suhteen

Betoni

$$\begin{aligned} I_{cx} &= 2a(2r)^3/12 + \pi r^4/4 \\ &= 12,156 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} I_{cy} &= \frac{2r(2a)^3}{12} + 2 \left[\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4 + \frac{\pi r^2}{2} \left(a + \frac{4r}{3\pi} \right)^2 \right] \\ &= 46,295 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (5)$$

Teräs

$$\begin{aligned} I_{sx} &= 2a(2R)^3/12 + \pi R^4/4 - I_{cx} \\ &= 0,743 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} I_{sy} &= \frac{2R(2a)^3}{12} + 2 \left[\left(\frac{1}{8} - \frac{8}{9\pi^2} \right) \pi R^4 + \frac{\pi R^2}{2} \left(a + \frac{4R}{3\pi} \right)^2 \right] - I_{cy} \\ &= 1,965 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (7)$$

TERÄSRENGAS

Jäyhyysäteen neliö x - akselin ja y - akselin suhteen

$$\begin{aligned} i_{sx}^2 &= I_{sx}/A_s \\ &= 1,686 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$i_{sx} = 1,299 \text{ m} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} i_{sy}^2 &= I_{sy}/A_s \\ &= 4,459 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$i_{sy} = 2,112 \text{ m}$$

Ulkonurkkien koordinaatit

$$x_{Ap} = a \quad (10)$$

$$x_{Ap} = 1,571 \text{ m}$$

$$y_{Ap} = R \quad (11)$$

$$= 1,571 \text{ m}$$

$$x_{Bp} = a+R \quad (12)$$

$$= 3,142 \text{ m}$$

$$y_{Bp} = 0,000 \text{ m}$$

$$x_{Cp} = a + \frac{R}{\sqrt{2}} \quad (13a, b)$$

$$= 2,682 \text{ m}$$

$$y_{Cp} = \frac{R}{\sqrt{2}} \quad (14)$$

$$= 1,111 \text{ m}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt ovat muotoa

$$0 = 1 + \frac{x_{ip}}{i_y^2} x + \frac{y_{ip}}{i_x^2} y \quad (15)$$

$$\Rightarrow y(x) = \alpha x + \beta \quad (16)$$

jossa

$$\alpha = -\frac{x_{ip} i_x^2}{y_{ip} i_y^2} \quad (17)$$

$$\beta = -\frac{i_x^2}{y_{ip}} \quad (18)$$

Sijoittamalla saadaan

	α_i		β_i
$y_{As}(x) =$	$-0,378 x$	+	$-1,074 \text{ [m]}$
$y_{Cs}(x) =$	$-0,913 x$	+	$-1,518 \text{ [m]}$

Kun $y_{Bp} = 0$,

$$\begin{aligned} x_{Bs} &= -i_y^2/x_{Bp} \\ &= -1,419 \text{ m} \end{aligned} \tag{19}$$

Suorien i ja j leikkauspisteen x -koordinaatti

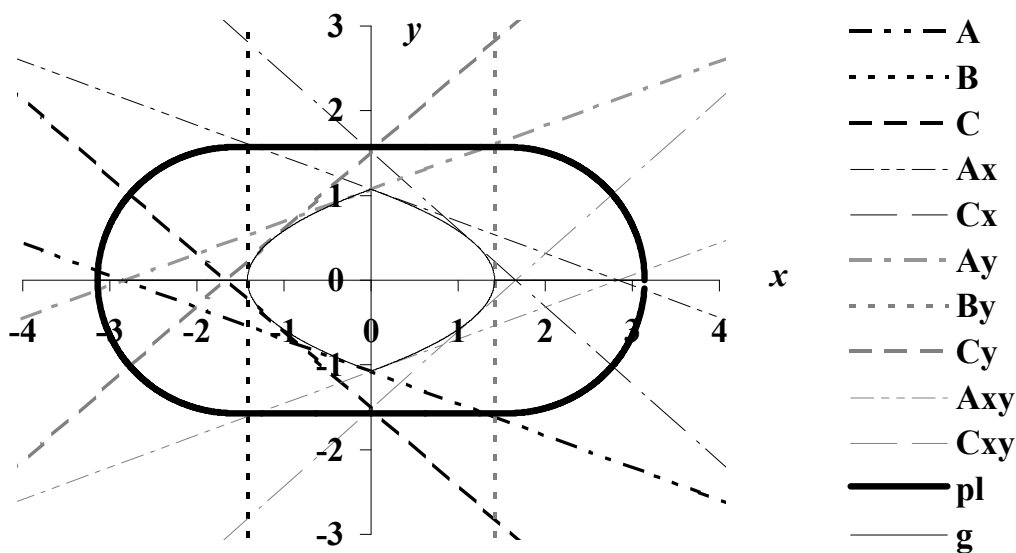
$$x_{ij} = \frac{\beta_i - \beta_j}{\alpha_j - \alpha_i} \tag{20}$$

Suorien i ja j leikkauspisteet on laskettu taulukossa 1.

Taulukko 1.

ij	x_{ij} m	y_{ij} m
AB	-0,831	-0,759
BC	-1,419	-0,222

VASTAUS: ♥-kuviota rajoittavat suorat A, B ja C sekä näiden peilaukset x - ja y -akselien suhteen on esitetty kuvassa 2.



Kuva 2.

Suorat edustavat valittuja sydänkuviokäyrän tangenteja.

LIITTORAKENNE

Aksiaalijäykkyys

$$\begin{aligned} C_c &= E_c A_c & (21) \\ &= 515\,416 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_s &= E_s A_s & (22) \\ &= 92\,534 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= C_c + C_s & (23) \\ &= 607\,950 \text{ MN} \end{aligned}$$

Taivutusjäykkyys

Betoni

$$\begin{aligned} D_{cx} &= E_c I_{cx} & (24) \\ &= 364\,676 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{cy} &= E_c I_{cy} & (25) \\ &= 1\,388\,861 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

Teräs

$$\begin{aligned} D_{sx} &= E_s I_{sx} & (26) \\ &= 156\,051 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{sy} &= E_s I_{sy} & (27) \\ &= 412\,582 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

Liittorakenne

$$\begin{aligned} D_x &= D_{cx} + D_{sx} & (28) \\ &= 520\,727 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_y &= D_{cy} + D_{sy} & (29) \\ &= 1\,801\,444 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

Jäyhyysäteen neliö x -akselin ja y -akselin suhteen

$$\begin{aligned} i_x^2 &= D_x / C & (30) \\ &= 0,857 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$i_x = 0,925 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} i_y^2 &= D_y / C & (31) \\ &= 2,963 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$i_y = 1,721 \text{ m}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt

$$\begin{aligned}
 y_A(x) &= \alpha_i x + \beta_i \\
 &= -0,289 x + -0,545 \text{ [m]} \\
 y_C(x) &= -0,698 x + -0,771 \text{ [m]}
 \end{aligned}$$

Kun $y_{Bp} = 0$,

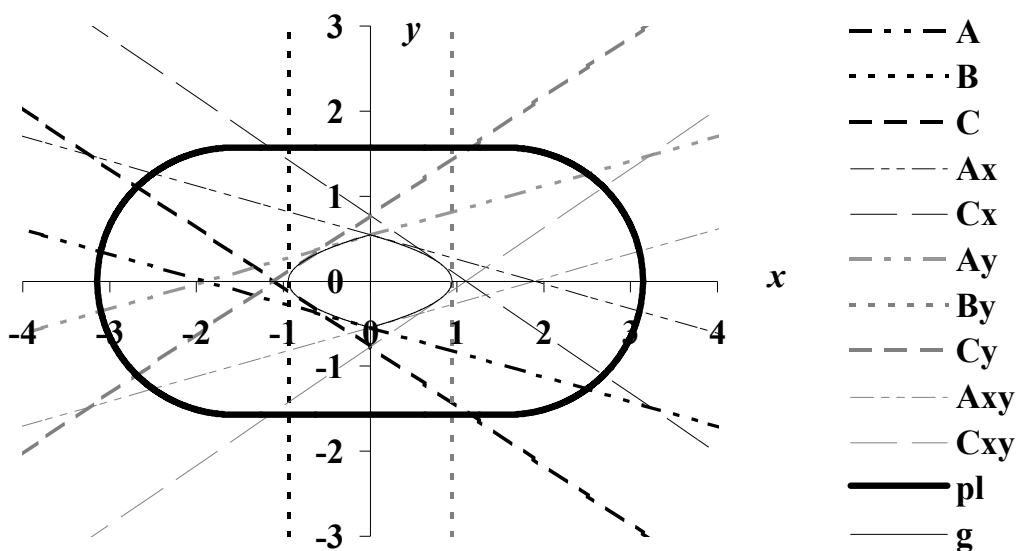
$$x_B = -0,943 \text{ m}$$

Suorien i ja j leikkauspisteet on laskettu taulukossa 2.

Taulukko 2.

ij	x_{ij} m	y_{ij} m
AB	-0,553	-0,386
BC	-0,943	-0,113

VASTAUS: ♥-kuviota rajoittavat suorat A, B ja C sekä näiden peilaukset x - ja y -akselien suhteen on esitetty kuvassa 3.



Kuva 3.

SYDÄNKUVION TARKKA RATKAISU (ei vaadittu)

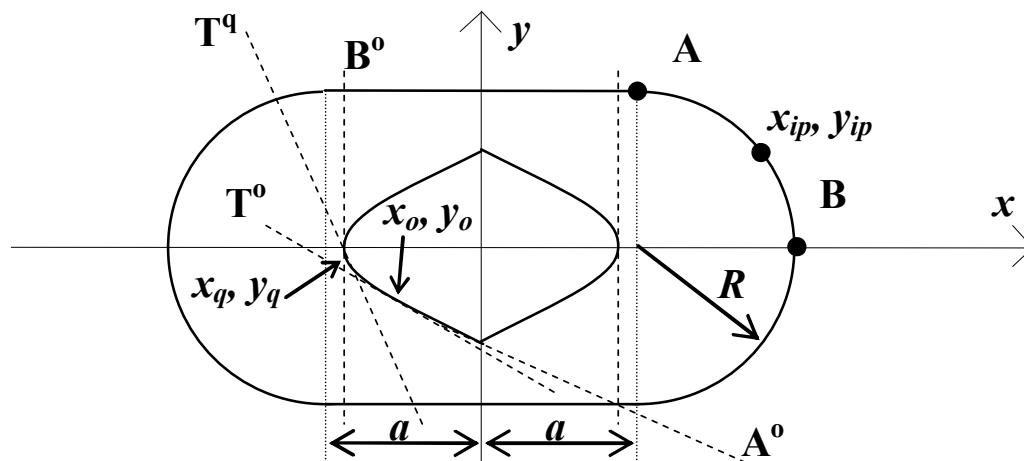
Oletetaan, että sydänkuvioiden reunan muoto on paraabeli, funktio $g(y)$, (kuva 4)

$$x = by^2 + c \quad (32)$$

$$g(y) = by^2 + c \quad (33)$$

jonka derivaatta on

$$g'(y) = 2by \quad (34)$$



Kuva 4.

Käyrän $g(y)$ tangentti T^q pisteessä (x_q, y_q) on

$$x - g(y_q) = g'(y_q)(y - y_q) \quad (35)$$

Sijoittamalla tähän yhtälöt 33 ja 34 saadaan tangentin yhtälöksi

$$y = \gamma x + \delta \quad (36)$$

jossa

$$\gamma = \frac{1}{2by_q} \quad (37)$$

$$\delta = \frac{by_q^2 - c}{2by_q} \quad (38)$$

Alkup. pl:n pistettä $B(a+R, 0)$ vastaa sydänkuviota rajoittava suora B^0

$$1 + \frac{a+R}{i_y^2} x = 0 \quad (39)$$

josta pisteessä $(c, 0)$ c :n arvoksi saadaan

$$c = \frac{-i_y^2}{a + R} \quad (40)$$

Vastaavasti pistettä $A(a, R)$ vastaava sydänkuviota rajoittava suora A^0 on

$$1 + \frac{a}{i_y^2}x + \frac{R}{i_x^2}y = 0 \quad (41)$$

joka leikkaa y -akselin ($x = 0$) kohdassa

$$y = -\frac{i_x^2}{R} \quad (42)$$

Paraabeli (32) leikkaa y -akselin vastaavassa pisteessä ($x = 0$)

$$y^2 = -\frac{c}{b} \quad (43)$$

josta, kun sijoitetaan y :n lauseke (42), b :n arvoksi saadaan

$$b = -\frac{cR^2}{i_x^4} \quad (44)$$

$$= \frac{R^2 i_y^2}{(a + R)i_x^4} \quad (45)$$

Alkuperäisen pl:n kaarella A-B sijaitsevalle pisteelle (x_{ip}, y_{ip}) on voimassa

$$(x_{ip} - R)^2 + y_{ip}^2 = R^2 \quad (46)$$

$$\Rightarrow y_{ip}^2 = x_{ip}(2R - x_{ip}) \quad (47)$$

Alkuperäisen poikkileikkauksen pistettä (x_p, y_p) vastaavan sydänkuviota rajoittavan suoran T^0 (16) ja paraabelin (32) leikkauspiste (x_o, y_o) on

$$\begin{cases} y_o = \alpha x_o + \beta \\ x_o = b y_o^2 + c \end{cases} \quad (48a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_o = \frac{1 \pm \sqrt{q}}{2\alpha^2 b} - \frac{\beta}{\alpha} \\ y_o = \frac{1 \pm \sqrt{q}}{2\alpha b} \end{cases} \quad (49a, b)$$

jossa

$$q = 1 + 4cb(\alpha c - \beta) \quad (50)$$

josta saadaan yhtälöt 17, 18, 40, 45 ja 47 huomioon ottaen

$$q = 1 + 4 \frac{x_{ip} i_x^2}{y_{ip} i_y^2} \frac{R^2 i_y^2}{(a+R) i_x^4} \left(\frac{x_{ip} i_x^2}{y_{ip} i_y^2} \frac{i_y^2}{a+R} - \frac{i_x^2}{y_{ip}} \right) \quad (51)$$

$$\Rightarrow q = 1 + 4 \frac{R^2 (x_{ip} - a - R)}{(2R - x_{ip})(a+R)^2} \quad (52)$$

Kun

$$a = R \quad (53)$$

saadaan

$$q = 0$$

ja

$$\begin{cases} x_o = \frac{1}{2\alpha^2 b} - \frac{\beta}{\alpha} \\ y_o = \frac{1}{2cb} \end{cases} \quad (54a, b)$$

Koska piste (x_q, y_q) on oletetun sydänkuvioparaabelin (32) mielivaltainen piste, voimme sijoittaa

$$\begin{cases} x_q = x_o \\ y_q = y_o \end{cases} \quad (55a, b)$$

Gamma (yhtälöistä 37, 55b ja 54b) on

$$\gamma = \frac{1}{2b} 2cb \quad (56)$$

$$\Rightarrow \gamma = \alpha \quad (57)$$

ja delta (yhtälöistä 38, 55b ja 54b) on

$$\delta = \frac{1}{4b\alpha} - \alpha c \quad (58)$$

Ottamalla huomioon yhtälöt 17, 40, 45, 53, 47 ja 18 saadaan

$$\delta = -\frac{(a+R)i_x^2 y_{ip}}{4R^2 x_{ip}} - \frac{x_{ip} i_x^2}{y_{ip}(a+R)} \quad (59)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{-i_x^2}{2R} \left(\frac{y_{ip}^2 + x_{ip}^2}{x_{ip} y_{ip}} \right) \quad (60)$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{-i_x^2}{2R} \left(\frac{x_{ip}(2R - x_{ip}) + x_{ip}^2}{x_{ip} y_{ip}} \right) \quad (61)$$

$$\Rightarrow \delta = \beta \quad (62)$$

Joten alkuperäisen poikkileikkauksen pistettä (x_p, y_p) vastaava sydänkuviota rajoittava suora T^0 (16) ja oletetun sydänkuvioparaabelin tangentti T^q (36) yhtyvät. Sydänkuviion reunan yhtälö koostuu siis kahdesta paraabelin osasta; yhtälö on paraabeli ainoastaan silloin, kun $a = R$.

Sydänkuviion reuna on (yhtälöistä 32, 40, 45 ja 53)

$$x = \begin{cases} x_1 = \frac{Ri_y^2}{2i_x^4} y^2 - \frac{i_y^2}{2R}, & x \leq 0 \\ x_2 = -\frac{Ri_y^2}{2i_x^4} y^2 + \frac{i_y^2}{2R}, & x \geq 0 \end{cases} \quad (63a, b)$$

tai

$$y = \begin{cases} \pm \frac{i_x}{R} \sqrt{1 + \frac{2R}{i_y^2} x}, & x \leq 0 \\ \pm \frac{i_x}{R} \sqrt{1 - \frac{2R}{i_y^2} x}, & x \geq 0 \end{cases} \quad (64a, b)$$

Tehtävän tapauksessa saadaan teräsosalle yhtälöstä 63 (kuva 2)

$$x_{s1}(y) = 1,231 y^2 + -1,419 \text{ [m]}$$

$$x_{s2}(y) = -1,231 y^2 + 1,419 \text{ [m]}$$

ja liittorakenteelle (kuva 3)

$$x_1(y) = 3,172 y^2 + -0,943 \text{ [m]}$$

$$x_2(y) = -3,172 y^2 + 0,943 \text{ [m]}$$

V KOTITEHTÄVÄ

Kallionvaraiseen ympyrän muotoiseen peruslaattaan (kuva 1) vaikuttaa keskeinen pystykuorma

$$F_z = 2,000 \text{ MN}$$

ja momentti x - ja y - akselin ympäri

$$\left. \begin{array}{l} M_x \\ M_y \end{array} \right\} = 0,300 \text{ MNm}$$

A) Ankkurointia ei käytetä ($P = 0$).

Määritä peruslaatan pienin säde r siten, että koko pohjan ala on puristettu ($\sigma_{\min} = 0$)! Mikä on tällöin suurin jännitys?

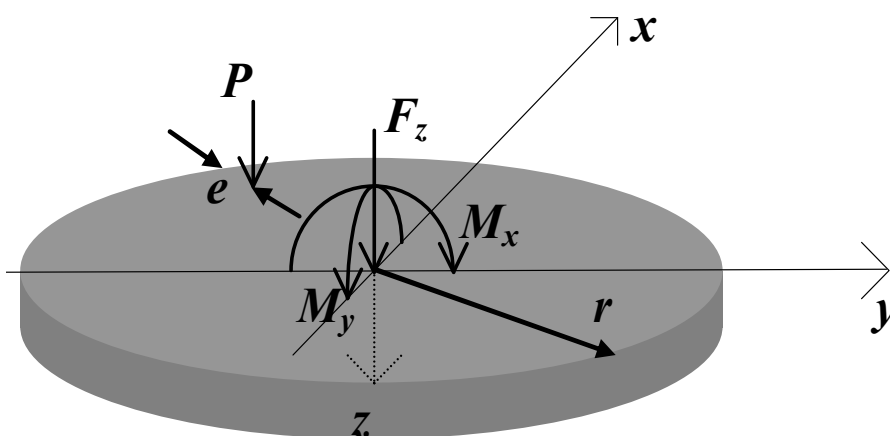
B) Etsi pienin säde r siinä tapauksessa, että käytetään sopivassa kohdassa hyväksi ankkuria (voima P) etäisyydellä

$$e = 0,100 \text{ m}$$

reunasta, kun jännitys peruslaatan alla saa olla korkeintaan

$$\sigma_{\max} = 10 \text{ MN/m}^2$$

Mikä on tällöin ankkurointivoima P ?

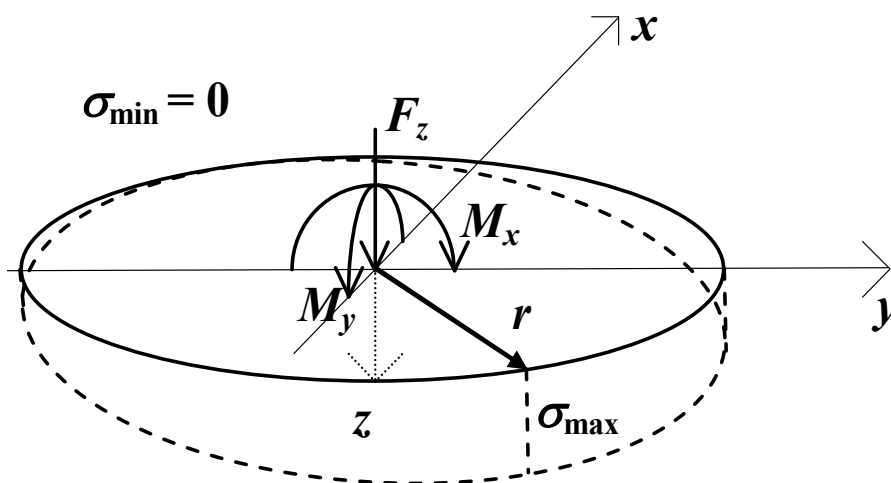


Kuva 1.

A)

Normaalivoiman ja taivutusmomentin aiheuttama normaalijännitys (kuva 2)

$$\sigma(x, y) = \frac{F_z}{A} - \frac{M_y}{I_y} x + \frac{M_x}{I_x} y \quad (1)$$



Kuva 2. Jännityskuvaaja.

Poikkileikkauksen ala ja jäyhyysmomenttix-akselin suhteen

$$A = \pi r^2 \quad (2)$$

$$I_x = \pi r^4/4 \quad (3)$$

$$I_y = \pi r^4/4 \quad (4)$$

Yhtälöistä 1...4

$$\sigma(x, y) = \frac{F_z}{\pi r^2} - 4 \frac{M_y}{\pi r^4} x + 4 \frac{M_x}{\pi r^4} y \quad (5)$$

Normaalijännityksen pienin arvo

$$\sigma_{\min} = \sigma\left(x = \frac{r}{\sqrt{2}}, y = \frac{-r}{\sqrt{2}}\right) = 0 \quad (6)$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{F_z}{\pi r^2} - 4 \frac{M_y}{\pi r^4} \frac{r}{\sqrt{2}} - 4 \frac{M_x}{\pi r^4} \frac{r}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

$$\Rightarrow F_z r = \frac{4(M_x + M_y)}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

josta säteeksi saadaan

$$\begin{aligned} r &= 4\sqrt{2} \frac{M_x}{F_z} \\ &= 0,849 \text{ m} \end{aligned}$$

Jännityksen suurin arvo

$$\sigma_{\max} = \sigma \left(x = \frac{-r}{\sqrt{2}}, y = \frac{r}{\sqrt{2}} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sigma_{\max} &= \frac{F_z}{\pi r^2} + 4 \frac{M_y}{\pi r^4} \frac{r}{\sqrt{2}} + 4 \frac{M_x}{\pi r^4} \frac{r}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \sigma_{\max} &= \frac{F_z}{\pi r^2} + 4\sqrt{2} \frac{M_x}{\pi r^3} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{F_z^3}{16\pi M_x^2} \quad (11)$$

$$= 1,768 \text{ MN/m}^2 \quad (12)$$

(13)

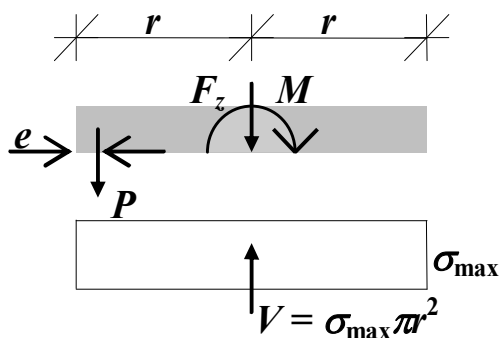
B)

Momenttiresultantti (suunta -45° y-akselista)

$$M = \sqrt{2} M_x$$

Jännityslieriö

$$V = \pi r^2 \sigma_{\max} \quad (14)$$



Kuva 3.

Tasapainoyhtälöt

$$\begin{cases} \sum F = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases} \quad (15a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V = F_z + P \\ M = P(r - e) \end{cases} \quad (16a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi r^2 \sigma_{\max} = F_z + P \\ \sqrt{2} M_x = P(r - e) \end{cases} \quad (17a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = \pi r^2 \sigma_{\max} - F_z \\ \sqrt{2} M_x = \pi r^2 (r - e) \sigma_{\max} - F_z (r - e) \end{cases} \quad (18a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = \pi r^2 \sigma_{\max} - F_z \\ 0 = \pi \sigma_{\max} r^3 - \pi \sigma_{\max} e r^2 - F_z r + F_z e - \sqrt{2} M_x \end{cases} \quad (19a, b)$$

Jälkimmäinen yhtälö saa arvon

$$0,000 \text{ MNm}$$

kun

$$r = 0,345 \text{ m}$$

Tällöin

$$P = 1,734 \text{ MN}$$

VASTAUS:

A) Säde

$$r = 0,849 \text{ m}$$

Jännitys

$$\sigma_{\max} = 1,768 \text{ MN/m}^2$$

B) Säde

$$r = 0,345 \text{ m}$$

Voima

$$P = 1,734 \text{ MN}$$

VI KOTITEHTÄVÄ

Tutki, onko kantokyky riittävä kuvan 1 mukaisessa tapauksessa!

Käytä Eurokoodin murtorajatilan (GEO) mitoitus tapaa DA2*:

- Suomen kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1, kohta 4 ja taulukko A.3.
- SFS-EN 1997-1+AC, Liite D; tai kurssin *Kaavakokoelma*, kohta 2.1.

Yläpuolisesta rakenteesta aiheutuvan kuormituksen ominaisarvot

$$V_o = 1,500 \text{ MN}$$

$$H_o = 0,130 \text{ MN}$$

$$M_o = 0,240 \text{ MNm}$$

Pysyvän kuorman osuus kokonaiskuormasta on

$$k_V = 0,400$$

$$k_H = 0,000$$

$$k_M = 0,400$$

ja loput on muuttuvaa kuormaa. Pystykuorman V_o ja momentin M_o muuttuva osuus aiheutuu hyötykuormasta ja vaakakuorman H_o tuulikuormasta.

Teräsbetonin tilavuuspaino

$$\gamma_c = 0,025 \text{ MN/m}^3$$

Maan tilavuuspaino

$$\gamma_m = 0,018 \text{ MN/m}^3$$

Maan sisäinen kitkakulma

$$\varphi = 34,000^\circ$$

Mitat

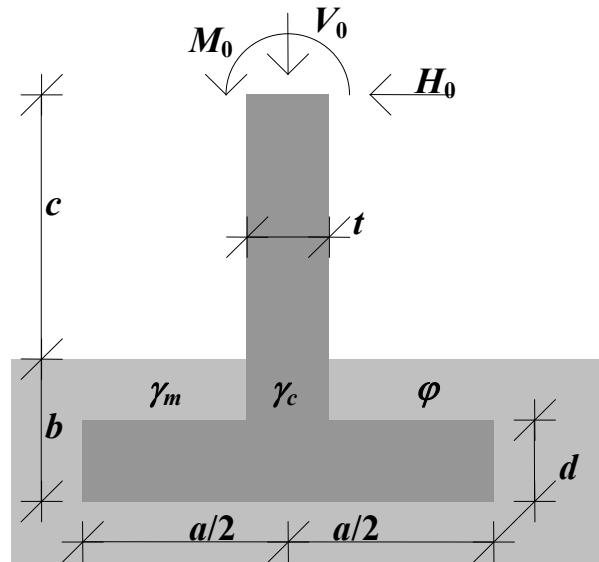
$$a = 1,800 \text{ m}$$

$$b = 1,500 \text{ m}$$

$$c = 2,200 \text{ m}$$

$$d = 0,600 \text{ m}$$

$$t = 0,400 \text{ m}$$



Kuva 1.

Perustuksen toinen sivumitta

$$L = 4,000 \text{ m}$$

Tässä sivusuunnassa kuormitus on keskeinen.

KUORMIEN YHDISTELY

Ratkaisussa on käytetty *Suomen kansallista liitettä standardiin SFS-EN 1997-1*.

Siinä esitetty kuormien yhdistely ja osavarmuuskertoimet poikkeavat standardissa *SFS-EN 1997-1* esitetystä.

Mitoitustavan 2 osavarmuuslukujen yhdistelmä on

$$A1 "+" M1 "+" R2$$

jossa (*Kansallista liite standardiin SFS-EN 1997-1*)

- A viittaa kuormiin tai kuormien vaikutuksiin (liitteen A taulukko A.3),
- M viittaa maaparametreihin (taulukko A.4),
- R viittaa kestävyyteen (taulukko A.5),
- numerot 1 ja 2 viittaavat sarjoihin 1 ja 2 ja
- "+" tarkoittaa yhdistettynä.

Yhdistelyarvo hyötykuormalle (*Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1990*, taulukko A1.1, luokka A)

$$\psi_{0,imposed} = 0,7$$

ja tuulikuormalle

$$\psi_{0,wind} = 0,6$$

jolloin

$$1,5\psi_{0,imposed} = 1,05$$

$$1,5\psi_{0,wind} = 0,90$$

Kun kuormakerroin

$$K_{FI} = 1$$

niin kuormien yhdistely murtorajatilassa on

$$F_d = \left. \begin{matrix} 1,15 \\ 1,35 \end{matrix} \right\} G_{kj,sup} + 0,9G_{kj,inf} + \left. \begin{matrix} 1,5 \\ 0 \end{matrix} \right\} Q_{k1} + \left. \begin{matrix} 1,5 \\ 0 \end{matrix} \right\} \sum \psi_{0i} Q_{ki} \quad (1)$$

joka voidaan esittää muodossa

$$q_d = \begin{matrix} 1,15 \\ 1,15 \\ 1,15 \\ 1,15 \\ 1,35 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \end{matrix} \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} (g_c + g_m) + \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 1,05 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 1,05 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} q_{k1} + \begin{matrix} 0,9 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0,9 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \end{matrix} \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} q_{k2} \quad (2a\dots j)$$

Kertoimet vaakariveittäin vastaavat samaa tapausta. Jatkossa laskenta-arvojen alaindeksit viittaavat näihin rivinumeroihin.

Tutkitaan alkuun kuormitustapaus a ja sen jälkeen kaikki muut.

KUORMITUSTAPPAUS a

Lasketaan ominaiskuormat peruslaatan alapinnan tasossa. Alaindeksit viittaavat kaavaan 1.

Perustuksen ja maan omapaino (a -mitan funktio)

$$\begin{aligned} V_{g_c,m} &= \gamma_c [(c+b-d)t+ad]L + \gamma_m (a-t)(b-d)L \\ &= 0,323 \text{ MN} \end{aligned} \quad (3)$$

Pysyvä pystykuorma

$$\begin{aligned} V_g &= k_V V_0 \\ &= 0,600 \text{ MN} \end{aligned} \quad (4)$$

Muuttuva pystysuora hyötykuorma

$$\begin{aligned} V_{q1} &= (1-k_V)V_0 \\ &= 0,900 \text{ MN} \end{aligned} \quad (5)$$

Pysyvä vaakakuorma

$$\begin{aligned} H_g &= k_H H_0 \\ &= 0,000 \text{ MN} \end{aligned} \quad (6)$$

Muuttuva vaakasuora tuulikuorma

$$\begin{aligned} H_{q2} &= (1-k_H)H_0 \\ &= 0,130 \text{ MN} \end{aligned} \quad (7)$$

Pysyvien kuormien aiheuttama momentti

$$\begin{aligned} M_g &= k_M M_0 + k_H H_0 (b+c) \\ &= 0,096 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (8)$$

Hyötykuorman aiheuttama momentti

$$\begin{aligned} M_{q1} &= (1-k_M)M_0 \\ &= 0,144 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (9)$$

Tuulikuorman aiheuttava momentti

$$\begin{aligned} M_{q2} &= (1-k_H)H_0(b+c) \\ &= 0,481 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (10)$$

Kuormien ominaisarvot: pystykuorma, vaakakuorma ja momentti

$$\begin{aligned} V_k &= V_{gc,m} + V_g + V_{q1} \\ &= 1,823 \text{ MN} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} H_k &= H_g + H_{q2} \\ &= 0,130 \text{ MN} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} M_k &= M_g + M_{q1} + M_{q2} \\ &= 0,721 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (13)$$

Pystykuorman laskenta-arvo

$$\begin{aligned} V_d &= 1,15(V_{gc,m} + V_g) + 1,5V_{q1} \\ &= 2,411 \text{ MN} \end{aligned} \quad (14)$$

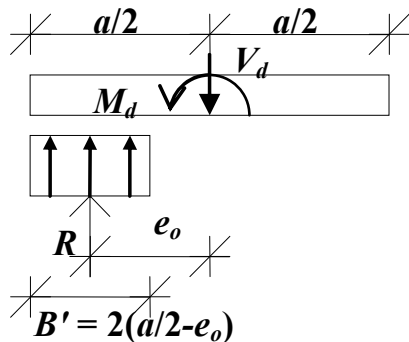
Momenttitasapainosta kiertymispisteen suhteen (kuva 2)

$$M_k - V_k e_o = 0 \tag{15}$$

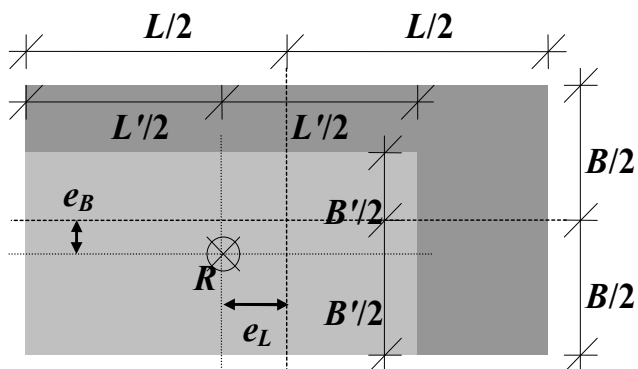
saadaan kuormaepäkeskisyys

$$e_o = \frac{M_k}{V_k} \tag{16}$$

$$= 0,396 \text{ m}$$



Kuva 2.



Kuva 3.

Tasaisen pohjapaineen vaikutusalueen pituus (kantavuuskaavassa tehokkaan alueen pienempi sivumitta) (kuva 3)

$$B' = 2\left(\frac{a}{2} - e_o\right) \tag{17}$$

$$= 1,009 \text{ m}$$

Peruslaatan tehokkaan alueen suurempi sivumitta

$$\begin{aligned} L' &= L \\ &= 4,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (18)$$

Tehokkaan alueen ala (kuva 3)

$$\begin{aligned} A' &= B'L' \\ &= 4,035 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Koheesion laskenta-arvo

$$c' = 0 \text{ MN/m}^2$$

Perustamistason yläpuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_m \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (20)$$

Perustamistason alapuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma' &= \gamma_m \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (21)$$

Tehokas mitoituspaine perustamistasolla

$$\begin{aligned} q' &= b \gamma \\ &= 0,027 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Pohjan kaltevuus

$$\alpha = 0^\circ$$

Maakerroksen lujuusparametrin osavarmuusluku murtorajatilassa (*Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1, Liite A. Taulukko A.4*)

$$\gamma_\varphi = 1,000$$

Kitkakulman laskenta-arvo

$$\begin{aligned} \varphi' &= \arctan\left(\frac{\tan \varphi}{\gamma_\varphi}\right) \\ &= 34,000^\circ \end{aligned} \quad (23)$$

Kantavuuskertoimet

$$N_q = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} \quad (24)$$

$$= 29,440$$

$$N_\gamma = 2 \left[\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} - 1 \right] \tan \varphi' \quad (25)$$

$$= 38,366$$

Perustuksen pohjan kaltevuuskertoimet

$$\left. \begin{array}{l} b_q \\ b_\gamma \end{array} \right\} = (1 - \alpha \tan \varphi')^2 \quad (26a, b)$$

$$= 1,000$$

Peruslaatan muodon vaikutuskertoimet

$$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \varphi' \quad (27)$$

$$= 1,141$$

$$s_\gamma = 1 - 0,3 \frac{B'}{L'} \quad (28)$$

$$= 0,924$$

Parametri m

$$m = m_B \quad (29)$$

$$= \frac{2 + \frac{B'}{L'}}{1 + \frac{B'}{L'}} \quad (30)$$

$$= 1,799$$

Kuormitusresultantin kaltevuuden vaikutuskertoimet

$$i_q = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A' c' \cot \varphi'}\right)^m \quad (31)$$

$$= 0,875$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A' c' \cot \varphi'}\right)^{m+1} \quad (32)$$

$$= 0,813$$

Kestävyyden osavarmuuskerroin (*Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1*,
Liite A. Taulukko A.5)

$$\gamma_R = 1,55$$

Kantokyky

$$q_m = \frac{R}{A'} \quad (33)$$

$$= c' N_c b_c s_c i_c + q' N_q b_q s_q i_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (34)$$

$$= 1,056 \text{ MN/m}^2$$

Kantokyvyn laskenta-arvo

$$q_{md} = \frac{q_m}{\gamma_R} \quad (35)$$

$$= 0,681 \text{ MN/m}^2$$

Pohjapaineen suuruus

$$q_d = \frac{V_d}{A'} \quad (36)$$

$$= 0,597 \text{ MN/m}^2$$

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen

$$\begin{aligned} n &= \frac{q_{md}}{q_d} \\ &= 1,140 > 1, \text{ OK} \end{aligned} \tag{37}$$

KAIKKI KUORMITUSTAPAUKSET

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen eri kuormitustapauksissa on laskettu taulukossa 1. Mukana ovat vain osavarmuuskertoimista riippuvat suureet; muut suureet on laskettu edellä.

VASTAUS: Kantokyky on riittävä.

Taulukko 1.

