



**TEKNILLINEN KORKEAKOULU**  
**Insinööritieteiden ja arkkitehtuurin tiedekunta**

**Rakenne- ja rakennustuotantotekniikan laitos**

**Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset**

**RAK-11.107 SILLAT JA PERUSTUKSET**  
**PERUSTUKSET (luento- osuus)**

**SISÄLLYSLUETTELO**

<b>1. JOHDANTO</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Määritelmiä ja käsitteitä</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Perustamistavat</b>	<b>2</b>
<b>1.3 Perustusrakenteet</b>	<b>3</b>
<b>2. PERUSTUSTEN MITOITUSPERUSTEET</b>	<b>5</b>
<b>2.1 Kuormat ja kuormitukset</b>	<b>5</b>
<b>2.2 Maanpaineet</b>	<b>5</b>
2.2.1 Yleistä	5
2.2.2 Lepopaine	5
2.2.3 Aktiivinen maanpaine kitkamaassa Coulombin maanpaineteorian mukaan	7
2.2.4 Erikoistapauksia	9
<b>3. PERUSTAMINEN KALLIOLLE</b>	<b>10</b>
<b>3.1 Epäkeskeisesti puristettu poikkileikkaus</b>	<b>10</b>
<b>3.2 Sydänkuvio</b>	<b>11</b>
<b>3.3 Pohjapaineen määrittäminen</b>	<b>15</b>
<b>3.4 Ulkoisen kuormitusresultantin epäkeskisyyden vaikutus</b>	<b>18</b>
<b>3.5 Kallionvaraisen perustuksen mitoittaminen</b>	<b>18</b>
<b>3.4 Kallionvaraisen perustuksen ankkurointi</b>	<b>19</b>
<b>4. MAANVARAISET PERUSTUKSET</b>	<b>21</b>
<b>4.1 Alustamallit</b>	<b>21</b>
4.1.1 Kimmoinen puoliavaruus	21
4.1.2 Alustalukumallit	21
4.1.3 Todellinen ja laskennallinen pohjapaine	22
<b>4.2 Maanvaraisen perustuksen mitoitus</b>	<b>23</b>
4.2.1 Käyttöraajatilatarkastelu	23
4.2.2 Maapohjan geotekninen kantavuus	23
4.2.3 Kokonaisvarmuuslukumenetelmä	25
4.2.4 Osavarmuusvarmuuslukumenetelmä	25
4.2.5 Vakavuustarkastelut	26
4.2.6 Sallittujen jännitysten menetelmä	26
4.2.7 Peruslaatan rakenteellinen mitoitus	27

<b>5. PAALUPERUSTUKSET – TUKIPAALUT</b>	<b>28</b>
<b>5.1 Yleistä</b>	<b>28</b>
<b>5.2 Geometrialtaan yksinkertaisten tukipaalutusten laskenta</b>	<b>28</b>
5.2.1 Pystysuorat tukipaalut	28
5.2.2 Tasotapaus, missä paaluja on kahdessa eri suunnassa	31
5.2.3 Staattisesti määrätyt paalutukset	34
<b>5.3 Tukipaalutuksen laskenta siirtymämenetelmällä</b>	<b>36</b>
5.3.1 Yleistä	36
5.3.2 Paaluvoimien ratkaisu tasotapauksessa	36
5.3.3 Pääjäykkydet ja pääsuunta	40
5.3.4 Paaluvoimien ratkaisu avaruustapauksessa	42
<b>5.4 Tukipaaluryhmän suunnittelu</b>	<b>44</b>
5.4.1 Paalujen asemaa koskevat määräykset	44
5.4.2 Paaluperustuksen mita- ja sijaintipoikkeamat	45
5.4.3 Paalulle sallittava normaalivoima	46
5.4.4 Paaluryhmän alustava suunnittelu	47
5.4.5 Paalujen sijoittelu	48
<b>5.5 Paaluperustuksen liittyminen osana muihin rakenteisiin</b>	<b>51</b>
<b>5.5.1 Paaluperustuksen huomiointi, kun lasketaan voimamenetelmällä</b>	<b>51</b>
<b>5.5.2 Paaluperustuksen huomiointi siirtymämenetelmää käytettäessä</b>	<b>52</b>
<b>6 SUURPAALUT</b>	<b>53</b>
<b>6.1 Suurpaalutyypit</b>	<b>53</b>
<b>6.2 Suurpaalut rakenteissa</b>	<b>54</b>
<b>6.2 Sivukuormitetun suurpaalun laskenta sauvaelementtimenetelmällä</b>	<b>55</b>
<b>7 TAIPUISAT PERUSPALKIT JA –LAATAT</b>	<b>58</b>
<b>7.1 Kimmoisella alustalla olevan taipuisa palkki</b>	<b>58</b>
<b>7.2 Eräs differenssimenetelmän mukainen ratkaisutapa</b>	<b>59</b>
<b>8 OSAAN “PERUSTUKSET” LIITTYVÄT LÄHDEVIITTEET</b>	<b>62</b>

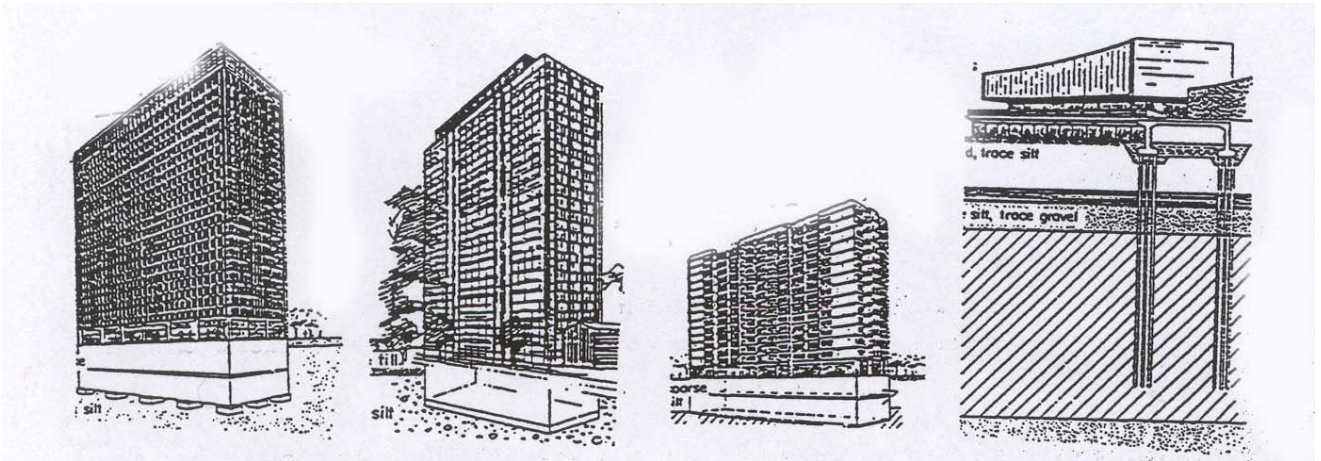
## RAK-11.107 SILLAT JA PERUSTUKSET

### PERUSTUKSET (luento- osuus)

#### 1. JOHDANTO

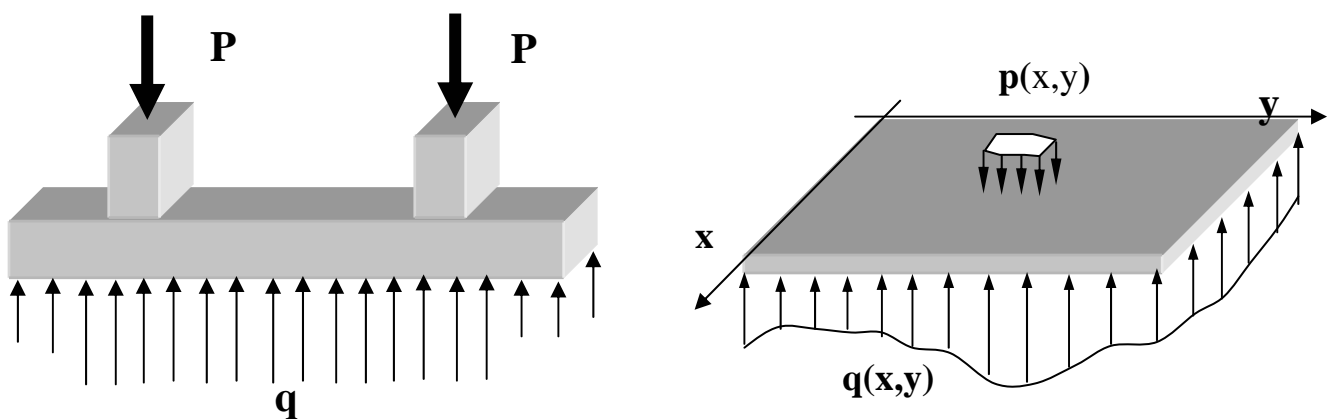
##### 1.1 Määritelmiä ja käsitteitä

**Perustukset:** Rakennuksen tai rakenteen alimpana olevat rakennuksen osat, joiden välityksellä rakennukseen kohdistuvat kuormat siirretään maahan.



*Kuva 1. Perustusrakenteita [1].*

Rakenteet voidaan usein jakaa yläpuoleisiin rakenteisiin ja ns. alusrakenteisiin. Perustusrakenteet ovat alusrakenteita, joita toisaalta kuormittaa yläpuoleisilta rakenteilta tulevat kuormat ja toisaalta maan kosketuspinnassa syntyvä jännitystila.

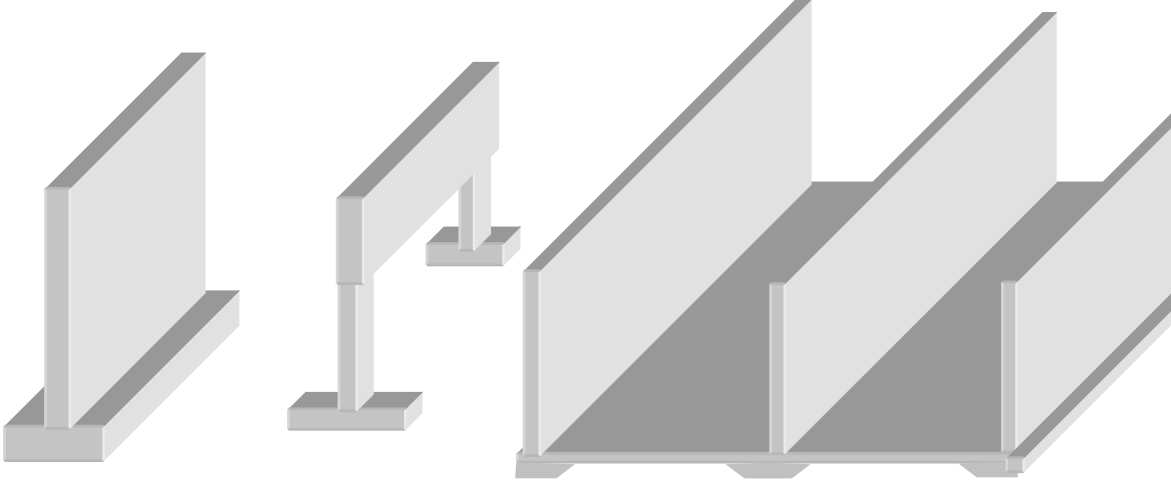


*Kuva 2. Perustusrakenteisiin kohdistuvat kuormat.*

Perustuksen muodosta, sen jäykkyydestä sekä maan ja yläpuoleisten rakenteiden jäykkyyksistä ja niiden keskinäisistä suhteista riippuu, minkälainen jännitystila perustuksen alapuolella olevaan maahan syntyy. Rakenteet ja maa ja niiden väliset rasitukset ovat siten aina keskinäisessä vuorovaikutussuhteessa.

Toimintatavan mukaan perustukset voidaan jakaa **maanvaraisiin perustuksiin** ja **paaluperustuksiin**.

**Maanvarainen perustus:** Perusrakenne, joka yleensä jossakin horisontaalitasossa siirtää yläpuolelta tulevat, tavallisesti pystysuorat kuormat maan pintaan jatkuvaksi kuormaksi kosketuspinnan välityksellä (Huom! Nimitys on harhaanjohtava, sillä kaikki perustukset ovat aina maan varassa.) Näitä perustuksia ovat mm. laatta-, palkki ja ns. anturaperustukset. (antura on lyhyt palkki tai laatta). Erikoistapauksena kalliivarainen perustus.



**Kuva 3.** Maanvaraisia perustuksia. a) perusmuuri, b) pilariperustus, c) yhtenäinen laattaperustus.

**Paaluperustus:** Kantavina rakenneosina ovat paalut, jotka siirtävät kärjen normaalijännityksen ja / tai paalun vaippapinnalla vaikuttavan leikkausjännityksen avulla kuormat maan sisään erillisissä (pistemäisissä) kohdissa.

**Perustamissyvyys:** Korkeusasema (D), johon saakka maa-aines poistetaan perustuksen kohdalta (kuva 4). Nimitystä käytetään myös peruslaatan alapinnan tasosta.

Perustamissyvyyden mukaista perustusten jaottelua käytetään etenkin ulkomaisessa kirjallisuudessa. Matalaperustuksia (*shallow foundations*) ovat maanvaraiset perustukset, (siis tavallisesti laatta- tai anturaperustukset), joiden perustamissyvyys on pieni. Matalaperustuksista voidaan puhua esim silloin kun perustamissyvyys on pienempi kuin peruslaatan sivumitta B (eli  $D < B$ ). ”Syväperustuksia” (deep foundation, Tief Grundungen) ovat mm. paaluperustukset ja kasuunit.

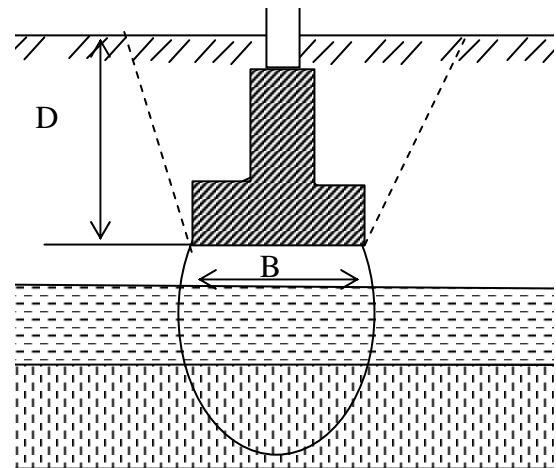
Suomessa matalaperustamisella tarkoitetaan lähinnä routarajan yläpuolelle routivalle maapohjalle tehtävää perustamista.

**Erikoisperustuksia** ovat mm. kasuunit, uppokaivot ja erilaiset arkkuperustukset.

## 1.2 Perustamistavat

Perustamistavan valintaan vaikuttavat useat eri tekijät, joista voidaan luetella mm. seuraavat:

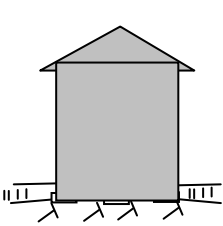
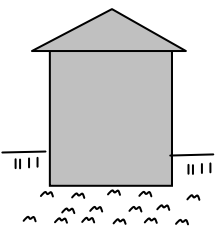
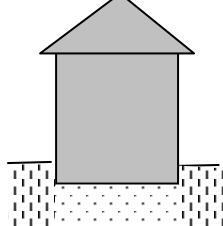
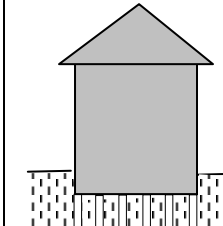
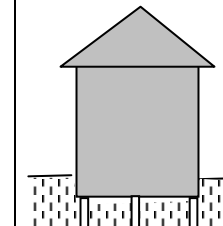
- maapohja, sen kantavuus ja jäykkyys (kokoonpuristuvuus), kantavan kerroksen sijainti, korkeusasema jne.
- yläpuoleiset rakenteet, pilarien paikat dimensiot, jäykkyys



**Kuva 4.** Perustamissyvyys (D). Maanvaraisen perustuksen pohjapinnasta rasitus siirtyy maapohjan alempiin kerroksiin.

- naapurirakenteet
- pohjavedenpinnan korkeus
- maaston korkeussuhteet
- kellaritilojen tarve
- muut rakennuspaikkaan liittyvät asiat jne.

Maapohjan kantavuuden vaikutus rakennuksen perustamistavan valintaan on esitetty kuvassa 5.

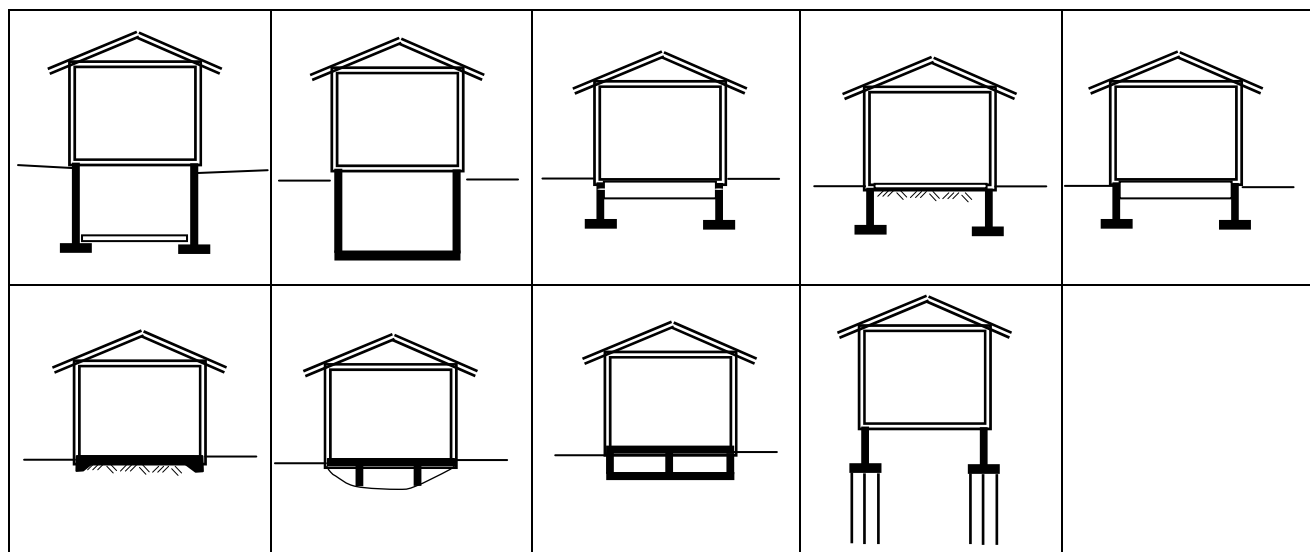
Perustaminen kalliolle	Maanvarainen perustaminen			Perustaminen paaluille
Suoraan kallion varaan	Suoraan maan varaan	Vaihdetun maan varaan	Vahvistetun maan varaan	Syvälle kantavaan kerrokseen
				

**Kuva 5.** Erilaisia perustamistapoja [2].

Perustamistavoista käytettyjä tavanomaisia ilmaisuja:

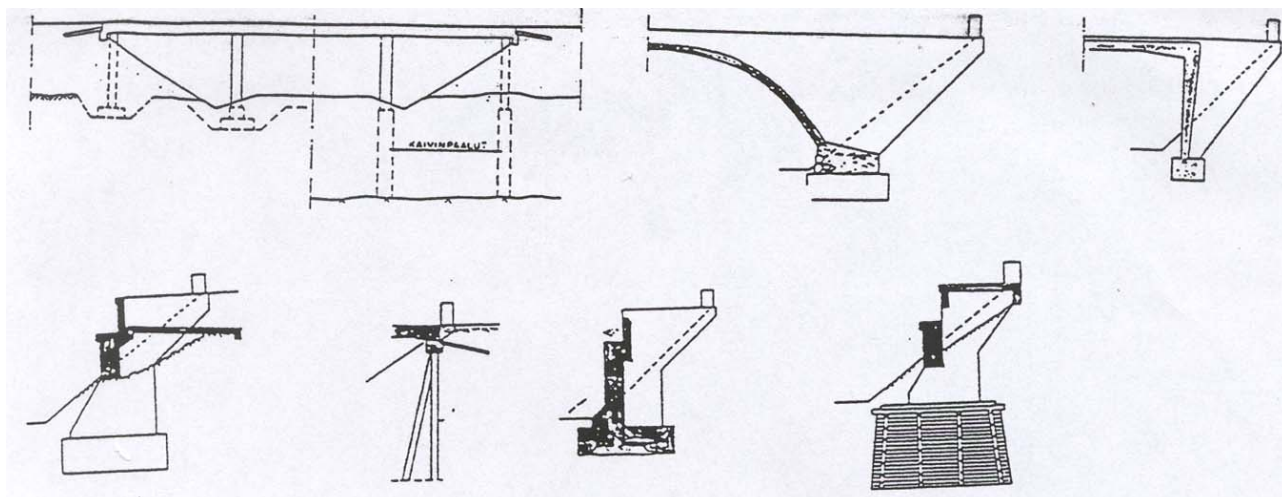
- Perustaminen kalliolle, joko suoraan tai erilaisten tukien pilarien, seinien välityksellä
- Perustaminen laatalle (tai anturalle, anturalaatalle), joko suoraan tai tukien välityksellä
- Perustaminen paaluille niiden varassa olevalle laatalle (paalulaatalle, paaluanturalle), joko suoraan tai tukien välityksellä.

Erilaisia pientalon perustamistapoja on esitetty kuvassa 6.



**Kuva 6.** Erilaisia perustamistapoja: a) Perusmuuri, b) Perusmuuri, yhtenäinen laatta, c) Perusmuuri ja ilmatila (ns. Ryömintätila) d) Perusmuuri ja maanvarainen laatta, e) Pilariperustus f) Reunapalkilla jäykistetty laatta g) Arina, eli kahteen suuntaan ristikkäiset palkit h) Lokero- tai kotelolaatta i) Paaluperustus.

Siltojen perustamisessa käytettyjä rakenteita:



Kuva 7. Siltojen perustuksia.

### 1.3 Perustusrakenteet

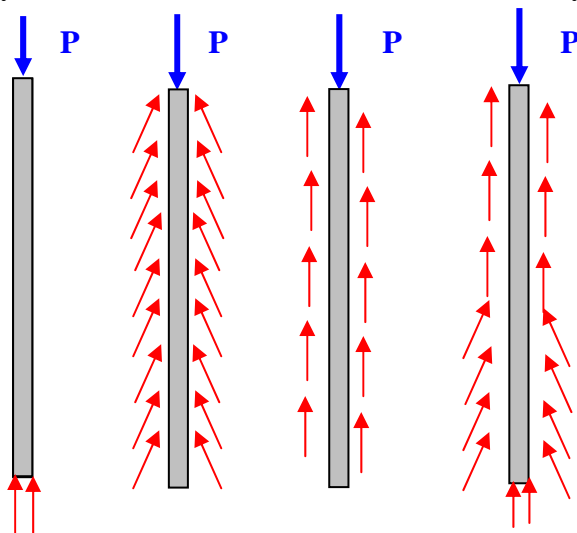
Rakenteiden mekaniikan terminologian mukaan voidaan perustukset jakaa seuraavasti:

- **Puristetut sauvat.** Rakenteissa puristettuja sauvoja ovat paalut ja pilarit. Kantavuus perustuu sauvan akselin suuntaiseen puristuslujuuteen. Usein näissä rakenneosissa esiintyy myös taivutusta.
- **Puristetut levyt.** Esimerkkeinä kellarin seinät ja perusmuurit. Näihin kohdistuu usein seinän tasoa vastaan kohtisuoria kuormia, jolloin rakenteisiin syntyy myös taivutusta. esim. kellarin seiniin kohdistuva maanpaine.
- **Taivutetut palkit:** Esim. suoraan maan varaan perustetut kimmoisella alustalla olevat palkit ns sokkelipalkit
- **Laatat:** Tavallisimmin suorakaiteen muotoiset laatat tai laattakaistat. Esim. maanvaraiset laatat, tukimuurien seinät.

Jäykkyytensä mukaan laatat voidaan jaotella:

- *jäykät laatat*, joissa laatan taivutusjäykkyys on niin suuri, että se voidaan otaksua jäykäksi kappaleeksi. Näitä ovat usein lyhyet laatat (ns. anturat)
- *taipuisat laatat*. Näitä ovat esim. maanvaraiset ohuet laatat.

Paalut voidaan vielä jaotella **tuki- kitka- ja koheesiopaaluihin**. Todellisuudessa yksittäinen paalu voi maahan lyötynä kantaa kuormaa kaikilla kuvassa 8 esitetyillä tavoilla (kuva 8).



Kuva 8. Tuki- kitka- ja koheesiopaalu sekä paalu, joka maahan lyötynä toimii näiden yhdistelminä.

## 2. PERUSTUSTEN MITOITUSPERUSTEET

### 2.1 Kuormat ja kuormitukset

Perustuksen suunnittelu edellyttää, että sen kannettavaksi tulevat kuormat ovat tunnettuja. Näin ollen koko rakennuskohteen tulee olla ainakin alustavasti suunniteltu siten, että sen kokonaispaino ja siihen kohdistuvat kuormat ovat riittävällä tarkkuudella määritettävissä.

Perustusten painumien kannalta on tärkeää tietää, mitkä kuormat ovat pitkäaikaisia ja mitkä lyhytaikaisia. Samoin on tunnettava samanaikaisesti vaikuttavien kuormien suurin vaikutus ts. kuormakombinaatio, joka on mitoituksessa määräävä.

Mitoituskuormat ja käytettävät varmuuskertoimet löytyvät ylärakenteiden osalta Eurokoodien kuormaosista (EN-1990 ja EN-1991), joista on julkaistu sovellusohje RIL 201-1-2008). Maan ja perustusten osalta kuormia ja varmuuskertoimia löytyy Eurokoodin geoteknista suunnittelua koskevista osista EN-1997 ja sitä koskeva suunnitteluohje RIL 207-2009.

Lopullisessa varmuustarkastelussa on perustusten mitoituskuormien suuruutta määritettäessä otettava huomioon perustusten ja ylärakenteiden välinen vuorovaikutus. Perustusten joustavuus vaikuttaa yläpuolisen rakennesysteemin saamien rasitusten jakautumiseen ja vastaavasti ylärakenteiden staattinen systeemi vaikuttaa perustuksien saamien kuormien suuruuteen.

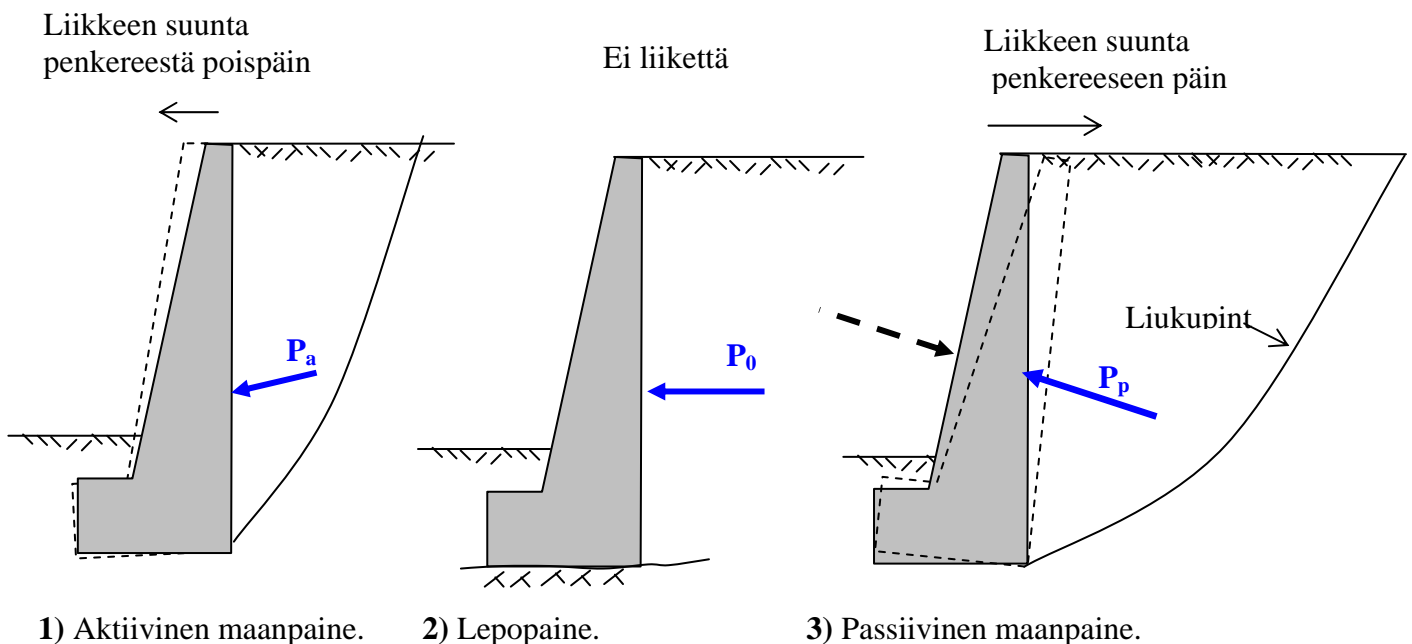
### 2.2 Maanpaineet

#### 2.2.1 Yleistä

Maanpaineella tarkoitetaan maamassan oman tilavuuspainon tai ulkoisen kuormituksen (kuten maan päällä olevan pintakuorman) synnyttämää painetta maassa.

Jäykkään tukimuuriin kohdistuvan maanpaineen suunta ja suuruus riippuu merkittävästi tukimuurin liikkeen suunnasta penkereeseen nähden. Tämän perusteella voidaan erottaa kolme rajatapausta:

- 1) Tukimuuri liikkuu (= siirtyy tai kiertyy) pois päin penkereestä, syntyy **aktiivinen maanpaine**.
- 2) Jos tukimuuri pysyy paikoillaan on kysymyksessä **lepopaine**.
- 3) Pakotettaessa muuri liikkumaan penkereeseen päin, syntyy **passiivinen maanpaine** (Kuva 9).

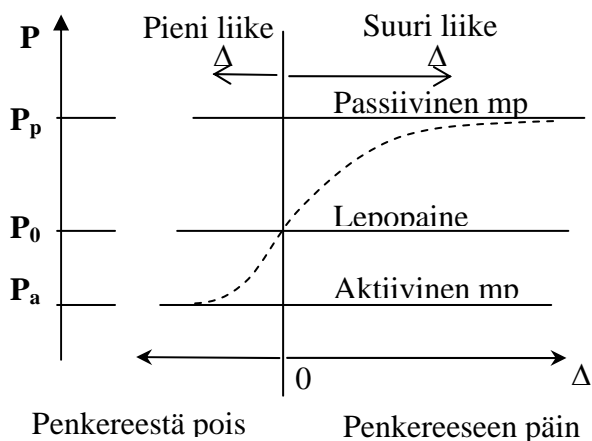


**Kuva 9.** Maanpaineiden määritelmät.



Aktiivisen ja passiivisen maanpaineen täydellinen kehittyminen edellyttää maamassaa tukevalta rakenteelta tietyn suuruista siirtymää, joka passiivipaineella on huomattavasti suurempi kuin aktiivipaineella. Todellisuudessa siirtymät ovat tavallisesti jossakin em. raja-arvojen välissä, jolloin myös vallitsevan maanpaineen suuruus on aktiivisen ja passiivisen paineen välisessä vyöhykkeessä (Kuva 10).

Täysin kehittynyt passiivinen maanpaine on huomattavasti suurempi kuin lepopaine, joka puolestaan on noin 1.5 -kertainen aktiivipaineeseen nähden. Taulukossa 2.1 on esitetty maanpaineiden täydelliseen kehittymiseen tarvittavien siirtymien raja-arvot hiekalle. Kuvan 10 käyrästä ja taulukosta 2.1 voidaan todeta, että aktiivipaine voi kehittyä jo hyvin pienestä liikkeestä. Vastaavasti passiivisen maanpaineen täydellinen kehittyminen edellyttää paljon suurempaa liikettä.



**Taulukko 2.1.** Siirtymien raja-arvot maanpaineiden täydelliseksi kehittymiseksi (PRO-2004 [3]).

Maalaji	Aktiivinen maanpaine	Passiivinen maanpaine
tiivis hiekka	0,0005 $H_a$	0,002 $H_p$
löyhä hiekka	0,002 $H_a$	0,006 $H_p$
kiinteä savi	0,01 $H_a$	0,02 $H_p$
pehmeä savi	0,02 $H_a$	0,04 $H_p$

**Kuva 10.** Tukimuurin liikkeen suunnan ja suuruuden vaikutus maanpaineen suuruuteen.

$H_a$  ja  $H_p$  muurin maassa olevan osan korkeus, johon maanpaine kohdistuu.

### 2.2.2 Lepopaine

Liikkumattomaan tukirakenteeseen kohdistuvaa maanpainetta nimitetään lepopaineeksi ja merkitään usein symbolilla  $p_0$  [MN/m<sup>2</sup>]. Lepopaineen suunnan otaksutaan kohdistuvan PRO-2004 mukaan vaikuttavan horisontaalisesti (=vaakasuojaan suuntaan). Kuvan 11 tapauksessa lepopaineen resultantin suuruus voidaan laskea kaavasta:

$$P_0 = K_0 \left( \frac{1}{2} \gamma b h^2 + q b h \right) \quad (1)$$

missä lepopainekerroin  $K_0$  saadaan yhtälöstä

$$K_0 = 1 - \sin \varphi \quad (2)$$

Kaavassa (1) on

$\varphi$  = maan sisäinen kitkakulma (maaparametri, ilmoitetaan asteissa)

$\gamma$  = maan tilavuuspaino [MN/m<sup>3</sup>]

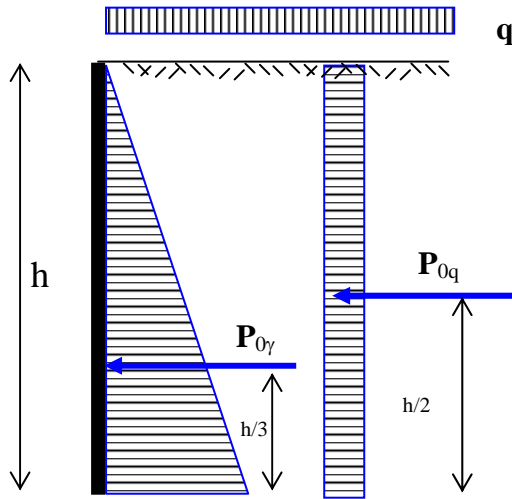
$q$  = pintakuorma tukimuurin takana [MN/m<sup>2</sup>]

$b, h$  = tukimuurin leveys ja korkeus [m]

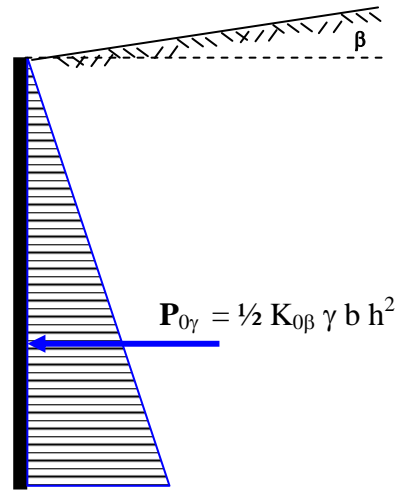
Jos maanpinta tukimuurin takana on kalteva (kuva 12) käytetään maanpainelukuna

$$K_{0\beta} = K_0 (1 + \sin \beta) \quad (3)$$

missä  $\beta$  = maanpinnan kaltevuuskulma vaakatasoon nähden.



**Kuva 11.** Lepopainejakautuma maan omasta painosta ( $p_{0\gamma}$ ) ja tasaisesta pintakuormasta ( $p_{0q}$ ).



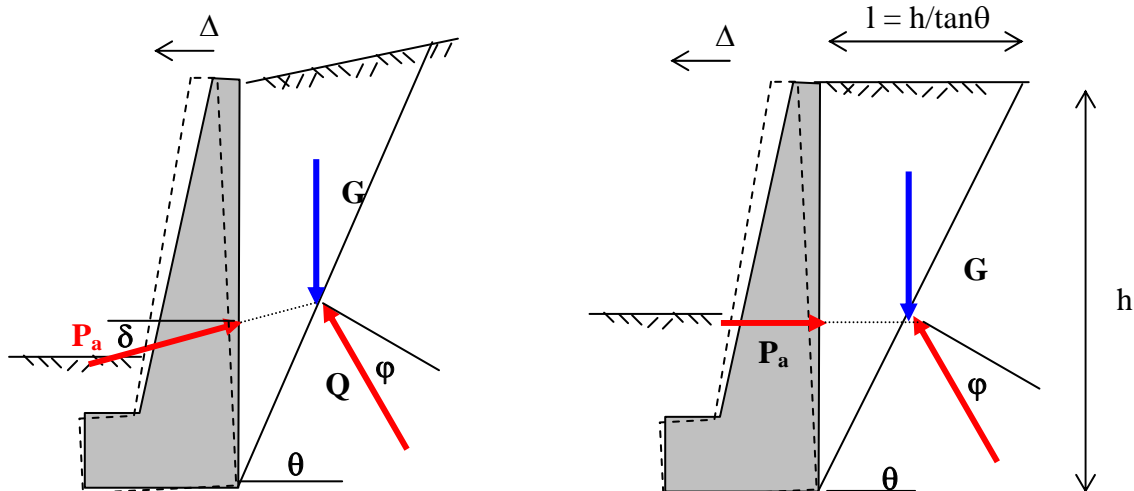
**Kuva 12.** Lepopaine, kun maanpinta kalteva.

### 2.2.3 Aktiivinen maanpaine kitkamaassa Coulombin maanpaineteorian mukaan

**Coulombin laskentamalli perustuu seuraaviin otaksumiin:**

1. Maa on isotrooppista ja homogeenista kitkamaata.
2. Muuri on täysin jäykkä ja se kiertyy (tai siirtyy) alapään reunan ympäri.
3. Murtohetkellä irtileikkautuvaa maakiilaa rajoittavat liukupinnat ovat tasoja. (todellisuudessa murtopinta on käyrästynyt, ks. kuva 9).
4. Seinän ja maakiilan välisessä tasossa esiintyy kitkaa ja seinäkitkakulman arvo  $\delta$  muurin ja maan välillä on tunnettu.
5. Liukupinnassa syntyy kitkaa ja maan sisäinen kitkakerroin on  $\tan\varphi$ . Tällöin reaktivoiman  $Q$  suunta poikkeaa liukupinnan normaalista kitkakulman  $\varphi$  verran (kuva 13).
6. Murtuminen tapahtuu tasomuodonmuutostilassa.

