

## BETONIRAKENTEIDEN SLU Rak-43.3110

- Betoni-betoni-liittorakenteet ja jännitetyt betonirakenteet
- Luennot, 10 kpl maanantaisin 14 -16 ( Dos. Matti Pajari, [matti.pajari@vti.fi](mailto:matti.pajari@vti.fi), p. 050 - 5821 736)
- Laskuharjoitukset 10 kpl torstaisin 14 -16 (DI Pekka Häyrinen)
- Suunnitteluharjoitukset omana kurssina
- Tavoitteena perusasioiden ymmärtäminen, yksityiskohdat paljolti työharjoittelun varaan
- Oheislukemistona BY 210, katso myös kurssiesite
- Käytetään eurokoodeja, mutta ei tarvitse hankkia
- Tenttiin ei saa tuoda omaa materiaalia. Kaavakokoelma ym. tarvittava aineisto jaetaan tehtäväpaperin mukana. Myös teoriakysymykset ovat mahdollisia
- Viimeinen vuosi suomen kielistä opetusta

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

1

## YHDISTETTY POIKKILEIKKAUS

### Homogeenisen palkin analysointi tekn. taivutusteorialla

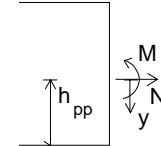
Palkin pp-akselilla vaikuttaa normaalivoima  $N$  ja momentti  $M$ , vrt. kuva 1. Tunnetusti

jännitys  $\sigma$  ja venymä  $\varepsilon$  saadaan kaavoista:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{EA} + \frac{M}{EI} y$$

$A$  on poikkileikkauksen pinta-ala,  
 $I$  poikkileikkauksen jähyysmomentti pp-akselin suhteen,  
 $y$  pystykoordinaatti, origo pp-akselilla, positiivinen alaspäin,  
 $E$  kimmomoduuli  
 $h_{pp}$  painopisteakselin etäisyys alareunasta.

Kuva 1.



**Huom. Painopisteakseli ja neutraaliakseli eivät ole sama asia!**

Taipuman  $f$  lauseke on muotoa

$$f = \frac{f(q, L, \dots)}{EI} \quad f \text{ riippuu kuormituksesta, geometriasta jne.}$$

Rak-43.311 2012 M. Pajari

2

### Liittorakenteen analysointi teknisellä taivutusteorialla

(Hooken laki, Bernoullin otaksoma:  $\perp$  tasot säilyvät tasoina)

Tarkastellaan kuvan 2 mukaista poikkileikkausta. Merkinnyt:

$A_k$  ja  $E_k$  osan  $k$  pinta-ala ja kimmomoduuli ( $k = 1, \dots, n$ )

$h$  etäisyys poikkileikkauksen alareunasta

$h_{pp,k}$  osan  $k$  painopisteen (pp) etäisyys poikkileikk. alareunasta

$y_k$  pystykoordinaatti, origo osan  $k$  painopisteessä, posit. alaspäin

$I_k$  osan  $k$  jähyysmomentti oman pp-akselin suhteen

$I_k^x$  osan  $k$  jähyysmomentti mielivaltaisen vaaka-akselin  $x$  suhteen

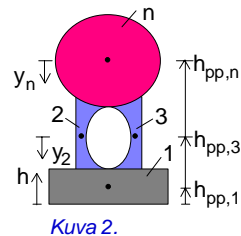
Tunnetusti on:

$$A_k = \int_k dA \quad h_{pp,k} = \frac{\int_k h dA}{A_k}$$

$$I_k = \int_{A_k} y_k^2 dA$$

$$I_k^x = I_k + A_k (h_x - h_{pp,k})^2$$

(Steinerin sääntö)



Kuva 2.

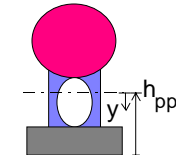
Rak-43.3110 2012 M. Pajari

3

Määritellään symbolit  $(EA)$ ,  $(EI)$  ja  $h_{pp}$ :

$$(EA) = \sum_k E_k A_k \quad \text{Yhdistetyn poikkileikkauksen aksiaalinen jäykkyys}$$

$$h_{pp} = \frac{\sum_k E_k A_k h_{pp,k}}{(EA)} \quad \text{Yhd. pl:n pp:n etäis. alareunasta}$$



Kuva 3.

Merkitään  $y$ :llä pystykoordinaattia.

$$(EI) = \int_A y^2 dA = \sum_k E_k \int_{A_k} y^2 dA = \sum_k E_k I_k^{pp} \quad \text{Yhd. poikkil. taiv.jäykkyys}$$

$$I_k^{pp} = I_k + A_k (h_{pp} - h_{pp,k})^2 \quad \text{Osan } k \text{ jähyysmomentti yhd. pl:n pp-akselin suhteen.}$$

Aksiaalinen jäykkyys on kimmomoduulilla painotettu pinta-ala ja  $h_{pp}$  ilmoittaa painotetun pinta-alan painopisteen sijainnin.

Erityisesti: Jos  $E_k = E$  eli poikkileikkaus on homogeeninen, on

$$(EA) = E \cdot A \quad \text{ja} \quad (EI) = E \cdot I$$

Muulloin symboleita  $(EA)$  ja  $(EI)$  ei pidä tulkita tulona.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

4

**Muodollinen esimerkki:**

$A_1 = 200 \times 300 - 240 \times 190 = 14400$   
 $A_2 = 500 \times 100 = 50000$   
 $h_{pp,1} = 150 \quad h_{pp,2} = 350$   
 $I_1 = 200 \times 300^3 / 12 - 190 \times 240^3 / 12 = 2,3112 \times 10^8$   
 $I_2 = 500 \times 100^3 / 12 = 4,167 \times 10^7$

$(EA) = 210 \times 14400 + 30 \times 50000 = 3,024 \times 10^6 + 1,50 \times 10^6 = 4,524 \times 10^6$   
 $h_{pp} = (3,024 \times 10^6 \times 150 + 1,50 \times 10^6 \times 350) / (4,524 \times 10^6) = 216,3$   
 $(EI) = E_1 [I_1 + A_1 (h_{pp} - h_{pp,1})^2] + E_2 [I_2 + A_2 (h_{pp} - h_{pp,2})^2]$   
 $= 210 \times [2,311 \times 10^8 + 14400 \times (216,3 - 150)^2] + 30 \times [4,167 \times 10^7 + 50000 \times (216,3 - 350)^2]$   
 $= 8,99 \times 10^{10}$

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 5

Kuvassa 5 liittorakenteen pp-akselilla vaikuttaa normaalivoima  $N$  ja momentti  $M$ .

Poikkileikkauksessa vaakavenymä  $\varepsilon$  voidaan esittää pp-akselin venymän  $\varepsilon_0$  ja käyrityksen  $\kappa$  avulla muodossa

$\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa y \quad \sigma_k = E_k (\varepsilon_0 + \kappa y)$

Saadaan

$N = \sum_k \int_{A_k} E_k (\varepsilon_0 + \kappa y) dA = \varepsilon_0 \sum_k E_k \int_{A_k} dA + \kappa \sum_k E_k \int_{A_k} y dA = \varepsilon_0 (EA)$   
 $M = \sum_k \int_{A_k} E_k y (\varepsilon_0 + \kappa y) dA = \varepsilon_0 \sum_k E_k \int_{A_k} y dA + \kappa \sum_k E_k \int_{A_k} y^2 dA = \kappa (EI)$

\*)  $\sum_k E_k \int_{A_k} y dA = \sum_k E_k \int_{A_k} (-h + h_{pp}) dA = - \sum_k E_k \int_{A_k} h dA + h_{pp} \sum_k E_k \int_{A_k} dA$   
 $= - \sum_k E_k h_{pp,k} A_k + h_{pp} (EA) = -h_{pp} (EA) + h_{pp} (EA) = 0$

Kuva 5. Merkinnät ja venymäkuvi.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 6

$\therefore \varepsilon_0 = \frac{N}{(EA)} \quad \kappa = \frac{M}{(EI)}$   
 $\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa y$   
 $= \frac{N}{(EA)} + \frac{M}{(EI)} y$

Jännitys materiaalissa  $k$ :

$\sigma_k = E_k \varepsilon = E_k \left[ \frac{N}{(EA)} + \frac{M}{(EI)} y \right]$

Jos vain yhtä materiaalia:

$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \frac{M}{EI} y \quad \sigma = E \varepsilon = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y$

Jos  $N = 0$ , on pp-akselilla  $y = 0$ ,  $\varepsilon = 0$  ja  $\sigma = 0$ .

Tällöin pp-akseli yhtyy neutraaliakseliin, ts. painopisteakseliin jännitys = 0.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 7

**Muunnettujen (ideaalisten) pI-suureiden käyttö:**

Määritellään muunnetut pinta-ala  $A_{k,m}$  kimmomodulien suhteen  $n_k$  avulla, kun poikkileikkauksessa on  $q$  eri materiaaleista koostuvaa osaa:

$n_k = \frac{E_k}{E_0} \quad A_{k,m} = n_k A_k \quad E_0$  voi olla mikä hyvänsä  $E_k, k=1, \dots, q$

Määritellään  $A_m$  ja  $I_m$  sekä lausutaan  $h_{pp}$   $A_m$ :n avulla:

$A_m = \frac{(EA)}{E_0} = \frac{1}{E_0} \sum_k E_k A_k = \sum_k \frac{E_k}{E_0} A_k = \sum_k n_k A_k = \sum_k A_{k,m}$  muunnettu pinta-ala  
 $h_{pp} = \frac{\sum_k E_k A_{k,m} h_{pp,k}}{(EA)} = \frac{\sum_k E_k A_k h_{pp,k}}{E_0 A_m} = \frac{\sum_k n_k A_k h_{pp,k}}{A_m} = \frac{\sum_k A_{k,m} h_{pp,k}}{A_m}$  pp:n paikka  
 $I_m = \frac{(EI)}{E_0} = \frac{1}{E_0} \sum_k E_k I_k + \frac{1}{E_0} \sum_k E_k A_k (h_{pp} - h_{pp,k})^2$  muunnettu jäyhyysmomentti  
 $= \sum_k n_k I_k + \sum_k n_k A_k (h_{pp} - h_{pp,k})^2$  Määritelmän perusteella on:  
 $E_0 A_m = (EA)$  ja  $E_0 I_m = (EI)$

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 8

∴ Venymäksi saadaan

$$\varepsilon = \frac{N}{EA} + \frac{M}{EI}y = \frac{N}{E_0 A_m} + \frac{M}{E_0 I_m}y = \frac{1}{E_0} \left( \frac{N}{A_m} + \frac{M}{I_m}y \right)$$

ja jännitykseksi

$$\sigma_k = E_k \frac{1}{E_0} \left( \frac{N}{A_m} + \frac{M}{I_m}y \right) = n_k \left( \frac{N}{A_m} + \frac{M}{I_m}y \right)$$

Erityisesti perusmateriaalin jännitys on

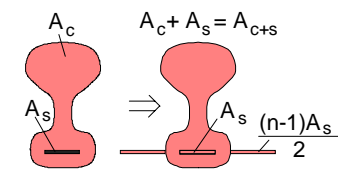
$$\sigma_0 = \frac{N}{A_m} + \frac{M}{I_m}y$$

Erityisesti jännitettyjen betonirakenteiden käyttötilatarkasteluissa suositetaan muunnettuja poikkileikkaussuureita, koska silloin perusmateriaaliksi valitun betonin jännitysten laskenta muistuttaa vahvasti homogeenisen poikkileikkauksen laskentaa. Betonin venymistä ja teräsännityksistä ollaan vähemmän kiinnostuneita.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

9

Esim. Ehjä teräsbetoni-poikkileikkaus. Terästankojen jähyysmomentti  $I_s$  oman pp-akselinsa suhteen voidaan pienenä unohtaa. c+s viittaa betonin ja teräksen yhteiseen alueeseen eli bruttopoikkileikkaukseen.

$$\begin{aligned} A_m &= A_c + nA_s \\ &= A_c + A_s + (n-1)A_s \\ &= A_{c+s} + (n-1)A_s \\ h_{pp} &= \frac{A_c h_{pc} + nA_s h_{ps}}{A_m} \\ &= \frac{A_c h_{pc} + A_s h_{ps} - A_s h_{ps} + nA_s h_{ps}}{A_m} \\ &= \frac{A_{c+s} h_{p,c+s} + (n-1)A_s h_{ps}}{A_m} \end{aligned}$$


$$n_c = \frac{E_c}{E_c} = 1 \quad n_s = n = \frac{E_s}{E_c}$$

*Kuva 7. Teräspinta-ala levitetään kimmomoduulien suhteessa.*

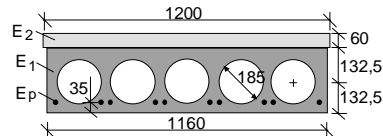
$$\begin{aligned} I_m &= I_c + A_c (h_{pp} - h_{pc})^2 + nI_s + nA_s (h_{pp} - h_{ps})^2 \\ &= I_c + A_c (h_{pp} - h_{pc})^2 + I_s + A_s (h_{pp} - h_{ps})^2 + (n-1)I_s + (n-1)A_s (h_{pp} - h_{ps})^2 \\ &= I_{c+s} + A_{c+s} (h_{pp} - h_{p,c+s})^2 + (n-1)I_s + (n-1)A_s (h_{pp} - h_{ps})^2 \end{aligned}$$

*Pieni, oletetaan = 0*

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

10

### Esimerkki



*Kuva 8. Ontelolaatta + jälkivalu.*

$$A_p = 10 \times 93 = 930 \text{ mm}^2$$

$$E_1 = 36 \text{ GPa}$$

$$E_2 = 31 \text{ GPa}$$

$$E_p = 190 \text{ GPa}$$

$$n_1 = 36/36 = 1,0$$

$$n_p - 1 = 190/36 - 1 = 4,27$$

$$n_2 = 31/36 = 0,861$$

$$A_{1+p} = 1160 \cdot 265 - 5 \cdot \pi \cdot 185^2 / 4 = 173000 \text{ mm}^2 \quad (\text{bruttopoikkileikkaus})$$

$$A_{p,m} = 4,27 \cdot 930 = 3971 \text{ mm}^2$$

$$A_{2,m} = 0,861 \cdot 1200 \cdot 60 = 61992 \text{ mm}^2$$

$$A_m = 173000 + 3971 + 61992 = 239000 \text{ mm}^2$$

$$h_{pp} = (173000 \cdot 132,5 + 3971 \cdot 35 + 61992 \cdot 295) / 239000 = 173 \text{ mm}$$

$$I_{1+p} = 1160 \cdot 265^3 / 12 - 5 \cdot \pi \cdot 185^4 / 64 = 1,511 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_{2,m} = 0,861 \cdot 1200 \cdot 60^3 / 12 = 1,86 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$I_m = 1,511 \cdot 10^9 + 173000 \cdot (173 - 132,5)^2 + 1,86 \cdot 10^7 + 61992 \cdot (295 - 173)^2 + 3971 \cdot (173 - 35)^2 = 2,812 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

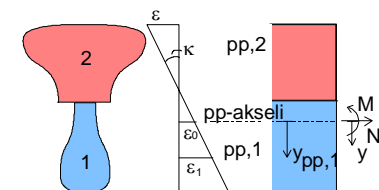
11

### Voiman ja momentin jakautuminen PL:n osien kesken

Kuvan 9 palkkia rasittaa normaali-voima  $N$  ja taiv.momentti  $M$ , vrt. kuva 10:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{EA}$$

$$\kappa = \frac{M}{EI}$$

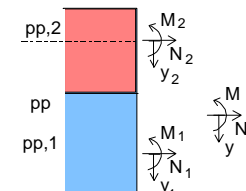


*Kuva 9.*

Lasketaan osien  $k$  ( $k=1,2$ ) vaakajännitysten resultantit oman pp-akselin suhteen osan  $k$  oman  $(EA)_k$ :n ja  $(EI)_k$ :n avulla:

$$N_k = (EA)_k \varepsilon_k = (EA)_k (\varepsilon_0 + \kappa y_{pp,k})$$

$$M_k = \kappa (EI)_k$$



*Kuva 10.*

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

12

$$N = N_1 + N_2$$

$$M = M_1 + M_2 + N_1 y_{pp,1} + N_2 y_{pp,2}$$

Jos  $N = 0$ , on  $N_1 = -N_2$  ja

$$M = M_1 + M_2 + N_1 (y_{pp,1} - y_{pp,2}) = M_1 + M_2 + N_1 e_{12}$$

Suhdetta

$$\alpha_{LV} = \frac{M - (M_1 + M_2)}{M} = 1 - \frac{\kappa(EI)_1 + \kappa(EI)_2}{\kappa(EI)} = 1 - \frac{(EI)_1 + (EI)_2}{(EI)}$$

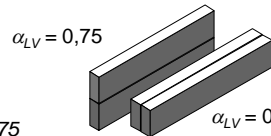
sanotaan liittöjäykkyyksertoimeksi. Jos se on 0, ei liittövaikutusta ole, vaan poikkileikkauksen taivutusjäykkyys on osien jäykkyyksien summa.