Suure	Yht.	Kuormitustapaukset										Yks.
i		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	
γ_{cm}	2	1,15	1,15	1,15	1,15	1,35	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	
γ_{qk1}	2	1,50	1,50	1,05	0,00	0,00	1,50	1,50	1,05	0,00	0,00	
γ_{qk2}	2	0,90	0,00	1,50	1,50	0,00	0,90	0,00	1,50	1,50	0,00	
γ_{cmk}		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
γ_{qk1k}		1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	
γ_{qk2k}		1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	
V_k	11	1,823	1,823	1,823	0,923	0,923	1,823	1,823	1,823	0,923	0,923	MN
H_k	12	0,130	0,000	0,130	0,130	0,000	0,130	0,000	0,130	0,130	0,000	MN
M_k	13	0,721	0,240	0,721	0,577	0,096	0,721	0,240	0,721	0,577	0,096	MN·m
V_d	14	2,411	2,411	2,006	1,061	1,246	2,180	2,180	1,775	0,830	0,830	MN
e_0	16	0,396	0,132	0,396	0,625	0,104	0,396	0,132	0,396	0,625	0,104	m
B'	17	1,009	1,537	1,009	0,549	1,592	1,009	1,537	1,009	0,549	1,592	m
A'	19	4,035	6,147	4,035	2,197	6,368	4,035	6,147	4,035	2,197	6,368	m ²
s_q	27	1,141	1,215	1,141	1,077	1,223	1,141	1,215	1,141	1,077	1,223	
s_γ	28	0,924	0,885	0,924	0,959	0,881	0,924	0,885	0,924	0,959	0,881	
m	30	1,799	1,722	1,799	1,879	1,715	1,799	1,722	1,799	1,879	1,715	
i_q	31	0,875	1,000	0,875	0,752	1,000	0,875	1,000	0,875	0,752	1,000	
i_γ	32	0,813	1,000	0,813	0,646	1,000	0,813	1,000	0,813	0,646	1,000	
q_m	34	1,056	1,435	1,056	0,761	1,456	1,056	1,435	1,056	0,761	1,456	MN/m ²
q_{md}	35	0,681	0,926	0,681	0,491	0,939	0,681	0,926	0,681	0,491	0,939	MN/m ²
q_d	36	0,597	0,392	0,497	0,483	0,196	0,540	0,355	0,440	0,378	0,130	MN/m ²
n	37	1,140	2,360	1,370	1,017	4,801	1,261	2,610	1,548	1,299	7,202	
ext(n)		Min					Max					

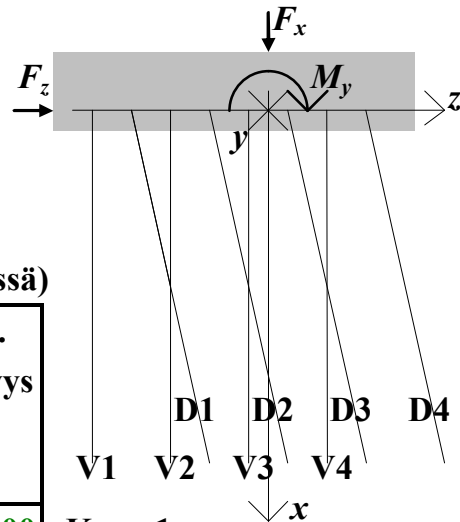
VII KOTITEHTÄVÄ

Missä rajoissa kuvan 1 mukaiseen lyöntipaaluryhmään kohdistuva pystyvoima F_x saa vaihdella, niin ettei paaluihin synny vetoa?

Kuormitus

$$F_z = 1,000 \text{ MN}$$

$$M_y = -0,200 \text{ MNm}$$



Taulukko 1. Vertikaalipaalut (z_{Vi} paalun yläpäässä)

Muuttuja	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Suht. jäykkyys
Symboli	i_V	n_{Vi}	z_{Vi}	k_{Vi}
Yksikkö	-	kpl	m	-
Lukuarvo	1	1	-3,000	1,000
	2	3	-1,000	1,000
	3	2	1,000	1,000
	4	2	3,000	1,000

Kuva 1.

Taulukko 2. Diagonaalipaalut (z_{Di} paalun yläpäässä), joiden kaltevuus

$$1/\tan\alpha = 3,500$$

Muuttuja	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Suht. jäykkyys
Symboli	i_D	n_{Di}	z_{Di}	k_{Di}
Yksikkö	-	kpl	m	-
Lukuarvo	1	1	-2,500	0,962
	2	2	-0,500	0,962
	3	2	0,500	0,962
	4	2	2,500	0,962

Pysty- vinopaalujen suhteelliset jäykkyydet ovat keskenään verrannollisia

$$k_i = \frac{\frac{E_i A_i}{L_i}}{\frac{E_0 A_0}{L_0}}$$

Diagonaalien kaltevuuskulma

$$\alpha = 15,945^\circ$$

Vertikaali- ja diagonaalipaalujen aksiaaliset jäykkyydet

$$A_V = \sum n_{Vi} k_{Vi} \quad (1)$$

$$= 8,000$$

$$A_D = \sum n_{Di} k_{Di} \quad (2)$$

$$= 6,734$$

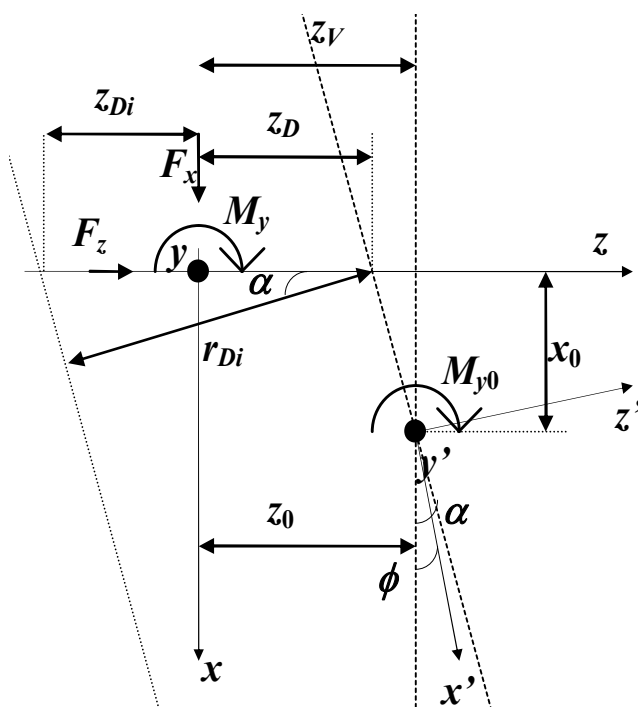
Vertikaali ja diagonaalipaalujen painopisteakslien etäisyydet origosta paalun katkaisutasolla (kuva 2)

$$z_V = \frac{\sum n_{Vi} k_{Vi} z_{Vi}}{A_V} \quad (3)$$

$$= 0,250 \text{ m}$$

$$z_D = \frac{\sum n_{Di} k_{Di} z_{Di}}{A_D} \quad (4)$$

$$= 0,357 \text{ m}$$



Kuva 2.

Kiertokeskiön sijainti

$$\begin{cases} x_0 = \frac{z_V - z_D}{\tan \alpha} \\ z_0 = z_V \end{cases} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -0,375 \text{ m} \\ z_0 = 0,250 \text{ m} \end{cases} \quad (6)$$

Pääsuunnan kulma (ei tarvita tehtävässä)

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{-2A_D \cos \alpha \sin \alpha}{A_V + A_D \cos 2\alpha} \right] \\ &= -7,270^\circ \\ &= -0,127 \text{ rad} \end{aligned} \quad (7)$$

Vertikaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertokeskiöstä

$$\begin{aligned} r_{Vi} &= z_{Vi} - z_0 \\ r_{V1} &= -3,250 \text{ m} \\ r_{V2} &= -1,250 \text{ m} \\ r_{V3} &= 0,750 \text{ m} \\ r_{V4} &= 2,750 \text{ m} \end{aligned} \quad (8)$$

Diagonaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertokeskiöstä

$$\begin{aligned} r_{Di} &= (z_{Di} - z_D) \cos \alpha \\ r_{D1} &= -2,747 \text{ m} \\ r_{D2} &= -0,824 \text{ m} \\ r_{D3} &= 0,137 \text{ m} \\ r_{D4} &= 2,060 \text{ m} \end{aligned} \quad (9)$$

Jäyhyysmomentti kiertokeskiön suhteen

$$\begin{cases} I_V = \sum n_{Vi} k_{Vi} r_{Vi}^2 \\ I_D = \sum n_{Di} k_{Di} r_{Di}^2 \end{cases} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_V = 31,500 \text{ m}^2 \\ I_D = 16,771 \text{ m}^2 \\ I = I_V + I_D \\ = 48,271 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (12)$$

Kuormitus kiertokeskiössä

$$F_{x0} = F_x \quad (13)$$

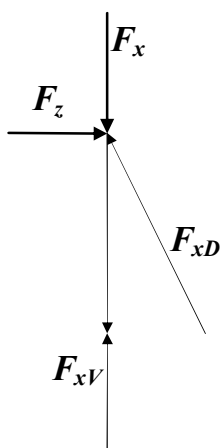
$$F_{z0} = F_z \quad (14)$$

$$M_{y0} = M_y - F_x z_0 + F_z x_0 \quad (15)$$

Kuormaosuudet (kuva 3)

$$F_{xV} = F_x - F_z / \tan \alpha \quad (16)$$

$$F_{xD} = F_z / \sin \alpha \quad (17)$$



Kuva 3.

Pystypaalun aksiaalivoiman

$$N_{Vi} = k_{Vi} \left(\frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_{y0} r_{Vi}}{I} \right) \quad (18)$$

tulee olla positiivinen

$$0 \leq \frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_{y0} r_{Vi}}{I} \quad (19)$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{F_x}{A_V} - \frac{F_z}{A_V \tan \alpha} + \frac{M_y - F_x z_0 + F_z x_0}{I} r_{Vi} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-1}{A_V} + \frac{z_0 r_{Vi}}{I} \right) F_x \leq -\frac{F_z}{A_V \tan \alpha} + \frac{M_y + F_z x_0}{I} r_{Vi} \quad (21)$$

$$\Rightarrow \frac{A_V z_0 r_{Vi} - I}{I A_V} F_x \leq \frac{r_{Vi} A_V \tan \alpha (M_y + F_z x_0) - I F_z}{I A_V \tan \alpha} \quad (22)$$

$$\Rightarrow F_x \begin{cases} \leq \frac{r_{Vi} A_V \tan \alpha (M_y + F_z x_0) - I F_z}{B_{Vi}}, & B_{Vi} \geq 0 \\ \geq \frac{r_{Vi} A_V \tan \alpha (M_y + F_z x_0) - I F_z}{B_{Vi}}, & B_{Vi} \leq 0 \end{cases} \quad (23a, b)$$

jossa nimittäjä

$$B_{Vi} = (z_0 r_{Vi} A_V - I) \tan \alpha \quad (24)$$

$$B_{V1} = -15,649 \text{ m}^2$$

$$B_{V2} = -14,506 \text{ m}^2$$

$$B_{V3} = -13,363 \text{ m}^2$$

$$B_{V4} = -12,220 \text{ m}^2$$

Pystyvoiman ääriarvot pystypaaluille

$$F_{x,V1} \geq 2,812 \text{ MN}$$

$$F_{x,V2} \geq 3,214 \text{ MN}$$

$$F_{x,V3} \geq 3,686 \text{ MN}$$

$$F_{x,V4} \geq 4,246 \text{ MN}$$

Vinopaalun aksiaalivoiman

$$N_{Di} = k_{Di} \left(\frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_{y0} r_{Di}}{I} \right) \quad (25)$$

tulee olla positiivinen

$$0 \leq \frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_{y0} r_{Di}}{I} \quad (26)$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{F_z}{A_D \sin \alpha} + \frac{M_y - F_x z_0 + F_z x_0}{I} r_{Di} \quad (27)$$

$$\Rightarrow \frac{z_0 r_{Di}}{I} F_x \leq \frac{F_z}{A_D \sin \alpha} + \frac{M_y + F_z x_0}{I} r_{Di} \quad (28)$$

$$\Rightarrow \frac{z_0 r_{Di}}{I} F_x \leq \frac{(M_y + F_z x_0) r_{Di} A_D \sin \alpha + F_z I}{I A_D \sin \alpha} \quad (29)$$

$$\Rightarrow F_x \begin{cases} \leq \frac{(M_y + F_z x_0) r_{Di} A_D \sin \alpha + F_z I}{B_{Di}}, & B_{Di} \geq 0 \\ \geq \frac{(M_y + F_z x_0) r_{Di} A_D \sin \alpha + F_z I}{B_{Di}}, & B_{Di} \leq 0 \end{cases} \quad (30a, b)$$

jossa nimittäjä

$$\begin{aligned}
 B_{Di} &= r_{Di} z_0 A_D \sin \alpha & (31) \\
 B_{D1} &= -1,271 \text{ m}^2 \\
 B_{D2} &= -0,381 \text{ m}^2 \\
 B_{D3} &= 0,064 \text{ m}^2 \\
 B_{D4} &= 0,953 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Pystyvoiman ääriarvot vinopaaluille

$$\begin{aligned}
 F_{x,D1} &\geq -40,292 \text{ MN} \\
 F_{x,D2} &\geq -128,940 \text{ MN} \\
 F_{x,D3} &\leq 757,542 \text{ MN} \\
 F_{x,D4} &\leq 48,356 \text{ MN}
 \end{aligned}$$

Pienin ja suurin vaakavoima

$$\begin{aligned}
 F_{x,\min} &= 4,246 \text{ MN} \\
 F_{x,\max} &= 48,356 \text{ MN}
 \end{aligned}$$

HUOM! Mitoituksessa tulee tarkistaa myös, ettei minkään paalun puristusjännitys ylitä sallittua jännitystä. Sallittu betonin jännitys paalutusluokassa II

$$\sigma_{sall} = 7,000 \text{ MN/m}^2$$

johtaa 0,3 m:n neliöpoikkileikkauksella sallittuun paaluvoimaan

$$N_{sall} = 0,630 \text{ MN}$$

Seuraavaksi on laskettu paaluvoimat. **Tätä ei vaadittu ratkaisussa.**

Kuormaosuudet

$$\begin{aligned}
 F_{xV,\min} &= F_{x,\min} - F_z / \tan \alpha & (32) \\
 &= 0,746 \text{ MN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{xV,\max} &= F_{x,\max} - F_z / \tan \alpha & (33) \\
 &= 44,856 \text{ MN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{xD} &= F_z / \sin \alpha & (34) \\
 &= 3,640 \text{ MN}
 \end{aligned}$$

Momentti kiertokeskiössä

$$\begin{aligned} M_{y0,\min} &= M_y - F_{x,\min} z_0 + F_z x_0 \\ &= -1,636 \text{ MN} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} M_{y0,\max} &= M_y - F_{x,\max} z_0 + F_z x_0 \\ &= -12,664 \text{ MN} \end{aligned} \quad (36)$$

Pystypaalujen paaluvoimat minimikuorman tapauksessa

$$N_{Vi,\min} = k_{Vi} \left(\frac{F_{xV,\min}}{A_V} + \frac{M_{y0,\min} r_{Vi}}{I} \right) \quad (37)$$

$$N_{V1,\min} = 0,203 \text{ MN}$$

$$N_{V2,\min} = 0,136 \text{ MN}$$

$$N_{V3,\min} = 0,068 \text{ MN}$$

$$N_{V4,\min} = 0,000 \text{ MN}$$

Pystypaalujen paaluvoimat maksimikuorman tapauksessa

$$N_{Vi,\max} = k_{Vi} \left(\frac{F_{xV,\max}}{A_V} + \frac{M_{y0,\max} r_{Vi}}{I} \right) \quad (38)$$

$$N_{V1,\max} = 6,460 \text{ MN}$$

$$N_{V2,\max} = 5,935 \text{ MN}$$

$$N_{V3,\max} = 5,410 \text{ MN}$$

$$N_{V4,\max} = 4,886 \text{ MN}$$

Vinopaalujen paaluvoimat minimikuorman tapauksessa

$$N_{Di,\min} = k_{Di} \left(\frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_{y0,\min} r_{Di}}{I} \right) \quad (39)$$

$$N_{D1,\min} = 0,610 \text{ MN}$$

$$N_{D2,\min} = 0,547 \text{ MN}$$

$$N_{D3,\min} = 0,516 \text{ MN}$$

$$N_{D4,\min} = 0,453 \text{ MN}$$

Vinopaalujen paaluvoimat maksimikuorman tapauksessa

$$N_{Di,\max} = k_{Di} \left(\frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_{y0,\max} r_{Di}}{I} \right) \quad (40)$$

$$N_{D1,\max} = 1,213 \text{ MN}$$

$$N_{D2,\max} = 0,728 \text{ MN}$$

$$N_{D3,\max} = 0,485 \text{ MN}$$

$$N_{D4,\max} = 0,000 \text{ MN}$$

VASTAUS: Pienin ja suurin vaakavoima varman puolelle pyöristettynä

$$F_{x,\min} = 4,300 \text{ MN}$$

$$F_{x,\max} = 48,300 \text{ MN}$$

VIII KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä kuvan 1 mukaisen suurpaalun leikkausvoima-, taivutusmomentti-, taipuma- ja maanpainejakauma "kahta" ylintä palkkielementtiä (6 · 6 kokoa olevaa systeemin jäykkyyssmatriisia) käyttäen.

Suurpaalun alapään kiinnitys oletetaan jäykäksi.

Kuormitus

$$H = 1,000 \text{ MN}$$

$$M = -0,400 \text{ MNm}$$

Alustaluku

$$c_1 = 24,000 \text{ MN/m}^3$$

$$c_2 = 15,000 \text{ MN/m}^3$$

$$c_3 = 6,000 \text{ MN/m}^3$$

$$c_4 = 0,500 \text{ MN/m}^3$$

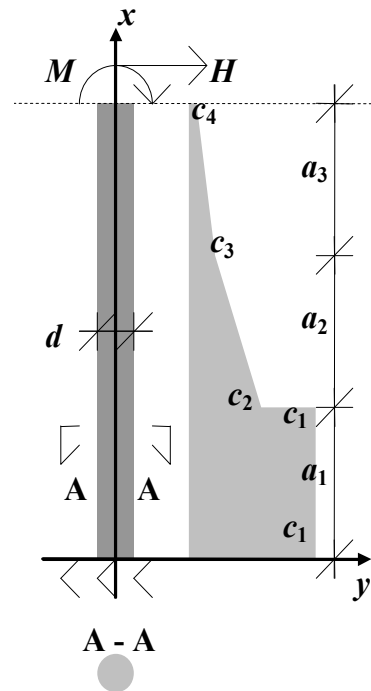
Mitta

$$a_i = 4 \text{ m}$$

TB-paalu, jonka poikkileikkaus on ympyrä

$$K = 30 \text{ MN/m}^2$$

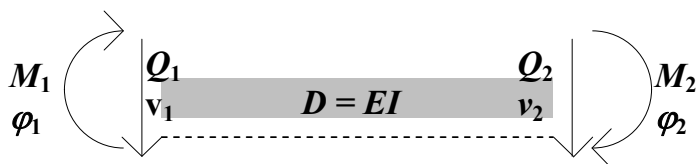
$$d = 1 \text{ m}$$



Palkkielementin tasapainoehto (kuva 2)

Kuva 1.

$$\begin{bmatrix} \frac{12D}{L^3} & \frac{6D}{L^2} & -\frac{12D}{L^3} & \frac{6D}{L^2} \\ \frac{6D}{L^2} & \frac{4D}{L} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{2D}{L} \\ -\frac{12D}{L^3} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{12D}{L^3} & -\frac{6D}{L^2} \\ \frac{6D}{L^2} & \frac{2D}{L} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{4D}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$



Kuva 2.

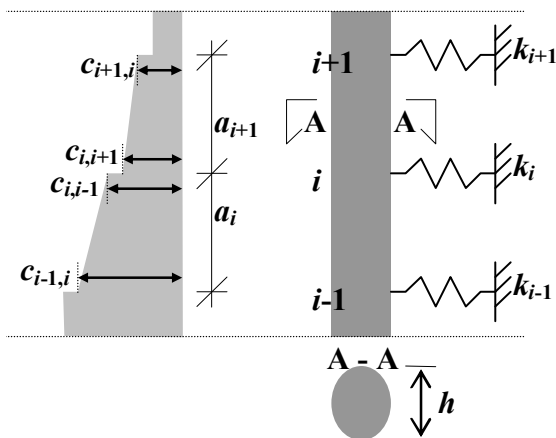
Jousivakio paalun osan yläpäässä (kuva 3)

$$k_i = d \cdot \frac{a_i(c_{i-1,i} + 3c_{i,i-1}) + a_{i+1}(3c_{i,i+1} + c_{i+1,i})}{8}$$

$$k_1 = 73,500 \text{ MN/m}$$

$$k_2 = 25,750 \text{ MN/m}$$

$$k_3 = 3,750 \text{ MN/m}$$



Kuva 3.

Betonin kimmokerroin

$$E_i = k \sqrt{K_i K_0}, \text{ jossa } k = 1 \text{ ja } K_0 = 25 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2$$

$$= 27\,386 \text{ MN/m}^2$$

Ympyrän jäyhyysmomentti

$$I = \frac{\pi(d/2)^4}{4}$$

$$= 0,049 \text{ m}^4$$

Pilarin jäykkyys

$$D = EI$$

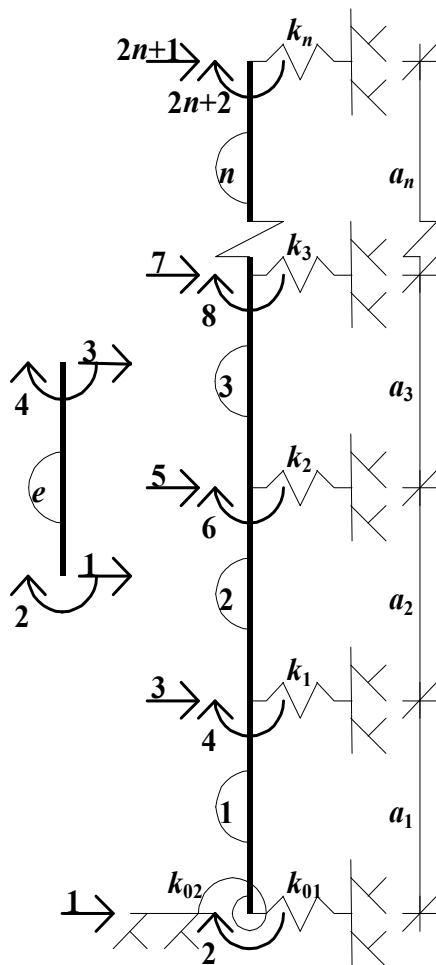
$$= 1\,344 \text{ MNm}^2$$

Elementin jäykkyydsmatriisi

$$K_i^e = \begin{bmatrix} 252 & 504 & -252 & 504 \\ 504 & 1\,344 & -504 & 672 \\ -252 & -504 & 252 & -504 \\ 504 & 672 & -504 & 1\,344 \end{bmatrix}$$

Yksiköt

$$[K_i^e] = \begin{bmatrix} \text{MN/m} & \text{MN} & \text{MN/m} & \text{MN} \\ \text{MN} & \text{MNm} & \text{MN} & \text{MNm} \\ \text{MN/m} & \text{MN} & \text{MN/m} & \text{MN} \\ \text{MN} & \text{MNm} & \text{MN} & \text{MNm} \end{bmatrix}$$



Kuva 4.

Systeemin tasapainoehdosta

$$\{F\} = [K]\{\delta\} \quad (7)$$

saadaan siirtymävektori

$$\{\delta\} = [K]^{-1}\{F\} \quad (8)$$

Systeemin jäykkyyismatriisi (kuva 4)

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{bmatrix} k_{33}^1 + k_{11}^2 + k_1 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 & 0 & 0 \\ k_{21} = k_{12} & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 & 0 & 0 \\ k_{31} = k_{13} & k_{32} = k_{23} & k_{33}^2 + k_{11}^3 + k_2 & k_{34}^2 + k_{12}^3 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\ k_{41} = k_{14} & k_{42} = k_{24} & k_{43} = k_{34} & k_{44}^2 + k_{22}^3 & k_{23}^3 & k_{24}^3 \\ k_{51} = k_{15} & k_{52} = k_{25} & k_{53} = k_{35} & k_{54} = k_{45} & k_{33}^3 + k_3 & k_{34}^3 \\ k_{61} = k_{16} & k_{62} = k_{26} & k_{63} = k_{36} & k_{64} = k_{46} & k_{65} = k_{56} & k_{44}^3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Matriisi $[K]$ lukuarvoina

578	0	-252	504	0	0
0	2689	-504	672	0	0
-252	-504	530	0	-252	504
504	672	0	2689	-504	672
0	0	-252	-504	256	-504
0	0	504	672	-504	1344

Matriisin $[K]$ yksiköt

MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm

Käänteismatriisi $[K]^{-1}$

0,004215	0,001054	0,005482	-0,000106	0,004776	-0,000212
0,001054	0,000849	0,002803	0,000194	0,003376	0,000118
0,005482	0,002803	0,019723	0,003580	0,032132	0,002863
-0,000106	0,000194	0,003580	0,001911	0,010594	0,001675
0,004776	0,003376	0,032132	0,010594	0,085303	0,014642
-0,000212	0,000118	0,002863	0,001675	0,014642	0,004323

Käänteismatriisin $[K]^{-1}$ yksiköt

m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm

Systeemin kuormavektorin alkiot

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_1 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_2 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_2 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_3 &= 1,000 \text{ MN} \\
 M_3 &= -0,400 \text{ MNm}
 \end{aligned}$$

Siirtymävektorin alkioista w_0 ja φ_0 ovat nollia ja muut saadaan jäykkyysmatriisiin käänteismatriisiin ja kuormavektorin tulona.

$$\begin{aligned}
 w_0 &= 0,000000 \text{ m} \\
 \varphi_0 &= 0,000000 \text{ rad} \\
 w_1 &= 0,004860 \text{ m} \\
 \varphi_1 &= 0,003329 \text{ rad} \\
 w_2 &= 0,030987 \text{ m} \\
 \varphi_2 &= 0,009925 \text{ rad} \\
 w_3 &= 0,079446 \text{ m} \\
 \varphi_3 &= 0,012912 \text{ rad}
 \end{aligned}$$

Elementin voimasuureet

$$F_i^e = K_i^e \delta_i^e$$

1. elementti

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = K_1^e \cdot \begin{bmatrix} 0,000000 \text{ m} \\ 0,000000 \\ 0,004860 \text{ m} \\ 0,003329 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,453 \text{ MN} \\ -0,213 \text{ MNm} \\ -0,453 \text{ MN} \\ 2,025 \text{ MNm} \end{bmatrix}$$

2. elementti

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = K_2^e \cdot \begin{bmatrix} 0,004860 \text{ m} \\ 0,003329 \\ 0,030987 \text{ m} \\ 0,009925 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,096 \text{ MN} \\ -2,025 \text{ MNm} \\ -0,096 \text{ MN} \\ 2,408 \text{ MNm} \end{bmatrix}$$

3. elementti

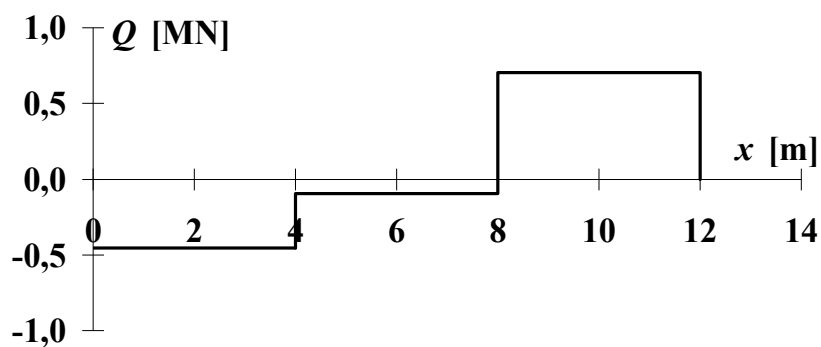
$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = K_3^e \cdot \begin{bmatrix} 0,030987 \text{ m} \\ 0,009925 \\ 0,079446 \text{ m} \\ 0,012912 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,702 \text{ MN} \\ -2,408 \text{ MNm} \\ 0,702 \text{ MN} \\ -0,400 \text{ MNm} \end{bmatrix}$$

VASTAUS:

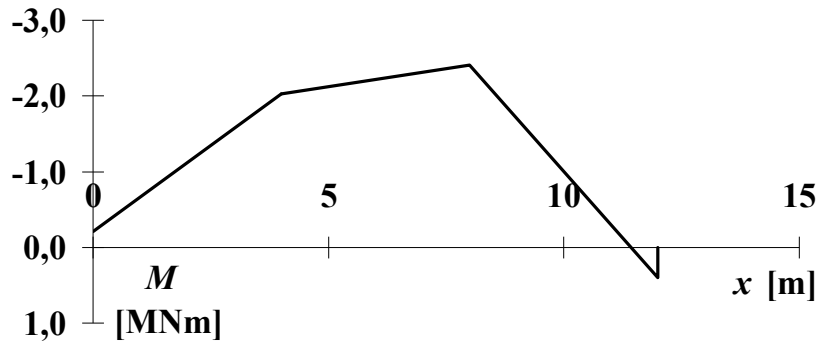
Systemin leikkausvoima-, taivutusmomentti- ja taipuma- ja maanpainejakauma on esitetty taulukossa 1 sekä kuvissa 5...8.

Taulukko 1.

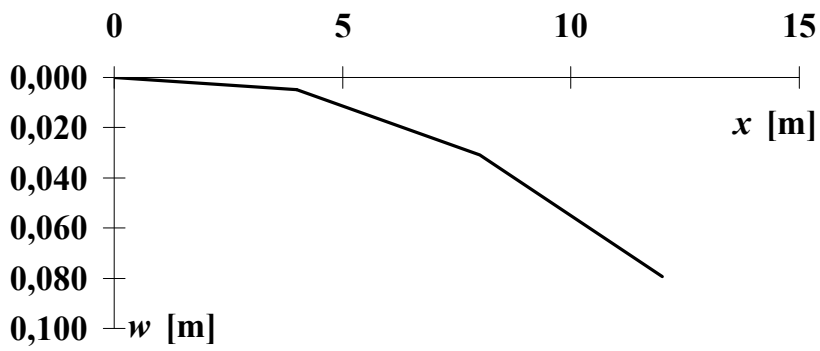
x_i [m]	Q_i [MN]	M_i [MNm]	w_i [m]	c_i [MN/m ³]	$q_i = c_i w_i$ [MN/m ²]
0	-0,453	-0,213	0,000	24	0,000
4	-0,453	-2,025	0,005	24	0,117
4	-0,096	-2,025	0,005	15	0,073
8	-0,096	-2,408	0,031	6	0,186
8	0,702	-2,408	0,031	6	0,186
12	0,702	0,400	0,079	1	0,040
12	0,000	0,000			0,000



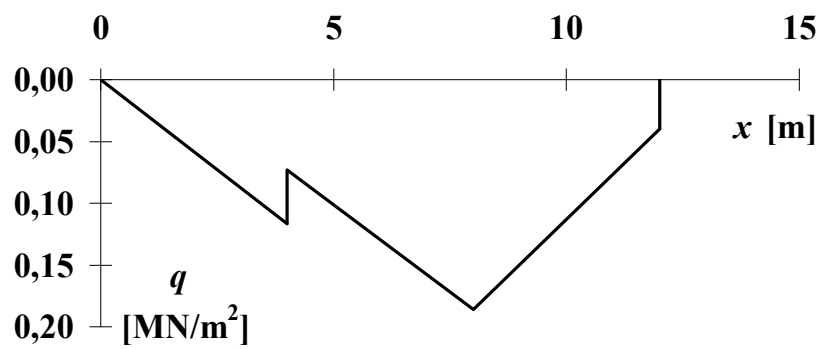
Kuva 5. Leikkausvoima.



Kuva 6. Taivutusmomentti.



Kuva 7. Taipuma.



Kuva 8. Maanpaine.

IX KOTITEHTÄVÄ

Laske kuvan 1 mukaisen laatan painumat v_i ja taivutusmomentit M_i differenssimenetelmää käyttäen (kurssin *Kaavakokoelma*).

Mitta

$$a = 2,000 \text{ m}$$

Laatan kimmokerroin on vakio

$$E = 32\,000 \text{ MN/m}^2$$

Laatan paksuusmitat

$$h_1 = 0,250 \text{ m}$$

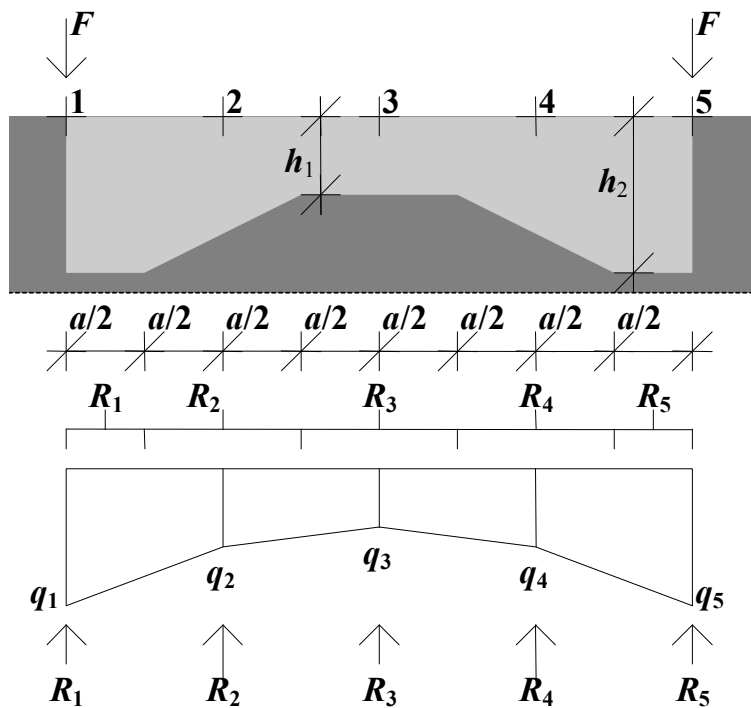
$$h_2 = 0,300 \text{ m}$$

Maapohjan alustaluku

$$C = 12,000 \text{ MN/m}^3$$

Kuormitus pituusyksikköä kohden

$$F = 1,000 \text{ MN/m}$$



Kuva 1.

Tukireaktiot

$$\begin{cases} R_1 = \frac{ca}{8}(3v_1 + v_2) \\ R_2 = \frac{ca}{8}(v_1 + 6v_2 + v_3) \\ R_3 = \frac{ca}{8}(2v_2 + 6v_3) \end{cases} \quad (1a...c)$$

Taivutusmomentti pisteissä 2 ja 3

$$M_2 = R_1a - Fa = -\frac{EI_2}{a^2}(v_1 - 2v_2 + v_3) \quad (2)$$

$$M_3 = 2R_1a + R_2a - 2Fa = -\frac{EI_3}{a^2}(2v_2 - 2v_3) \quad (3)$$

Tasapainoyhtälö

$$2F = 2R_1 + 2R_2 + R_3 \quad (4)$$

Yhtälöryhmä kaavoista 2...4

$$\begin{cases} \frac{ca^2}{8}(3v_1 + v_2) - Fa = -\frac{EI_2}{a^2}v_1 + 2\frac{EI_2}{a^2}v_2 - \frac{EI_2}{a^2}v_3 \\ 2\frac{ca^2}{8}(3v_1 + v_2) + \frac{ca^2}{8}(v_1 + 6v_2 + v_3) - 2Fa = -2\frac{EI_3}{a^2}v_2 + 2\frac{EI_3}{a^2}v_3 \\ 2\frac{ca}{8}(3v_1 + v_2) + 2\frac{ca}{8}(v_1 + 6v_2 + v_3) + \frac{ca}{8}(2v_2 + 6v_3) = 2F \end{cases} \quad (5a...c)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(3\frac{ca^2}{8} + \frac{EI_2}{a^2}\right)v_1 + \left(\frac{ca^2}{8} - 2\frac{EI_2}{a^2}\right)v_2 + \frac{EI_2}{a^2}v_3 = Fa \\ 7\frac{ca^2}{8}v_1 + \left(8\frac{ca^2}{8} + 2\frac{EI_3}{a^2}\right)v_2 + \left(\frac{ca^2}{8} - 2\frac{EI_3}{a^2}\right)v_3 = 2Fa \\ 8\frac{ca^2}{8}v_1 + 16\frac{ca^2}{8}v_2 + 8\frac{ca^2}{8}v_3 = 2Fa \end{cases} \quad (6a...c)$$

Jäyhyysmomentti juoksumetriä kohden

$$I_2 = \frac{\left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right)^3}{12} \quad (7)$$

$$= 0,001733 \text{ m}^4/\text{m}$$

$$I_3 = \frac{h_1^3}{12} \quad (8)$$

$$= 0,001302 \text{ m}^4/\text{m}$$

Kerroinmatriisi (yksiköt MN/m)

$$K = \begin{bmatrix} 31,865 & -21,729 & 13,865 \\ 42,000 & 68,833 & -14,833 \\ 48,000 & 96,000 & 48,000 \end{bmatrix}$$

Käänteismatriisi (yksiköt m/MN)

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 0,021488 & 0,010790 & -0,002873 \\ -0,012399 & 0,003927 & 0,004795 \\ 0,003309 & -0,018643 & 0,014116 \end{bmatrix}$$

Voimavektori

$$F = \begin{bmatrix} 2,000 \text{ MN} \\ 4,000 \text{ MN} \\ 4,000 \text{ MN} \end{bmatrix}$$

Siirtymävektori

$$v = \begin{bmatrix} 0,075 \text{ m} \\ 0,010 \text{ m} \\ -0,011 \text{ m} \end{bmatrix}$$

Taivutusmomentti pisteessä 2 ja 3 kaavoista 2 ja 3

$$M_2 = -0,596 \text{ MNm}$$

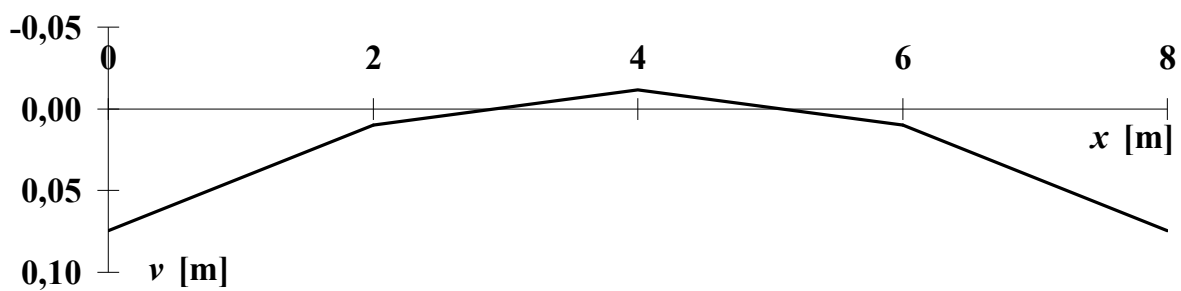
$$M_3 = -0,450 \text{ MNm}$$

VASTAUS:

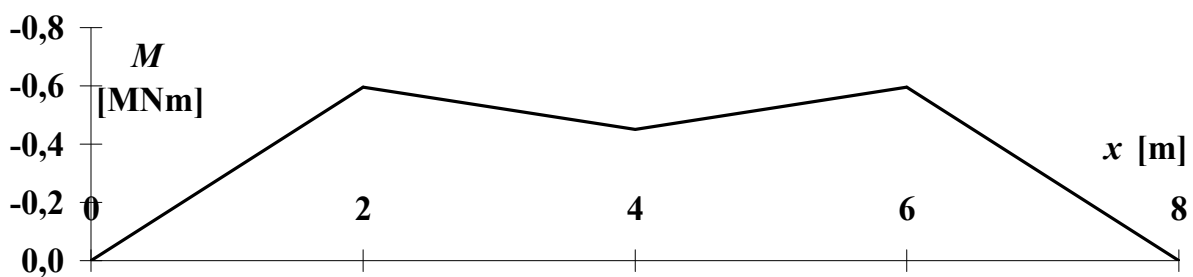
Taipuma ja taivutusmomentti leveyden funktiona on esitetty taulukossa 1 ja kuvissa 2 ja 3.