Jos em. oletukset ovat voimassa, voidaan Coulombin maanpaineteorian mukaan aktiivinen maanpaine  $p_a$  määrittää tarkastelemalla murtohetkellä irtileikkautuvan maakiilan tasapainoa. Aktiivisen maanpaineen suuruus ja suunta voidaan ratkaista ääriarvottehtävänä etsimällä mahdollisista liukupintojen kaltevuuskulmista  $\theta$  se, jolla saadaan suurin arvo paineelle  $p_a(\theta)$ .



**a)** Maanpinta kalteva.

**b)** Maanpinta tasainen ja seinäkitkakulma  $\delta = 0$ .

**Kuva. 13.** Aktiivisen maanpaineen mekanismi ja maakiilaan vaikuttavat voimat ja niiden suunnat.

Tapauksessa, missä seinätkakulma  $\delta = 0$ , maanpinta on vaakasuora ja seinämä pystysuorassa suunnassa ( $\delta = \beta = \alpha = 0$ ) tulee aktiivisen maanpaineen suuruudeksi kuvan 13 b perusteella

$$p_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \frac{\tan(\theta - \varphi)}{\tan \theta}. \quad (5)$$

Maanpaineen maksimiarvo saadaan liukupinnan kaltevuuden arvolla  $\theta_a$ , joka voidaan ratkaista derivoimalla yhtälöstä. (5):

$$\frac{dp}{d\theta} = 0 \quad (6)$$

liukupinnan kaltevuuskulmaksi tulee näin kuvan 13 b tapauksessa

$$\theta_a = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}. \quad (7)$$

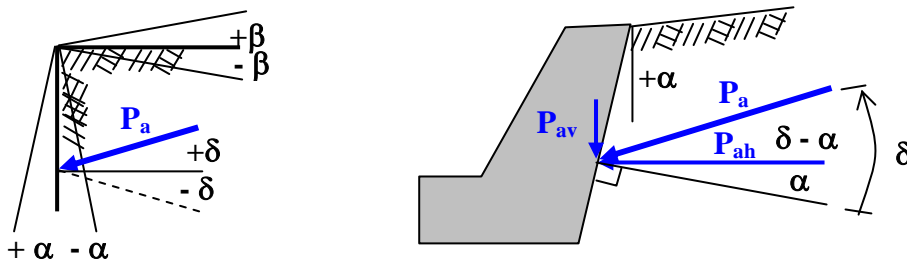
Aktiivisen maanpaineen resultantti voidaan nyt laskea kaavasta

$$P_a = K_a \cdot \left( \frac{1}{2} \gamma b h^2 + q b h \right), \quad (8)$$

jossa b on seinämän leveys ja maanpaineluku, aktiivisen maanpaineen kerroin

$$K_a = \tan^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad (9)$$

Yleisessä tapauksessa aktiivisen maanpaineen suuruuteen ja suuntaan vaikuttavat myös seinän ja maan välinen kitka ( $\delta$ ), maanpinnan kaltevuus vaakatasoon nähden ( $\beta$ ) ja tukimuurin kaltevuus pystytasoon nähden ( $\alpha$ ). Teräsbetonisen tukimuurin seinätkakulmaksi voidaan otaksua  $\delta = 3/4 \varphi$  (PRO-2004, [3]). Kuvasta 14 a käy ilmi em. kulmien positiiviset suunnat.



**Kuva 14.** a) Tarvittavat kulmat ja niiden suunnat. b) Resultantin  $P_a$  jako komponentteihin [5].

Yleisessä tapauksessa, missä kaikki em. kulmat ovat  $\neq 0$  maanpaineen vaakakomponentti voidaan laskea yhtälöstä:

$$P_{ah} = K_{ah} \cdot \left( \frac{1}{2} \gamma b h^2 + q b h \right), \quad (10)$$

missä ko. horisontaalisen komponentin laskemiseksi tarvittava maanpaineluku on

$$K_{ah} = \frac{\cos^2(\varphi + \alpha)}{\cos^2 \alpha \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\alpha - \delta) \cos(\alpha + \beta)}} \right]^2} \quad (11)$$

Kaavassa (11) esiintyvät kulmat on sijoitettava etumerkkeineen (kuva 14). Jos kaavaan (11) sijoitetaan ( $\alpha = \beta = \delta = 0$ ), saadaan uudelleen erikoistapauksena yhtälö (9).

Resultantin pystykomponentin suuruus voidaan vaakakomponentin avulla laskea kaavasta

$$P_{av} = P_{ah} \cdot \tan(\delta - \alpha) \quad (12)$$

ja vastaavasti itse maanpaineen resultantin suuruus saadaan kaavasta:

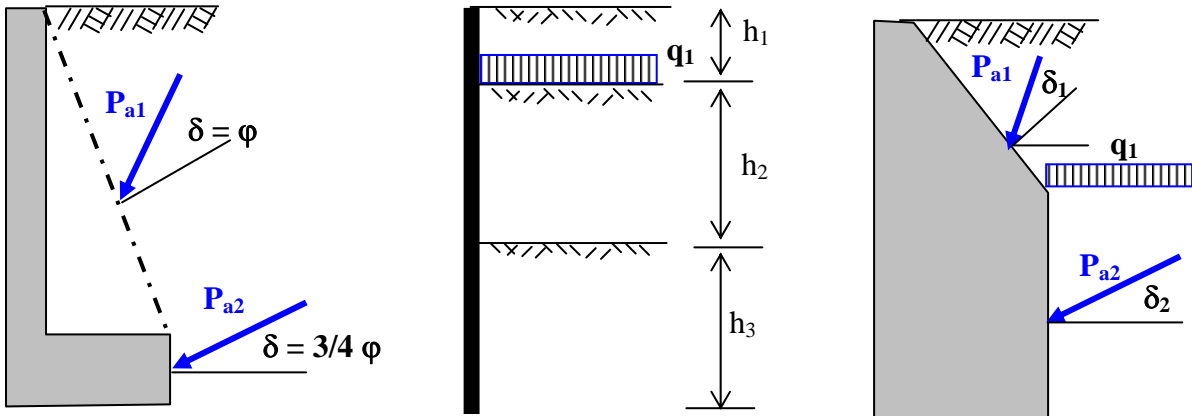
$$P_a = \frac{P_{ah}}{\cos(\delta - \alpha)} \quad (13)$$

#### 2.2.4 Erikoistapauksia

Tukimuurin peruslaatta on levitetty penkereen puolelle (Kuva 15 a). Tällöin voitaneen otaksua, että anturalaatan päällä oleva maamassa kiertyy murtohetkellä tukimuurin mukana. Maanpaine on siinä tapauksessa laskettava kuvaan piirrettyä liukupintaa vastaan. Maanpainetta laskettaessa on tällöin syytä käyttää ”seinäkitkakulman” arvona  $\delta = \varphi$ , koska liukupinta sijaitsee nyt ”maan sisässä”.

Kerroksellisessa maassa (Kuva 15 b) aktiivipaineen suuruus alemmissa maakerroksissa voidaan likimääräisesti määrittää kuten homogeeniselle maalle (kaavat 8-11), jos ylempien kerrosten tilavuuspaino muutetaan pintakuormaksi tarkasteltavalle kerrokselle. Esim. kuvan 15 b) toisen kerroksen maanpainetta laskettaessa voidaan ylimmän ja toisen kerroksen välisessä rajapinnassa otaksua vaikuttavan tasainen pintapaine  $q_1 = \gamma_1 \cdot h_1$ , missä  $\gamma_1$  on ylimmän kerroksen tilavuuspaino ja  $h_1$  vastaavan kerroksen korkeus.

Samoin, jos tukimuurin maata vasten olevassa pinnassa on taitteita, eli vinouskulma  $\alpha$  muuttuu epäjatkuvasti, on maanpaine syytä laskea osissa. Tällöin voidaan menetellä kuten edellä eli laskettaessa taitteen alapuoleiseen osaan kohdistuvaa painetta otaksutaan yläpuolisten kerrosten maamassan kuormittavan tarkasteltavaa osaa pintakuormana  $q$  taitteen korkeustasolla (Kuva 15 c).



a) Anturalaatta penkereen puolella.

b) Kerroksellinen maa.

c) Tukimuurin taite.

**Kuva. 15.** Maanpaineen likimääräinen laskenta muutamissa erikoistapauksissa.

Pohjavedenpinnan alapuolella maanpaine lasketaan käyttämällä maan tehokasta tilavuuspainoa (tiheyttä), joka saadaan vähentämällä maamassan painosta veden tilavuuspaino.

Jos pohjavedenpinta tukimuurin eri puolilla on eri korkeustasolla, kohdistuu tukimuriin lisäksi hydrostaattinen vedenpaine. Maan tiivistäminen tukimuurin takana vaikuttaa myös oleellisesti maanpaineen suuruuteen. (ks. PRO-2004, [3] kohta 5.9.3)

### 3. PERUSTAMINEN KALLIOLLE

Koska kallion lujuus on Suomessa yleensä suuri, tulevat kallioperustukset poikkileikkauksiltaan pieniksi. Kalliolle perustetut rakenteet ovatkin tavallisesti puristettuja ja taivutettuja rakenneosia ja lisäksi niiden oletetaan usein olevan vetoa kestävämpiä. Seuraavassa kerrataan, miten määritetään normaalijännitys pilarin poikkileikkauksessa.

#### 3.1 Epäkeskeisesti puristettu poikkileikkaus

*Koordinaatisto:* origo painopisteessä ja  $x, y$  -akselit ovat pääjäyhyysakselit (Kuva 16).

*Epäkeskeinen normaalivoima*  $N$  vaikuttaa poikkileikkauksen pisteessä  $(x_N, y_N)$

Poikkileikkaussuureet:

$$A, I_x, I_y$$

Kun kuormituksena on normaalivoima ja taivutus kahdessa suunnassa, voidaan lineaarisesti jakaantuneen normaalijännityksen suuruus laskea poikkileikkauksen mielivaltaisessa pisteessä  $(x, y)$  kaavasta:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} x + \frac{M_x}{I_x} y, \quad (14)$$

missä momentit  $M_x$  ja  $M_y$  ovat laskettu pääjäyhyysakselien suhteen. Jos poikkileikkausta kuormittaa pelkkä epäkeskeinen normaalivoima (Kuva 16) ovat momenttien suuruudet (Kuva 17):

$$M_y = N \cdot x_N, \quad M_x = N \cdot y_N, \quad (15)$$

jolloin jännitykseksi pisteessä  $(x, y)$  saadaan

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot x_N \cdot x}{I_y} + \frac{N \cdot y_N \cdot y}{I_x}. \quad (16)$$

Käyttämällä jäyhyysäteen neliölle merkintää:

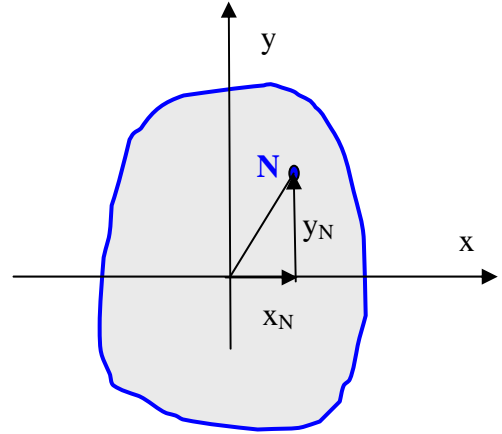
$$i^2 = I/A \quad (17)$$

saadaan mielivaltaisen pisteen jännityksen lauseke muotoon:

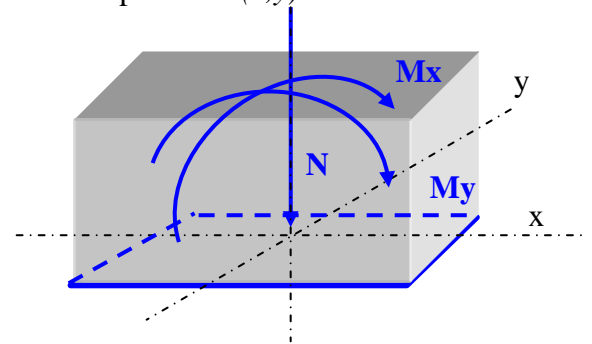
$$\sigma = \frac{N}{A} \left[ 1 + \frac{x_N x}{i_y^2} + \frac{y_N y}{i_x^2} \right] \quad (18)$$

Jännityksen kaavasta (18) nähdään, että pisteessä  $(x_N, y_N)$  vaikuttava voima aiheuttaa pisteessä  $(x, y)$  yhtä suuren jännityksen kuin pisteessä  $(x, y)$  vaikuttava voima pisteeseen  $(x_N, y_N)$ . Merkitsemällä jännityksen lauseke nolllaksi saadaan  $xy$  -tasossa suoran yhtälö (19), jolla jännitys häviää eli neutraaliakseli (N.A.) on:

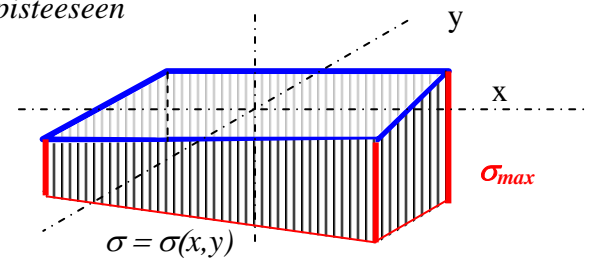
$$1 + \frac{x_N x}{i_y^2} + \frac{y_N y}{i_x^2} = 0 \quad (19)$$



**Kuva 16.** Epäkeskeisen normaalivoiman rasittama mielivaltainen poikkileikkaus.



**Kuva 17.** Epäkeskeisen voiman redusointi painopisteeseen



**Kuva 18.** Lineaarinen jännitysjakautuma (pohjapaine) epäkeskeisesti kuormitetun suorakaiteen muotoisen poikkileikkauksen alla.

### Neutraaliakselin piirtäminen

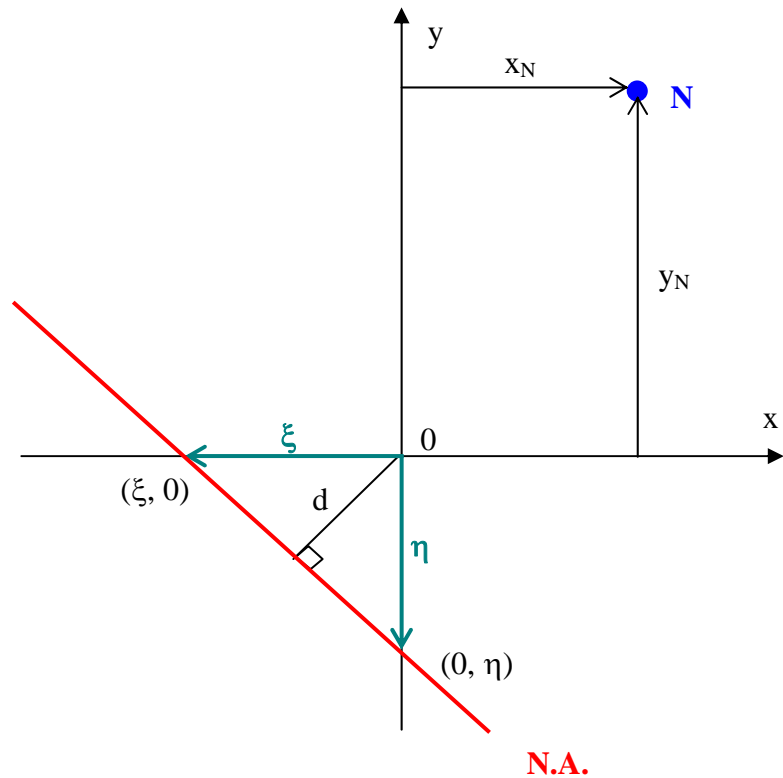
Pistettä  $N$  vastaava neutraaliakseli (= suora, jolla jännitys on nolla) leikkaa koordinaattiakseleista osat  $\xi$  ja  $\eta$ . Nämä koordinaattiakselien ja suoran leikkauspisteet saadaan, kun merkitään ensin  $y = 0$  ja ratkaistaan  $x = \xi$ . Vastaavasti saadaan .

$$\xi = -\frac{i_y^2}{x_N} \quad (20)$$

$$\eta = -\frac{i_x^2}{y_N} .$$

$N.A.$ :n kohtisuora etäisyys painopisteestä on:

$$d = \frac{1}{\sqrt{\frac{y_N^2}{i_x^4} + \frac{x_N^2}{i_y^4}}} \quad (21)$$

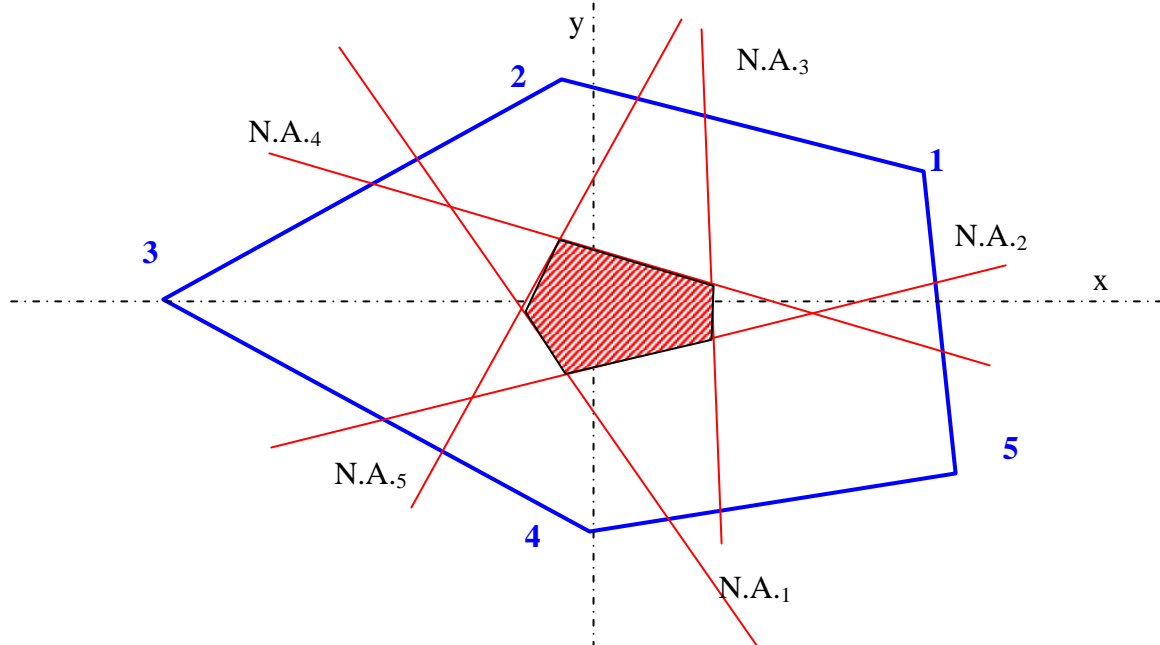


**Kuva 19.** Pistettä  $N$  vastaava neutraaliakseli .

### 3.2 Sydänkuvio

Sydänkuvio on poikkileikkauksen alue, jossa vaikuttava puristava (t. vetävä) normaalivoima aiheuttaa poikkileikkauksessa vain puristus- (t. veto-) jännitystilaa. Sydänkuvion reunaviiva voidaan määrittää poikkipinnan reunapisteissä vaikuttavien voimanvaikutuspisteitä vastaavien neutraaliakselien avulla.

Jos poikkileikkaus on monikulmio, sydänkuviota rajoittavat kuperia kärkipisteitä vastaavat  $N.A.$ :t



**Kuva 20.** Monikulmion sydänkuvion määrittäminen.

**Eräiden säännöllisten poikkileikkausten sydänkuvioita:**

**a) Suorakaide:**

$$A = bh$$

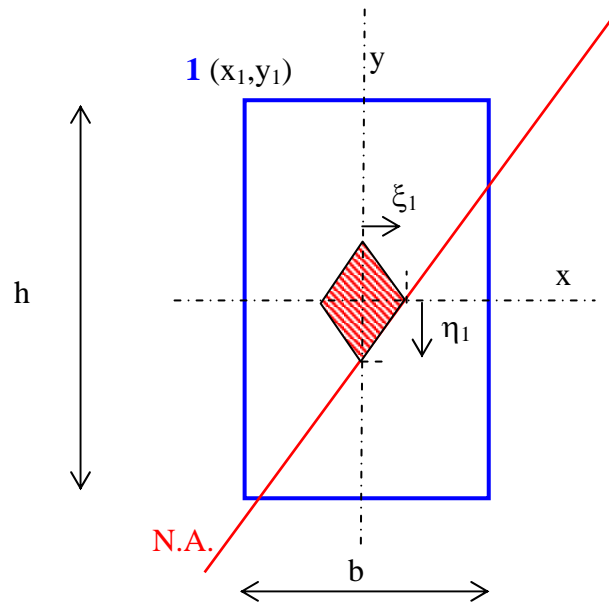
$$I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad I_y = \frac{b^3h}{12}$$

$$i_x^2 = \frac{h^2}{12}, \quad i_y^2 = \frac{b^2}{12}$$

$$y_1 = \frac{h}{2}, \quad x_1 = -\frac{b}{2}$$

$$\xi_1 = -\frac{i_y^2}{x_1} = -\frac{b^2}{12} \cdot \frac{2}{(-b)} = \frac{b}{6}$$

$$\eta_1 = -\frac{i_x^2}{y_1} = -\frac{h^2}{12} \cdot \frac{2}{h} = -\frac{h}{6}$$



**Kuva 21.** Suorakaiteen sydänkuvio.

**b) Tasakylkinen kolmio:**

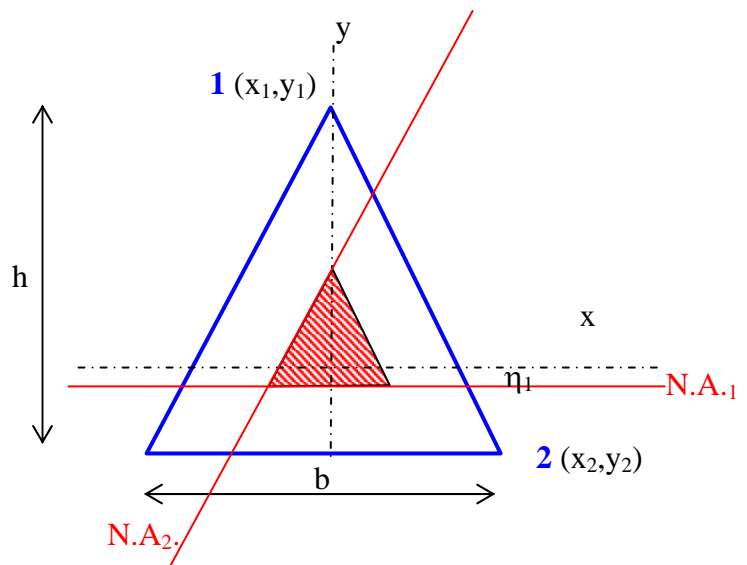
$$A = \frac{bh}{2}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{36}, \quad I_y = \frac{b^3h}{48}$$

$$i_x^2 = \frac{h^2}{18}, \quad i_y^2 = \frac{b^2}{24}$$

$$y_1 = \frac{2h}{3}, \quad (x_1 = 0)$$

$$\eta_1 = -\frac{i_x^2}{y_1} = -\frac{h^2}{18} \cdot \frac{3}{2h} = -\frac{h}{12}$$



**Kuva 22.** Tasasivuisen kolmion sydänkuvio.

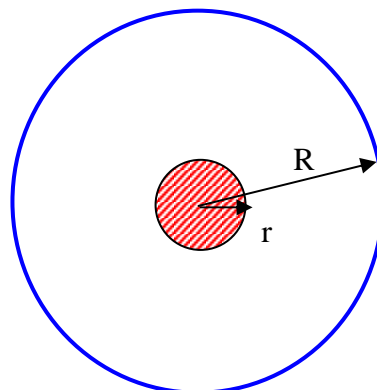
**c) Ympyrä:**

$$A = \pi R^2$$

$$I_R = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$i_r^2 = \frac{R^2}{4}$$

$$r = \frac{R}{4}$$



**Kuva 23.** Ympyrän sydänkuvio.

**d) Puolisuunnikas:**

$$\begin{cases} I_x = \frac{hb^3}{48}(1+\beta)(1+\beta^2) \\ I_y = \frac{h^3b}{36} \frac{1+4\beta+\beta^2}{1+\beta} \end{cases}$$

$$A = \frac{bh}{2}(1+\beta)$$

$$\begin{cases} i_x^2 = \frac{b^2}{24}(1+\beta^2) \\ i_y^2 = \frac{h^2}{18} \frac{1+4\beta+\beta^2}{(1+\beta)^2} \end{cases} \begin{cases} \xi_1 = -\frac{h}{6} \frac{(1+4\beta+\beta^2)}{(1+3\beta+2\beta^2)} \\ \eta_1 = -\frac{b}{12}(1+\beta^2) \end{cases}$$

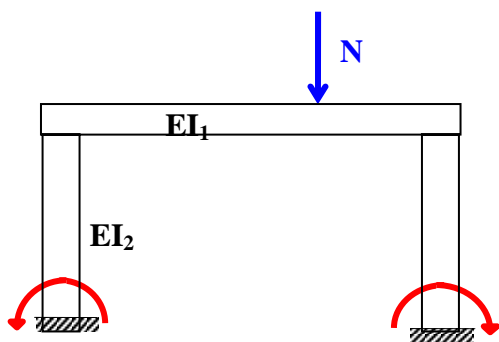
**e) T-poikkileikkaus:**

Sopii tapauksiin, missä perustusta ei voida sijoittaa keskeisesti kuormaresultanttiin nähden. Sydänkuvio on laajempi edelliseen verrattuna. Sydänkuvion määrittäminen käy parhaiten piirtämällä kuperia kärkipisteitä vastaavat neutraali-akselit kaavoja (19) ja (20) soveltamalla.

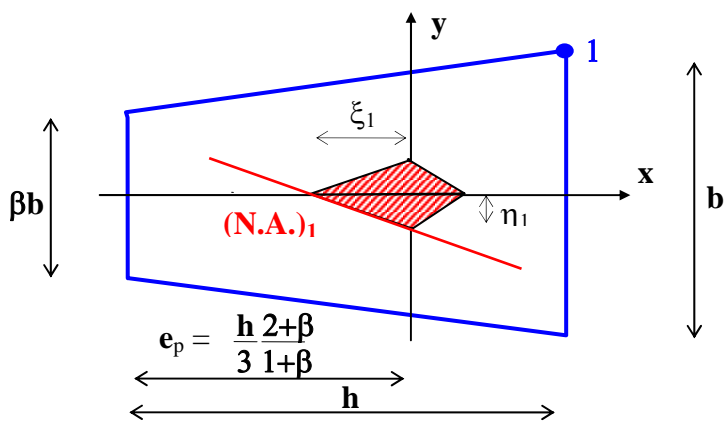
**f) Kaksi suorakaidetta**

Kuvan 26 a) tapauksessa sydänkuvio on mahdollisimman suuri. Oheisessa perustuksessa otaksutaan, että rakenne on täysin jäykkä kuvan 26 b) mukaisesti.

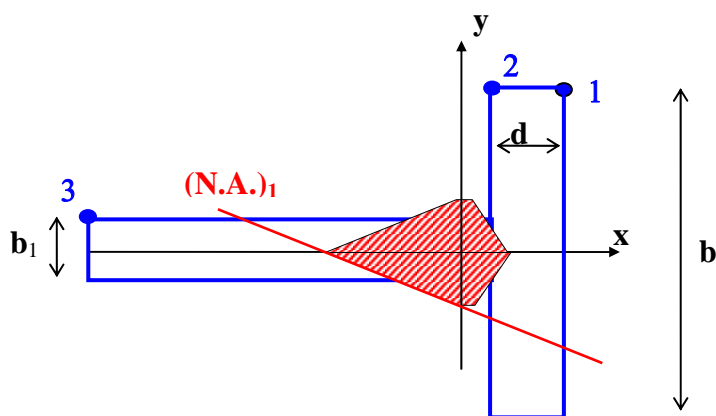
(Huom. Jos ylärakenne on taipuisa, on kysymyksessä kehärakenne. Pohjapaine ei tällöin yleensä jakaannu suoraviivaisesti vaan jalkojen alapäiden kiinnitysmomentit vaikuttavat oleellisesti pohjapainejakaantumaan (Kuva 27).)



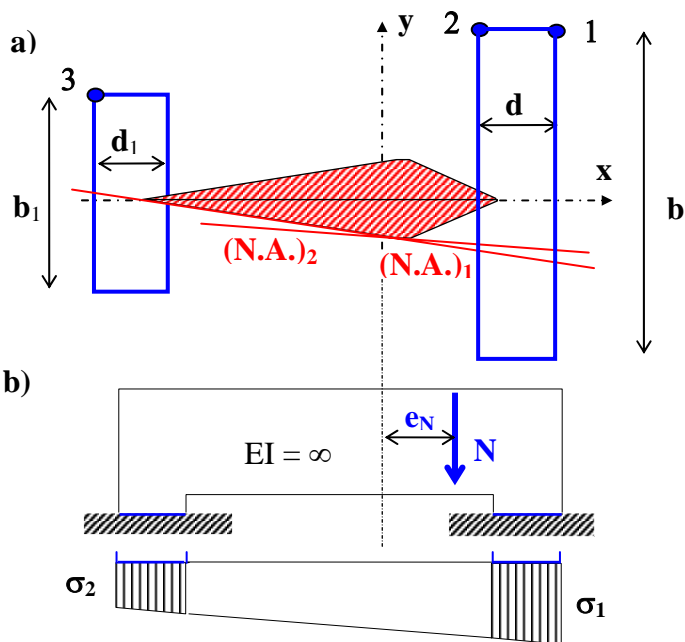
Kuva 27. Jäykkäkantainen kehä.



Kuva 24. Puolisuunnikkaan sydänkuvio.



Kuva 25. T-Poikkileikkauksen sydänkuvio.



Kuva 26. Kaksi suorakaidetta.

a) Poikkileikkaus ja sydänkuvio.

b) Sivukuva ja jännityskuvio, kun kuorma vaikuttaa sydänkuvion sisällä.



**Esimerkki 3.1:** Sydänkuvioiden määrittäminen.

Poikkileikkausarvot:

$$A = 2 \cdot 1.5 \cdot 0.4 + 0.5 \cdot 4.8 = 3.6 \text{ m}^2$$

$$e_{pp} = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 0.4 \cdot 1.25 + 0.5 \cdot 4.8 \cdot 0.25}{A} = 0.583 \text{ m}$$

$$I_y = 2 \cdot \left[ \frac{0.4 \cdot 1.5^3}{12} + 1.5 \cdot 0.4 \cdot (1.25 - e_{pp})^2 \right] + \frac{4.8 \cdot 0.5^3}{12}$$

$$+ 0.5 \cdot 4.8 \cdot (e_{pp} - 0.25)^2 = 1.075 \text{ m}^4$$

$$I_x = 2 \cdot \left[ \frac{1.5 \cdot 0.4^3}{12} + 1.5 \cdot 0.4 \cdot 1.4^2 \right] + \frac{0.5 \cdot 4.8^3}{12} = 6.976 \text{ m}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad ; \quad i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

Sydänkuviota rajoittavien suorien yhtälöt:

$$1 + \frac{x_i \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_i \cdot y}{i_x^2} = 0$$

Suorien akseleista leikkaamat osat:

$$\xi_i = -\frac{i_y^2}{x_i} \quad ; \quad \eta_i = -\frac{i_x^2}{y_i}$$

Sijoittamalla kuperien nurkkapisteiden 1,2 ja 3 koordinaatit  $x_i$  ja  $y_i$  saadaan pisteet joiden avulla sydänkuviota rajoittavat suorat voidaan piirtää

Piste	1	2	3
$x_i$	0.583	0.083	-0.417
$y_i$	-2.400	-2.400	-1.600
$\xi_i$	-0.512	-3.583	0.211
$\eta_i$	0.807	0.807	1.211

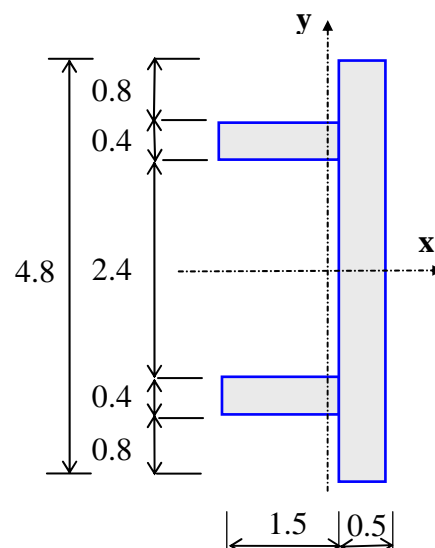
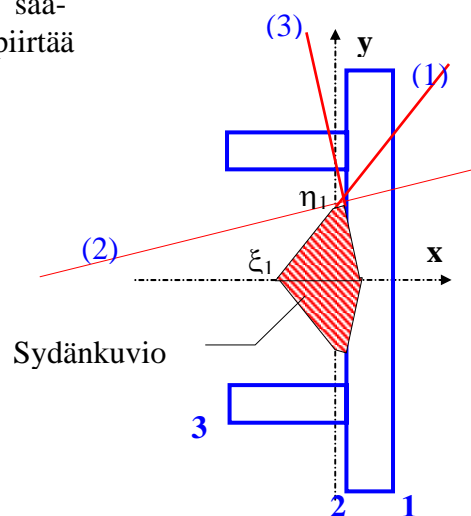
Suorien leikkauspisteet voidaan haluttaessa laskea

Esim. suorille (2) ja (3):

$$\begin{cases} 1 + \frac{0.083x}{i_y^2} - \frac{2.4y}{i_x^2} = 0 \\ 1 - \frac{0.417x}{i_y^2} - \frac{1.6y}{i_x^2} = 0 \end{cases}$$

 $\Rightarrow x = 0.068, \quad y = 0.823$  vastaavasti saadaan muiden suorien leikkauspisteetsuorat: (1) ja (2)  $\Rightarrow x = 0.0 \quad , \quad y = 0.807$ suorat: (1) ja (3)  $\Rightarrow x = 0.055, \quad y = 0.894$ 

Jos poikkileikkaus on symmetrinen jonkun tason suhteen (tässä symmetriatasona oli xz-taso), on myös sydänkuviota aina symmetrinen. Tästä seuraa kuvassa 29 esitetty sydänkuvioiden x-akselin alapuoleinen osa.

**Kuva 28.** Esimerkki 3.1. Poikkileikkauksen geometria.**Kuva 29.** poikkileikkauksen sydänkuvio.

### 3.3 Pohjapaineen määrittäminen

Perusrakenteissa käytetään yleisesti otaksunaa, että pohjapaine jakautuu suoraviivaisesti ja maan tai kallion välinen kosketuspinta ei kestä vetojännityksiä, jos rakennetta ole varta vasten ankkuroitu maahan tai kallioon esim. teräksillä. Näin ollen ankkuroimattoman peruslaatan ja maan välinen ”sauma aukeaa”, jos puristava normaalivoima vaikuttaa poikkileikkauksen sydänkuvion ulkopuolella.

Tarkastellaan seuraavassa pohjapaineen määrittämistä suorakaiteen muotoisen peruslaatan ja maan välisessä rajapinnassa, kun liitos on vetoa kestävä ja kuormana on epäkeskeinen normaalivoima, joka voi liikkua  $x$ -akselilla (Kuva 29).

#### a) Pieni epäkeskisyyttä: ( $e_N < h/6$ )

Kuormitusresultantin pystykomponentti ( $N$ ) on sydänkuvion sisällä. => Koko poikkileikkaus on puristettu. Reunajännitykset lasketaan tutusta lujuusopin kaavasta:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W}, \quad (22)$$

joka voidaan kirjoittaa myös muotoon:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \left(1 \pm \frac{6e_N}{h}\right),$$

missä  $e_N = M/N$  on pystysuoran komponentin epäkeskisyyttä.

#### b) $N$ sydänkuvion reunalla: ( $e_N = h/6$ )

$$\sigma_1 = \frac{2N}{A}; \quad \sigma_2 = 0 \quad (23)$$

#### c) $N$ sydänkuvion ulkopuolella: ( $e_N > h/6$ )

Tässä tapauksessa vetovyöhyke otaksutaan haljenneeksi, jolloin jännityksiä ei voida enää määrittää a) kohdan kaavalla. Ongelmana on yleensä se, että ennalta ei heti tiedetä kuinka pitkälle poikkileikkaus halkeaa eli mikä on puristusvyöhykkeen korkeus  $x$ . Toinen tuntematon suure on reunajännitys  $\sigma_1$  (Kuva 30 c).

Jännityskuvion määrittämiseksi käytettävissä kaksi tasapainoyhtälöä:

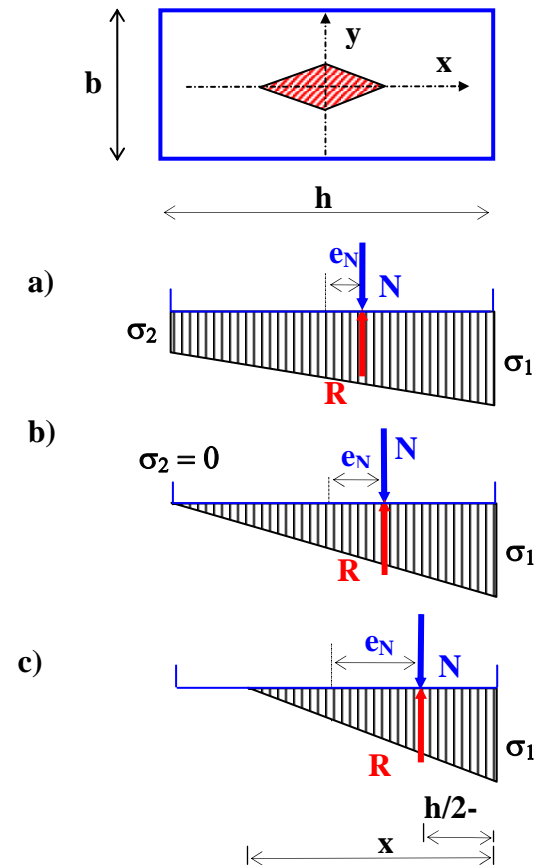
$$\begin{aligned} \sum N_i &= 0 \\ \sum M_i &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Tasapainoyhtälöt (24) tarkoittavat sitä, että kaikkien pohjapintaan kohdistuvien voimarelevanttien summa on identtisesti nolla. Yhtälöt tarkoittavat toisaalta sitä, että pohjapaineen resultantti ja ulkoisen kuorman pystykomponentti ovat yhtäsuuria ja leikkaavat pohjapinnan tason samassa pisteessä (Kuva 30).