Esim. Kaksi identtistä palkkia

-vierekkäin:  $\alpha_{LV} = 0$

-päällekkäin:

$$\alpha_{LV} = 1 - \frac{(EI)_1 + (EI)_2}{(EI)} = 1 - \frac{h^3 + h^3}{(2h)^3} = 0,75$$



Kuva 12.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

13

### Taipumien laskenta

Taipumat  $f$  ratkaistaan differentiaaliyhtälöstä

$$f'' = -\kappa = -\frac{M}{EI} = -\frac{M}{E_0 I_m}$$

Yhdestä materiaalista tehdyn palkin differentiaaliyhtälö on

$$f'' = -\kappa = -\frac{M}{E \cdot I}$$

Koska liittorakenteen ja homogeenisen palkin differentiaaliyhtälöt ovat vakiotekijää  $(EI)$  vaille samat, ovat niiden ratkaisutkin eli taipumat vakiotekijää  $(EI)$  vaille samat.

∴ Kaikki tunnetut taipumalle johdetut kaavat pitävät paikkansa, kunhan vain tulo  $E \cdot I$  korvataan taivutusjäykkyydellä  $(EI)$  tai  $E_0 I_m$ .

Esim. taipuma tasaisesta kuormasta  $q$  on  $f = \frac{5 qL^4}{384 (EI)}$

Vastaavasti palkin pituuden muutos pp-akselilla voidaan laskea yksimateriaalisen palkin kaavoista korvaamalla tulo  $E \cdot A$  aksiaalilla jäykkyydellä  $(EA)$  tai  $E_0 A_m$ .

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

14

### Leikkausrasitus teknisen taivutusteorian mukaan

Tarkastellaan I-palkin leikkausrasitusta kuvan 13 mukaisessa rajapinnassa ABCD. Indeksit  $j$  viittaavat rajapinnan yläpuolisiin ja indeksit  $k$  sen alapuolisiin osiin.

Huom. Rajapinnan ei tarvitse olla vaakasuora.

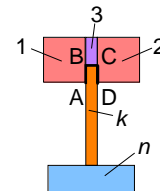
Normaalijännityksen muutos  $\Delta\sigma$  matkalla  $\Delta x$  on

$$\Delta\sigma \approx \frac{d\sigma}{dx} \Delta x$$

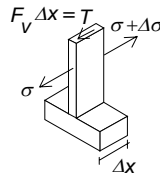
Piirretään leikkauksen ABCD alapuolisesta osasta vapaakappalekuvio, jonka pituus on  $\Delta x$ . Kuvasta 14 saadaan leikkauksessa vaikuttavalle vaakavoimalle  $T$  ja leikkauksuolle  $T/\Delta x$  ehto (vaakavoimien tasapaino)

$$F_v \Delta x = T = \int_{A_{ala}} \sigma dA = \sum_k \int_{A_k} \frac{d\sigma_k}{dx} \Delta x dA = \Delta x \sum_k \int_{A_k} \frac{d\sigma_k}{dx} dA$$

$$F_v = \frac{T}{\Delta x} = \sum_k \int_{A_k} \frac{d\sigma_k}{dx} dA \quad k \text{ kulkee vain ABCD:n alapuolisten osien indeksit}$$



Kuva 13.



Kuva 14.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

15

$$\frac{d\sigma_k}{dx} = E_k \left[ \frac{1}{EA} \frac{dN}{dx} + \frac{1}{EI} \frac{dM}{dx} y \right] = E_k \left[ \frac{1}{EA} \frac{dN}{dx} + \frac{V}{EI} y \right]$$

(Momentin  $M$  derivaatta = leikkausvoima  $V$ )

Jos normaalivoima  $N$  on vakio  $x$ :n suhteen:  $\frac{d\sigma_k}{dx} = E_k \frac{V}{EI} y$

$$F_v = \sum_k \int_{A_k} E_k \frac{V}{EI} y dA = \frac{V}{EI} \sum_k E_k \int_{A_k} y dA = \frac{V}{EI} (ES)_{ala} = -\frac{V}{EI} (ES)_{ylä}$$

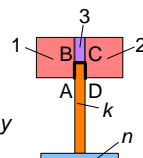
$$(ES)_{ala} = \sum_k E_k \int_{A_k} y dA = \sum_k E_k A_k y_{pp,k}$$

$$(ES)_{ylä} = \sum_j E_j \int_{A_j} y dA = \sum_j E_j A_j y_{pp,j}$$

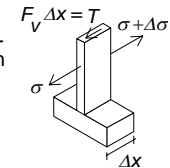
$k$  kulkee ABCD:n alaja  $j$  yläpuolisten osien indeksit

Kun leikkauspinta on vaakasuora ja sen leveys on  $b$ , saadaan leikkauksjännitys

$$\tau = \frac{T}{b \Delta x} = \frac{F_v}{b} = \frac{(ES)_{ala} V}{(EI) b} = -\frac{(ES)_{ylä} V}{(EI) b}$$



Kuva 13b.



Kuva 14b.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

16

### Esimerkki

Kuvan 15 jännitetyn, yksiaukkoisen betonipalkin jänneväli on 12 m. Lasse tasaisesta viivakuormasta 1 kN/m aiheutuva leikkausvuo palkin suunnassa leikkauksissa A – B ja B – E etäisyydellä 1 m tuelta.

Lasketaan bruttopoikkileikkauksen mukaan  $\Rightarrow$  homogeeninen betonipoikkileikkaus

$$h_{pp} = 400 \text{ mm} \quad y_{pp,ABCD} = -300 \text{ mm}$$

$$I = 400 \cdot 800^3 / 12 - 300 \cdot 400^3 / 12 = 1,76 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

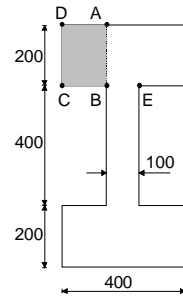
$$A_{ABCD} = 200 \cdot 150 = 3,0 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$V = (5 \text{ m}) \cdot (1 \text{ kN/m}) = 5 \text{ kN}$$

$$F_{v,AB} = -\frac{V}{(EI)} (ES)_{yB} = -\frac{5000}{E \cdot 1,76 \cdot 10^{10}} E \cdot 3,0 \cdot 10^4 \cdot (-300) = 2,55 \text{ N/mm} = 2,55 \text{ kN/m}$$

$$\text{Leikkaus B – E: } F_{v,BE} = -\frac{5000}{E \cdot 1,76 \cdot 10^{10}} E \cdot 8,0 \cdot 10^4 \cdot (-300) = 6,82 \text{ kN/m}$$

$$\tau_{BE} = (6,82 \text{ kN/m}) / (0,1 \text{ m}) = 0,0682 \text{ MPa}$$



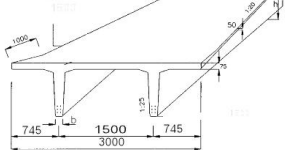
Kuva 15.

## JÄNNITETYT RAKENTEET

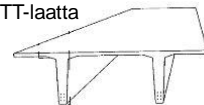
### Suomessa yleisiä jännitettyjä rakenteita

- Ontelolaatta
- TT-laatta ja HTT-laatta (harja-TT-laatta)
- I-palkki ja HI-palkki (harja-I-palkki)
- Leukapalkki
- Kuorilaatta
- Kotelopalkkisilta
- Pilarilaatta
- Ratapölkky

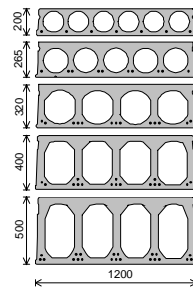
### Harja-TT-laatta



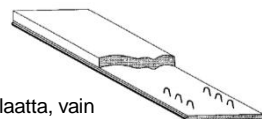
### TT-laatta



### Ontelolaattoja

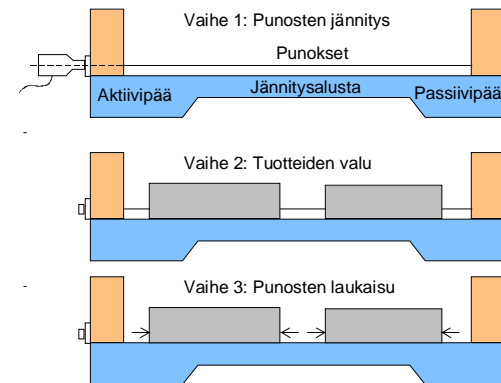


Kuorilaatta, vain alaosa jännitetty



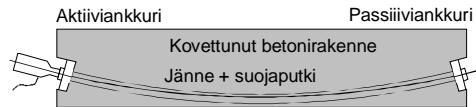
Kuva 16. Esimerkkejä jännitetystä laattaelementeistä

### Tartuntajänteet



Kuva 17. Leskelän [BY210] mukaan.

## Ankkurijänteet



Kuva 18. Leskelän [BY2 10] mukaan.

- (Asennetaan jänne suojaputken sisään)
- Suojaputki asennetaan muottiin ja valetaan betoni
- (Asennetaan jänne suojaputken sisään)
- Betonin kovettuttua riittävästi jännitetään jänteet
- Injektoidaan suojaputken ja janteen välinen tila umpeen (Poikkeus: tartunnattomat jänteet, joita ei injektoida)

## Terminologiaa

- **Jänne:** Lanka, punos, tanko tai näistä muodostettu kokonaisuus, joka jännitetään yhdellä kertaa ja jota laskennassa käsitellään yhtenä rakenneseosana
- **Esijännittäminen:** Jänteet kiristetään ensin ja betoni valetaan niiden ympärille
- **Jälkijännittäminen:** Jänteet kiristetään betonin kovettumisen jälkeen
- **Jännittäminen:** Joko esi- tai jälkijännittäminen
- **Tartuntajänne:** Jänne ankkuroituu betoniin janteen ja betonin välisellä tartunnalla ilman erillisiä ankkurikappaleita, tyypillinen esijännityksessä
- **Ankkurijänne:** Jänne kiinnittyy päistään betoniin erityisten ankkurikappaleitten välityksellä, tyypillinen jälkijännityksessä
- **Injektointi:** Paineen avulla tapahtuva suojaputken ja sen sisältämän jänneraudoituksen välisen tilan täyttäminen sementtipitoisella, hienorakeisella massalla
- **Tartunnallinen jänne:** Joko tartuntajänne tai injektioitu ankkurijänne
- **Tartunnaton jänne:** Injektioimaton ankkurijänne
- **Osittainen jännittäminen:** Käytetään sekä jänneteräksiä että normaalia betoniraudoitusta ja/tai käyttötilassa sallitaan halkeilu
- **Aktiivinen raudoitus:** Jännitetty raudoitus
- **Passiivinen raudoitus:** Jännittämätön raudoitus

## Miksi jännitetään?

- Käytön aikaisen halkeilun estäminen, kun tavoitteena on esim.
  - Säilyvyys (esim. pysäköintilaitokset)
  - Vesitiiviyys (vesisäiliöt)
  - Kaasutiiviyys (ydinvoimalan suojakuori)
  - Taipumien pienentäminen
  - Keveys, materiaalisäästöt
  - Esteettisyys
- Työn aikaisen halkeilun estäminen (esim. paalut)
- Telinekustannusten vähentäminen (kuorilaatat, segmenttisillat)
- Valmistustekniikan helpottaminen (esim. ontelolaatat, raudoitus tarvitsee kiinnittää vain päistään)

## Tartuntajännepalkin analysointi käyttötilassa

(Jännityshäviöt oletetaan aluksi nolliksi)

**Vaihe I: Jännettä** vedetään voimalla  $P$ . Teräsjännitys on

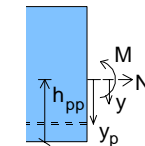
$$\sigma_{p0} = \frac{P}{A_p} \quad (\text{alkujännitys}) \quad n = \frac{E_p}{E_c}$$

**Vaihe II: (Betoni kovettunut):** Jänne laukaistaan eli vetokohtaan asetetaan  $P$ :n vastavoima, joka kuormittaa

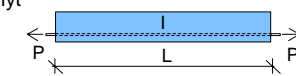
**koko** poikkileikkaukselta. Jännitykset ovat nyt

$$\sigma_{c,P} = 0 + \frac{-P}{A_m} + \frac{-Py_p}{I_m} y \quad (\text{betoni})$$

$$\sigma_{p,P} = \sigma_{p0} + n \left( \frac{-P}{A_m} + \frac{-Py_p}{I_m} y_p \right) \quad (\text{teräs})$$



Kuva 19.



Kuva 20.

$A_p$  on punoksen poikkileikkauksala.  $E_p$  on janteen ja  $E_c$  betonin kimmo-  
moduuli,  $A_m$  ja  $I_m$  poikkileikkauksen muunnettu ala ja jäyhysmomentti.

Jännevoiman laukaisu aiheuttaa siis saman muutoksen palkin jännitystilaan kuin jänneen vetokohtaan asetettu ulkoinen puristava voima.

**Vaihe III:** Omasta painosta  $g$  ja ulkoisesta kuormasta  $q$  aiheutuvat betonijännitys  $\sigma_{c,g+q}$  ja teräsjännitys  $\sigma_{p,g+q}$  ovat

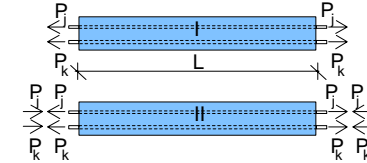
$$\sigma_{c,g+q} = \frac{M_{g+q}}{I_m} y \quad \sigma_{p,g+q} = n \frac{M_{g+q}}{I_m} y_p$$

$M_{g+q}$  on rakenteen omasta painosta aiheutuvan momentin  $M_g$  ja hyötykuormasta aiheutuvan taivutusmomentin  $M_q$  summa. Vaiheen III jännitykset lisätään aikaisempien vaiheiden jännityksiin.

Edellä on käytetty jännitysten laskentaan superpositioperiaatetta. Sitä sovelletaan myös, kun jänneitä on useita. Kaikkien jänneiden yhteisvaikutus on yksittäisten vaikutusten summa.

Useita jänneitä:  $P_k, A_{p,k}, E_{p,k}, y_{p,k}, n_{p,k}$  kuten edellä, mutta koskevat nyt jännettä  $k$ . Merkitään:

$$\sigma_{p0,k} = \frac{P_k}{A_{p,k}} \quad n_k = \frac{E_{p,k}}{E_c}$$



Kuva 21.

$$\sigma_{c,P} = 0 + \frac{-\sum_j P_j}{A_m} + \frac{-\sum_j P_j y_{p,j}}{I_m} y \quad (\text{betoni})$$

$$\sigma_{p,k,P} = \sigma_{p0,k} + n_k \left( \frac{-\sum_j P_j}{A_m} + \frac{-\sum_j P_j y_{p,j}}{I_m} y_{p,k} \right) \quad (\text{teräs})$$

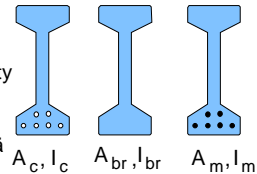
### Kommentteja

1. Jännityshäviöt otetaan huomioon siten, että pienennetään esijännitysvoimaa yo. kaavoissa häviöitä (viruma, kutistuma, relaksaatio) vastaavasti eli  $P$  korvataan  $\beta P$ :llä,  $\beta < 1,0$ .

2.  $P$  tai  $P_k$  tarkoittaa jännevoimaa (esijännitysvoimaa) **ennen** laukaisua. Laukaisun aikana jänneteräksen jännitys pienenee kimmoisen muodonmuutoksen seurauksena, mutta **tämä ei ole jännityshäviö** eikä sen takia saa mennä alentamaan esijännitysvoimaa yo. kaavoissa. Sen sijaan yo. kaavojen avulla voidaan laskea kimmoisen muodonmuutoksen suuruus.

3. Anglosakit käyttävät **muunnettujen** poikkileikkaussuureiden sijasta usein **brutto**suureita, jotka saadaan otaksumalla myös teräs betoniksi (kuva 22). Tavanomaisissa rakenteissa näin tehty virhe (voimat eivät ole täysin tasapainossa) on suhteellisen pieni ja yleensä varmalla puolella.

**Netto**poikkileikkausta (pelkkä betoni) voi käyttää lähinnä ankkurijänneiden jännittämävaiheen analysointiin.



Kuva 22. Netto-, brutto- ja muunnettu pl.

4. Bruttosuureet soveltuvat hyvin alustavaan mitoitukseen, koska silloin ei raudoituksen määrää ja sijaintia tunneta tarkasti.

5. Esijännityksen suuruus ei vaikuta rakenteen jäykkyyteen.

6. Edellä johdetut jännityskaavat soveltuvat käyttötilan jännitysten laskentaan halkeilemattomassa tilassa sekä halkeaman muodostumista vastaavan rasitustilan määrittämiseen.