Taulukko 1.

x [m]	v [m]	M [MNm]
0	0,075	0,000
2	0,010	-0,596
4	-0,011	-0,450
6	0,010	-0,596
8	0,075	0,000



Kuva 2.



Kuva 3.

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

KOTITEHTÄVÄT 2010

AALTO-YLIOPISTO
R. S.

Rak-11.2107
Sillat ja perustukset

KOTITEHTÄVÄT

Syksy 2010

KOTITEHTÄVÄT**SISÄLLYS**

	Sivu
Rakenteiden kuormat	
I Kuormien yhdistely	3
Siltojen kuormat	
II Vaarallisin kuorma-asento	7
Maanpaine	
III Tukimuurin aktiivipaine	13
Poikkileikkauksen sydänkuvio	
IV Peruslaatta	19
Kallioperustus	
V Peruslaatta	27
Tukimuurin kantavuustarkastelu	
VI Eurokoodi	35
Lyöntipaaluryhmä	
VII Paalut kahdessa suunnassa	43
Suurpaalu	
VIII Elementtimenetelmä	49
Perustus kimmoisella alustalla	
IX Winkler-alusta	57

I KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 tukirakennetta rasittavien voimasuureiden kaikki mahdolliset kuormitusyhdistelmät murtorajatilassa (GEO) Eurokoodin SFS-EN 1997-1 (ei kansallisen liitteen) mitoitustavan 2 mukaan siten, että kaikkien kuormitustapausten kertoimet käyvät ilmi; voimasuureiden arvoja ei tarvitse laskea.

Tarkista lisäksi liukuvarmuus, kun

kitkakerroin peruslaatan ja kallion välissä on

$$\mu = 0,750$$

Tarkastelussa otetaan huomioon kuvan 1 kolme eri aikaan esiintyvää tapausta:

- Pelkkä rakenne
- Toispuol. vesi, jonka pinta on korkeudella h_w
- Maa, jonka pinta on korkeudella h_m

$$h_w = 2,200 \text{ m}$$

$$h_m = 2,200 \text{ m}$$

Rakenteen oma paino G_c , maamassan paino (pysyvä kuorma) G_m ja veden vaikutus (muuttuva kuorma) otetaan huomioon mutta maanpainetta ei. Kuvatasoa kohtisuorassa suunnassa tarkastelu tehdään pituusyksikköä (juoksumetri) kohti.

Mitat	$b =$	1,600 m
	$d =$	0,500 m
	$h =$	2,400 m
	$t =$	0,500 m

Pysyvä kuorma (U) sekä tuulikuorma (W ja M)

$$U = 0,500 \text{ MN/m}$$

$$W = 0,070 \text{ MN/m}$$

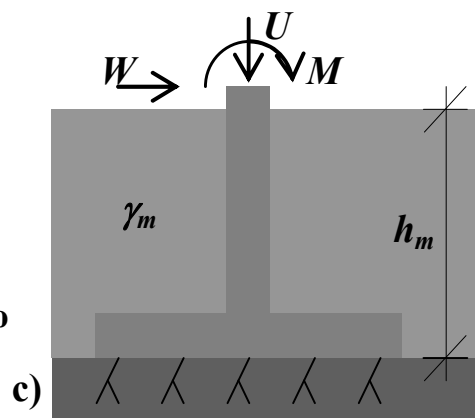
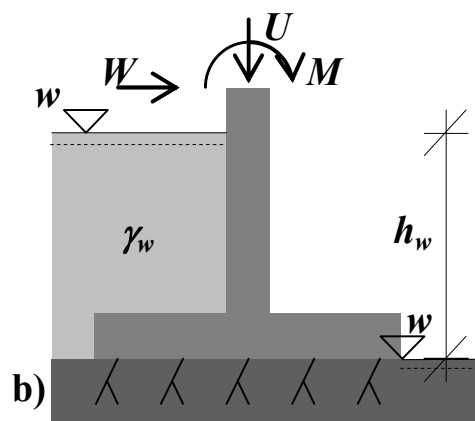
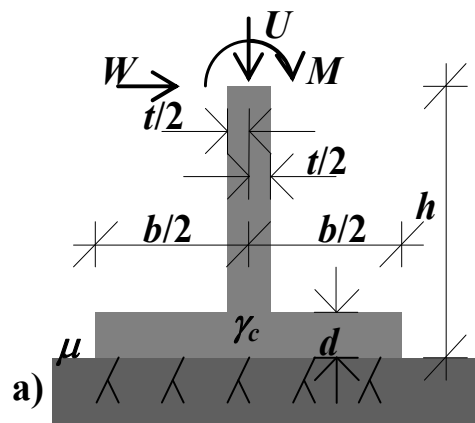
$$M = 0,120 \text{ MNm/m}$$

Betonin (c), maan (m) ja veden (w) tilavuuspaino

$$\gamma_c = 0,025 \text{ MN/m}^3$$

$$\gamma_m = 0,020 \text{ MN/m}^3$$

$$\gamma_w = 0,010 \text{ MN/m}^3$$



Kuva 1.

KUORMIEN YHDISTELY EN-1997-1:N MUKAAN

Mitoitustavan 2 osavarmuuslukujen yhdistelmä on

$$A1 "+" M1 "+" R2$$

jossa

- A viittaa kuormiin tai kuormien vaikutuksiin (liitteen A taulukko A.3),
- M viittaa maaparametreihin (taulukko A.4),
- R viittaa kestävyYTEEN (taulukko A.5),
- numerot 1 ja 2 viittaavat sarjoihin 1 ja 2 ja
- "+" tarkoittaa yhdistettynä.

Kaavamuodossa

$$q_d = \sum \gamma_{gi} g_i + \sum \gamma_{qi} q_{ki} \quad (1)$$

tai

$$F_d = \begin{matrix} 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} (g_c + g_U) + \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right. \begin{matrix} 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} q_{wi} + \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right. \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,35 \\ 1,35 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} q_{wa} + \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right. \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,35 \\ 1,35 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} q_\gamma \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right. \left. \right\} \begin{matrix} \text{kuva 1a} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \left. \right\} \begin{matrix} 1b \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \left. \right\} \begin{matrix} (2a...p) \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \left. \right\} \begin{matrix} 1c \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

jossa alaindeksi c viittaa omaan painoon, wi tuuleen, wa veteen ja γ maahan.

Käytännössä kuormitustapaukset $m...p$ voidaan tässä tapauksessa jättää

pois ja tulkita rakenteen oma paino ja maan paino samasta syystä aiheutuvaksi.

LIUKUMINEN**Rakenteen omapaino**

$$\begin{aligned} G_c &= [db + t(h-d)]\gamma_c \\ &= 0,043750 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (3)$$

Veden paine

$$\begin{aligned} p &= h_w \gamma_w \\ &= 0,022 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} P &= ph_w/2 \\ &= 0,024 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (5)$$

Veden paino peruslaatan päällä

$$\begin{aligned} G_w &= \gamma_w (h_w - d)(b-t)/2 \\ &= 0,009350 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (6)$$

Veden paine peruslaatan alla

$$\begin{aligned} G_N &= p(b-t)/2 \\ &= 0,012100 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (7)$$

Noste

$$\begin{aligned} N &= G_N - G_w \\ &= 0,002750 \end{aligned} \quad (8)$$

Maanpaino

$$\begin{aligned} G_m &= (b-t)(h_m - d)\gamma_m \\ &= 0,037 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (8)$$

Mitoittavan (epäedullisin/vaarallisin) tapauksen osavarmuudet

$$\begin{aligned} \gamma_g &= 1,00 \\ \gamma_{wi} &= 1,50 \\ \gamma_{wa} &= 1,50 \\ \gamma_{g\gamma} &= 0,00 \end{aligned}$$

Vrt. taulukko 1, jossa on esitetty liukuvarmuuden laskentatulokset kuuden valitun kuormitustapauksen osalta.

Liukumisen osavarmuusluku (taulukko A.5)

$$\gamma_{R;h} = 1,10$$

Pystyvoimien resultantin laskenta-arvo

$$\begin{aligned} V_d &= \gamma_g (U+G_c) - \gamma_{wa} N + \gamma_g \gamma G_m \\ &= 0,540 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (9)$$

Vaakavoimien resultantin laskenta-arvo

$$\begin{aligned} H_d &= \gamma_{wi} W + \gamma_{wa} P \\ &= 0,141 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (10)$$

Liukuvarmuus (alaindeksi s engl. sanasta 'sliding')

$$\begin{aligned} n_s &= \mu \frac{V_d}{H_d} \\ &= 2,864 > \gamma_{R;h} = 1,1 \quad \text{OK} \end{aligned} \quad (11)$$

Vaarallisin kuormitustapaus liukumiselle on silloin kun H_d on mahdollisimman suuri ja V_d mahdollisimman pieni, eli tapaus g.

Taulukko 1. Liukuvarmuuden laskentatulokset.

	a	c	e	f	g	h
γ_g	1,35	1,00	1,35	1,35	1,00	1,00
γ_{wi}	1,50	1,50	1,50	0,00	1,50	0,00
γ_{wa}	0,00	0,00	1,50	1,50	1,50	1,50
$\gamma_g \gamma$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
V_d	0,734	0,544	0,730	0,730	0,540	0,540
H_d	0,105	0,105	0,141	0,036	0,141	0,036
n_s	5,243	3,884	3,874	15,081	2,864	11,149
$n_s / \gamma_{R;h}$	4,767	3,531	3,522	13,710	2,604	10,136

VASTAUS:

Kaikki kuormitustapaukset on esitetty yhtälössä 2.

Liukuvarmuusehto täyttyy

$$n_s = 2,864 > \gamma_{R;h} = 1,1$$

II KOTITEHTÄVÄ

Määritä kaksiaukkoisen sillan suurin mahdollinen taivutusmomentti keskituella, kun siltaa kuormittaa Eurokoodin EN 1991-2 tieliikenteen kuormamallin 1 pistekuormapari (ei tasaisesti jakautunutta kuormaa), kun sovituskertoin on

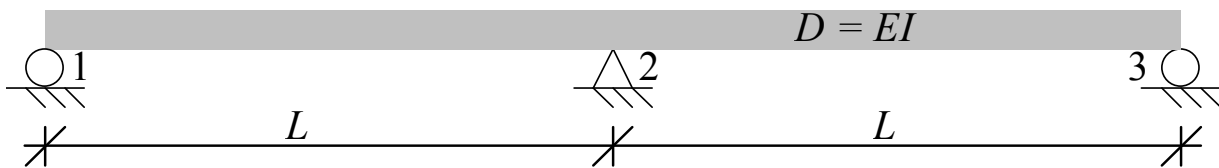
$$\alpha_{Qi} = 1$$

Sillan leveys

$$b = 3 \text{ m}$$

Jännemitta

$$L = 21 \text{ m}$$



Kuva 1.

Sillalle mahtuu yksi kaista (b -mitta).

Akselikuorman, joita on kaksi, sovituskertoimella kerrottu ominaisarvo on

$$\begin{aligned} Q_{ik\alpha} &= \alpha_{Qi} Q_{ik} \\ &= 0,300 \text{ MN} \end{aligned} \quad (1)$$

Akselien väli on

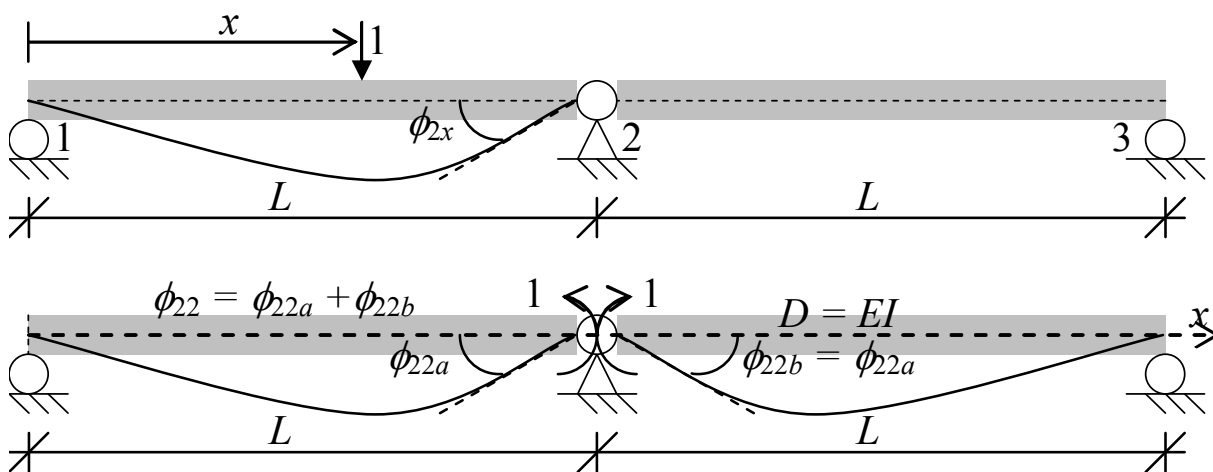
$$a = 1,200 \text{ m}$$

Asetetaan palkkiin keskituen kohdalle nivel ja momenttipari.

Kuvasta 2 saatava tasapainoehto on

$$\phi_{2x} + M_2 \phi_{22} = 0 \quad (2)$$

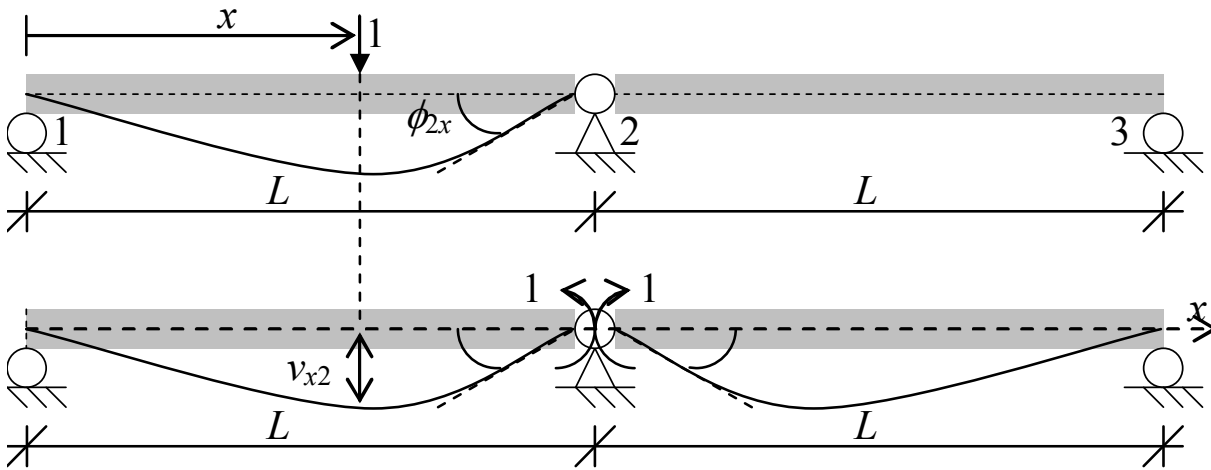
$$\Rightarrow M_2 = \frac{-\phi_{2x}}{\phi_{22}} \quad (3)$$



Kuva 2.

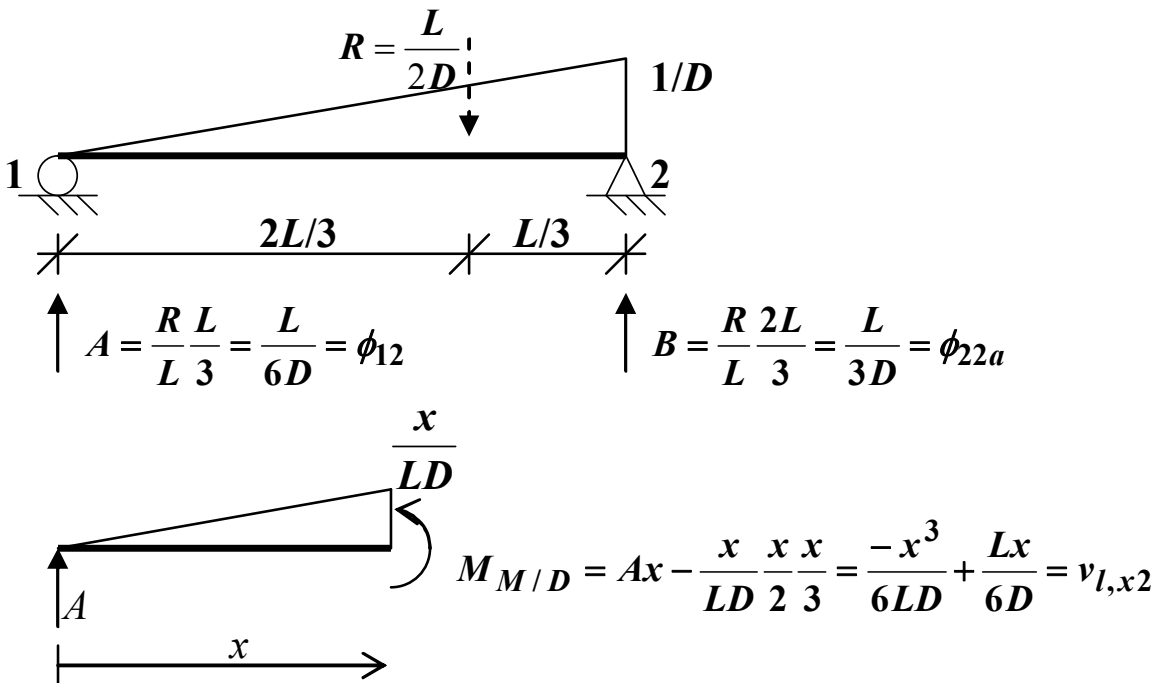
Maxwellin säännön mukaan keskituen kiertymän vaikutusviiva on yhtä suuri kuin taipumaviiva keskituella vaikuttavasta momentista (kuva 3)

$$\phi_{2x} = v_{x2} \quad (4)$$



Kuva 3.

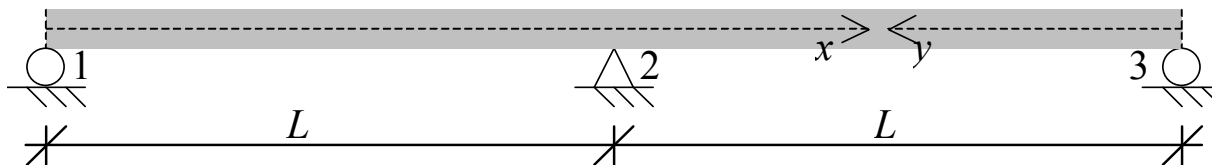
Ykkösen suuruisen momentin aiheuttama taipumaviiva on määritetty Mohrin menetelmällä kuvassa 4. Symmetriasta johtuen tarkastellaan vain vasenta jännettä.



Kuva 4.

Taipuman lauseke oikean jänteen puolella $v_{r,x2}$ saadaan korvaamalla vasemman puolen lausekkeen $v_{l,x2}$ x -koordinaatti y -koordinaatilla (kuva 5)

$$y(x) = 2L - x$$



Kuva 5.

Kiertymä keskituella samassa kohdin vaikuttavasta momenttiparista

$$\phi_{22} = \phi_{22a} + \phi_{22b} \tag{5}$$

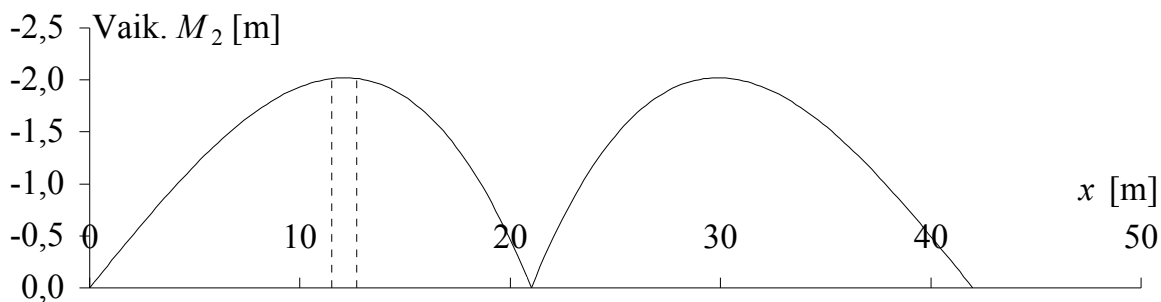
$$= 2\phi_{22a} \tag{6}$$

$$= \frac{2L}{3D} \tag{7}$$

Keskituella olevan taivutusmomentin vaikutusviiva (yhtälöt 3 ja 4 sekä kuva 6)

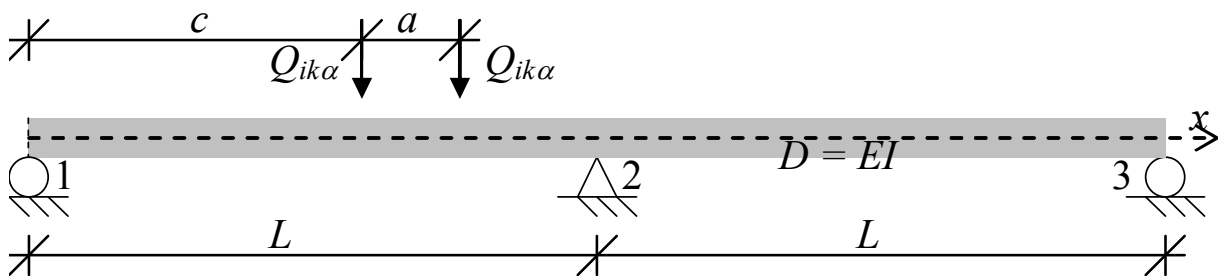
$$\text{Vaik. } M_2 = \frac{-v_{x2}}{\phi_{22}} \tag{8}$$

$$= \begin{cases} \frac{x^3}{4L^2} - \frac{x}{4}, & x = [0, L] \\ \frac{(2L-x)^3}{4L^2} - \frac{2L-x}{4}, & x = [L, 2L] \end{cases} \tag{9}$$



Kuva 6.

Sijoitetaan liikennekuorma sillalle kuvan 7 osoittamalla tavalla.



Kuva 7.

Vasemmalla siltajänteellä vaikuttavan akseliparin x -koordinaatit ovat c ja

$$e = c + a \quad (10)$$

Näistä keskituelle aiheutuva momentti on (yhtälö 9)

$$M_{2,2Q} = Q_{ik\alpha} \left[\frac{c^3}{4L^2} - \frac{c}{4} + \frac{c^3 + 3ac^2 + 3a^2c + a^3}{4L^2} - \frac{c+a}{4} \right] \quad (11)$$

$$= \frac{Q_{ik\alpha}}{4L^2} \left[2c^3 + 3ac^2 + (3a^2 - 2L^2)c + a(a^2 - L^2) \right] \quad (12)$$

Momentin ääriarvo saadaan leikkausvoiman nollakohdasta

$$Q_{2,2Q} = \frac{dM_{2,2Q}}{dc} = 0 \quad (13)$$

$$\Rightarrow 0 = 6c^2 + 6ac + 3a^2 - 2L^2 \quad (14)$$

$$\Rightarrow c = \frac{-6a \pm \sqrt{36a^2 - 24(3a^2 - 2L^2)}}{12} \quad (15)$$

$$\Rightarrow \left. \begin{matrix} c_1 \\ c_2 \end{matrix} \right\} = \frac{-3a \pm \sqrt{12L^2 - 9a^2}}{6}, \quad 12L^2 - 9a^2 \geq 0 \quad (16a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 11,510 \text{ m} \\ c_2 = -12,710 \text{ m} \end{cases}$$

Jälkimmäinen juuri on ratkaisualueen ulkopuolella.

Toisen akselin sijainti (yhtälö 10, jossa $c \rightarrow c_1$)

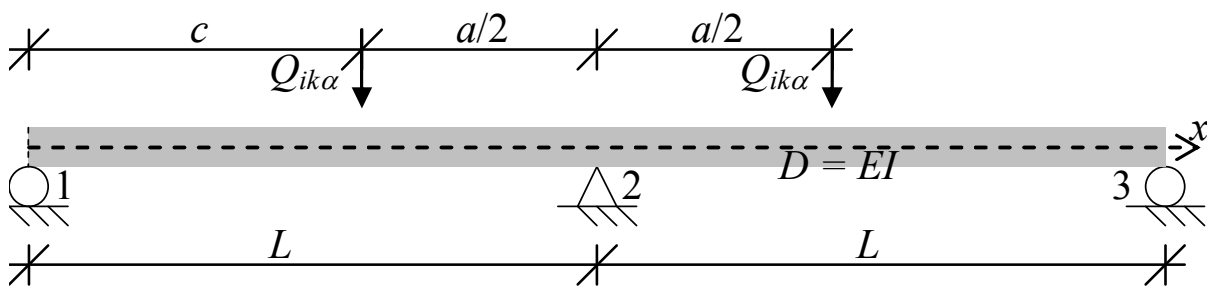
$$c_B = 12,710 \text{ m}$$

Symmetrian nojalla saadaan vastaava tilanne, kun kuorma on oikealla jänteellä

$$\begin{aligned} e_A &= 2L - c_B \\ &= 29,290 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_B &= 2L - c_1 \\ &= 30,490 \text{ m} \end{aligned}$$

Huom! Lyhyellä sillalla voi mitoittavaksi tulla tilanne, jossa akselit ovat eri jänteillä (vertaa kuvia 6 ja 8)



Kuva 8.

Momentti kahdesta akselikuormasta (yhtälö 12, jossa $c \rightarrow c_1$)

$$M_{2,2Q} = -1,208 \text{ MNm}$$

VASTAUS: Taivutusmomentin ääriarvo keskituella on

$$M_{2,\text{ext}} = -1,208 \text{ MNm}$$

III KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä kuvan 1 mukaisen teräsbetonisen tukimuurin maanpainejakauma (aktiivipaineen horisontaalikomponentti), maanpaineen resultantti ja sijainti, kun vedenpinta rakenteen vasemmalla puolella

- A) on kuvassa annetulla tasolla
 B) lasketaan tukimuurin alapinnan tasalle niin nopeasti, että pohjavedenpinta oikealla puolella pysyy ennallaan!

Tukimuurin oletetaan kiertyvän ja liukupinnan olevan kuvan 1 mukainen.

Tukimuurin korkeus veden pinnasta

$$h_1 = 1,500 \text{ m}$$

Veden syvyys

$$h_2 = 2,000 \text{ m}$$

Peruslaatan paksuus

$$h_3 = 0,500 \text{ m}$$

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

$$\beta = 10,000^\circ$$

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon verrattuna

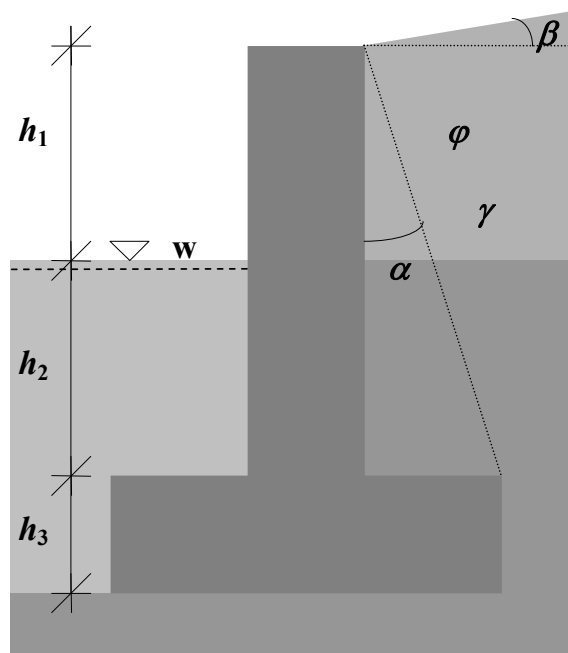
$$\alpha = 15,000^\circ$$

Maan (tiivis moreeni) tilavuuspaino

$$\gamma = 0,019 \text{ MN/m}^3$$

Maan sisäinen kitkakulma

$$\varphi = 40,000^\circ$$



Kuva 1.

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon verrattuna (kuva 2a)

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \alpha_2 &= -\alpha \\ &= -15,000^\circ \\ \alpha_3 &= 0,000^\circ \end{aligned}$$

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

$$\begin{aligned} \beta_i &= \beta \\ &= 10,000^\circ \end{aligned}$$

Maakerroksen sisäinen kitkakulma

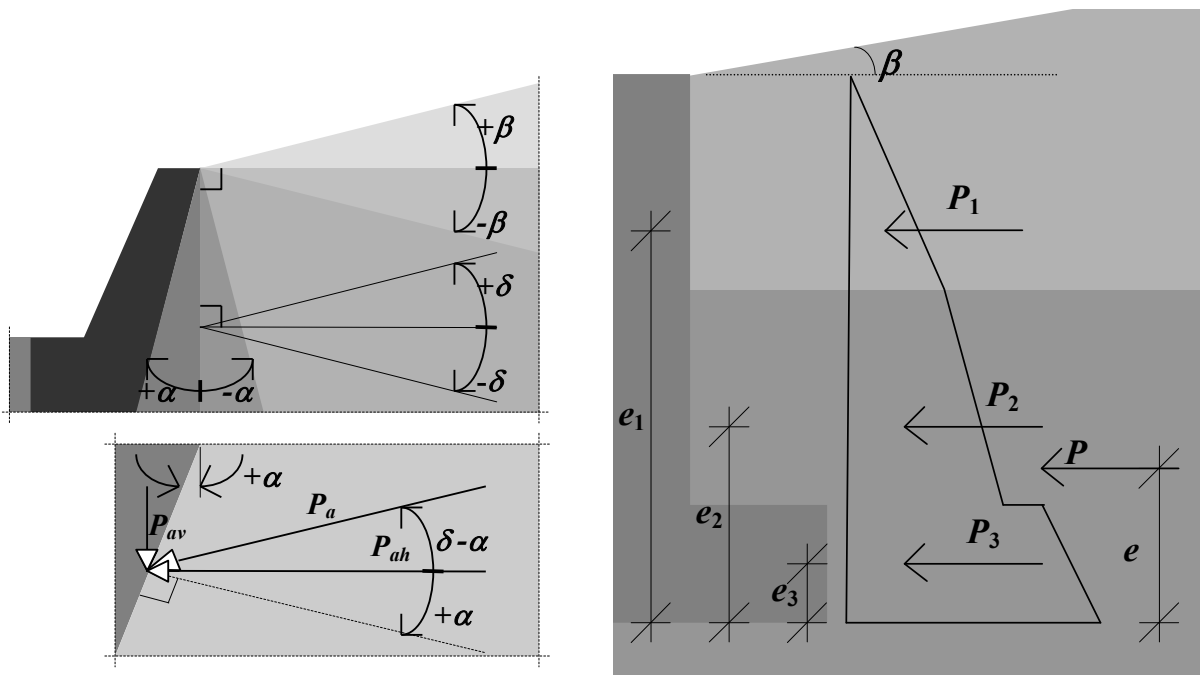
$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi \\ &= 40,000^\circ \end{aligned}$$

Seinäkitkakulma

$$\begin{aligned} \delta_1 = \delta_2 &= \varphi \\ &= 40,000^\circ \end{aligned}$$

Seinäkitkakulma betonin ja maan välissä

$$\begin{aligned} \delta_3 &= 3\varphi/4 \\ &= 30,000^\circ \end{aligned}$$



a)
Kuva 2.

b)

Aktiivisen maanpaineen horisontaalikomponentin maanpaineluku

$$K_{ahi} = \frac{\cos^2(\varphi_i + \alpha_i)}{\cos^2 \alpha_i \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi_i + \delta_i) \sin(\varphi_i - \beta_i)}{\cos(\alpha_i - \delta_i) \cos(\alpha_i + \beta_i)}} \right)^2} \quad (1)$$

$$K_{ah1} = 0,237$$

$$K_{ah2} = 0,237$$

$$K_{ah3} = 0,193$$

Maakerroksen tilavuuspaino pohjavedenpinnan yläpuolella

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \gamma \\ &= 0,019 \text{ MN/m}^3 \end{aligned}$$

A) VASEMMALLA PUOLELLA VETTÄ

Maakerroksen tilavuuspaino pohjavedenpinnan alapuolella (*Pohjarakennusohjeet sillansuunnittelussa*)

$$\gamma_2 = \gamma_3 = 0,011 \text{ MN/m}^3$$

Maakerroksen n aktiivipaine p_n maakerroksen ylä- (y) ja alaosassa (a)

$$\begin{cases} p_{ny} = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ K_n \sum_{i=1}^{n-1} (\gamma_i h_i), & n \geq 2 \end{cases}, & [n \in N] \\ p_{na} = K_n \sum_{i=1}^n (\gamma_i h_i), & n \geq 1 \end{cases} \quad (2a, b)$$

$$p_{1y} = 0 \text{ MN/m}^2$$

$$\begin{aligned} p_{1a} &= K_{ah1}(\gamma_1 h_1) \\ &= 0,006748 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} p_{2y} &= K_{ah2}(\gamma_1 h_1) \\ &= 0,006748 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} p_{2a} &= K_{ah2}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) \\ &= 0,011956 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} p_{3y} &= K_{ah3}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) \\ &= 0,009763 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 p_{3a} &= K_{ah3}(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3) \\
 &= 0,010826 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Maakerroksen n aktiivipaineen resultantti P_n (kuva 2b)

$$\begin{aligned}
 P_n &= p_{ny} h_n + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny}) h_n \\
 P_1 &= 0,005 \text{ MN/m} \\
 P_2 &= 0,019 \text{ MN/m} \\
 P_3 &= 0,005 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Aktiivipaineen resultanttien P_n etäisyydet e_n tukimuurin alaosasta

$$e_n = \frac{p_{ny} \frac{h_n}{2} + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny}) \frac{h_n}{3}}{p_{ny} + \frac{1}{2}(p_{na} - p_{ny})} + \begin{cases} \sum_{i=n+1}^{n_{\max}} h_i, & n = [1, n_{\max}] \\ 0, & n = n_{\max} \end{cases}
 \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 e_1 &= 3,000 \text{ m} \\
 e_2 &= 1,407 \text{ m} \\
 e_3 &= 0,246 \text{ m}
 \end{aligned}$$

VASTAUS:

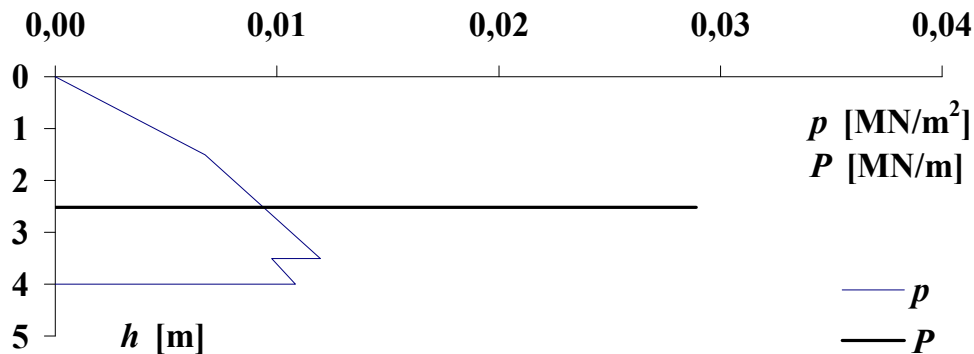
Maanpaineen resultantti

$$\begin{aligned}
 P &= P_1 + P_2 + P_3 \\
 &= 0,029 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Etäisyys tukimuurin alaosasta

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_n e_n}{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_n} \\
 &= 1,479 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Painejakauma ja paineresultantti on esitetty kuvassa 3.



Kuva 3.

B) VESI POISTETTU NOPEASTI VASEMMALTA PUOLELTA

Veden tilavuuspaino

$$\gamma_w = 0,010 \text{ MN/m}^3$$

Maakerroksen n aktiivipaine p_n maakerroksen ylä- (y) ja alaosassa (a)

$$p_{1yB} = 0 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{1aB} = p_{1a} \\ = 0,006748 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{2yB} = p_{2y} \\ = 0,006748 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{2aB} = p_{2a} + \gamma_w h_2 \quad (12) \\ = 0,031956 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{3yB} = p_{3y} + \gamma_w h_2 \quad (13) \\ = 0,029763 \text{ MN/m}^2$$

$$p_{3aB} = p_{3a} + \gamma_w (h_2 + h_3) \quad (14) \\ = 0,035826 \text{ MN/m}^2$$

Maakerroksen n aktiivipaineen resultantti P_{nB}

$$P_{nB} = p_{nyB} h_n + \frac{1}{2} (p_{naB} - p_{nyB}) h_n \quad (15)$$

$$P_{1B} = 0,005 \text{ MN/m}$$

$$P_{2B} = 0,039 \text{ MN/m}$$

$$P_{3B} = 0,016 \text{ MN/m}$$

Aktiivipaineen resultanttien P_n etäisyydet e_n tukimuurin alaosaan

$$e_{nB} = \frac{p_{nyB} \frac{h_n}{2} + \frac{1}{2}(p_{naB} - p_{nyB}) \frac{h_n}{3}}{p_{nyB} + \frac{1}{2}(p_{naB} - p_{nyB})} + \begin{cases} \sum_{i=n+1}^{n_{\max}} h_i, & n = [1, n_{\max}] \\ 0, & n = n_{\max} \end{cases} \quad (16)$$

$$e_{1B} = 3,000 \text{ m}$$

$$e_{2B} = 1,283 \text{ m}$$

$$e_{3B} = 0,242 \text{ m}$$

VASTAUS:

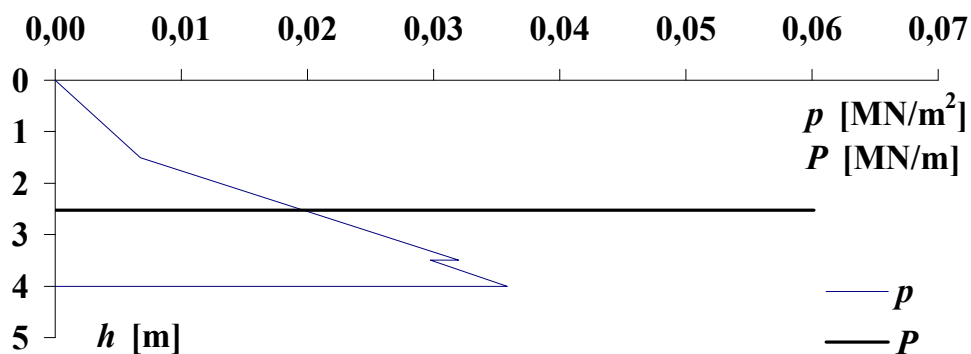
Maanpaineen resultantti

$$\begin{aligned} P_B &= P_{1B} + P_{2B} + P_{3B} \\ &= 0,060 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (17)$$

Etäisyys tukimuurin alaosaan

$$\begin{aligned} e_B &= \frac{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_{nB} e_n}{\sum_{n=1}^{n_{\max}} P_{nB}} \\ &= 1,144 \text{ m} \end{aligned} \quad (18)$$

Painejakauma ja paineresultantti on esitetty kuvassa 4.