Koska otaksutaan, että pohjapaine jakaantuu suoraviivaisesti, voidaan pohjapaine kuvion resultantti  $R$  laskea  $x$ :n ja  $\sigma_1$ :n avulla. Tasotapauksessa ja yhden akselin ympäri tapahtuvassa taivutuksessa on siten käytettävissä kaksi ts-p-yhtälöä ja ratkaistavana on kaksi tuntematonta. Jos kyseessä on monimutkainen poikkileikkaus,  $x$ :n ja  $\sigma_1$ :n ratkaisu on helpointa tehdä iteroimalla, esim. PC- mikrojen taulukkolaskentaohjelmilla. Suorakaidepoikkileikkauksessa, jossa kuorma liikkuu symmetria-akselilla, pohjapainekuvio tunnetaan, koska puristuskuvion resultantin paikka on ennalta tunnettu (Kuva 30 c).

$$\frac{x}{3} = \frac{h}{2} - e_N \quad \Rightarrow \quad x = 3(h/2 - e_N) \quad (25)$$

$$N = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sigma_1 \cdot b \quad \Rightarrow \quad \sigma_1 = \frac{2N}{xb} = \frac{2N}{3(h/2 - e_N)b} \quad (26)$$



**Kuva 30.** Suorakaidepoikkileikkaus Pohjapainejakautumat erilaisilla epäkeskisyyksillä.

**Esimerkki 3.2:** Määritä pohjapainejakautuma esimerkin 3.1 poikkileikkaukselle kun painopisteessä vaikuttaa pystysuora normaalivoima  $N = 1 \text{ MN}$  ja

- $M = 0$
- $M = 0.1 \text{ MNm}$
- $M = 0.333 \text{ MNm}$

a) Poikkileikkaus on tasaisesti puristettu: (kuva 32 a)

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{1.0}{3.6} = 0.277 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$$

b) Taivutettu ja puristettu poikkileikkaus (pieni epäkeskisyys)

Ulkoisen kuorman epäkeskisyys:

$$e_N = \frac{M}{N} = \frac{0.1}{1.0} = 0.100 \text{ m} < 0.211 \text{ m (siis sydänkuvion sisällä ks. s. 14)}$$

Poikkileikkaus pysyy puristettuna, jolloin jännitykset voidaan laskea kaavasta :

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W_{1,2}}$$

Taivutusvastukset koko poikkileikkaukselle

$$W_1 = \frac{1.075}{0.583} = 1.844 \text{ m}^3;$$

$$W_2 = \frac{1.075}{1.497} = 0.7181 \text{ m}^3$$

Reunajännitykset:

$$\sigma_1 = \frac{1.0}{3.6} + \frac{0.1}{1.844} = 0.332 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{1.0}{3.6} - \frac{0.1}{0.7181} = 0.139 \text{ MN/m}^2$$

c) Taivutettu ja puristettu poikkileikkaus (suuri epäkeskisyys, kuva 32 c)

Ulkoisen kuorman epäkeskisyys:

$$e_N = \frac{M}{N} = \frac{0.333}{1.0} = 0.333 \text{ m} > 0.211 \text{ m (sydänkuvion ulkopuolella)}$$

Kokeillaan onko neutraaliakseli etumuurin sisällä (jolloin selvittäisiin edellisen sivun suorakaidepoikkileikkauksen kaavoilla)

⇒ Kuorman  $N$  etäisyys reunasta:

$$e_r = e_{pp} - e_N = 0.583 - 0.333 = 0.25 \text{ m}$$

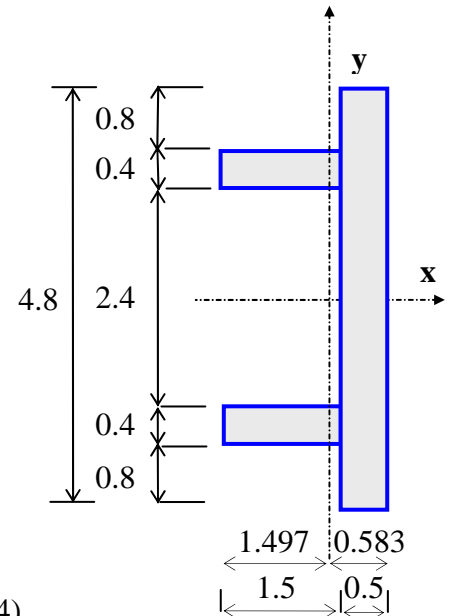
suorakaiteella puristuspuunnan korkeus olisi  $x = 3e_r = 0.75 \text{ m}$ , joten N.A. sijaitsee etumuurin ulkopuolella.

Jännityskuvio saadaan ratkaistua tasapainoyhtälöistä:

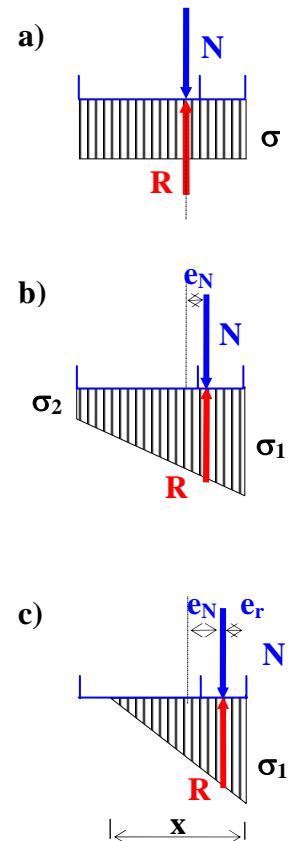
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum M = 0$$

Etsitään yhtälöt toteuttavat  $\sigma_1$ :n ja  $x$ :n arvot iteroimalla:



Kuva 31. Esimerkki 3.2.



Kuva 32. Jännityskuviot.

- $N$  painopisteessä
- $N$  sydänkuvion sisällä
- Suuri epäkeskisyys.

1) Alkuoletus: puristuspinnan korkeus  $x = 1.0$  m.

$N - R_1 + R_2 = 0$  ( $R_i$ :t tarkoittavat jännityskuvion osien resultantteja, ks. kuva 33)

$$\Leftrightarrow 1.0 = 0.5 \cdot 4.8 \cdot x \cdot \sigma_1 - 0.5 \cdot 4.0 \cdot (x - 0.5) \cdot \frac{(x - 0.5)}{x} \cdot \sigma_1$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = 0.526 \text{ MN/m}^2$$

2) Määritetään  $x$ :n uusi likiarvo momenttitasapainosta muurin etureunan suhteen:

$$N \cdot e_r - \frac{1}{3} \cdot x \cdot R_1 + \left[ 0.5 + \frac{1}{3} \cdot (x - 0.5) \right] \cdot R_2 = 0$$

$$R_1 = 2.4 \sigma_1 = 1.262$$

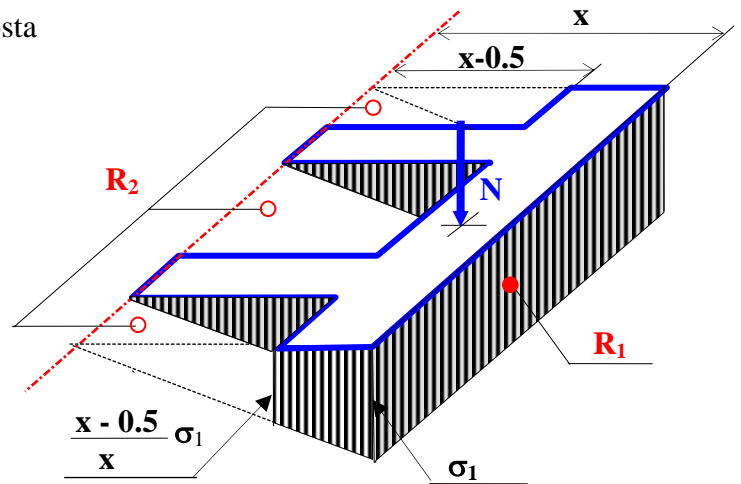
$$R_2 = 0.5 \sigma_1 = 0.263$$

$\Rightarrow x = 1.013$  m ( $\cong 1.0$  m, joten tässä tarkkuus olisi jo riittävä)

3) Lasketaan uusi  $\sigma_1$  ja  $x$  ja iteroidaan kunnes tasapainoehdot toteutuvat. Näin saadaan:

$$\Rightarrow \sigma_1 = 0.52 \text{ MN/m}^2$$

$$x = 1.04 \text{ m}$$



Kuva 33. Jännityskuvio tapauksessa c).

Edellä esitetty iterointi sopii erityisen hyvin tehtäväksi taulukkolaskentaohjelmalla (esim. Excel)

Esim. alla olevassa taulukossa voimatasapainoehdosta saadaan ensin  $\sigma$  ja momenttitasapainoehdosta lasketaan sitten uusi  $x$ :n arvo ja iteroidaan:

$x_i$	N	R1	R2	$\Sigma N=0$	$\sigma_i$	N*er	R1*er1	R2*er2	$\Sigma M=0$	$x_{i+1}$
0,80000	1,00	1,13274	-0,13274	0,00000	0,58997	0,25	0,33331	-0,08331	0,00000	0,88274
0,88274	1,00	1,18576	-0,18576	0,00000	0,55970	0,25	0,36987	-0,11987	0,00000	0,93576
0,93576	1,00	1,22057	-0,22057	0,00000	0,54348	0,25	0,39489	-0,14489	0,00000	0,97057
....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
1,03931	1,00	1,28931	-0,28931	0,00000	0,51689	0,25	0,44666	-0,19666	0,00000	1,03931

Taulukkolaskentaohjelmiin sisältyy usein monia iterointiin tarkoitettuja ominaisuuksia, joita voidaan soveltaa ratkaisussa.

### 3.4 Ulkoisen kuormitusresultantin epäkeskisyyys

#### Kuormat:

$P$  = peruslaatalle tuleva pystykuorma  
 $G_s$  = peruslaatan päällä olevan maan paino  
 $G_c$  = peruslaatan paino  
 $H$  = vaakakuorma pilarin juuressa  
 $M_1$  = Momentti pilarin juuressa

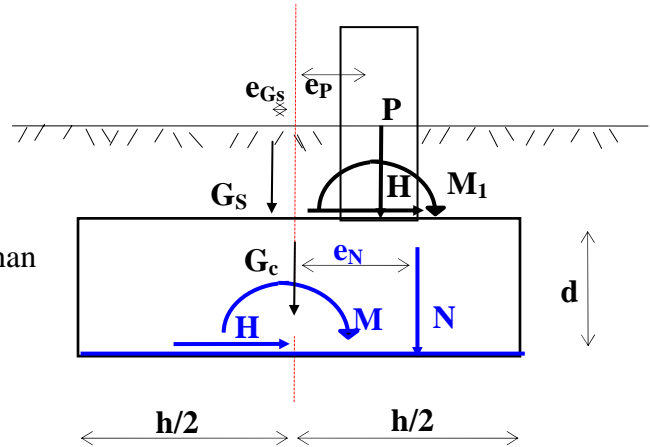
Pystykuorma ja momentti peruslaatan pohjapinnan painopisteakselin suhteen:

$$N = P + G_s + G_c$$

$$M = M_1 + P \cdot e_p + G_s \cdot (-e_{G_s}) + H \cdot d$$

#### Epäkeskisyyys:

$$e_N = \frac{M}{N} \quad (27)$$



**Kuva 34.** Ulkoisen kuorman epäkeskisyyden määrittäminen.

### 3.5 Kallionvaraisen perustuksen mitoittaminen

Kallionvaraisen perustuksen osalta on osoitettava, että kallion geotekninen kantavuus ei käyttörajatilassa ylitä ja että perustuksella sillä on riittävä varmuus murtumista, kaatumista ja liukumista vastaan [3]. Käyttötilan mukaisessa mitoituksessa kantokyky on riittävä, jos ominaiskuormista laskettu pohjapaine peruslaatan alla ei ylitä kallion tai betonin sallittua arvoa.

Yleensä Suomessa kallioperä on niin hyvälaatuista, että kalliolle sallittavat jännitykset eivät tule mitoittavaksi. (Taulukko 2 [14]).

Kallion geoteknisenä kantavuutena voidaan käyttörajatilassa PRO-2004 mukaan ehjälle kalliolle käyttää arvoa  $10 \text{ MN/m}^2$  (graniitti- tai gneissi-kalliot) ja  $5 \text{ MN/m}^2$  (hiekk- ja kalkkikivikalliot.) [3].

Varmuus kaatumista vastaan voidaan tarkistaa valitsemalla stabiloivan momentin ( $M_{stab}$ ) kiertopiste perustuksen uloimman reunan suhteen (Kuva 35). Ominaiskuormista laskettu kaatumisvarmuus on PRO-2004:n mukaan oltava vähintään 1,5 eli

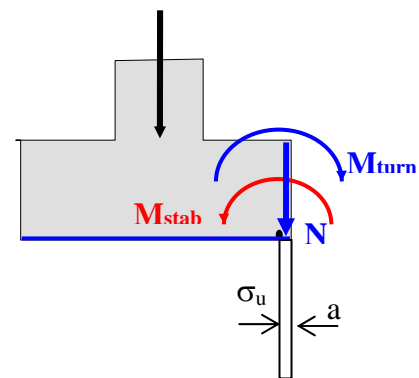
$$\frac{M_{stab}}{M_{turn}} \geq 1,5 \quad , \quad (28)$$

missä  $M_{turn}$  on kaatava momentti.

(Osavarmuuskerroinmenettelyä käytettäessä, riittää, kun osavarmuuskertoimilla kerrotuista kuormista laskettu vastaava suhde  $\geq 1,0$ . (kohta 4.2.1))

**Taulukko 2.** Kivilajien puristuslujuuksien ja kimmokertoimen arvoja [14].

Kivilaji	Puristuslujuus	Kimmomoduli
	$\text{MN/m}^2$	$\text{MN/m}^2$
Graniitti	200...350	70 000
Gneissi	140...300	60 000
Kiilleliuska	130...210	110 000
Kvartsiitti	200...300	80 000
Leptiitti	270...420	70 000
Amfiboliitti	180...420	110 000
Kalkkikivi	60...150	50 000
Pegmatiitti	160...310	60 000
Rapakivi	120...180	60 000
Pegmatiitti	260...350	100 000



**Kuva 35.** Kaatumisvarmuuden määrittäminen kalliolle perustettaessa.

Hieman ennen kuin rakenne kaatuu yleensä joko betoni tai kallio murtuu ts. jompikumpi materiaali saavuttaa kantokykynsä. tästä syystä kaatuminen ei tapahdu ns. teoreettisen kiertopisteen eli rakenteen reunan ympäri. Kiertopisteen täsmällisempi etäisyys reunasta (mitta  $a$ ) voidaan määrittää murtokuvion painopisteeseen *kuvan 35* mukaisesti.

Pystysuorien voimien tasapainotarkastelulla saadaan:

$$a = \frac{N}{2\sigma_u b}, \quad (29)$$

missä  $\sigma_u$  on betonin tai kallion kantokyky ja  $b$  perustuksen leveys. Tavallisesti mitta  $a$  on kuitenkin pieni ja riittää, jos kaatumisvarmuus tarkistetaan peruslaatan etureunan suhteen (PRO-2004, [3]).

Varmuus liukumisen suhteen on yleensä riittävä etenkin, jos kalliopinta on rikottu louhimalla. Louhitudun kalliopohjan ja sitä vastaan valetun betonin välisenä kitkakertoimena voidaan käyttää arvoa  $\mu = 0.75$ . Tarvittaessa perustusten liukuminen kalliopintaa vasten estetään kalliopulteilla, jolloin on huolehdittava pulttien riittävästä korroosiosuojauksesta.

### 3.4 Kallionvaraisen perustuksen ankkurointi

Rakenteen stabiiliuden lisäämiseksi tai pohjapaineen tasaamiseksi voidaan perustus ankkuroida. Ankkurointi on aina tehtävä, jos rakenteen kaatumis- tai liukuvarmuus ei täytä PRO-2004:n vaatimuksia. Käytettävissä on kaksi ankkurointiperiaatetta (*Kuva 36*):

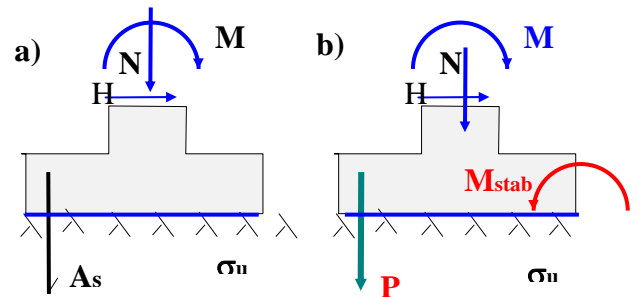
- Tavalliset ankkurit, joihin syntyy jännityksiä ainoastaan ulkoisista kuormista.
- Jännitetyt ankkurit, joiden jännevoimalla  $P$  kasvatetaan stabiloivaa kuormaa.

Tavallisten ankkuriterästen kiinnitys kallioon voidaan tehdä joko 1) kiilauksen muodossa tai 2) injektoimalla valmiiksi kallioon porattuihin reikiin (*Kuva 37*).

Kiilapulttianskurit ovat tavallisesti sileitä terästankoja, joiden alapää on halkaistu kiilaa varten. Pulttia lyömällä kiila puristaa tangon puoliskot tiiviisti reiän reunoja vastaan, joten ankkurin kiinnitys perustuu ”kuivaan” kitkaan, vaikkakin tangon ja reiän ympärillä oleva tyhjä tila täytetään jälkepäin injektoimalla juotosmassalla. Päistään kierteistettyjä pultteja käytettäessä voidaan kiilaus saada aikaan myös pulttia kiertämällä.

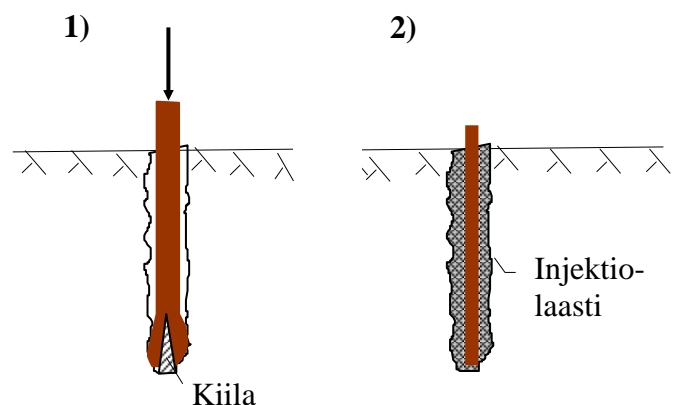
Injektoimalla kallioon kiinnitettävät ankkuritangot ovat usein harjaterästankoja tai päistään kierteistettyjä terästankoja. Tämän ankkurointitavan etuna on sen yksinkertaisuus.

Käytännössä ankkurointi tapahtuu pääpiirteissään seuraavasti (*Kuva 38*) [ 9 ]:



**Kuva 36.** Kallionvaraisten perustusten ankkurointi.

- ”Tavallinen” harjateräs ankkurointi.
- Jännitetty kallioankkuri.



**Kuva 37.** Ankkurointi kallioon.

- Kiilapulttianskuri
- Injektoimalla tehty ankkuri

- kallioon porataan ensin ohjausputki halkaisijaltaan n. 50...75 mm,
- tangon tartuntapituudelle (n. 0,5...7 m) porataan reikä  $\Phi$  25...50 mm. (pultin ympärille jätetään n.10 mm:n tyhjättilä),
- ankkuriteräs asetetaan puhdistettuun reikään, joka täytetään sementtilaastilla. Ohjausputki vedetään pois,
- Injektointilaastin annetaan kovettua (7...10 vrk), jonka jälkeen suoritetaan tarvittaessa koestus.

Ankkuroinnin mitoituksessa on tarkistettava mm. seuraavat kohdat (kuva 38)

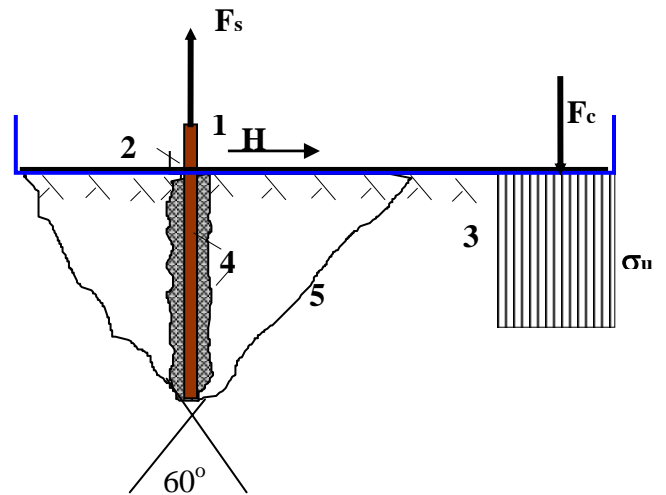
1. ankkuriteräksen vetomurto. (Voima  $F_s$ )
2. teräksen leikkaus- tai betonin (kallion injektointilaastin) pintapuristus ( $H$ )
3. kallion (t. betonin) puristusmurto ( $\sigma_u$ ),
4. tartuntalujuus injektointilaastin ja kallion välillä sekä myös teräksen ja laastin välillä,
5. kallionkiilan leikkautuminen

Jännitettyjä kallioankkureita on yksityiskohdiltaan useampia eri tyyppisiä. eikä niitä käsitellä tässä erikseen. Kullakin ankkurointisysteemien valmistajalla on tavallisesti omat mitoitusohjeensa käytettävälle menetelmälle.

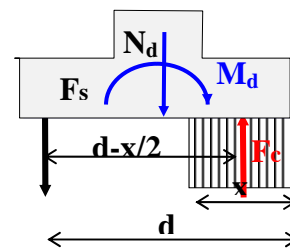
Ankkuriterästen rakenteellinen mitoitus suoritetaan tarkastelemalla kallion ja perustuksen välistä poikkileikkauksen murtokapasiteettia. Yleensä poikkileikkausta kuormittaa puristava voima ja taivutusmomentti. .

Rakenteellinen mitoitus (= ankkuriterästen pinta-alan tai tarvittavan jännevoiman määrittäminen) tapahtuu samalla tavoin kuin vetoterästen tai jänneterästen mitoitus teräsbetonirakenteissa. (Kuva 39).

(Huom. Rakenteellista mitoitusta käsitellään tarkemmin esim. betonirakenteiden kurseissa.)



**Kuva 38.** Kallioon upotetun ankkuriteräksen mitoituksessa tarkistettavat kohdat.



**Kuva 39.** Ankkuriterästen rakenteellinen mitoitus.

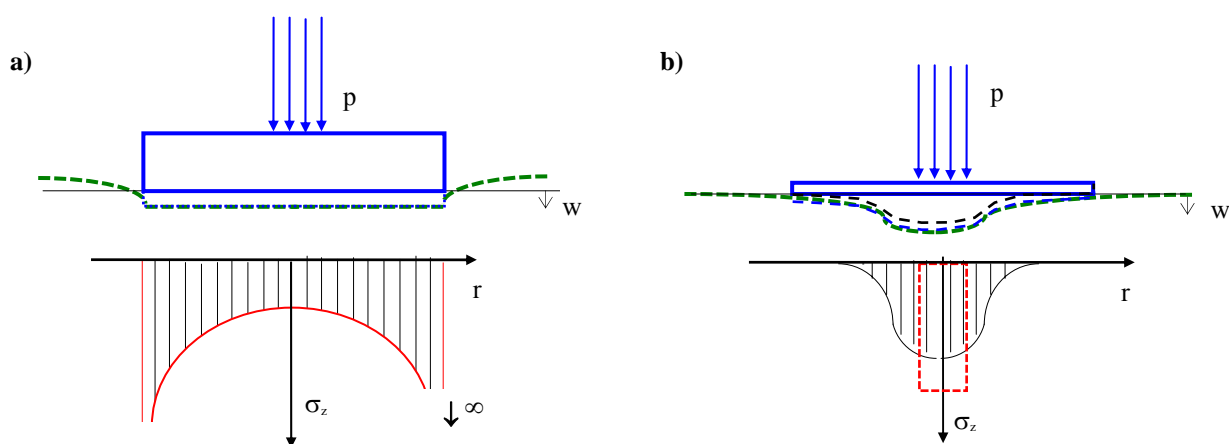
## 4. MAANVARAISET PERUSTUKSET

### 4.1 Alustamallit

#### 4.1.1 Kimmoinen puoliavaruus

Pienillä kuormilla (käyttötilassa) pohjamaata kuvataan maamekaniikassa usein lineaariseen kimmoteoriaan perustuvilla materiaalimalleilla, joiden avulla perustusten painumia voidaan arvioida. Maapohjaa voidaan tarkastella *isotrooppisena kimmoisena puoliavaruutena*, mutta myös monimutkaisempia materiaalimalleja käytetään, joissa otetaan huomioon maan epähomogeenisuus ja anisotrooppisuus.

Laatan jäykkyys vaikuttaa oleellisesti pohjapaineen jakaantumiseen. *Kuvassa 40* on esitetty pohjapainejakautuma keskeltä tasaisella kuormalla kuormitetun ja ympyrälaatan alla. Kimmoteorian mukaan kosketuspaine eli pohjapaine on jäykän laatan tapauksessa ( $EI = \infty$ ) pienin laatan keskiosalla ja lähestyy reunoilla ääretöntä (*Kuva 40 a*). Jos laatan jäykkyyttä pienennetään, kasvaa jännitys laatan keskiosalla ja lähestyy lopulta ulkoisen kuorman muotoa kun jäykkyys pienenee ( $EI \Rightarrow 0$ ).



**Kuva 40.** Peruslaatan jäykkyyden vaikutus pohjapainejakautumaan kun alustana on kimmainen puoliavaruus. a) Jäykkä peruslaatta.  $EI = \infty$ . b) Taipuisa peruslaatta ( $EI$  pieni).

Kosketuspaineen jakautuminen kimmoisen isotrooppisen puoliavaruuden ja jäykän ympyrälaatan välillä perustuu **Boussinesq:n** esittämään teoriaan [9]. Kosketuspaine *kuvan 40 a* tapauksessa saadaan kaavasta:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_k}{2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}} \quad (30)$$

missä  $\sigma_k = P/\pi R^2$ , keskimääräinen pohjapaine,  $r$  = tarkastelupisteen koordinaatti ja  $R$  = laatan säde.

#### 4.1.2 Alustalukumallit

Alustalukumallit ovat kolmiulotteisen kimmoisen puoliavaruuden yksinkertaistuksia. **Winklerin** mallissa oletetaan, että maan pinnan pisteen painuma  $w$  [m] on suoraan verrannollinen samassa pisteessä vaikuttavan pystysuoraan jännitykseen  $q$  [MN/m<sup>2</sup>] ja riippumaton muualla vaikuttavista jännityksistä, ts. tarkasteltavan pisteen kohdalla on voimassa yhtälö:

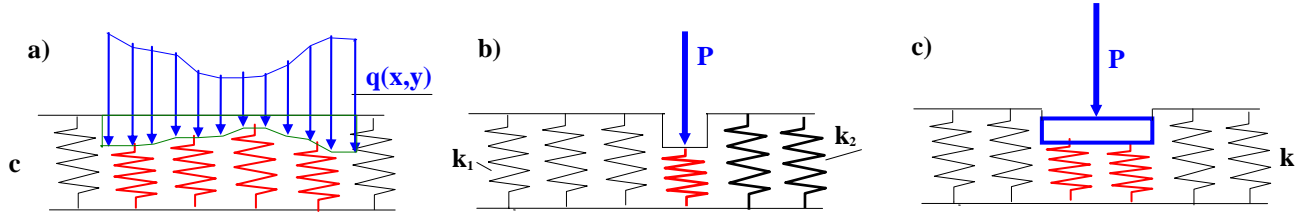
$$q(x, y) = c \cdot w(x, y), \quad (31)$$

missä  $q$  = pintapaine [MN/m<sup>2</sup>], *kuvan 41 a* pystysuora jännitys ja  $c$  = alustaluku [MN/m<sup>3</sup>].



Fysikaalisesti *Winklerin* alustamalli voidaan kuvata toisistaan riippumattomien jousien avulla, joilla kaikilla on sama, jousivakio  $k$  [MN/m] (Kuva 41). Tunnuspiirteenä tällaiselle alustalla on, että kuormitettujen jousien painuminen ei aiheuta viereisissä jousissa minkäänlaisia siirtymiä eikä jännityksiä.

Jäykkyyssominaisuuksiltaan muuttuvan maan kuvaamiseen voidaan myös käyttää jousia, joiden jousivakio on muuttuva ( $k_i$ ).



**Kuva 41.** Maanpinnan painuma Winklerin alustamalla käytettäessä eri kuormituksilla:  
 a) Epätasaisesti jakaantunut jatkuva kuorma. Alustaluku  $c$ ,  
 b) Pistekuorma jousimallilla. Jousilla erilaiset jousivakiot  $k_1$  ja  $k_2$  ja  
 c) Jäykkä laatta ( $EI = \infty$ ).

#### 4.1.3 Todellinen ja laskennallinen pohjapaine

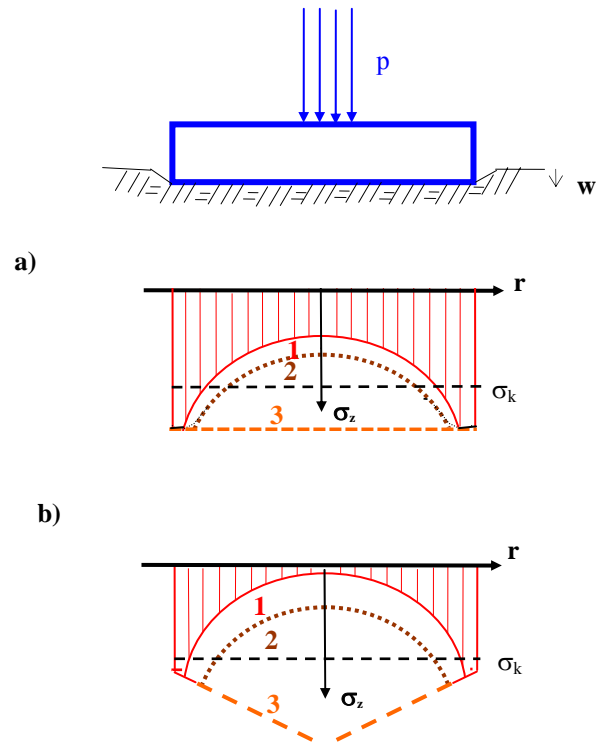
Kuvassa 42 on esitetty pohjapaineen periaatteellinen jakautuma koheesio- ja kitkamaalle perustetun, keskeisesti kuormitetun jäykän ympyränmuotoisen peruslaatan alla. Laatan kosketuspaine vastaa pienillä kuormilla eli käyttötilassa kohdassa 4.1.1 esitettyä kimmoista jakautumaa (1). Koska laatan reunalla ei jännitys voi kasvaa rajattomasti, alkaa maan plastisoituminen reunalta, missä pohjapaine ensin saavuttaa maksimiarvonsa.

Koheesiomaalle perustetun laatan kuormaa edelleen kasvatettaessa (2) plastisoitunut alue laajenee keskelle päin ja pohjapaine alkaa lähentyä tasaista jakautumaa (3). **Murtotilassa** maan leikkauslujuus ylittyy ja siihen muodostuu liukupintoja. Kitkamaalle perustetun laatan alapuolelle syntyy lisäksi maan sisäisen kitkan vaikutuksesta kolmiomainen maakiila (3), joka lisää perustuksen lopullista kantavuutta.

Laskettaessa pohjapainetta **käyttötilassa** käytetään usein Winklerin alustamallia sen yksinkertaisuuden vuoksi. Laatan alla pohjapaine otaksutaan tällöin tasan jakaantuneeksi, jolloin jännitys eli keskimääräinen pohjapaine  $\sigma_k = P/\pi R^2$ .

Painumien laskennassa, ongelmana usein on, että alustalukua  $c$  ei tunneta. Alustaluku voidaan kuitenkin tarvittaessa määrittää koekuormituksella tai arvioida tehtyjen pohjatutkimusten perusteella. Jos oletettavissa on suuri hajonta, voidaan perustusten laskelmat suorittaa arvioimalla  $c$ :lle sekä ala- että yläraja.

Taipuisien laattojen alla pohjapaineen jakautuma riippuu myös laatan taivutusjäykkyydestä. Jos laatan taivutusjäykkyyttä pienennetään, lähestyy pohjapainejakautuma tällöin ulkoisen kuorman jakautumaa (Kuva 41 b). Taipuisien laattojen laskentaa käsitellään tarkemmin luvussa 7.



**Kuva 42.** Pohjapaineen jakaantuminen jäykän peruslaatan alla, kun kuormaa  $P$  kasvatetaan (1,2), kunnes pohjamaa murtuu (3).  
 a) Koheesioma.  
 b) Kitkamaa.

## 4.2 Maanvaraisen perustuksen mitoitus

Pohjarakenteet voidaan mitoittaa joko laskennallisesti tai kokeellisesti. Pohjarakennusohjeiden 2004 [3] mukaan pohja- ja maarakenteet on suunniteltava, mitoittettava ja rakennettava siten, että:

- 1) Rakenteiden painumat, siirtymät, kiertymät ja muodonmuutokset pysyvät niin pieninä, etteivät ne haittaa rakenteen käyttöä ja etteivät rakenteet halkeile tai saa pysyviä muodonmuutoksia.
- 2) Mitoitus on tehtävä siten, että maapohjan ja rakenteiden varmuudet murtumista vastaan ovat riittävän suuria sekä rakennusaikana että rakenteen käyttöaikana ja että jännitykset rakenteissa ja riittävän suuressa osassa rakennetta tukevaa maapohjaa pysyvät myötörajan jännityksiä pienempinä.

Pohja- ja maarakenteiden kantavuus voidaan laskennallisesti osoittaa PRO-2004 mukaan joko **kokonaisvarmuuslukumenetelmällä** tai **osavarmuuslukumenetelmällä**. Aikaisemmin käytettyä sallittujen jännitysten menetelmää ei PRO:ssa enää ole mainittu.

### 4.2.1 Käyttörajatilatarkastelu

Geoteknisessä mitoituksessa **käyttörajatilatarkastelu** (käyttötila-) perustusten yhteydessä tarkoittaa tavallisesti *painumalaskelmia*. Ominaiskuormien aiheuttamat painumat, painumaerot, siirtymät sekä kiertymät lasketaan ja tuloksia verrataan ohjeessa annettuihin raja-arvoihin (PRO, taulukko 8 [3]). Painumalaskelmia voidaan tehdä mm. edellä esitetyllä alustalukumenetelmällä (kohta 4.1.2). Muita keinoja painuman määrittämiseen käsitellään laajemmin geotekniikkaan liittyvissä kursseissa. Joskus painumatarkastelu kuitataan laskemalla ominaiskuormista suurin pohjapaine ja mitoitetaan perustuksen mitat niin, että ennalta asetettua raja-arvoa (= sallittu pohjapaine) ei käyttötilan kuormilla ylity kuten on esitetty Tiehallinnon ohjeessa [4].

Rakenteelliseen käyttötilamitoitukseen kuuluu peruslaatan *halkeilutarkastelu* ja se suoritetaan samoin kuin muillekin teräsbetonirakenteille.

### 4.2.2 Maapohjan geotekninen kantavuus

Anturaperustuksen kantokyky voidaan laskea PRO:n kohdassa 5.5.1.2 esitetyllä kantavuuskaavan avulla silloin, kun kaavan edellyttämä murtokuvio voi muodostua homogeenisessa maapohjassa (Kuva 43). Muissa tapauksissa anturaperustuksen kantokyky tulee arvioida liukupintojen tai koekuormitusten perusteella.

Ohjeen *kantavuuskaava* on annettu muodossa:

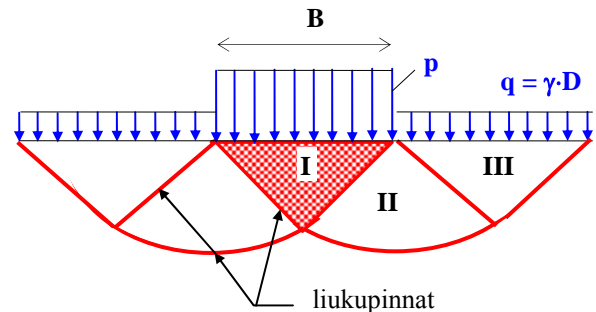
$$q_{md} = c_d N_c s_c i_c + \gamma'_1 D N_D s_D i_D + \frac{1}{2} \gamma'_2 B N_B s_B i_B \quad (32)$$

minkä yhtälön oikean puolen ensimmäinen termi ottaa huomioon mahdollisen *koheesion*  $c_d$ , toinen *perustamissyvyyden*  $D$  ja kolmas *peruslaatan leveyden*  $B$  vaikutuksen perustuksen kantavuuteen ( $q_{md}$ ).

Kaavassa (32) esiintyvien kantavuuskertoimien  $N_c$ ,  $N_D$  ja  $N_B$  määrittämiseksi ovat useat tutkijat esittäneet erilaisiin otaksumiin perustuvia kaavoja. PRO:ssa on annettu Hansenin esittämät kantavuuskertoimet:

$$\begin{aligned} N_D &= \tan^2(45^\circ + \varphi_d / 2) \cdot e^{\pi \tan \varphi_d} \\ N_c &= (N_D - 1) \cot \varphi_d \\ N_B &= 1.5(N_D - 1) \tan \varphi_d \end{aligned} \quad (33)$$

missä  $\varphi_d$  on maan sisäisen kitkakulman mitoitus- eli suunnitteluarvo ja sen arvo siten riippuu myös käytettävästä mitoitusmenetelmästä. Osavarmuuskerroinmenettelyssä maan lujuusparametrit jaetaan osavarmuusluvulla (esim. tässä maan kitkakulman tangenti jaetaan osavarmuusluvulla 1,25) ja määritetään sitä vastaava kitkakulman suunnitteluarvo ( $\varphi_d$ ).



**Kuva 43.** Liukupinnat ja leikkautuvat maakiilat murtotilassa.[9].

- I.** Aktiivinen (Rankinen) tiivistymisvyöhyke.
- II** Säteettäisen leikkauksen vyöhyke.
- III.** Passiivinen (Rankinen) vyöhyke.