7. Esitetyt laskentamenetelmät soveltuvat sellaisinaan vain suorille jänneille ja staattisesti määrättyille rakenteille.

8. Tartuntajänneen jännevoima on nolla palkin päässä ja kehittyä tietyllä matkalla täyteen arvoonsa. Matkan pituus riippuu mm. jänneen tartuntaominaisuuksista, betonista ja punoksen korkeusasemasta. Tämä otetaan huomioon laskettaessa tuen lähellä esiintyviä jännityksiä. Toisinaan poistetaan tartunta osasta jänneitä palkin päästä alueelta halkaisujännitysten rajoittamiseksi. Taipumia ja palkin keskialueen jännityksiä laskettaessa oletetaan kuitenkin jännevoiman kohdistuvan palkin päähän.

## Taipumat

Käyttötilan taipumat lasketaan kuten liittopalkille, jota kuormittaa epä-keskinen puristava normaalivoima  $P$ . Siis: taipuman  $w$  2. derivaatta on

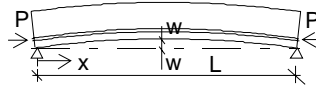
$$w'' = -\kappa = -\frac{M}{EI} = -\frac{M}{E_0 I_m}$$

Erityisesti esijännitysvoiman  $P$  aih. taipuman 2. derivaatta on

$$w_p'' = -\kappa = -\frac{M}{E_0 I_m} = -\frac{P y_p}{E_0 I_m} = \frac{P y_p}{E_0 I_m} \Rightarrow w_p = \frac{1}{2} \frac{P y_p}{E_0 I_m} x^2 + Cx + D$$

Esim. kuvan 23 palkille saadaan Jos  $(E_0 I_m)$  vakio ja  $y_p$  vakio  
 $w_p(0) = w_p(L) = 0 \Rightarrow D = 0$  ja

$$C = -\frac{1}{2} \frac{P y_p}{E_0 I_m} L \Rightarrow w_p = \frac{1}{2} \frac{P y_p}{E_0 I_m} (x^2 - Lx)$$



Kuva 23.

Jänteen keskellä:  $w_p = -\frac{1}{8} \frac{P y_p}{E_0 I_m} L^2 = +\frac{1}{8} \kappa L^2$

(vrt. Mohrin analogia)

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

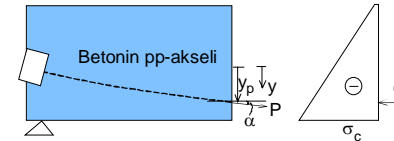
29

## Ankurijännepalkin analysointi käyttötilassa

(Jännityshäviöt oletetaan aluksi nolliksi)

Tarkastellaan pelkän esijännityksen vaikutusta vapaakappalekuviioon, joka muodostuu yksinkertaisen palkin toisesta päästä jälkijännityksen jälkeen, mutta ennen injektointia, vrt. kuva 24. Jännevoima on  $= P$ .

Kuva 24.



Ulkoiset vaakavoimat  $= 0 \Rightarrow$  betonin puristusresultantti  $C = P \cos \alpha \approx P$

Ulkoisen momentin on  $= 0 \Rightarrow C$  ja  $P$  vaikuttavat samalla kohdalla  $\Rightarrow$

$$\sigma_c = \frac{-C}{A_c} + \frac{-C y_p}{I_c} y = \frac{-P}{A_c} + \frac{-P y_p}{I_c} y \quad (A_c < A_{br} < A_m \text{ ja } I_c < I_{br} < I_m)$$

Huom 1:  $\sigma_c$  riippuu vain  $P$ :stä ja  $P$ :n sijainnista.

Huom 2: Tulos ei ole voimassa staattisesti määräämättömille palkeille.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

30

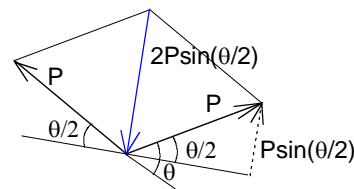
Yleisempi ratkaisu löydetään tarkastelemalla jännettä vapaakappaleena, johon betoni kohdistaa tiettyjä voimia. Määritetään nämä voimat. Sen jälkeen tarkastellaan puolestaan betonia vapaakappaleena, johon jänteen voimille vastakkaisuuntaiset voimat kohdistetaan (Newtonin III laki). Jänteen suuntaiset voimat (kitka) oletetaan aluksi nolliksi ankkurointivoimia lukuunottamatta.

Suoraan jänteeseen katsotaan vaikuttavan vain ankkurointivoimat jänteen päissä.

Kun jänteen suunta muuttuu kulman  $\theta$  verran (kuva 25), tarvitaan kulman  $\theta$  puolittajan suuntainen voima  $2P \sin(\theta/2)$  tasapainottamaan eri suuntiin vetävät voimat  $P$ .

Kun  $\theta$  on pieni, on

$$2P \sin(\theta/2) \approx 2P(\theta/2) = P\theta$$

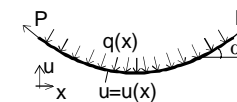


Kuva 25.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

31

Kaarevaa jännettä varten käytetään kuvan 26 merkintöjä. Pyritään määrittämään voimajakauma  $q(x)$ .



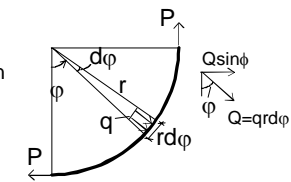
Kuva 26.

Jänteen päihin vaikuttaa jänteen suuntainen voima  $P$  (ankkurit). Päiden välillä on (ei kitkaa) vain jänteeseen nähden kohtisuoria, poikittaisia voimia  $q(x)$  eli ohjausvoimia.

Erikoistapaus 1. Ympyränmuotoinen jänne, tasainen  $q$ . Kuvan 27 merkinnöin antaa vaakavoimien tsp.:

$$P = \int_0^{\pi/2} q r \sin \phi d\phi = \dots = q r, \text{ josta}$$

$$q = \frac{P}{r}$$



Kuva 27.

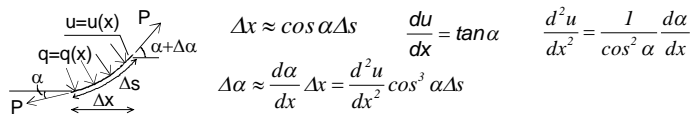
Tällä pintaa vastaan kohtisuoralla voimalla siis jänne betonia puristaa.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

32



Kuvassa 28 on vapaakappalekuvio mielivaltaiselle kaarenpätkälle  $u=u(x)$ .



Kuva 28.

$\Delta x \approx \cos \alpha \Delta s$      $\frac{du}{dx} = \tan \alpha$      $\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{d\alpha}{dx}$   
 $\Delta \alpha \approx \frac{d\alpha}{dx} \Delta x = \frac{d^2 u}{dx^2} \cos^3 \alpha \Delta s$

Vaakavoimien tasapaino  $\Rightarrow P \cos \alpha \approx q \Delta s \sin \alpha + P \cos(\alpha + \Delta \alpha)$

$$q \Delta s \sin \alpha = -P [\cos(\alpha + \Delta \alpha) - \cos \alpha] = \Delta \alpha \cos^3 \alpha \frac{d^2 u}{dx^2} \Delta s \quad \text{jos } \sin \alpha \neq 0$$

$$\Delta \alpha \rightarrow 0: \quad q \Delta s \sin \alpha \approx -P \left[ \frac{\cos(\alpha + \Delta \alpha) - \cos \alpha}{\Delta \alpha} \right] \cos^3 \alpha \frac{d^2 u}{dx^2} \Delta s$$

Tulos:  $q = P \cos^3 \alpha \frac{d^2 u}{dx^2}$     Kun  $\alpha$  on pieni:  $q \approx P \frac{d^2 u}{dx^2}$

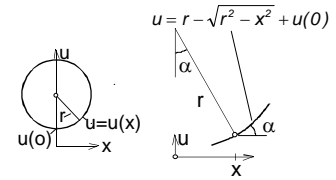
Sama tulos saadaan pystyvoimien tasapainoehdosta, kun  $\sin \alpha = 0$ .

Esim. Ympyrän kaari, kuva 29:

$$q = P \cos^3 \alpha \frac{d^2 u}{dx^2} = \dots$$

$$= P \cos^3 \alpha \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{x^2}{(\sqrt{r^2 - x^2})^3} \right)$$

$$= P \cos^3 \alpha \left( \frac{1}{r \cos \alpha} + \frac{r^2 \sin^2 \alpha}{(r \cos \alpha)^3} \right) = \frac{P}{r}$$



Kuva 29.

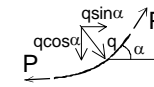
Erikoistapaus 2. Paraabeli  $u=ax^2+bx+c$

$$q = P \cos^3 \alpha \frac{d^2 u}{dx^2} = 2Pa \cos^3 \alpha$$

$q$ :n pystykomponentti  $q_v$  ja vaakakomponentti  $q_h$  (kuva 30) ovat

$$q_v = 2Pa \cos^4 \alpha \quad q_h = 2Pa \cos^3 \alpha \sin \alpha$$

Kun  $\alpha$  on pieni:  $q_v \approx q \approx 2Pa$      $q_h \approx 0$



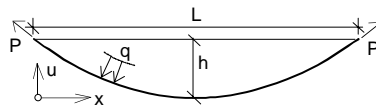
Kuva 30.

Paraabelien  $u = ax^2+bx+c$  ja  $v = u+(kx+t)^2$ . derivaatat ovat samat, joten jos paraabelin muotoisen jänteen geometriaan tehdään lineaarinen muutos,  $q$  muuttuu vain termin  $\cos^3 \alpha$  vaikutuksesta. Myös  $q$ :n suunta muuttuu hieman. Näitä muutoksia ei yleensä oteta huomioon mitoituksessa, koska käytännön rakenteissa  $\cos \alpha$  on useimmiten riittävällä tarkkuudella  $= 1,0$ . Lineaarinen muutos jännegeometriaan vaikuttaa selvemmin jännevoimasta aiheutuviin tukireaktioihin. Tämä voi vaikuttaa tukien mitoitukseen.

Kuvan 31 esittämän paraabelin yhtälö on

$$u = \frac{4h}{L^2} \left( x - \frac{L}{2} \right)^2$$

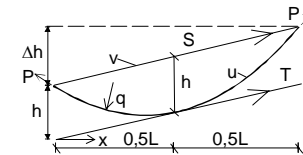
$$q_v \approx q = P \frac{d^2 u}{dx^2} \cos^3 \alpha$$



Kuva 31.

$$q = 2 \cdot P \frac{4h}{L^2} \cos^3 \alpha = \frac{8Ph}{L^2} \cos^3 \alpha \approx \frac{8Ph}{L^2}$$

Jos paraabelijänteen päät ovat eri korkeudella (kuva 32), asetetaan tangentti  $T$ , joka on jänteen päiden yhdistysjanan  $S$  suuntainen. Sen ja yhdistysjanan pystysuora välimatka olkoon  $h$ . Myös tällöin on edellinen kaava voimassa.



Kuva 32.

**Perustelu:** Muutetaan yhdistysjанаa ja paraabelia lineaarisesti niin, että oikeaa päätä lasketaan pään korkeuseron  $\Delta h$  verran vasemman pään pysyessä paikallaan.  $h$  ei muutu. Myöskään  $q$  ei muutu, koska lineaarinen muutos ei muuta käyrän toista derivaattaa.

Sama matemaattisemmin, kun  $u$  on kuvan 32 mielivaltainen paraabeli:

$$S: v = (\Delta h/L)x + h$$

$$u = ax^2 + bx + h$$

$$u(L) = aL^2 + bL + h = h + \Delta h$$

$$\Delta h/L = aL + b$$

$$u' = 2ax + b$$

$$u'' = 2a$$

$$u'(L/2) = 2aL/2 + b = aL + b = v'$$

$$w = u - v = ax^2 + bx - (aL + b)x$$

$$w' = 2ax + b - (aL + b) = 0 \Leftrightarrow x = L/2$$

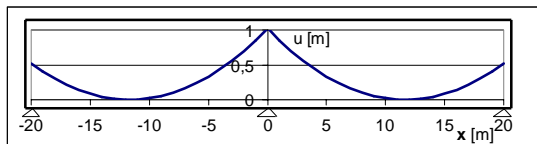
$$\text{Siis: } w_{\max} = w(L/2) = h$$

Ts. suurin pystysuora etäisyys paraabelista sen päiden väliseen yhdistysjanaan saavutetaan keskikohdalla.

**Esim.** Kuvan 33 kaksiaukkoinen palkki.  $L=20\text{ m}$ ,  $P = 1\text{ MN}$ .

$$u = (0,0075\text{ m}^{-1})(x-L/2)^2 - 0,025x + 0,25\text{ m}$$

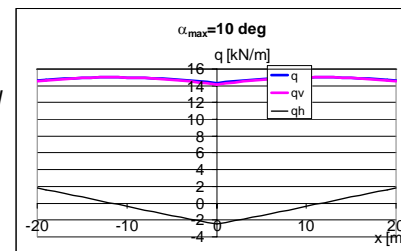
$$q = u'' = 2P(0,0075\text{ m}^{-1})\cos^3\alpha = (15\text{ kN/m})\cos^3\alpha$$



Kuva 33.

$q$  sekä sen vaaka- ja pystykomponentit  $q_h$  ja  $q_v$  on esitetty kuvassa 34. Vaikka  $|\alpha_{\max}| = 9,9^\circ$  eli ei mitenkään pieni (palkin korkeus on  $> L/20$ ), on  $q_v$  ja  $q_h$  ero mitätön.  $q_v$  on tukien lähellä selvästi pienempi kuin kentän keskiosissa, mutta tällä ei ole taipumia ja jännityksiä ajatellen juuri merkitystä. Tuen lähellä olevat kuormat eivät tunnetusti vaikuta läheskään yhtä paljon taipumiin ja taivutusjännityksiin kuin lähellä kentän keskustaa olevat kuormat.

$q_h$ :n avulla lasketaan, että etäisyydellä 9 m palkin päästä vaikuttaa ulospäin vaakavoima  $H = 0,5 \times (9\text{ m}) \times (1,8\text{ kN/m}) = 8\text{ kN}$  eli 0,8%  $P$ :stä. Muualla  $q_h$ :n vaikutus on vielä pienempi, joten se voidaan kokonaan unohtaa.



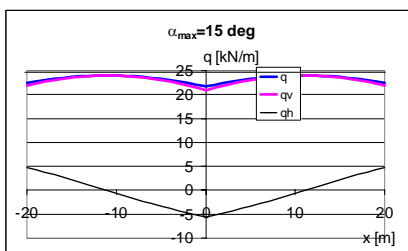
Kuva 34.

Taulukko 1 ja kuvat 35 – 36 esittävät, miten käy, kun kuvan 33 palkkia korotetaan ja jyrkennetään paraabelijänteitä. Kun  $\alpha_{\max} = 20^\circ$ ,  $q$ :n approksimointi  $q_{\max}$ :n suuruisella  $q_v$ :llä aiheuttaa jo havaittavan virheen sekä vaakavoimaan että momenttijakaumaan. Lisäksi approksimaatio yliarvioi  $P$ :n hyödyn eli on epävarmalla puolella.

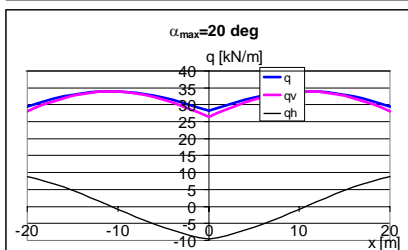
Taulukko 1.

$\alpha_{\max}$ deg	$h$ mm	$q_{v,\min}/q_{\max}$	$H/P$
10	0,75	0,94	0,008
15	1,22	0,87	0,022
20	1,70	0,78	0,041

Kuva 35.



Kuva 36.



**Siis:** Jos paraabelin muotoinen jänne muodostaa palkin suuntaisen suoran kanssa kulman  $\alpha$  ja  $-10^\circ < \alpha < +10^\circ$ , voidaan ohjausvoimat  $q$  otaksua palkkia vastaan kohtisuoriksi ja laskea kaavasta

$$q = 2 \cdot Pa = \frac{8Ph}{L^2} \quad a = \frac{4h}{L^2} \quad h = \frac{aL^2}{4}$$

$P$  on esij.voima,  $a$  paraabelin 2. asteen termin kerroin,  $h$  paraabelin korkeus kuvan 32 mukaan ja  $L$  paraabelin kaaren palkin suuntaisen projektion pituus. Raja  $10^\circ$  on vain ohjeellinen. Suurempiakin jänteiden kaltevuuksia voidaan hyväksyä, jos muuten pidetään huolta, ettei liikimääräistyksistä ole haittaa.