Kuva 4.

IV KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 poikkileikkausten (harmaa alue) sydänkuviot!

Mitta

$$a = \pi/e \text{ m}$$

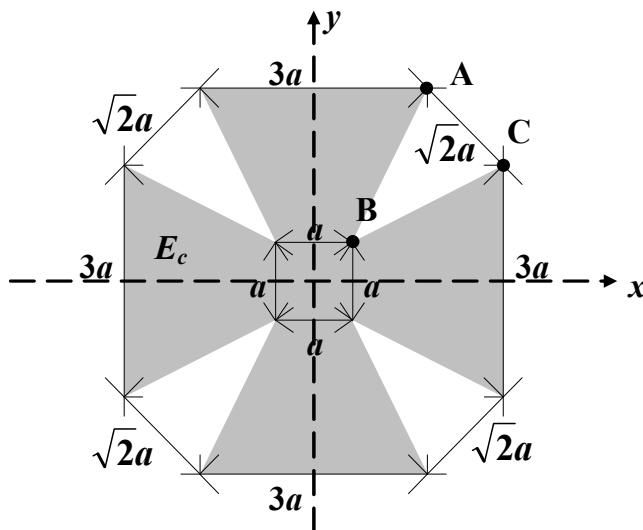
$$\approx 1,156 \text{ m}$$

Kimmokertoimet

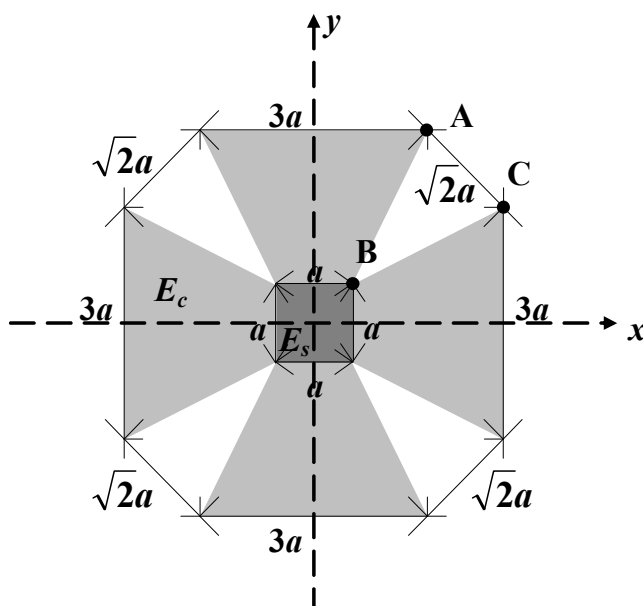
$$E_c = 30\,000 \text{ MN/m}^2$$

$$E_s = 210\,000 \text{ MN/m}^2$$

A)



B)



Kuva 1.

A)

Kolmioiden pinta-alat (kuva 2)

$$A_{ti} = 2a^2/2 \tag{1}$$

$$A_{t1} = 1,336 \text{ m}^2$$

$$A_{t2} = 1,336 \text{ m}^2$$

Suorakaiteiden pinta-alat

$$A_{ri} = 2a^2 \tag{2}$$

$$A_{r1} = 2,671 \text{ m}^2$$

$$A_{r2} = 2,671 \text{ m}^2$$

Neliön pinta-ala

$$A_{sq} = a^2 \tag{3}$$

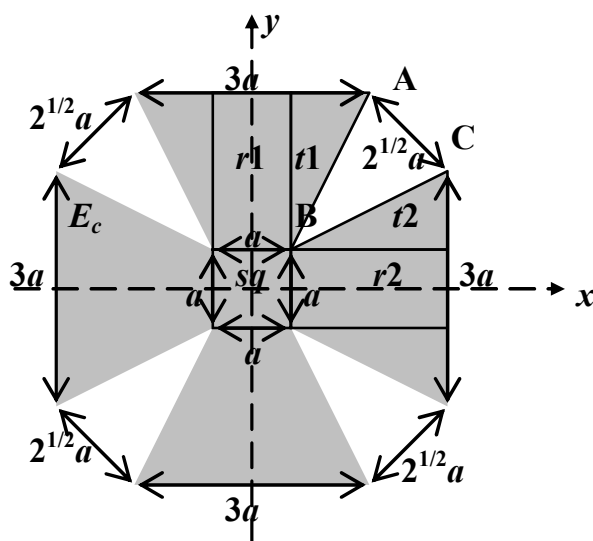
$$1,336 \text{ m}^2$$

Koko poikkileikkauksen pinta-ala

$$A_{cA} = 4(A_{t1} + A_{t2}) + 2(A_{r1} + A_{r2}) + A_{sq} \tag{4}$$

$$= 17a^2 \tag{5}$$

$$= 22,707 \text{ m}^2$$



Kuva 2.

Kolmion jäyhyysmom. sen oman x -akselin suuntaisen painopisteaks. Suhteen

$$\begin{aligned} I_{t1} &= a(2a)^3/36 \\ &= 0,396 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} I_{t2} &= 2a(a)^3/36 \\ &= 0,099 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (7)$$

Suorakaiteen jäyhyysmom. sen oman x -akselin suuntaisen painopisteaks. suhteen

$$\begin{aligned} I_{r1} &= a(2a)^3/12 \\ &= 1,189 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} I_{r2} &= 2a(a)^3/12 \\ &= 0,297 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (9)$$

Osien etäisyydet x -akselista

$$\begin{aligned} e_{t1} &= 2/3 \cdot 2a + a/2 \\ &= 2,119 \text{ m} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} e_{t2} &= a/3 + a/2 \\ &= 0,963 \text{ m} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} e_{r1} &= 1,5a \\ &= 1,734 \text{ m} \end{aligned} \quad (12)$$

$$e_{r2} = 0,000 \text{ m}$$

Kolmion jäyhyysmomentti x -akselin suhteen

$$I_{tix} = I_{ii} + A_{ii} e_{ii}^2 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} I_{t1x} &= 43a^4/12 \\ &= 6,393 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} I_{t2x} &= 3a^4/4 \\ &= 1,338 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (15)$$

Suorakaiteen jäyhyysmomentti x -akselin suhteen

$$I_{rix} = I_{ri} + A_{ri} e_{ri}^2 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} I_{r1x} &= 31a^4/6 \\ &= 9,218 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} I_{r2x} &= a^4/6 \\ &= 0,297 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (18)$$

Neliön jäyhyysmomentti x -akselin suhteen

$$\begin{aligned} I_{sqx} &= a^4/12 \\ &= 0,149 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (19)$$

Koko poikkileikkauksen jäyhyysmomentti

$$I_{cAx} = 4(I_{t1x} + I_{t2x}) + 2(I_{r1x} + I_{r2x}) + I_{sq} \quad (20)$$

$$= 337a^4/12 \quad (21)$$

$$= 50,104 \text{ m}^4$$

Jäyhyysäteen neliö x -akselin suhteen

$$i_{xA}^2 = I_{cAx}/A_{cA} \quad (22)$$

$$= 337a^2/204 \quad (23)$$

$$= 2,207 \text{ m}^2$$

Jäyhyysäde

$$i_{xA} = 1,485 \text{ m}$$

Symmetrian vuoksi jäyhyydet y -suuntaan ovat samat kuin x -suuntaan.

Ulkonurkkien koordinaatit

$$x_{Ap} = 1,5a \quad (24)$$

$$= 1,734 \text{ m}$$

$$y_{Ap} = 2,5a \quad (25)$$

$$= 2,889 \text{ m}$$

$$x_{Cp} = 2,5a \quad (26)$$

$$= 2,889 \text{ m}$$

$$y_{Cp} = 1,5a \quad (27)$$

$$= 1,734 \text{ m}$$

Sisänurkan koordinaatti (ei tarvitsisi tarkastella)

$$x_{Bp} = a/2 \quad (28)$$

$$= 0,578 \text{ m}$$

$$y_{Bp} = a/2 \quad (29)$$

$$= 0,578 \text{ m}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt ovat muotoa

$$0 = 1 + \frac{x_{ip}}{i_y^2} x + \frac{y_{ip}}{i_x^2} y \quad (30)$$

$$\Rightarrow y(x) = \alpha x + \beta \quad (31)$$

jossa

$$\alpha = -\frac{x_{ip} i_x^2}{y_{ip} i_y^2} \quad (32)$$

$$\beta = -\frac{i_x^2}{y_{ip}} \quad (33)$$

Sijoittamalla saadaan

	α_i		β_i
$y_A(x) =$	$-0,600 x$	+	$-0,764 \text{ [m]}$
$y_B(x) =$	$-1,000 x$	+	$-3,818 \text{ [m]}$
$y_C(x) =$	$-1,667 x$	+	$-1,273 \text{ [m]}$

Suorien i ja j leikkauspisteen x -koordinaatti

$$x_{ij} = \frac{\beta_i - \beta_j}{\alpha_j - \alpha_i} \quad (34)$$

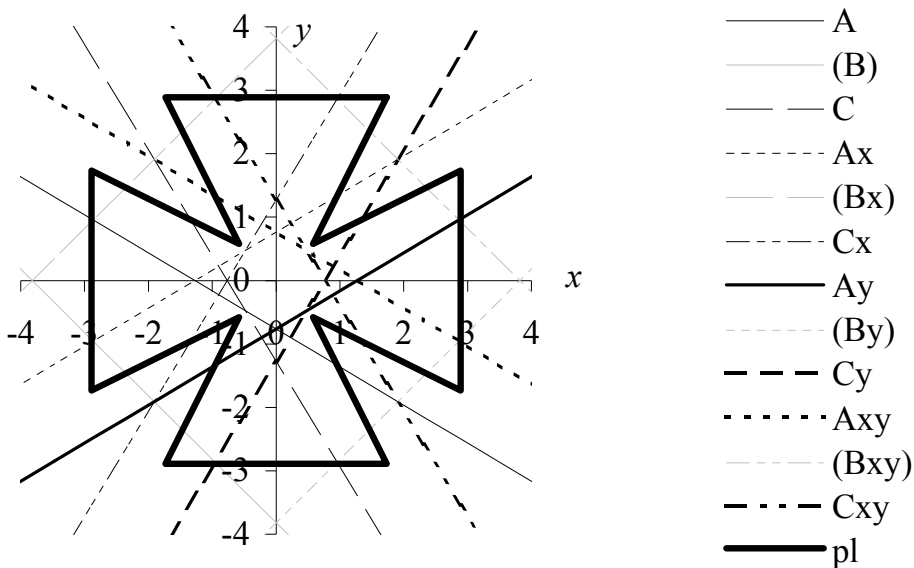
Suorien A ja C leikkauspiste

$$x_{AC} = -0,477 \text{ m}$$

$$y_{AC} = -0,477 \text{ m}$$

Vastaavat kolme pistettä saadaan symmetrian nojalla.

VASTAUS: ♥-kuviota rajoittavat suorat (kuva 3): A ja C sekä näiden peilaukset x- ja y-akselien suhteen. (B ei rajoita.)



Kuva 3.

B)

Betoniosan pinta-ala ja jäyhyysmomentti (kuva 4)

$$A_{cB} = A_{cA} - A_{sq} \tag{35}$$

$$= 16a^2 \tag{36}$$

$$= 21,371 \text{ m}^2$$

$$I_{cBx} = I_{cAx} - I_{sqx} \tag{37}$$

$$= 28a^4 \tag{38}$$

$$= 49,955 \text{ m}^4$$

Aksiaalijäykkyys

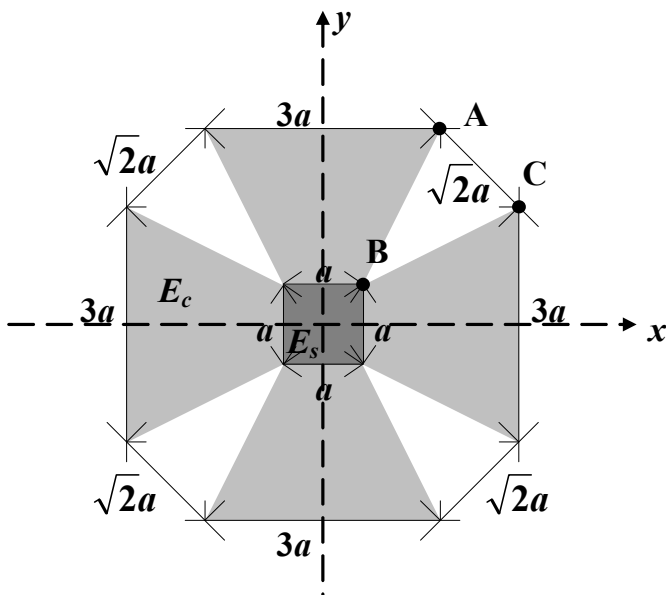
$$C_c = E_c A_{cB} \tag{39}$$

$$= 641\,139 \text{ MN}$$

$$C_s = E_s A_{sq} \tag{40}$$

$$= 280\,498 \text{ MN}$$

$$\begin{aligned}
 C &= C_c + C_s \\
 &= 921\,637 \text{ MN}
 \end{aligned}
 \tag{41}$$



Kuva 4.

Taivutusjäykkyys x -akselin suhteen

$$\begin{aligned}
 D_{cx} &= E_c I_{cBx} \\
 &= 1\,498\,652 \text{ MNm}^2
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
 D_{sx} &= E_s I_{sqx} \\
 &= 31222 \text{ MNm}^2
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
 D_x &= D_{cx} + D_{sx} \\
 &= 1\,529\,874 \text{ MNm}^2
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

Jäyhyysäteen neliö x -akselin suhteen

$$\begin{aligned}
 i_{xB}^2 &= D_x / C \\
 &= 1,660 \text{ m}^2
 \end{aligned}
 \tag{45}$$

Jäyhyysäde

$$i_{xB} = 1,288 \text{ m}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt

	α_i		β_i
$y_A(x) =$	$-0,600 x$	+	$-0,575$ [m]
$y_B(x) =$	$-1,000 x$	+	$-2,873$ [m]
$y_C(x) =$	$-1,667 x$	+	$-0,958$ [m]

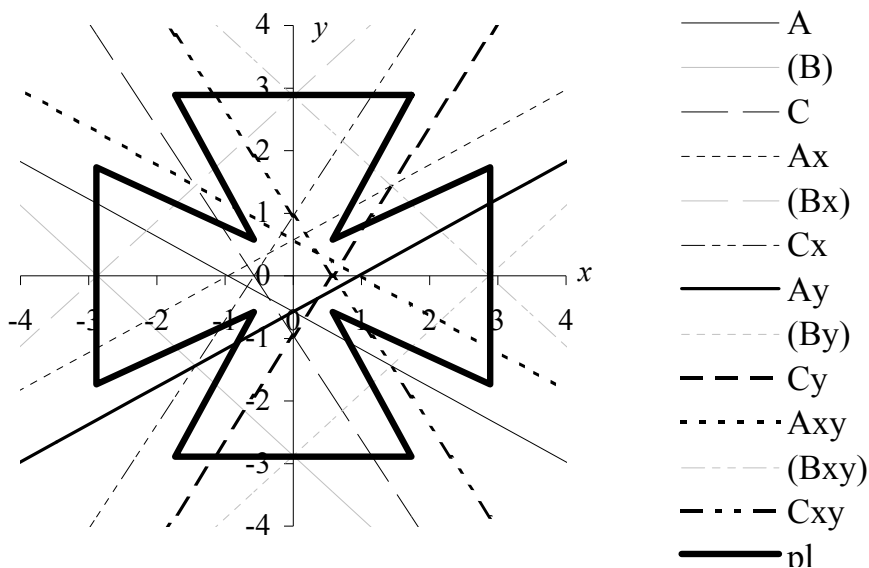
Suorien A ja C leikkauspiste

$$x_{AC} = -0,359 \text{ m}$$

$$y_{AC} = -0,359 \text{ m}$$

Muut kolme pistettä saadaan symmetrian nojalla.

VASTAUS: ♥-kuviota rajoittavat suorat (kuva 5): A ja C sekä näiden peilaukset x- ja y-akselien suhteen. (B ei rajoita.)



Kuva 5.

V KOTITEHTÄVÄ

Kuvan 1 kallionvaraiseen (homogeeniseen) perusmuuriin vaikuttaa pystykuorma

$$N = 1,500 \text{ MN.}$$

Rakenne ankkuroidaan esijännitysteräksillä kallioon.

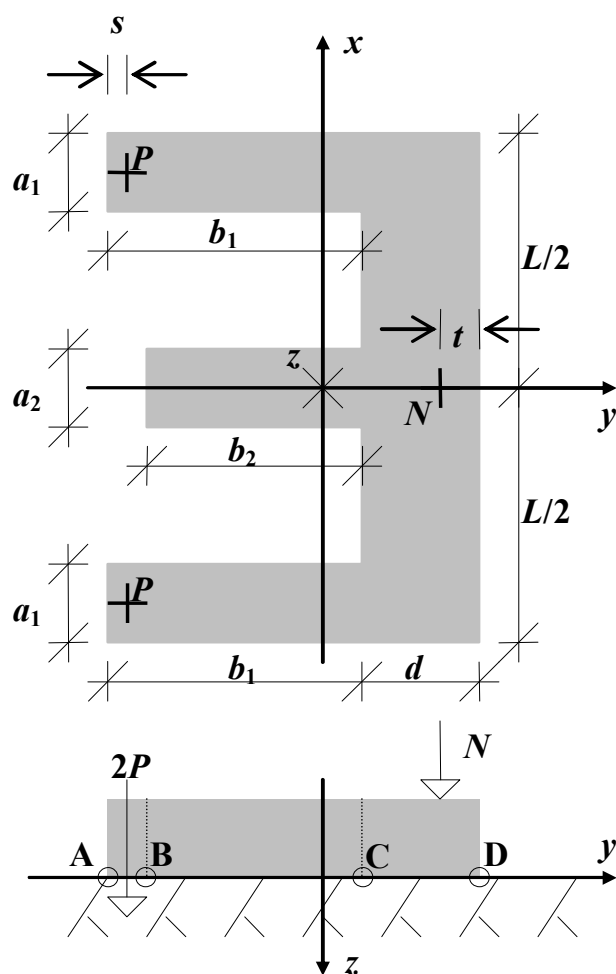
A) Minkälainen on pohjapainejakauma, kun esijännitysvoima

$$P = 0 \text{ MN?}$$

B) Kuinka suuri esijännitysvoima P tarvitaan sivumuurien päissä, että pohjapaine olisi tasaisesti jakautunut?

Perusmuurin mitat

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,600 \text{ m} \\ a_2 &= 0,500 \text{ m} \\ b_1 &= 2,500 \text{ m} \\ b_2 &= 2,000 \text{ m} \\ d &= 0,500 \text{ m} \\ L &= 7,000 \text{ m} \\ s &= 0,200 \text{ m} \\ t &= 0,300 \text{ m} \end{aligned}$$



Kuva 1.

A)

Pinta-ala

$$\begin{aligned} A_1 &= a_1 b_1 & (1) \\ &= 1,500 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= a_2 b_2 & (2) \\ &= 1,000 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= dL & (3) \\ &= 3,500 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 2A_1 + A_2 + A_3 & (4) \\ &= 7,500 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Sijoitetaan koordinaatiston origo painopisteeseen.

Osien painopisteiden etäisyydet x -akselista

$$e_1 = \frac{A_2 \left(\frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{2} \right) + A_3 \left(\frac{b_1}{2} + \frac{d}{2} \right)}{A} \quad (5)$$

$$= 0,733 \text{ m}$$

$$e_2 = e_1 - \left(\frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{2} \right) \quad (6)$$

$$= 0,483 \text{ m}$$

$$e_3 = \frac{b_1}{2} + \frac{d}{2} - e_1 \quad (7)$$

$$= 0,767 \text{ m}$$

Jäyhyysmomentti x -akselin suhteen (Steinerin sääntö)

$$\begin{aligned} I_x &= 2 \left(\frac{a_1 b_1^3}{12} + A_1 e_1^2 \right) + \frac{a_2 b_2^3}{12} + A_2 e_2^2 + \frac{L d^3}{12} + A_3 e_3^2 & (8) \\ &= 5,873 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

Taivutusmomentti x -akselin suhteen

$$\begin{aligned} M_x &= N \left(e_3 + \frac{d}{2} - t \right) \\ &= 1,075 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (9)$$

Jännitys pisteessä A

$$\begin{aligned} \sigma(y) &= \frac{M_x}{I_x} y + \frac{N}{A} \\ \sigma(-b_1/2 - e_1) &= -0,163 \text{ MN/m}^2 < 0, \text{ vetoa} \end{aligned} \quad (10)$$

Tehdään vastaava tarkastelu pisteessä B, jolloin poikkileikkaus muuttuu niin, että kaikki kolme sakaraa ovat keskimmäisen pituisia (b_2)

$$A_{1B} = a_1 b_2 \quad (11)$$

$$= 1,200 \text{ m}^2$$

$$A_B = 2A_1 + A_2 + A_3 \quad (12)$$

$$= 6,900 \text{ m}^2$$

$$\left. \begin{aligned} e_{1B} \\ e_{2B} \end{aligned} \right\} = \frac{A_3 \left(\frac{b_2}{2} + \frac{d}{2} \right)}{A_B} \quad (13a, b)$$

$$= 0,634 \text{ m}$$

$$e_{3B} = \frac{b_2}{2} + \frac{d}{2} - e_1 \quad (14)$$

$$= 0,616 \text{ m}$$

$$I_{xB} = 2 \left(\frac{a_1 b_2^3}{12} + A_{1B} e_{1B}^2 \right) + \frac{a_2 b_2^3}{12} + A_2 e_{2B}^2 + \frac{L d^3}{12} + A_3 e_{3B}^2 \quad (15)$$

$$= 3,901 \text{ m}^4$$

$$M_{xB} = N \left(e_{3B} + \frac{d}{2} - t \right) \quad (16)$$

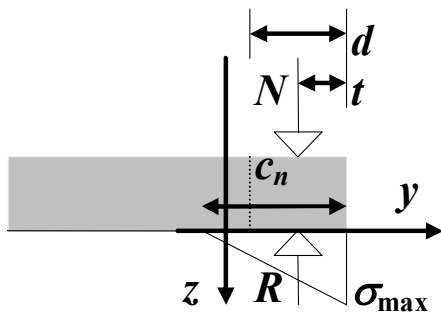
$$= 0,849 \text{ MNm}$$

$$\sigma(y) = \frac{M_{xB}}{I_{xB}} y + \frac{N}{A_B} \quad (17)$$

$$\sigma(-b_2/2 - e_{2B}) = -0,138 \text{ MN/m}^2 < 0, \text{ vetoa} \quad (a)$$

Neutraaliakselin sijainti, jos etumuuri on tarpeeksi leveä (kuva 2)

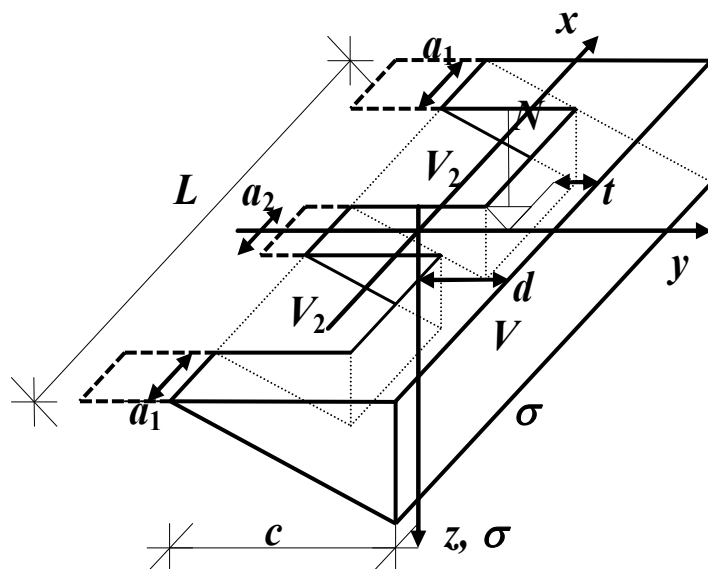
$$c_n = 3t = 0,900 \text{ m} > d = 0,500 \text{ m} \quad (b)$$



Kuva 2.

Kohtien a ja b perusteella neutraaliakseli sijaitsee pisteiden B ja C välissä.

Jännityskuvaaja on esitetty kuvassa 3.



Kuva 3.

Vertikaalivoimien tasapainoehto

$$\sum V = 0 \quad (18)$$

$$\Rightarrow N = V_1 - 2V_2 \quad (19)$$

$$\Rightarrow N = \frac{1}{2} Lc\sigma_1 - 2 \frac{1}{2} \frac{(L-2a_1-a_2)}{2} (c-d) \left(\frac{c-d}{c} \right) \sigma_1 \quad | \cdot 2c \quad (20)$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = \frac{2Nc}{Lc^2 - (L-2a_1-a_2)(c-d)^2} \quad (21)$$

Momenttitasapainoehto etumuurin ulkoreunan suhteen

$$\sum M = 0 \quad (22)$$

$$\Rightarrow Nt = V_1 \frac{c}{3} - 2V_2 \left(\frac{c-d}{3} + d \right) \quad (23)$$

$$\Rightarrow Nt = \frac{1}{6} Lc^2 \sigma_1 - \frac{1}{6c} (L-2a_1-a_2)(c-d)^2 (c+2d) \sigma_1 \quad (24)$$

$$\Rightarrow t = \frac{\sigma_1}{6cN} [Lc^3 - (L-2a_1-a_2)(c-d)^2 (c+2d)] \quad (25)$$

Sijoitetaan yhtälö 14 yhtälöön 18

$$t = \frac{Lc^3 - (L-2a_1-a_2)(c-d)^2 (c+2d)}{3[Lc^2 - (L-2a_1-a_2)(c-d)^2]} \quad (26)$$

Ratkaisun iterointi yhtälöstä 26. Vakio

$$t = 0,300 \text{ m}$$

kun

$$c = 1,304 \text{ m} < d + b_2 = 2,500 \text{ m} \quad \text{OK}$$

Voidaan ratkaista myös kolmannen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

Ks malliratkaisun loppuosa.

Tällöin jännitys etumuurin ulkoreunassa yhtälöstä 21 on

$$\sigma = 0,461 \text{ MN/m}^2$$

VASTAUS:

Pohjapainejakauma on kahden kolmisivuisen suoran särmiön erotus. Kuvassa 3

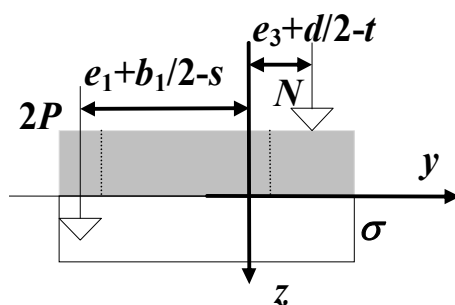
$$\begin{aligned} c &= 1,304 \text{ m} \\ \sigma &= 0,461 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

B)

Poikkileikkaus on tasaisesti puristettu, kun pohjapintaan vaikuttavien voimien resultantti vaikuttaa painopisteessä (kuva 4).

$$N \left(e_3 + \frac{d}{2} - t \right) = 2P \left(e_1 + \frac{b_1}{2} - s \right) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P &= \frac{N \left(e_3 + \frac{d}{2} - t \right)}{2e_1 + b_1 - 2s} \\ &= 0,301 \text{ MN} \end{aligned} \quad (28)$$



Kuva 4.

VASTAUS:

Tarvittava esijännitysvoima on

$$P = 0,301 \text{ MN}$$

KOLMANNEN ASTEEN YHTÄLÖN RATKAISU

Kolmannen asteen yhtälö on muotoa

$$\alpha c^3 + \beta c^2 + \gamma c + \delta = 0 \quad (29)$$

Merkitään

$$\mu = \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\kappa^3}{27} \quad (30)$$

jossa

$$\kappa = \frac{3\alpha\gamma - \beta^2}{3\alpha^2} \quad (31)$$

$$\lambda = \frac{2\beta^3 - 9\alpha\beta\gamma + 27\alpha^2\delta}{27\alpha^3} \quad (32)$$

Jos $\mu < 0$, yhtälöllä on kolme reaalijuurtta

$$c_n = 2\sqrt{\frac{-\kappa}{3}} \cos \frac{\phi + 2n\pi}{3} - \frac{\beta}{3\alpha}, \quad n \in \{1, 2, 3\} \quad (33)$$

joissa

$$\phi = \arccos \left(\frac{-\lambda}{2} \sqrt{\frac{-27}{\kappa^3}} \right) \quad (34)$$

Jos $\mu = 0$, yhtälöllä on kaksi erisuurta reaalijuurtta

$$\begin{cases} c_1 = 2 \cdot 3 \sqrt{\frac{-\lambda}{2} - \frac{\beta}{3\alpha}} \\ \left. \begin{matrix} c_2 \\ c_3 \end{matrix} \right\} = 3 \sqrt{\frac{\lambda}{2} - \frac{\beta}{3\alpha}} \end{cases} \quad (35)$$

joista jälkimmäinen on kaksoisjuuri.

Jos lisäksi $\lambda = 0$, yhtälöllä on yksi reaalinen kolmoisjuuri.

Jos $\mu > 0$, yhtälöllä on yksi reaalijuuri

$$c = 3\sqrt{\frac{-\lambda}{2} + \sqrt{\mu}} + 3\sqrt{\frac{-\lambda}{2} - \sqrt{\mu}} - \frac{\beta}{3\alpha} \quad (36)$$

ja kaksi kompleksijuurtta.

Tehtävän tapauksessa yhtälö 20 voidaan kirjoittaa yhtälön 29 muotoon, missä

$$\alpha = 2a_1 + a_2 \quad (37)$$

$$= 1,700 \text{ m}$$

$$\beta = -3t(2a_1 + a_2) \quad (38)$$

$$= -1,530 \text{ m}^2$$

$$\gamma = 3d(L - 2a_1 - a_2)(d - 2t) \quad (39)$$

$$= -0,795 \text{ m}^3$$

$$\delta = d^2(L - 2a_1 - a_2)(3t - 2d) \quad (40)$$

$$= -0,133 \text{ m}^4$$

Sijoittamalla lukuarvot saadaan

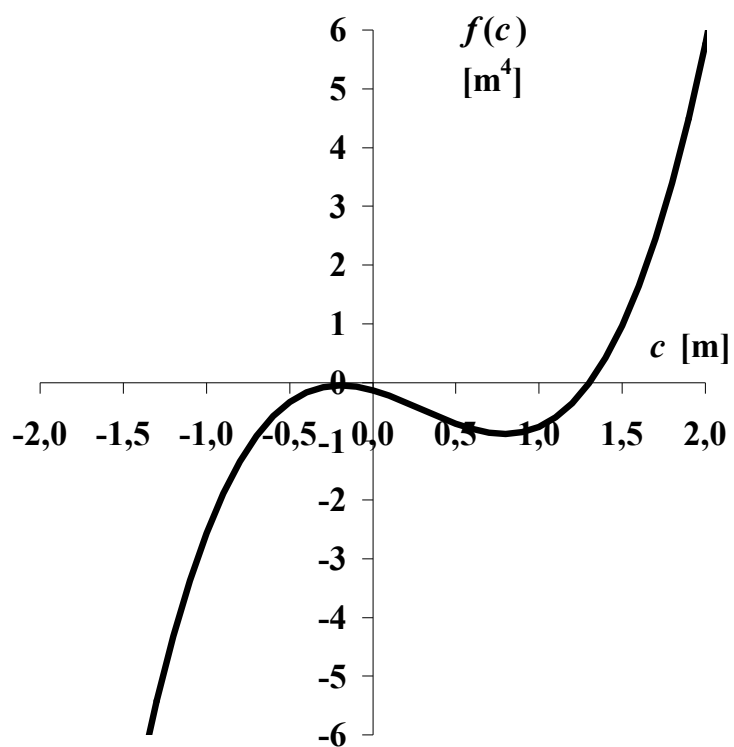
$$\kappa = -0,738 \text{ m}^2$$

$$\lambda = -0,272 \text{ m}^3$$

$$\mu = 0,004 \text{ m}^6$$

$$c = 1,304 \text{ m}$$

Vertaa kuva 5.



Kuva 5.

VI KOTITEHTÄVÄ

Suorita kuvan 1 mukaisen tukimuurin kantavuustarkastelu Eurokoodin SFS-EN 1997-1 Suomen kansallisen liitteen mukaan. Käytä murtorajatilan (GEO) mitoitus-tapaa 2. Tarkastele yksi kuormitustapaus, jossa osavarmuuskertoimet ovat

Kuormat: rakenne, maa ja lumi

$$\gamma_g = 1,35$$

$$\gamma_{gm} = 1,35$$

$$\gamma_q = 0,00$$

Maaparametrit: tilavuuspaino ja kitkakulma

$$\gamma_\gamma = 1,00$$

$$\gamma_\varphi = 1,00$$

Kestävyys

$$\gamma_R = 1,55$$

Maanpaine lasketaan aktiivipaineena. Liukupinta yksinkertaistetaan kuvan mukaiseksi, jolloin paine määritetään yhdessä kerroksessa. Oikealla puolella olevan maan painetta ei oteta huomioon.

Pysyvä kuorma, rakenteen paino, johon sisältyy tukimuurin omapaino

$$g = 0,300 \text{ MN/m}$$

Lumikuorma

$$q = 0,030 \text{ MN/m}$$

Tukimuurin mitat

$$a = 2,500 \text{ m}$$

$$b = 0,500 \text{ m}$$

$$d = 0,500 \text{ m}$$

$$h = 5,000 \text{ m}$$

$$t = 0,500 \text{ m}$$

Perustuksen toinen sivumitta

$$L = 3,000 \text{ m}$$

Kitkakulma

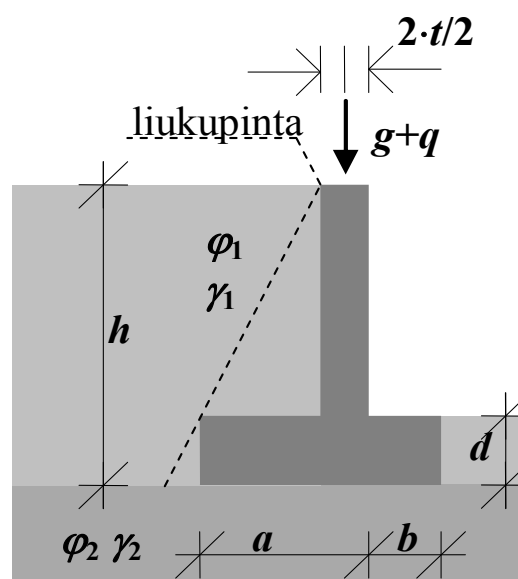
$$\varphi_1 = 32^\circ$$

$$\varphi_2 = 35^\circ$$

Tilavuuspaino

$$\gamma_1 = 0,017 \text{ MN/m}^3$$

$$\gamma_2 = 0,018 \text{ MN/m}^3$$



Kuva 1.

RAKENTEEN PAINO**Ominaisarvo**

$$\begin{aligned} G &= gL \\ &= 0,900 \text{ MN} \end{aligned} \quad (1)$$

Etäisyys peruslaatan keskeltä

$$\begin{aligned} e_G &= \frac{a+b}{2} - b - \frac{t}{2} \\ &= 0,750 \text{ m} \end{aligned} \quad (2)$$

Momentti

$$\begin{aligned} M_G &= e_G G \\ &= 0,675 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (3)$$

LUMEN PAINO**Ominaisarvo**

$$\begin{aligned} Q &= qL \\ &= 0,090 \text{ MN} \end{aligned} \quad (4)$$

Etäisyys peruslaatan keskeltä

$$\begin{aligned} e_Q &= e_G \\ &= 0,750 \text{ m} \end{aligned} \quad (5)$$

Momentti

$$\begin{aligned} M_Q &= e_Q Q \\ &= 0,068 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (6)$$

MAAN PAINO**Liukupinnan alle jäävän maan paino**

$$\begin{aligned} G_m &= \gamma \gamma_1 \frac{1}{2} (a-t)(h-d)L \\ &= 0,230 \text{ MN} \end{aligned} \quad (7)$$

Etäisyys peruslaatan keskeltä

$$e_m = \frac{2}{3}(a-t) - \frac{a+b}{2}$$

$$= -0,167 \text{ m} \quad (8)$$

Momentti

$$M_m = e_m G_m$$

$$= -0,038 \text{ MNm} \quad (9)$$

AKTIIVINEN MAANPAINE

Liukupinnan kaltevuus pystytasoon nähden (kuva 2)

$$\alpha = -\arctan\left(\frac{a-t}{h-d}\right)$$

$$= -23,962^\circ \quad (10)$$

Maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden

$$\beta = 0^\circ$$

Kitkakulma

$$\varphi_{di} = \gamma_\varphi \varphi_i$$

$$\varphi_{d1} = 32,000^\circ \quad (11)$$

Seinäkitkakulma liukupinnassa

$$\delta_1 = \varphi_1$$

$$= 32,000^\circ \quad (12)$$

Aktiivisen maanpaineen horisontaalikomponentin maanpaineluku

$$K_{ahi} = \frac{\cos^2(\varphi_{di} + \alpha)}{\cos^2 \alpha \left(1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi_{di} + \delta_i) \sin(\varphi_{di} - \beta)}{\cos(\alpha - \delta_i) \cos(\alpha + \beta)}} \right)^2}$$

$$K_{ah} = 0,304 \quad (13)$$

Maanpaineen horisontaalikomponentti

$$\begin{aligned}
 P &= K_{ah} \gamma_1 h^2 L / 2 \\
 &= 0,194 \text{ MN}
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Etäisyys tukimuurin alaosaan

$$\begin{aligned}
 e_P &= h / 3 \\
 &= 1,667 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Momentti

$$\begin{aligned}
 M_P &= e_P P \\
 &= 0,323 \text{ MNm}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Vertikaalikomponentti

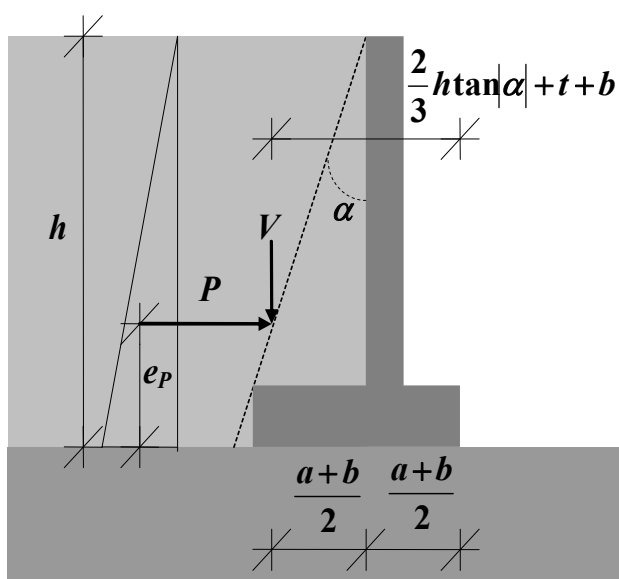
$$\begin{aligned}
 V &= P \tan(\delta_1 - \alpha) \\
 &= 0,287 \text{ MN}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Etäisyys peruslaatan keskeltä

$$\begin{aligned}
 e_V &= (a+b)/2 - (\tan|\alpha| 2h/3 + t + b) \\
 &= -0,981 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Momentti

$$\begin{aligned}
 M_V &= e_V V \\
 &= -0,282 \text{ MNm}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$



Kuva 2.