Kaavan (33) kertoimet  $s$  ja  $i$  ovat perustuksen muodon ( $s = \textit{shape factor}$ ) ja kuormitusresultantin kaltevuuden ( $i = \textit{inclination factor}$ ) huomioon otettavia puolikokeellisia korjauskertoimia (Kuva 44).

PRO:ssa annetut muotokertoimet suorakaiteen muotoisille peruslaatoille ovat:

$$\begin{aligned} s_B &= 1 - 0,4(B/L) \\ s_D &= s_c = 1 + 0,2(B/L) \end{aligned} \quad (34)$$

missä  $B$  on laatan lyhyempi ja  $L$  on laatan pidempi sivumitta. Muiden kuin suorakaiteen muotoisten perustusten muotokertoimia löytyy mm. lähteestä [4]. Pitkällä laattakaistalla  $L \rightarrow \infty$ , joten tällöin muotokertoimet ovat ykkösiä eli  $s_B = s_D = s_c \rightarrow 1$ .

Jos kuormaresultantti sijaitsee epäkeskeisesti, määritetään kuormaresultantin suhteen symmetrinen alue, ns. tehokas pinta-ala  $A_t$  minkä alueen tehollinen leveys on  $B_t$  ja pituus  $L_t$ ,  $B_t$ :llä merkitään aina tehokkaan pinta-alan pienempää sivumittaa (Kuva 45).

Kantavuuskaavassa tarvittavat kaltevuuskertoimet ovat:

$$\begin{aligned} i_c &= i_D = \left( 1 - \frac{H_d}{V_d + A \cdot c_d \cot \varphi_d} \right)^2 \\ i_B &= \left( 1 - \frac{H_d}{V_d + A \cdot c_d \cot \varphi_d} \right)^4 \end{aligned}, \quad (35)$$

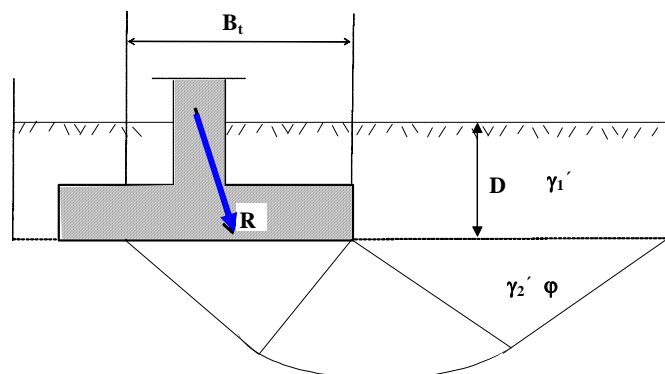
missä voimasuureet  $H_d$  ja  $V_d$  ovat vinon kuormaresultantin  $R_d$  vaaka- ja pystykomponenttien suunnittelu-arvot. Osavarmuuskoroinnimenetelmää käytettäessä kuormat on kerrottu osavarmuuskertoimilla ja kaltevuuskertoimien lukuarvot poikkeavat siten kokonaisvarmuuslukumenetelmällä saatavista lukuarvoista.

Kitkamaalla, jossa koheesiota ei ole ( $c_d = 0$ ) kaltevuustekijät riippuvat ainoastaan kuormakomponenttien suhteista:

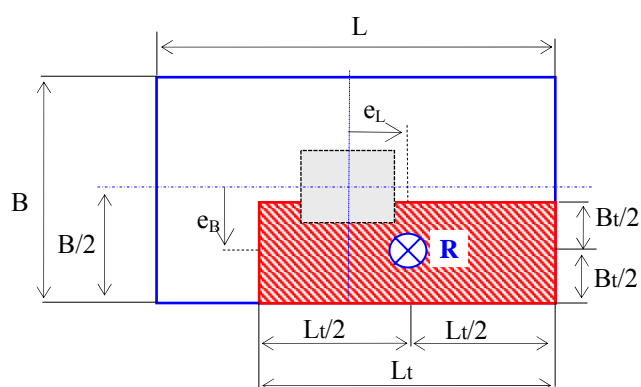
$$\begin{aligned} i_D &= \left( 1 - \frac{H_d}{V_d} \right)^2 \\ i_B &= \left( 1 - \frac{H_d}{V_d} \right)^4 \end{aligned} \quad (36)$$

Muita kantavuuteen vaikuttavia tekijöitä ovat esim. kiinteän pohjan syvyys, pohjavedenpinnan asema ja maanpinnan kaltevuus ja maapohjan kerroksellisuus. Kerroksellisen maan tapauksessa voidaan PRO-2004:n mukaan käyttää kitkakulman suunnitteluarvona maakerrosten keskiarvoa, jos kerrosten kitkakulmien suunnitteluarvot poikkeavat vähemmän kuin  $3^\circ$ .

Muita maapohjan kantavuuteen vaikuttavia tekijöitä ja korjauskertoimia on esitetty mm. Tiehallinnon julkaisussa [4].



Kuva 44. Liukupinnat, kun kuormaresultantti on vino ja epäkeskeinen [9].



Kuva 45. Tehokas pinta-ala epäkeskisessä kuormituksessa PRO-2004 mukaan [3].

### 4.2.3 Kokonaisvarmuuslukumenetelmä

Pysyvien pohjarakenteiden kantokyvyn geoteknisessä mitoituksessa *kokonaisvarmuuden*  $\gamma$  maapohjan murtumista vastaan on oltava vähintään 2,0. (Huom pohjapuolen kantavuustarkasteluissa symbolia  $\gamma$  käytetään sekä varmuusluvun että maan ominaispainon symbolina – ei pidä sekoittaa!)

Maan murtovarmuus osoitetaan sillä, että ominaiskuormista muodostetulla kuormitusyhdistelmällä laskettu suurin *pohjapaineen suunnitteluarvo*  $q_d$  ei ylitä kokonaisvarmuusluvulla  $\gamma$  jaettua maapohjan geoteknisen kantavuuden arvoa  $q_{md}$ :

$$q_d \leq \frac{q_{md}}{\gamma} \quad (37)$$

$q_{md}$  on maapohjan kantavuus ja saadaan esim. kantavuuskaavasta (32). Kokonaisvarmuusluku  $\gamma \geq 2,0$ .

Kuormista syntyvä pohjapaineen suunnitteluarvo  $q_d$  lasketaan vaarallisimman kuormitusyhdistelmän resultantin  $R_d$  pystykomponentin  $V_d$  avulla kaavasta:

$$q_d = \frac{V_d}{A_t} = \frac{V_d}{B_t L_t} \quad (38)$$

missä  $B_t$  ja  $L_t$  ovat kuormituspinnan tehokas leveys ja pituus kuvan 45 mukaisesti. Pohjapaineen laskennallinen arvo saadaan, kun resultantin pystykomponentti jaetaan tasaiseksi kuormaksi tehokkaalle pinta-alalle (Kuva 46).

*Kokonaisvarmuuslukumenetelmässä kaikki varmuus sisältyy nimen mukaisesti kokonaisvarmuuslukuun*  $\gamma$ . Kuormitusyhdistelmiä määrittäessä käytetään ominaiskuormia ja samoin maaparametrien arvoina (kitkakulma) ominaisarvoja.

### 4.2.4 Osavarmuusvarmuuslukumenetelmä

Osavarmuuslukumenetelmässä yksittäiset kuormat kerrotaan osavarmuusluvuilla. Kuormitusyhdistelmistä syntyvän suurimman *pohjapaineen suunnitteluarvon*  $q_d$  tulee olla pienempi kuin maapohjan geotekninen kantavuus  $q_{md}$ . Mitoituskriteeriksi tulee kaavaa (37) vastaten:

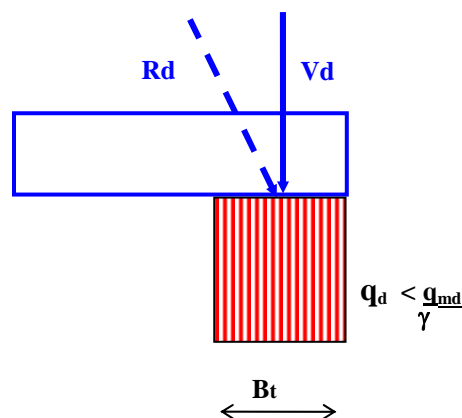
$$q_d \leq q_{md} \quad (39)$$

missä  $q_d$  on em. laskennallinen pohjapaine ja  $q_{md}$  esim. kantavuuskaavasta (32) saatava arvo. Osavarmuuslukumenetelmää käytettäessä myös *maan lujuusparametrien ominaisarvot jaetaan osavarmuusluvuilla*. Maan sisäisen kitkakulman suunnitteluarvo määritetään siten kaavasta:

$$\varphi_d = \arctan\left(\frac{\tan \varphi}{\gamma_\varphi}\right), \quad (40)$$

missä kitkakulman ominaisarvon tangenti on jaettu osavarmuusluvulla  $\gamma_\varphi$ . Maaparametrien osavarmuusluvut eri tapauksille on annettu PRO-2004 taulukossa 7. Kantokykyä laskettaessa käytettävä osavarmuusluku kitkalle on  $\gamma_\varphi = 1,25$ .

Kuormien osavarmuuskertoimina käytetään yleensä rakentamismääräyskokoelman mukaisia osavarmuuslukuja. Geoteknisessä mitoituksessa tulee PRO-2004 mukaan kuitenkin käyttää maan oman painon ja tukirakenteen painon aiheuttamille kuormille ominaiskuormia. (varmuuskerroin  $\gamma = 1,0$ ). Myöskään maan painekuormille ei käytetä kuormien osavarmuuslukuja vaan maan osavarmuus tulee otetuksi huomioon



**Kuva 46.** Kokonaisvarmuuslukumenetelmän mukainen mitoituskriteeri murto-tilassa.

pelkästään kitkakulman tangentin  $\varphi_d$  osavarmuusluvun kautta. Joidenkin maaparametrien osavarmuuskerrotoimien suuruus riippuu myös laskettavan suureen laadusta (PRO taulukko 7)

Perustusrakenteiden rakenteellisessa mitoituksessa käytetään rakentamismääräyskokoelman mukaisia osavarmuuslukuja kaikille kuormille, siis myös omalle painolle.

#### 4.2.5 Vakavuustarkastelut

Vakavuus- eli stabiiliustarkasteluilla osoitetaan, että rakenteella on riittävä varmuus sekä kaatumista että liukumista vastaan. Nämä tarkastelut tulevat yleensä kysymykseen vain silloin kun rakenteeseen kohdistuu huomattavia vaakasuuntaisia voimia tai suuria ulkoisia momenteja (esim. kulmatukimuurit, tornit laiturit mastot ym.). Jos yksittäisen rakenteen geoteknisen kantavuuden laskennassa on käytetty kantavuuskaavaa (32), joka huomioi kuormaresultantin kaltevuuden ja epäkeskisyyden, ei ns. kaatumisvarmuustarkastelua (ks. kallioperustus kohta 3.5) tarvitse erikseen suorittaa.

**Kokonaisvarmuuslukumenetelyä** käytettäessä liukuvarmuustarkastelun mitoituskriteeriksi tulee:

$$H_d \leq \frac{\mu_d \cdot V_d}{\gamma} \quad (41)$$

missä  $\gamma \geq 1,5$  on kokonaisvarmuusluku (PRO) ja kuormat  $H_d$  ja  $V_d$  ovat ominaiskuormia.

$\mu_d = \tan(\varphi_d)$ , jos perustus valetaan maata vasten. (Liukumisvarmuutta ei erikseen tarvitse tarkistaa, jos kantavuuden laskennassa on käytetty kantavuuskaavaa (32) [3]),

$\mu_d = 0,75 \tan(\varphi_d)$ , sileälle elementtiperustukselle. Tällöin liukumisvarmuus on tarkistettava kaavan (41) mukaisesti..

Kokonaisvarmuuslukumenetelmässä maan lujuusparametreinä käytetään ominaisarvoja, joten kitkerroin lasketaan kitkakulman ominaisarvolla  $\varphi_d = \varphi$ . Perustusta paikallaan pitävän kitkavoiman pitää siis olla vähintään 1,5 -kertainen ulkoisen kuorman vaakakomponenttiin nähden.

**Osavarmuuskerroinmenettelyssä** osoitetaan laskelmin, että rakennetta paikallaan pitävä kitkavoima  $H_{ud}$  peruslaatan ja maapohjan rajapinnassa on suurempi kuin ulkoinen kuormitusresultantin vaakakomponentti (Kuva 47). Mitoituskriteeriksi liukuvarmuustarkastelussa tulee siten:

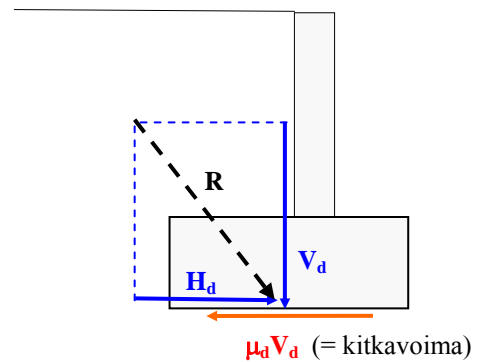
$$H_d \leq \mu_d \cdot V_d \quad (42)$$

missä kitkakerroimen laskennallinen arvo  $\mu_d$  saadaan käyttämällä kitkakulman suunnitteluarvona kaavasta (40) saatavaa arvoa ja  $H_d$  ja  $V_d$  ovat osavarmuuskerroimilla kerrotut kuormakomponentit.

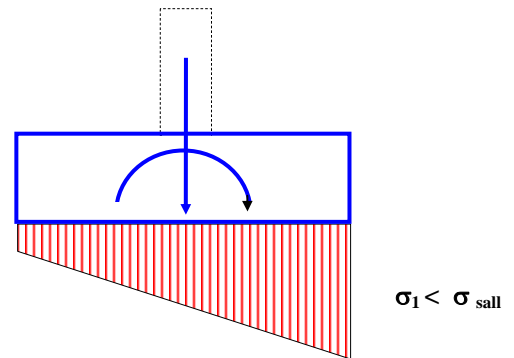
#### 4.2.6 Sallittujen jännitysten menetelmä

PRO-2004:ssa ei ole mainittu sallittujen jännitysten menetelmää eikä annettu sallittujen jännitysten arvoja perusmaalajeille. Kiinteälle kalliolle on silti annettu käyttörajatilan mukaisen geoteknisen kantavuuden arvot (= sallitut jännitykset käyttötilassa ks. kohta 3.5).

Sallittujen jännitysten menetelmää käytettäessä perustukset suunnitellaan siten, että ominaiskuormien aiheuttamat pohjapaine ja painuma pysyvät sallituissa, ennalta annetuissa rajoissa. Salli



Kuva 47. Liukuvarmuustarkastelussa esiintyvät voimat.



Kuva 48. Jännitysten jakautuma sallittujen jännitysten menetelmää käytettäessä.

tut jännitykset ( $\sigma_{sall}$ ) määritetään maan murtojännitykseen nähden siten, että saadaan riittävä kokonaisvarmuus. Käytännössä etenkin suurissa projekteissa sallitut jännitykset määrittää em. periaatteella geoteknikko.

Jännitystarkastelussa tarkistetaan toteutuuko epäyhtälö:

$$\sigma_1 \leq \sigma_{sall} \quad (43)$$

missä  $\sigma_1$  on suurin ominaiskuormista laskettu kimmoteorian mukainen reunajännitys (Kuva 48).

Pienillä kuormilla eli käyttötilassa, perusmaan otaksutaan toimivan kimmoteorian mukaisesti ja jännitysjakautuma jäykän peruslaatan alla voidaan mitoituksessa otaksua suoraviivaiseksi (ks. edellä kohta 4.1.2). Tässä sallittujen jännitysten menetelmä poikkeaa edellä esitetyistä osa- ja kokonaisvarmuuslukumenetelmästä, joissa perusmaan kantokykyä tarkastellaan murtotilassa. (Murtotilatarkasteluissa maapohja otaksutaan plastisoituneeksi = suorakaiteen muotoinen jännitystila peruslaatan alla).

Jännitystarkastelun lisäksi tulee aina suorittaa vakavuustarkastelut (kaatumis- ja liukuvarmuustarkastelut) edellisessä kohdassa esitetyn kokonaisvarmuuslukumenetelyn mukaisesti..

**Kaatumisvarmuustarkastelu** suoritetaan kuten kallionvaraisissa perustuksissa (kohta 3.4).eli tarkistetaan toteutuuko epäyhtälö:

$$M_{stab} \geq \gamma \cdot M_{turn} , \quad (44)$$

missä kokonaisvarmuuskerroin  $\gamma = 1,5$  ja momentit on laskettu ominaiskuormia käyttäen.

Joskus kaatumisvarmuuden osoittamiseksi myös vaadittu, että kuormitusresultantti osuu sydänkuvion sisälle ainakin pysyvistä kuormista, seikka, joka perustusten suunnittelussa pitäisi jo muutenkin olla tavoitteena poikkileikkauksen tehokkuuden kannalta ja epätasaisten painumien välttämiseksi.

**Liukuvarmuustarkastelussa** käytetään kokonaisvarmuuslukumenetelyn mukaisesti kaavaa (41) kuten edellisessä kohdassa esitettiin eli

$$H_d \leq \frac{\mu_d \cdot V_d}{\gamma} ,$$

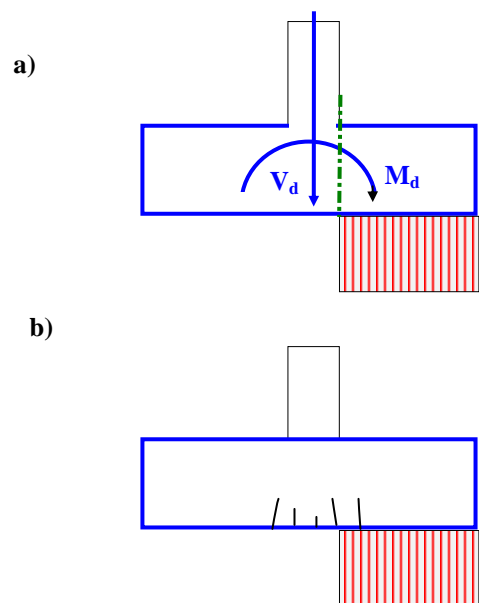
missä esiintyvät suunnitteluarvot ovat ominaisarvoja.

#### 4.2.7 Peruslaatan rakenteellinen mitoitus

Peruslaatan rakenteellinen mitoitus suoritetaan samoin kuin teräsbetonirakenteiden mitoitus yleensä. Esim. kuvan 49 pilarin peruslaatan alapinnassa tarvittava taivutusraudoituksen määrä lasketaan murtotilamitoituksen mukaan. Mitoitusmomentin arvo  $M_d$  määritetään laskentakuormien aiheuttaman pohjapainekuvion perusteella. Määräävä leikkaus on tavallisesti pilarin juuressa.

Huom! Rakenteellisessa murtotilamitoituksessa käytettävät osavarmuuskertoimet poikkeavat suuruudeltaan geoteknisessä mitoituksessa käytetyistä arvoista (Mitoituksesta laajemmin esim. julkaisussa BY 30-2 [6] sekä betonirakenteiden kurssien yhteydessä).

Betonisten perustusrakenteiden mitoitukseen kuuluu eräänä osana myös käyttötilan mukainen halkeamanleveystarkastelu.



**Kuva 49.** Peruslaatan rakenteellinen mitoitus.  
a) Mitoittava leikkaus taivutukselle on yleensä muurin tai pilarin juuressa.  
b) Rakenteelliseen mitoitukseen kuuluu halkeamataarkastelu.



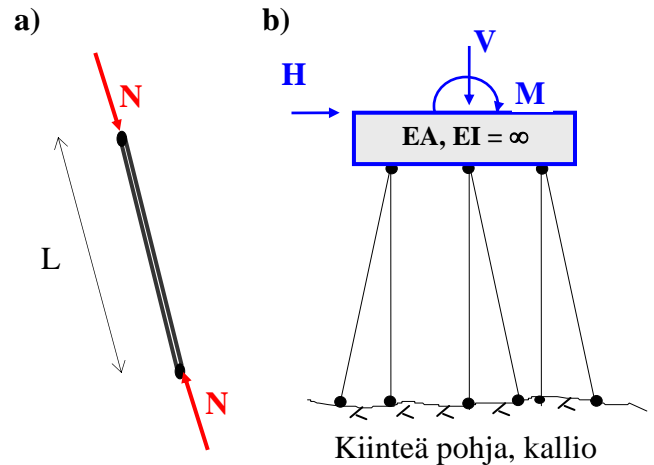
## 5. PAALUPERUSTUKSET - TUKIPAALUT

### 5.1 Yleistä

Paalut jaetaan staattisen toimintatapansa mukaan kitka-, koheesio- ja tukipaaluihin. Tukipaalutus on rakenteena lähinnä verrattavissa ristikkoon ja sen yksittäinen paalu ristikkosauvaan. Rakenteen kantavuus perustuu paalujen (sauvojen) puristus- (tai veto-) lujuteen, sillä kuormituksesta aiheutuu paaluihin pääasiassa vain normaalivoimia. Koska paaluperustuksen käyttöön päädytään tavallisesti silloin, kun perusmaa on löyhää ja sen kantavuus heikko, ei paaluihin poikittaisia rasituksia synny tai niiden vaikutus voidaan vähäisenä jättää huomiotta. Ristikkosauvamallissa myös kitkan ja koheesio-vaikutus kantavuuteen kovaan pohjaan asti lyödyillä tukipaaluilla jätetään tavallisesti huomiotta ja paaluvoima otaksutaan vakioksi koko paalun pituudeltaan. (kuva 50 a).

Paalujen maahanlyönnin jälkeen paalut katkaistaan yleensä samalta korkeustasolta. Päälle valetaan betoninen, yleensä melko paksu peruslaatta siten, että paalujen päät jäävät laatan sisään tavallisesti n. 50...200 mm. Laskelmissa paalujen yläpäitä yhdistävä peruslaatta tai -antura otaksutaan täysin jäykäksi.

Koska paalut ovat tavallisesti puristettuja rakenneseosia, niitä ei yleensä tarvitse ankkuroida paalulaattaan. Yksittäisen paalun yläpää voidaan laskelmissa otaksua nivelelliseksi, jolloin paaluperustuksen rakennemalli on kuvan 50 b) mukainen.



**Kuva 50.** Tukipaalutus. a) Yksittäisen paalun ristikkosauvamalli. b) Tukipaalutuksen rakennemalli

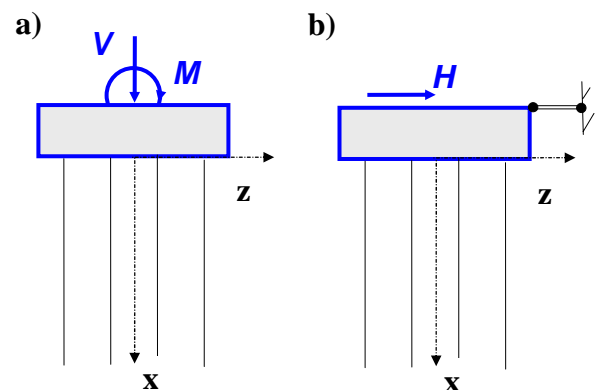
### 5.2 Geometrialtaan yksinkertaisten tukipaalutusten laskenta

Tässä yhteydessä yksinkertaisilla tukipaalutuksilla tarkoitetaan staattisesti määrättyjä paalutuksia ja muita erikoistapauksia, joissa paaluvoimat voidaan ratkaista suoraan voimien tasapainoyhtälöistä.

#### 5.2.1 Pystysuorat tukipaalut

Talonrakennuksessa, missä sivusuuntaiset kuormat usein ovat pieniä, käytetään paaluperustuksissa monesti vain pystysuoria paaluja. Pystysuoria paaluja käytettäessä voi paalutuksen paaluille kuitenkin laskea rasituksia tulevaksi vain pystysuorasta kuormasta  $V$  ja taivutusmomentista  $M$  (kuva 51 a).

Jos paalutuksessa on ainoastaan pystysuoria paaluja, on paalutus vaakakuormien suhteen epästabili (mekanismi). Jos rakennukseen tällöin kohdistuu vaakakuormia (esim. tuulikuorma) on ne johdettava perusmaahan muilla tavoin, esimerkiksi paaluanturan ja paalujen sivulle syntyvän passiivipaineen avulla, muihin rakenteisiin tukeutuvilla rakenneseosilla, paalujen ankkuroinnilla laattaan jne. (kuva 51 b).



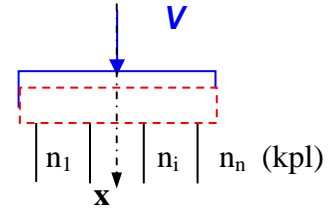
**Kuva 51.** Pystysuorat paalut. a) Paaluja kuormittavat voimat. b) Sivuttaistuenta vaakakuormaa vastaan.

## 1) Samanlaiset, tasajäykät paalut ja keskeinen pystykuorma

Jos kuormitusresultantti on pystysuora ja se vaikuttaa paaluryhmän painopisteessä, painuu paalutus pystysuunnassa tasaisesti (ei kierry). Yksittäisen paalun paaluvoima saadaan jakamalla pystysuuntainen kokonaiskuorma ( $V$ ) tasan kaikille paaluille (kuva 52):

$$N_i = \frac{V}{\sum_i n_i} \quad (45)$$

Kaavassa  $N_i$  on yhteen paaluun syntyvä paaluvoima ja  $\sum n_i$  on kaikkien paalujen lukumäärä.



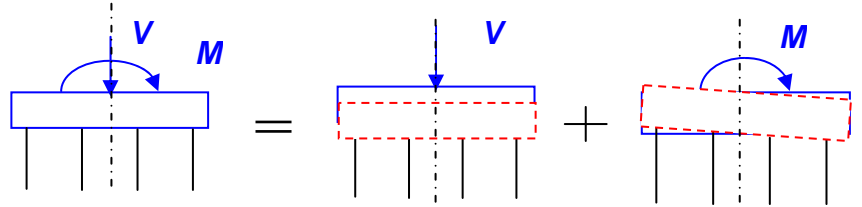
Kuva 52. Pystykuorma  $V$  vaikuttaa paaluryhmän painopisteessä

## 2) Tasotapaus, tasajäykät paalut ja epäkeskeinen pystykuorma

Tapauksissa missä kuormitusresultantti on epäkeskeinen paaluryhmän painopiste akseliin nähden tai kuormituksena on pystykomponentti  $V$  sekä taivutusmomentti  $M$ , saadaan yksittäisen paalun paaluvoima superponoimalla pystykuorman ja momentin aiheuttamat osuudet paaluvoimiin (kuva 53).

Koska paalulaatta otaksutaan täysin jäykäksi, se painuu ja kiertyy kuormituksen vaikutuksesta jäykkänä kappaleena.

Laskennallisesti paaluvoimat voidaan määrittää samalla tavoin kuin määritetään jännitykset puristetun ja taivutetun sauvan poikkileikkauksessa. (kaava (14)).



Kuva 53. Voimaresultanttien vaikutusten superponointi.

### • Tasotapaus, tasajäykät paalut

Kun paalut ovat tasajäykkiä, paalutuksen painopiste akseli määräytyy yhtälöstä:

$$\sum n_i r_i = 0 \quad (46)$$

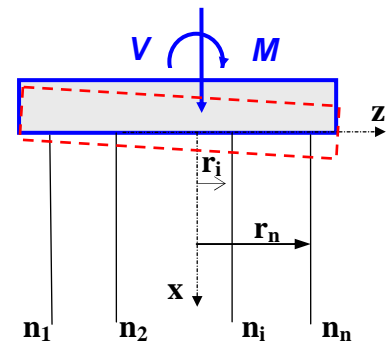
missä  $n_i$  = paaluriviin  $i$  kuuluvien paalujen lkm ja  $r_i$  paalurivin  $i$  etäisyys (=  $z$ -koordinaatti) paalutuksen painopiste akselilta. Kuvan 54 tapauksessa kuormitus vaikuttaa  $xz$ -tasossa, jolloin paalurivissä  $i$  sijaitsevan yksittäisen paalun paaluvoima saadaan yhtälöstä

$$N_i = \frac{V}{\sum n_i} \pm \frac{M}{\sum n_i r_i^2} r_i \quad (47)$$

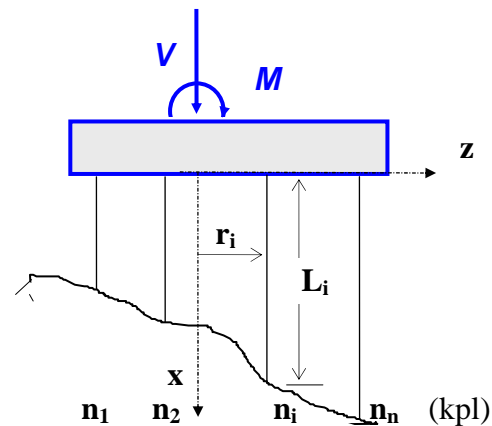
### • Tasotapaus, jäykkyydeltään erilaiset paalut

Jos paalut ovat jäykkyydeltään erilaisia, mikä tarkoittaa sitä, että samassa paaluryhmässä olevien paalujen poikkileikkauksala ( $A$ ), kimmokerroin ( $E$ ) tai pituus ( $L$ ) ovat keskenään erilaisia. Esimerkiksi kuvan 55 tapauksessa paaluryhmän paalujen pituus muuttuu kallio-pohjan kaltevuuden johdosta. Laskennassa origo sijoitetaan "reduoidulle painopiste akselille", jonka paikka voidaan nyt määrittää yhtälöstä:

$$\sum n_i k_i r_i = 0 \quad (48)$$



Kuva 54. Pystysuorat paalut, jotka ovat keskenään samanlaisia



Kuva 55. Pystysuorat paalutus, missä paalujen pituus (jäykkyys) on muuttuva.



missä paalurivissä  $i$  sijaitsevan yksittäisen paalun jäykkyys (vrt. jousivakio) on:

$$k_i = \frac{E_i A_i}{L_i} \quad (49)$$

Paalurivissä  $i$  sijaitsevan yksittäisen paalun paaluvoima saadaan tässä tapauksessa kaavasta:

$$N_i = \frac{k_i}{\sum n_i k_i} V \pm \frac{k_i r_i}{\sum n_i k_i r_i^2} M \quad , \quad (50)$$

missä summaustermi  $\sum n_i k_i$  vastaa koko paalutuksen aksiaalista jäykkyyttä ja  $\sum n_i k_i r_i^2$  kuvaa koko paalutuksen kiertojäykkyyttä. Ulkoinen momentti  $M$  lasketaan painopisteakselin suhteen ja etäisyydet  $r_i$  tarkoittavat paalurivin  $i$  kohtisuoraa etäisyyttä (= momenttivartta) origosta. Kaavasta (50) voidaan vielä todeta, että kuormat  $V$  ja  $M$  jakaantuvat yksittäisille paaluille "jäykkyyksien suhteessa", ts. paalutuksen jäykimmät (lyhyimmät) paalut kuormittuvat muita enemmän.

### 3) Avaruustapaus, missä kuormitus on epäkeskeinen kahdessa suunnassa

Jos kuormitus on kahdessa suunnassa epäkeskeinen ( $e_y$  ja  $e_z$ ) tai taivutusmomentilla on komponentit kahdessa suunnassa ( $M_y$  ja  $M_z$ ) saadaan paaluvoimille johdettua yhtälöt samalla tavoin kuin edellisessä kohdassa. Paaluantura on jäykkä ja kiertyy pääakselien ympäri kahdessa suunnassa.

Paalutuksen redusoidun painopisteakselin paikan  $y$ - ja  $z$ -suunnassa määrittelevät yhtälöt:

$$\begin{aligned} \sum k_{yj} r_{yj} &= 0 \\ \sum k_{zi} r_{zi} &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

missä  $k_{yj} r_{yj}$  ja  $k_{zi} r_{zi}$  ovat paalujen jäykkyyksillä painotetut momenttivarret  $z$  ja  $y$ -akselien suhteen. Jos kuormakomponentit on redusoitu origoon ja  $y$ - ja  $z$ -akselit ovat paalutuksen pääjäyhyysakselit, saadaan yksittäisen paalun normaalivoima yhtälöstä:

$$N_i = \frac{k_i}{\sum k_i} V + \frac{k_i r_{zi}}{\sum k_i r_{zi}^2} M_y - \frac{k_j r_{yj}}{\sum k_j r_{yj}^2} M_z \quad . \quad (52)$$

Jos paalutus on symmetrinen jonkun tason suhteen ( $xz$ -taso kuvassa 56), on symmetria-akseli aina samalla pääjäyhyysakseli. Jos pääjäyhyysakselien suunnat eivät ole ennalta tiedossa, kannattaa paaluvoimat yleensä määrittää siirtymä-menetelmällä (ks. kohta 5.3).

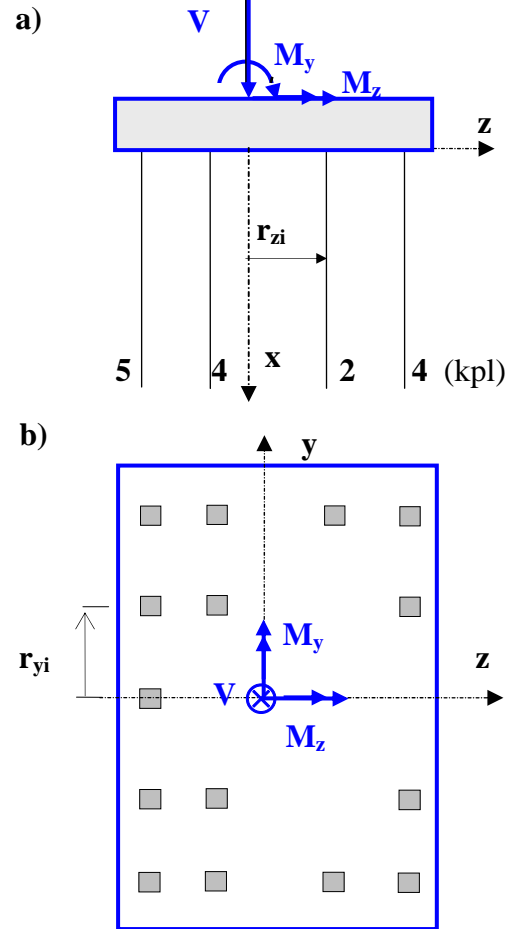
Jos paalut ovat tasajäykkiä supistuvat jäykkyystermit  $k$  pois ja yksittäisen paalun paaluvoima saadaan yhtälöstä:

$$N_i = \frac{V}{n} + \frac{r_{zi}}{\sum r_{zi}^2} M_y - \frac{r_{yj}}{\sum r_{yj}^2} M_z \quad , \quad (53)$$

missä  $n$  on kaikkien paalujen lkm sekä  $r_{zi}$  ja  $r_{yj}$  ovat paalujen momenttivarret  $z$  ja  $y$ -akselien suhteen.

Momenteista tuleva paaluvoiman merkki voidaan pystysuorien paalujen tapauksessa päätellä helposti ulkoisen momenttikomponenttien suunnista. Jos paaluvoimat lasketaan kaavoista (52) tai (53) ulkoisten momenttien suunnat ovat positiivisia, kun ne kiertävät kuvan 56 mukaisesti positiivisen akselien ympäri

Tällöin yksittäisten paalujen etäisyydet pääjäyhyysakseleista (momenttivarret)  $r_{yj}$  ja  $r_{zi}$  on sijoitettava kaavoihin etumerkkeineen. Itseisarvoltaan suurin (tai pienin) paaluvoima syntyy kuvan 56 tapauksessa johonkin origosta kauimmaisena olevaan nurkkapaaluun.



**Kuva 56.** Avaruustapaus, pystypaalut.

a) Sivukuva,  $xz$ -taso.

b) Tasokuva,  $yz$ -taso

### 5.2.2 Tasotapaus, missä paaluja on kahdessa eri suunnassa

Jos paalutuksella on symmetriataso, voidaan paalutusta tarkastella ko. tasossa vaikuttavien kuormien suhteen tasotapauksena. Kuvassa 57 xz-taso on symmetriataso, jossa näkyvät paaluanturan ja paalujen projektiot sekä samaan tasoon redusoidut kuormakomponentit (H, V ja M).

**Kiertokeskiöllä** (kimmainen painopiste, elastic center) tarkoitetaan tasopaalutuksessa xz-tason pistettä, jossa rakenteen voima- ja momenttiyhtälöt tulevat toisistaan riippumattomiksi ja niiden vaikutusta voidaan siten tarkastella erikseen. Ulkoinen momentti, joka on redusoitu kiertokeskiöön ( $M_0$ ), aiheuttaa paalutuksen kiertymän kiertokeskiön ympäri. Voimaresultantti, joka kulkee kiertokeskiön kautta, aikaansaa paalutuksen yhdensuuntaissiirtymän, ts. kiertymistä ei tapahdu.

Jos paalut sijaitsevat tasopaalutuksessa kahdessa eri suunnassa, voidaan tässä erikoistapauksessa paalutuksen kiertokeskiön paikka määrittää yhdensuuntaisten paaluryhmien redusoitujen (jäykkyyksillä painotettujen) painopisteakseli leikkauspisteenä (kuva 57).

Koska paalutuksessa on myös vinopaaluja voi ulkoisena kuormituksena olla pystysuuntaisen kuormakomponentin V ja momentin M lisäksi myös vaakasuuntainen kuormakomponentti H. Momenttikermitus tosin on mahdollinen vain, jos paaluja on useammassa kuin kahdessa paalurivissä, koska vain tällöin paalutus on stabiili ja rakenteella kiertojäykkyyttä (kykyä vastustaa kiertymistä) eli  $\Sigma kr_i^2 \neq 0$ .

(Huom.! Vain kahdesta paalurivistä koostuvaa paalutusta on aina epästabiili momenttikermitukselle (ks. kohta 5.2.3). Tällaista paalutusta käytettäessä on momentti  $M_0$  kiertokeskiön suhteen laskettuna oltava  $\approx 0$ , tai rakenteen kiertyminen on muuten estettävä.)