Silloin kun paraabelin kaaren pituus on pieni verrattuna sen huipun kaarevuussäteeseen, voidaan paraabelia käsitellä myös **ympyränä**. Tällöin voidaan nimittäin ympyrän  $x^2 + y^2 = r^2$  yhtälö kirjoittaa muodossa

$$u = r\sqrt{1 - (x/r)^2} = r\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{r}\right)^2 + \frac{1}{2 \cdot 4}\left(\frac{x}{r}\right)^4 - \dots\right] \approx r\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{r}\right)^2\right]$$

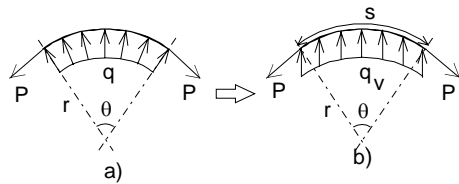
Ts. ympyrälle löytyy hyvä paraabeliapproksimaatio ja päinvastoin.

Kun kuvan 37.a mukaisen ympyrän kaaren ohjaisvoimat  $q$  korvataan pystysuorilla ohjaisvoimilla  $q_v \approx q$  kuten kuvassa 34.b, saadaan ohjaisvoimille resultantti

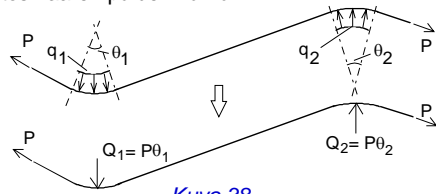
$$Q \approx q_v s \approx q s = \frac{P}{r} r \theta = P \theta$$

$\theta$  on jänteen kaltevuuden muutos kaaren päiden välillä.

Lyhyt paraabelin kaari vastaa suurella tarkkuudella lyhyttä ympyränkaarta. Edellinen tulos pätee siis myös sille. Itse asiassa voimien tasapainosta seuraa, että ohjaisvoimien resultantti on  $\theta$ :n puolittajan suuntainen ja  $= P \theta$  kaaren muodosta riippumatta. Paraabelia suositetaan laskennan helpouden takia.



Kuva 37.



Kuva 38.

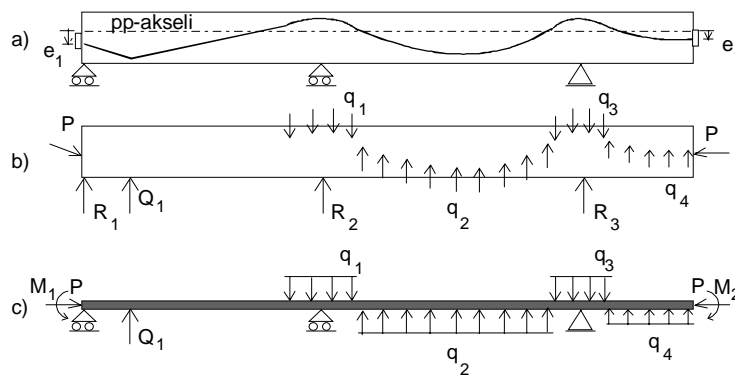
### Betonin kuormat laakean jänteen ohjaisvoimista

Edellä on esitetty, millaisia ohjaisvoimia tarvitaan pitämään yllä **jänteen** jännitystä ja geometriaa. Tätä varten jänne on kuvattu vapaakappaleena. Kääntäen voidaan ajatella palkin **betoni** vapaakappaleena, jota kuormittavat jänteen ohjaisvoimien vastavoimat. Saadaan seuraavat säännöt, kun

- $P$  on jännevoima
- $\alpha$  jänteen kaltevuuskulma ja  $\theta$  jänteen kulman muutos,
- $L$  kaaren vaakasuoran projektion pituus ja
- $h$  paraabelin korkeus kuvan 32 mukaan.

1. Ankkurivoimista aiheutuu vaakavoima  $P \cos \alpha$  ja pystyvoima  $P \sin \alpha$
2. Suorat jänteen osat eivät aiheuta poikittaisia voimia betoniin.
3. Jänteen kulmanmuutos  $\theta$  aiheuttaa pistevoiman  $Q = P \theta$  kulman puolittajan suuntaan (käytännössä kohtisuoraan palkkia vastaan).
4. Paraabelin  $u = ax^2 + bx + c$  muotoinen jänteen osa aiheuttaa pituusyksikköä kohti poikittaisen voiman  $q = 2Pa = 8Ph/L^2$ .
5. Ympyränkaari, joka on lyhyt suhteessa kaarevuussäteeseen  $r$ , aiheuttaa poikittaisen voiman  $q = P/r$ .

Esim. Kuvan 39.a palkin betonikomponentille saadaan kuva 39.b mukainen vapaakappalekuvio ja kuvan 39.c mekaaninen laskentamalli.



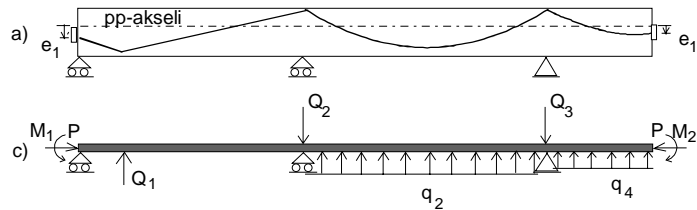
Kuva 39. a) Palkki. b) Betoni vapaakappalekuviona. c) Laskentamalli.

Jännevoimasta aiheutuvat betonin jännitykset ja muodonmuutokset voidaan nyt laskea kuin mille hyvänsä poikittaisilla ja pitkittäisillä kuormilla sekä pistemomenteilla kuormitetulle jatkuvalle palkille.

Muista kuormista aiheutuvat jännitykset ja muodonmuutokset lasketaan erikseen ja superponoidaan vastaaviin jännevoiman aiheuttamiin suureisiin.

Huom 1. Kun kuormana on jännevoima ja omapaino (tartunnattomilla kaikki kuormat) olisi tarkinta käyttää betonin nettopoikkileikkausta ( $A_c, I_c$ ). Injektoinnin jälkeisille kuormille tulisi käyttää muunnettuja poikkileikkaussuureita ( $A_m, I_m$ ). Anglosaksit käyttävät mielellään bruttopoikkileikkausta ( $A_b, I_b$ ) kaikissa tilanteissa. Näin helpotetaan laskutoimituksia ja virhe on pieni ja yleensä varmalla puolella. Bruttopoikkileikkaus sopii erityisen hyvin alustavaan mitoitukseseen.

Huom.2. Alustavassa mitoituksessa kannattaa unohtaa tuilla olevat pyöristykset ja käsitellä tuen kohdalla jännettä teräväkulmaisena, vrt. kuva 40. Sama koskee kentässä pienellä matkalla tapahtuvia kulmanmuutoksia.



Kuva 40. Kuvan 39 yksinkertaistus alustavaa mitoitusta varten.

Esim. (Lin&Burns) Lasketaan taipumat heti jännittämisen jälkeen kuvan 41 palkille jännevoimasta  $P$  ja omasta painosta  $g$ . Jänne on paraabelin muotoinen. Lähtötietoja:

$E_c = 28 \text{ GPa}$  (betonin kimmomoduuli)  
 $\sigma_{p0} = 965 \text{ MPa}$  (esijännitys alussa)  
 $A_p = 780 \text{ mm}^2$  (jänneen poikkileikkausala)  
 $g = 3,25 \text{ kN/m}$  (omapaino)

Saadaan:  
 $I = \frac{300 \cdot 450^3}{12}$   
 $= 2,278 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$

$$P = (965 \text{ MPa}) \cdot (780 \text{ mm}^2) = 752,7 \text{ kN}$$

Paraabelin korkeus on

$$h = 150 \text{ mm}$$

$$M_0 = (752,7 \text{ kN}) \cdot (25 \text{ mm}) = 18,82 \text{ kNm}$$

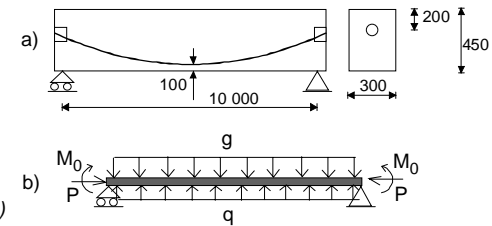
Tas. kuorma jänneestä:  $q = \frac{8Ph}{L^2} = \frac{8 \cdot 752,7 \text{ kN} \cdot 150 \text{ mm}}{(10 \text{ m})^2} = 9,03 \text{ kN/m}$

Taipuma  $q$ :sta ja  $g$ :stä:

$$w_{q+g} = \frac{5}{384} \cdot \frac{(g-q)L^4}{EI} = -\frac{5 \cdot (3,25 \text{ kN/m} - 9,03 \text{ kN/m}) \cdot (10 \text{ m})^4}{384 \cdot (28 \text{ GPa}) \cdot (2,278 \cdot 10^8 \text{ mm}^4)} = -11,8 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma } M_0\text{:sta: } w_{M_0} = \frac{1}{8} \cdot \frac{M_0 L^2}{EI} = \frac{(18,82 \text{ kN/m}) \cdot (10 \text{ m})^2}{8 \cdot (28 \text{ GPa}) \cdot (2,278 \cdot 10^8 \text{ mm}^4)} = 3,7 \text{ mm}$$

$$\text{Nettotaipuma: } w = -11,8 \text{ mm} + 3,7 \text{ mm} = -8,1 \text{ mm}$$



Kuva 41.

### Kuorman tasapainottaminen (Lin)

Jos jännevoiman suuruus ja jänneen geometria valitaan sopivasti, jännevoimasta aiheutuvat poikittaiset kuormat kumoavat ulkoisen poikittaisen kuorman vaikutukset. Samoin palkin päissä olevat pistemomentit voidaan toisinaan kumota epäkeskisen jännevoiman aiheuttamalla vastakkais-suuntaisella momentilla. Tätä sanotaan *kuorman tasapainottamiseksi*.

Täydellisessä tasapainottamisessa palkki pysyy täysin suorana, ja sitä rasittaa keskeinen puristus.

Esim. Kuvan 41 palkissa minkään tasaisen kuorman tasapainottaminen ei onnistu täysin, koska mikään tasainen kuorma ei pysty kumoamaan päätymomenttien vaikutusta.

Esim. Kuvan 42 palkissa päätymomentit ovat nollia. Etsitään tasainen kuorma  $g$ , jonka jännevoima tasapainottaa.

$$P = 752,7 \text{ kN}$$

Kuva 42.a  $\Rightarrow$

$$h = 125 \text{ mm}$$

$$q = 8Ph/L^2$$

Kuva 42.b  $\Rightarrow$

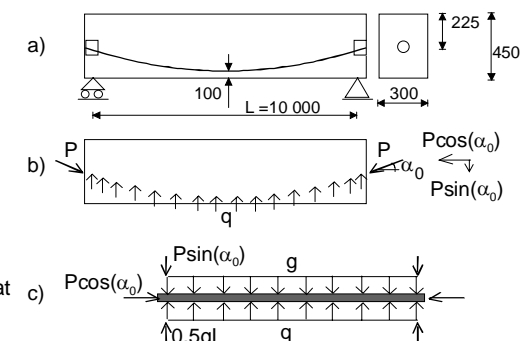
$$P \sin(\alpha_0) = 0,5qL$$

Kuva 42.c  $\Rightarrow$  kun asetetaan  $g = q$  ovat kaikki pystyvoimat tasapainossa:

$$q = 8Ph/L^2$$

$$g = q = \frac{8 \cdot (752,7 \text{ kN}) \cdot (125 \text{ mm})}{(10 \text{ m})^2} = 7,53 \text{ kN/m}$$

Tämä ylittää huomattavasti oman painon  $3,25 \text{ kN/m}$ .



Kuva 42. a) Palkki. b) Jännevoiman vaikutus betoniin. c) Kaikki betoniin kohdistuvat voimat.

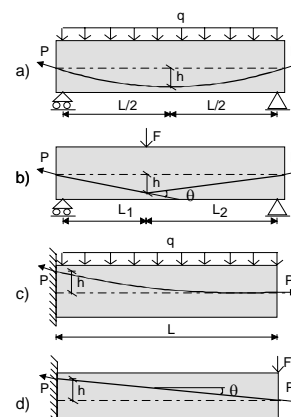
Kaikki edellä esitetyt säännöt ohjausvoiman kanssa ekvivalentista kuormituksesta voidaan kääntää niin, että jos jokin jännevoima ja geometria aiheuttavat tietyn ohjausvoiman, tätä ohjausvoimaa vastaava kuorma tasapainottuu vastaavalla jänteellä. Esimerkiksi:

Pistekuorma  $F$  (kuva 43.b): jännevoima  $P$  ja kaltevuudenmuutos  $\theta$  valitaan niin, että  
 $P\theta = F$

Tas. kuorma  $p$  (kuva 43.a):  $P$  ja paraabelin korkeus  $h$  valitaan niin että  
 $8Ph/L^2 = p$

Päätymomentti  $M$ : jännevoima  $P$  ja ankkurin korkeusasema  $y_a$  valitaan niin, että  
 $Py_a = M$

Ulokepalkin päässä pystyvoima  $F$  (kuva 43.d): valitaan suora jänne ja sille  $P$  ja  $\alpha$  niin, että ankkurivoiman pystykomponentti  $P\sin\alpha$  kumoaa  $F$ :n vaikutuksen palkin päässä.



Ehto tasapainotukselle:

$$q = \frac{8 \cdot Ph}{L^2}$$

$$F = P\theta = P \left( \frac{h}{L_1} + \frac{h}{L_2} \right) = Ph \left( \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \right)$$

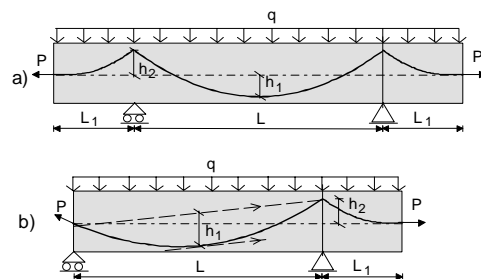
$$F = P\theta = \frac{4Ph}{L}, \text{ jos } L_1 = L_2 = L/2$$

$$q = \frac{2Ph}{L^2}$$

$$F = P \sin\theta \approx P \tan\theta = \frac{Ph}{L}$$

Kuva 43. Pistekatkoviiva kertoo pp-akselin sijainnin.

Huom: Ankkurointivoiman pystykomponenttia ei saa unohtaa, kun ankkurin alla ei ole tukea!



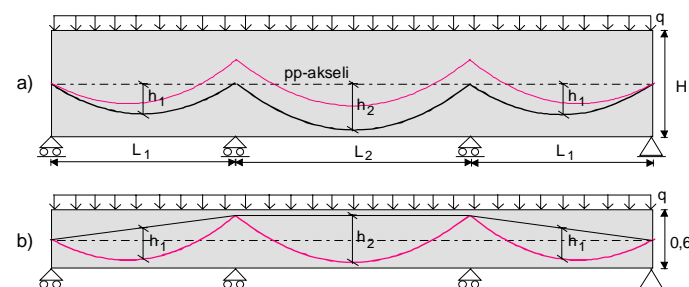
Ehto tasapainotukselle:

$$q = \frac{8 \cdot P(h_1 + h_2)}{L^2} = \frac{2 \cdot Ph_2}{L_1^2}$$

$$q = \frac{8 \cdot Ph_1}{L^2} = \frac{2 \cdot Ph_2}{L_1^2}$$

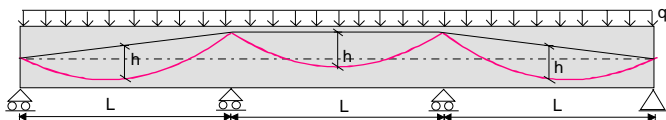
Kuva 44.

Kuvat 44.a ja 44.b osoittavat, että jopa kaksitukisissa palkeissa voi tulla tasaisen kuorman tasapainotukselle vaikeasti toteutettavia lisäehtoja. Esim. kuvan 44.a tapauksessa tehokas suorakaidepalkin käyttö edellyttäisi, että  $h_1 \approx h_2$ , jolloin  $L_1 \approx L/(2\sqrt{2})$ . Jos  $L_1$ :t ovat kiinnitettyjä, voidaan yrittää justeerata  $h_1$ - arvoja tai jopa  $P$ :tä kentittäin lisäjänteillä.



Kuva 45. Jatkuva palkki, lyhyet reunakentät.

Kuvan 46 esittämä tasajänteinen suorakaidepalkki on tasapainotettu tasaiselle kuormalle. Kun päätymomenttien välttämiseksi päätyankkurit sijoitetaan pp-akselille, jää keskikentässä janteen betonipeite huomattavasti paksummaksi ja palkin tehollinen korkeus pienemmäksi kuin reunakentissä. Ilmiö korostuu, jos keskikenttä on reunakenttiä lyhyempi.



Kuva 46. Jatkuva palkki, tasamittaiset jännevälit.

Yleensä tasapainotetaan rakenteen oman painon verran tai hieman yli. Omaan painoon voidaan laskea vain sellaiset pysyvät kuormat, jotka vaikuttavat jännittämishetkellä ja siitä eteenpäin. Muita suuria kuormia vastaan tasapainottaminen voi vaurioittaa rakennetta jo jännitettäessä.