KUORMIEN YHDISTELY

Kuormakomponenttien laskenta-arvot

$$\begin{aligned} H_d &= \gamma_{gm} P \\ &= 0,262 \text{ MN} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} V_d &= \gamma_g G + \gamma_{gm} (G_m + V) + \gamma_q Q \\ &= 1,912 \text{ MN} \end{aligned} \quad (21)$$

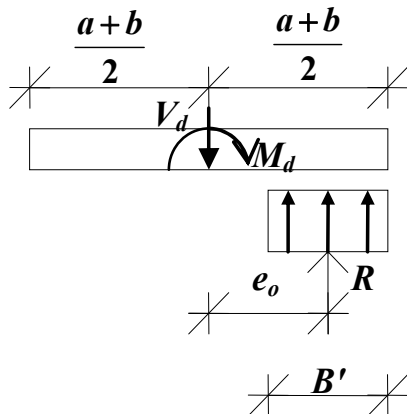
$$\begin{aligned} M_d &= \gamma_g M_G + \gamma_{gm} (M_m + M_V + M_P) + \gamma_q M_Q \\ &= 0,916 \text{ MNm} \end{aligned} \quad (22)$$

POHJAPAINE

Momenttitasapaino kiertymispisteen suhteen (kuva 3)

$$0 = M_d - V_d e_o \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow e_o &= \frac{M_d}{V_d} \\ &= 0,479 \text{ m} \end{aligned} \quad (24)$$



Kuva 3.

Tasaisen pohjapaineen vaikutusalueen pituus
(kantavuuskaavassa tehokkaan alueen pienempi sivumitta)

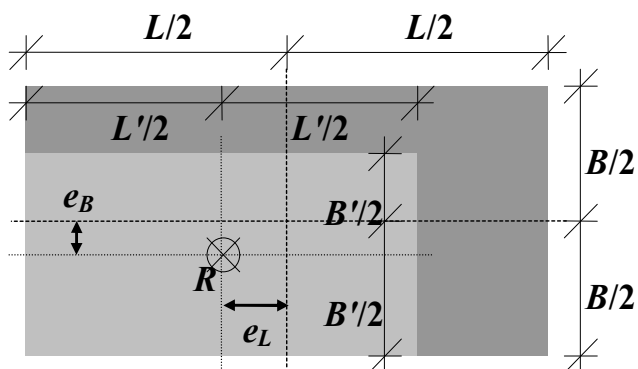
$$\begin{aligned} B' &= 2[(a+b)/2 - e_o] \\ &= 2,042 \text{ m} \end{aligned} \quad (25)$$

Peruslaatan tehokkaan alueen suurempi sivumitta

$$\begin{aligned} L' &= L \\ &= 3,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (26)$$

Tehokkaan alueen ala (kuva 4)

$$\begin{aligned} A' &= B'L' \\ &= 6,127 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (27)$$



Kuva 4.

Pohjapaineen suuruus

$$\begin{aligned} q_d &= \frac{V_d}{A'} \\ &= 0,312 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (28)$$

KANTAVUUS

Koheesion laskenta-arvo

$$c' = 0 \text{ MN/m}^2$$

Perustamistason alapuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma' &= \gamma_2 \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (29)$$

Tehokas mitoituspainne perustamistasolla

$$\begin{aligned} q' &= d \gamma_1 \\ &= 0,009 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Pohjan kaltevuus

$$\alpha = 0^\circ$$

Kitkakulman laskenta-arvo perustamistason alapuolella

$$\begin{aligned} \varphi' &= \arctan\left(\frac{\tan \varphi_2}{\gamma_\varphi}\right) \\ &= 35^\circ \end{aligned} \quad (31)$$

Kantavuuskertoimet

$$\begin{aligned} N_q &= \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} \\ &= 33,296 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} N_\gamma &= 2 \left[\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} - 1 \right] \tan \varphi' \\ &= 45,228 \end{aligned} \quad (33)$$

Perustuksen pohjan kaltevuuskertoimet

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} b_q \\ b_\gamma \end{array} \right\} &= (1 - \alpha \tan \varphi')^2 \\ &= 1,000 \end{aligned} \quad (34a, b)$$

Peruslaatan muodon vaikutuskertoimet

$$\begin{aligned} s_q &= 1 + \frac{B'}{L'} \sin \varphi' \\ &= 1,391 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} s_\gamma &= 1 - 0,3 \frac{B'}{L'} \\ &= 0,796 \end{aligned} \quad (36)$$

Parametri m

$$m = m_B \quad (37)$$

$$= \frac{2 + \frac{B'}{L'}}{1 + \frac{B'}{L'}} \quad (38)$$

$$= 1,595$$

Kuormitusresultantin kaltevuuden vaikutuskertoimet

$$i_q = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A' c' \cot \varphi'} \right)^m \quad (39)$$

$$= 0,791$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{H_d}{V_d + A' c' \cot \varphi'} \right)^{m+1} \quad (40)$$

$$= 0,683$$

Kantokyky

$$q_m = \frac{R}{A'} \quad (41)$$

$$= c' N_c b_c s_c i_c + q' N_q b_q s_q i_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (42)$$

$$= 0,763 \text{ MN/m}^2$$

Kantokyvyn laskenta-arvo

$$q_{md} = \frac{q_m}{\gamma_R} \quad (43)$$

$$= 0,492 \text{ MN/m}^2$$

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen

$$n = q_{md} / q_d \quad (44)$$

$$= 1,577 > 1, \text{ OK}$$

VASTAUS: Maapohjan kantavuus on riittävä.

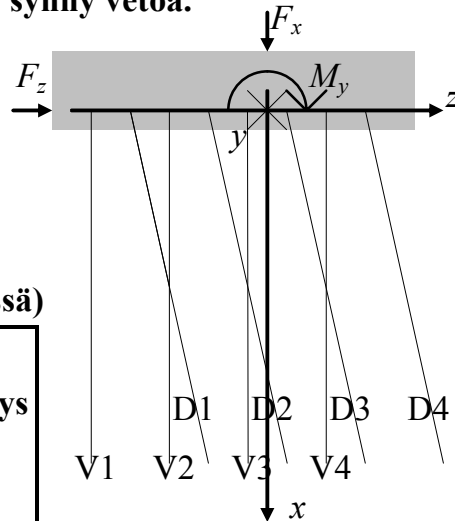
VII KOTITEHTÄVÄ

Missä rajoissa kuvan 1 mukaiseen lyöntipaaluryhmään kohdistuva vaakavoima F_z saa vaihdella, niin ettei paaluihin synny vetoa.

Kuormitus

$$F_x = 2,000 \text{ MN}$$

$$M_y = 0,500 \text{ MNm}$$



Taulukko 1. Vertikaalipaalut (z_{vi} paalun yläpäässä)

Muuttuja	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Suht. jäykkyys
Symboli	i_v	n_{vi}	z_{vi}	k_{vi}
Yksikkö	-	kpl	m	-
Lukuarvo	1	2	-4,000	1,000
	2	3	-2,000	1,000
	3	2	0,000	1,000
	4	3	2,000	1,000

Kuva 1.

Taulukko 2. Diagonaalipaalut (z_{Di} paalun yläpäässä), joiden kaltevuus

$$1/\tan\alpha = 3,500$$

Muuttuja	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Suht. jäykkyys
Symboli	i_D	n_{Di}	z_{Di}	k_{Di}
Yksikkö	-	kpl	m	-
Lukuarvo	1	1	-3,000	0,962
	2	3	-1,000	0,962
	3	4	1,000	0,962
	4	2	3,000	0,962

Pysty- vinopaalujen suhteelliset jäykkyydet ovat keskenään verrannollisia

$$k_i = \frac{\frac{E_i A_i}{L_i}}{\frac{E_0 A_0}{L_0}}$$

Diagonaalien kaltevuuskulma

$$\begin{aligned}\alpha &= 15,945^\circ \\ &= 0,278 \text{ deg}\end{aligned}$$

Vertikaali- ja diagonaalipaalujen aksiaaliset jäykkyydet

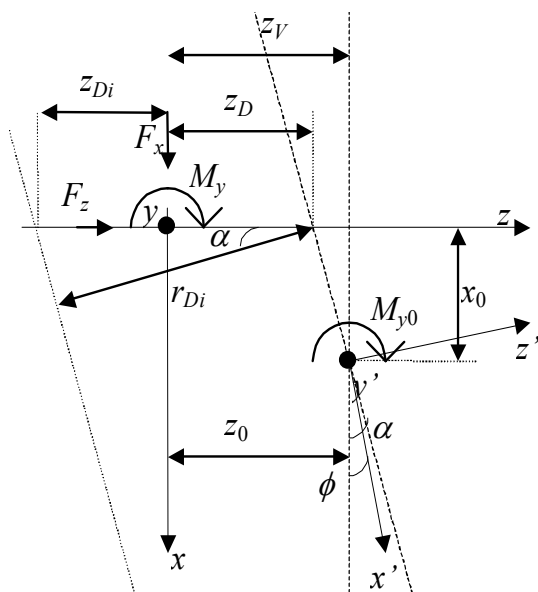
$$\begin{aligned}A_V &= \sum n_{Vi} k_{Vi} \\ &= 10,000\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}A_D &= \sum n_{Di} k_{Di} \\ &= 9,620\end{aligned}\quad (2)$$

Vertikaali ja diagonaalipaalujen painopisteakseliä etäisyydet origosta paalun katkaisutasolla (kuva 2)

$$\begin{aligned}z_V &= \frac{\sum n_{Vi} k_{Vi} z_{Vi}}{A_V} \\ &= -0,800 \text{ m}\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}z_D &= \frac{\sum n_{Di} k_{Di} z_{Di}}{A_D} \\ &= 0,400 \text{ m}\end{aligned}\quad (4)$$



Kuva 2.

Kiertokeskiön sijainti

$$\begin{cases} x_0 = \frac{z_V - z_D}{\tan \alpha} \\ z_0 = z_V \end{cases} \quad (5a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -4,200 \text{ m} \\ z_0 = -0,800 \text{ m} \end{cases}$$

Vertikaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertokeskiöstä

$$r_{Vi} = z_{Vi} - z_0 \quad (6)$$

$$r_{V1} = -3,200 \text{ m}$$

$$r_{V2} = -1,200 \text{ m}$$

$$r_{V3} = 0,800 \text{ m}$$

$$r_{V4} = 2,800 \text{ m}$$

Diagonaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertokeskiöstä

$$r_{Di} = (z_{Di} - z_D) \cos \alpha \quad (7)$$

$$r_{D1} = -3,269 \text{ m}$$

$$r_{D2} = -1,346 \text{ m}$$

$$r_{D3} = 0,577 \text{ m}$$

$$r_{D4} = 2,500 \text{ m}$$

Jäyhyysmomentti kiertokeskiön suhteen

$$\begin{cases} I_V = \sum n_{Vi} k_{Vi} r_{Vi}^2 \\ I_D = \sum n_{Di} k_{Di} r_{Di}^2 \end{cases} \quad (8a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_V = 49,600 \text{ m}^2 \\ I_D = 28,816 \text{ m}^2 \\ I = I_V + I_D \\ = 78,416 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (9)$$

Kuormitus kiertokeskiössä

$$F_{x0} = F_x \quad (10)$$

$$F_{z0} = F_z \quad (11)$$

$$M_{y0} = M_y - F_x z_0 + F_z x_0 \quad (12)$$

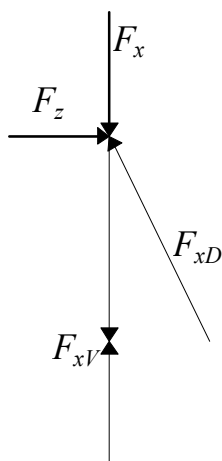
Kuormasuudet

$$F_{xV} = F_x - F_z / \tan \alpha \quad (13)$$

$$F_{xD} = F_z / \sin \alpha \quad (14)$$

$$M_V = \frac{I_V}{I_V + I_D} M_{y0} \quad (15)$$

$$M_D = \frac{I_D}{I_V + I_D} M_{y0} \quad (16)$$



Kuva 3.

Pystypaalun aksiaalivoiman

$$N_{Vi} = k_{Vi} \left(\frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_V r_{Vi}}{I_V} \right) \quad (17)$$

tulee olla positiivinen

$$0 \leq \frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_V r_{Vi}}{I_V} \quad (18)$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{F_x}{A_V} - \frac{F_z}{A_V \tan \alpha} + \frac{M_y - F_x z_0 + F_z x_0}{I} r_{Vi} \quad (19)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{A_V \tan \alpha} - \frac{x_0 r_{Vi}}{I} \right) F_z \leq \frac{F_x}{A_V} + \frac{M_y - F_x z_0}{I} r_{Vi} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \frac{I - x_0 r_{Vi} A_V \tan \alpha}{A_V I \tan \alpha} F_z \leq \frac{I F_x + A_V r_{Vi} (M_y - F_x z_0)}{A_V I} \quad (21)$$

$$\Rightarrow F_z \begin{cases} \leq \frac{IF_x + A_V r_{Vi}(M_y - F_x z_0)}{B_{Vi}} \tan \alpha, & B_V \geq 0 \\ \geq \frac{IF_x + A_V r_{Vi}(M_y - F_x z_0)}{B_{Vi}} \tan \alpha, & B_V \leq 0 \end{cases} \quad (22a, b)$$

Missä nimittäjä

$$\begin{aligned} B_{Vi} &= I - x_0 r_{Vi} A_V \tan \alpha & (23) \\ B_{V1} &= 40,016 \text{ m}^2 \\ B_{V2} &= 64,016 \text{ m}^2 \\ B_{V3} &= 88,016 \text{ m}^2 \\ B_{V4} &= 112,016 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Vaakavoiman ääriarvot pystypaaluille

$$\begin{aligned} F_{z,V1} &\leq 0,640 \text{ MN} \\ F_{z,V2} &\leq 0,587 \text{ MN} \\ F_{z,V3} &\leq 0,564 \text{ MN} \\ F_{z,V4} &\leq 0,550 \text{ MN} \end{aligned}$$

Vinopaalun aksiaalivoiman

$$N_{Di} = k_{Di} \left(\frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_D r_{Di}}{I_D} \right) \quad (24)$$

tulee olla positiivinen

$$0 \leq \frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_D r_{Di}}{I_D} \quad (25)$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{F_z}{A_D \sin \alpha} + \frac{M_y - F_x z_0 + F_z x_0}{I} r_{Di} \quad (26)$$

$$\Rightarrow - \left(\frac{1}{A_D \sin \alpha} + \frac{x_0 r_{Di}}{I_V + I_D} \right) F_z \leq \frac{M_y - F_x z_0}{I} r_{Di} \quad (27)$$

$$\Rightarrow \frac{I + x_0 r_{Di} A_D \sin \alpha}{I A_D \sin \alpha} F_z \geq \frac{F_x z_0 - M_y}{I} r_{Di} \quad (28)$$

$$\Rightarrow F_z \begin{cases} \leq \frac{F_x z_0 - M_y}{B_{Di}} r_{Di} A_D \sin \alpha, & B_{Di} \leq 0 \\ \geq \frac{F_x z_0 - M_y}{B_{Di}} r_{Di} A_D \sin \alpha, & B_{Di} \geq 0 \end{cases} \quad (29a, b)$$

Missä nimittäjä

$$\begin{aligned} B_{Di} &= I + x_0 r_{Di} A_D \sin \alpha & (30) \\ B_{D1} &= 114,704 \text{ m}^2 \\ B_{D2} &= 93,358 \text{ m}^2 \\ B_{D3} &= 72,013 \text{ m}^2 \\ B_{D4} &= 50,667 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Vaakavoiman ääriarvot vinopaaluille

$$\begin{aligned} F_{z,D1} &\geq 0,158 \text{ MN} \\ F_{z,D2} &\geq 0,080 \text{ MN} \\ F_{z,D3} &\geq -0,044 \text{ MN} \\ F_{z,D4} &\geq -0,274 \text{ MN} \end{aligned}$$

VASTAUS: Pienin ja suurin vaakavoima

$$\begin{aligned} F_{z,\min} &= 0,158 \text{ MN} \\ F_{z,\max} &= 0,550 \text{ MN} \end{aligned}$$

VIII KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä kuvan 1 suurpaalun ja vedessä olevan pilarin leikkausvoima-, taivutusmomentti-, taipuma- ja maanpainejakauma kolmea palkkielementtiä käyttäen! Suurpaalun alapään kiinnitys oletetaan nivelelliseksi.

Kuormitus

$$H = 1,200 \text{ MN}$$

$$M = -0,500 \text{ MNm}$$

Alustaluku

$$c_A = 15 \text{ MN/m}^3$$

$$c_B = 11 \text{ MN/m}^3$$

$$c_C = 8 \text{ MN/m}^3$$

$$c_D = 5 \text{ MN/m}^3$$

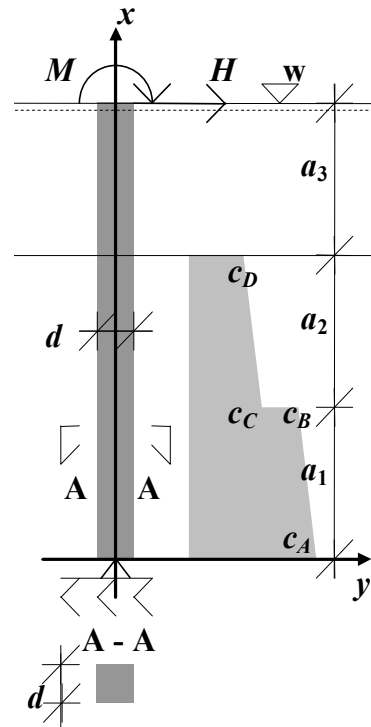
Mitta

$$a_i = 4 \text{ m}$$

TB-paalu, poikkileikkaus neliö

$$K = 40 \text{ MN/m}^2$$

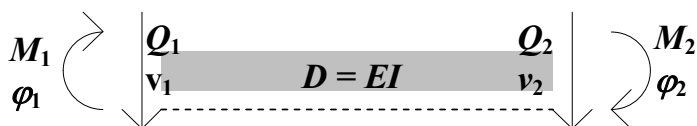
$$d = 1 \text{ m}$$



Kuva 1.

Palkkielementin tasapainoehto (kuva 2)

$$\begin{bmatrix} \frac{12D}{L^3} & \frac{6D}{L^2} & -\frac{12D}{L^3} & \frac{6D}{L^2} \\ \frac{6D}{L^2} & \frac{4D}{L} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{2D}{L} \\ \frac{L^2}{6D} & \frac{L}{4D} & -\frac{L^2}{6D} & \frac{L}{2D} \\ -\frac{12D}{L^3} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{12D}{L^3} & -\frac{6D}{L^2} \\ \frac{L^2}{6D} & \frac{L}{4D} & -\frac{L^2}{6D} & \frac{L}{2D} \\ \frac{6D}{L^2} & \frac{2D}{L} & -\frac{6D}{L^2} & \frac{4D}{L} \\ \frac{L^2}{6D} & \frac{L}{4D} & -\frac{L^2}{6D} & \frac{L}{2D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$



Kuva 2.

Jousivakio paalun osan yläpäässä

$$k_i = d \cdot \frac{a_i(c_{i-1,i} + 3c_{i,i-1}) + a_{i+1}(3c_{i,i+1} + c_{i+1,i})}{8} \quad (1)$$

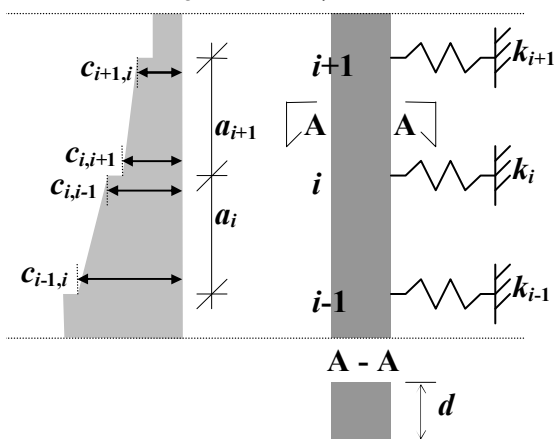
$$k_0 = \infty \text{ MN/m}$$

$$= 1,0\text{E}+100 \text{ MN/m}$$

$$k_1 = 38,500 \text{ MN/m}$$

$$k_2 = 11,500 \text{ MN/m}$$

$$k_3 = 0,000 \text{ MN/m}$$



Kuva 3.

Kertoimet

$$k = 1$$

$$K_0 = 25 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2$$

Betonin kimmokerroin

$$E_i = k \sqrt{KK_0} \quad (2)$$

$$= 31\,623 \text{ MN/m}^2$$

Neliön jäyhyysmomentti

$$I = d^4/12 \quad (3)$$

$$= 0,083 \text{ m}^4$$

Pilarin jäykkyys

$$D = EI \quad (4)$$

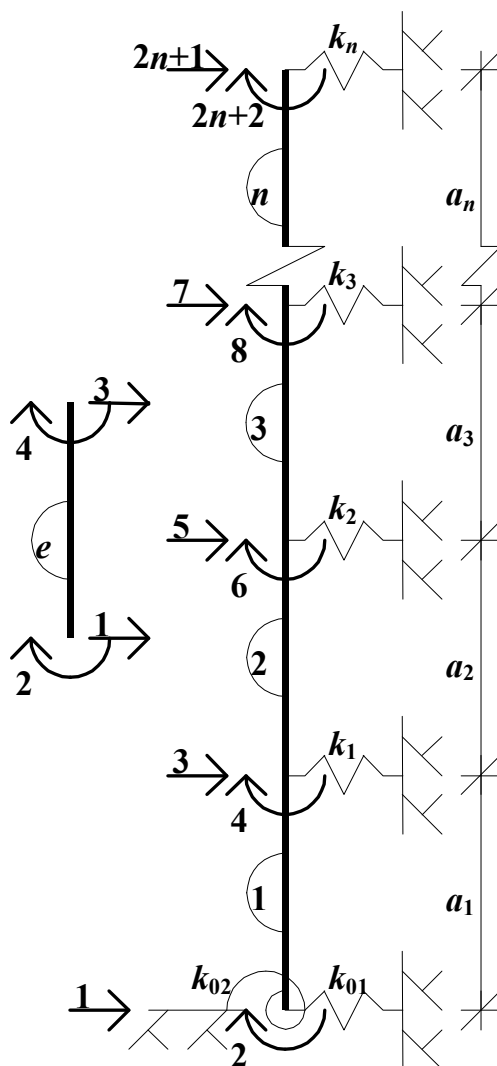
$$= 2\,635 \text{ MNm}^2$$

Elementin i jäykkyysmatriisi

$$K_i^e = \begin{bmatrix} 494 & 988 & -494 & 988 \\ 988 & 2\,635 & -988 & 1\,318 \\ -494 & -988 & 494 & -988 \\ 988 & 1\,318 & -988 & 2\,635 \end{bmatrix}$$

Yksiköt

$$[K_i^e] = \begin{bmatrix} \text{MN/m} & \text{MN} & \text{MN/m} & \text{MN} \\ \text{MN} & \text{MNm} & \text{MN} & \text{MNm} \\ \text{MN/m} & \text{MN} & \text{MN/m} & \text{MN} \\ \text{MN} & \text{MNm} & \text{MN} & \text{MNm} \end{bmatrix}$$



Kuva 4.

Systeemin tasapainoehdosta

$$F = K\delta \quad (5)$$

saadaan siirtymävektori

$$\delta = K^{-1}F \quad (6)$$

Systeemin jäykkyyismatriisi (kuva 4)

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} & k_{68} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & k_{78} \\ k_{81} & k_{82} & k_{83} & k_{84} & k_{85} & k_{86} & k_{87} & k_{88} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$= \begin{bmatrix} k_{11}^1 + k_{01} & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21} = k_{12} & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31} = k_{13} & k_{32} = k_{23} & k_{33}^1 + k_{11}^2 + k_1 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 & 0 & 0 \\ k_{41} = k_{14} & k_{42} = k_{24} & k_{43} = k_{34} & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 & 0 & 0 \\ k_{51} = k_{15} & k_{52} = k_{25} & k_{53} = k_{35} & k_{54} = k_{45} & k_{33}^2 + k_{11}^3 + k_2 & k_{34}^2 + k_{12}^3 & k_{13}^3 & k_{14}^3 \\ k_{61} = k_{16} & k_{62} = k_{26} & k_{63} = k_{36} & k_{64} = k_{46} & k_{65} = k_{56} & k_{44}^2 + k_{22}^3 & k_{23}^3 & k_{24}^3 \\ k_{71} = k_{18} & k_{72} = k_{27} & k_{73} = k_{37} & k_{74} = k_{47} & k_{75} = k_{57} & k_{76} = k_{67} & k_{33}^3 + k_3 & k_{34}^3 \\ k_{81} = k_{18} & k_{82} = k_{28} & k_{83} = k_{38} & k_{84} = k_{48} & k_{85} = k_{58} & k_{86} = k_{68} & k_{87} = k_{78} & k_{44}^3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Matriisi K lukuarvoina

1,0E+100	988	-494	988	0	0	0	0
988	2635	-988	1318	0	0	0	0
-494	-988	1027	0	-494	988	0	0
988	1318	0	5270	-988	1318	0	0
0	0	-494	-988	1000	0	-494	988
0	0	988	1318	0	5270	-988	1318
0	0	0	0	-494	-988	494	-988
0	0	0	0	988	1318	-988	2635

Matriisin K yksiköt

MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm
MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN	MN/m	MN
MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm	MN	MNm

Käänteismatriisi K^{-1}

0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,001	0,003	0,001	0,005	0,000	0,006	0,000
0,000	0,003	0,013	0,003	0,022	0,002	0,030	0,002
0,000	0,001	0,003	0,001	0,006	0,001	0,010	0,001
0,000	0,005	0,022	0,006	0,050	0,008	0,081	0,008
0,000	0,000	0,002	0,001	0,008	0,002	0,016	0,002
0,000	0,006	0,030	0,010	0,081	0,016	0,152	0,019
0,000	0,000	0,002	0,001	0,008	0,002	0,019	0,004

Käänteismatriisin K^{-1} yksiköt

m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm
m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN	m/MN	1/MN
1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm	1/MN	1/MNm

Systeemin kuormavektorin alkio

$$\begin{aligned}
 F_0 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_0 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_1 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_1 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_2 &= 0,000 \text{ MN} \\
 M_2 &= 0,000 \text{ MNm} \\
 F_3 &= 1,200 \text{ MN} \\
 M_3 &= -0,500 \text{ MNm}
 \end{aligned}$$

Siirtymävektorin alkio

$$\begin{aligned}
 w_0 &= 0,000 \text{ m} \\
 \varphi_0 &= 0,007 \text{ rad} \\
 w_1 &= 0,035 \text{ m} \\
 \varphi_1 &= 0,011 \text{ rad} \\
 w_2 &= 0,093 \text{ m} \\
 \varphi_2 &= 0,018 \text{ rad} \\
 w_3 &= 0,173 \text{ m} \\
 \varphi_3 &= 0,021 \text{ rad}
 \end{aligned}$$

Elementin voimasuureet

$$F_i^e = K_i^e \delta_i^e \quad (9)$$

1. elementti

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = K_i^e \cdot \begin{Bmatrix} 0,000000 \text{ m} \\ 0,007440 \text{ rad} \\ 0,034633 \text{ m} \\ 0,011095 \text{ rad} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,204 \text{ MN} \\ 0,000 \text{ MNm} \\ -1,204 \text{ MN} \\ 4,817 \text{ MNm} \end{Bmatrix}$$

2. elementti

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = K_i^e \cdot \begin{Bmatrix} 0,034633 \text{ m} \\ 0,011095 \text{ rad} \\ 0,093114 \text{ m} \\ 0,018014 \text{ rad} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,129 \text{ MN} \\ -4,817 \text{ MNm} \\ 0,129 \text{ MN} \\ 4,300 \text{ MNm} \end{Bmatrix}$$

3. elementti

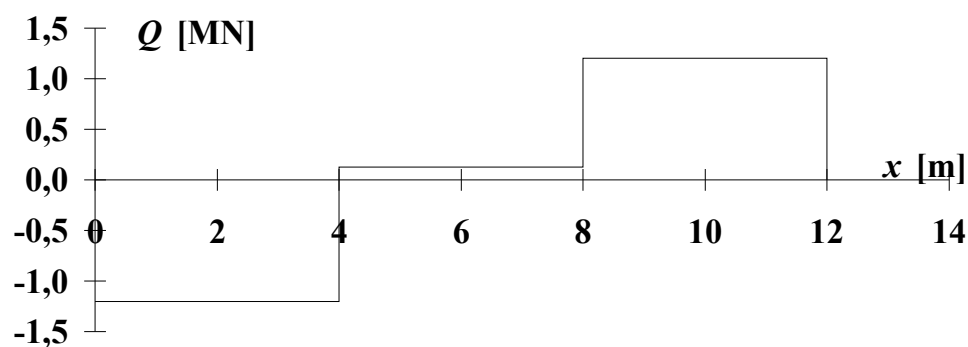
$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ M_1 \\ Q_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = K_i^e \cdot \begin{Bmatrix} 0,093114 \text{ m} \\ 0,018014 \text{ rad} \\ 0,173369 \text{ m} \\ 0,020898 \text{ rad} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1,200 \text{ MN} \\ -4,300 \text{ MNm} \\ 1,200 \text{ MN} \\ -0,500 \text{ MNm} \end{Bmatrix}$$

VASTAUS:

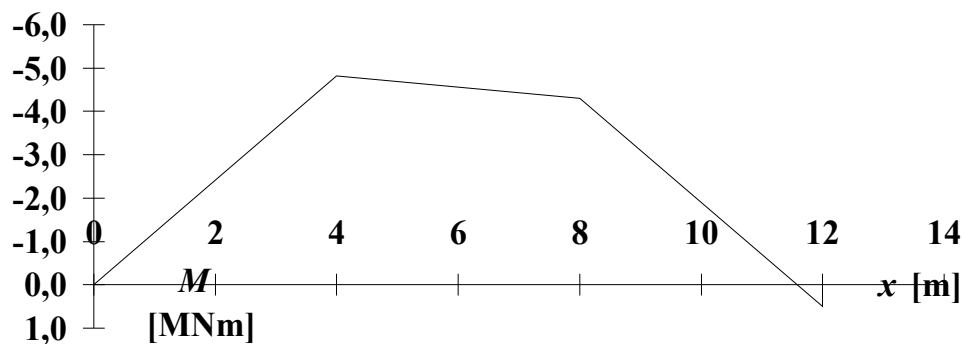
Systemin leikkausvoima-, taivutusmomentti-, taipuma- ja maanpainejakauma on esitetty taulukossa 1 sekä kuvissa 5...8. Kuvasta 9 ilmenee leikkausvoiman ja taivutusmomentin positiiviset suunnat.

Taulukko 1.

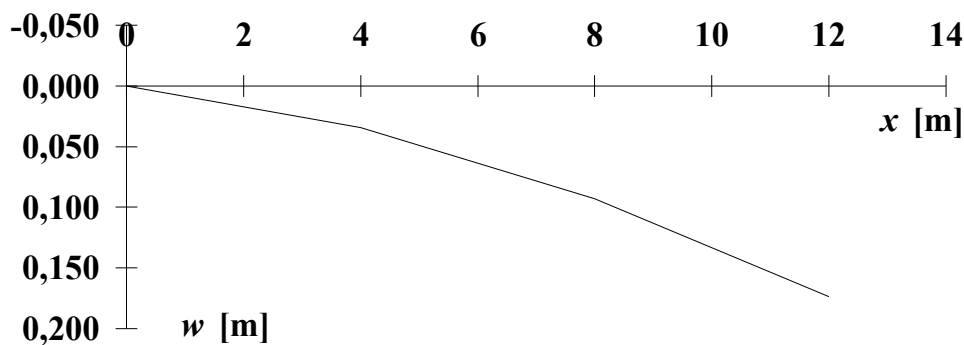
x_i [m]	Q_i [MN]	M_i [MNm]	w_i [m]	c_i [MN/m ³]	$q_i = c_i w_i$ [MN/m ²]
0	-1,204	0,000	0,000	15	0,000
4	-1,204	-4,817	0,035	11	0,381
4	0,129	-4,817	0,035	8	0,277
8	0,129	-4,300	0,093	5	0,466
8	1,200	-4,300	0,093	0	0,000
12	1,200	0,500	0,173	0	0,000
12	0,000	0,000		0	0,000



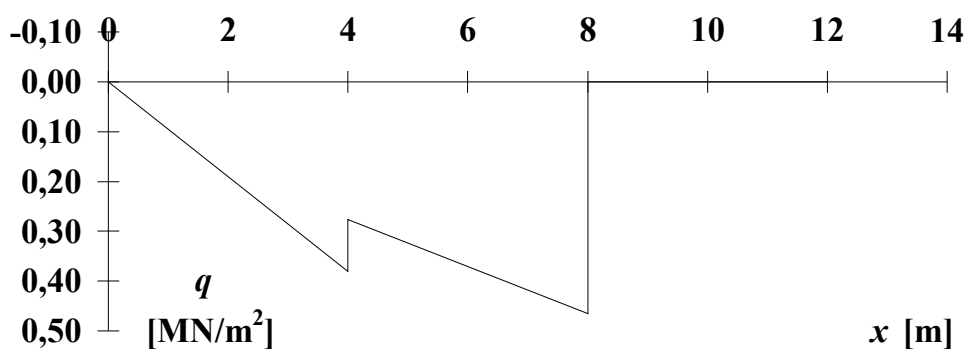
Kuva 5.



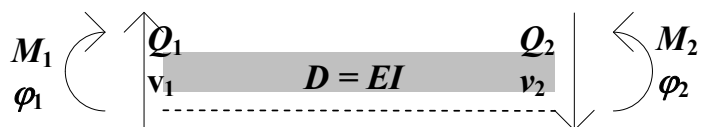
Kuva 6.



Kuva 7.



Kuva 8.



Kuva 9. Positiiviset suunnat (vrt. kuva 2).

IX KOTITEHTÄVÄ

Kuvan 1 mukaisen jäykän peruslaatan alusta kuvataan neljällä jousella (Winklerin alustamalli), jotka ovat etäisyyden a päässä toisistaan. Jousivakiot ovat

$$k_1 = k$$

$$k_2 = 2k$$

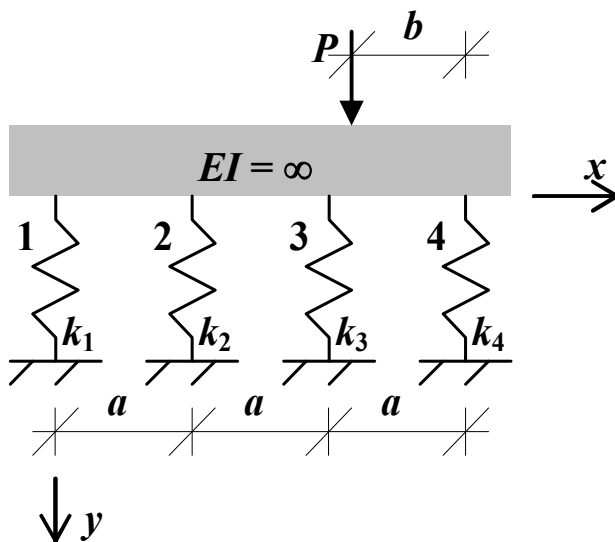
$$k_3 = 3k$$

$$k_4 = 4k$$

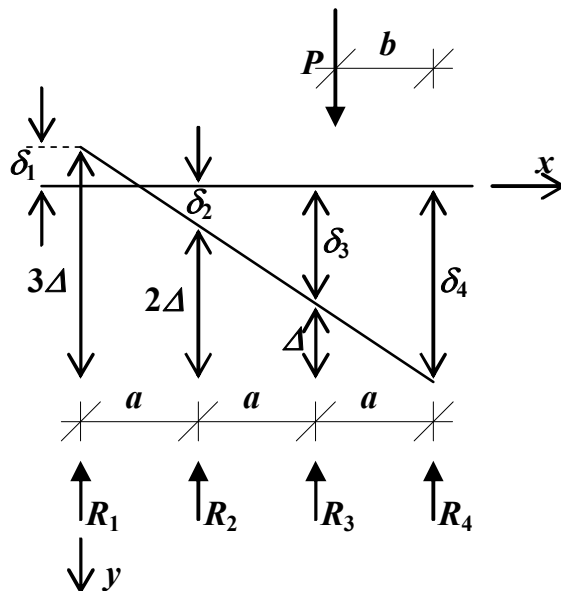
Etäisyyden b päässä oikeanpuolimmaisimmasta jousesta vaikuttaa pistevoima P (pituusyksikköä kohti kuvatasoa kohtisuorassa suunnassa). Määritä alustaa kuvaavat jousivoimat

$$R_i = R_i(a, b, P)$$

Missä rajoissa b -mitta voi vaihdella ilman että yhteenkään jouseen tulee venymää?



Kuva 1.



Kuva 2.

Tasapainoehdot (kuva 2)

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum M_4 = 0 \end{cases} \quad (1a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = \sum_{i=1}^4 R_i \\ bP = \sum_{i=1}^3 e_i R_i \end{cases} \quad (2a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \\ bP = e_1 R_1 + e_2 R_2 + e_3 R_3 \end{cases} \quad (3a, b)$$

jossa

$$e_1 = 3a \quad (4)$$

$$e_2 = 2a \quad (5)$$

$$e_3 = a \quad (6)$$

ja

$$R_i = k_i \delta_i \quad (7)$$

jossa

$$\delta_1 = \delta_4 - 3\Delta \quad (8)$$

$$\delta_2 = \delta_4 - 2\Delta \quad (9)$$

$$\delta_3 = \delta_4 - \Delta \quad (10)$$

Tasapainoehdoksi saadaan

$$\begin{cases} P = k(10\delta_4 - 10\Delta) \\ bP = ak(10\delta_4 - 20\Delta) \end{cases} \quad (11a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_4 = \frac{P}{10k} + \Delta \\ \Delta = \frac{P}{10k} \left(1 - \frac{b}{a}\right) \end{cases} \quad (12a, b)$$

Jousien painumat

$$\delta_1 = \frac{P}{10k} \left(-1 + 2\frac{b}{a}\right) \quad (13)$$

$$\delta_2 = \frac{P}{10k} \left(\frac{b}{a}\right) \quad (14)$$

$$\delta_3 = \frac{P}{10k} \quad (15)$$

$$\delta_4 = \frac{P}{10k} \left(2 - \frac{b}{a}\right) \quad (16)$$

b -mitan rajat

$$\begin{cases} \delta_1 \geq 0 \\ \delta_4 \geq 0 \end{cases} \quad (17a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\frac{b}{a} - 1 \geq 0 \\ 2 - \frac{b}{a} \geq 0 \end{cases} \quad (18a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \geq \frac{a}{2} \\ b \leq 2a \end{cases} \quad (19a, b)$$

VASTAUS:**Tukireaktiot**

$$R_1 = \frac{P}{10} \left(-1 + 2 \frac{b}{a} \right) \quad (20)$$

$$R_2 = \frac{2Pb}{10a} \quad (21)$$

$$R_3 = \frac{3P}{10} \quad (22)$$

$$R_4 = \frac{4P}{10} \left(2 - \frac{b}{a} \right) \quad (23)$$

Kuorman vaihteluväli

$$\frac{a}{2} \leq b \leq 2a \quad (24)$$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

KOTITEHTÄVÄT 2011

AALTO-YLIOPISTO
R. S.