#### 1) Yleinen tapaus: Paalut kahteen suuntaan kaltevia

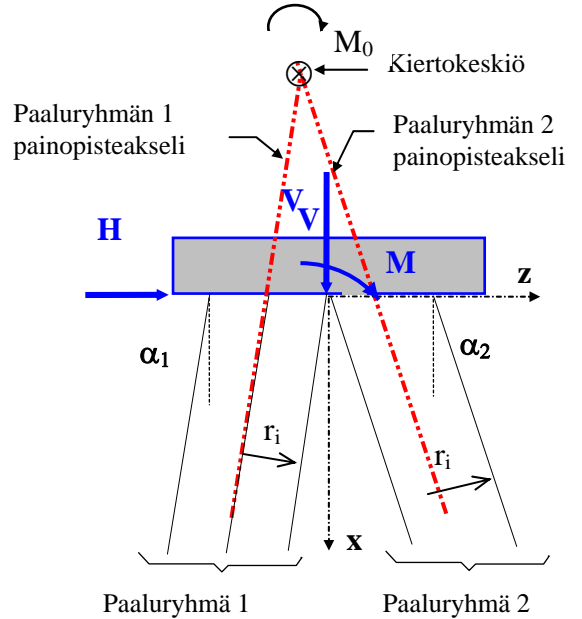
Oletetaan seuraavassa aluksi, että  $M_0 = 0$  ja lasketaan yhdensuuntaisten paaluryhmien paaluvoimien resultantit  $N_1$  ja  $N_2$ . Ne saadaan tarkastelemalla koordinaattiakselien suuntaisten voimakomponenttien tasapainoa (kuva 58). Kun ulkoisena kuormituksena on V ja H, tasapainoyhtälöt akselien suunnissa ovat:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0: \quad N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 &= V \\ \sum F_z = 0: \quad N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 &= -H \end{aligned} \quad (54)$$

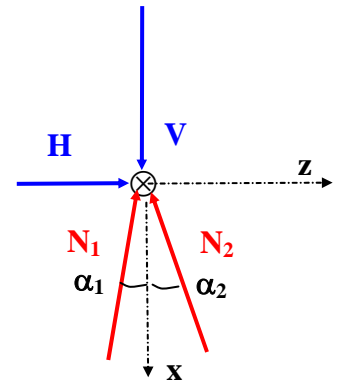
missä  $\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  paaluryhmien suuntakulmat eli pystykaltevuudet x-akselin suhteen. Yhtälössä (54) on oletettu, että paaluryhmän 1 paalut ovat vasemmalle kaltevia, kuvan 57 mukaisesti, jolloin  $\alpha_1$ -kulmana on käytetty sen itseisarvoa.

Yhtälöistä (54) saadaan paaluryhmien 1 ja 2 resultanteiksi:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{\sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_1} (\sin \alpha_2 \cdot V - \cos \alpha_2 \cdot H) \\ N_2 &= \frac{1}{\sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_1} (\sin \alpha_1 \cdot V + \cos \alpha_1 \cdot H) \end{aligned} \quad (55)$$



**Kuva 57.** Paalut kahdessa suunnassa, kiertokeskiön paikan määrittäminen.



**Kuva 58.** Paaluvoimien resultanttien määrittäminen voimavektorien tasapainosta.

## 2) Symmetrinen tasopaalutus

Jos paalutus on symmetrinen xy-tason suhteen (kuva 59) ja merkitään  $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ , yhtälö (55) sievenee muotoon:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2 \cos \alpha} V - \frac{1}{2 \sin \alpha} H \\ N_2 &= \frac{1}{2 \cos \alpha} V + \frac{1}{2 \sin \alpha} H \end{aligned} \quad (56)$$

Pystykuorma  $V$  aiheuttaa puristusta kaikkiin paaluihin ja vaakakuorma  $H$  vetoa vasemmalle kalteviin paaluihin, jos vaakakuorma  $H$  vaikuttaa positiivisen z-akselin suuntaan kuten kuvassa 59.

## 3) Toinen paaluryhmistä pystysuorassa suunnassa

Tapaus, missä toinen paaluryhmä koostuu pystysuorista paaluista (kuva 60) saadaan merkitsemällä  $\alpha_1 = 0$  ja  $\alpha_2 = \alpha$  edellisestä kaavasta:

$$\begin{aligned} N_1 &= V - \cot \alpha \cdot H \\ N_2 &= \frac{1}{\sin \alpha} H \end{aligned} \quad (57)$$

Koko pystysuora kuormakomponentti  $V$  tulee kokonaisuudessaan kannettavaksi pystysuorilla paaluilla ja vinopaalut saavat kuormaa ainoastaan vaakakuormasta  $H$ .

## 4) Sivullepäin kaltevien paalujen huomiointi

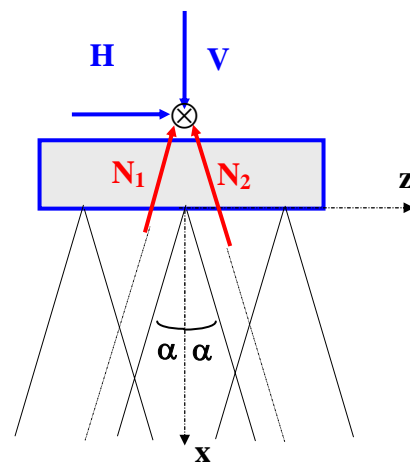
Jos paaluryhmän paaluilla on sivukaltevuutta, (kulma  $\omega \neq 0$  kuvassa 61) tulee se huomioida vaakasuuntaisessa tasapainoyhtälössä. Yhtälöt (54) muuttuvat muotoon:

$$\begin{aligned} N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 &= V \\ N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \cos \omega \cdot \sin \alpha_2 &= -H \end{aligned} \quad (58)$$

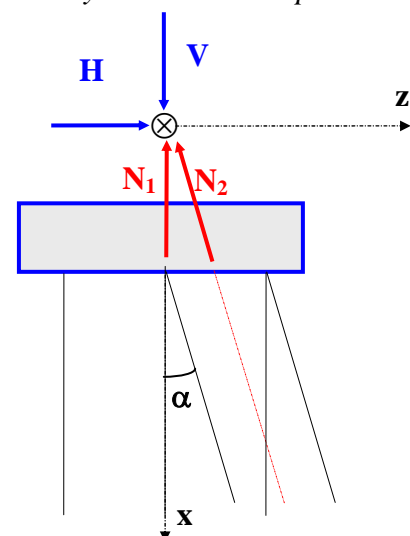
missä  $\alpha$  vinopaalujen pystykaltevuus (x-akselin ja paalun akselin välinen kulma) ja  $\omega$  on sivukaltevuus (z-akselin ja paalun yz-tasolla olevan projektion välinen kulma kuvassa 61).

Kuvan 61 tapauksessa, missä paaluryhmän 1 paalut ovat pystysuoria, saadaan paaluryhmien resultanteille lausekkeet:

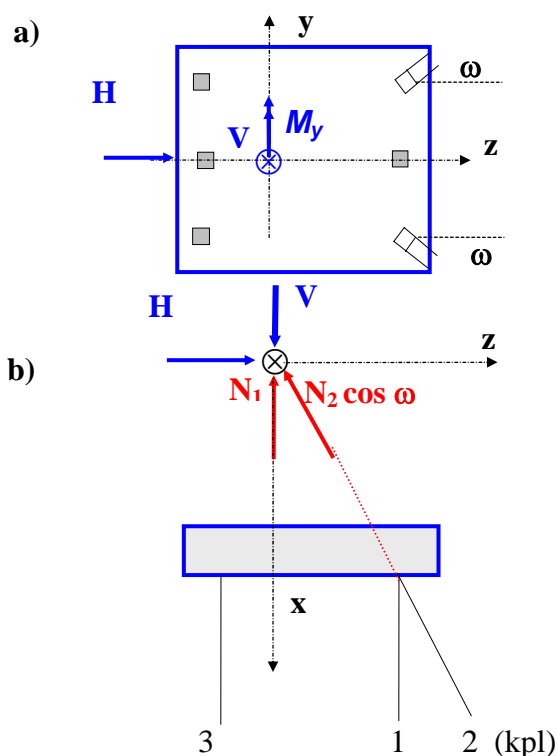
$$\begin{aligned} N_1 &= V - \frac{\cot \alpha}{\cos \omega} \cdot H \\ N_2 &= \frac{1}{\cos \omega \sin \alpha} H \end{aligned}, \quad (59)$$



Kuva 59. Symmetrinen tasopaalutus.



Kuva 60. Toinen paaluryhmistä on pystysuora..



Kuva 61. Sivukaltevat paalut.

a) Tasokuva, b) Sivukuva

### 5) Momenttikuormituksen huomioon ottaminen

Momenttikuormitus joko lisää tai vähentää paaluryhmän sisällä olevan yksittäisen paalun paaluvoimaa määrällä:

$$N_i = \frac{k_i r_i}{\sum n_i k_i r_i^2} M_0 \quad (60)$$

missä  $r_i$  on paalurivissä  $i$  sijaitsevan paalun momenttivarsi, eli paalurivin kohtisuora etäisyys kiertoakeskiöstä. Paalutuksen kiertojäykkyys lasketaan samalla tavoin kuin pystysuorien paalujen tapauksessa kohdassa 5.2.1 ja ulkoinen momenttikuormitus  $M_0$  redusoidaan kiertoakeskiöön. Jos kaikki paalut ovat tasajäykkiä, supistuu jäykkyystermin ( $k_i$ ) yhtälöstä pois.

Kumpi etumerkki tulee kaavassa (60) kysymykseen, voidaan tasotapauksessa yleensä päätellä; esim. korvaamalla kiertoakeskiöön vaikuttava momenttikuorma paaluihin kohdistuvilla voimapareilla. Kuvan 63 tapauksessa nähdään paaluriveihin 1 ja 4 syntyvän vetoa ja paaluihin 3 ja 5 vastaavasti puristusta. Paalurivin 2 paaluihin ei momenttikuorma aiheuta lisärasituksia ( $r_2 = 0$ ).

Laskennallisesti lausekkeen etumerkki määräytyy momenttivarsen  $r_i$  merkin mukaan, jos momentin suunta on valittu positiiviseksi kuten kuvan 62  $xz$ -koordinaatistossa. Momenttivarsi on positiivinen, jos paaluvoiman vaikutussuora (paalun kuviteltu jatke) leikkaa positiivisen  $z$ - akselin, ts. ohittaa kiertoakeskiöön sijoitetun origon sen oikealta puolelta.

Sivukaltevat paalut projisioidaan ensin  $xz$ -tasolle ja määritetään etäisyydet kiertoakeskiöstä kuten edellä.

### 6) Lopulliset paaluvoimat

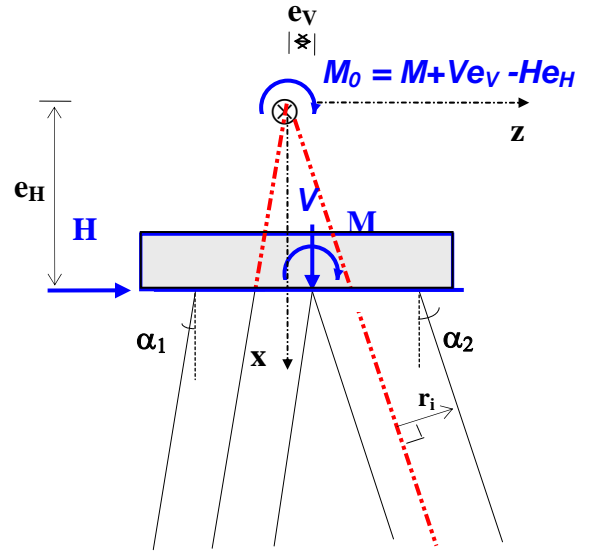
Kaavoissa (55)...(59) esiintyvät paaluryhmien voimien resultantit  $N_1$  ja  $N_2$  jakaantuvat ”jäykkyyksien suhteessa” paaluille paaluryhmien sisällä. Kun tähän lisätään momenttikuormasta tuleva osuus, saadaan paaluryhmien 1 ja 2 yksittäisen paalun paaluvoimat kaavoista:

$$\begin{aligned} N_{1i} &= \frac{k_{1i} N_1}{\sum n_{1i} k_{1i}} \pm \frac{k_i r_i}{\sum n_i k_i r_i^2} M_0 \\ N_{2i} &= \frac{k_{2i} N_2}{\sum n_{2i} k_{2i}} \pm \frac{k_i r_i}{\sum n_i k_i r_i^2} M_0 \end{aligned} \quad (61)$$

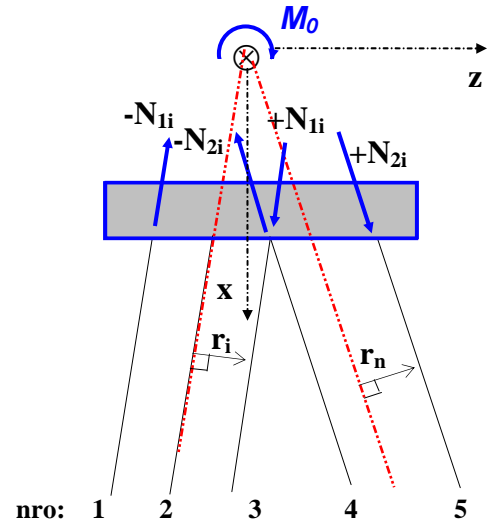
missä  $\sum n_{1i} k_{1i}$  ja  $\sum n_{2i} k_{2i}$  ovat paaluryhmien 1 ja 2 puristusjäykkyydet ja  $\sum n_i k_i r_i^2$  koko paalutuksen kiertojäykkyys kaavan (60) mukaisesti. Jos paaluryhmien sisällä paalut ovat tasajäykkiä, niin voima-resultantit  $N_1$  ja  $N_2$  jakaantuvat tasan ryhmän paaluille.

$$\begin{aligned} N_{1i} &= \frac{N_1}{n_1} \pm \frac{k_i r_i}{\sum n_i k_i r_i^2} M_0 \\ N_{2i} &= \frac{N_2}{n_2} \pm \frac{k_i r_i}{\sum n_i k_i r_i^2} M_0 \end{aligned} \quad (62)$$

missä  $n_1 = \sum n_{1i}$  ja  $n_2 = \sum n_{2i}$  ovat paaluryhmiin 1 ja 2 kuuluvien paalujen lukumäärät.



Kuva 62. Ulkoisen momentin laskenta  $kk$ :n suhteen



Kuva 63. Momenttikuormituksen vaikutuksen kuvaaminen paaluriveihin kohdistuvilla voimapareilla.

### 5.2.3 Staattisesti määrätty paalutukset

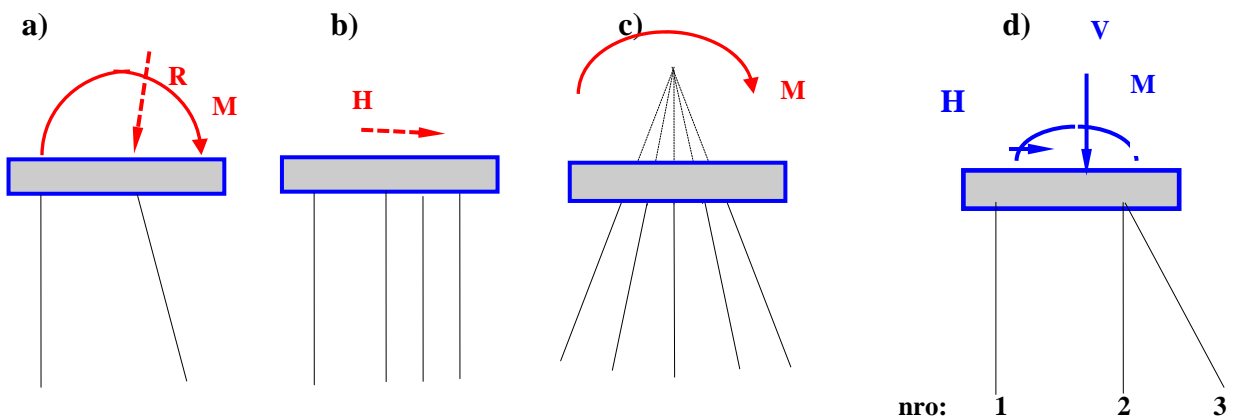
#### 1) Tasopaalutus

Jos paalurivien lukumäärä tasoprojektiossa on tasan 3 ja paalutus muuten on stabiili, kysymyksessä on staattisesti määrätty paalutus, jonka paaluvoimat voidaan aina määrittää voimien tasapainotarkastelulla, sillä tasotapauksessa käytettävissä on 3 tasapainoyhtälöä.

Tasopaalutus on mekanismi (epästabiili, degeneroitunut), ainakin yhden voimaresultantin suhteen silloin kun:

- 1) Paalurivejä tai paalutussuuntia on tasossa vähemmän kuin kolme (kuva 64 a).
- 2) Paalut ovat yhdensuuntaisia (kuva 64 b).
- 3) Kaikkien paaluvoimien vaikutussuorat leikkaavat toisensa samassa pisteessä. (kuva 64 c).

Näitä ”epästabiileja” paalutuksia tulee käyttää aina harkiten ja mitoituksessa joko osoittaa että ko. kuormakomponentti on niin pieni, että sitä ei tarvitse huomioida tai selvittää, millä tavoin ko. komponentti siirretään maapohjaan. .



**Kuva 64.** Tasopaalutuksen stabiilius. Tapaukset a)...c) epästabiileja kuvissa esitetyille kuormakomponenteille. Tapaus d) on stabiili kaikille tasossa vaikuttaville komponenteille.

Tasapainoyhtälöt kuvan 64 d) kolmen paalurivin paaluvoimien laskemiseksi ovat:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \\ \sum M_y &= 0 \end{aligned} \quad (63)$$

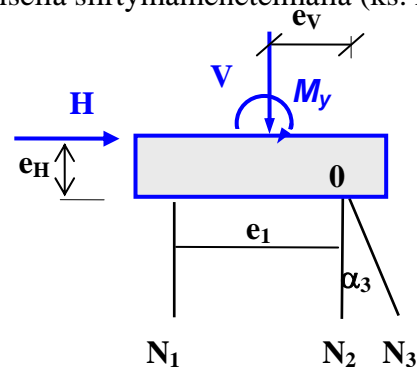
Momenttitasapainoehdon tulee toteutua tason mielivaltaisessa pisteessä (mitä seikkaa voidaan käyttää hyväksi momenttipisteen valinnassa).

Jos tasopaalutuksessa on enemmän kuin 3 erisuuntaista paaluriviä on paalutus staattisesti määräämätön, jolloin paaluvoimien laskenta on yksinkertaisinta suorittaa yleisellä siirtymämenetelmällä (ks. kohta 5.3).

**Esimerkki 5.1** Tasapainoyhtälöt paaluvoimien ratkaisemiseksi kuvan 65 paalutukselle.

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0: & n_1 \cdot N_1 + n_2 \cdot N_2 + n_3 \cdot \cos \alpha_3 \cdot N_3 = V \\ \sum F_z = 0: & n_3 \cdot \sin \alpha_3 \cdot N_3 = H \\ \sum M_y = 0: & n_1 \cdot N_1 \cdot e_1 = M - V \cdot e_v + H \cdot e_H \end{aligned}$$

missä  $N_i$  on yksittäisen paalupaalurivin  $i$  ( $i = 1...3$ ) paaluvoima,  $n_i$  paalujen lukumäärä rivissä  $i$ . Momenttipisteeksi on mukavuussyistä valittu piste 0, jossa paalurivien 2 ja 3 momenttivarret = 0.



**Kuva 65.** Staattisesti määrätty tasopaalutus. Paaluvoimien laskenta.

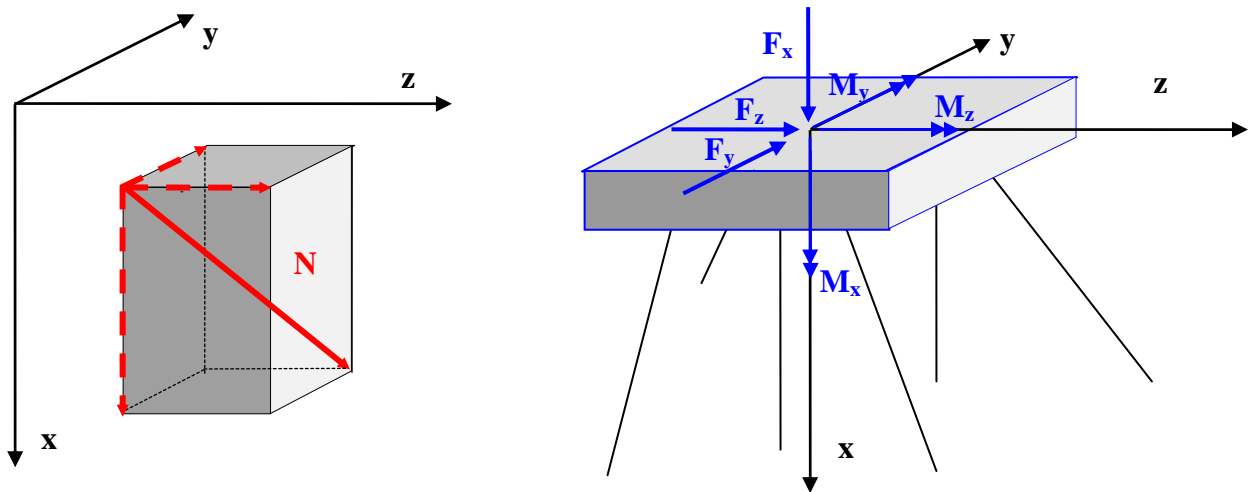
## 2) Avaruuspaalutus, kun paalutuksessa tasan kuusi paalua

Kolmiulotteisessa avaruudessa staattisesti määrätyn paalutuksen edellytyksenä on, että paalujen lukumäärä on tasan 6 kappaletta. Yksittäisen paalun paaluvoima voidaan tällöin laskea käytettävissä olevista kuudesta tasapainoyhtälöstä, kun vain paalutus on kaikille esiintyvillä kuormituskomponenteille stabiili.

Avaruuspaalutus on mekanismi (epästabiili), jos yksi tai useampi seuraavista ehdoista on voimassa:

- 1) Paaluja on vähemmän kuin 6 kappaletta.
- 2) Paalut ovat yhdensuuntaisia jossain (mielivaltaisessa) tasoprojektiossa..
- 3) Paalujen vaikutussuorien projektiot leikkaavat jossain tasossa toisensa samassa pisteessä.

Mekanismin toteamiseksi riittää, jos projisoidaan paalujen akselien kautta kulkevat suorat kolmelle toisiinsa vastaan kohtisuorassa olevalle (ortogonaali-) tasolle ja tarkastetaan tasopaalutuksen ehdot (s.33) mekanismille. Epäselvissä tapauksissa mekanismi voidaan aina todeta muodostamalla paalutuksen jäykkymatriisi (ks. kappale 5.3) ja tutkimalla sen mahdollista singulaarisuutta.



**Kuva 66.** Avaruuspaalutus.

- a) Yksittäinen paalu avaruuskoordinaatistossa. Paaluvoima ja sen projektiot akselien suunnille
- b) Staattisesti määrätty paalutus (tasan 6 paalua). Avaruuskoordinaatisto ja paalutukseen kohdistuvat kuusi kuormakomponenttia.

Tasapainoyhtälöt koostuvat kolmesta voima- ja kolmesta momenttiyhtälöstä:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \sum M_x = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \sum M_y = 0 \\ \sum F_z = 0 & \quad \sum M_z = 0 \end{aligned} \quad , \quad (64)$$

Momenttitasapainoehtojen tulee toteutua kolmen vapaasti valittavan koordinaattiakselin suuntaisen suoran ympäri.

Jos stabiilissa paalutuksessa on paaluja enemmän kuin kuusi kappaletta, on paalutus staattisesti määrätty, jolloin paaluvoimien ratkaisu on yksinkertaisinta suorittaa siirtymämenetelmällä (kohta 5.3).

## 5.3 Tukipaaluksen laskenta siirtymämenetelmällä

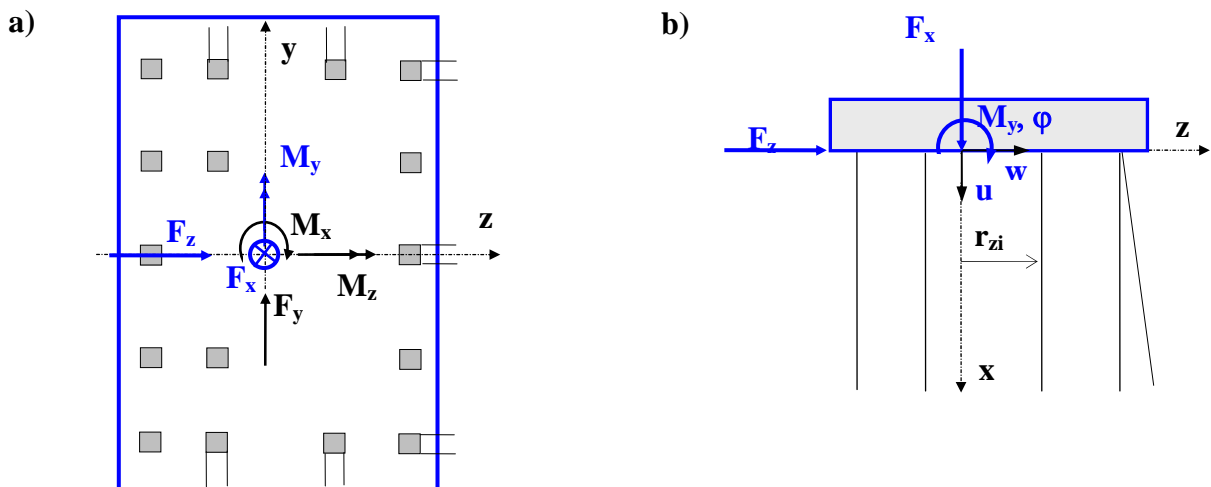
### 5.3.1 Yleistä

Jos paaluvoimia ei voida määrittää suoraan tasapainoyhtälöistä (kuten kohdassa 5.2), on kysymyksessä staattisesti määräämätön paalutus, jonka paaluvoimien laskentaan tarvitaan myös siirtymien yhteensopivuusehtoja. Seuraavassa esitetään siirtymämenetelmän mukainen ratkaisu, jossa ratkaistaan aluksi jonkun valitun pisteen (yleensä koordinaatiston origon) siirtymäkomponentit. Jos paalulaatan siirtymät yhdessäkin pisteessä tunnetaan, tunnetaan myös kaikkien muiden pisteiden siirtymät, koska laatta otaksutaan täysin jäykäksi kappaleeksi ( $EI = EA = \infty$ , eli paalulaatta ei taivu tai puristu kokoon). Kun tunnetaan siirtymäkomponentit, voidaan kunkin paalun saama kokoonpuristuma laskea ja tästä edelleen paaluvoimat. Tämän ratkaisutavan edullisuus on siinä, että tuntemattomia siirtymäkomponentteja on tasotapauksessa aina enintään 3 ja avaruustapauksessa vastaavasti 6 kpl riippumatta paalutuksessa käytettyjen paalujen lukumäärästä.

### 5.3.2 Paaluvoimien ratkaisu tasotapauksessa

Jos paalutuksella on yksi symmetriataso (niin kuin käytännön rakenteissa usein on), voidaan tässä tasossa vaikuttavien ulkoisten kuormakomponenttien aiheuttamat siirtymät ja paaluvoimat laskea ns. tasotapauksena. Esimerkiksi kuvan 67 paalutukseen syntyvät siirtymät ja paaluvoimien laskenta voidaan aina jakaa kahteen toisistaan riippumattomaan osaan:

- 1) Tasotapauksena voidaan ensin käsitellä erikseen symmetria- eli  $xz$ -tasossa vaikuttavien ulkoisten voimakomponenttien  $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$  osuus (kuva 67 b) paaluvoimiin.
- 2) Muiden (yleensä sekundääristen) voimakomponenttien ( $F_y$ ,  $M_x$  ja  $M_z$ ) vaikutuksesta tuleva osuus paaluvoimiin voidaan laskea erikseen, jos on tarpeen:



**Kuva 67.** Paalutus, jolla on yksi symmetriataso ( $xz$ -taso).

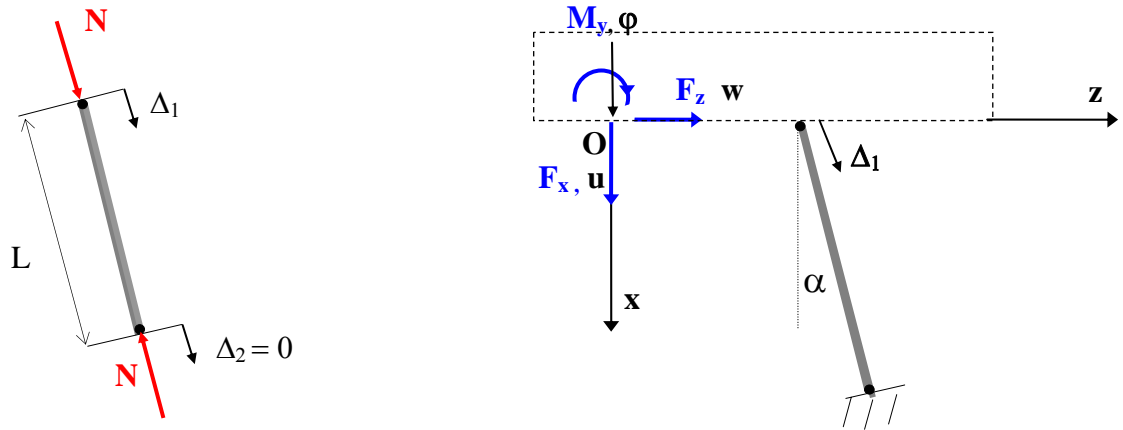
a) Tasopiirros, käytettävä koordinaatisto sekä kaikki kuusi ulkoista voimakomponenttia.

b) Sivukuva,  $xz$ -tasossa vaikuttavat primääriset voimasuureet ja niitä vastaavat siirtymäkomponentit.

Tarkastellaan seuraavassa siirtymämenetelmän mukaista ratkaisuyhtälöiden johtamista tasopaalutukselle.

Yksittäisen paalun päässä akselin suunnassa vaikuttavan voiman ja vastaavan kokoonpuristuman välisen yhteyden ilmaisee aikaisemmin mainittu paalun jäykkyys  $k_i = EA/L$  (ks. kaava (49)). Tämä jousivakiota vastaava suure voidaan tukipaalulle helposti johtaa Hooken lain avulla tarkastelemalla kuvaa 68 a).





**Kuva 68.** a) Paalun päihin vaikuttava aksiaalinen puristusvoima  $N$  ja akselin suuntaiset siirtymät  $\Delta_i$ .

b) Paaluanturan siirtymäkomponenttien  $u, w$  ja kiertymän  $\varphi$  ollessa tunnettuja voidaan määrittää paalun yläpäässä tapahtuva akselin suuntainen kokoonpuristuma ( $\Delta_1$ ).

Kuvan 68 a) mukaan, jos tunnetaan siirtymät  $\Delta_i$  paalun molemmissa päissä, saadaan kokoonpuristumaksi  $\Delta_2 - \Delta_1$ . Suhteellinen puristuma (muodonmuutos) koko paalun pituudella on  $\varepsilon = (\Delta_2 - \Delta_1)/L$ , josta edelleen saadaan paalun jännitys laskettua kertomalla  $\varepsilon$  kimmokertoimella  $E$  (Hooken laki).

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (65)$$

Paalun normaalivoima saadaan kertomalla jännitys paalun poikkipinta-alalla ( $A$ ). Paalussa vallitsevan normaalivoiman ja päiden siirtymien välille saadaan siten yhteys:

$$N = \frac{EA}{L} \cdot (\Delta_2 - \Delta_1). \quad (66)$$

Tukipaaluissa otaksutaan yleensä paalun alapään tukeutuvan täysin jäykkään kallioon, jolloin paalun alapäässä ei tapahdu siirtymistä ja  $\Delta_2 = 0$ .

Otaksumalla paalun puristusvoima positiiviseksi suureeksi saadaan yhtälöstä (66)

$$N = k \cdot \Delta_1, \quad (67)$$

jossa  $k$  on paalun jäykkyys. ( $k = EA/L$ , kaava (49), vrt. lineaarisen jousen jousivakio).

Vastaavalla tavalla voidaan johtaa koko paalutukselle sen johonkin pisteeseen vaikuttavien koordinaatti-akselien suuntaisten voimakomponenttien ( $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$ ) ja pisteen siirtymien ( $u$ ,  $w$  ja  $\varphi$ ) välinen yhteys (kuva 68 b). Koska siirtymä- ja voimakomponentteja on tasossa yhteensä 3 kpl, tarvitaan myös 3 toisistaan riippumatonta yhtälöä. Yhtälöt voidaan muodollisesti kirjoittaa matriisimuotoon seuraavasti:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (68)$$

eli matriisiyhtälönä sama asia:

$$[K]\{\delta\} = \{f\}. \quad (69)$$

missä kerroinmatriisille ja vektoreille käytetään tavallisesti mekaniikasta tuttuja nimityksiä

$[K]$  = paalutuksen jäykkyysmatriisi,  $\{\delta\}$  = siirtymävektori ja  $\{f\}$  = voimavektori.



Jäykkyysmatriisiin  $[K]$  alkioita kaavassa (68) voidaan ratkaista antamalla vuoronperään yksittäiselle siirtymäkomponentille yksikön suuruinen arvo (muiden komponenttien ollessa nollija) ja laskemalla tämän siirtymätilan aiheuttamat voimakomponentit paalun yläpäässä. Voimakomponentit ovat tällöin suoraan siirtymäkomponenttia vastaavan jäykkyysmatriisin pystyriivin alkioita kuten yhtälöstä (60) voidaan nähdä.

Määritetään seuraavassa esimerkin vuoksi jäykkyysmatriisin ensimmäisen pystysarakkeen alkioita antamalla siirtymäkomponentille  $u$  arvo 1 ( $u = 1$ ) muiden siirtymien ollessa nollija ( $w = 0$  ja  $\varphi = 0$ ). Yhtälöstä (68) seuraa tällöin  $k_{11} = F_x$ ,  $k_{21} = F_z$  ja  $k_{31} = M_y$  eli jäykkyysmatriisin alkioiden määrittämiseksi on laskettava asetetusta siirtymätilasta aiheutuneet voimakomponentit ( $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$ ) (kuva 69).

Paalun yläpää puristuu kokoon paaluanturan pystysiirtymän  $u$  johdosta matkan  $\Delta$ , jonka suuruus saadaan  $u$ :n projektiona paalun akselille:

$$\Delta = \cos(\alpha) \cdot u = \cos(\alpha), \quad (70)$$

missä  $\alpha$  on  $x$ - akselin ja paalun akselin välinen kulma.

Kokoonpuristuma  $\Delta$  synnyttää paaluun normaalivoiman, jonka suuruus on yhtälön (57) perusteella on:

$$N = k \cdot \Delta = k \cdot \cos(\alpha). \quad (71)$$

Jakamalla voima  $N$  koordinaattiakselien suuntaisiin komponentteihin ( $F_x$ ,  $F_z$ ) ja laskemalla  $N$ :stä aiheutuva momentti origon suhteen ( $M_y$ ) saadaan jäykkyysmatriisin ensimmäisen pystysarakkeen alkioiksi:

$$\begin{aligned} k_{11} &= F_x = \cos(\alpha) \cdot N = k \cos^2(\alpha), \\ k_{21} &= F_z = \sin(\alpha) \cdot N = k \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad (72) \\ k_{31} &= M_y = r_y \cdot N = k r_y \cos(\alpha), \end{aligned}$$

missä  $r_y$  on paalun normaalivoiman momenttivarsi origosta mitattuna. Johtamalla vastaavasti muut jäykkyysmatriisin alkioita, (toinen ja kolmas sarake yhtälössä (68)) ja käyttämällä paalun akselin suuntaisen vektorin suuntakulmien kosineille seuraavia lyhennysmerkintöjä

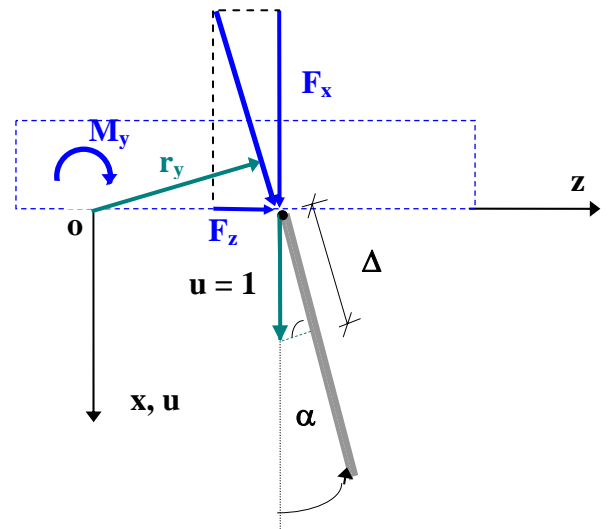
$$\begin{aligned} p_x &= \cos(\alpha) \\ p_z &= \cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha), \end{aligned} \quad (73)$$

voidaan yhtälöryhmä (68) kirjoittaa muotoon:

$$\begin{bmatrix} kp_x^2 & kp_x p_z & kp_x r_y \\ kp_x p_z & kp_z^2 & kp_z r_y \\ kp_x r_y & kp_z r_y & kr_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{Bmatrix}, \quad (74)$$

joka kuvaa yksittäisen paalun jäykkyyden osuutta koko paalutuksen voima-siirtymäyhtälöryhmässä.

Summaamalla kaikkien paalujen vaikutus yhteen saadaan paalutuksen jäykkyysmatriisi lausuttua valitus- ja koordinaatistossa ja edelleen lopullinen yhtälöryhmä siirtymäkomponenttien  $u$ ,  $w$  ja  $\varphi$  ratkaisemiseksi:



**Kuva 69.** Paalun jäykkyysmatriisin alkioiden määrittäminen.

$$\begin{bmatrix} \Sigma k p_x^2 & \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_x r_y \\ \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_z^2 & \Sigma k p_z r_y \\ \Sigma k p_x r_y & \Sigma k p_z r_y & \Sigma k r_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{Bmatrix}. \quad (75)$$

Yhtälöryhmästä (75) näkyy, että siirtymävektorin kerroinmatriisi eli jäykkyysmatriisi on kullekin paalutukselle ominainen rakennevakio ja riippuu ainoastaan paalujen jäykkyyksistä sekä niiden asemasta valittuun koordinaatistoon nähden (suureet  $p_{xi}$ ,  $p_{zi}$ ,  $r_{yi}$  ja  $k_i$  ovat kaikki vakioita). Ratkaisuyhtälöitä on tasotapauksessa ainoastaan 3 kappaletta (tämä siis tasopaalutuksissa, jotka eivät ole mekanismeja), joten valitun paalutuksen origon siirtymät voidaan aina määrittää, jos ulkoiset kuormakomponentit ( $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$ ) tunnetaan. Matriisimerkinnöin kirjoitettuna yhtälön (75) ratkaisu on muotoa:

$$\{\delta\} = [K]^{-1}\{f\}, \quad (76)$$

missä  $\{\delta\}$ -vektori sisältää tuntemattomat siirtymäkomponentit ( $u$ ,  $w$  ja  $\varphi$ ). Tavallisesti yhtälöryhmän (75) ratkaisu kuitenkin suoritetaan eliminointimenetellyllä, jolloin kerroinmatriisin  $[K]$  käänteismatriisia ei tarvitse erikseen määrittää (esim. Gaussin menetelmä). Käytännössä  $3 \times 3$  yhtälöryhmän ratkaisu onnistuu helposti sopivaa funktiolaskinta, taulukkolaskenta- tai matematiikkaohjelmaa hyväksi käyttäen.