Jos rakenteen omapaino lisääntyy vaiheittain (esim. sillanrakennuksessa), joudutaan myös tasapainottavat jänteet jännittämään vaiheittain.

Tasapainotusperiaatetta voidaan käyttää myös niin, että

1. Määritetään ohjausvoimia vastaavat ulkoiset kuormat
2. Todellisista ulkoisista kuormista vähennetään 1. kohdan kuormat
3. Vain jäljelle jäävä kuormien erotus asetetaan rakenteen poikittaiseksi kuormaksi, joka aiheuttaa taivutus- ja leikkausrasituksia. Esijännitysvoima  $P$  aiheuttaa lisäksi puristusrasituksia.

Esim. Palkin omapaino on 10 kN/m ja hyötykuorma 15 kN/m.

Jos jännevoima tasapainottaa kuorman 11 kN/m ja päätyankkurit ovat pp-askelilla, lasketaan rakenteen taivutusrasitukset ja taipumat

- omasta painosta ja jännevoimasta kuormalle  
10 -11 kN/m = -1 kN/m (ylöspäin)
- omasta painosta, jännevoimasta ja hyötykuormasta kuormalle  
15+(-1) kN/m = 14 kN/m (alaspäin).

Jännityksiä laskettaessa superponoidaan betonin taivutusjännityksiin aksiaalisesta puristuksesta aiheutuva jännitys  $-P/A$ .

### Jännevoiman aiheuttama primääri- ja sekundaärimomentti

Aiemmin on todettu, että staattisesti määrättyssä palkissa jännevoiman  $P$  aiheuttama momentti  $M_P = -Py_P$ , missä  $y_P$  on janteen painopisteen  $y$ -koordinaatti.

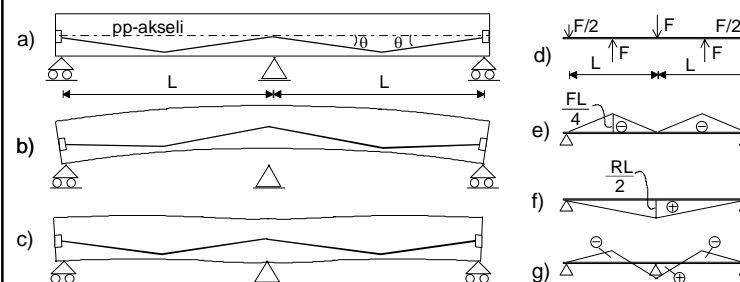
Staattisesti määräämättömässä palkissa  $P$ :n aiheuttamat taipumat eivät pääse ylimääräisten tukiehtojen takia vapaasti tapahtumaan. Siksi  $P$  aiheuttaa tukireaktioita, jotka on otettava huomioon  $M_P$ :tä laskettaessa.

Muodollisesti kirjoitetaan  $M_P = M_{P1} + M_{P2}$ , missä

$M_{P1} = -Py_P$  on (jännevoiman) primäärimomentti

$M_{P2} = M_P - M_{P1}$  on (jännevoiman) sekundaärimomentti.

Havainnollistetaan käsitteitä kuvan 47 palkin avulla. Irrotetaan palkki tuiltaan, jolloin se taipuu 47.b:n mukaan ja momenttijakauma vastaa 47.e:tä. Pistenäisiä ohjausvoimia on merkitty  $F$ :llä. Lasketaan keskkituen kohdalla ohjausvoimien (primäärimomentin) aiheuttama taipuma  $w_F$ . Merkitään keskkituen tukireaktiota  $R$ :llä ja lasketaan  $R$ :n aiheuttama taipuma  $w_R$  tuen kohdalla. Ratkaistaan  $R$  ehdosta  $w_F + w_R = 0$  ja summataan ohjausvoimien ja  $R$ :n aiheuttamat momentit. Tulos on kuvassa 47.g.



Kuva 47. a) Palkki. b) Primäärimomentin vaikutus ( $F = 2P$ ). c) Kokonaismomentin vaikutus. d) Poikittaisten ohjausvoimien aiheuttama kuormitus. e) Primäärimomentti. f) Sekundaärimomentti. g) Kokonaismomentti.

Mohrin analogialla (katso seuraava sivu):

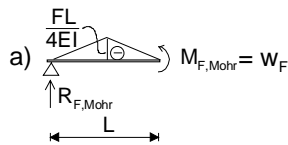
$$w_F = -\frac{FL^3}{16EI} \quad w_R = \frac{RL^3}{6EI}$$

$R$  on keskkituen tukireaktio.

$$w_F + w_R = -\frac{FL^3}{16EI} + \frac{RL^3}{6EI} = 0 \Rightarrow R = \frac{3F}{8}$$

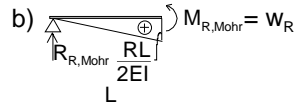
$$\text{Keskkituella: } M_P = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3F}{8} L = \frac{3FL}{16}$$

$$\text{Kentässä: } M_P = \frac{1}{2} \cdot \frac{3F}{8} \cdot \frac{L}{2} - \frac{FL}{4} = -\frac{5FL}{32}$$



$$R_{F,Mohr} = 0,5 \cdot \frac{-FL}{4EI} L = -\frac{FL^2}{8EI}$$

$$w_F = \frac{-FL^2}{8EI} \cdot \frac{L}{2} = -\frac{FL^3}{16EI}$$



$$R_{R,Mohr} = 0,5 \cdot \frac{RL}{2EI} L = \frac{RL^2}{4EI}$$

$$w_R = \frac{RL^2}{4EI} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{RL^3}{6EI}$$

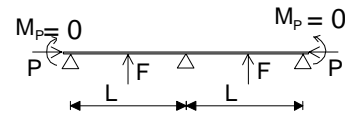
Kuva 48. Keskipöytätaimien taipuman laskenta.

a) Primäärimomentista. b) Sekundäärimomentista.

Helpommin: Määritetään betoniin kohdistuvat voimat (kuva 49). Esim. Rakentajain kalenteri antaa :

Keskituella:  $M_p = 0,188PL$   
 Kentän keskellä:  $M_p = -0,156PL$

Rak-43.3110 2011 M. Pajari



Kuva 49. P:n vaikutus betoniin ilman poikittaisvoimia tuilla.

57

## JÄNNITYSHÄVIÖISTÄ JA EI-ELASTISISTA MUUTOKSISTA

Jännityshäviöillä ymmärretään tässä kurssissa

1. jännitystyössä poikkileikkauksessa tai jännitetyn rakenteen eri osien välillä ajan mukana tapahtuvaa jännitysten uudelleenjakaantumista tai
2. jännittämisen yhteydessä esiintyviä ilmiöitä, joiden johdosta jännite voima rakenteessa jää kiristävää voimaa  $P_0$  pienemmäksi.

Jännityshäviöille on tyypillistä, että niitä esiintyy, vaikka rakenteen tuenta ja kuormitus pysyisivät vakiona. Jännityshäviöitä aiheuttavat mm.

- betonin kutistuma
- betonin viruma ja relaksaatio
- teräksen viruma ja relaksaatio
- kitkahäviöt ankkurijänteissä
- lukitushäviöt ankkurijänteissä.

Saksalaisen Trostin mukaan ei pitäisi puhua jännityshäviöistä vaan jännitysten uudelleenjakaantumisesta. Tämä on sinänsä hyvä huomautus, mutta ei valaise hyvin esim. kitkahäviöiden luonnetta.

Rak-43.3110 2011 M. Pajari

58

Edellä esitetyt jännitysten ja taipumien laskentamenetelmät antavat harhaanjohtavia tuloksia, jos jännityshäviöitä ei oteta huomioon. Yleisesti menetellään niin, että käytetään kaavoja siten muutettuna, että alkujännevoiman  $P = P_0$  (alkujännitys  $\sigma_p = \sigma_{p0}$ ) korvataan redusoidulla jännevoimalla  $\beta_L P_0$  (redusoidulla alkujännityksellä  $\beta_L \sigma_{p0}$ ). Pääperiaate on, että **ensin arvioidaan jännityshäviöt, joita sitten käytetään betonin ja teräksen jännitys- ja muodonmuutostilan laskemiseen.** Iterointia ei voi kuitenkaan aina välttää.

Erotus ( $1 - \beta_L$ ) kuvaa jännityshäviöiden suhteellista suuruutta. Pitkäaikaiset jännityshäviöt ovat tartuntajänteillä tyypillisesti luokkaa 20 - 25 %. Ankkurijänteillä häviöt voivat olla palkkirakenteissa hieman pienemmät, mutta pyöreissä rakenteissa kitkan vuoksi myös oleellisesti suuremmat.

Jännevoiman laukaisun (tartuntajänteet) tai naapurijänteen jännittämisen (ankkurijänteet) aiheuttamaa teräsjännityksen pienenemistä kimmoisen muodonmuutoksen johdosta jotkut pitävät jännityshäviönä, jotkut toiset taas eivät. Tarkastellaan asiaa esimerkkien valossa.

Esim. 1. Kuvan 50 tartuntajänteellinen kaksitukkinen palkki. Aikaisemmin (s. 24) on todettu, että kun alkujännevoima on  $P_0$

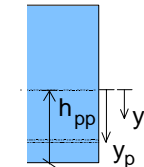
Rak-43.3110 2011 M. Pajari

59

saadaan betonin ja teräksen jännitys kaavoista

$$\sigma_{c,p} = \frac{-P_0}{A_m} + \frac{-P_0 y_p}{I_m} y \quad (\text{betoni}) \quad n = \frac{E_p}{E_c}$$

$$\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p} \quad \left| \quad \sigma_{p,p} = \sigma_{p0} + n \left( \frac{-P_0}{A_m} + \frac{-P_0 y_p}{I_m} y_p \right) \quad (\text{teräs})$$



Kuva 50.

Jännitykset saadaan suoraan  $P_0$ :n funktioita eikä kimmoisten jännityshäviöiden kautta kulkevaa välivaihetta

tarvita. Ns. "kimmoisia jännityshäviöitä" edustaa arvo  $\sigma_{p,p} - \sigma_{p0}$ , jonka lauseke on täsmälleen sama kuin ulkoisen, epäkeskisen ja  $P_0$ :n suuruisen normaalivoiman aiheuttama teräsjännityksen muutos, jota kukaan ei vielä ole keksinyt nimittää (esi)jännityshäviöksi.

Jos yo. jännitysten lausekkeissa  $A_m$  ja  $I_m$  korvataan anglosaksiseen tapaan nettosuureilla  $A_c$  ja  $I_c$  tai bruttosuureilla  $A_{br}$  ja  $I_{br}$ , tulisi kimmoiset muutokset ottaa huomioon redusoidulla  $P$ :tä laukaisusta aiheutuvaa kimmoista muodonmuutosta vastaavasti. Näin jotkut jopa tekevät. Tässä ei kuitenkaan ole järkeä, koska kimmoiset muutokset lasketaan kätevimmin juuri muunnettujen suureiden  $A_m$  ja  $I_m$  avulla.

Rak-43.3110 2011 M. Pajari

60

Vastaavasti, kun käytetään netto- tai bruttosuureita ulkoisen kuorman vaikutuksien arviointiin, tulisi myös ulkoisista kuormista aiheutuvat jännevoiman muutokset ottaa huomioon. Näin ei kuitenkaan koskaan tehdä, koska jälleen muunnettujen suureiden  $A_m$  ja  $I_m$  käyttö alun perin olisi helpompaa ja yksinkertaistuksesta saatu hyöty menetettäisiin kokonaan. Jos siis laskennan helpottamiseksi korvataan  $A_m$  ja  $I_m$  suureilla  $A_c$  ja  $I_c$  tai  $A_{br}$  ja  $I_{br}$ , sopsi unohtaa samasta syystä myös kimmoisuudesta johtuvat häviöt ja hyväksyä tästä aiheutuva (pieni) virhe.

Johtopäätökset tartuntajännepalkille:

1. Kimmoista muodonmuutosta ei kannata pitää tartuntajännepalkissa jännityshäviönä, vaikka jänteen jännitys laukaisun jälkeen muuttuu.
2. Jos halutaan laskea jännitykset laukaisun jälkeen tarkasti, käytetään muunnettuja poikkileikkaussuureita.
3. Jos halutaan laskea jännitykset laukaisun jälkeen likimäärin, voidaan käyttää poikkileikkaussuureiden brutto- tai nettoarvoja. Kimmoista muodonmuutosta ei oteta jännityshäviönä huomioon tässäkin tapauksessa, vaan hyväksytään likimääräistyksestä aiheutuva virhe.

Esim. II. Ankkurijännepalkki.

Tapaus 1: Kaikki jänteet jännitetään samanaikaisesti.

Kaikki jänteet jännitetään betonia vasten, joten mitattu jännevoima on yhtä suuri kuin betonia puristava voima. Betonin kimmoisen muodonmuutos tapahtuu ennen jännevoiman lopullista mittausta, joten se ei aiheuta jännityshäviötä.

Kun jännevoiman vaikutukset halutaan laskea mahdollisimman tarkasti, käytetään poikkileikkaussuureiden nettoarvoja (pelkkä betoni), mutta likimäärin oikeaan tulokseen päästään myös poikkileikkaussuureiden bruttoarvoilla.

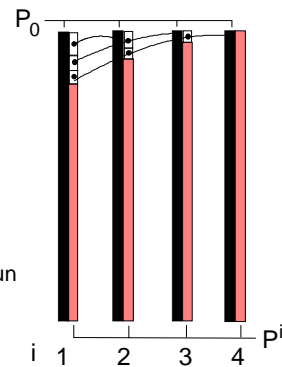
Tapaus 2: Jänteet jännitetään yksitellen.

Jos jännittämisen vaiheistus seuraa oman painon kertymistä siten, että palkkiin syntyy lähinnä aksiaalista puristusta, voidaan jännevoiman muuttumista arvioida siten että palkkia pidetään yhdistettynä puristussauvana, johon sisältyy betoniosa, aikaisemmin jännitetyt jänteet ja suojauputkien täyttölaasti niiltä osin kuin injektointi on tehty. Käytetään siis kullakin

hetkellä toimivaa poikkileikkausta, johon lisäjännittämisestä aiheutuvat muutokset lasketaan käyttäen muunnettuja poikkileikkaussuureita, tässä tapauksessa poikkileikkausalaa  $A_m$ .

Kuva 51 esittää tapausta, jossa neljä samanlaista jännettä jännitetään peräkkäin. Mustat pylväät esittävät jännevoimaa  $P$  jännitettäessä ( $= P_0$ ), punaiset ( $= P^i$ ) sitä, mihin jänteiden todellinen voima lopulta asettuu. Kunkin jänteen jännittäminen alentaa jännevoimaa vain aiemmin jännitetyissä jänteissä.

Rakenteen käyttäytymisen ratkaisee keskimääräinen jännevoima. Tätä varten riittää, kun lasketaan  $n$ -vaiheisessa jännittämisessä, paljonko  $n/2+1$ :nnen jänteen jännittäminen aiheuttaa jännevoiman muutosta edelliseen jänteeeseen. Tämä muutos  $n(n-1)/2$ -kertaisena  $\approx$  jännevoiman kokonaismuutos.



Kuva 51.

Tämä laskentasääntö kuvaan 51 sovellettuna antaa tulokseksi ( $n = 4$ ), että kun 3.:nnen jänteen jännittäminen alentaa kunkin edellisen jänteen voimaa yhden valkoisen ruudun verran, alenee jännevoima kokonaisuuudessaan  $4 \times (4-1)/2 = 6$  ruutua, mikä on myös kuvasta nähtävissä. Ruudut pienenevät jännittämisvaiheiden edistyessä, koska jänteiden lukumäärän kasvaessa myös jäykkyys kasvaa. Tästä aiheutuva virhe on kuitenkin pieni ja voidaan unohtaa kun käytetään keskimääräistä ruutua.

Miten sitten lasketaan yhden jännitysvaiheen vaikutus aikaisempien jänteiden voimaan? Tässä voidaan soveltaa muunnettuja poikkileikkauksia tai, kuten usein tehdään, bruttopoikkileikkauksia tai nettopoikkileikkauksia.

Lopullisena tavoitteena on, että saadaan selville keskimääräinen todellinen jännevoima, jonka aiheuttamat ankkurivoimat ja ohjausvoimat vaikuttavat betonista muodostuvaan vapaakappaleeseen aikaisemmin esitetyllä tavalla. Kun todellisen jänteeessä vaikuttavan voiman vaikutuksia lasketaan, olisi loogisinta käyttää nettopoikkileikkauksia, mutta bruttopoikkileikkauksien käytöstä aiheutuva virhe on taas niin pieni laskentatyön helpottumiseen verrattuna, että brutto suositaan.