Rak-11.2107
Sillat ja perustukset

KOTITEHTÄVÄT

Syksy 2011

KOTITEHTÄVÄT**SISÄLLYS**

	Sivu
Rakenteiden kuormat	
I Kuormien yhdistely	3
Maanpaine	
II Aktiivi- ja passiivipaine	7
Poikkileikkauksen sydänkuvio	
III Peruslaatta	13
Kallioperustus	
IV Peruslaatta	21
Peruslaatan kantavuustarkastelu	
V Eurokoodi	27
Lyöntipaaluryhmä	
VI Paalut kahdessa suunnassa	35
Suurpaalu	
VII Yksikkövoimamenetelmä	43
Perustus kimmoisella alustalla	
VIII Differenssimenetelmä	49
Siltojen kuormat	
IX Yksikkövoimamenetelmä	55

I KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 tukirakennetta rasittavien voimasuureiden kaikki mahdolliset kuormitusyhdistelmät murtorajatilassa (GEO) sekä

- A) Eurokoodin SFS-EN 1997-1 mitoitustavan 2 että
 B) Eurokoodin Suomen kansallisen liitteen NA SFS-EN 1997-1

<http://www.eurocodes.fi/1997/1997-1/NA%20SFS-EN1997-1-YM.pdf>

mukaan siten, että kaikkien kuormitustapausten kertoimet käyvät ilmi; voimasuureiden arvoja ei tarvitse laskea kaikille kuormitustapauksille.

Luotettavuusluokka on RC2.

Tarkista liukuvarmuus tapauksissa A ja B!

Laskelmat tehdään juoksumetriä kohti kuvatasoa kohtisuorassa suunnassa.

Pysyvä kuorma, joka sisältää rakenteen omanpainon

$$G = 0,012 \text{ MN/m}$$

Hyötykuorma, joka on oleskelukuorma

$$Q = 0,004 \text{ MN/m}$$

Tuulikuorma

$$\pm w = 0,001 \text{ MN/m}^2$$

Mitat

$$a = 1,200 \text{ m}$$

$$b = 1,500 \text{ m}$$

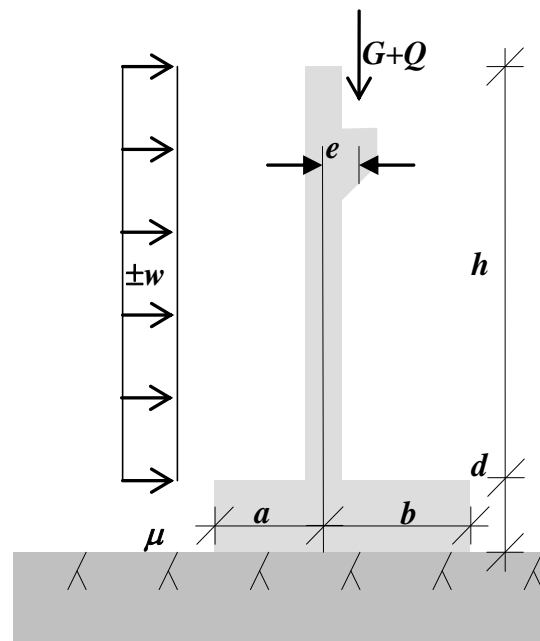
$$d = 1,000 \text{ m}$$

$$e = 0,015 \text{ m}$$

$$h = 5,000 \text{ m}$$

Kitkakerroin peruslaatan ja kallion välissä

$$\mu = 0,750$$



A) KUORMIEN YHDISTELY EN-1997-1:N MUKAAN

Mitoitustavan 2 osavarmuuslukujen yhdistelmä on

$$A1 "+" M1 "+" R2 \quad (1)$$

jossa (*Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1*)

- A viittaa kuormiin tai kuormien vaikutuksiin (liitteen A taulukko A.3),
- M viittaa maaparametreihin (taulukko A.4),
- R viittaa kestävyYTEEN (taulukko A.5),
- numerot 1 ja 2 viittaavat sarjoihin 1 ja 2 ja
- "+" tarkoittaa yhdistettynä.

Kaavamuodossa (taulukko A.3)

$$q_d = \gamma_g g + \gamma_{q1} q_{k1} + \gamma_{q2} q_{k2} \quad (2)$$

tai

$$F_d = \begin{matrix} 1,35 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,35 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \\ 1,0 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} G \\ G \\ G \\ G \\ Q \\ Q \\ Q \\ Q \end{matrix} \right. + \begin{matrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} W \\ W \\ W \\ W \\ W \\ W \\ W \\ W \end{matrix} \right. \quad (3a\dots h)$$

Liukumisen kannalta vaarallisin tapaus on g. Tällöin

$$V_{dA} = G \quad (4)$$

$$= 0,012 \text{ MN/m}$$

$$H_{dA} = 1,5wh \quad (5)$$

$$= 0,008 \text{ MN/m}$$

Liukuvarmuus

$$n_s = \mu V_{dA} / H_{dA} \quad (6)$$

$$= 1,200$$

$$\geq \gamma_{R;h} = 1,1$$

Ehto täyttyy.

$\gamma_{R;h}$ on kestävyYDEN osavarmuus liukumiselle (taulukko A.5).

B) KUORMIEN YHDISTELY SUOMEN KANSALLISEN LIITTEEN MUKAAN

Mitoituskaava (NA SFS-EN 1997-1 , lähteenä NA SFS-EN 1990 , taul. A1.2(B))

$$F_d = \left. \begin{matrix} \xi \gamma_{Gj, \text{sup}} \\ \gamma_{Gj, \text{sup}} \end{matrix} \right\} K_{FI} G_{kj, \text{sup}} + \left. \begin{matrix} \gamma_{Gj, \text{inf}} \\ 0 \end{matrix} \right\} G_{kj, \text{inf}} + \left. \begin{matrix} \gamma_{Q1} \\ 0 \end{matrix} \right\} K_{FI} Q_{k1} + \left. \begin{matrix} \gamma_{Qi} \\ 0 \end{matrix} \right\} K_{FI} \sum \psi_{0i} Q_{ki} \quad (7)$$

jossa $G_{kj, \text{sup}}$ on pysyvän kuorman ominaisarvon yläraja ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Gj, \text{sup}} = 1,35$$

$G_{kj, \text{inf}}$ on pysyvän kuorman ominaisarvon alaraja ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Gj, \text{inf}} = 0,9$$

Q_{k1} on määrävän muuttuvan kuorman ominaisarvo ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Q1} = 1,5$$

Q_{ki} on muuttuvan kuorman ominaisarvo ja vastaava osavarmuusluku on

$$\gamma_{Qi} = 1,5$$

pienennyskerroin on

$$\xi = 0,85$$

Tukimuuri on luotettavuusluokassa RC2 (NA SFS-EN 1990 , taulukko

B1), jolloin kuormakerroin (SFS-EN 1990 , taulukko B3)

$$K_{FI} = 1,0$$

Yhdistelyarvo hyöty- ja tuulikuormalle (NA SFS-EN 1990 , taul. A1.1, luokka A)

Hyötykuorma (poikkeuksena varastotilat, joiden kerroin on 1,0 ja vesikatot, joiden kerroin on 0)

$$\psi_{0, \text{imposed}} = 0,7$$

Tuuli

$$\psi_{0, \text{wind}} = 0,6$$

Tulot

$$\xi \gamma_{Gj, \text{sup}} \approx 1,15$$

$$\gamma_{Qi} K_{FI} \psi_{0, \text{imposed}} = 1,05$$

$$\gamma_{Qi} K_{FI} \psi_{0, \text{wind}} = 0,90$$

Kaavamuodossa

$$F_d = 0,9 \left\{ \begin{array}{l} 1,15 \\ 1,15 \\ 1,15 \\ 1,15 \\ 1,15 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 1,35 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 1,5 \\ 1,5 \\ 1,05 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,05 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 0,9 \\ 0 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 1,5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} W \quad (8a\dots k)$$

Liukumisen kannalta vaarallisin tapaus on i. Tällöin

$$V_{dB} = \gamma_{Gj, \text{inf}} G \quad (9)$$

$$= 0,011 \text{ MN/m}$$

$$H_{dB} = 1,5wh \quad (10)$$

$$= 0,008 \text{ MN/m}$$

Liukuvarmuus

$$n_s = \mu V_{dB} / H_{dB} \quad (11)$$

$$= 1,080$$

$$\leq \gamma_{R;h} = 1,1$$

Ehto ei täyty.

$\gamma_{R;h}$ on kestävyuden osavarmuus liukumiselle (taulukko A.5).

VASTAUS:

Kuormitusyhdistelmät on esitetty yhtälöissä 3 ja 8.

Liukuvarmuusehto tapauksessa:

A) Ehto täyttyy.

B) Ehto ei täyty.

II KOTITEHTÄVÄ

Määritä momentti (juoksumetriä kohti) betonista valmistetun altaan pitkän sivun keskellä seinän alaosassa (seinän ja laatan liitos syvyydellä h , päätyjen vaikutusta ei oteta huomioon) seuraaville tapauksille käyttörajoituksissa (ominaisarvoja käyttäen):

- A) allas on tyhjä
 B) allas on täynnä vettä
 C) allas on täynnä vettä ja maatayttö on poistettu kunnossapitotöiden takia

Oletetaan, että peruslaatta on täysin jäykkä ja seinä kiertyy, kun liitoskohta murtuu.

Tee laskelmat sekä aktiivi- että lepopaineelle!
 Liukupinta oletetaan pystysuoraksi.

Taustatäyttö on tiivistetty seuraavasti:

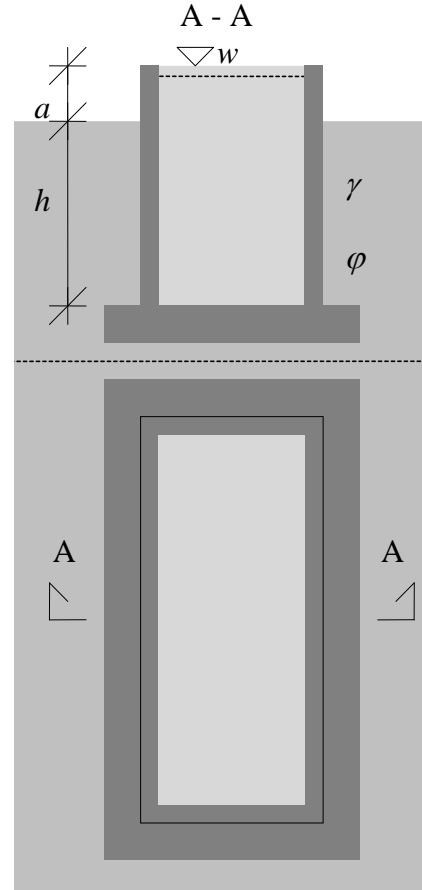
Tiivistyskone	400 kg:n tärylevy
Tiivistyskerrat	4 kpl
Kerrospaksuus	0,350 m

Maaparametrit

$\gamma =$	0,019 MN/m ³
$\varphi =$	38 °

Mitat

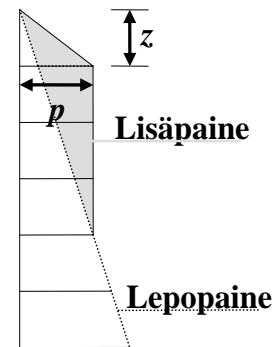
$a =$	0,300 m
$h =$	3,000 m



Kuva 1.

Taulukko 1. Siirtymättömän tukirakenteen takana tehtävän täytön aiheuttama pysyvä maanpaine (*Geotekninen suunnittelu, RIL 207-2009, kohta 9.5.5*).

Tiivistyskone	Tiivistyskertojen määrä	Kerrospaksuus h [m]	Taite-syvyys z [m]	Maan-paine p [MN/m ²]
Täryjyrä, 3000 kg	6	0,400	0,500	0,019
Tärylevy, 400 kg	4	0,350	0,500	0,016
Tärylevy, 100 kg	4	0,200	0,300	0,012



Kuva 2.

A) Allas tyhjä, ei vedenpainetta

LEPOPAINNE

Lepopainekerroin

$$\begin{aligned} K_o &= 1 - \sin\varphi \\ &= 0,384 \end{aligned} \quad (1)$$

Lepopaine syvyydellä h

$$\begin{aligned} p_o &= K_o \gamma h \\ &= 0,021907 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Lepopaineen resultantti, sen etäisyys syvyydellä h ja momentti

$$\begin{aligned} P_o &= \frac{1}{2} p_o h \\ &= 0,032861 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} e_o &= h/3 \\ &= 1,000 \text{ m} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} M_o &= P_o e_o \\ &= 0,033 \text{ MNm/m} \end{aligned} \quad (5)$$

Tiivistyksen jälkeinen paine syvyydellä z

$$p = 0,016 \text{ MN/m}^2$$

Tiivistyksen aiheuttaman painejakauman taitekohdan etäisyys maan pinnan tasalta

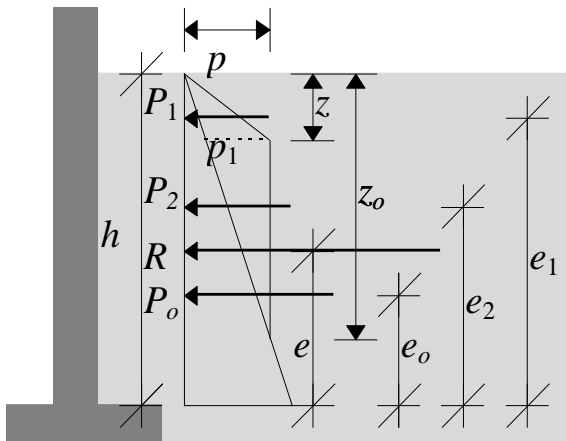
$$z = 0,500 \text{ m}$$

Tiivistyksen aiheuttaman painejakauman vaikutuksen päättymiskohdan etäisyys maan pinnan tasalta

$$\begin{aligned} z_o &= \frac{p}{K_o \gamma} \\ &= 2,191 \text{ m} \\ &< h = 3,000 \text{ m} \quad \text{OK} \end{aligned} \quad (6)$$

Tiivistyksen aiheuttama lisä syvyydellä z

$$\begin{aligned} p_1 &= p - K_o \gamma z \\ &= 0,012349 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (7)$$



Kuva 3.

Painelisän resultantti kohdan z yläpuolella, sen etäisyys syvyydeltä h ja momentti

$$P_1 = \frac{1}{2} p l z$$

$$= 0,003087 \text{ MN/m} \quad (8)$$

$$e_1 = h - \frac{2}{3} z$$

$$= 2,667 \text{ m} \quad (9)$$

$$M_1 = P_1 e_1$$

$$= 0,008233 \text{ MNm/m} \quad (10)$$

Painelisän resultantti kohdan z alapuolella, sen etäisyys syvyydeltä h ja momentti

$$P_2 = \frac{1}{2} p l (z_o - z)$$

$$= 0,010441 \text{ MN/m} \quad (11)$$

$$e_2 = h - z - \frac{1}{3} (z_o - z)$$

$$= 1,936 \text{ m} \quad (12)$$

$$M_2 = P_2 e_2$$

$$= 0,020 \text{ MNm/m} \quad (13)$$

Lepopaineen aiheuttama momentti

$$M_L = M_o + M_1 + M_2$$

$$= 0,061311 \text{ MNm/m} \quad (14)$$

AKTIIVIPAININE

Liukupinnan kaltevuuskulma

$$\alpha = 0^\circ$$

Maanpinnan kaltevuuskulma

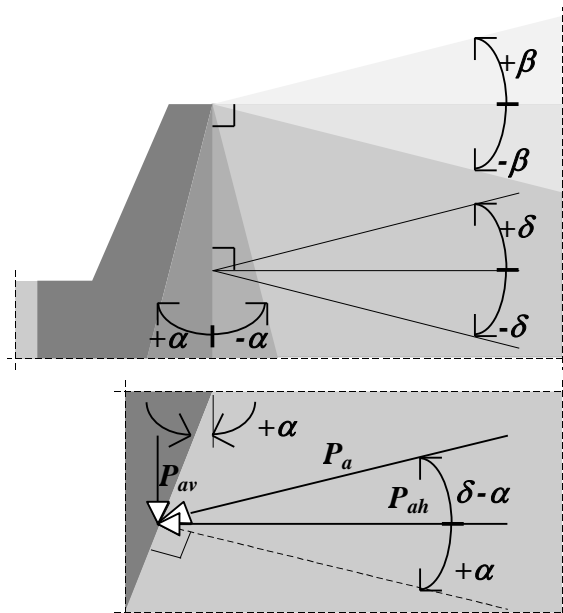
$$\beta = 0^\circ$$

Seinäkitkakulma

$$\begin{aligned} \delta &= 3\varphi/4 \\ &= 28,500^\circ \end{aligned} \tag{15}$$

Horisontaalikomponentin maanpaineluku

$$\begin{aligned} K_{ah} &= \frac{\cos^2(\varphi + \alpha)}{\cos^2 \alpha \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\alpha - \delta) \cos(\alpha + \beta)}} \right]^2} \\ &= 0,191 \end{aligned} \tag{16}$$



Kuva 4.

Aktiivipaineen horisontaalikomponentti syvyydellä h

$$\begin{aligned} p_a &= K_{ah} h \gamma \\ &= 0,010906 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \tag{17}$$

Aktiivipaineen resultantti, etäisyys syvyydeltä h ja momentti

$$P_a = \frac{1}{2} p_a h \quad (18)$$

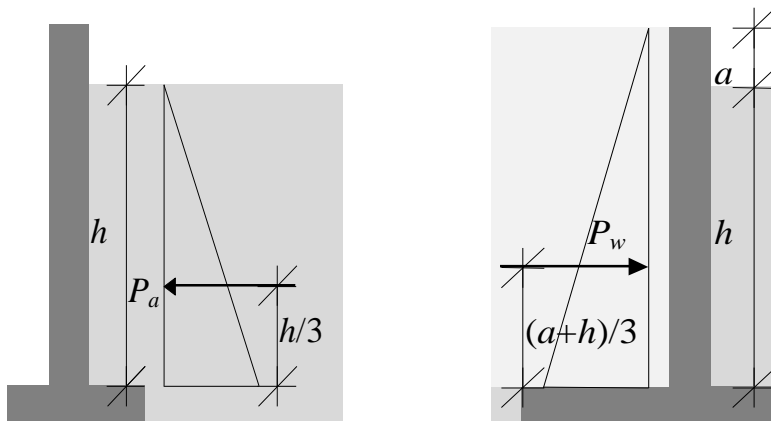
$$= 0,016 \text{ MN/m}$$

$$e_a = h/3 \quad (19)$$

$$= 1,000 \text{ m}$$

$$M_a = P_a e_a \quad (20)$$

$$= 0,016 \text{ MNm/m}$$



Kuva 5.

C) Vedenpaine, ei maanpainetta

Veden tilavuuspaino

$$\gamma_w = 0,010 \text{ MN/m}^3$$

Vedenpaine syvyydellä h maanpinnasta

$$p_w = (h+a)\gamma_w \quad (21)$$

$$= 0,033 \text{ MN/m}^2$$

Vedenpaineen resultantti ja etäisyys altaan pohjalta

$$P_w = -\frac{1}{2} p_w (h+a) \quad (22)$$

$$= -0,05445 \text{ MN/m}$$

$$e_w = \frac{1}{3} (h+a) \quad (23)$$

$$= 1,100 \text{ m}$$

Vedenpaineen aiheuttama momentti

$$\begin{aligned} M_w &= P_w e_w \\ &= -0,060 \text{ MNm/m} \end{aligned} \tag{24}$$

B) Maanpaine ja vedenpaine

Kokonaismomentti, kun maanpaine on lepopaine

$$\begin{aligned} M_{L+w} &= M_L + M_w \\ &= 0,001 \text{ MNm/m} \end{aligned} \tag{25}$$

Kokonaismomentti, kun maanpaine on aktiivipaine

$$\begin{aligned} M_{a+w} &= M_a + M_w \\ &= -0,044 \text{ MNm/m} \end{aligned} \tag{26}$$

VASTAUS:

A) Maanpaine: lepo- ja aktiivipaine (kuva 6)

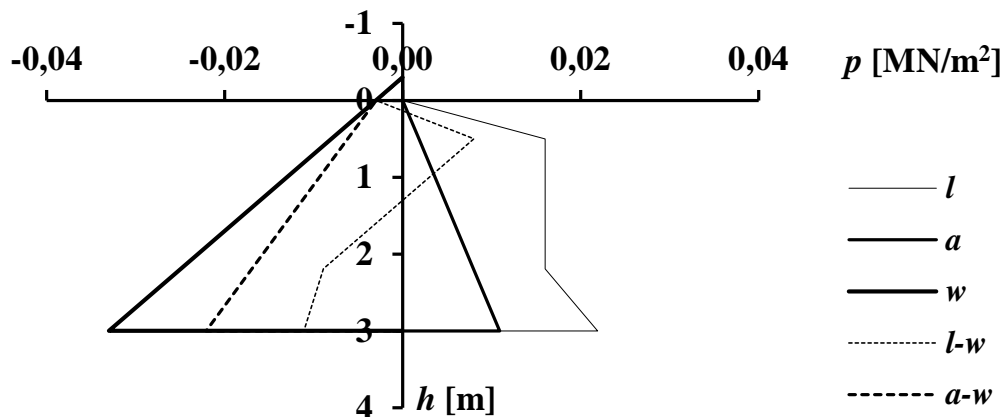
$$\begin{aligned} M_L &= 0,061 \text{ MNm/m} \\ M_a &= 0,016 \text{ MNm/m} \end{aligned}$$

B) Maanpaine ja vedenpaine

$$\begin{aligned} M_{L+w} &= 0,001 \text{ MNm/m} \\ M_{a+w} &= -0,044 \text{ MNm/m} \end{aligned}$$

C) Vedenpaine

$$M_w = -0,060 \text{ MNm/m}$$



Kuva 6.

III KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 homogeenisen poikkileikkauksen (peruslaatan) sydänkuvio!

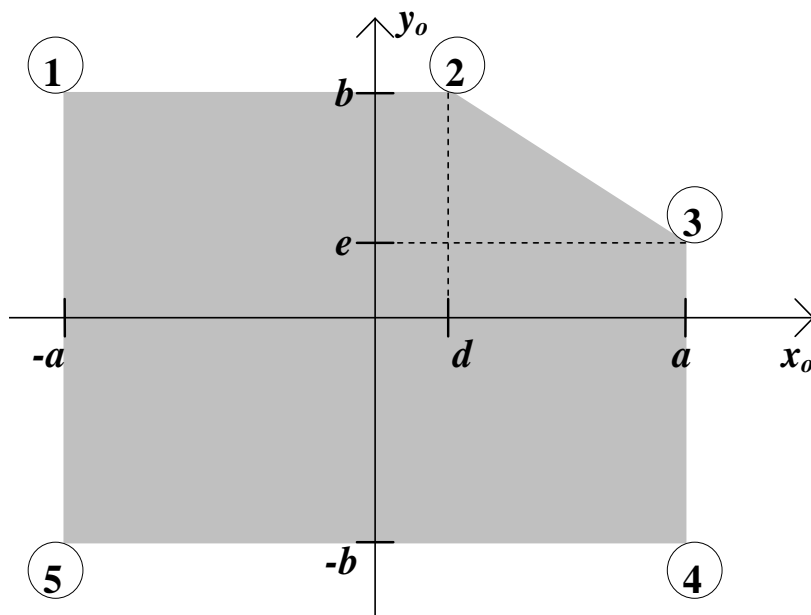
Käytä vastauksessa poikkileikkauksen pääjäyhyssuunnan koordinaatistoa (ξ, ψ) , painopistekoordinaatistoa (x, y) tai alkuperäistä koordinaatistoa (x_o, y_o) !

Mitat

$$\begin{aligned} a &= 2,5 \text{ m} \\ b &= 1,5 \text{ m} \\ d &= 1,0 \text{ m} \\ e &= 0,5 \text{ m} \end{aligned}$$

Taulukko 1. Nurkkapisteiden koordinaatit.

<i>Symboli</i>	<i>i</i>	x_{oi}	y_{oi}
<i>Yksikkö</i>	-	m	m
<i>Lukuarvo</i>	1	-2,5	1,5
	2	1,0	1,5
	3	2,5	0,5
	4	2,5	-1,5
	5	-2,5	-1,5



Kuva 1.

Suorakaiteen, "puuttuvan kolmion" ja koko poikkileikkauksen pinta-alat

$$A_s = 4ab \quad (1)$$

$$= 15,000 \text{ m}^2$$

$$A_k = - (a-d)(b-e)/2 \quad (2)$$

$$= -0,750 \text{ m}^2$$

$$A = A_s + A_k \quad (3)$$

$$= 14,250 \text{ m}^2$$

Kolmion painopiste alkuperäisessä koordinaatistossa

$$x_{ko} = a - (a-d)/3 \quad (4)$$

$$= 2,000 \text{ m}$$

$$y_{ko} = b - (b-e)/3 \quad (5)$$

$$= 1,167 \text{ m}$$

Staattiset momentit

$$S_{xo} = y_{ko} A_k \quad (6)$$

$$= -0,875 \text{ m}^3$$

$$S_{yo} = x_{ko} A_k \quad (7)$$

$$= -1,500 \text{ m}^3$$

Painopiste

$$x_{op} = S_{yo} / A \quad (8)$$

$$= -0,105 \text{ m}$$

$$y_{op} = S_{xo} / A \quad (9)$$

$$= -0,061 \text{ m}$$

Kulmien x -koordinaatit painopistekoordinaatistossa

$$x_i = x_{oi} - x_{op} \quad (10)$$

$$x_1 = -2,395 \text{ m}$$

$$x_2 = 1,105 \text{ m}$$

$$x_3 = 2,605 \text{ m}$$

$$x_4 = 2,605 \text{ m}$$

$$x_5 = -2,395 \text{ m}$$

Kulmien y -koordinaatit painopistekoordinaatistossa

$$\begin{aligned}
 y_i &= y_{oi} - y_{op} & (11) \\
 y_1 &= 1,561 \text{ m} \\
 y_2 &= 1,561 \text{ m} \\
 y_3 &= 0,561 \text{ m} \\
 y_4 &= -1,439 \text{ m} \\
 y_5 &= -1,439 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Jäyhyysmomentti painopistekoordinaatistossa

$$\begin{aligned}
 I_{xs} &= \frac{2a(2b)^3}{12} + A_s y_{op}^2 & (12) \\
 &= 11,307 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{xk} &= -\frac{(a-d)(b-e)^3}{36} + A_k (y_{ko} - y_{op})^2 & (13) \\
 &= -1,173 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_x &= I_{xs} + I_{xk} & (14) \\
 &= 10,134 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{ys} &= \frac{2b(2a)^3}{12} + A_s x_{op}^2 & (15) \\
 &= 31,416 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{yk} &= -\frac{(b-e)(a-d)^3}{36} + A_k (x_{ko} - x_{op})^2 & (16) \\
 &= -3,418 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_y &= I_{ys} + I_{yk} & (17) \\
 &= 27,998 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Suorakaiteen tulomomentti painopistekoordinaatistossa

$$\begin{aligned}
 I_{xys} &= A_s x_{op} y_{op} & (18) \\
 &= 0,097 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Kolmion tulomomentti pisteessä, jossa kolmiolla on suora kulma

$$\begin{aligned}
 I_{xykk} &= -(a-d)^2 (b-e)^2 / 24 \\
 &= -0,094 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

Kolmion tulomomentti sen painopisteessä

$$\begin{aligned} I_{xykp} &= I_{xykk} - A_k (a-d)(b-e)/3^2 \\ &= 0,031 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

Kolmion tulomomentti koko poikkileikkauksen painopisteessä

$$\begin{aligned} I_{xyk} &= I_{xykp} + A_k (x_{ko} - x_{op})(y_{ko} - y_{op}) \\ &= -1,908 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (19)$$

Poikkileikkauksen tulomomentti

$$\begin{aligned} I_{xy} &= I_{xys} + I_{xyk} \\ &= -1,811 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (20)$$

Pääjäyhyys suunnan kulma

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \arctan \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \\ &= 0,100 \text{ rad} \\ &= 5,730^\circ \end{aligned} \quad (21)$$

Pääjäyhyysmomentit

$$\begin{aligned} I_\xi &= I_y \sin^2 \alpha + I_x \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin(2\alpha) \\ &= 9,952 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} I_\psi &= I_y \cos^2 \alpha + I_x \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin(2\alpha) \\ &= 28,180 \text{ MNm}^2 \end{aligned} \quad (23)$$

Jäyhyys säteen neliöt ξ - ja ψ -akselien suhteen

$$\begin{aligned} i_\xi^2 &= I_\xi / A \\ &= 0,698 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} i_\psi^2 &= I_\psi / A \\ &= 1,978 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

Kulmien ξ -koordinaatit

$$\xi_i = x_i \cos \alpha - y_i \sin \alpha \quad (26)$$

$$\xi_1 = -2,539 \text{ m}$$

$$\xi_2 = 0,944 \text{ m}$$

$$\xi_3 = 2,536 \text{ m}$$

$$\xi_4 = 2,736 \text{ m}$$

$$\xi_5 = -2,239 \text{ m}$$

Kulmien ψ -koordinaatit

$$\psi_i = x_i \sin \alpha + y_i \cos \alpha \tag{27}$$

$$\psi_1 = 1,315 \text{ m}$$

$$\psi_2 = 1,664 \text{ m}$$

$$\psi_3 = 0,819 \text{ m}$$

$$\psi_4 = -1,171 \text{ m}$$

$$\psi_5 = -1,671 \text{ m}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt ψ - ξ -koordinaatistossa ovat muotoa

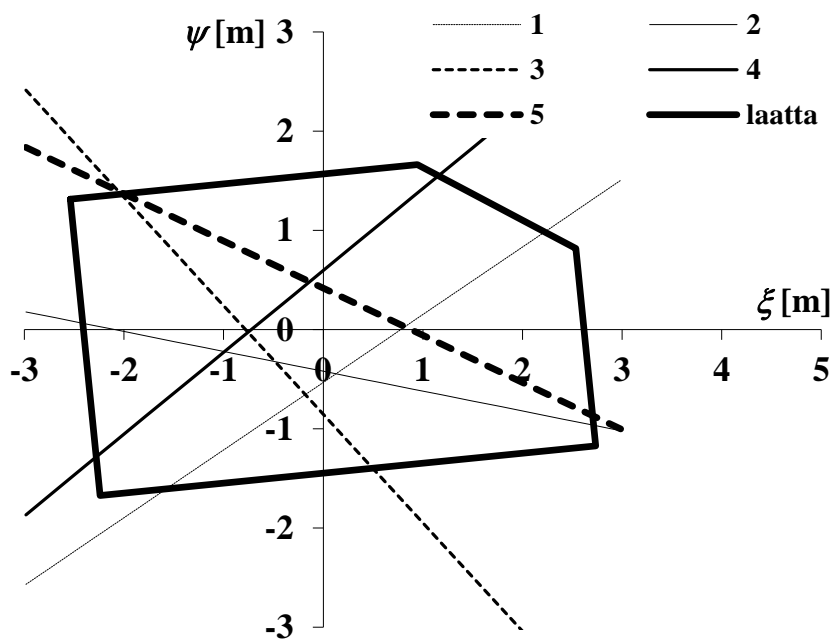
$$0 = 1 + \frac{\xi_i}{i_\psi^2} \xi + \frac{\psi_i}{i_\xi^2} \psi \tag{28}$$

$$\Rightarrow \psi(\xi) = A\xi + B \tag{29}$$

missä

$$A = -\frac{\xi_i i_\xi^2}{\psi_i i_\psi^2} \tag{30}$$

$$B = -\frac{i_\xi^2}{\psi_i} \tag{31}$$



Kuva 2. Pääjähyyssuunnan koordinaatisto.

Sijoittamalla saadaan (kuva 2)

$$\begin{array}{rcll}
 & B_i & & A_i \\
 \psi_1(\xi) = & -0,531 & + & 0,682 \xi \quad [\text{m}] \\
 \psi_2(\xi) = & -0,420 & + & -0,200 \xi \quad [\text{m}] \\
 \psi_3(\xi) = & -0,853 & + & -1,094 \xi \quad [\text{m}] \\
 \psi_4(\xi) = & 0,596 & + & 0,825 \xi \quad [\text{m}] \\
 \psi_5(\xi) = & 0,418 & + & -0,473 \xi \quad [\text{m}]
 \end{array}$$

Suorien i ja j leikkauspisteen ζ -koordinaatti

$$\zeta_{ij} = \frac{B_i - B_j}{A_j - A_i} \tag{32}$$

Suorien i ja j leikkauspisteet on laskettu taulukossa 2.

Taulukko 2.

ij	ξ_{ij} m	ψ_{ij} m	x_{ij} m	y_{ij} m	x_{oij} m	y_{oij} m
12	0,126	-0,445	0,081	-0,455	-0,024	-0,517
23	-0,485	-0,323	-0,515	-0,273	-0,620	-0,334
34	-0,755	-0,027	-0,754	0,049	-0,859	-0,013
41	-7,893	-5,915	-8,444	-5,097	-8,549	-5,158

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt x - y -koordinaatistossa ovat muotoa

$$y(x) = Cx + D \tag{33}$$

missä

$$C = \tan(\arctan A - \alpha) \tag{34}$$

$$D = B(\cos \alpha - C \sin \alpha) \tag{35}$$

Sijoittamalla saadaan (kuva 3)

$$\begin{array}{rcll}
 & D_i & & C_i \\
 y_1(x) = & -0,500 & + & 0,544 x \quad [\text{m}] \\
 y_2(x) = & -0,430 & + & -0,307 x \quad [\text{m}] \\
 y_3(x) = & -0,963 & + & -1,342 x \quad [\text{m}]
 \end{array}$$

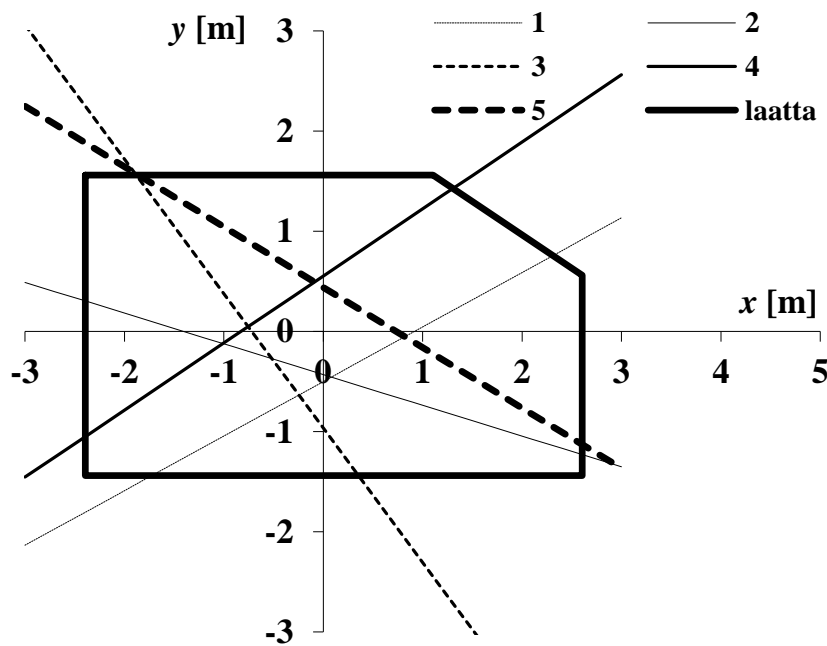
$$y_4(x) = 0,553 + 0,669 x \quad [\text{m}]$$

$$y_5(x) = 0,441 + -0,602 x \quad [\text{m}]$$

Suorien i ja j leikkauspisteen x -koordinaatti

$$x_{ij} = \frac{D_i - D_j}{C_j - C_i} \tag{36}$$

Suorien i ja j leikkauspisteet on laskettu taulukossa 2.



Kuva 3. Painopistekoordinaatisto.

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt x_o - y_o - koordinaatistossa ovat muotoa

$$y_o(x_o) = Cx_o + E \tag{37}$$

missä

$$E = D - Cx_{op} + y_{op} \tag{38}$$

Sijoittamalla saadaan (kuva 4)

$$y_1(x_o) = E_1 + C_1 x_o \quad [\text{m}]$$

$$y_2(x_o) = -0,524 + -0,307 x_o \quad [\text{m}]$$

$$y_3(x_o) = -1,166 + -1,342 x_o \quad [\text{m}]$$

$$y_4(x_o) = 0,562 + 0,669 x_o \quad [\text{m}]$$

$$y_5(x_o) = 0,316 + -0,602 x_o \quad [\text{m}]$$

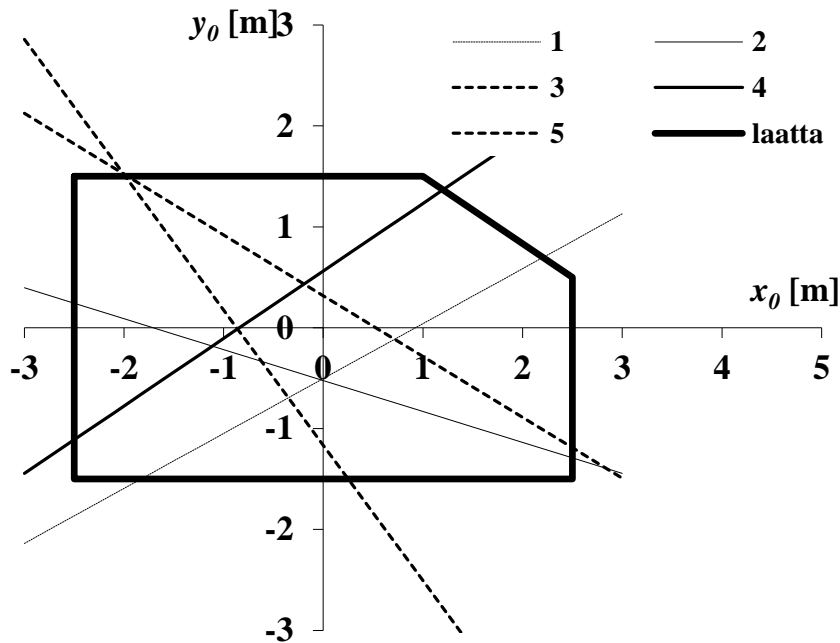
Suorien i ja j leikkauspisteen z_0 -koordinaatti

$$x_{oij} = \frac{E_i - E_j}{C_j - C_i} \quad (39)$$

Suorien i ja j leikkauspisteet on laskettu taulukossa 2.