Kun jäykän paaluanturan siirtymäkomponentit yhdessä tason pisteessä (= tavallisesti valitun koordinaatiston origossa) on ratkaistu, niin samalla tunnetaan paaluanturan kaikkien muidenkin pisteiden siirtymät. Näin ollen jokaisen paalutukseen kuuluvan paalun yläpäässä voidaan määrittää paalun saama akselin suuntainen siirtymä (= kokoonpuristuma)  $\Delta$  ja siitä edelleen paaluvoima  $N$  käyttäen kaavaa (67).

Yksittäisen paalun yläpäähän siirtymä  $\Delta_i$  paalun akselin suunnassa saadaan laskettua siirtymäkomponenteista paalun suuntakosinien ja momenttivarren avulla. Paalun  $i$  normaalivoiman lausekkeeksi saadaan:

$$N_i = k_i \cdot \Delta_i = k_i [p_{xi}u + p_{zi}w + r_{yi}\varphi]. \quad (77)$$

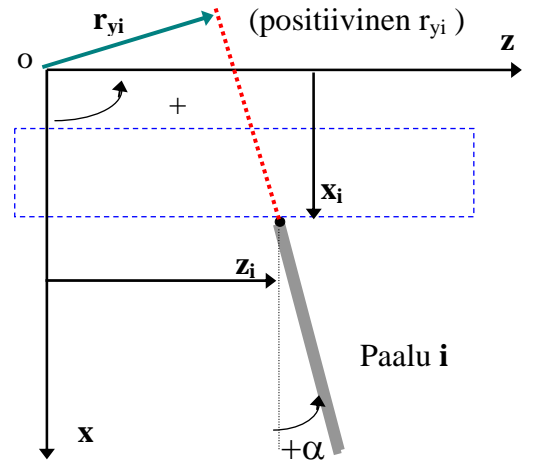
Kaavoissa esiintyvä yksittäisen paalun momenttivarssi  $r_{yi}$  eli paalun akselin kohtisuora etäisyys origosta (kuva 70) voidaan yksinkertaisesti laskea paalun yläpäähän koordinaattien ja suuntakosinien avulla yhtälöstä:

$$r_{yi} = z_i p_{xi} - x_i p_{zi} \quad (78)$$

johon yläpäähän paikkakoordinaatit ( $x_i$ ,  $z_i$ ) on sijoitettava merkkeineen samoin kuin suuntakosinien arvo. (Huom. Momenttivarren  $r_{yi}$  ja suuntakosinin  $p_{xi}$  väärä etumerkki on laskennassa tehtyjä yleisimpiä virheitä)

Tasotapauksessa merkkien oikeellisuuden tarkistuksena voi käyttää seuraavia sääntöjä:

1.  $xz$ -koordinaatistossa  $x$ -akselin ja paalun akselin välinen suuntakulman kosini:  $p_x = \cos(\alpha)$  on aina positiivinen, koska paalut suuntautuvat aina alaspäin (kuva 70).
2.  $z$ -akselin ja paalun akselin välinen suuntakulman kosini  $p_z = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$  on positiivinen, jos kulma  $\alpha$  on positiivinen. Paalu on tällöin kalteva oikealle kuten kuvassa 70. Jos kulma  $\alpha$  on negatiivinen myös  $p_z$  muuttuu merkkinsä ja on negatiivinen (vasemmalle kalteva paalu).
3. Momenttivarssi  $r_y$  on positiivinen, jos paalun akseli tai sen jatke ohittaa origon oikealta, mikä tarkoittaa positiivisen  $z$ -akselin puolelta kuten kuvassa 70.



**Kuva 70.** Paalun akselin momenttivarssi ( $r_{yi}$ ) ja yläpäähän koordinaatit ( $x_i$  ja  $z_i$ ).

Paalujen normaalivoimien laskemiseksi tarvitaan siis ainoastaan kaksi yhtälöä (75) ja (77) riippumatta siitä kuinka monta paalua tai paaluriviä paalutuksessa on.

Ratkaisun kulku on siten aina sama:

1) Valitaan koordinaatisto, lasketaan jäykkyyismatriisin kertoimet, redusoidaan ulkoinen kuorma valittuun origoon, muodostetaan yhtälöryhmä (75) ja ratkaistaan siirtymäkomponentit ( $u$ ,  $w$  ja  $\varphi$ ).

2) Ratkaistaan paaluvoimat ( $N_i$ ) yhtälöistä (77).

### 5.3.3 Pääjäykkyydet ja pääsuunta

Siirtymäkomponenttien ratkaisemiseksi on yleensä ratkaistava kolmen yhtälön lineaarinen yhtälöryhmä (75).

Koordinaattiakseliston sopivalla paikan valinnalla voidaan ratkaistavaa yhtälöryhmää joskus yksinkertaistaa. Erityisesti, jos origo valitaan paalutuksen kiertokeskiön (kohta 5.2.2) tulevat siirtymäkomponentit  $u$  ja  $w$  kiertymästä  $\varphi$  riippumattomiksi ja jäykkyyismatriisin termit  $\Sigma kp_x r_y =$

$$\Sigma kp_z r_y = 0.$$

Yhtälöryhmä (75) on tällöin muotoa:

$$\begin{bmatrix} \Sigma kp_x^2 & \Sigma kp_x p_z & 0 \\ \Sigma kp_x p_z & \Sigma kp_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma kr_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{bmatrix}, \quad (79)$$

missä ulkoisten kuormien aiheuttama momentti ( $M_y$ ) lasketaan kiertokeskiön suhteen. Kiertymä ( $\varphi$ ) eli kiertymän suuruus kiertokeskiön ympäri voidaan heti ratkaista:  $\varphi = M_y / \Sigma kr_y^2$ .

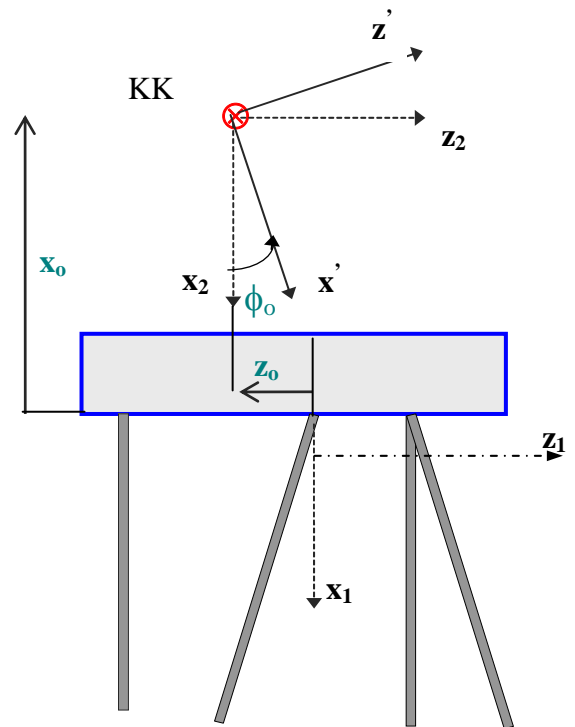
Jos vielä suoritetaan koordinaatiston kierto paalutuksen pääsuuntaan ( $\phi_0$ ) (kuva 71), nollautuu edellisten termien lisäksi kerroinmatriisista viimeinenkin lävistäjän ulkopuolinen termi  $\Sigma kp_x p_z$  ja kerroinmatriisista tulee diagonaalinen:

$$\begin{bmatrix} \Sigma kp_x'^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma kp_z'^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma kr_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ w' \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x' \\ F_z' \\ M_y \end{bmatrix}, \quad (80)$$

Diagonalisoidun kerroinmatriisisin lävistäjäalkiot ovat tasopaalutuksen pääjäykkyystermit. Matemaattisesti kerroinmatriisin  $[K]$  muuntaminen lävistäjämuotoon on ominaisarvotehtävä ja lävistäjätermit (eli pääjäykkyydet) ovat alkuperäisen kerroinmatriisin ominaisarvot. Nämä voidaan helposti määrittää matemaattisilla ohjelmilla (MatCad, MatLab).

Siirtymäkomponentit ( $u'$  ja  $w'$ ) pääkoordinaatiston akselien suunnissa ( $x'z'$ ) voidaan helposti määrittää lineaarisesti riippumattomista yhtälöistä (80), mutta kerroinmatriisin alkio, sekä ulkoiset voimasuureet on laskettava pääakselistossa ( $x'z'$ ) (kuva 71). Tästä koituu usein tarpeettomasti lisätyötä, koska kiertokeskiön paikka sekä pääsuunnat eivät ole yleisessä tasotapauksessa ennalta tunnettuja. Kaikilla (stabiileilla) tasopaalutuksilla on kuitenkin aina olemassa yksikäsitteinen kierto-keskiö sekä pääsuunnat.

Algebrallisesti kiertokeskiön paikka voidaan määrittää alkuperäisessä koordinaatistossa laskettujen jäykkyyismatriisin alkioiden avulla.



**Kuva71.** Paalutuksen kiertokeskiö ja pääsuunta.

Ehdoista  $\Sigma k p_x r_y = 0$  ja  $\Sigma k p_z r_y = 0$  seuraa kiertoakeskiön paikan  $(x_0, z_0)$  osoittavat yhtälöt:

$$x_0 = -\frac{\begin{vmatrix} k_{11} & k_{13} \\ k_{12} & k_{23} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} \Sigma k p_x^2 & \Sigma k p_x r_y \\ \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_z r_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Sigma k p_x^2 & \Sigma k p_x p_z \\ \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_z^2 \end{vmatrix}}, \quad z_0 = -\frac{\begin{vmatrix} k_{12} & k_{13} \\ k_{22} & k_{23} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_x r_y \\ \Sigma k p_z^2 & \Sigma k p_z r_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \Sigma k p_x^2 & \Sigma k p_x p_z \\ \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_z^2 \end{vmatrix}} \quad (81)$$

Pääjäykkyysuunta voidaan edelleen määrittää ehdosta  $\Sigma k p_x p_z = 0$ , josta suunnan määrittävälle kulmalle  $\phi_0$  saadaan ehtoyhtälö:

$$\tan(2\phi_0) = \frac{2 \cdot k_{12}}{k_{11} - k_{22}} = \frac{2 \cdot \Sigma k p_x p_z}{\Sigma k p_x^2 - \Sigma k p_z^2}, \quad (82)$$

Pääjäykkyysien ja pääjäykkyys suunnan tunteminen on tärkeää paalutusta suunniteltaessa, koska paalutus kantaa eniten kuormaa juuri pääjäykkyys suunnassa. Vastaavasti tätä suuntaa vastaan kohtisuorassa suunnassa paalutuksen kantokyky on heikoin. Paalutus tuleekin suunnitella siten, että suurin ulkoinen kuorma vaikuttaa pääjäykkyys suunnassa tai lähellä tätä olevassa suunnassa.

Siirtymiä laskettaessa ei yleensä kannata ensin määrittää kiertoakeskiötä tai pääjäykkyysuuntaa, koska niiden tunteminen ei ole välttämätöntä. Siirtymät on useimmiten helpointa määrittää suoraan yhtälöryhmästä (75) taulukkolaskentaohjelmaa tai ohjelmoitava laskinta käyttäen, vaikka jouduttaisiinkin ratkaisemaan 3 tuntematonta sisältävä yhtälöryhmä. Jos kiertoakeskiön paikka on ennalta tunnettu, on origo kätevästi sijoittaa kiertoakeskiöön, mutta säilyttää alkuperäiset koordinaattiakselien suunnat. Siirtymäkomponentit pysty- ja vaakasuunnassa ( $u$  ja  $w$ ) voidaan vielä ratkaista kahden yhtälön yhtälöryhmästä (79) suhteellisen helposti.

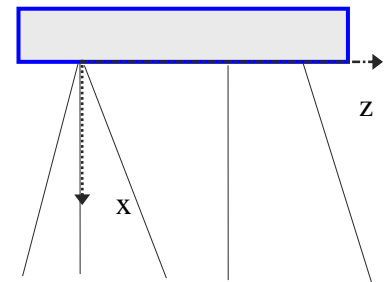
Koordinaatiston kiertämistä pääsuuntaan tulee yleensä välttää, koska tästä aiheutuu lisätoita. Paalujen yläpäiden koordinaatit, suunnat sekä kuormakomponentit on nimittäin lausuttava uudessa, kierretyssä  $x'z'$  -koordinaatistossa (kuva 71) käytännössä mukavien pysty- ja vaakasuuntien sijasta. Koordinaatiston origon paikan valinnalla voidaan myös jonkun verran helpottaa jäykkymatriisin termien laskentaa. Sijoittamalla origo paalujen yläpäiden tasoon on kaikkien paalujen yläpäiden  $x$ -koordinaatti nolla ( $x_i = 0$ ). Tällöin momentti- $r$  saadaan kaavan (78) mukaan yhtälöstä:  $r_{yi} = z_i p_{xi}$ .

Jos useamman paalunrivin akselit tasoprojektiossa leikkaavat samassa pisteessä kannattaa origo sijoittaa risteyskohtaan, koska näissä riveissä sijaitsevien paalujen momentti- $r$  varret origon suhteen häviävät. ( $r_{yi} = 0$ , kuva 72 a).

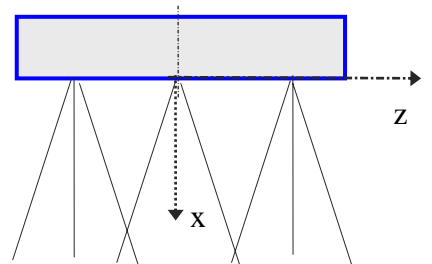
Jos tasopaalutuksella on symmetria-akseli, on se samalla aina myös pääsuunta (kuva 72 b). Tällöin  $x$ -akseliksi kannattaa sijoittaa symmetria-akselille. Tällöin jäykkymatriisista nollautuvat termit  $\Sigma k p_x p_z$  ja  $\Sigma k p_x r_y$  ja ratkaisuyhtälöryhmä (75) muuttuu muotoon:

$$\begin{bmatrix} k p_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & k p_z^2 & k p_z r_y \\ 0 & k p_z r_y & k r_y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (83)$$

a.



b.



**Kuva 72.** Origin paikan valinta.

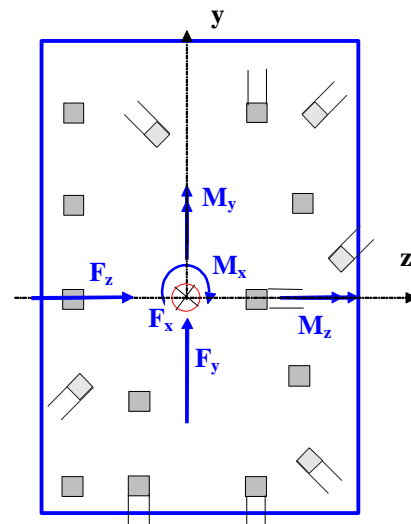
a) Useamman paalunrivin risteyskohta  
b) Symmetria-akseli (=  $x$ -akseli).

### 5.3.4 Paaluvoimien ratkaisu avaruustapauksessa

Yleisessä (stabiilissa) avaruustapauksessa paaluja on enemmän kuin 6 kpl, paalut sijaitsevat eri suunnissa eikä paalu- tuksella ole symmetriatasoa (kuva 73). Paaluanturalla on kuitenkin kaikkiaan vain 6 siirtymäkomponenttia eli vapaus-astetta; siirtymäkomponentit ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) koordinaattiakselien suuntaan ja kiertymäkomponentit ( $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ ) koordinaatti-akselien ympäri. Vastaavasti ulkoisena kuormituksena voi olla kolme voimakomponenttia ( $F_x$ ,  $F_y$  ja  $F_z$ ) ja kolme momenttikomponenttia ( $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ).

Voimien ja siirtymien välinen yhteys yleisessä avaruus- tapauksessa voidaan kirjoittaa muotoon:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{15} & k_{25} & k_{35} & k_{45} & k_{55} & k_{56} \\ k_{16} & k_{26} & k_{36} & k_{46} & k_{56} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \omega \\ \varphi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad (84)$$



Kuva 73. Avaruuspaalutus.

vastaten tasotapauksen yhteydessä esitettyä yhtälöryhmää (68).

Koska rakenteen jäykkyyso-matriisi on aina symmetrinen, on kaavan (84) kerroinmatriisissa erilaisia alkioita enintään 21 kpl. Kaikki  $[K]$ -matriisin alkiot voidaan määrittää samalla periaatteella kuin tasotapauksen käsittelyn yhteydessä esitettiin. Ratkaisemalla voimasuureet siirtymätilasta, jossa yksittäiselle siirtymäkomponenteille annetaan vuoronperään arvo 1 ja pitäen samanaikaisesti muut komponentit nolliina.

Jäykkyyso-matriisiin alkioksi saadaan tällä periaatteella:

$$\begin{bmatrix} \Sigma kp_x^2 & \Sigma kp_x p_y & \Sigma kp_x p_z & \Sigma kp_x r_x & \Sigma kp_x r_y & \Sigma kp_x r_z \\ \Sigma kp_x p_y & \Sigma kp_y^2 & \Sigma kp_y p_z & \Sigma kp_y r_x & \Sigma kp_y r_y & \Sigma kp_y r_z \\ \Sigma kp_x p_z & \Sigma kp_y p_z & \Sigma kp_z^2 & \Sigma kp_z r_x & \Sigma kp_z r_y & \Sigma kp_z r_z \\ \Sigma kp_x r_x & \Sigma kp_y r_x & \Sigma kp_z r_x & \Sigma kr_x^2 & \Sigma kr_x r_y & \Sigma kr_x r_z \\ \Sigma kp_x r_y & \Sigma kp_y r_y & \Sigma kp_z r_y & \Sigma kr_x r_y & \Sigma kr_y^2 & \Sigma kr_y r_z \\ \Sigma kp_x r_z & \Sigma kp_y r_z & \Sigma kp_z r_z & \Sigma kr_x r_z & \Sigma kr_y r_z & \Sigma kr_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \omega \\ \varphi \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad (85)$$

missä merkinnät  $p_x$ ,  $p_y$  ja  $p_z$  ovat lyhennysmerkintöjä paalun akselin ( $x'$ ) ja koordinaattiakselien ( $x,y,z$ ) välisten suuntakulmien kosineille:

$$\begin{aligned} p_x &= \cos(x', x) , \\ p_y &= \cos(x', y) , \\ p_z &= \cos(x', z) \end{aligned} \quad (86)$$

ja  $r_x$ ,  $r_y$  ja  $r_z$  ovat paalun akselin momenttivarret koordinaattiakselien suhteen. Nämä voidaan yksinkertaisesti määrittää suuntakulmien ja paalun yläpään koordinaattien avulla yhtälöistä:

$$\begin{aligned}
r_x &= y p_z - z p_y, \\
r_y &= z p_x - x p_z, \\
r_z &= x p_y - y p_x.
\end{aligned} \tag{87}$$

Kun siirtymäkomponentit ovat yhtälöistä (85) ratkaistu, saadaan yksittäisen paalun paaluvoima ( $N_i$ ) kuten tasotapauksessakin laskemalla ensin paalun kokoonpuristuma ja kertomalla se yksittäisen paalun jäykkyydellä  $k_i$ . Paalun  $i$  kokoonpuristuma ( $\Delta_i$ ) saadaan laskettua projisioimalla paaluanturan siirtymäkomponentit paalun akselin suunnalle:

$$N_i = k_i \cdot \Delta_i = k_i [p_{xi}u + p_{yi}v + p_{zi}w + r_{xi}\omega + r_{yi}\varphi + r_{zi}\theta]. \tag{88}$$

Soveltamalla yhtälöitä (85)...(88) voidaan aina määrittää mielivaltaisen avaruuspaalutuksen paaluvoimat. Systemaattisuutensa vuoksi esitetyt kaavat sopivat erityisen hyvin ohjelmoitavaksi.

Jos paalutuksella on tasokuvassa yksi symmetria-akseli, ja paalutuksen koordinaatisto valitaan siten, että  $z$  -akseli yhtyy symmetria-akseliin, jakaantuu avaruuspaalutuksen ratkaisu kahteen toisistaan riippumattomaan osaan (ks. myös kohta 5.3.2 ja kuva 67 a). Samalla kaavan (85) jäykkyyismatriisista nollautuu 18 termiä. Järjestämällä kaavassa siirtymävektori siten, että  $xz$ -tasossa tapahtuvat siirtymät ( $u$ ,  $w$ ,  $\varphi$ ) tulevat ensin, on avaruuspaalutuksen ratkaisuyhtälöryhmä tällöin muotoa:

$$\begin{bmatrix}
\Sigma k p_x^2 & \Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_x r_y & 0 & 0 & 0 \\
\Sigma k p_x p_z & \Sigma k p_z^2 & \Sigma k p_z r_y & 0 & 0 & 0 \\
\Sigma k p_x r_y & \Sigma k p_z r_y & \Sigma k r_y^2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \Sigma k p_y^2 & \Sigma k p_y r_x & \Sigma k p_y r_z \\
0 & 0 & 0 & \Sigma k p_y r_x & \Sigma k r_x^2 & \Sigma k r_x r_z \\
0 & 0 & 0 & \Sigma k p_y r_z & \Sigma k r_x r_z & \Sigma k r_z^2
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
u \\
w \\
\varphi \\
v \\
\omega \\
\theta
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
F_x \\
F_z \\
M_y \\
F_y \\
M_x \\
M_z
\end{bmatrix}. \tag{89}$$

Yhtälöryhmän (89) kolme ylintä yhtälöä on itse asiassa jo aikaisemmin edellä käsitelty tasotapaus ja voidaan aina käsitellä muista komponenteista riippumatta. Kolmen alimman yhtälön avulla voidaan puolestaan ratkaista  $xz$ -tasoa vastaan kohtisuoran voiman ( $F_y$ ) ja kahden momentin ( $M_x$  ja  $M_z$ ) aiheuttamat siirtymäkomponentit ja niistä aiheutuvat lisäykset paaluvoimiin. Usein paalutus pyritään käytännössä suunnittelemaan siten, että pääasiallinen kuormitus tapahtuu symmetriatason suuntaisesti, jolloin tasoa vastaan kohtisuorien kuormat pieniä ja niiden aiheuttamat lisäykset paaluvoimiin sekundäärisiä.

Jos avaruuspaalutuksella on tasokuvassa kaksi symmetria-akselia, niin yhtälöryhmä (89) yksinkertaistuu edelleen, jos  $x$ -akseliksi valitaan symmetria-akselien leikkauspisteen kautta kulkeva suora. Paalutuksen voima-siirtymäyhteys voidaan tällöin kirjoittaa muotoon:

$$\begin{bmatrix}
\Sigma k p_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \Sigma k p_z^2 & \Sigma k p_z r_y & 0 & 0 & 0 \\
0 & \Sigma k p_z r_y & \Sigma k r_y^2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \Sigma k p_y^2 & \Sigma k p_y r_z & 0 \\
0 & 0 & 0 & \Sigma k p_y r_z & \Sigma k r_z^2 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Sigma k r_x^2
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
u \\
w \\
\varphi \\
v \\
\theta \\
\omega
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
F_x \\
F_z \\
M_y \\
F_y \\
M_z \\
M_x
\end{bmatrix}. \tag{90}$$

Sijoittamalla origo  $xz$ -tason suunnassa määritettyyn kiertokeskiöön voitaisiin vielä yksi lävistäjän ulkopuolinen termi eli  $\Sigma k p_z r_y$  kaavassa (90) nollata. Kerroinmatriisin täydellinen diagonalisointi ei tavallisesti ole mahdollista, koska yksikäsitteistä kiertokeskiötä ei mielivaltaisella avaruuspaalutuksella ole. Viimeisen lävistäjän ulkopuolisen termin  $\Sigma k p_y r_z$  "nollaaminen" samanaikaisesti termin  $\Sigma k p_z r_y$  kanssa onnistuu siten vain erikoistapauksessa.

## 5.4 Tukipaaluryhmän suunnittelu

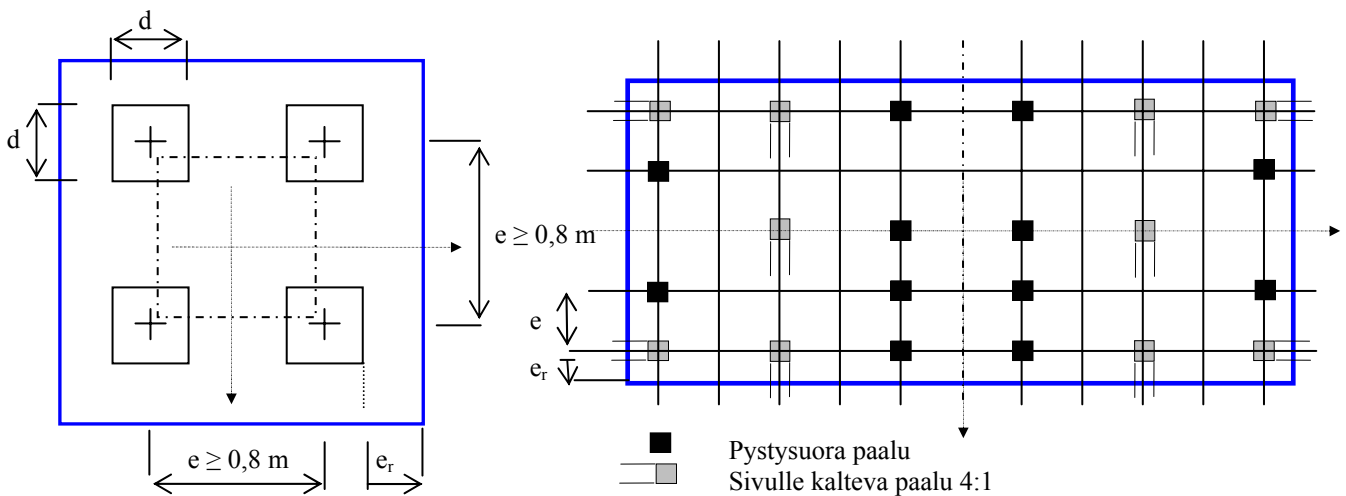
Alustavalla suunnittelussa määritetään likimääräisesti paaluanturan koko, tarvittavien pysty- ja vinopaalujen lukumäärä sekä paalujen paikat. Lyöntipaalutusohjeista (LPO-2005, [7]) löytyy mm. ohjeet paalujen sijoittamiseksi ja sijaintitoleranssit. Hyödyllinen ohje on myös By 30-2 ”Betonirakenteiden yksityiskohtien ja raudoituksen suunnitteluohjeet 1988” 2. Perustukset [6], josta löytyy ”moduloituja” paaluanturoita ja paalutuksia lähinnä talonrakennuksen käyttöön.

### 5.4.1 Paalujen asemaa koskevat määräykset

Paalujen lukumäärät ja suunnat mitoitetaan rakenteeseen vaikuttavien kuormitusresultanttien suuruuksien ja suuntien perusteella. Paalut on suositeltavinta sijoittaa suoriin riveihin työteknisistä seikoista johtuen. Suurissa paalutuksissa paalulaatan koko on valittava mieluiten niin suureksi, että paaluruudukkoon jää tyhjiä paikkoja korvaavia paaluja varten; mahdollisesti lyönnissä rikkoutuneiden tilalle. Toisaalta paaluanturan koko samoin kuin paalujen lukumäärä on kustannussyistä pidettävä mahdollisimman pieninä. Usein anturan koko ei kuitenkaan ole vapaasti valittavissa vaan sen joku mitta määräytyy ylärakenteen mittojen mukaan.

Talonrakennuksessa paaluantura on pilarirunkoisessa talossa usein jo kustannussyistä vain pieni neliömäinen muutaman pystysuoran paalun varaan perustettu pilariantura (kuva 74 a [6]). Siltojen tukirakenteilta tulevat kuormat ovat taas yleensä suuria ja sisältävät merkittäviä vaakasuuntaisia komponentteja (toispuoleinen maanpaine, jarrukuormat) ja paalulaatan koon (leveyden) määrää silloissakin usein yläpuolella menevän väylän leveys ja sen tukirakenteet (kuva 74 b).

Paalujen välisiä etäisyyksiä sekä paalujen katkaisutasossa että maanpinnan alapuolella säätelee LPO-2005:ssä annetut vähimmäismitat (taulukko 5.1). Yhdensuuntaisten paalujen keskiöetäisyys tulee olla vähintään  $e \geq 0,8$  m (kuva 74 a) [7].



Kuva 74. a) Pilariantura, neljä paalua.

b) Sillan maatuen paalukartta.

Paalujen minimietäisyys laatan reunasta paalujen katkaisutasossa tulee yleensä olla  $e_r \geq 0,5d +$  suurin sijaintipoikkeama ( $e_1$ ) (kuvat 74 ja 76).

Risteilevien paalujen minimietäisyydet maan pinnan alapuolella tulee 5 m syvyydessä olla vähintään  $2d$  ja 10 m syvyydessä vähintään taulukon 5.1 mukaiset

Myös paalujen kaltevuuksista ja mittapoikkeamista on LPO-2005:ssä ohjeita. Suositeltava suurin pystykaltevuus on 6:1, mutta esim. siltarakenteissa kaltevuudet (3:1...4:1) ovat olleet tavallisia (kuva 74 b).

Taulukko 5.1. Paalujen keskiöetäisyydet katkaisutasossa (LPO-2005) [7].

Paalun pituus m	Tuki- ja kitkapaalu	
	Pyöreä	Neliö
< 10	>2,7 d	> 3 d
10...25	Väli interpoloidaan	
> 25	>3,5 d	> 4 d



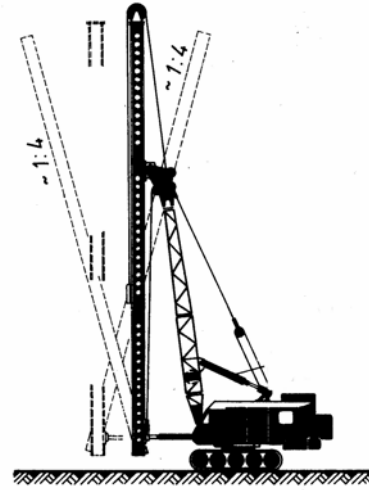
Suurin saavutettavissa oleva pystykaltevuus riippuu usein paalutustyössä käytettävästä paalutuskoneista ja kalustosta (kuva 75).

#### 5.4.2 Paaluperustuksen mitta- ja sijaintipikkeamat

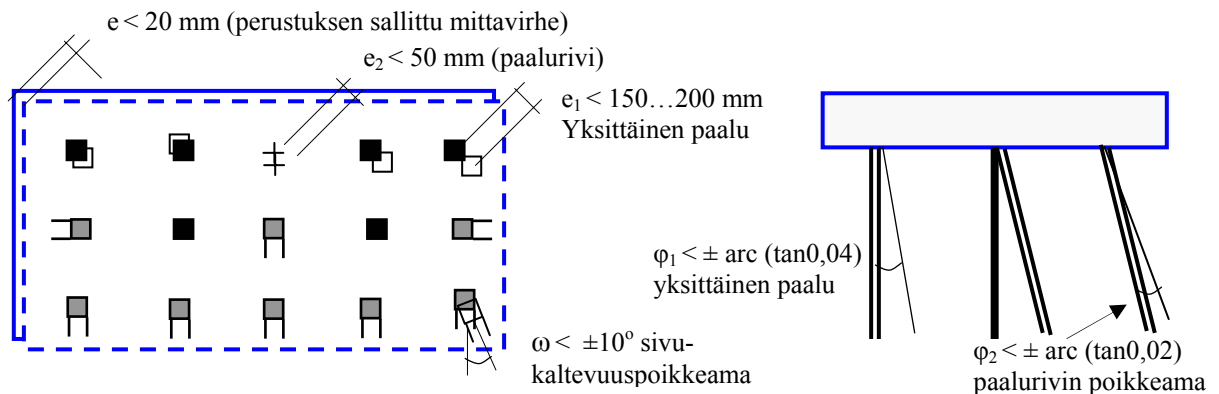
Mitta- ja sijaintipikkeamia aiheutuu paalutustyön aikana mm. merkittyjen mittapisteiden siirtymisestä paalutustyön aikana, paalun osuminen kiveen, jolloin suunta tai sijainti voi muuttua tai esim. paalun rikkoutumisesta lyöntien aikana. Perustuksen paikan ja paalukoordinaattien mittauksessa suurin sallittu mittavirhe saa olla enintään 20 mm (kuva 76 a).

LPO-2005:ssä sallitut sijaintitoleranssit ovat suuria, verrattuna muuhun rakentamiseen, mistä syystä niiden vaikutus on syytä ottaa huomioon jo suunnitteluvaiheessa (kuvat 76 a ja b).

- Pienen paaluryhmän (4...8 paalua) yksittäinen paalu saa poiketa teoreettisesta sijainnistaan enintään 150 mm ja suuren paaluryhmän paalu 200 mm mielivaltaiseen suuntaan ( $e_1$ ). Samansuuntaisten paalujen muodostaman rivin tai paaluryhmän painopisteen poikkeama saa olla korkeintaan 50 mm ( $e_2$ ).
- Yksittäisen paalun kaltevuus saa poiketa enintään  $\pm 0,04$  ( $\varphi_1$ ) eli poikkeama saa olla 40 mm/m ja samansuuntaisten paalujen ryhmässä poikkeama saa olla keskimäärin  $\pm 0,02$  ( $\varphi_2$ ).
- Sivullepäin vinojen paalujen horisontaalisuunta saa poiketa korkeintaan  $\pm 10^\circ$  suunnitelmassa esitetystä suunnasta ( $\omega$ ).



**Kuva 75.** Eräs paalutuskone ja sillä saavutettavat pystykaltevuudet



**Kuva 76.** a) Mitta- ja sijainti- ja suuntapikkeamat. b) Paalun ja paalurivin kaltevuuspoikkeama.

Paalutustyön aikana pidetään paalutuspöytäkirjaa, mihin merkitään mm. kaikki tapahtumat paalutustyön aikana sekä mahdolliset poikkeamat suunnitelmapiirustuksista.

Paalutustyön jälkeen tehdään tarkemittaukset ja toteutumapiirustukset, jossa selvitetään kunkin paalun tarkka sijainti, katkaisutaso, kärjen korkeustaso, kaltevuudet, suunnat, käytetyt jatkokset ja erikoiskärjet ja tartunnat anturaan.

Tarkemittausten ja toteutumapiirustusten perusteella tehdään päätös onko paalutus hyväksyttävissä vai tarvitaanko lisäpaaluja.



### 5.4.3 Paalulle sallittava normaalivoima

Tarvittava tukipaalujen lukumäärä riippuu ennen kaikkea perustukselle tulevasta ulkoisen kuorman suuruudesta ja suunnasta sekä käytettävälle paalutyypille sallittavasta kuormasta. Tukipaalut mitoitetaan LPO-2005:n mukaan sallittujen jännitysten menetelmällä (ks. luennot kohta 4.2.6.). Ominaiskuormista lasketaan määräävä kuormitusyhdistelmä, joiden aikaansaama suurin (tai pienin) paaluvoima ei saa ylittää (tai alittaa) LPO-2005:ssä annetuista sallitusta jännityksestä laskettuja paaluvoimien raja-arvoja. LPO-2005:ssä paaluille sallittavat jännitykset riippuvat työn paalutusluokasta ja paalumateriaalista (taulukko 5.2.) Paalutustyöt jaetaan työkohteen laadun mukaan paalutusluokkiin I..III, jossa paalutusluokka I on vaativin erityisluokka ja luokkaa III käytetään vaatimattomissa kohteissa.

Tavallisimmin teräsbetonipaalutus kuuluu paalutusluokkaan II. Ohjeessa on annettu kuhunkin paalutusluokkaan kuuluvat toimenpidevaatimukset, jotka koskevat mm. paalutuksen suunnittelua, paalujen rakennetta ja paalutustyön suorittamista ([7], luku 7.3).

Tukipaalulle sallittava suurin puristava normaalivoima saadaan sallitun jännityksen avulla kaavasta:

$$N_{\text{sall}} = \sigma_{\text{sall}} A, \quad (91)$$

missä  $A$  on paalun poikkileikkauspinta-ala.

Tavallisesti paaluja ei ankkuroida peruslaattaan, mistä syystä tukipaalut eivät voi ottaa vetorasituksia. LPO-2005 mukaan vetoa voidaan kuitenkin sallia paalun tehollisen painon verran ja lyhytaikaisessa kuormitustapauksessa tämän lisäksi vielä 10...40 kN paalun pituudesta riippuen.

Vetopaalut ankkuroidaan aina peruslaattaan, mikä teräsbetonipaaluja käytettäessä tapahtuu yksinkertaisesti paljastamalla paalun teräkset ankkuripituuden matkalta (kuva 77). Myös lyhyet paalut on syytä ankkuroida.

Paaluja mitoitettaessa ja suurinta sallittua puristuskuormaa määritettäessä tulee erityistä huomiota kiinnittää tiettyihin erityistapauksiin:

- Kalliopinta viettää voimakkaasti. tai on lohcareista. Kallioon tukeutuvien paalujen kärjet on aina varustettava kalliojärjellä liukumisvaaran estämiseksi.
- Lyhyitä paaluja käytettäessä maan niille antama sivuttaistuki on usein riittämätön. Alle 5 m pituisten paalujen sivuttaistuen riittävyys on suurimmille kaltevuuspoikkeamille tarkistettava. Alle 3 m pituiset paalut tulee aina ankkuroida peruslaattaan. Pienin hyväksytty lyöntipaalun pituus maahan lyötynä on 1,5 m.
- Paalujen jatkaminen. Teräsbetonipaaluissa käytetään aina jäykkäjätkoksia, joiden tulee täyttää LPO-2005:ssä esitetyt laatuvaatimukset (LPO-2005, luku 6.5).
- Nurjahdusvaaran alaiset paalut. Jos paaluilla ei ole riittävästi sivutuenta (paalu on esim. ilmassa tai vedessä) on suoritettava nurjahdustarkastelu (LPO-2005, luku 7.11.3)
- Pienet paaluryhmät. Jos paalujen lukumäärä pieni, on paalutus erityisen herkkä sijaintipoikkeamille.