Johtopäätökset ankkurijännepalkille:

1. On makuasia, pidetäänkö jänneiden kiristyksestä aiheutuvaa jännevoiman pienemistä kimmoisena jännityshäviönä. Joka tapauksessa jännevoiman vaikutusten laskentamenetelmät edellyttävät, että jännevoiman todellinen arvo tunnetaan riittävän tarkasti.
2. Kun lasketaan jännevoiman vaikutusta rakenteeseen, käytetään poikkileikkaussuureiden brutto- tai nettoarvoja. Ulkoiselle kuormalle sen sijaan voidaan käyttää muunnettuja arvoja, jos jänneiden suojaputket on injektoitu.
3. Jos palkki pysyy suorana tai lähes suorana jännittämisen ajan, voidaan kimmoisen kokoonpuristuman arviointi tehdä olettamalla muodonmuutos pelkästään aksiaaliseksi.

Yleinen huomautus jännityshäviöistä:

Taivutusmurtorajatiloiissa jännityshäviöiden vaikutus on yleensä pieni.

Betonin kokonaisvenymän komponentit

Betonin kokonaisvenymä hetkellä  $t$  on tapana esittää muodossa

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ce}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{c\Delta T}(t)$$

Tässä on

$\varepsilon_{ce}(t)$  kimmainen venymä ( $e \leftrightarrow$  elastic),

$\varepsilon_{cs}(t)$  kutistuma ( $s \leftrightarrow$  shrinkage),

$\varepsilon_{cc}(t)$  viruma ( $c \leftrightarrow$  creep),

$\varepsilon_{c\Delta T}(t) = \alpha_T \Delta T$ , lämpötilan muutoksesta  $\Delta t$  aiheutuva venymä,

$\alpha_T$  pituuden lämpötilakerroin.

Kutistuma ja lämpötilan muutos aiheuttavat betoniin jännitystilaa muutoksia vain, jos ne eivät pääse vapaasti tapahtumaan. Estäjänä voi olla esim. rauditus tai tuenta.

Lämpötilan muutosta ei käsitellä tässä kurssissa, mutta laskentaperiaatteet ovat samat kuin kutistumalle.

Betonin kutistuminen (kuva 52)

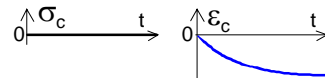
Betonissa tapahtuu kovettumisen aikana kemiallisia reaktioita, jotka aiheuttavat tilavuudenmuutoksen  $\varepsilon_{ca}$  (autogeeninen eli sisäsyntyinen tai sisäinen kutistuma).

Kuivuminen aiheuttaa kutistuman  $\varepsilon_{cd}$ . Tämän ja autogeenisen kutistuman summana saadaan betonin kutistuma

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_{cd}(t)$$

Kutistuminen hidastuu betonin vanhetessa. Sekä kutistumisen nopeus että pitkän ajan kuluessa tapahtuva kokonaiskutistuma riippuvat betonin koostumuksesta, ympäristön suhteellisesta kosteudesta (RH), rakenteen geometriasta jne.

Suunnitteluohjeissa annetaan arvoja ja kaavoja vapaan kutistuman laskemiseksi. Rakenteissa betoni ei usein pääse vapaasti kutistumaan, jolloin kutistumasta aiheutuu myös jännityksiä, jotka helposti pystyvät halkaisemaan (jännittämättömän) betonin.



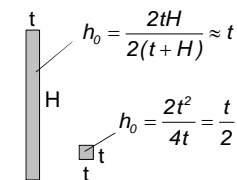
Kuva 52. Kutistuminen.

Eurokoodi 2, osa EN 1992-1-1 (lyh. EC2-1-1) antaa kuivumiskutistumaksi

$$\varepsilon_{cd}(t, t_s) = k_h \varepsilon_{cd,0} \beta_{ds}(t, t_s) = k_h \varepsilon_{cd,0} \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}} \quad [f_t, [t_s] = 1 \text{ d}]$$

Tässä on

$k_h$  parametrissa  $h_0$  (mm) riippuva kerroin, saadaan taulukosta,  
 $\varepsilon_{cd,0}$  kuivumiskutistuman loppuarvo, saadaan taulukosta tai kaavoista,  
 $t_s$  betonin ikä kuivumisen alkaessa (yleensä: jälkihoidon loppuessa),  
 $h_0$  muunnettu paksuus =  $2A_c/u$ , missä  $A_c$  on betonin pinnan ala ja  $u$  kuivumiselle alttiin pinnan piiri (vrt. kuva 53).



Kuva 53.

EC2-1-1:n mukaan autogeeninen kutistuma lasketaan kaavasta

$$\varepsilon_{ca}(t) = \varepsilon_{ca}(\infty) \beta_{as}(t) = \varepsilon_{ca}(\infty) [1 - \exp(-0,2t^{0,5})]$$

$\varepsilon_{ca}(\infty)$  on autogeenisen kutistuman loppuarvo, jolle on annettu kaava

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1} (f_{ck} - 10 \text{ MPa})$$

EC2-1-1.  $\epsilon_{cd,0}$  betonille, jonka sementti on N-luokkaa

Betoni	RH (‰)					
	20	40	60	80	90	100
C20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
C40/45	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
C60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
C80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
C90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Esim. merkintä C40/45:

Sylinterilujuus 40 MPa  
Kuutiolujuus 45 MPa

EC2-1-1. Kertoimen  $k_h$  riippuvuus muunnetusta paksuudesta  $h_0$ .

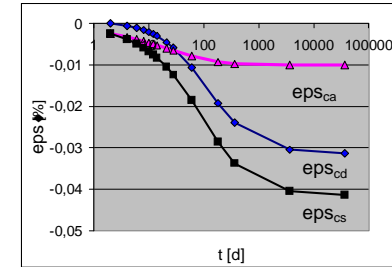
$h_0$ mm	$k_h$
100	1,00
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

Esim. Palkki  $hxb = 600 \times 300 \text{ mm}^2 \Rightarrow h_0 = 2 \times 600 \times 300 / 1800 = 200 \text{ mm}$   
ja  $k_h = 0,85$

Betoni C50/60  $\Rightarrow f_{ck} = 50 \text{ MPa} \Rightarrow \epsilon_{ca}(\infty) = 0,0001$

Sementtityyppi N ja suht. kosteus 50 %  $\Rightarrow \epsilon_{cd,0} = 0,00037$

Jälkihoito kestää 2 päivää,  $t_s = 2 \text{ d}$ .



Saadaan (kuva 54):

$$\epsilon_{cd}(\infty) = k_h \epsilon_{cd,0} = 0,00032$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{cs}(\infty) &= \epsilon_{ca}(\infty) + \epsilon_{cd}(\infty) \\ &= 0,0001 + 0,00032 \\ &= 0,00042 \end{aligned}$$

Tämä vastaa jännepunoksen  
jännityshäviötä 81 MPa (6 %),  
jos  $E_p = 195 \text{ GPa}$  ja alku-  
jännitys  $\sigma_{p0} = 1300 \text{ MPa}$

Kuva 54.

Betonin viruminen

Kun betonia kuormitetaan nopeasti hetkellä  $t_0$ , sen hetkellistä jännitystä  $\sigma_c(t_0)$  vastaa hetkellinen kimmoisen venymä

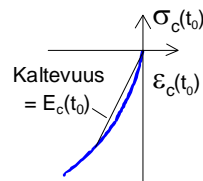
$$\epsilon_{ce}(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}$$

Kimmomoduuli  $E_c(t_0)$  (kuva 55) riippuu jännityksestä, mutta oletetaan laskennassa yleensä vakioksi.

Oletetaan, että betoni pääsee vapaasti paisumaan ja kutistumaan vakio-  
lämpötilassa. Kun jännitystä ( $\neq 0$ ) pidetään vakiona hetken  $t > t_0$   
saakka, havaitaan venymäerotus

$$\epsilon_{cc}(t) = \epsilon_c(t) - \epsilon_{ce}(t) - \epsilon_{cs}(t) \neq 0.$$

Sitä sanotaan virumaksi  $\epsilon_{cc}(t)$ . Merkitään  $\epsilon_{cc}(t) = \varphi(t, t_0) \epsilon_{ce}(t_0)$ . Tässä  
 $\varphi(t, t_0)$  on ajasta ja kuormituksesta riippuva *virumakerroin*, joka kuvaa  
viruman suhdetta kimmoiseen venymään  $\epsilon_{ce}(t_0)$ , vrt. kuva 56.

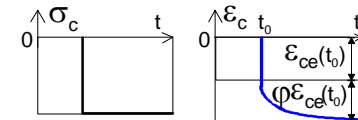


Kuva 55.

Betonin kokonaisvenymälle hetkellä  $t$  saadaan tulos

$$\epsilon_c(t) = \epsilon_{ce}(t_0) + \epsilon_{cc}(t) + \epsilon_{cs}(t) = \sigma_{ce}(t_0) \frac{[1 + \varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)} + \epsilon_{cs}(t)$$

Jos  $\varphi$  tunnetaan, virumaa ja kimmoista venymää voidaan käsitellä yhdessä kuten kimmoista materiaalia, jonka kimmomoduuli on  $E_c / (1 + \varphi)$ .



Kuva 56. Kimmoisen venymä ja viruminen.

Johdetut kaavat ovat käyttökelpoisia, jos  $\varphi$  ei riipu jännityksestä. Silloin sanotaan, että viruminen on lineaarista.

Lineaarisuus pitää paikkansa riittävällä tarkkuudella, kun betonin pitkäaikainen jännitys jää alle puoleen kuormitusajankohdan puristuslujuudesta. EC2:n lineaarisuusraja on 45 % kuormitushetken keskimääräisestä puristuslujuudesta. Tämä ehto toteutuu yleensä jännitetyissä rakenteissa.

EC2-1-1, Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, antaa opastavassa liitteessä monimutkaiset kaavat viruman kehittymisen laskemiseen. EC2-2-1, Sillat, antaa toisenlaiset monimutkaiset ohjeet. Myös kaavojen antamat tulokset ovat huomattavan erilaiset samallekin betonille.

Koska ohjeet sisältyvät opastaviin liitteisiin, lienee mahdollista jopa EC2:n mukaisessa suunnittelussa käyttää muitakin kaavoja. Näitä on esim. RakMK B4:ssä tai CEB-FIP:n mallinormissa vuodelta 1990 (MC-90).

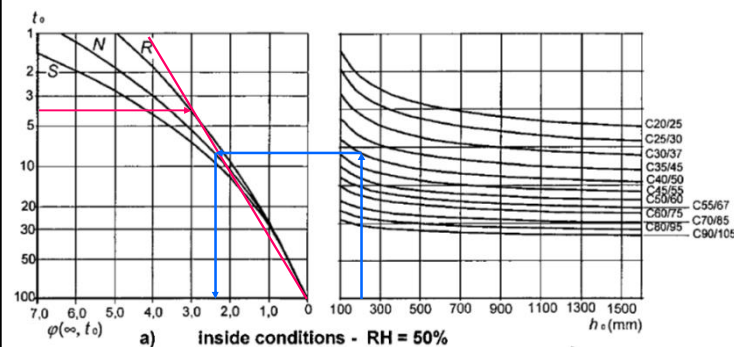
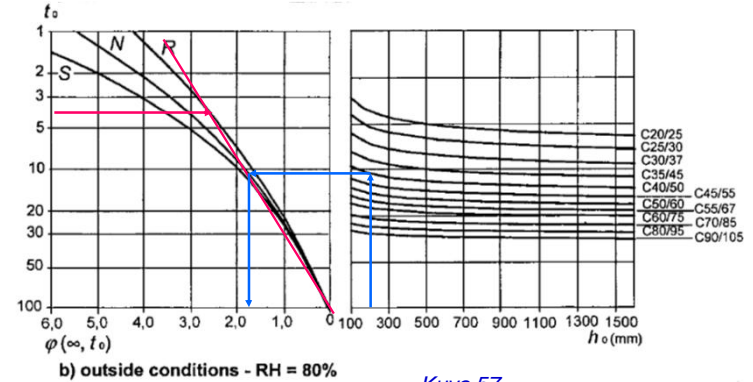
Kun puristava normaalijännitys  $\sigma_c$  asetetaan kuormittamaan betonia hetkellä  $t_0$ , betonin viruma hetkellä  $t = \infty$  on

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \frac{\sigma_c}{E_c}$$

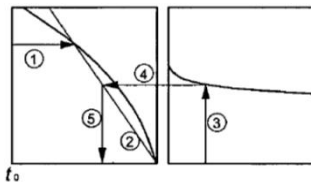
Virumakertoimen loppuarvolle  $\varphi(\infty, t_0)$  on EC2:ssa yksinkertainen graafinen määritysmenetelmä, kts. kuvat 57 ja 58. Tässä  $\infty$  vastaa n. 70 vuotta.

Viruman loppuarvon määrittäminen EC2-1-1:n mukaan:

$t_0$  kuormitusikä (d) Esim.  $t_0 = 4$  d  
 $S, N, R$  sementtityyppejä sementti R  
 $h_0$  muunnettu paksuus  $h_0 = 200$  mm



Kuva 58.

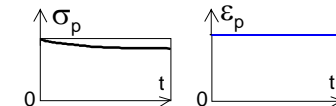


**Note:**  
 - intersection point between lines 4 and 5 can also be above point 1  
 - for  $t_0 > 100$  it is sufficiently accurate to assume  $t_0 = 100$  (and use the tangent line)

Kuva 59.

### Jänneteräksen relaksaatio

Jännityksen vähittäistä pienenemistä vakimuodonmuutoksen alaisena sanotaan relaksaatioksi, kun lämpötila ja muut ympäristötekijät pysyvät muuttumattomina. Jänneteräksen relaksaatiolla on merkitystä sikäli, että se pienentää alkujännityksen positiivisia vaikutuksia.



Kuva 60. Relaksaatio.

Relaksaation suuruus kasvaa voimakkaasti alkujännityksen lähestyessä myötöä. Se ilmaistaan arvona  $\rho_{1000}$ , joka on tuhannen tunnin relaksaatiokokeessa saatu häviö prosentteina alkujännityksestä, kun alkujännitys on 70 % teräksen mitatusta murtolujuudesta.

EC2 jakaa jänneteräkset relaksaation perusteella kolmeen luokkaan:

	$\rho_{1000}$	
Luokka 1	$\leq 8 \%$	Langat ja punokset kuuluvat luokkaan 1 (tai 2), tangot luokkaan 3. Luokille on annettu kaavat, joista relaksaation $\Delta\sigma_{pr}$ suuruus voidaan laskea ajan $t$ ja alkujännityksen $\sigma_{pi}$ avulla.
Luokka 2	$\leq 2,5 \%$	
Luokka 3	$\leq 4 \%$	

Luokka 1  $\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5,39 \cdot 10^{-5} \rho_{1000} e^{6,7\mu} \left(\frac{t}{1000h}\right)^{0,75(1-\mu)}$

Luokka 2  $\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \cdot 10^{-5} \rho_{1000} e^{9,1\mu} \cdot \left(\frac{t}{1000h}\right)^{0,75(1-\mu)}$

Luokka 3  $\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1,98 \cdot 10^{-5} \rho_{1000} e^{8\mu} \left(\frac{t}{1000h}\right)^{0,75(1-\mu)}$

Huom. Jos  $\rho_{1000} = k\%$ , sijoita kaavaan  $k$

Kaavoissa  $\mu = \sigma_{pi} / f_{pk}$ , missä  $f_{pk}$  on teräksen nimellinen murtolujuus (pitäisi olla ominaislujuus, mutta sellaista ei yleensä määritetä).

Esim. Luokan 2 jännepunoksen St 1640/1860 nimellinen murtolujuus  $f_{pk}$  on 1860 ja todellinen ( $f_p$ ) 1930 MPa. Relaksaatiokoe tehdään alkujännityksellä  $0,70 \times 1930 = 1351$  MPa ja saadaan arvo  $\rho_{1000}$ . Jännitetään punos arvoon 1351 MPa  $\Rightarrow \mu = 1351/1930 = 0,7 \Rightarrow 1000$  h:n kuluttua:

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{1351MPa} = 0,66 \cdot 10^{-5} \rho_{1000} e^{9,1 \cdot 0,7} = 0,39 \rho_{1000}$$

koska kokeen mukaan

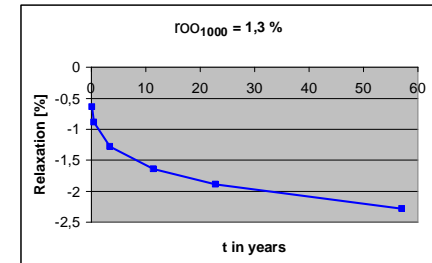
$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{1351MPa} = \rho_{1000} \cdot \text{Suunnittelussa } \mu = 1351/1860 = 0,726 \Rightarrow \text{kaava antaa}$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{1351MPa} = 0,49 \rho_{1000}, \text{ joka on myös väärin.}$$

EC2:n relaksaatiokaavat ovat helpokäyttöisiä, mutta selvästi vääriä. Kuva 61 havainnollistaa relaksaation kehittymistä ajan funktiona, kun  $\rho_{1000} = 1,3\%$ . Havaitaan, että 57 vuoden kuluttua relaksaatio on n. 3,5-kertaa 1000 h:n relaksaatio. Tämä suhde on samaa suuruusluokkaa kuin muillakin menetelmillä saadaan. Kaavoja voitaneen siis käyttää, kunhan ne vain sopivalla kertoimella kalibroidaan niin, että antavat 1000 h:n kohdalla arvon  $\rho_{1000}$ .