VASTAUS:

♥-kuviota rajoittavat suorat on esitetty kuvassa 4.



Kuva 4. Alkuperäinen koordinaatisto.

IV KOTITEHTÄVÄ

Kallionvaraiseen lieriönmuotoiseen peruslaattaan (kuva 1), jonka säde on

$$r = 1 \text{ m}$$

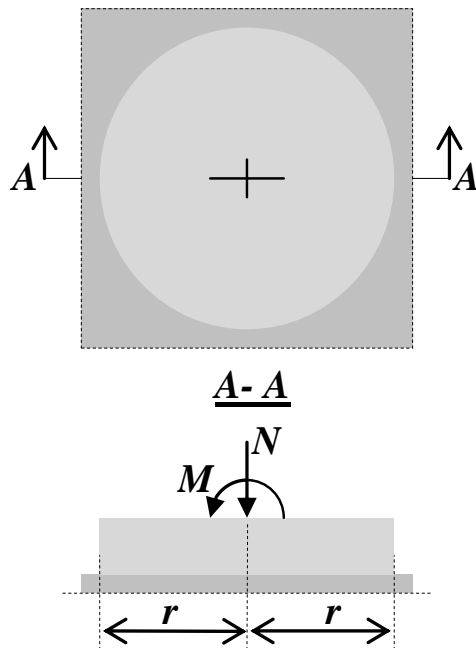
vaikuttaa keskeinen pystykuorma ja momentti

$$N = 3 \text{ MN}$$

$$M = 1 \text{ MNm}$$

Määritä pohjapaineen jännityskuvio!

Huom! Pohjapaine ei voi olla negatiivinen.



Kuva 1.

Oletetaan, että koko poikkileikkaus toimii tehollisena. Pinta-ala

$$\begin{aligned} A_0 &= \pi r^2 \\ &= 3,142 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Jäyhyysmomentti

$$\begin{aligned} I_0 &= \pi r^4/4 \\ &= 0,785 \text{ m}^4 \end{aligned} \quad (2)$$

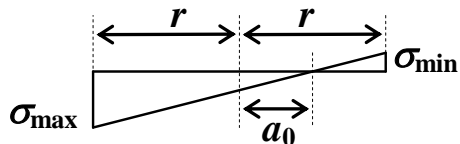
Jännityskuvaaja (kuva 2)

$$\sigma_{\text{ext},0} = N/A_0 \pm Mr/I_0 \quad (3)$$

$$\sigma_{\text{min},0} = -0,318 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{max},0} = 2,228 \text{ MN/m}^2$$

$$\begin{aligned} a_0 &= r - 2r |\sigma_{\text{min}}| / (\sigma_{\text{max}} + |\sigma_{\text{min}}|) \\ &= 0,750 \text{ m} \end{aligned} \quad (4)$$



Kuva 2.

Pohjapaine ei voi olla negatiivinen.

Määritetään tehollinen poikkileikkaus (mitta a kuvassa 3).

Merkinnät kuvassa 2

$$z = r \cos \varphi \quad (5)$$

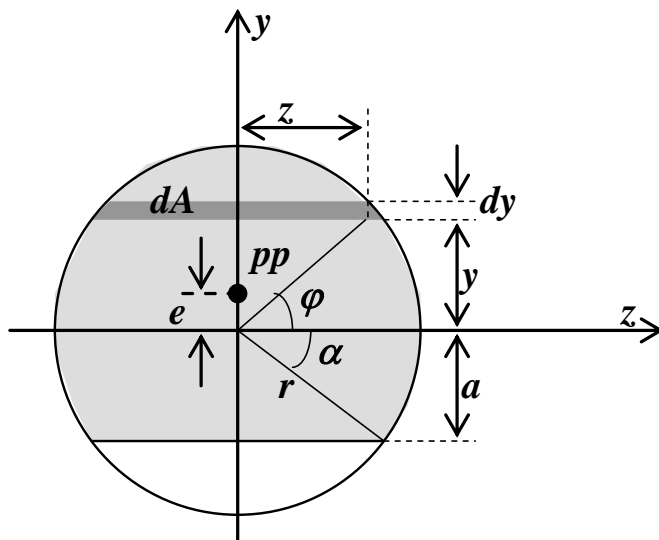
$$y = r \sin \varphi \quad (6)$$

$$dy = r \cos \varphi d \varphi \quad (7)$$

$$dA = 2z dy \quad (8)$$

$$= 2r^2 \cos^2 \varphi d \varphi \quad (9)$$

$$a = r \sin \alpha \quad (10)$$



Kuva 3.

Tehollinen pinta-ala

$$A(a) = \int_{-a}^r 2z dy \tag{11}$$

$$\Rightarrow A(\alpha) = \int_{-\alpha}^{\pi/2} 2r^2 \cos^2 \varphi d\varphi \tag{12}$$

$$= 2r^2 \int_{-\alpha}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} \varphi + \frac{1}{4} \sin 2\varphi \right) \tag{13}$$

$$= \frac{r^2}{2} (\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha) \tag{14}$$

Tehollisen pinnan staattinen momentti

$$S(\alpha) = \int y da \tag{15}$$

$$= \int_{-\alpha}^{\pi/2} 2r^3 \sin \varphi \cos^2 \varphi d\varphi \tag{16}$$

$$= 2r^3 \int_{-\alpha}^{\pi/2} (\sin \varphi - \sin^3 \varphi) d\varphi \tag{17}$$

$$\Rightarrow S(\alpha) = 2r^3 \left[\int_{-\alpha}^{\pi/2} \cos \varphi - \left(\int_{-\alpha}^{\pi/2} \frac{1}{3} \cos \varphi \sin^2 \varphi + \frac{2}{3} \int_{-\alpha}^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi \right) \right] \quad (18)$$

$$= 2r^3 \left(\cos \alpha - \frac{1}{3} \cos \alpha \sin^2 \alpha - \frac{2}{3} \cos \alpha \right) \quad (19)$$

$$= \frac{2}{3} r^3 \cos^3 \alpha \quad (20)$$

Tehollisen pinnan painopiste

$$e = \frac{S}{A} \quad (21)$$

$$= \frac{4r \cos^3 \alpha}{3(\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha)} \quad (22)$$

Tehollisen pinnan jäyhyysmomentti z -akselin suhteen

$$I_z = \int_{-\alpha}^{\pi/2} 2zy^2 dy \quad (23)$$

$$= \int_{-\alpha}^{\pi/2} 2r^4 (\sin \varphi \cos \varphi)^2 d\varphi \quad (24)$$

$$= r^4 \int_{-\alpha}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} \sin 2\varphi \right)^2 d(2\varphi) \quad (25)$$

$$= \frac{r^4}{4} \int_{-\alpha}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} 2\varphi - \frac{1}{4} \sin 4\varphi \right) \quad (26)$$

$$= \frac{r^4}{4} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\pi + \alpha + \frac{1}{4} \sin(-4\alpha) \right] \quad (27)$$

$$= \frac{r^4}{16} (2\pi + 4\alpha - \sin 4\alpha) \quad (28)$$

Tehollisen pinnan jäyhyysmomentti z -akselin suuntaisen painopisteakselin suhteen

$$I_p = I_z - Ae^2 \quad (29)$$

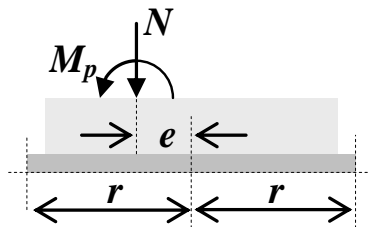
$$= \frac{r^4}{16}(2\pi + 4\alpha + \sin 4\alpha) - \frac{r^2}{2}(\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha) \left[\frac{4r \cos^3 \alpha}{3(\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha)} \right]^2 \quad (30)$$

$$= r^4 \left(\frac{2\pi + 4\alpha + \sin 4\alpha}{16} - \frac{8}{9} \frac{\cos^6 \alpha}{\pi + 2\alpha + \sin 2\alpha} \right) \quad (31)$$

Kuormitus painopisteessä (kuva 4)

$$N_p = N \quad (32)$$

$$M_p = M - Ne \quad (33)$$



Kuva 4.

Minimijännitys tehollisen pinnan reunalla on nolla

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_p}{I_p}(e + a) = 0 \quad (34)$$

Iteroidaan α -kulmalle sellainen arvo, että ehto toteutuu

$$\begin{aligned} \alpha &= 45,444^\circ \\ &= 0,793 \text{ rad} \\ a &= 0,713 \text{ m} && \text{(kaava 10)} \\ A &= 2,864 \text{ m}^2 && \text{(kaava 14)} \\ S &= 0,230 \text{ m}^3 && \text{(kaava 20)} \\ e &= 0,080 \text{ m} && \text{(kaava 21)} \\ I_z &= 0,593 \text{ m}^4 && \text{(kaava 28)} \\ I_p &= 0,574 \text{ m}^4 && \text{(kaava 31)} \end{aligned}$$

$$M_p = 0,759 \text{ MNm} \quad (\text{kaava 33})$$

$$\sigma_{\min} = 0,000 \text{ MN/m}^2 \quad (\text{kaava 34})$$

Tällöin maksimijännitys

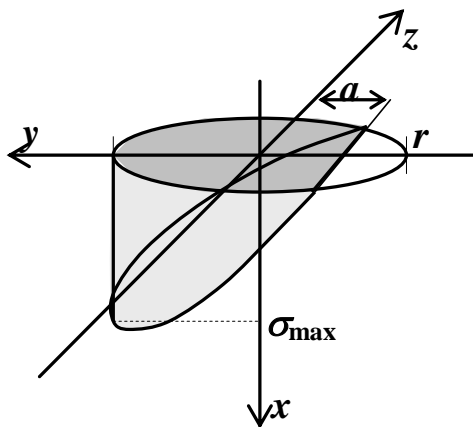
$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{N}{A} + \frac{M_p}{I_p}(r-e) \\ &= 2,262 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (35)$$

VASTAUS:

Pohjapaine on kuvan 5 mukainen, viistoon katkaistu suora lieriö, jossa

$$a = 0,713 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_{\max} = 2,262 \text{ MN/m}^2$$



Kuva 5.

V KOTITEHTÄVÄ

Suorita kuvan 1 mukaisen peruslaatan kantavuustarkastelu, kun peruslaatan pituus (kuvatasoa kohtisuorassa suunnassa) on

A) $L = a/4$

B) $L = a$

C) $L = \infty$

joissa peruslaatan leveys

$$a = 2,000 \text{ m}$$

Käytä Eurokoodin murtorajatilan (GEO) mitoitus tapaa DA2*:

- Suomen kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1, kohta 4 ja taulukko A.3.
- SFS-EN 1997-1+AC, Liite D; tai kurssin *Kaavakokoelma*, kohta 2.1.

Tarkastele yksi kuormitustapaus, jossa osavarmuuskertoimet ovat

$$\gamma_g = 1,15$$

$$\gamma_q = 1,50$$

Kuormitus (kuvatasoa kohtisuorassa suunnassa olevaa) pituusyksikköä kohti

$$g = 0,200 \text{ MN/m}$$

$$q = 0,070 \text{ MN/m}$$

$$m_g = 0,001 \text{ MNm/m}$$

$$m_q = 0,070 \text{ MNm/m}$$

Peruslaatan omapaino sisältyy g :hen.

Maan tilavuuspaino

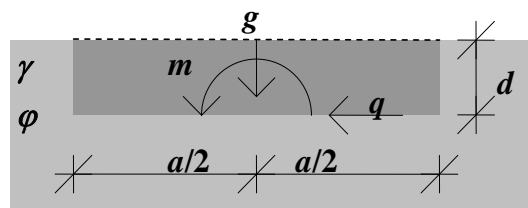
$$\gamma = 0,018 \text{ MN/m}^3$$

Maan sisäinen kitkakulma

$$\varphi = 34,000^\circ$$

Peruslaatan paksuus

$$d = 0,500 \text{ m}$$



Kuva 1.

Tutkitaan alkuun kohta A ja sen jälkeen kaikki muut.

Peruslaatan pituus

$$\begin{aligned} L &= a/4 \\ &= 0,500 \text{ m} \end{aligned} \tag{1}$$

Kuormien ominaisarvot: pystykuorma, vaakakuorma ja momentti

$$\begin{aligned} V_k &= gL \\ &= 0,100 \text{ MN} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} H_k &= qL \\ &= 0,035 \text{ MN} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} M_k &= (m_g + m_q)L \\ &= 0,036 \text{ MNm} \end{aligned} \tag{4}$$

Pystykuorman laskenta-arvo

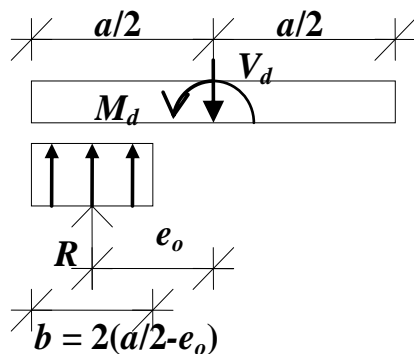
$$\begin{aligned} V_d &= \gamma_g V_k \\ &= 0,115 \text{ MN/m} \end{aligned} \tag{5}$$

Momenttitasapainosta kiertymispisteen suhteen (kuva 2)

$$M_k - V_k e_o = 0 \tag{6}$$

saadaan kuormaepäkeskisyys

$$\begin{aligned} e_o &= \frac{M_k}{V_k} \\ &= 0,355 \text{ m} \end{aligned} \tag{7}$$



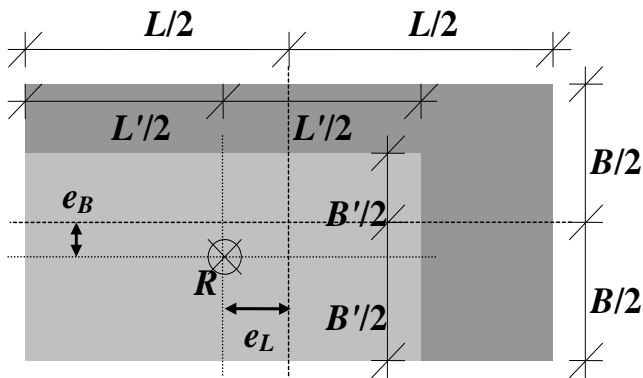
Kuva 2.

Tasaisen pohjapaineen vaikutusalueen pituus a -mitan suunnassa

$$\begin{aligned} b &= 2\left(\frac{a}{2} - e_o\right) \\ &= 1,290 \text{ m} \end{aligned} \quad (8)$$

Peruslaatan tehokkaan alueen pienempi sivumitta (kuva 3)

$$\begin{aligned} B' &= \min \begin{cases} b \\ L \end{cases} \\ &= 0,500 \text{ m} \end{aligned} \quad (9)$$



Kuva 3.

Peruslaatan tehokkaan alueen suurempi sivumitta

$$\begin{aligned} L' &= \max \begin{cases} b \\ L \end{cases} \\ &= 1,290 \text{ m} \end{aligned} \quad (10)$$

Tehokkaan alueen ala (kuva 3)

$$\begin{aligned} A' &= B'L' \\ &= 0,645 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Pohjapaineen suuruus

$$\begin{aligned} q_d &= \frac{V_d}{A'} \\ &= 0,178 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Koheesion laskenta-arvo

$$c' = 0 \text{ MN/m}^2$$

Perustamistason yläpuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (13)$$

Perustamistason alapuolinen tilavuuspaino

$$\begin{aligned} \gamma' &= \gamma \\ &= 0,018 \text{ MN/m}^3 \end{aligned} \quad (14)$$

Tehokas mitoituspaine perustamistasolla

$$\begin{aligned} q' &= d \gamma \\ &= 0,009 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Pohjan kaltevuus

$$\alpha = 0^\circ$$

Maakerroksen lujuusparametrin osavarmuusluku murtorajatilassa (*Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1*, Liite A. Taulukko A.4)

$$\gamma_\varphi = 1,000$$

Kitkakulman laskenta-arvo

$$\begin{aligned} \varphi' &= \arctan\left(\frac{\tan\varphi}{\gamma_\varphi}\right) \\ &= 34,000^\circ \end{aligned} \quad (16)$$

Kantavuuskertoimet

$$N_q = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} \quad (17)$$

$$= 29,440$$

$$N_\gamma = 2 \left[\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) e^{\pi \tan \varphi'} - 1 \right] \tan \varphi' \quad (18)$$

$$= 38,366$$

Perustuksen pohjan kaltevuuskertoimet

$$\left. \begin{array}{l} b_q \\ b_\gamma \end{array} \right\} = (1 - \alpha \tan \varphi')^2 \quad (19a, b)$$

$$= 1,000$$

Peruslaatan muodon vaikutuskertoimet

$$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \varphi' \quad (20)$$

$$= 1,217$$

$$s_\gamma = 1 - 0,3 \frac{B'}{L'} \quad (21)$$

$$= 0,884$$

Parametri m

$$m = \begin{cases} m_B = \frac{2 + \frac{B'}{L'}}{1 + \frac{B'}{L'}}, & L > b \\ m_D = \frac{2 + \frac{L'}{B'}}{1 + \frac{L'}{B'}}, & L < b \end{cases} \quad (22a, b)$$

$$= 1,279$$

Kuormitusresultantin kaltevuuden vaikutuskertoimet

$$i_q = \left(1 - \frac{H_k}{V_k + A'c' \cot \varphi'}\right)^m \quad (23)$$

$$= 0,576$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{H_k}{V_k + A'c' \cot \varphi'}\right)^{m+1} \quad (24)$$

$$= 0,375$$

**Kestävyiden osavarmuuskerroin (Kansallinen liite standardiin SFS-EN 1997-1 ,
Liite A. Taulukko A.5)**

$$\gamma_R = 1,55$$

Kantokyky

$$q_m = \frac{R}{A'} \quad (25)$$

$$= c' N_c b_c s_c i_c + q' N_q b_q s_q i_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (26)$$

$$= 0,243 \text{ MN/m}^2$$

Kantokyvyn laskenta-arvo

$$q_{md} = \frac{q_m}{\gamma_R} \quad (27)$$

$$= 0,157 \text{ MN/m}^2$$

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen

$$n = \frac{q_{md}}{q_d} \quad (28)$$

$$= 0,879 < 1, \text{ Ei kestä}$$

Kantavuuden suhde pohjapaineeseen (n) eri kuormitustapauksissa on laskettu taulukossa 1. Mukana ovat vain L -mitasta riippuvat suureet; muut suureet on laskettu edellä. C-kohdassa on L :n arvona käytetty riittävän suurta lukua (vrt. s_q :n s_γ :n ja m :n arvot).

Taulukko 1.

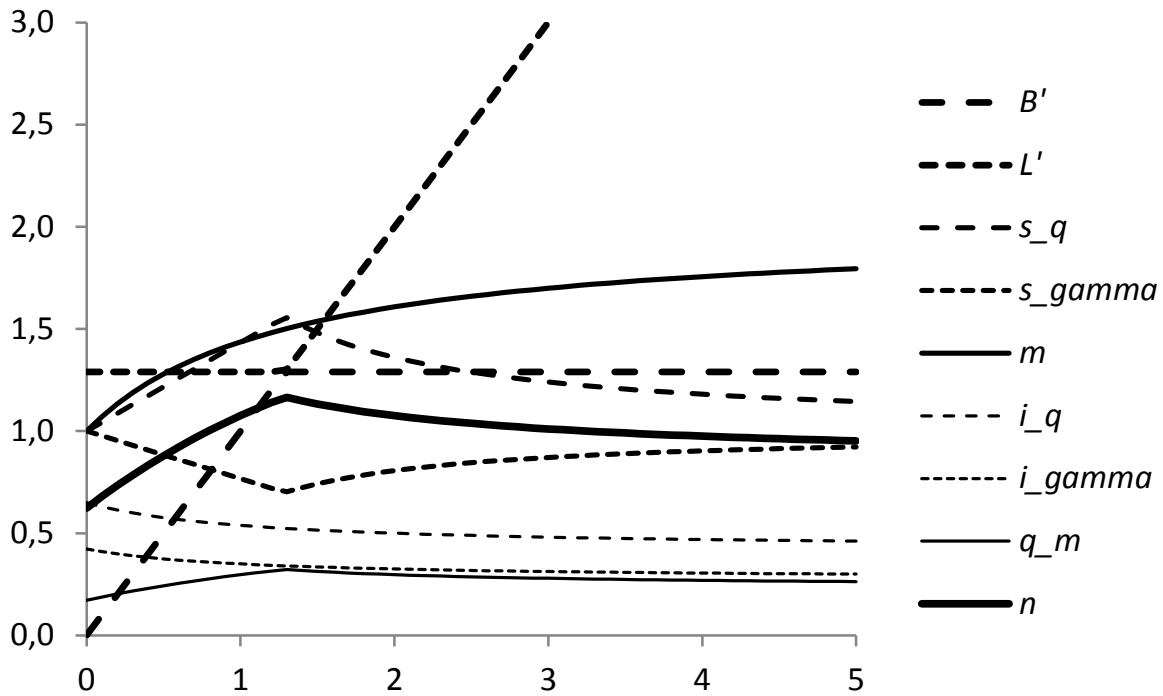
	A	B	C	Yks.	Yht.
L	0,500	2,000	10 000	m	
V_k	0,100	0,400	2 000	MN	2
H_k	0,035	0,140	700	MN	3
M_k	0,036	0,142	710	MN/m	4
V_d	0,115	0,460	2 300	MN	5
B'	0,500	1,290	1,290	m	8
L'	1,290	2,000	10 000	m	9
A'	0,645	2,580	12 900	m ²	10
s_q	1,217	1,361	1,000		19
s_γ	0,884	0,807	1,000		20
m	1,279	1,608	2,000		21
i_q	0,576	0,500	0,423		22
i_γ	0,375	0,325	0,275		23
q_m	0,243	0,297	0,234	MN/m ²	25
q_{md}	0,157	0,192	0,151	MN/m ²	26
n	0,879	1,075	0,848		27
	< 1	> 1	< 1		

VASTAUS:

Kantavuus eri tapauksissa:

- A) Ei kannaa
- B) Kantaa
- C) Ei kannaa

Lisätarkastelu kuvassa 4: L :n vaikutus kantavuuteen.



Kuva 4.

VI KOTITEHTÄVÄ

Määritä kuvan 1 mukaisen sillan maatuen lyöntipaaluryhmän paaluvoimat ja peruslaatan siirtymät sekä kiertymä jarrukuormasta

$$J = 1 \text{ MN}$$

Jarrukuorma vaikuttaa laakeritasolla, jonka korkeus paalujen katkaisutasolta on

$$h = 5 \text{ m}$$

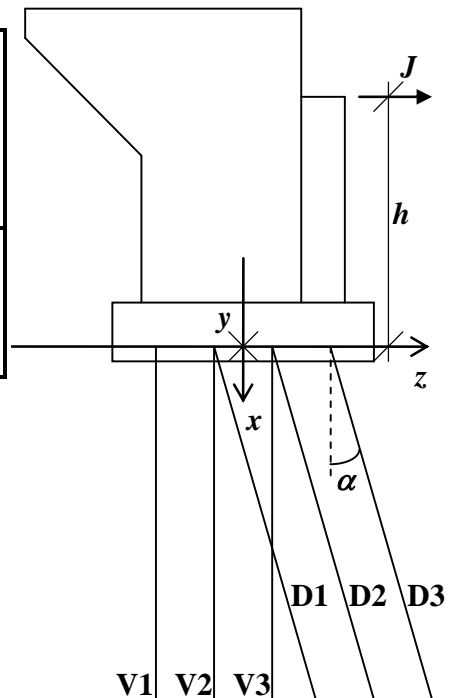
Taulukko 1. Vertikaalipaalut (z_{vi} paalun yläpäässä).

<i>Muuttuja</i>	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Jäykkyys
<i>Symboli</i>	i_v	n_{vi}	z_{vi}	k_{vi}
<i>Yksikkö</i>	-	kpl	m	MN/m
<i>Lukuarvo</i>	1	5	-3,000	270,000
	2	5	-1,000	270,000
	3	6	1,000	270,000

Taulukko 2. Diagonaalipaalut (z_{Di} paalun yläpäässä), joiden kaltevuus on

$$1/\tan\alpha = 3,500 .$$

<i>Muuttuja</i>	Rivi	Paalujen lkm	Vaaka- sijainti	Jäykkyys
<i>Symboli</i>	i_D	n_{Di}	z_{Di}	k_{Di}
<i>Yksikkö</i>	-	kpl	m	MN/m
<i>Lukuarvo</i>	1	3	-1,000	259,611
	2	2	1,000	259,611
	3	3	3,000	259,611



Kuva 1.

Kuormitus

$$\begin{aligned}
 F_x &= 0,000 \text{ MN} \\
 F_z &= 1,000 \text{ MN} \\
 M_y &= Jh \\
 &= 5,000 \text{ MNm}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

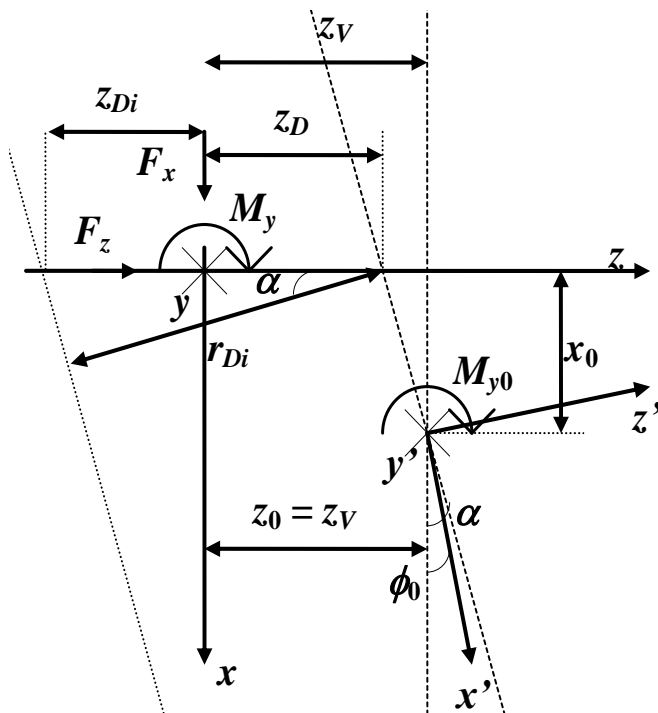
Diagonaalien kaltevuuskulma

$$\alpha = 15,945^\circ$$

Vertikaali- ja diagonaalipaalujen aksiaaliset jäykkyydet

$$\begin{aligned}
 A_V &= \sum n_{Vi} k_{Vi} \\
 &= 4\,320,000 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 A_D &= \sum n_{Di} k_{Di} \\
 &= 2\,076,888 \text{ MN/m}
 \end{aligned}
 \tag{3}$$



Kuva 2.

Vertikaali ja diagonaalipaalujen painopisteakselien etäisyydet origosta paalun katkaisutasolla (kuva 2)

$$z_V = \frac{\sum n_{Vi} k_{Vi} z_{Vi}}{A_V} \quad (4)$$

$$= -0,875 \text{ m}$$

$$z_D = \frac{\sum n_{Di} k_{Di} z_{Di}}{A_D} \quad (5)$$

$$= 1,000 \text{ m}$$

Kiertokeskiön sijainti (kuva 2)

$$\begin{cases} x_0 = \frac{z_V - z_D}{\tan \alpha} \\ z_0 = z_V \end{cases} \quad (6a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -6,563 \text{ m} \\ z_0 = -0,875 \text{ m} \end{cases}$$

Pääjäykkyys suunnan kulma myötäpäivään

$$\phi_0 = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{-2A_D \cos \alpha \sin \alpha}{A_V + A_D \cos 2\alpha} \right] \quad (7)$$

$$= -5,112^\circ$$

$$= -0,089 \text{ rad}$$

Vertikaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertoakeskiöstä

$$r_{Vi} = z_{Vi} - z_0 \quad (8)$$

$$r_{V1} = -2,125 \text{ m}$$

$$r_{V2} = -0,125 \text{ m}$$

$$r_{V3} = 1,875 \text{ m}$$

Diagonaalipaalujen kohtisuorat etäisyydet kiertoakeskiöstä

$$r_{Di} = (z_{Di} - z_D) \cos \alpha \quad (9)$$

$$r_{D1} = -1,923 \text{ m}$$

$$r_{D2} = 0,000 \text{ m}$$

$$r_{D3} = 1,923 \text{ m}$$

Jäyhyysmomentti kiertokeskiön suhteen

$$\begin{cases} I_V = \sum n_{Vi} k_{Vi} r_{Vi}^2 \\ I_D = \sum n_{Di} k_{Di} r_{Di}^2 \end{cases} \quad (10a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_V = 11\,813 \text{ MNm} \\ I_D = 5\,760,425 \text{ MNm} \end{cases}$$

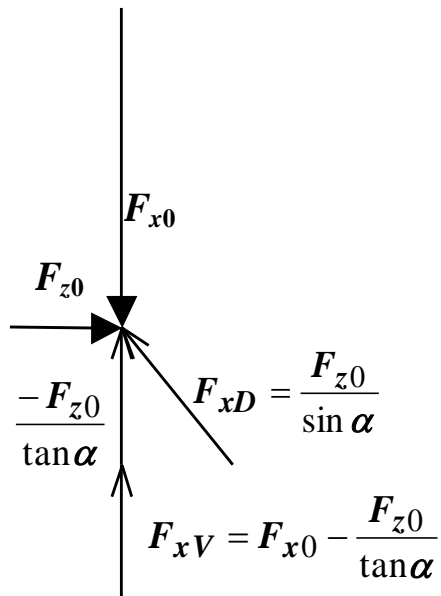
$$I = I_V + I_D = 17\,573 \text{ MNm} \quad (11)$$

Kuormitus kiertokeskiössä

$$F_{x0} = F_x = 0,000 \text{ MN} \quad (12)$$

$$F_{z0} = F_z = 1,000 \text{ MN} \quad (13)$$

$$M_{y0} = M_y - F_x z_0 + F_z x_0 = -1,563 \text{ MNm} \quad (14)$$



Kuva 3.

Kuormaosuudet pysty ja vaakavoimista (kuva 3)

$$F_{xD} = \frac{F_{z0}}{\sin \alpha} \quad (15)$$

$$= 3,640 \text{ MN} \quad \text{Puristusta}$$

$$F_{xV} = F_{x0} - \frac{F_{z0}}{\tan \alpha} \quad (16)$$

$$= -3,500 \text{ MN} \quad \text{Vetoa}$$

Vertikaalipaalujen aksiaalivoimat

$$N_{Vi} = k_{Vi} \left(\frac{F_{xV}}{A_V} + \frac{M_{y0}}{I} r_{Vi} \right) \quad (17)$$

$$N_{V1} = -0,168 \text{ MN} \quad \text{Vetoa}$$

$$N_{V2} = -0,216 \text{ MN} \quad \text{Vetoa}$$

$$N_{V3} = -0,264 \text{ MN} \quad \text{Vetoa}$$

Diagonaalipaalujen aksiaalivoimat

$$N_{Di} = k_{Di} \left(\frac{F_{xD}}{A_D} + \frac{M_{y0}}{I} r_{Di} \right) \quad (18)$$

$$N_{D1} = 0,499 \text{ MN} \quad \text{Puristusta}$$

$$N_{D2} = 0,455 \text{ MN} \quad \text{Puristusta}$$

$$N_{D3} = 0,411 \text{ MN} \quad \text{Puristusta}$$

Jäykkymatriisin alkiot painopistekoordinaatistossa

$$k_{11} = \sum n_i k_i [\cos(\alpha_i)]^2 \quad (19)$$

$$= 6\,240 \text{ MN/m}$$

$$k_{12} = \sum n_i k_i [\sin(\alpha_i)]^2 \quad (20)$$

$$= 549 \text{ MN/m}$$

$$k_{21} = k_{12} \quad (21)$$

$$= 549 \text{ MN/m}$$

$$k_{22} = \sum n_i k_i [\sin(\alpha_i)]^2 \quad (22)$$

$$= 157 \text{ MN/m}$$

$$k_{33} = I \quad (23)$$

$$= 17\,573 \text{ MNm}$$

Jäykkyysmatriisi, joka on saatu yhtälöryhmän kahdesta ylimmästä rivistä

$$\begin{aligned}
 [K] &= \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 6\,240 & 549 \\ & 549 & 157 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{MN/m} & \text{MN/m} \\ \text{MN/m} & \text{MN/m} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Käänteismatriisi

$$[K]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,000 & -0,001 \\ -0,001 & 0,009 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{m/MN} & \text{m/MN} \\ \text{m/MN} & \text{m/MN} \end{bmatrix}$$

Voimavektori

$$\begin{aligned}
 f &= \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{Bmatrix} 0,000 \text{ MN} \\ 1,000 \text{ MN} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{25}$$

Tasapainoehdosta saadaan paaluryhmän siirtymävektori

$$\{f\} = [K]\{\delta\} \tag{26}$$

$$\Rightarrow \{\delta\} = [K]^{-1}\{f\} \tag{27}$$

Siirtymät kiertokeskiössä

$$u_p = -0,00081 \text{ m}$$

$$w_p = 0,00922 \text{ m}$$

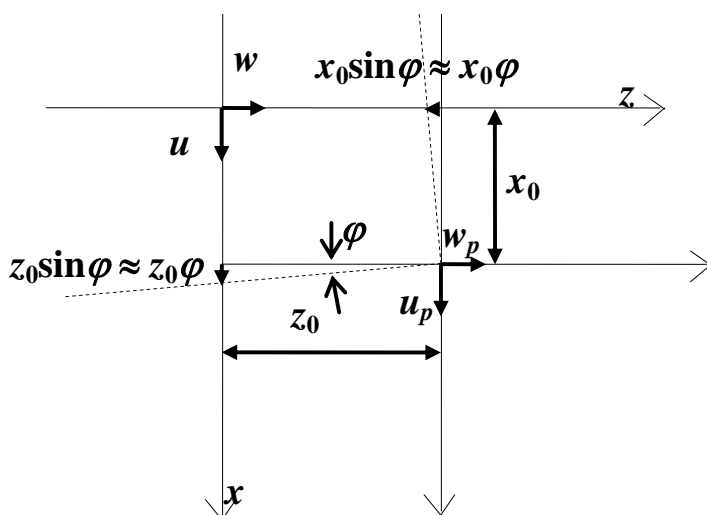
Paalulaatan kiertymä yhtälöryhmän kolmannesta yhtälöstä

$$\begin{aligned}
 \varphi &= M_y / k_{33} \\
 &= -0,00509^\circ \\
 &= -0,00009 \text{ rad}
 \end{aligned} \tag{28}$$

Paalulaatan siirtymät alkuperäisessä koordinaatistossa

$$\begin{aligned} u &= u_p - z_0 \sin \varphi \\ &= -0,00089 \text{ m} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} w &= w_p + x_0 \sin \varphi \\ &= 0,00980 \text{ m} \end{aligned} \quad (30)$$



Kuva 4.

Vaihtoehtoisesti siirtymät voidaan laskea pääjäykkyysskoordinaatistossa.

Pääjäykkyydet

$$\begin{aligned} k_{11} &= \sum n_i k_i [\cos(\alpha_i + \phi_0)]^2 \\ &= 6\,289 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} k_{22} &= \sum n_i k_i [\sin(\alpha_i + \phi_0)]^2 \\ &= 108 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (32)$$

(33)

Pysty- ja vaakavoima kierretyssä koordinaatistossa

$$\begin{aligned} F_{xk} &= F_x \cos \phi_0 - F_z \sin \phi_0 \\ &= 0,089 \text{ MN} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} F_{zk} &= F_x \sin \phi_0 + F_z \cos \phi_0 \\ &= 0,996 \text{ MN} \end{aligned} \quad (35)$$

Paalulaatan siirtymät pääjäykkyyskoordinaatistossa

$$\begin{aligned} u_k &= F_{xk} / k_{11} \\ &= 0,00001 \text{ m} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} w_k &= F_{zk} / k_{22} \\ &= 0,00925 \text{ m} \end{aligned} \quad (37)$$

Paalulaatan kiertymä φ on sama kuin edellä.

Paalulaatan suhteelliset siirtymät kiertokeskiöön siirrettyssä alkuperäisen suuntaisessa koordinaatistossa

$$\begin{aligned} u_p &= w_k \sin \phi_0 + u_k \cos \phi_0 \\ &= -0,00081 \text{ m} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} w_p &= w_k \cos \phi_0 - u_k \sin \phi_0 \\ &= 0,00922 \text{ m} \end{aligned} \quad (39)$$

Siirtymät alkuperäisessä koordinaatistossa saadaan kuten edellä.

VASTAUS:

Pienin ja suurin paaluvoima

$N_{\min} =$	-0,216 MN	Vetoa	V2
$N_{\max} =$	0,499 MN	Puristusta	D1

Paalulaatan siirtymät ja kiertymä alkuperäisessä koordinaatistossa

$$u = -0,00089 \text{ m}$$

$$w = 0,00980 \text{ m}$$

$$\varphi = -0,00509^\circ$$

VII KOTITEHTÄVÄ

Maan päälle pilarina jatkuvan suurpaalun (kuva 1) yläpään vaikuttaa voima

$$F = 0,500 \text{ MN}$$

Ratkaise yksikkövoimamenetelmää käyttäen yläpään vaakasiirtymä (a), jousen painuma (δ) ja jousivoima (X_1)!

Suurpaalun poikkileikkaus on ympyrä, jonka halkaisija on

$$d = 1,000 \text{ m}$$

Korkeus

$$h = 16,000 \text{ m}$$

Teräsbetonin kimmokerroin

$$E = 30\,000 \text{ MN/m}^2$$

Paalun alapään kiinnitys oletetaan jäykäksi.