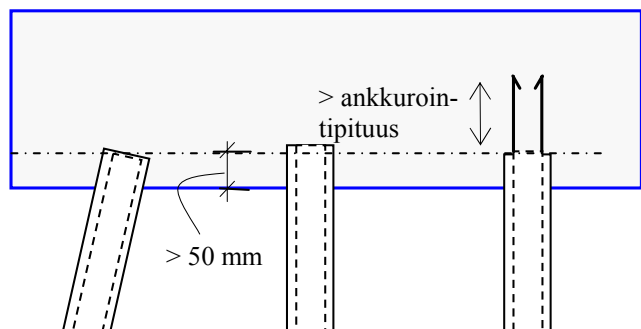
Isoissa paalutuskohteissa sallittua paalukuormaa voidaan myös korottaa 10 %, jos perusrakenne on ”riittävän” jäykkä. (LPO-2005, luku 7.6.1).

**Taulukko 5.2.** Tukipaalun suurin sallittu puristusjännitys paalumateriaalin mukaan [7]

Paalutus luokka	Betoni [MN/m <sup>2</sup> ]	Teräs**) [MN/m <sup>2</sup> ]	Puu [MN/m <sup>2</sup> ]
III	5	35	5
II	7	60	-
IB	9 <sup>*)</sup>	90	-

\*) Paalutusluokassa IA käytettävä suurin sallittu jännitys selvitettävä tapauskohtaisesti.

\*\*) teräksen sallitut arvot LPO-87.sta



**Kuva 77.** Paalujen katkaisutaso ja vetopaalun ankkurointi paaluanturaan.

### 5.4.4 Paaluryhmän alustava suunnittelu

Tietyissä kohteissa tarvittava paalujen lukumäärä riippuu ennen kaikkea perustukseen kohdistuvasta ulkoisesta kuormituksesta. Jos ulkoinen kuormitus tunnetaan, voidaan paalujen lukumäärä, suunta ja sijoittelu alustavasti suunnitella kohdassa 5.2.1 ja 5.2.2 esitettyjä laskuperiaatteita soveltamalla. Myös valmiiksi laskettuja käyrästöjä voi aina käyttää [6]. Näin etenkin talonrakennuksessa, missä paalutus usein koostuu pelkistä pystysuorista paaluista.

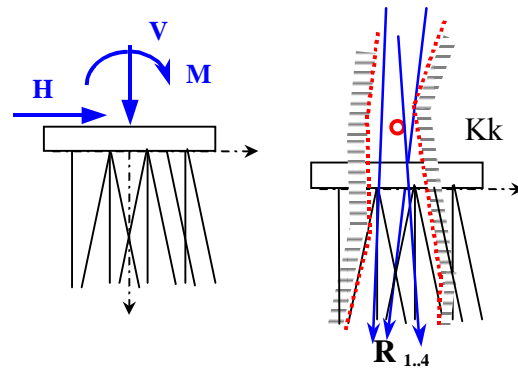
Yleisperiaatteena voidaan pitää, että paalutus tulee suunnitella siten, että paalutuksella on riittävä jäykkyys kaikkia siihen kohdistuvia kuormakomponentteja vastaan. Paalutuksen pääjäykkyysuunta tulisi myös olla mahdollisimman lähellä kuormitusyhdistelmistä laskettujen pysyvien kuormaresultanttien suuntia. Tällöin paalutuksen pitkäaikaissiirtymät jäävät pieniksi.

Paalutuksen suunnittelu lähtee yleensä siitä, että lasketaan vaarallisimmat kuormitusyhdistelmät voimassa olevien kuormitusohjeiden mukaisesti. LPO-2005 mukaan kuormina käytetään ominaiskuormia (vrt. käyttötilan, ”sallittujen jännitysten” mukainen mitoitus). Alustavassa mitoituksessa riittää usein, että tarkastelu suoritetaan vain tasotapauksena (kuva 78). Paaluryhmien reunimmaisiiin paaluihin syntyy momentista johtuen paaluvoimien ääriarvot ja nämä paalut ovat siten mitoittavia.

Vaarallisin kuormitusyhdistelmä on tavallisesti joku seuraavista:

1.  $V_{\max} + H_{\max} + M_{\max}$
  2.  $V_{\max} + H_{\min} + M_{\min}$
  3.  $V_{\min} + H_{\max} + M_{\max}$
  4.  $V_{\min} + H_{\min} + M_{\min}$
- (92)

Kun eri kuormitusyhdistelmien komponentit redusoidaan yhdeksi voimaksi saadaan kuormitusyhdistelmistä 1...4 resultantit  $R_1...R_4$  (kuva 78 b). Alustavassa mitoituksessa usein riittää, kun tutkitaan tapaukset 1 ja 4.



**Kuva 78.** a) Tasopaalutuksen kuormakomponentit. b) Voimaresultantit, kiertokeskiö sekä vetovapaa vyöhyke.

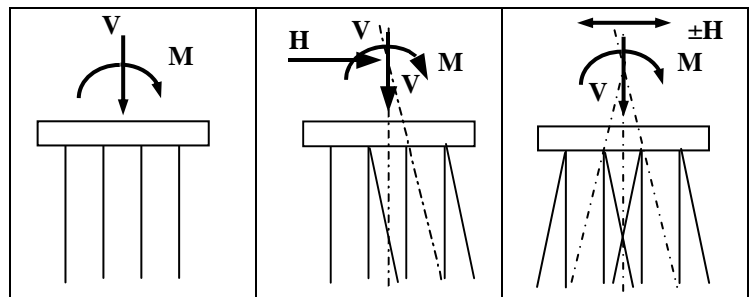
Paalujen oikealla sijoittelulla vaikuttaa paalutuksen jäykkyyteen ja kiertokeskiön sijaintiin. Paalutus on silloin lähellä optimia, kun resultanttien vaikutussuorat kulkevat mahdollisimman läheltä kiertokeskiötä ja sijaitsevat käytävässä, jossa ne aiheuttavat paaluihin vain puristusta (kuva 78 b).

Usein rakennusten perustuksiin kohdistuva kuormaresultantin suunta on lähes pystysuora johtuen siitä, että omanpainon osuus kuormitusyhdistelmissä on niin suuri. Jos suuria vaakavoimia ei esiinny, voidaan paalutus tehdä pelkistä pystysuorista paaluista (kuva 79 a). Paalujen vähimmäismäärä voidaan tällöin arvioida alustavasti pelkän pystykuorman perusteella.

Kaavasta (37) saadaan pystykuorman perusteella arvio paalujen lukumäärälle:

$$n > V_{\max} / N_{\text{sall}} \quad (93)$$

missä  $V_{\max}$  on kuormitusyhdistelmien suurin pystykomponentti ja  $N_{\text{sall}}$  saadaan kaavasta (91).



**Kuva 79.** Tasopaalutuksen perustapaukset: a) Pieni vaakavoima ( $H \sim 0$ ) – pelkät pystysuorat paalut. b) Toispuoleinen vaakavoima ( $H$ ), vinopaalut yhteen suuntaan kaltevia. c) Vaihtuvasuuntainen vaakavoima ( $\pm H$ ) – vinopaaluja tarvitaan kahteen suuntaan.

Pystykuorman epäkeskisyyden (momentin  $M$ ) vaikutus voidaan alustavassa mitoituksessa vielä ottaa huomioon kasvattamalla paalujen vähimmäismäärää tarpeen mukaan (esim. 10...20 %).

Jos perustuksiin kohdistuu merkittäviä toispuoleisia vaakavoimia, tarvitaan näitä vastaanottavia vinopaaluja (kuva 79 b). Tukimuuria maanpaine kuormittaa muuria toispuoleisesti. Tarvittavien paalujen määrä voidaan arvioida soveltamalla kaavoja (57). Pystysuorien ja vinopaalujen vähimmäismääräksi ( $n_p$  ja  $n_v$ ) saadaan arviot:

$$\begin{aligned} n_p &> V_{\max}/N_{\text{sall}} \\ n_v &> H_{\max}/\sin(\alpha) N_{\text{sall}} \end{aligned} \quad (94)$$

missä ylemmässä kaavassa on pystykuorma otettu kokonaan pystysuorille paaluille ilman vaakavoiman ”keventävää” vaikutusta. Kaavan (94) mukaan vinopaalut saavat kuormaa ainoastaan vaakasuuntaisesta komponentista  $H$ . Vinopaalujen lukumäärä voidaan siten minimoida asettamalla paalut mahdollisimman kalteviksi, jolloin pystykaltevuutta mittaava kulma  $\alpha$  ja  $\sin(\alpha)$  on mahdollisimman suuri. Lopullinen paalujen määrä saadaan vielä tarkennettua arvioimalla momentin vaikutuksesta tarvittava paalumäärän lisäys. Tässä tapauksessa on tarkoituksenmukaista kasvattaa ainoastaan pystypaalujen lukumäärää.

Jos vaakakuormituksen suunta voi muuttua (kuva 79 c), tarvitaan vinopaaluja molempiin suuntiin. Tällainen tilanne on korkeissa rakennuksissa, jossa tuulikuorman vaikutus on merkittävä ja kuormituksen suunta vaihtelee, sekä myös sillan välituella, johon jarrukuorma voi vaikuttaa vastakkaisista suunnista. Tarvittava paalujen lukumäärä voidaan likimääräisesti arvioida kaavojen (54) avulla, jos vinopaalujen kaltevuus ei ole kovin suuri (ts.  $\cos(\alpha) \sim 1$ )

$$\begin{aligned} n_p &> V_{\max}/N_{\text{sall}} \\ n_v &> (V_{\max} + H_{\max}/2 \sin(\alpha))/N_{\text{sall}} \end{aligned} \quad (95)$$

joihin vähimmäismääriin tulee lisätä arvio taivutusmomentin vaatimista lisäpaaluista.

#### 5.4.5 Paalujen sijoittelu

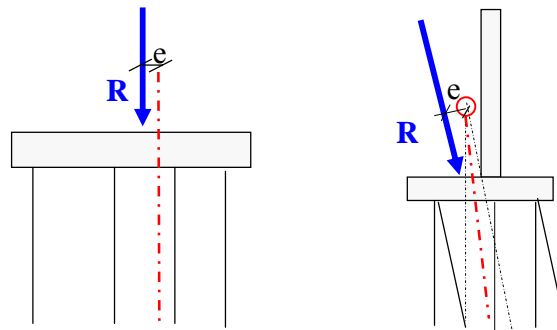
Paalut sijoitetaan siten, että paalutuksen pääjäykkyysuunta on mahdollisimman lähellä määrävien (tai ainakin pysyvistä kuormista aiheutuvien) kuormaresultanttien suuntaa. Lisäksi pyritään momentin vaikutus paaluvoimiin pitämään mahdollisimman pienenä eli pysyvän kuorman resultantin vaikutussuoran tulee kulkea mahdollisimman läheltä kiertokeskiötä.

Tällöin paalut pysyvät tasaisesti puristettuina, vetoa paaluihin ei synny ja paaluanturan kiertymä pysyy mahdollisimman pienenä.

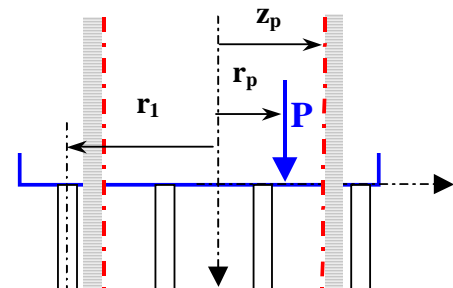
Lopullisessa varmuustarkastelussa tarkistetaan, että paalut pysyvät kaikissa kuormitustilanteissa puristettuina ja suurinta sallittua paaluvoimaa ei ylitetä. Ts. tarkistetaan, että ominaiskuormien kuormitusyhdistelmistä lasketut paaluvoimat  $N_d$  toteuttavat epäyhtälöt:

$$0 < N_d < N_{\text{sall}} \quad (96)$$

Jos paalutus koostuu pelkästään pystysuorista paaluista, voi kuormaresultantin epäkeskisyyden ( $r_p$ ) olla korkeintaan paalutuksen ”sydänkuviota” reunalla  $z_p$  ilman että reunimaisen paalurivin paaluihin tulee vetoa.



*Kuva 80.) Paalut sijoitetaan siten, että pysyvän kuorman resultantti kulkee mahdollisimman läheltä kiertokeskiötä ja suunta yhtyy mahdollisimman lähelle pääjäykkyysuuntaa.*



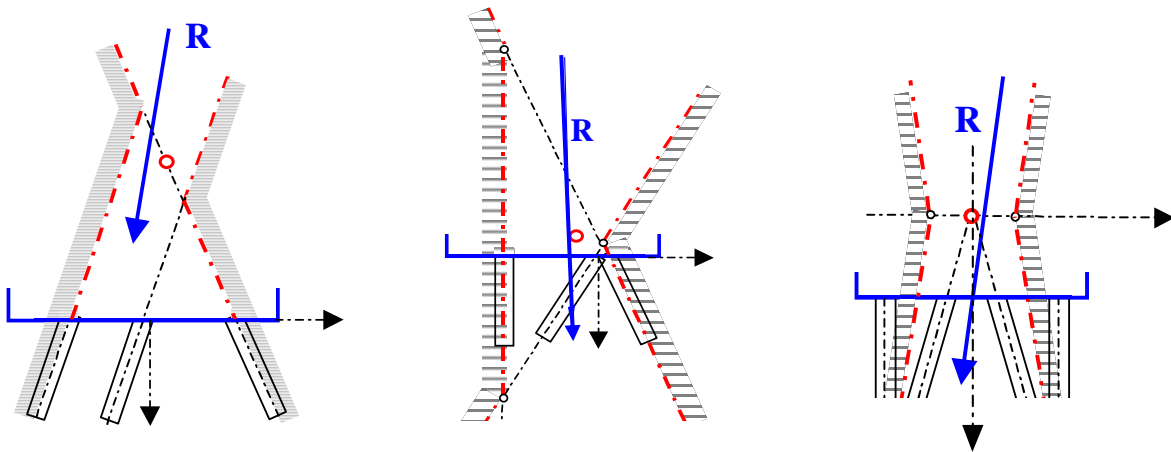
*Kuva 81. Alue, jossa pystykuorma voi sijaita ilman, että reunimmaisiiin paaluriveihin tulee vetoa. ( $r_p < z_p$ ).*

Tasopaalutuksen tapauksessa, kun kaikki paalut ovat samanlaisia, reunaetäisyydeksi tulee kaavasta (47):

$$z_p = \pm \frac{\sum r_i^2}{\sum n_i r_i} \quad (97)$$

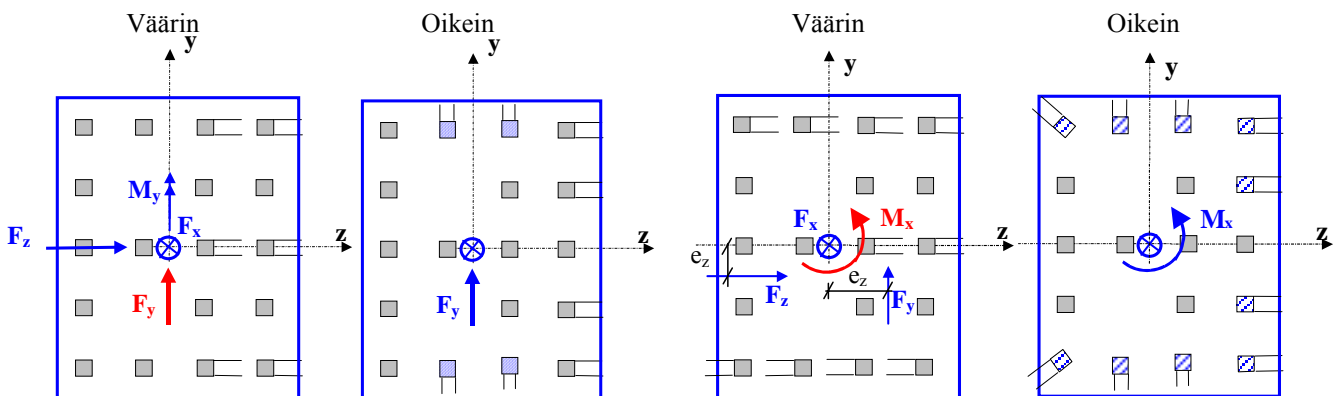
missä  $n_i$  on paalurivissä (i) olevien paalujen lukumäärä ja ( $r_i$ ) paalurivin etäisyys origosta (kuva 81), Sallitun alueen tai käytävän leveyttä voidaan helpoimmin suurentaa kasvattamalla kiertojäykkyyttä  $\Sigma r_i^2$  eli sijoittamalla osa paaluista mahdollisimman etäälle origosta.

Staattisesti määräytyissä paalutuksissa muodostuu ”vetovapaa käytävä” paalurivien jatkeiden leikkauspisteistä (kuva 82).



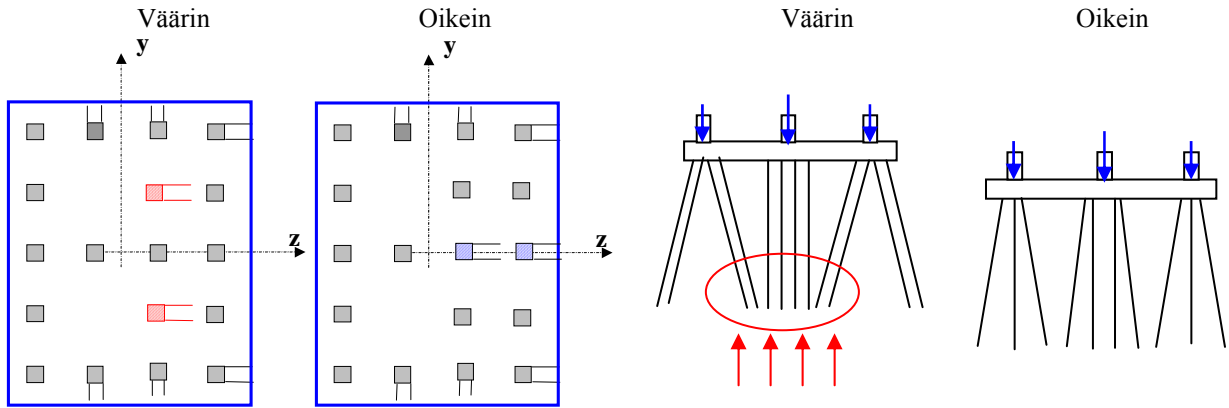
**Kuva 82.** Vetovapaa käytävä eri tapauksissa. a) Kahteen suuntaan kaltevat paalut. b) Kolme paaluriviä. c) Symmetrinen tasopaalutus.

Jos perustuksiin kohdistuu huomattavia poikittaaisia kuormia ( $F_y$ ), on käytettävä sivukaltevia paaluja (kuva 83 a). Jos horisontaalikuormat ovat vielä epäkeskeisiä, joista aiheutuu vääntömomentti pystysuuntaisen akselin ympäri ( $M_x$ ) on huolehdittava, että paalutuksella on riittävä vääntöjäykkyys eli  $\Sigma kr_{xi}^2 \neq 0$  (kuva 83 b) [9].



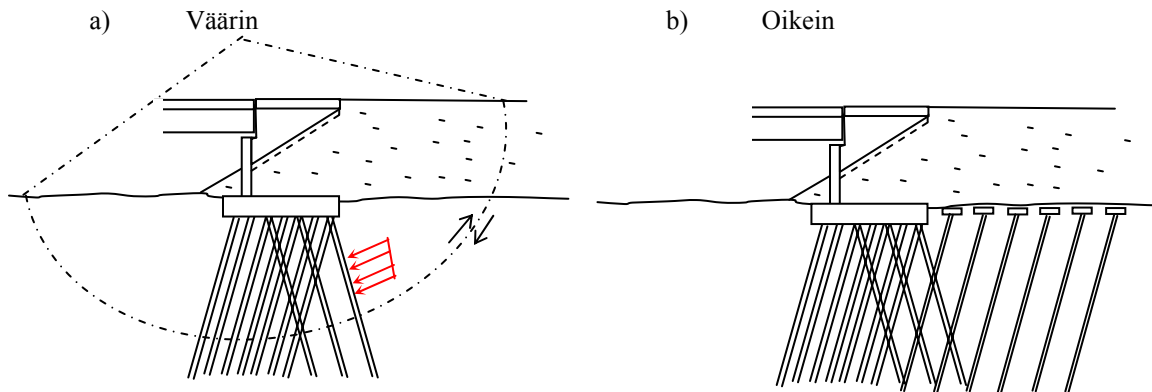
**Kuva 83.** Poikittaisten kuormakomponenttien huomiointi paalujen sijoittelussa. a) Pääsuuntaa vastaan kohtisuora sivukuorma ( $F_y$ ). b) Paalutusta kuormittaa horisontaalinen momentti ( $M_x$ ).

Paalut on sijoitettava siten, että paalut on mahdollista lyödä maahan ilman törmäysvaaraa (kuva 84 a). Myös suuria kuormakeskittymiä paalujen tavoitetasossa (paalujen alapäässä) on syytä välttää (kuva 84 b).



**Kuva 84** a) Paalutus tulee suunnitella siten, että törmäysvaaraa lyötäessä ei ole. b) Suuria kuormakeskittymiä voidaan välttää paalujen oikealla sijoittelulla.

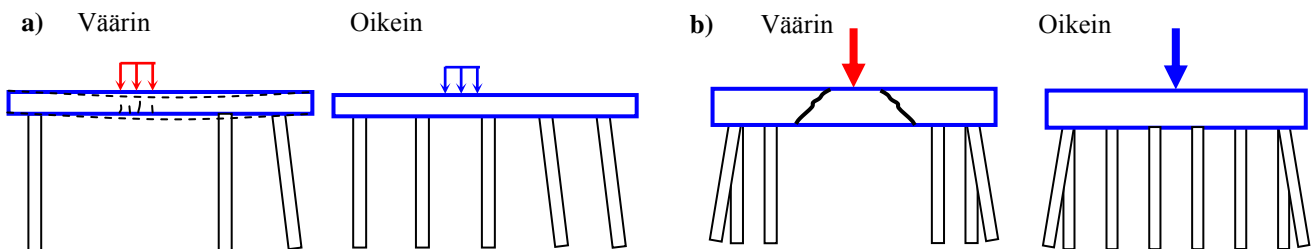
Penkereen alle suuntautuvia paaluja tulee välttää, koska näihin paaluihin kohdistuu tällöin pengerkuormasta aiheutuvaa ylimääräistä taivutusta (kuva 85 a). Tukimuurin taakse voi muodostua liukupinta. Tarvittaessa käytettävä esim. pengarpaalutusta (kuva 85 b) [9].



**Kuva 85** a) Penkereeseen päin suuntautuvia vinopaaluja on vältettävä. b) Tarvittaessa voidaan käyttää pengarpaaluja tai yhtenäistä paalulaattaa penkereen alla.

Paalujen keskiöetäisyys ei saa olla turhan suuri, koska perusanturaan tai paalulaattaan syntyy tällöin ylimääräistä taivutusta ja sen seurauksena halkeamia. Peruslaatan taivutuksen avulla ei yleensä ole järkevää siirtää kuormia. Jos peruslaattaan tulee taivutusrasituksia, on se myös mitoitettava vastaavasti eli mitoitetaan laattaan betoniteräksiset vedetyiksi tuleviin pintoihin.

Suurten kuormakeskittymien (suuret pilarikuormat, siilot tai tornit) kohdalle on aina sijoitettava paaluja (kuva 86 a). Suurista keskitetyistä kuormista paalulaattaan syntyy suuria leikkausvoimia (läpileikkautumisvaara, kuva 86 b). Jos paalulaattaan kohdistuu suuria leikkausvoimia, on se myös mitoitettava vastaavasti, jolloin laattaan on laitettava riittävä määrä hakoja tai ylöstaivutettuja teräksiä.



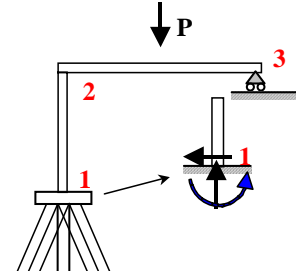
**Kuva 86** a) Paalujen välinen etäisyys ei kuormien kohdalla saa olla liian suuri, koska paalulaatta tulee tällöin taivutetuksi. b) Suurten kuormakeskittymien alle tulee sijoittaa paaluja (läpileikkautumisvaara).

## 5.5 Paaluperustuksen liittyminen osana muihin rakenteisiin

Paalutuksen alustavassa mitoituksessa otaksuttiin paaluperustukseen vaikuttavat ulkoiset kuormat tunnetuiksi. Näin ei ole kuitenkaan ole staattisesti määräämättömissä rakenteissa, joissa kuorman ulkoisen jakautuminen eri tuille riippuu perustuksen ja ylärakenteen välisistä jäykkyyssuhteista.

Kuvan 87 paaluperustukselle tulevat kuormat ovat sitä lähempänä täysin jäykkää tuentaa, mitä enemmän tuella on paaluja ts. mitä jäykempi paalutus on.

Alustavassa mitoituksessa paalujen lukumäärä voidaan ”ylimitoitaa” jäykän tuennan tukireaktioille (kuva 87). Lopullisessa varmuus-tarkastelussa on laskelmat syytä tarkistaa ottamalla huomioon paalutuksen todellinen jäykkyys.



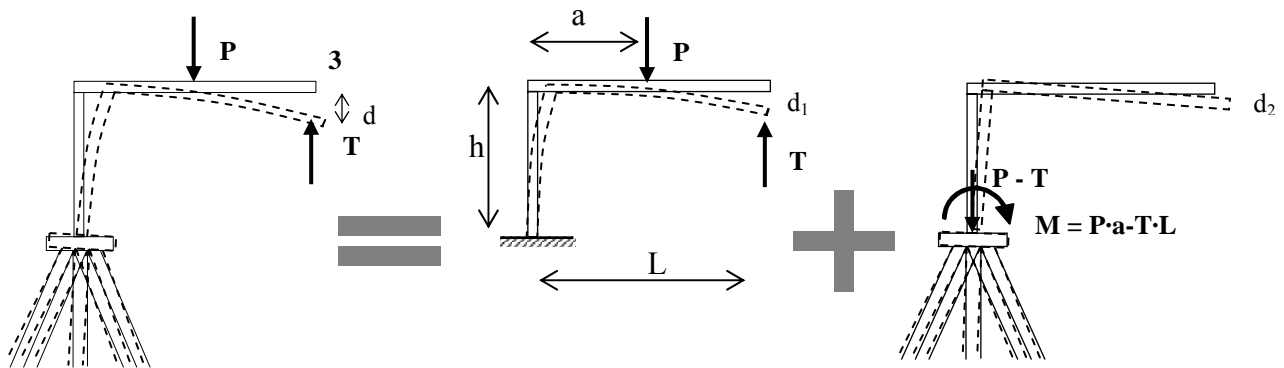
**Kuva 87.** Staattisesti määräämättömän kehärakenteen alustava paalutus-ta kuormittavien voimaresultanttien arviointi olettamalla tuki 1 jäykästi kiinnitettyksi.

### 5.5.1 Paaluperustuksen huomiointi, kun lasketaan voimamenetelmällä

Yksinkertaisissa tapauksissa voidaan rakenteen ratkaisemiseksi käyttää voimamenetelmää. Esimerkiksi kuvan 87 kehärakenteen tapauksessa staattisesti määräämättömäksi suureeksi voidaan valita palkin pystysuora tukireaktio (T) nurkassa 3.

Määritetään aluksi staattisesti määrätty perusmuoto poistamalla tuki 3. Perusmuotoa kuormittaa nyt ulkoinen kuorma (P) että tuntematon tukireaktio (T). Palkin pystysuora siirtymä (d) tuen 3 kohdalla voidaan katsoa koostuvan kahdesta osasta (kuva 88):

- 1) Ylärakenteen, palkin ja pilarin taipuminen aiheuttaa ulokkeen pään siirtymän ( $d_1$ )
- 2) Perustuksen siirtyminen ja kiertyminen aiheuttaa ulokkeen päässä myös siirtymän ( $d_2$ ).



**Kuva 88.** a) Ulokkeen pään pystysuoran siirtymän ( $d$ ) laskenta staattisesti määrättyssä perusmuodossa. b) Kehäsauvojen taipumisesta aiheutuva siirtymä ulokkeen päässä ( $d_1$ ). c) Peruslaatan siirtymisestä aiheutuva osa ( $d_2$ ).

Todellisuudessa ulokkeen pää ei siirry pystysuorassa suunnassa (pisteessä 3 on tuki ja  $d = 0$ ), josta ehdosta saadaan yhteensopivuusehto tuntemattoman tukireaktion (T) ratkaisemiseksi:

$$d = d_1 + d_2 = 0 \quad (98)$$

Kun tukireaktio on ratkaistu, voidaan perustusta kuormittavat voimakomponentit ( $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$ ) määrittää ja lopulliset siirtymät sekä paaluvoimat laskea yhtälöistä (75) ja (77)). Jos paalutuksen kiertokeskiön paikka on ennalta tunnettu, kannattaa sitä tietoa hyödyntää tehtävän ratkaisussa. Ratkaisuyhtälöt tulevat silloin jonkun verran yksinkertaisimmiksi. (ks. luento-esimerkki 5.1).

### 5.5.2 Paaluperustuksen huomiointi siirtymämenetelmää käytettäessä

Siirtymämenetelmää käytettäessä tulee paalutuksen vaikutus heti oikein huomioiduksi rakenteen nurkkatasapainoyhtälöitä muodostettaessa.

Kuvan 89 tapauksessa nurkan 1 tasapainoyhtälöt ovat:

$$\begin{aligned} N_{12} + F_x &= 0 \\ Q_{12} + F_z &= 0 \\ M_{12} + M_y &= 0 \end{aligned} \quad , \quad (99)$$

missä  $N_{12}$ ,  $Q_{12}$  ja  $M_{12}$  ovat sauvan 1-2 pään sauvanpäähän leikkaussuureet ja  $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$  paalutuksen vastaavat kuormitussuureet.

Tasapaksun kehäsauvan päiden siirtymien ja voimasuureiden välinen yhteys saadaan tunnetusti sauvan jäykkyyssmatriisin avulla matriisiyhtälöstä:

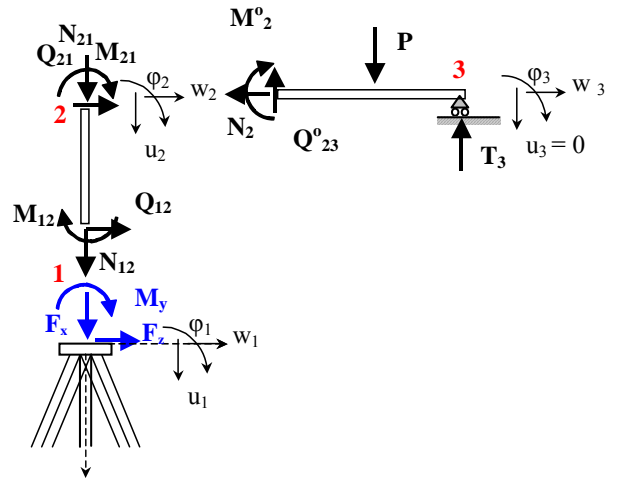
$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \varphi_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{12} \\ Q_{12} \\ M_{12} \\ N_{21} \\ Q_{21} \\ M_{21} \end{Bmatrix} \quad (100)$$

Tasapainoyhtälöissä (90) ja kuvassa 89 näkyvät paalutuksen kuormakomponentit ( $F_x$ ,  $F_z$  ja  $M_y$ ) ovat siirtymien avulla lausuttuna esitetty jo kaavassa (67). Sijoittamalla nurkan 1 voimakomponentit kaavoista (67) ja (91) saadaan tasapainoyhtälöistä (90) muodostettua kolmen yhtälön ryhmä, jossa ratkaistavina suureina ovat ainoastaan kehänurkkien siirtymäkomponentteja:

$$\begin{cases} \frac{EA}{L}u_1 - \frac{EA}{L}u_2 + \sum kp_x^2 \cdot u_1 + \sum kp_x p_z \cdot w_1 + \sum kp_x r_y \cdot \varphi_1 = 0 \\ 12\frac{EI}{L^3}w_1 + 6\frac{EI}{L^2}\varphi_1 - 12\frac{EI}{L^3}w_2 + 6\frac{EI}{L^2}\varphi_2 + \sum kp_x p_z \cdot u_1 + \sum kp_z^2 \cdot w_1 + \sum kp_z r_y \cdot \varphi_1 = 0 \\ 6\frac{EI}{L^2}w_1 + 4\frac{EI}{L}\varphi_1 - 6\frac{EI}{L^2}w_2 + 2\frac{EI}{L}\varphi_2 + \sum kp_x r_y \cdot u_1 + \sum kp_z r_y \cdot w_1 + \sum kp_z^2 \cdot \varphi_1 = 0 \end{cases} \quad (101)$$

Muodostamalla vastaavat tasapainoehdot myös rakenteen muissa nurkissa (2 ja 3) saadaan koko rakenteelle riittävä määrä yhtälöitä kaikkien tuntemattomien siirtymäkomponenttien ratkaisemiseksi.

Kun siirtymät on ratkaistu, voidaan paaluvoimat määrittää tavalliseen tapaan yhtälöistä (77) (ks. luentoesimerkki 5.2).



Kuva 89. Voimakomponenttien tasapainoyhtälöiden muodostaminen kehänurkassa 1.



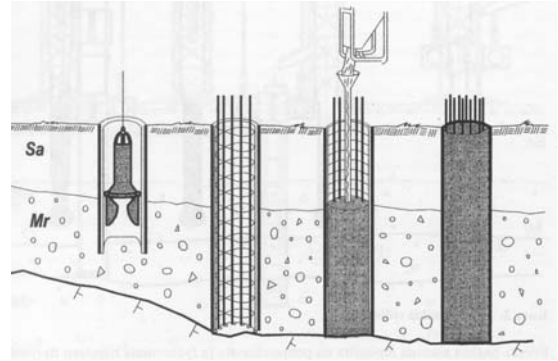
## 6 SUURPAALUT

### 6.1 Suurpaalutyypit

Suurpaaluiksi määritellään paalut, joiden kantavuus ja läpimitta ovat suurempia kuin maahan lyödyillä lyöntipaaluilla. Suurpaalut ovat tavallisesti poikkileikkaukseltaan pyöreitä, maahan jollain tavalla aikaansatuun reikään paikalla valettuja teräsbetonipaaluja. Myös teräsputki- ja teräspalkkipaaluja käytetään, mutta tällöinkin putki usein täytetään betonilla, jolloin kysymyksessä on liittorakenteinen paalu. Tavallisimmat suurpaalutyypit ovat: Kaivinpaalu, Franki-paalu, Vibrex-paalu ja Teräspalkkipaalu ([10], Suurpaaluohje 2001, SPO-2001 RIL 212-2001).

#### 1) Kaivinpaalu

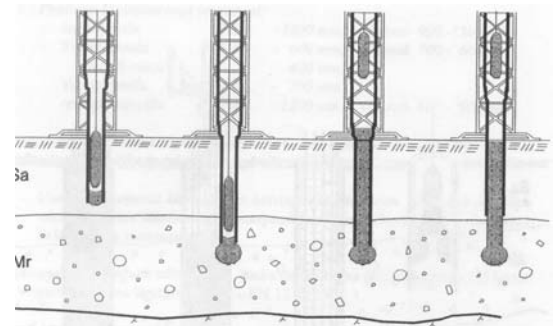
Kaivinpaalu on maata syrjäyttämätön paalu, joka tehdään kaivamalla avonaisen työputken sisältä maa-aines pois. Kaivamisen aikana putki painetaan maahan samanaikaisesti sitä hiertäen. Kun tarvittava syvyys on saavutettu, nostetaan työputken sisään raudituselementti ja paalu betonoidaan samalla kun työputki nostetaan ylös. Paalun halkaisija voi olla 500...1800 mm ja käytännössä tavallisin paalukoko on välillä 900...1500 mm.



Kuva 90. Kaivinpaalun työvaiheet (SPO-200).

#### 2) Franki-paalu

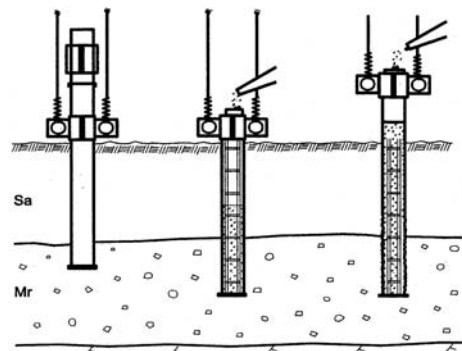
Franki-paalu on maata syrjäyttävä paalu. Reikä saadaan aikaan upottamalla maahan alapäästään betonisella tulpalla suljettu teräksinen työputki pudottamalla järkälettä putken sisällä. Kun tavoitetaso on saavutettu, kiinnitetään työputki paikalleen ja lyödään betonitulppa osittain ulos ja valetaan paalun kärkeen anturalevitys. Varsiosaan asennetaan rauditus ja paalu betonoidaan. Tämän jälkeen työputki nostetaan ylös. Paalun koko on tavallisesti 500...600 mm.



Kuva 91. Franki-paalun työvaiheet(SPO-200).

#### 3) Vibrex-paalu

Vibrex-paalu on maata syrjäyttävä paalu, jonka varsi valmistetaan teräksisen työputken avulla maahan tehtyyn reikään. Alapäästään vesitiiviisti teräslevyllä suljettu putki upotetaan tavoite-tasoon juntaamalla sitä pudotus- diesel- tai hydraulijärkäleellä. Kun tavoitetaso on saavutettu, asennetaan rauditus ja paalu betonoidaan. Tämän jälkeen työputki nostetaan ylös. tärytystä apuna käyttäen. Paalun koko on tavallisesti 500...700 mm.



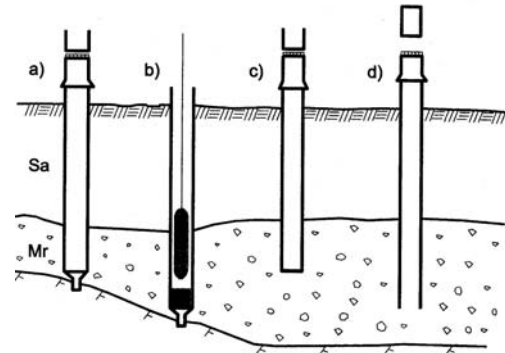
Kuva 92. Vibrex-paalun työvaiheet(SPO-200).