Olisi myös selvempää korvata potenssi  $10^{-5}$  potenssilla  $10^{-3}$ , jolloin voitaisiin  $\rho_{1000}$  sijoittaa kaavaan sellaisenaan eli esim. muodossa 0,013 tai = 1,3 %.

Relaksaatio on hyvin herkkä lämpötilan nousulle. Esim. elementin lämpökäsittely kasvattaa relaksaatiota. Ohjeita tätä varten on esim. EC2-1:1:ssä.



Kuva 61. Relaksaation aikariippuvuus luokassa 2 EC2:n mukaan.

### Kitka- ja ankkurointihäviöt ankkurijännteissä

Jos jänteen ja suojaputken välillä ei olisi kitkaa, olisi kaarevan jänteen molemmissa päissä sama voima. Kitka muuttaa tilanteen ympyrän kaaren päissä kuvan 62.a kaltaiseksi. Pieni kulman muutos  $d\varphi$  (kuva 62.b) aiheuttaa pituusyksikköä kohti ohjausvoiman  $q = P/r$ . Tätä vastaava kitkavoima on  $\mu q = \mu P/r$  ja kitkan aiheuttama voiman muutos matkalla  $ds = rd\varphi$  on  $dP = -\mu(P/r)rd\varphi = -\mu P d\varphi$ . Saadaan (C on integroimisvakio)

$$dP / d\varphi = -\mu P \Rightarrow \ln P = -(\mu\varphi + C) \Rightarrow P = e^{-(\mu\varphi + C)} = e^{-\mu\varphi} e^{-C}$$

$$P(0) = P_0 \Rightarrow$$

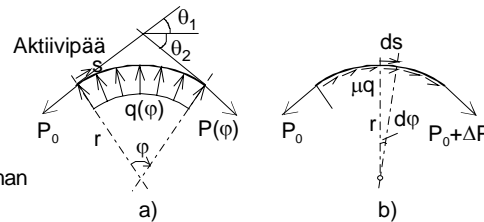
$$P = P_0 e^{-\mu\varphi}$$

tai

$$P = P_0 e^{-\mu\Delta\theta}$$

missä  $\Delta\theta$  on kaltevuuskulman muutoksen itseisarvo eli

$$\Delta\theta = |\theta_2 - \theta_1|$$

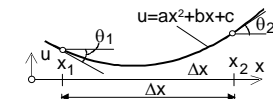


Kuva 62. Ympyräjänne. a) Ohjausvoima. b) Kitkavoima.

Paraabelin  $u = ax^2 + bx + c$  kaarelle voidaan johtaa vastaava yhteys käyttäen hyväksi paraabelin ja ympyrän läheistä yhteyttä silloin, kun kaarevuus on hyvin pieni kaaren pituuteen verrattuna. Kohdissa  $x_1$  ja  $x_2$  (kuva 63) kaltevuuskulmat ovat  $\theta_1$  ja  $\theta_2$ . Likimain on

$$\theta_i \approx \tan(\theta_i) = u'(x_i) = 2ax_i + b$$

$$\Delta\theta = |\theta_2 - \theta_1| \approx |2a(x_2 - x_1)| = 2|a|\Delta x$$



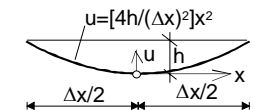
Kuva 63.

Kuvan 64 tapauksessa on kulmanmuutos

$$\Delta\theta \approx 2a\Delta x = 2 \frac{4h}{\Delta x^2} \Delta x = \frac{8h}{\Delta x}$$

Kun merkitään, että  $\theta = \Sigma \Delta\theta_i$ , millä tarkoitetaan matkalla  $x$  aktiiviankkurista laskettujen kulmanmuutoksien itseisarvojen  $\Delta\theta_i$  summaa, saadaan kulmanmuutoksien johdosta tällä matkalla alentuneeksi voimaksi

$$P = P_0 e^{-\mu\theta}$$



Kuva 64.

Jänteen suoja-putki taipuu tukiansa väliä ennen valua ja valun aikana. Siksi myös suoraksi aiotuilla jänteen osilla esiintyy kitkaa putken ja jänteen välillä. Tämä *pituuksivaikutus* otetaan huomioon siten, että ajatellaan siitä aiheutuvan kitkavoiman olevan suoraan verrannollinen etäisyyteen  $x$  aktiiviankkurista.

Tarkemmin ilmaistuna  $dx$ :n mittaisella matkalla kitkavoiman aiheuttama muutos  $dP$  on verrannollinen matkan pituuteen ja jännevoimaan eli  $dP = -KPdx$ , missä  $K$  on verrannollisuuskerroin. Yleensä kirjoitetaan vielä  $K = \mu k$ , missä  $k$  on aaltoisuusluku pituusyksikköä kohti. Analogisesti kulmanmuutoksen kanssa tästä saadaan tulos

$$P_x = P_0 e^{-\mu k x}$$

Kulmanmuutosten ja pituusvaikutuksen aiheuttamat jännityshäviöt  $\Delta P_\theta$  ja  $\Delta P_x$  superponoidaan siten, että kulmanmuutosten pienentämään jännevoimaan kohdistetaan pituusvaikutus. Yhteisvaikutukseksi saadaan

$$P = (P_0 e^{-\mu \theta}) e^{-\mu k x} = P_0 e^{-\mu(\theta + kx)}$$

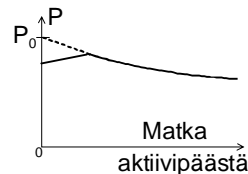
$$\Delta P = P - P_0 = P_0 (e^{-\mu(\theta + kx)} - 1)$$

Kitkakerroin  $\mu$  ja aaltoisuusluku  $k$  ovat jännemenetelmäkohtaisia ja löytyvät käyttöselosteesta. kts. myös taulukko seuraavalla sivulla.

Tyypillisiä  $\mu$ :n ja aaltoisuusluku  $k$ :n arvoja Leskelän (BY210) mukaan.

Jännetyyppi	Suoja-putki	$\mu$	$k$
Päälystämätön lanka tai suurihalkaisijaiset punokset	Kirkas taipuisa peltiputki	0,30	0,0066
	Galvanoitu taipuisa peltiputki	0,25	0,0049
	Galvanoitu jäykkä peltiputki	0,25	0,0007
Päälystämätön seitsemänsäikeinen punos	Paperi- tai muovipäälyste	0,05	0,0049
	Kirkas taipuisa peltiputki	0,30	0,0066
	Galvanoitu taipuisa peltiputki	0,25	0,0049
Kirkkaat terästangot	Galvanoitu jäykkä peltiputki	0,25	0,0007
	Paperi- tai muovipäälyste	0,08	0,0046
	Kirkas taipuisa peltiputki	0,20	0,0010
	Galvanoitu taipuisa peltiputki	0,15	0,0007
	Galvanoitu jäykkä peltiputki	0,15	0,0007
	Paperi- tai muovipäälyste	0,05	0,0007

Kun jänne lukitaan ja tunkki irrotetaan, jänne liukuu pienen matkan ankkurinsa suhteen. Tämän johdosta aktiivipään jännevoima pienenee kuvan 65 osoittamalla tavalla. Tätä sanotaan *ankkurointi- tai lukitushäviöksi*. Sen vaikutus ei ulotu kovin pitkälle, jos jänne on kaareva.



Kuva 65.

Ankkurointihäviön suuruus riippuu jännemenetelmästä ja se lasketaan käyttöselosteen tietojen perusteella. (Tarkemmin harjoituksissa)

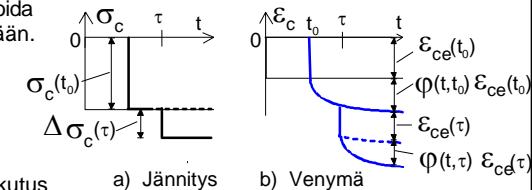
#### Jännityshäviöiden laskemisesta

Edellä on kuvattu eri syistä johtuvia jännityshäviöitä toisistaan irrallisina ilmiöinä. Kuormitukset ovat olleet yksinkertaistettuja. Todellisuudessa ympäristön käyttäytyminen, kuormitusten suuruus ja kesto sekä materiaaliominaisuudet ovat ennalta tuntemattomia, kuormat tulevat vähitellen, rauditus ja liittyvät rakenteet rajoittavat vaihtelevasti muodonmuutoksia jne. Siksi kannattaa tyytyä likimääräisiin menetelmiin. Kitka- ja ankkurointihäviöt eivät yleensä riipu ajasta, muut häviöt riippuvat.

Aikaisemmin (s. 72) on todettu, että hetkellä  $t_0$  alkaneen kimmoisen muodonmuutoksen ja viruman summa on

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ce}(t_0) + \varphi(t, t_0) \varepsilon_{ce}(t_0) = \varepsilon_{ce}(t_0) [1 + \varphi(t, t_0)] = \sigma_c(t_0) \frac{[1 + \varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)}$$

Viruman lineaarisuus  $\Rightarrow$  hetkellä  $\tau > t_0$  tapahtuvan jännitysmuutoksen  $\Delta \sigma_c(\tau)$  vaikutus voidaan superponoida alkuperäiseen venymään.



Jos jännitys muuttuu portaittain useassa vaiheessa, kaikkien muutosten  $\Delta \sigma_c(\tau_i)$  vaikutus summataan, jolloin saadaan

Kuva 66.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{[1 + \varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)} + \sum_i \frac{[1 + \varphi(t, \tau_i)]}{E_c(\tau_i)} \Delta \sigma_c(\tau_i)$$

Jos taas jännitys muuttuu jatkuvasti, summa korvautuu integraalilla. Lisätään vielä kutistuma, jolloin saadaan kokonaisvenymäksi

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{[1 + \varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)} + \int_{\sigma_c(t_0)}^{\sigma_c(t)} \frac{[1 + \varphi(t, \tau)]}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t)$$

Tässä  $d\sigma_c(\tau)$  tarkoittaa betonin jännityksen pientä muutosta hetkellä  $\tau$  ( $t_0 < \tau < t$ ). Integrointia voidaan approksimoida summauksella, jossa jännityksen muutos tapahtuu portaattain. Toinen ja yksinkertaisempi tapa on ajatella, että aikavälillä  $(t_0, t)$  tapahtuvien jännitysmuutosten summa tapahtuu hetkellä  $t_0$ , mutta koska osa tapahtuu todellisuudessa myöhemmin, pienennetään virumakerrointa luvulla  $\chi$ . Näin saadaan

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{[1 + \varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)} + \frac{[1 + \chi\varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)} \Delta\sigma_c(t) + \varepsilon_{cs}(t)$$

$$\frac{E_c(t_0)}{1 + \chi\varphi(t, t_0)} \text{ on ikäkorjattu betonin kimmomoduuli.}$$

Helputus laskentaan tulee siitä, että  $\chi$ :n vaihtelu on pientä, ja esim. EC2 antaa sille vakioarvon 0,8 tietyillä edellytyksillä.

Arvioidaan seuraavaksi viruman, kutistuman ja relaksaation yhteisvaikutusta jännityshäviöihin ankkurijänteillä. Merkitään

$\Delta\sigma_{c,QP}$  jännevoimasta  $P$  ja ulkoisista kuormista  $Q$  aiheutuva betonin jännityksen muutos (= jännitys) hetkellä  $t_0$

$\Delta\sigma_{p,c+s+r}$  virumasta, kutistumasta ja relaksaatiosta aiheutuva jänteiden jännityksen muutos aikana  $(t_0, t)$ , jolloin  $A_p \Delta\sigma_{p,c+s+r}$  edustaa vastaavaa jännevoiman muutosta  $\Delta P_{c+s+r}$

$\Delta\sigma_{pr}$  jänteiden alkujännitystä vastaava relaksaatio välillä  $(t_0, t)$

$\overline{\Delta\sigma}_{pr}$  todellinen relaksaatio välillä  $(t_0, t)$ . Arvioidaan:  $\overline{\Delta\sigma}_{pr} = 0,8\Delta\sigma_{pr}$

Otetaan huomioon, että betonin puristusresultantin muutos on

$$\Delta C = -\Delta P_{c+s+r} = -A_p \Delta\sigma_{p,c+s+r}$$

joten betonin jännityksen muutos jänteiden painopisteakselilla on

$$\Delta\sigma_{c,c+s+r} = \left( \frac{1}{A_c} + \frac{1}{I_c} y_p^2 \right) \Delta C = \left( \frac{1}{A_c} + \frac{1}{I_c} y_p^2 \right) A_p (-\Delta\sigma_{p,c+s+r})$$

Merkitään teräksen venymän muutos jänteiden painopisteen kohdalla = betonin venymän muutos samalla kohdalla aikavälillä  $(t_0, t)$  ja otetaan huomioon, että relaksaatiosta aiheutuva jännityksen muutos  $\Delta\sigma_{pr}$  ei aiheuta jänteen venymään muutosta.

$$\frac{\Delta\sigma_{p,c+s+r} - \overline{\Delta\sigma}_{pr}}{E_p} = \varepsilon_{cs} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} \sigma_{c,QP} + \frac{[1 + \chi\varphi(t, t_0)]}{E_c(t_0)} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{1}{I_c} y_p^2 \right) A_p (-\Delta\sigma_{p,c+s+r})$$

$$\text{Ratkaistaan } \Delta\sigma_{p,c+s+r}: \quad \Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs} E_p + \overline{\Delta\sigma}_{pr} + \frac{E_p}{E_c(t_0)} \varphi(t, t_0) \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_c(t_0)} \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} y_p^2 \right) [1 + \chi\varphi(t, t_0)]}$$

Arvioidaan, että  $\overline{\Delta\sigma}_{pr} = 0,8\Delta\sigma_{pr}$  ja  $\chi = 0,8$ . Merkitään  $E_c(t_0) = E_{cm}$ .

Saadaan EC2:n kaava 5.46

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta\sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8\Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} y_p^2 \right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)]}$$

EC2:n kaavassa symboleilla on seuraava merkitys:

- $\varepsilon_{cs}$  =  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  aikavälillä  $(t, t_0)$  tapahtuva kutistuma,
- $\Delta\sigma_{pr}$  teräksen relaksaatiohäviö, jos venymätilanne ei muuttuisi aikavälillä  $(t, t_0)$ , ( $\overline{\Delta\sigma}_{pr}$  on todellinen relaksaatiohäviö)
- $\sigma_{c,QP}$  betonin jännitys jännevoimasta, pysyvistä kuormista ja muuttuvien kuormien pitkäaikaisosuuksista jänteiden pp:n kohdalla laskettuna hetkellä  $t_0$ ,
- $A_p$  jänneteräksen poikkileikkausala,
- $A_c$  betonin pinta-ala (netto, brutto käy likiarvosta),
- $I_c$  betonin jäyhyysmomentti (netto, brutto käy likiarvosta),
- $y_p$  jänteiden pp:n y-koordinaatti (origo betonin pp:ssä),
- $E_p$  jänneen kimmomoduuli,
- $E_{cm}$  betonin kimmomoduuli  $E_c(t_0)$ , kts. kuva 51,
- $t_0$  betonin ikä kuormituksen alkaessa,
- $\varphi(t, t_0)$  virumakerroin.

Kaavan johto vastaa ensisijassa ankkurijänteitä, joiden jännityshäviöihin kuormitushetkeä  $t_0$  edeltävä kutistuma ei vaikuta. Siksi kaavassa olevan  $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cs}(t, t_0)$ :n lisäksi ei tarvitse tarkastella kutistumaa  $\varepsilon_{cs}(0, t_0)$ . Samoin relaksaatio  $\Delta\sigma_{pr}$  lähtee kehittymään vasta jännittämishetkellä  $t_0$ .

Tartuntajänteillä täytyy jännityshäviöihin lisätä vielä välillä  $(0, t_0)$  tapahtuvan betonin kutistuman ja jännittämishetken sekä hetken  $t_0$  välisen relaksaation vaikutus.

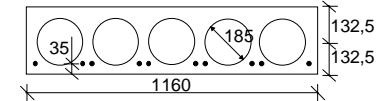
EC2:n kaava soveltuu parhaiten, kun kaikki pitkäaikaiset kuormat (jännenoima, omapaino ja pitkäaikaiset hyötykuormat) alkavat vaikuttaa samaan aikaan kuten esim. silloin, kun työnaikaiset kuormat muuttuvat vastaaviksi käyttökuormiksi, tai kun kuormista aiheutuvat jännitykset muuttuvat samassa suhteessa kuin jännityshäviöt.