Oletetaan, että jousivakio (k) voidaan arvioida alustan kimmoisuuden avulla kuvassa 1 annetulta alueelta, jossa mitat

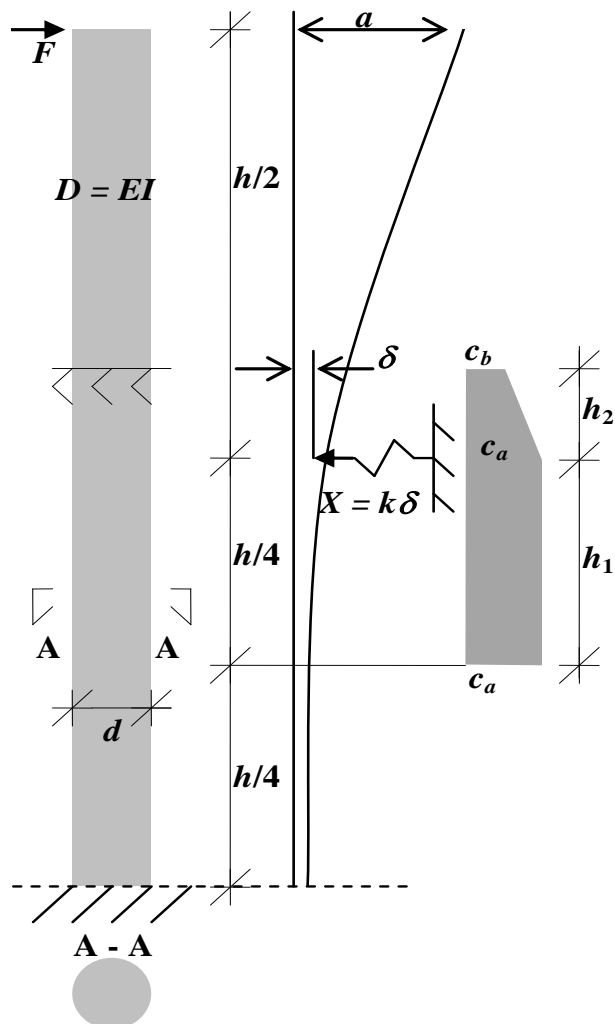
$$h_1 = 4,000 \text{ m}$$

$$h_2 = 2,000 \text{ m}$$

ja alustavakiot

$$c_a = 35 \text{ MN/m}^3$$

$$c_b = 20 \text{ MN/m}^3$$

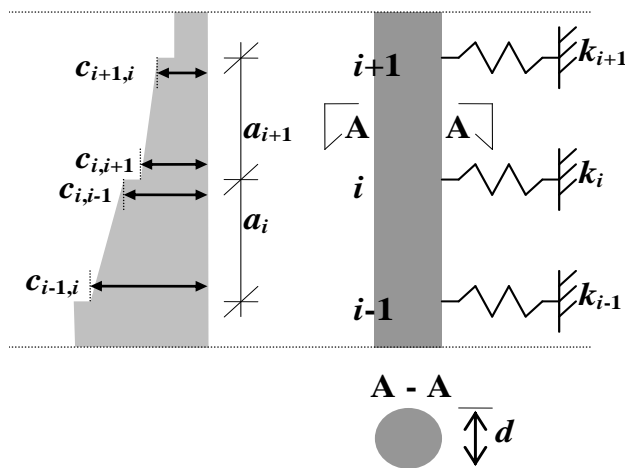


Kuva 1.

Jousivakio (kuva 2)

$$k_i = d \cdot \frac{a_i(c_{i-1,i} + 3c_{i,i-1}) + a_{i+1}(3c_{i,i+1} + c_{i+1,i})}{8} \quad (1)$$

$$= 101,250 \text{ MN/m}$$



Kuva 2.

Kaivinpaalun ja pilarin jäykkyys

$$D = E \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{2} \right)^4 \quad (2)$$

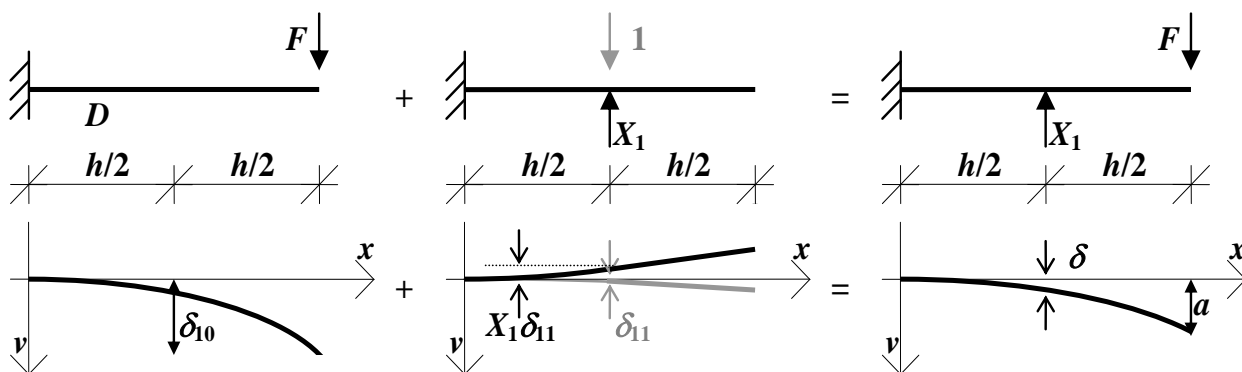
$$= 1\,473 \text{ MNm}^2$$

Yhteensopivuusehto (kuva 3)

$$\delta_{10} \cdot X_1 \delta_{11} = \delta \quad (3)$$

jossa

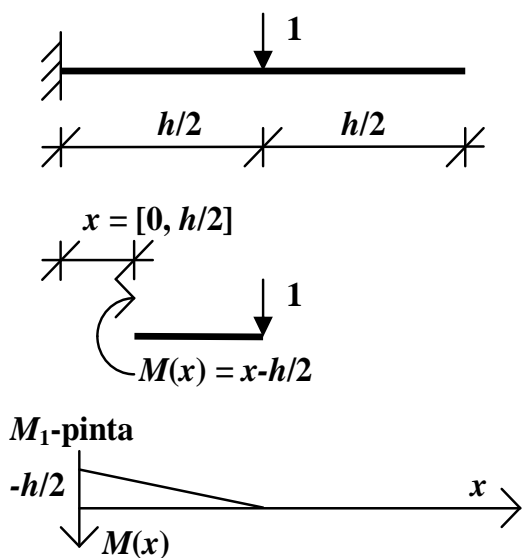
$$\delta = \frac{X_1}{k} \quad (4)$$



Kuva 3.

Taivutusmomentti yksikkövoimasta (kuva 4)

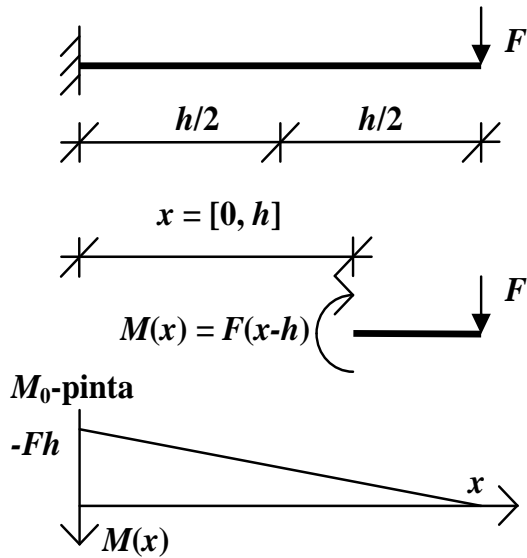
$$M_1(x) = \begin{cases} x - \frac{h}{2}, & x \in \left\{0 \dots \frac{h}{2}\right\} \\ 0, & x \in \left\{\frac{h}{2} \dots h\right\} \end{cases} \quad (5)$$



Kuva 4.

Taivutusmomentti ulkoisesta voimasta (kuva 5)

$$M_0(x) = F(x-h) \quad (6)$$



Kuva 5.

Siirtymät

$$\delta_{10} = \int \frac{M_1 M_0}{D} dx \quad (7)$$

$$= \frac{F}{D} \int_0^{h/2} \left(x^2 - \frac{3}{2}hx + \frac{h^2}{2} \right) dx \quad (8)$$

$$= \frac{5Fh^3}{48D} \quad (9)$$

$$= 0,145 \text{ m}$$

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{D} dx \quad (10)$$

$$= \frac{1}{D} \int_0^{h/2} \left(x^2 - hx + \frac{h^2}{4} \right) dx \quad (11)$$

$$= \frac{h^3}{24D} \quad (12)$$

$$= 0,116 \text{ m/MN}$$

Yhtälöistä 3, 4, 9 ja 12 saadaan tukireaktioksi

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{\delta_{10}}{\frac{1}{k} + \delta_{11}} \\ &= 1,152 \text{ MN} \end{aligned} \quad (13)$$

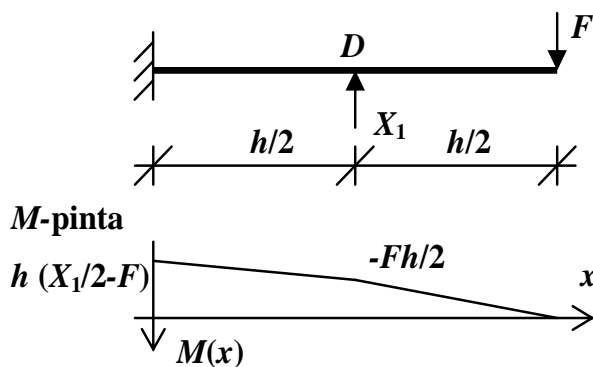
Jousen painuma yhtälöstä 3

$$\delta = 0,011 \text{ m}$$

Rakenteen taivutusmomentti (kuva 6)

$$M = M_0 - X_1 M_1 \quad (14)$$

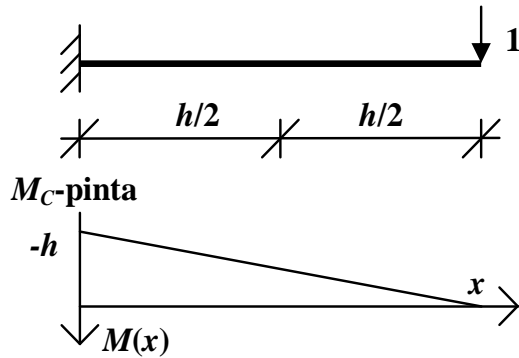
$$= \begin{cases} (F - X_1)x + \left(\frac{X_1}{2} - F\right)h, & x \in \left\{0 \dots \frac{h}{2}\right\} \\ F(x - h), & x \in \left\{\frac{h}{2} \dots h\right\} \end{cases} \quad (15)$$



Kuva 6.

Taivutusmomentti suurpaalun päässä vaikuttavasta yksikkövoimasta (kuva 7)

$$M_C(x) = x - h \quad (16)$$



Kuva 7.

Pilarin yläpäähän siirtymä

$$a = \int \frac{MM_C}{D} dx \quad (17)$$

$$= \frac{1}{D} \int_0^{h/2} \left[(F - X_1)x^2 + \left(\frac{3}{2} X_1 - 2F \right) hx + \left(F - \frac{X_1}{2} \right) h^2 \right] dx + \quad (18)$$

$$+ \frac{F}{D} \int_{h/2}^h (x^2 - 2hx + h^2) dx \quad (19)$$

$$= \frac{h^3}{48D} (16F - 5X_1) \quad (20)$$

$$= 0,130 \text{ m}$$

VASTAUS:

Suurpaalun yläpäähän vaakasiirtymä

$$a = 0,130 \text{ m}$$

Jousen painuma

$$\delta = 0,011 \text{ m}$$

Jousivoima

$$X_1 = 1,152 \text{ MN}$$

VIII KOTITEHTÄVÄ

Laske ja piirrä kuvan 1 mukaisen laatan painuma-, pohjapaine- ja leikkausvoimajakauma, kun laskentapisteväli

$$a = 5 \text{ m}$$

lähtien momentin ja taipumaviivan välisestä differentiaaliyhtälöstä ja toisaalta reaktioiden R_i avulla lausutuista momenteista.

Pohjapaine on lineaarinen kussakin differenssissä.

Laatan kimmokerroin on vakio

$$E = 30\,000 \text{ MN/m}^2$$

Laatan paksuusmitat

$$h_1 = 0,400 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,500 \text{ m}$$

Maapohjan alustaluku

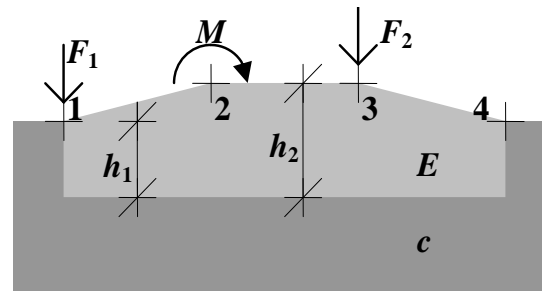
$$c = 8 \text{ MN/m}^3$$

Kuormitus juoksumetriä kohden (kuvassa positiiviset suunnat)

$$F_1 = 1,500 \text{ MN/m}$$

$$F_2 = 3,000 \text{ MN/m}$$

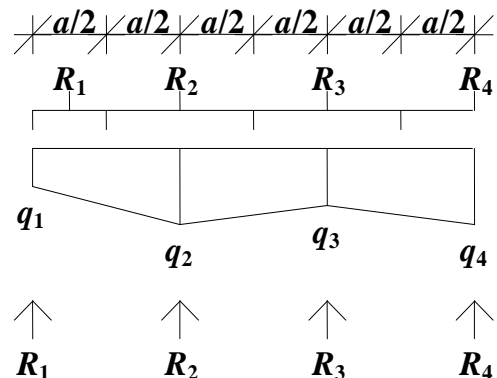
$$M = 1,000 \text{ MNm/m}$$



Kuvassa 1 pisteessä i vaikuttaa tukireaktio R_i ; ja pohjapaineen suuruus on

$$q_i = c w_i$$

missä w_i on pisteen i taipuma.

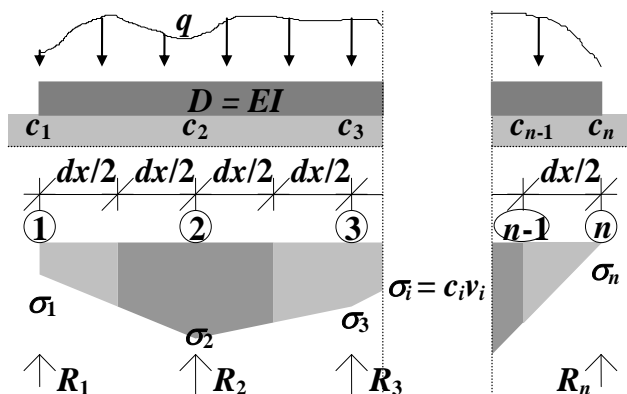


Kuva 1.

Tukireaktiot (kuva 2)

$$R_i = \begin{cases} \frac{cdx}{8}(3w_i + w_{i+1}), & i = 1 \\ \frac{cdx}{8}(w_{i-1} + 6w_i + w_{i+1}), & i \in \{2 \dots n-1\}, \quad i \in N \\ \frac{cdx}{8}(w_{i-1} + 3w_i), & i = n \end{cases} \quad (1a, b, c)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{ca}{8}(3w_1 + w_2) \\ R_2 = \frac{ca}{8}(w_1 + 6w_2 + w_3) \\ R_3 = \frac{ca}{8}(w_2 + 6w_3 + w_4) \\ R_4 = \frac{ca}{8}(w_3 + 3w_4) \end{cases} \quad (2a, b, c, d)$$



Kuva 2.

Taivutusmomentti

$$M_i = \frac{D_i}{dx^2}(-w_{i-1} + 2w_i - w_{i+1}) \quad (3)$$

pisteissä 2 ja 3

$$M_2 = aR_1 - aF_1 + \frac{M}{2} = \frac{D_2}{a^2}(-w_1 + 2w_2 - w_3) \quad (4)$$

$$M_3 = 2aR_1 + aR_2 - 2aF_1 + M = \frac{D_2}{a^2}(-w_2 + 2w_3 - w_4) \quad (5)$$

Pystysuorien voimien tasapainoehto

$$F_1 + F_2 = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (6)$$

Momenttitasapainoehto pisteen 1 suhteen

$$M + 2aF_2 = aR_2 + 2aR_3 + 3aR_4 \quad (7)$$

Yhtälöryhmä yhtälöistä 4...7

$$\begin{cases} \frac{ca^2}{8}(3w_1 + w_2) - F_1 a + \frac{M}{2} = \frac{D_2}{a^2}(-w_1 + 2w_2 - w_3) \\ 2\frac{ca^2}{8}(3w_1 + w_2) + \frac{ca^2}{8}(w_1 + 6w_2 + w_3) - 2aF_1 + M = \frac{D_2}{a^2}(-w_2 + 2w_3 - w_4) \\ F_1 + F_2 = \frac{ca}{8}(3w_1 + w_2 + w_1 + 6w_2 + w_3 + w_2 + 6w_3 + w_4 + w_3 + 3w_4) \\ \frac{ca^2}{8}(w_1 + 6w_2 + w_3) + 2\frac{ca^2}{8}(w_2 + 6w_3 + w_4) + 3\frac{ca^2}{8}(w_3 + 3w_4) = M + 2aF_2 \end{cases} \quad (8a, b, c, d)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (3\alpha + \beta)w_1 + (\alpha - 2\beta)w_2 + \beta w_3 = aF_1 - \frac{M}{2} \\ 7\alpha w_1 + (8\alpha + \beta)w_2 + (\alpha - 2\beta)w_3 + \beta w_4 = 2aF_1 - M \\ 4\alpha w_1 + 8\alpha w_2 + 8\alpha w_3 + 4\alpha w_4 = aF_1 + aF_2 \\ \alpha w_1 + 8\alpha w_2 + 16\alpha w_3 + 11\alpha w_4 = M + 2aF_2 \end{cases} \quad (9a, b, c, d)$$

jossa

$$\begin{aligned} \alpha &= ca^2/8 \\ &= 25,000 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{D_2}{a^2} \quad (11)$$

$$= \frac{Eh_2^3}{12a^2} \quad (12)$$

$$= 12,500 \text{ MN/m}$$

Kerroinmatriisi

$$[K] = \begin{bmatrix} 87,500 & 0,000 & 12,500 & 0,000 \\ 175,000 & 212,500 & 0,000 & 12,500 \\ 100,000 & 200,000 & 200,000 & 100,000 \\ 25,000 & 200,000 & 400,000 & 275,000 \end{bmatrix}$$

Kerroinmatriisin yksiköt

$$\begin{bmatrix} \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} \\ \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} \\ \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} \\ \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} & \text{MN/m} \end{bmatrix}$$

Käänteismatriisi

$$[K]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,011 & 0,001 & -0,002 & 0,001 \\ -0,009 & 0,003 & 0,003 & -0,001 \\ 0,003 & -0,009 & 0,015 & -0,005 \\ 0,001 & 0,011 & -0,023 & 0,012 \end{bmatrix}$$

Voimavektorin alkiot

$$\begin{aligned} P_1 &= 7,000 \text{ MNm/m} \\ P_2 &= 14,000 \text{ MNm/m} \\ P_3 &= 22,500 \text{ MNm/m} \\ P_4 &= 31,000 \text{ MNm/m} \end{aligned}$$

Siirtymävektori saadaan kerroinmatriisin käänteismatriisin ja voimavektorin tulona

$$\{\delta\} = [K]^{-1}\{p\} \quad (13)$$

Siirtymävektorin alkiot

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0,070 \text{ m} \\ \delta_2 &= 0,008 \text{ m} \\ \delta_3 &= 0,070 \text{ m} \\ \delta_4 &= -0,001 \text{ m} \end{aligned}$$

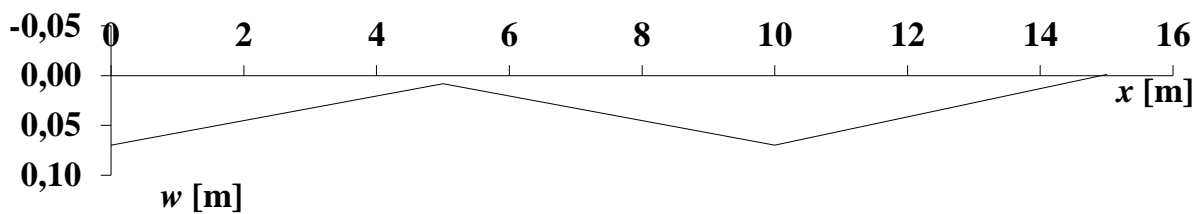
Taivutusmomentti pisteessä 2 ja 3 ehdoista 1 ja 2

$$M_{21} = M_2 - M/2 \quad (14)$$

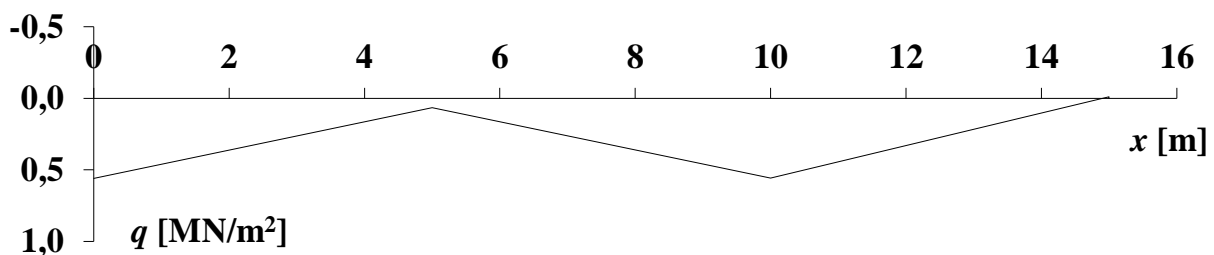
$$M_{23} = M_{21} + M \quad (15)$$

VASTAUS: Taulukossa 1 on esitetty taipuma (kuva 3), pohjapaine (kuva 4) ja taivutusmomentti (kuva 5), tukireaktiot sekä leikkausvoima (kuva 6) laatan leveyden x funktiona juoksumetriä kohti.

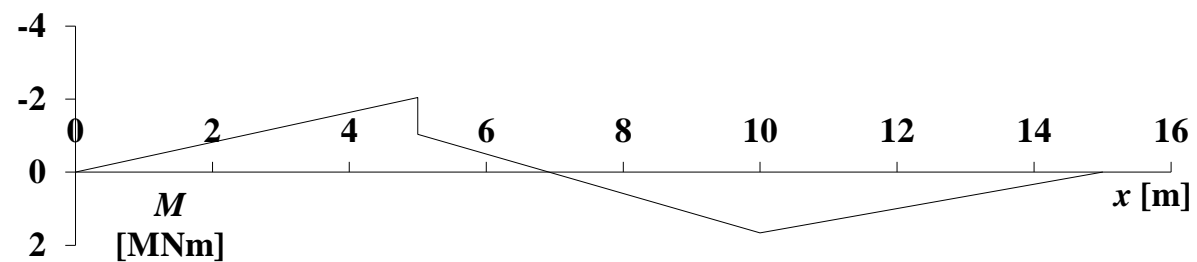
	x_i [m]	w_i [m]	q_i [MN/m ²]	M_i [MNm]	R_i [MN]	Q_i [MN]
1	0,0	0,070	0,560	0,000	1,092	-0,408
2	5,0	0,008	0,066	-2,041	0,948	-0,408
2	5,0	0,008	0,066	-1,041	0,948	0,539
3	10,0	0,070	0,558	1,656	2,129	0,539
3	10,0	0,070	0,558	1,656	2,129	-0,331
4	15,0	-0,001	-0,009	0,000	0,331	-0,331
4	15,0		0,000	0,000		0,000



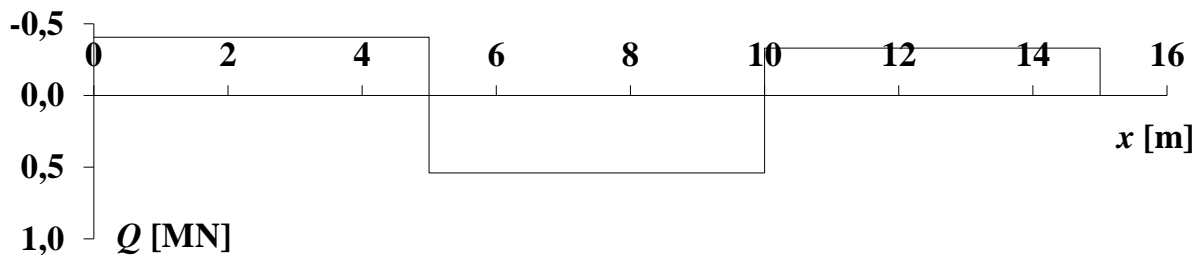
Kuva 3. Taipuma.



Kuva 4. Pohjapaine.



Kuva 5. Taivutusmomentti.



Kuva 6. Leikkausvoima.

VAIHTOEHTOISET TASAPAINOYHTÄLÖT

M_3 , oikealta puolelta laskettuna (yhtälö 5 on laskettu vasemmalta)

$$M_3 = -aR_4 = \frac{D_2}{a^2} (-w_2 + 2w_3 - w_4) \quad (16)$$

$$\Rightarrow -\beta w_2 + (2\beta - \alpha)w_3 - (3\alpha + \beta)w_4 = 0 \quad (17)$$

Momenttitasapainoyhtälö pisteen 2 suhteen

$$aF_1 + aR_3 + 2aR_4 = aR_1 + aF_2 + M \quad (18)$$

$$\Rightarrow \alpha(3w_1 - 8w_3 - 7w_4) = a(F_1 - F_2) - M \quad (19)$$

Momenttitasapainoyhtälö pisteen 3 suhteen

$$M + 2aR_1 + aR_2 = 2aF_1 + aR_4 \quad (20)$$

$$\Rightarrow \alpha(7w_1 + 8w_2 - 3w_4) = 2aF_1 - M \quad (21)$$

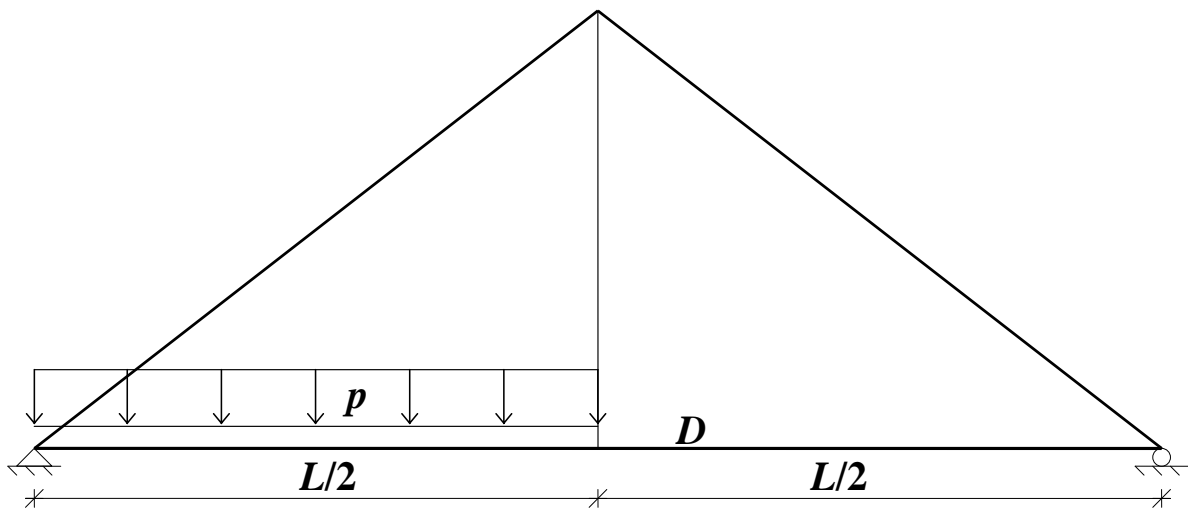
Numeeriset arvot taulukossa 2.

Taulukko 2.

Yht.	w_1	w_2	w_3	w_4	P_i
17	0,000	-12,500	0,000	-87,500	0,000
19	75,000	0,000	-200,000	-175,000	-8,500
21	175,000	200,000	0,000	-75,000	14,000

IX KOTITEHTÄVÄ

Riippuansassillan riippuansasvaikutusta voidaan kuvata jousella pystysuoran vetotangon kohdalla (kuva 1). Kuinka suuri tulee jousivakion k olla, jotta vaakapalkin taivutusmomentti jousen kohdalla olisi nolla, kun tasainen nauhakuorma vaikuttaa sillan vasemmalla puoliskolla? Mikä on tällöin jousen painuma?



Kuva 1.

Sillan pituus

$$L = 16 \text{ m}$$

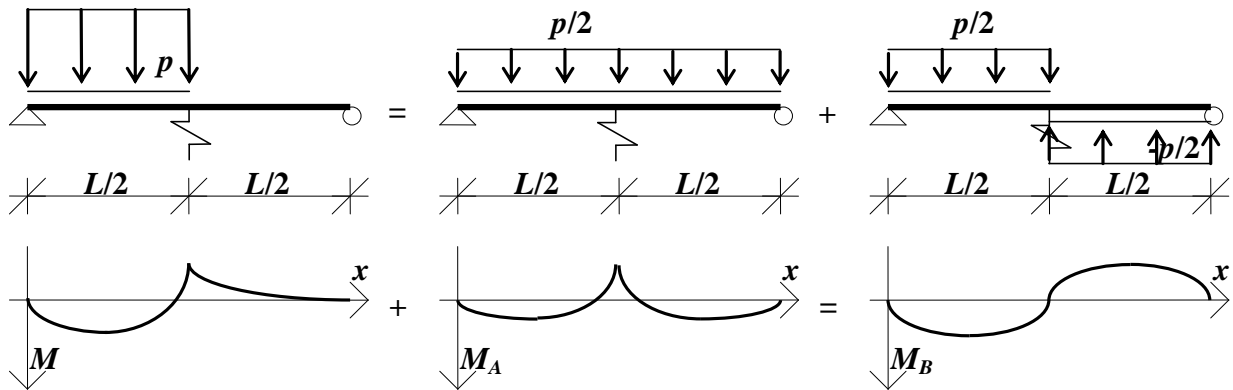
Taivutusjäykkyys ($D = EI$)

$$D = 1\,200 \text{ MNm}^2$$

Nauhakuorma

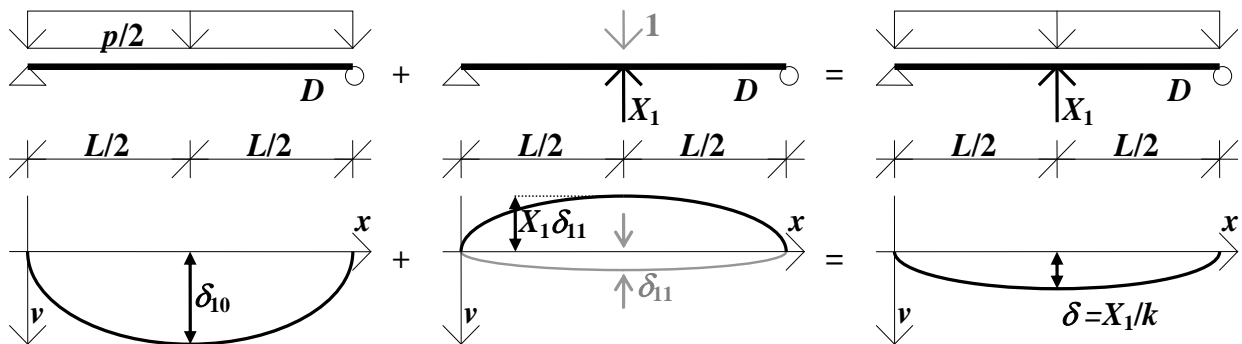
$$p = 0,200 \text{ MN/m}$$

Jaetaan kuormitus symmetriseen (A) ja antimetriseen osaan (B), joista sillan keskipisteeseen ainoastaan symmetrinen osa aiheuttaa taivutusmomenttia ja taipumaa, joka on suoraan verrannollinen jousivoimaan. Ks. Kuva 2.



Kuva 2.

A-tapauksessa staattisesti määrättyyn perusmuotoon ulkoisesta kuormasta $0,5p$ aiheutuvan taipuman (δ_{10}) ja keskituen tuntemattoman tukireaktion aiheuttaman taipuman ($X_1\delta_{11}$) summa on yhtäsuuri kuin keskituen taipuma δ . Tässä δ_{11} on keskituen kohdalla vaikuttavan yksikkövoiman aiheuttama taipuma. Ks. Kuva 3.



Kuva 3.

Siirtymäehto

$$\delta_{10} - X_1\delta_{11} = \delta \quad (1)$$

jossa

$$\delta = X_1/k \quad (2)$$

Taivutusmomentti yksikkövoimasta, joka vaikuttaa jänteen puolivälissä

$$M_1 = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x = \left[0, \frac{L}{2}\right] \\ \frac{L-x}{2}, & x = \left[\frac{L}{2}, L\right] \end{cases} \quad (3a, b)$$

Taivutusmomentti nauhakuormasta ($p/2$)

$$M_0 = \frac{p}{4}(Lx - x^2), \quad x = [0, L] \quad (4)$$

Siirtymät

$$\begin{cases} \delta_{10} = \int_0^L \frac{M_1 M_0}{D} dx \\ \delta_{11} = \int_0^L \frac{M_1 M_1}{D} dx \end{cases} \quad (5a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_{10} = \frac{5pL^4}{768D} \\ \delta_{11} = \frac{L^3}{48D} \end{cases} \quad (6a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_{10} = 0,071 \text{ m} \\ \delta_{11} = 0,071 \text{ m/MN} \end{cases}$$

Jousivakio yhtälöistä 9 ja 10

$$k = \frac{X_1}{\delta_{10} - X_1 \delta_{11}} \quad (7)$$

Taivutusmomentti (pelkkä A-kohta)

$$M(x) = M_0 - X_1 M_1 \quad (8)$$

$$= \begin{cases} \frac{p}{4}(Lx - x^2) - X_1 \frac{x}{2}, & x \leq \frac{L}{2} \\ \frac{p}{4}(Lx - x^2) - X_1 \frac{L-x}{2}, & x \geq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (9a, b)$$

Vaadittu ehto: taivutusmomentti tuella on nolla (yhtälöstä 9)

$$M\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \quad (10)$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{p}{4} \left(\frac{L^2}{2} - \frac{L^2}{4} \right) - X_1 \frac{L}{4} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow X_1 &= \frac{pL}{4} \\ &= 0,800 \text{ MN} \end{aligned} \quad (12)$$

Jousivakio yhtälöistä 7 ja 12

$$\begin{aligned} k &= \frac{pL}{4\delta_{10} - pL\delta_{11}} \\ &= 56,250 \text{ MN/m} \end{aligned} \quad (13)$$

Jousen painuma (yht. 2)

$$\begin{aligned} \delta &= X_1/k \\ &= 0,014 \text{ m} \end{aligned}$$

VASTAUS:

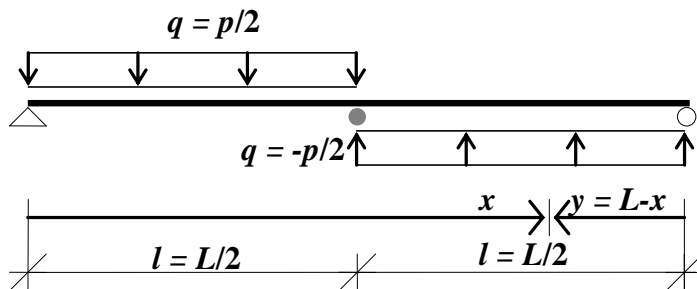
Jousivakio ja jousen painuma

$$\begin{aligned} k &= 56,250 \text{ MN/m} \\ \delta &= 0,014 \text{ m} \end{aligned}$$

TARKISTUS

B-tapauksessa tarkastellaan aluksi vasemman puoleista jännettä merkitsemällä (kuva 4)

$$\begin{cases} l = L/2 \\ q = p/2 \end{cases} \quad (14a, b)$$



Kuva 4.

Yksinkertaisen palkin taipuma tasan jakautuneesta voimasta (Kaavakokoelmasta)

$$v(x) = \frac{ql^4}{24D} \left[\frac{x}{l} - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^4 \right] \quad (15)$$

Taivutusmomentti

$$M(x) = -Dv'' \quad (16)$$

$$= \frac{q}{2}(lx - x^2) \quad (17)$$

$$= \frac{p}{8}(Lx - 2x^2), \quad x = \left[0, \frac{L}{2} \right] \quad (18)$$

Oikealla puolella (kuva 3)

$$M(y) = \frac{q}{8}(Ly - 2y^2), \quad y = \left[0, \frac{L}{2} \right] \quad (19)$$

jossa

$$\begin{cases} q = -p/2 \\ y = L - x \end{cases} \quad (20a, b)$$

eli

$$M(x) = \frac{p}{8}(L^2 - 3Lx + 2x^2), \quad x = \left[\frac{L}{2}, L \right] \quad (21)$$

Lopullinen taivutusmomentti (tapaus A ja B)

$$M(x) = M_0 - X_1 M_1 + M_B \quad (22)$$

$$= \begin{cases} \frac{p}{4}(Lx - x^2) - X_1 \frac{x}{2} + \frac{p}{8}(Lx - 2x^2), & x \leq \frac{L}{2} \\ \frac{p}{4}(Lx - x^2) - X_1 \frac{L-x}{2} + \frac{p}{8}(L^2 - 3Lx + 2x^2), & x \geq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (23a, b)$$

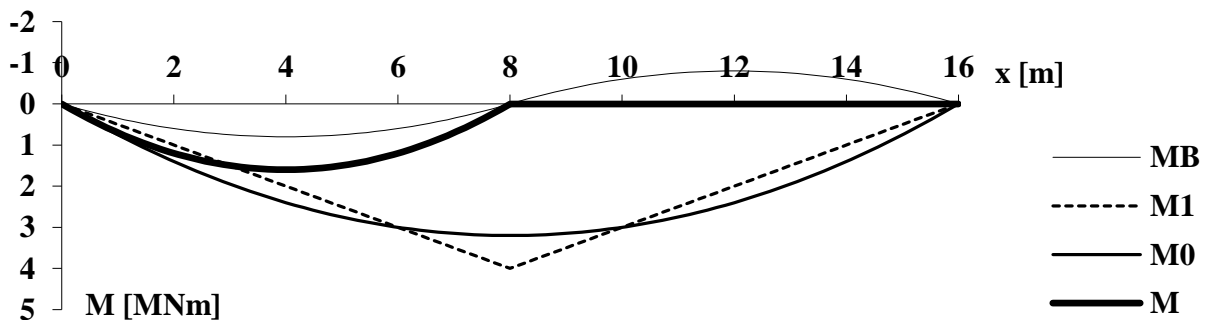
$$= \begin{cases} \frac{p}{8}(3Lx - 4x^2) - X_1 \frac{x}{2}, & x \leq \frac{L}{2} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{pL}{4} - X_1 \right) (L-x), & x \geq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (24a, b)$$

Kun sijoitetaan tukireaktion lauseke (12), saadaan

$$M(x) = \begin{cases} \frac{p}{8}(3Lx - 4x^2) - \frac{p}{8}Lx, & x \leq \frac{L}{2} \\ 0, & x \geq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (25a, b)$$

$$\Rightarrow M(x) = \begin{cases} \frac{px}{4}(L - 2x), & x \leq \frac{L}{2} \\ 0, & x \geq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (26a, b)$$

Taivutusmomenttien kuvaajat on esitetty kuvassa 5.



Kuva 5.