#### 4) Teräsputkipaalu

Teräsputkipaalu voidaan tehdä joko avoimena suljettuna. Suljettu paalu varustetaan joko kalliokärjellä a) tai pohjalevyllä c). Paalu upotetaan maahan lyömällä sen yläpäätä järkäleellä. Suljettu paalu voidaan upottaa myös Franki-paalutus-kalustoa hyväksi käyttäen b).

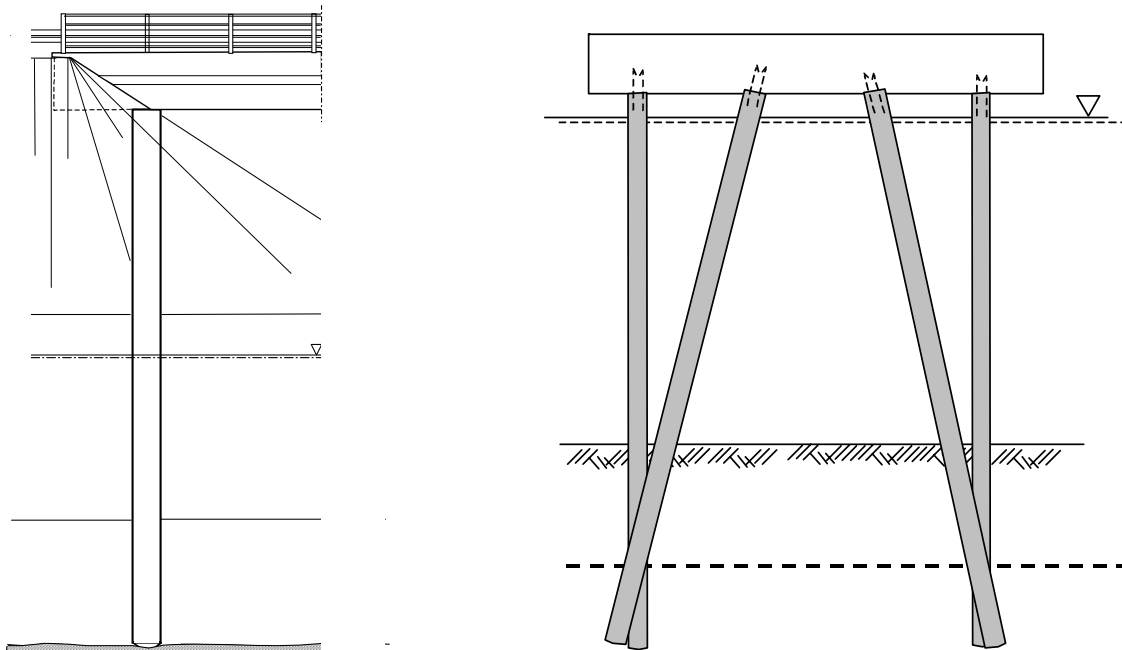
Teräsputki voidaan täyttää betonilla ja raudoittaa. Avointa paalua käytetään usein kitkapaaluna. Teräsputkipaalujen koko on yleensä välillä 500 ... 700 mm.



Kuva 93. Teräsputkipaaluja (SPO-2001).

#### 6.2 Suurpaalut rakenteissa

Suurpaalut ankkuroidaan yleensä yläpäästään paalulaattaan, jolloin paalun yläpäähän on yleensä otaksuttava momenttijäykkä kiinnitys. Siltojen väli- ja päätytuissa suurpaalu jatkuu nykyisin usein tukipilarina aina sillan kanteen saakka, jossa sen kiinnitys sillan kanteen voi olla joko jäykkä tai nivelellinen (kuva 94 a). Suurpaaluja voidaan käyttää myös ryhmissä tukipaaluryhmien tapaan (kuva 94 b).



Kuva 94. a) Sillan päätytuki.

b) Teräsputkipaaluilla paalutettu laitur.

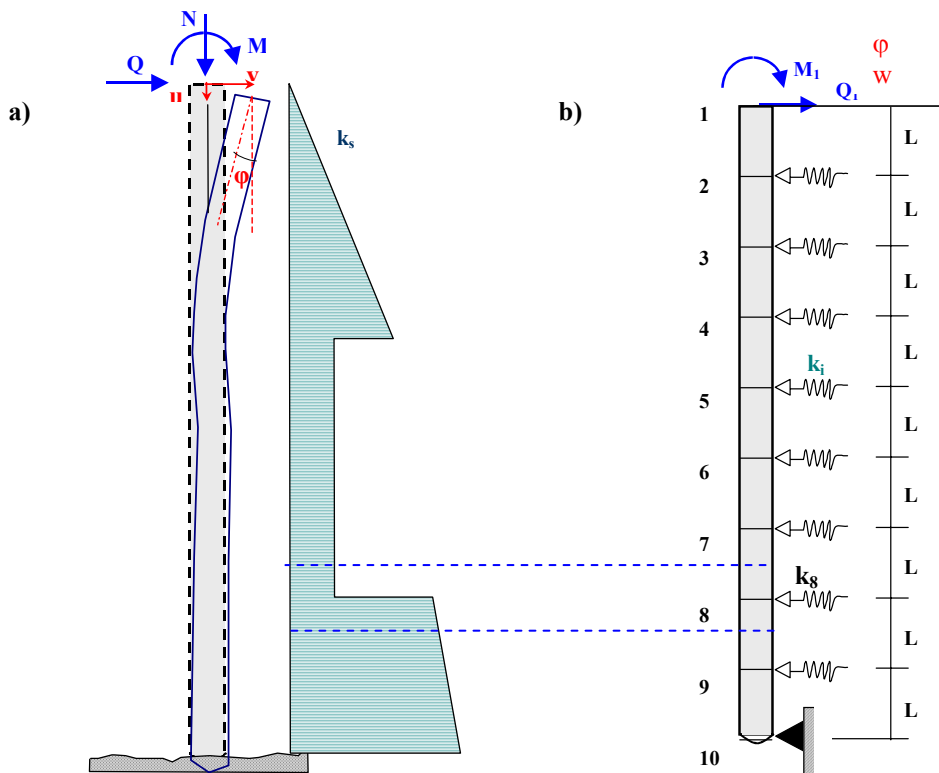
Ohjeita suurpaalun geoteknisen kantavuuden määrittämiseksi löytyy Suurpaaluohjeista (SPO-2001). Koska suurpaalut ovat läpimitaltaan suuria, kohdistuu paalun vaippapintaan sivupaine. Jos paalu pakotetaan siirtymään sivusuunnassa, paaluun syntyy taivutusta. Sivukuormitettu suurpaalu analysoidaan tavallisesti samoin kuin kimmoisella alustalla oleva palkki ja mitoitetaan puristettuna ja taivutettuna teräsbetonipoikkileikkauksena.

Yksittäisen suurpaalun leikkaussuureiden määrittäminen sivukuormille voidaan tehdä muodostamalla rakennemalli, jossa maan sivuvastus käsitellään (ainakin aluksi) kimmoisena materiaalina. Jos siirtymät tulevat suuriksi voidaan sivuvastukselle asettaa maan murtolujuutta vastaava vakioarvo.

## 6.2 Sivukuormitetun suurpaalun laskenta sauvaelementtimenetelmällä

Yksittäisen maassa olevan suurpaalun kuormitus, tuenta ja sivuvastus on esitetty kuvassa 95 a. Paalun horisontaalinen liike aiheuttaa sivuvastuksesta ( $k_s$ ) johtuen paalun akselia vastaan kohtisuoran sivupaineen ja paaluun syntyy taivutusta. Käytettäessä ratkaisussa sauvaelementtimenetelmää paalusta ja maasta muodostetaan rakennemalli, jolloin paalu jaetaan (tavallisesti samanpituisiin) elementteihin. Maan jatkuva sivuvastuskuvio voidaan samoin diskretoida solmupisteissä 1-N ekvivalenteiksi jousiksi, jotka vastustavat paalun vaakasuoraa liikettä tukien kohdilla.

Analysoitavaksi rakennemalliksi tulee näin kimmoisilla tuilla oleva palkki (kuva 95 b) [11]. Mitä tiheämpi elementtijako tehdään, sitä paremmin rakennemalli vastaa alkuperäistä rakennetta.

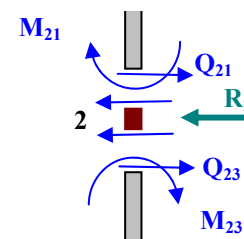


**Kuva 95.** a) Paalun kuormitus ja maan sivuvastus. b) Elementtimenetelmän mukainen rakennemalli sivukuormitetun paalun taivutusrasitusten laskemiseksi

Jousivakiot tulee määrittää alustaluvun ( $k_s$ ) (sivuvastuksen) jakautumasta (kuva 95 a). Yksinkertaisinta on määrittää jousivakio solmupisteen kohdalta sivuvastusjakauman keskiarvona. Hieman tarkempi tapa on olettaa sivuvastuksen jakautuma lineaariseksi solmupisteiden välillä ja keskittää sivuvastuksen ”pinta-ala” solmupistettä ympäröivältä, elementin pituiselta osalta tuen jousivakioksi (katkoviivojen välinen alue kuvassa 95.). Sivuvastuksen arvioimiseksi on kaavoja esitetty mm. SPO-2001:ssä [10]. Käytännössä laskelmat joudutaan usein suorittamaan useilla sivuvastusotaksumilla, jos maaparametrien arvoja ei tarkemmin ole esim. pohjatutkimuksin selvitetty.

Rakennemallin solmupisteissä voidaan kirjoittaa voimaresultanttien tasapainoyhtälöt. Kuvassa 96 esitettyyn solmuun 2 vaikuttavien vaakavoimien ja taivutusmomenttien tasapainoyhtälöt ovat (kun solmuun suoraan vaikuttavia ulkoisia kuormia ei ole ja  $R_2 =$  tuen jousivoima):

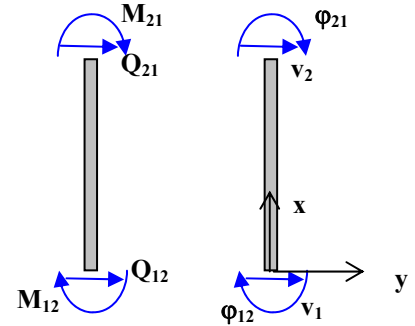
$$\begin{aligned} Q_{21} + Q_{23} + R_2 &= 0 \\ M_{21} + M_{23} &= 0 \end{aligned} \quad (102)$$



**Kuva 96.** Solmupisteen 2 tasapaino.

Siirtymämenetelmän ideana on lausua voimat siirtymien avulla ja sijoittaa ne em. tasapainoyhtälöihin. Tasapaksulle sauvaelementille tarvittava voima-siirtymäyhteys elementin päissä esiintyville suureille on esitetty jo aikaisemmin yhtälössä (100). Kun jätetään sauvan päissä vaikuttavat normaalivoimat huomioon ottamatta (ts. tarkastellaan vain paalun taivutusta) saadaan kuvassa 97 esitettyjen sauvan päiden voimien ja siirtymien välille matriisiyhtälö:

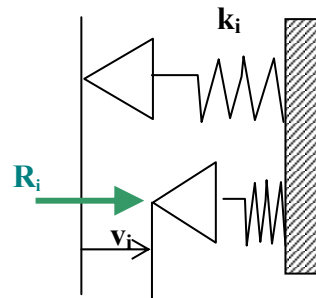
$$\begin{bmatrix} \frac{12EI_1}{L_1^3} & \frac{6EI_1}{L_1^2} & -\frac{12EI_1}{L_1^3} & \frac{6EI_1}{L_1^2} \\ \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{4EI_1}{L_1} & -\frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{2EI_1}{L_1} \\ -\frac{12EI_1}{L_1^3} & -\frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{12EI_1}{L_1^3} & -\frac{6EI_1}{L_1^2} \\ \frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{2EI_1}{L_1} & -\frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{4EI_1}{L_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \varphi_{12} \\ v_2 \\ \varphi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{12} \\ M_{12} \\ Q_{21} \\ M_{21} \end{Bmatrix} \quad (103)$$



**Kuva 97.** Sauvaelementin päiden voima- ja siirtymäsuureet ja niiden suunnat.

L -pituisen tasapaksun palkkielementin jäykkyysmatriisi on siten:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (104)$$



**Kuva 98.** Jousivoima

kuvassa 97 valituille ”positiivisille” suunnille.

Jousivoima puolestaan voidaan lausua solmupisteen vaakasiirtymän avulla, kun tunnetaan ”tuen jousivakio” (kuva 98):

$$k_i \cdot v_i = R_i \quad (105)$$

Maa vastustaa myös paalun kiertymistä ja sitä vastaava kiertojouseen varastoituva momentti voitaisiin ottaa samalla tavoin huomioon momenttitasapainoyhtälössä, mutta tämä usein jätetään ko. tarkasteluissa kokonaan huomiotta.

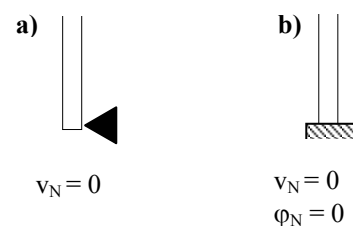
Kirjoittamalla jokaisessa solmupisteessä yhtälön (102) mukaiset tasapainoyhtälöt ja sijoittamalla niihin siirtymien avulla lausutut voimien lausekkeet yhtälöistä (104) ja (105) on yhtälöitä riittävä määrä tuntemattomien solmusiirtymien ( $v_i$ ) ja ( $\varphi_i$ ) ratkaisemiseksi. Yhtälöt voidaan koota yhteen matriisiyhtälöksi, jossa siirtymävektorin kertoimeksi tulee koko rakenteen jäykkyysmatriisi. Ratkaisuyhtälö on tällöin yhtälön (61) esittämää muotoa  $[K]\{\delta\} = \{f\}$ .

Käsin laskettaessa koko rakenteen jäykkyysmatriisin  $[K]$  kokoaminen on helpointa suorittaa suoraan käyttäen hyväksi yksittäisten elementtien jäykkyysmatriiseja ( $K_i$ ) ja nurkkien jousivakioita ( $k_i$ ). Kun lähdetään kirjoittamaan nurkkien tasapainoyhtälöitä solmusta 1 lukien, tulee rakenteen lopullinen ratkaisuyhtälö olemaan muotoa:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} + k_2 & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 \\
 \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} + k_3 & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\
 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} + k_3 & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} + \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 v_1 \\
 \varphi_1 \\
 v_2 \\
 \varphi_2 \\
 v_3 \\
 \varphi_3 \\
 v_i \\
 \varphi_i
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 H_1 \\
 M_1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{Bmatrix}
 \quad (106)$$

Yhtälöstä (106) nähdään rakenteen jäykkyysmatriisissä  $[K]$  nauhamaisuus ja siinä toistuva kuvio. Jäykkyysmatriisi voidaan muodostaa suoraan elementtien jäykkyysmatriiseista ”kulmittain summaamalla”. Kahden vierekkäisen elementin jäykkyysmatriisien alkioita, jotka menevät päällekkäin, summataan yhteen. Maan sivuvastus tulee huomioiduksi joka toisella, nurkan (i) leikkausvoiman tasapainoyhtälöä vastaavalla rivillä, missä jousivakio ( $k_i$ ) summataan jäykkyysmatriisin lävistäjäalkioon. Yhtälöryhmän oikean puolen muodostaa kuormitusvektori  $\{f\}$ . Suurpaalun tapauksessa voi kuormia tavallisesti olla vain paalun yläpäässä eli solmupisteessä 1 kuvan 95 mukaisesti. Yhtälön oikealla puolella oleva kuormitusvektori sisältääkin siten vain nollia kaikkialla muualla paitsi kahdella ensimmäisellä rivillä, jotka vastaavat nurkan 1 kahta tasapainoyhtälöä.

Ennen kuin siirtymät yhtälöryhmästä (106) voidaan ratkaista, tulee vielä ottaa huomioon paalun alapään reunaehdot. Kallioon päättyvällä paalulla voidaan tuen tavallisesti otaksua olevan nivelellinen. (kuva 99 a). Tiiviiseen moreeniin päättyvän paalun alapään voidaan taas olettaa olevan sekä sivusiirtymätön että kiertymätön (kuva 99 b).



Jos reunaehtona on esimerkiksi  $v_N = 0$ , on siirtymä ko. **Kuva 99. Reunaehdot paalun alapäässä.** pisteessä jo tunnettu eikä sitä enää tarvitse määrittää

yhtälöryhmästä (106). Paalun alimman nurkan siirtymää  $v_N = 0$  vastaava reunaehto voidaan yksinkertaisesti huomioda poistamalla ko. siirtymää vastaava vaaka- ja pystyrivi matriisyhtälöstä (106). Toinen vaihtoehto reunaehdon huomioimiseksi on pitää yhtälöryhmän koko ennallaan, mutta sijoittaa 0-siirtymää vastaavan yhtälön lävistäjälle huomattavasti muita jäykkyystermejä suurempi luku. Tämä tapa vastaa ”lähes jäykän” jousen lisäämistä nurkkapisteeseen. Reunaehto toteutuu likimäärin, koska suurta lävistäjätermiä vastaava siirtymä tulee ratkaisussa pieneksi.

Kun paalun siirtymäkomponentit on yhtälöryhmästä (106) ratkaistu (mikä tapahtuu tavallisesti Gaussin eliminaatiota käyttäen), voidaan paalun leikkaussuureet määrittää elementteittäin yksittäisen elementin voima-siirtymäyhtälöistä, eli yhtälöistä (100). Lopullista leikkausvoima- tai momenttipintaa piirrettäessä on huomioitava, että elementtikohtaiset voimasuureet ovat kuvassa 97 merkittyihin suuntiin vaikuttavia sauvanpääsuureita. Elementin pään 2 leikkaussuureet tulevat siten yhtälöistä (100) ”väärän merkkisinä” lujuusopissa yleisesti käytössä olevaan merkkisopimukseen verrattuna. Paalun vaakasiirtymistä voidaan haluttaessa vielä määrittää paaluun kohdistuva sivupainejakautuma ( $p_i = k_s \cdot v_i$ ).

Usean tuntemattoman sisältävän yhtälöryhmän (106) ratkaiseminen käsinlaskennalla on työlästä. Yhtälöryhmän ratkaiseminen onkin tarkoituksenmukaisinta suorittaa matemaattisilla ohjelmilla (Excel, Mathcad, Matlab jne. ks. luento-esimerkki 6.1).

## 7 TAIPUISAT PERUSPALKIT JA -LAATAT

### 7.1 Kimmoisella alustalla olevan taipuisa palkki

Taipuisalla peruspalkilla tai laattalla tarkoitetaan tässä yhteydessä kimmoisella alustalla olevaa palkkia tai laattaa, joka ei ole niin ”paksu”, että se käyttäytyisi jäykän kappaleen tavoin. Palkilla on siten äärellinen taivutusjäykkyys  $EI$ , joka vaikuttaa osaltaan siihen minkälainen pohjapainejakautuma laatan alapuolelle syntyy (ks. kuva 40 kohdassa 4.1.1). Käytännössä esimerkiksi pientaloissa usein käytetyt ohuet, maan tai lämmöneristyslevyjen päälle valetut laatat ovat taipuisia laattoja. Myös rakennusten maanvaraiset peruspalkit ovat usein kimmoisella alustalla olevia taipuisia palkkeja.

Seuraavassa tarkastellaan pääasiassa kimmoisella alustalla olevia palkkia, mutta menetelmää voidaan soveltaa myös yhteen suuntaan kantaan laattoihin.

Jos maa mallinnetaan kimmoisaksi (Winklerin alustaksi), voidaan palkin taipumalle johtaa differentiaaliyhtälö muotoon:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{1}{EI(x)} [p(x) - q(x)] \quad (107)$$

missä kuormitus ( $p$ ) on laskettu viivakuormana palkin leveyttä kohti ja ( $q$ ) on vastaavasti pohjapaineesta johtuva viivakuorma palkin alapinnassa (kuva 100).

Kimmoisella alustalla olevien laattojen ja palkkien laskennassa tarvitaan alustalukua ( $c$ ), jonka ollessa tunnettu, voidaan laatan alle syntyvä pohjapaine määrittää kaavasta (31) eli  $q = c \cdot w$ .

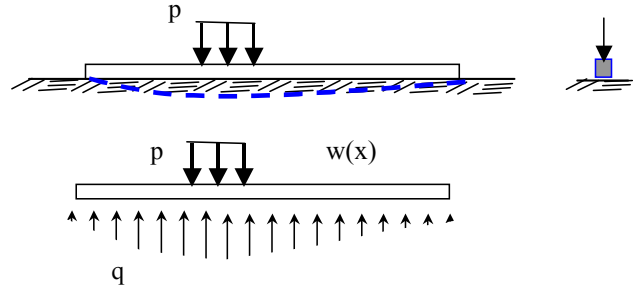
Betonilattioiden suunnitteluohjeissa [12] on annettu maanvaraisten lattioiden suunnittelua varten alustaluvun vaihteluvälejä (ks. taulukko 7.1) erilaisille maavaraisten lattioiden alapuoleisille maamateriaaleille. Ohjeessa suositellaan käytettäväksi taulukossa annettuja alustaluvun alarajoja. Jos alusta on kerroksellinen ja koostuu useista eri materiaaleista, voidaan alustalukua ohjeen mukaan arvioida kaavalla:

$$c = \frac{1}{\frac{h_1}{E_1} + \dots + \frac{h_i}{E_i} + \dots + \frac{1}{c_m}}, \quad (108)$$

missä  $h_i$  ja  $E_i$  ovat alustan yhden kerroksen paksuus ja kimmokerroin. Kerroin ( $c_m$ ) on kerrosten alla olevan perusmaan alustaluku.

Kimmoisella alustalla olevan palkin (tai laatan) reunaehdot toteuttavan differentiaaliyhtälön (107) analyttinen ratkaisu voidaan löytää vain tietyissä erityistapauksissa. Esimerkiksi, jos alusta on homogeeninen ja kimmainen ja palkin jäykkyys ( $EI$ ) on vakio. Monimutkaisempien tapausten ratkaisuisissa käytetään tavallisesti numeerisia menetelmiä. Elementtimenetelmä on niistä käyttökelpoisin (ks. kohta 6), mutta ratkaisuyhtälöiden muodostaminen käsin on hankalaa ja ratkaistavien yhtälöiden lukumäärä suuri. Tarvitaan ohjelmistoja ja tietokonetta.

Eräs numeerinen ratkaisuvaihtoehto on differenssimenetelmä, jossa taipuman differentiaaliyhtälö (107) diskretoidaan algebralliseksi yhtälöryhmäksi. Ratkaisuyhtälöt voidaan pienissä tehtävissä vielä suhteellisen helposti muodostaa ”käsipelillä”, mutta jos differenssipisteitä on useita, yhtälöryhmän koko saattaa kasvaa turhan suureksi.



Kuva 100. Kimmoisella alustalla oleva palkki.

Taulukko 7.1 Perusmaan alustalukuja.

Perusmaa	$c_m$ [MN/m <sup>3</sup> ]
Hiekka	10...30
Tiivis hiekka	30...80
Tiivis hiekkasora	80...150
Karkea sora	150...250
Tiivis sora	200...300

## 7.2 Eräs differenssimenetelmän mukainen ratkaisutapa

Lähtökohtana on seuraavassa taivutetun palkin kimmo-  
viivan differentiaaliyhtälö (107), joka taivutusmomentin  
avulla lausuttuna voidaan kirjoittaa muotoon:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (109)$$

Diskretoidaan palkin yhtälö (109) korvaamalla toisen  
kertaluvun derivaatta palkin sisäpisteissä (2...N-1) keskeis-  
differensseillä seuraavasti (Bowles [13]):

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}}{\Delta x^2} \quad (110)$$

jolloin primäärisiksi tuntemattomiksi tulevat taipuma-arvot  
( $w_i$ ) jakopisteissä. Jos pisteitä on N kpl ja pisteet sijaitsevat  
tasavälein (kuten on järkevää), jakaantuu palkki N-1:een  
samanpituisiin ( $\Delta x$ ) osiin. (kuva 101)

Keskeisdifferenssikaavalla (110) saadaan taivutusmomen-  
tille palkin sisäpisteissä siten seuraava approksimaatio:

$$M_i = -\frac{EI}{\Delta x^2} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) \quad (111)$$

Yhtälöstä näkyy, että palkin (sisäisen) taivutusmomentin  
arvo saadaan vierekkäisten differenssipisteiden taipuma-  
arvojen avulla.

Palkkia kuormittaa paitsi ylärakenteilta tulevat kuormat, myös alhaalta ylöspäin vaikuttava pohja-  
paine  $q(x, y) = cw$  (ks. kaava (31)). Kertomalla paine palkin leveydellä saadaan pohjapaine  
muutettua palkkia kuormittavaksi jakaantuneeksi viivakuormaksi  $q(x)$ , jonka intensiteetti  
yksittäisen differenssipisteen (i) kohdalla on:

$$q_i = b \cdot c_i \cdot w_i \quad (112)$$

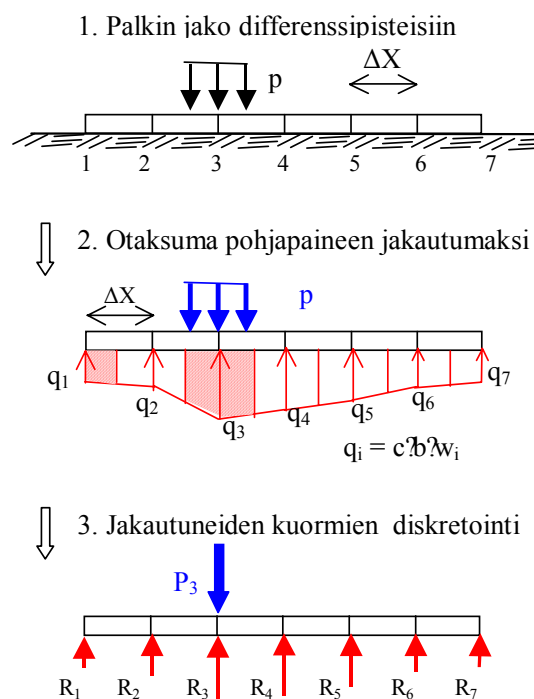
Diskretoidaan ulkoiset kuormat jakopisteisiin vaikuttaviksi ekvivalenteiksi pistekuormiksi ( $P_i$ ) ja  
samoin pohjapaine kaavasta (109) ns. reaktivoimiksi ( $R_i$ ). Jos em. pistekuormat olisivat tunnettuja,  
niin palkin taivutusmomentti missä tahansa differenssipisteissä voitaisiin helposti määrittää.

Koska pohjapaineen tarkkaa jakaantumaa ei kuitenkaan ennalta tunneta, tarvitaan reaktivoimien  
( $R_i$ ) määrittämiseksi joku approksimaatio pohjapainejakautumasta. Kuvassa 101 pohjapaine-  
jakautuman on otaksuttu olevan lineaarinen kahden vierekkäisen differenssipisteen välillä. Jos tätä  
jakautunutta kuormaa vastaavat ekvivalentit reaktivoimat lasketaan viivoitettujen puolisuunnik-  
kaiden pinta-alana, saadaan palkin reunapisteessä ja sen sisäpisteessä vaikuttaville reaktivoimille  
seuraavat likimääräislausekkeet:

$$R_1 = \frac{\Delta x}{8} (3q_1 + q_2)$$

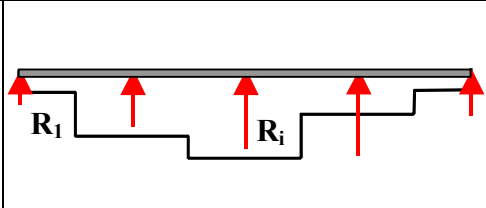
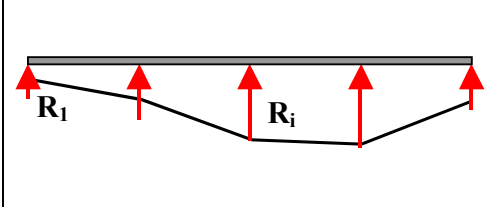
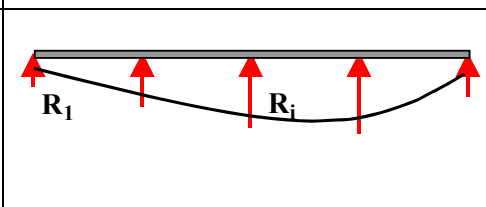
$$R_i = \frac{\Delta x}{8} (q_{i-1} + 6q_i + q_{i+1})$$
(113)

Muistakin otaksumista johdettuja likimääräiskaavoja voidaan soveltaa ekvivalenttien kuormien  
laskemiseksi ja niitä on esitetty taulukossa 7.2. (esim. jakautumia b) ja c) vastaavat kuormat  
saadaan kun määritetään reaktivoimat ”kaksitukisen palkin tukireaktioista”).



**Kuva 101.** Pohjapaineen diskretointi ekvivalenteiksi reaktivoimiksi (= vierekkäisten ”puolisuunnikkaiden” ala).

**Taulukko 7.2** Ekvivalentit pistekuormat reuna- ja sisäpisteissä [13].

a) Porrasmainen pohjapainejakauma		$R_1 = \frac{\Delta x}{2} q_1$ $R_i = \Delta x \cdot q_i$
b) Lineaarinen pohjapainejakauma		$R_1 = \frac{\Delta x}{6} (2q_1 + q_2)$ $R_i = \frac{\Delta x}{6} (q_{i-1} + 4q_i + q_{i+1})$
c) Parabolinen pohjapainejakauma		$R_1 = \frac{\Delta x}{24} (7q_1 + 6q_2 - q_3)$ $R_i = \frac{\Delta x}{12} (q_{i-1} + 10q_i + q_{i+1})$

Ratkaisuyhtälöt taipumille ( $w_i$ ) saadaan muodostettua, kun palkin sisäpisteissä merkitään kaavasta (102) saatava sisäinen momentti yhtä suureksi kuin ulkoisten kuormien aiheuttama momentti samassa pisteessä. Ulkoisista kuormista laskettu momentti palkin jossakin sisäpisteessä ( $i$ ) voidaan puolestaan määrittää kuvan 102 mukaan palkin ”vasemman puolen” tasapainoehdosta (kuva 102):

$$M_i = (R_1 - P_1) \cdot (i-1)\Delta x + (R_2 - P_2) \cdot (i-2)\Delta x + \dots + (R_{i-1} - P_{i-1}) \cdot \Delta x \quad (114)$$

Sijoittamalla tähän tukireaktion ( $R_i$ ) approksimaatio taulukosta 7.2 tai kaavasta (113) sekä lausumalla kaavoissa esiintyvä pohjapaine ( $q_i$ ) siirtymien avulla kaavasta (112), voidaan kirjoittaa yhtälön (114) mukaiselle momentille lauseke, joka riippuu pelkästään taipumista differenssipisteissä ( $w_i$ ).

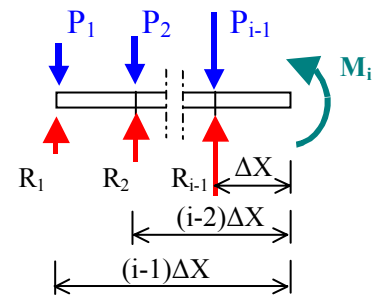
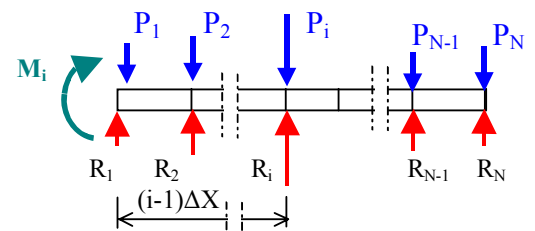
Merkitsemällä kaavoista (111) ja (114) saatavat momentit yhtäsuuriksi kussakin palkin sisäpisteessä saadaan  $N-2$  yhtälöä, joissa tuntemattomina suureina ovat taipumarvot ( $w_i$ ). Koska kaiken kaikkiaan tuntemattomia on yhteensä  $N$  kappaletta, tarvitaan vielä kaksi lisäehtoa, jotta ratkaisuyhtälöitä olisi riittävästi.

Puuttuvat kaksi yhtälöä saadaan palkin globaalisista tasapainoehdoista (kuva 103):

$$\sum F_i = \sum_i^N (P_i - R_i) = 0 \quad (115)$$

$$\sum M_1 = \sum_1^N (P_i - R_i) \cdot (i-1)\Delta x = 0$$

Ylempi yhtälö kaavassa on palkin pystysuora voimatasapainoehto. Alempi yhtälö on momenttitasapainoehto, joka kaavassa on laskettu palkin reunapisteen (1) suhteen, mutta voidaan yhtä hyvin määrittää jossain muussa, mielivaltaisessa pisteessä ( $\sum M_i = 0$ ).

**Kuva 102.** Ulkoisten kuormien aiheuttama taivutusmomentti pisteessä  $i$ **Kuva 103.** Voimien globaali tasapaino.

Kaavoista (111) ... (115) saatavat N kpl yhtälöitä voidaan koota matriisimuotoon:

$$[K] \{w\} = \{f\} , \quad (116)$$

missä K on N x N kerroinmatriisi ja vektori w sisältää tuntemattomat taipumat ( $w_i$ ). Yhtälön oikea puoli f on vektori, joka sisältää pelkästään ulkoisista kuormista riippuvia termejä. Kerroinmatriisi K ei ole yleensä symmetrinen kuten edellisessä kohdassa elementtimenetelmän yhteydessä.

Kun taipumien arvot ( $w_i$ ) differenssipisteissä on ratkaistu, voidaan näiden avulla määrittää muut tarvittavat suureet, kuten pohjapainejakautuma ( $q_i$ ) ja reaktivoimat ( $R_i$ ) yhtälöistä (112) ja (113).

Taivutusmomentti ( $M_i$ ) palkin sisäpisteissä voidaan puolestaan määrittää kaavasta (111) tai vaihtoehtoisesti kaavasta (114). Leikkausvoimajakautuma saadaan palkin osien voimatasapaino-tarkastelulla tai vaihtoehtoisesti ensiksi määritettyjen momenttien ( $M_i$ ) avulla. Esimerkiksi jakovälillä ( $i, i+1$ ) voidaan leikkausvoima helposti laskea yhtälöstä:

$$Q_{i,i+1} = \frac{M_{i+1} - M_i}{\Delta x} . \quad (117)$$

Differenssimenetelmän käyttöä kimmoisalla palkin taipuman ja voimasuureiden ratkaisemiseksi selventää laskuesimerkki 7.1.

Edellä käsiteltiin pelkästään palkkirakennetta, mutta yhteen suuntaan kantavat kimmoisalla alustalla olevat laatat voidaan tarkastella samalla periaatteella jakamalla laatta palkkikaistoihin.

Kahteen suuntaan kantavia laattoja tarkasteltaessa voidaan differenssimenetelmää myös soveltaa. Ratkaisuyhtälöt on tällöin johdettava diskretoimalla laatan differentiaaliyhtälö kahdessa suunnassa, jolloin laatalle voidaan muodostaa differenssiverkko. Yhtälöiden muodostaminen on työlästä ja johtaa suuriin matriisiyhtälöihin.



## 8 OSAAN “PERUSTUKSET” LIITTYVÄT LÄHDEVIITTEET

- [1] Hunt, R. Geotechnical Engineering Analysis and Evaluation. Mc Graw-Hill.1986.
- [2] Rantamäki, M., Tammirinne, Pohjarakennus. Otatieto1979.
- [3] Pohjarakennusohjeet (PRO-2004). RIL 121-2004.
- [4] Tielaitos: Pohjarakennusohjeet sillansuunnittelussa.1999. (verkossa osoitteessa: <http://alk.tiehallinto.fi/sillat/julkaisut/prakos99.pdf> )
- [5] Schulze,W.E., Simmer K., Grundbau Teil 1, Teubner. Stuttgart.1977.
- [6] Betonirakenteiden yksityiskohtien ja raudoituksen suunnittelu 1988. 2. Perustukset. BY 30-2.
- [7] Lyöntipaalutusohjeet LPO-2005, RIL 223-2005. (aikaisempi: LPO-87)
- [8] Schiel, F., Statik der Pfhälwerke. Springer –Verlag, Berlin. 1960.
- [9] Handboken Bygg, Geoteknik. Stockholm.1984.
- [10] Suurpaalutusohje 2001(SPO-2001), RIL 212-2001.
- [11] Tiehallinto (PTL) Suomen liite siltojen päätytukien suunnittelua ja rakentamista koskevaan suositukseen” TVH 1974.
- [12] Betonilattiat, Luokitus- päällystettävyyys- suunnittelu- ja rakentamisohjeet 1989. BY 31.
- [13] Bowles, J., Foundation Analysis and Design. Mc Graw-Hill, 1968.
- [14] RIL 166 Pohjarakenteet, 1986.
- [15] Eurocode 7 Geotechnical design – Part 1: General rules, EN 1997-1 (luonnos).

### **Luennoilla esitetyt verkkosivut:**

[www.abetoni.fi/fi/Tuotteet/Paalut/](http://www.abetoni.fi/fi/Tuotteet/Paalut/) (Teräsbetonisen lyöntipaalun rakenne)

[www.ruukki.com](http://www.ruukki.com) (paaluja koskevat ohjeet löytyy ruukin sivuilta → tuotteet → rakentaminen→ pohjarakenteet → tuotetiedot mm. RR-paalutusohje.pdf)

[www.onnettomuustutkinta.fi/11333.htm](http://www.onnettomuustutkinta.fi/11333.htm) (case: massasäiliön kaatuminen)

### **Luennoilla esitetyt laskuesimerkit:**

[www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/2107/luennot/esimerkit.pdf](http://www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/2107/luennot/esimerkit.pdf)

### **Tenttiin valmistautuminen:**

- Perustusten osalta luentomonisteen kappaleet 1...6. Verkossa moniste löytyy kohdista 6-14..

[www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/2107/luennot/](http://www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/2107/luennot/)

(Huom. Kappaletta 7 ei luennoitu syksyllä 2008 joten tästä ei tule tenttikysymystä.)

- Laskuharjoitukset

Vanhat tenttitehtävät ja niiden ratkaisut (kurssin kotisivuilta)

- FAQ –Yleisimmät kysymykset:

[www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/2107/luennot/luentokysymykset.pdf](http://www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/2107/luennot/luentokysymykset.pdf)

- Tyypillisimmät tenteissä tehdyt virheet:

[www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/107/tenttitehtavat/virheet.pdf](http://www.tkk.fi/Yksikot/Silta/opinnot/rak-11/107/tenttitehtavat/virheet.pdf)