Jos näin ei ole, vaan hetkellä  $t_k > t_0$  tulee lisäkuorma  $Q_k$ , tulee tämän aiheuttamasta virumasta jännityshäviöiden muutos

$$(\Delta P_{c+s+r})_k = A_p \frac{\frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_k) \Delta \sigma_{c, Qk}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} y_p^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_k)]}$$

lisätä edellä laskettuun jännityshäviöön  $\Delta P_{c+s+r}$ .

Arvioidaan nimittäjän merkitystä EC2:n jännityshäviöiden kaavassa kuvan 67 (lähes maksimijännitetyn) ontelolaatan avulla.  $A_p = 10 \times 93 \text{ mm}^2$ ,  $E_{cm} = 35 \text{ GPa}$ ,  $E_p = 190 \text{ GPa}$ ,  $A_c = 173000 \text{ mm}^2$ ,  $I_c = 1,74 \times 10^9 \text{ mm}^4$ ,  $\varphi(\infty, t_0) = 3$ . Tulos: Nimittäjä = 1,10.



Kuva 67.

Toisin sanoen: Jos nimittäjä korvataan luvulla 1, yliarvioidaan lopputilanteen jännityshäviöitä enintään 10 prosenttia ja nuoremman iän häviöitä vielä vähemmän. Siksi yleinen tapa onkin laskea virumasta, kutistumasta ja relaksaatiosta aiheutuvien jännityshäviöiden likiarvo aikavälillä  $(t, t_0)$  kaavasta

$$\Delta \sigma_{p, c+s+r} = E_p \varepsilon_{cs}(t, t_0) + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + E_p \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_{c, QP}}{E_{cm}}$$

Tähän lisätään mahdollisen myöhemmin hetkellä  $t_k$  tulevan kuorman  $Q_k$  vaikutus

$$(\Delta \sigma_{p, c+s+r})_k = E_p \varphi(t, t_k) \frac{\Delta \sigma_{c, Qk}}{E_{cm}}$$

Nämä yksinkertaistukset ovat heikommin perusteltuja, jos poikkileikkaus sisältää merkittävän määrän jännittämätöntä betoniraudoitusta.

Jos jännitetyn ja jännittämättömän raudoituksen painopiste on sama, päädytään kaavaan (ei johdeta, kts. esim. Ghali & Favre: Concrete structures: Stresses and deformations. Chapman & Hall. s. 56 - 57)

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \left[ \frac{A_{st} \varepsilon_{cs} E_{st} + 0,8 \Delta \sigma_{pr} A_p + A_{st} \frac{E_{st}}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{1 + \frac{E_{st}}{E_{cm}} \frac{A_{st}}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} y_p^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]} + 0,8 \Delta \sigma_{pr} A_{ns} \right]$$

missä

$A_{ns}$  on normaalin raudoituksen pinta-ala

$A_{st} = A_{ns} + A_p$

$E_{st}$  on betoni- ja jänneteräksen kimmomoduulien "kompromissiarvo", esim. 195 GPa tai 200 GPa.

Myöhemmin hetkellä  $t_k$  tuleva kuorma  $Q_k$  aiheuttaa muutoksen

$$(\Delta P_{c+s+r})_k = \frac{A_p \frac{E_{st}}{E_{cm}} \varphi(t, t_k) \Delta \sigma_{c, Qk}}{1 + \frac{E_{st}}{E_{cm}} \frac{A_{st}}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} y_p^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_k)]}$$

Jos kuvan 67 laattaa ajatellaan lisätyksi jännittämätöntä raudoitusta  $A_s$ ,  $A_p$ :n verran, saadaan hakasulkulausekkeen nimittäjäksi 1,20. Jos tämä korvataan ykkösellä ja ollaan valmis hyväksymään vastaava virhe, tulee jännityshäviöiksi yksinkertaisesti

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \left( \varepsilon_{cs} E_{st} + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_{st}}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP} \right)$$

Tässäkin tapauksessa virhe jäisi alle 20 %:iin.

### Jännitykset ja muodonmuutokset staattisesti määrättyssä palkissa ottaen huomioon jännityshäviöt

Terästä sisältävässä betonipoikkileikkauksessa muuttuu pp-akselin sijainti viruman kasvaessa. Geometrinen poikkileikkausten laskentaa helpottaa, jos referenssiakselia pidetään vakiokorkeudella. Kuvassa 68 on y-koordinaatin origo mielivaltaisesti valitulla referenssiakselilla, jonka etäisyys alareunasta on  $h_{ref}$ . Myös poikkileikkauksessa vaikuttava normaalivoima  $N$  ja momentti  $M$  lasketaan tämän akselin suhteen.

Poikkileikkauksen vaakavenyämä  $\varepsilon$  ja jännitys  $\sigma_k$  voidaan esittää mielivaltaisen referenssiakselin venymän  $\varepsilon_0$  ja käyrityksen  $\kappa$  avulla muodossa

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \kappa y \quad \sigma_k = E_k (\varepsilon_0 + \kappa y)$$

Saadaan

$$N = \sum_k \int_{A_k} E_k (\varepsilon_0 + \kappa y) dA = \varepsilon_0 \sum_k E_k \int_{A_k} dA + \kappa \sum_k E_k \int_{A_k} y dA = \varepsilon_0 (EA) + \kappa (ES)$$

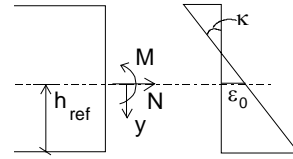
$$M = \sum_k \int_{A_k} E_k y (\varepsilon_0 + \kappa y) dA = \varepsilon_0 \sum_k E_k \int_{A_k} y dA + \kappa \sum_k E_k \int_{A_k} y^2 dA = \varepsilon_0 (ES) + \kappa (EI)$$

(ES) = 0 vain, jos referenssiakselina on pp-akseli. Tällaista valintaa ei virumataarkasteluissa kannata tehdä, koska pp-akseli muuttuu viruman kasvaessa.

Kun käytetään betoniksi muunnettuja PL-suureita (eli  $E_0 = E_c$ , liittopalkissa jonkin betoniosan kimmomoduuli) ja siirrytään matriisimerkintään, voidaan edellinen yhtälöpari esittää muodossa

Rak-43.3110 2011 M. Pajari

93



Kuva 68.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = E_c \begin{bmatrix} A_m & S_m \\ S_m & I_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = E_c \hat{C} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c (A_m I_m - S_m^2)} \begin{bmatrix} I_m & -S_m \\ -S_m & A_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c} \hat{C}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A_m &= \sum_k n_k A_k \\ S_m &= \sum_k n_k \int_{A_k} y dA = \sum_k n_k S_k \\ I_m &= \sum_k n_k \int_{A_k} y^2 dA \\ &= \sum_k n_k I_k + n_k A_k y_{pp,k}^2 \end{aligned}$$

Tässä  $n_k = E_k / E_c$ ,  $y_{pp,k}$  on osan  $k$  pp:n  $y$ -koordinaatti ja  $S_k = y_{pp,k} A_k$ .

### Jännitys ja venymä hetkellä $t_0$ heti jännittämisen jälkeen

Yhdistetään aluksi ulkoinen normaalivoima  $N$  ja momentti  $M$  jännitevoimien  $P_j$  aiheuttamien rasitusten kanssa kuormavektoriksi referenssiakselin suhteen.

$$\begin{Bmatrix} N_{ekv} \\ M_{ekv} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N - \sum P_j \\ M - \sum P_j y_{p,j} \end{Bmatrix} \quad \text{Jänteen } j \text{ } y\text{-koordinaatti} = y_{p,j}$$

Rak-43.3110 2011 M. Pajari

94

Saadaan

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \kappa(t_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c(t_0) (A_m I_m - S_m^2)} \begin{bmatrix} I_m & -S_m \\ -S_m & A_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_{ekv} \\ M_{ekv} \end{Bmatrix}$$

Jos referenssiakseli yhtyy pp-akseliin,  $S_m = 0$ , ja päästään yksinkertaiseen esitysmuotoon

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \kappa(t_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c(t_0)} \begin{Bmatrix} N_{ekv} \\ A_m \\ M_{ekv} \\ I_m \end{Bmatrix}$$

Tilanteesta riippuu, mitä poikkileikkauksen osia luetaan mukaan, kun lasketaan  $A_m$ ,  $S_m$  ja  $I_m$ . Esim. jälkijännitetyille palkille jännitysvaiheen muodonmuutokset lasketaan ilman jänneterästä ja suojaputken sisään tulevaa laastia, mutta betoniteräs otetaan mukaan, jos sitä on merkittävästi. Sen sijaan esijännitetyissä poikkileikkauksissa myös jänneteräs lasketaan poikkileikkaukseen mukaan heti päästövaiheessa.

Betonin venymä  $\varepsilon_c$  ja jännitys  $\sigma_c$  korkeusaseman  $y$  funktiona ovat

$$\varepsilon_c(t_0) = \varepsilon_0(t_0) + \kappa(t_0) y$$

$$\sigma_c(t_0) = E_c(t_0) [\varepsilon_0(t_0) + \kappa(t_0) y]$$

Rak-43.3110 2011 M. Pajari

95

Vastaavasti teräsjännitykset ovat

$$\text{Jännittämätön: } \sigma_s(t_0) = E_s [\varepsilon_0(t_0) + \kappa(t_0) y]$$

$$\text{Esijännitetty teräs (alkujännitys} = \sigma_{p0}): \sigma_p(t_0) = \beta \sigma_{p0} + E_p [\varepsilon_0(t_0) + \kappa(t_0) y]$$

$$\text{Jälkijännitetty teräs (alkujännitys} = \sigma_{p0}): \sigma_p(t_0) = \beta \sigma_{p0}$$

**Huom.**  $\beta$  ottaa huomioon esijännitetyn jänteen relaksaatio- ja kutistumis-häviöt ennen laukaisua sekä jälkijännitetyn jänteen kitka- ja ankkurointi-häviöt.

### Jännityksen ja venymän muutokset aikavälillä $(t_0, t)$

Käsitellään tilannetta, jossa hetkellä  $t_0$  syntyneet  $\varepsilon_0(t_0)$  ja  $\kappa(t_0)$  tunnetaan. Ajatellaan ensin kutistuman, viruman ja relaksaation aiheuttamat muodonmuutokset  $\Delta \varepsilon_0$  ja  $\Delta \kappa$  aikavälillä  $(t_0, t)$  estetyiksi asettamalla referenssiakselille voima  $\Delta N$  ja momentti  $\Delta M$ , jotka yhdessä estävät **betonin** muodonmuutokset. Seuraavaksi kuormitetaan **liittopoikkileikkausta** voimalla  $-\Delta N$  ja momentilla  $-\Delta M$  referenssiakselin kohdalla, jolloin voimavaikutukset kumoutuvat. Saadaan

Rak-43.3110 2011 M. Pajari

96



$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c (A_m I_m - S_m^2)} \begin{bmatrix} I_m & -S_m \\ -S_m & A_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix}$$

Tässä  $E_c'$  tarkoittaa ikäkorjattua kimmomoduulia eli  $E_c' = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi \varphi(t, t_0)}$

Kaikki poikkileikkaussuureet eli  $A_m$ ,  $S_m$  ja  $I_m$  lasketaan käyttäen  $E_c'$ :a referenssimoduulina. Merkitään

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{shr} \text{ estää } \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{cre} \text{ estää } \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{rel} \text{ estää } \Rightarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{shr} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{cre} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{rel}$$

Jos viruma voisi tapahtua vapaasti aikavälillä  $(t_0, t)$ ,  $\varepsilon_0$  ja  $\kappa$  muuttuisivat sen johdosta määrillä  $\varphi(t, t_0)\varepsilon_0(t_0)$  ja  $\varphi(t, t_0)\kappa(t_0)$ . Näiden estämiseksi tarvitaan voima ja momentti, jotka ratkaistaan yhtälöstä (s. 92)

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{cre} = -\sum_{k=1}^n \left\{ E_c' \varphi \begin{bmatrix} A_c & S_c \\ S_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \kappa(t_0) \end{Bmatrix} \right\}_k$$

Alaindeksi  $k$  viittaa poikkileikkauksen osaan  $k$  ja  $n$  on osien lukumäärä.  $E_c'$  ja  $\varphi$  voivat olla erilaiset eri osissa.

Poikkileikkaussuureet lasketaan liittopoikkileikkauksen yhteisen referenssi-akselin suhteen pelkälle betonille.  $E_c'$  ja  $\varphi$  ovat osan  $k$  ikäkorjattu kimmoduuli ja virumaluku eli

$$E_c' = \frac{[E_c(t_0)]_k}{1 + \chi [\varphi(t, t_0)]_k} \quad \varphi = [\varphi(t, t_0)]_k$$

$$\text{Kutistuman estävä voima ja momentti: } \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{shr} = -\sum_{k=1}^n \left\{ E_c' \varepsilon_{cs} \begin{Bmatrix} A_c \\ S_c \end{Bmatrix} \right\}_k$$

$\varepsilon_{cs}$  on osan  $k$  vapaa kutistuma

$$\text{Relaksaation estävä voima ja momentti: } \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{rel} = \sum_{q=1}^m \left\{ A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr} \begin{Bmatrix} 1 \\ y_p \end{Bmatrix} \right\}_q$$

Tässä summaus koskee eri jännekerroksia  $q$ , joita on  $m$  kpl yhteensä.  $\Delta \bar{\sigma}_{pr}$  on redusoitu relaksaatio,  $A_p$  pinta-ala ja  $y_p$   $y$ -koordinaatti kerroksessa  $q$ . Redusoitu relaksaatio lasketaan kaavasta  $\Delta \bar{\sigma}_{pr} = \chi_r \Delta \sigma_{pr}$

$\Delta \sigma_{pr}$  on alkujännitystä vastaava relaksaatio ja  $\chi_r$  reduktiokerroin, jolle voidaan käyttää esim. arvoa 0,8. Tarkempia arvoja löytyy esim. Ghalin ja Favren kirjasta.

Venymätilan muutos aikavälillä  $(t_0, t)$  on  $\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_0 + y \Delta \kappa$ . Koko venymä saadaan kaavasta

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) + \Delta \varepsilon_0 + y [\kappa(t_0) + \Delta \kappa]$$

Jännityksen muutos aikavälillä  $(t_0, t)$  on

$$\Delta \sigma_c = \sigma_{restrained} + E_{ck}(t, t_0)(\Delta \varepsilon_0 + y \Delta \kappa) \quad \text{betoni, osa } k$$

$$\sigma_{restrained} = -E_{ck}(t, t_0)[\varphi(t, t_0)\varepsilon_0(t_0) + \varepsilon_{cs}] \quad \text{jännitys, joka estää viruman ja kutistuman}$$

$$\Delta \sigma_s = E_s(\Delta \varepsilon_0 + y_s \Delta \kappa) \quad \text{jännittämätön teräs, korkeusasema } y_s$$

$$\Delta \sigma_p = \Delta \bar{\sigma}_{pr} + E_p(\Delta \varepsilon_0 + y_p \Delta \kappa) \quad \text{jänneteräs, korkeusasema } y_p$$

Yksinkertaistus jännebetonipalkille, joka ei ole liittorakenne

Käytetään bruttoperiaatteella laskettuja poikkileikkaussuureita, jolloin teräksen pitkäaikaismuodonmuutoksia pienentävä vaikutus jää ottamatta huomioon.

Aikavälillä  $(t_0, t)$  on viruman vaikutus:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix}_{cre} = \frac{1}{E_c(AI - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c(AI - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & S \\ S & I \end{bmatrix} E_c' \varphi \begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \kappa(t_0) \end{Bmatrix}$$

$$= \varphi \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \kappa(t_0) \end{Bmatrix} = \varphi \begin{Bmatrix} \varepsilon_0(t_0) \\ \kappa(t_0) \end{Bmatrix}$$

kutistuman vaikutus:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix}_{shr} = \frac{1}{E_c(AI - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c(AI - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} E_c' \varepsilon_{cs} \begin{Bmatrix} A \\ S \end{Bmatrix} = \varepsilon_{cs} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ja relaksaation vaikutus (kaavat yksinkertaistuvat, kun pp-akseli valitaan referenssiakseliksi, jolloin  $S = 0$ ):

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix}_{rel} = \frac{-A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr}}{E_c(AI)} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ y_p \end{Bmatrix} = \frac{-A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr}}{E_c(AI)} \begin{Bmatrix} I \\ A y_p \end{Bmatrix} = -\frac{A_p}{E_c} \Delta \bar{\sigma}_{pr} \begin{Bmatrix} 1/A \\ y_p / I \end{Bmatrix}$$

Näillä yksinkertaistavilla otaksumilla (teräksen osuus unohdetaan) kutistuma ja viruma eivät aiheuta betonin jännitystilaan muutoksia, koska esim. vapaasti tapahtuvaa virumaa estävät voimat ja niiden vastavoimat kohdistuvat samaan brutto-poikkileikkaukseen.

Relaksaatio muuttaa jännevoimaa määrällä  $A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr}$ , jolloin betonipoikkileikkauksessa tapahtuu tätä vastaava jännitystilän muutos

$$\Delta \sigma_c = -A_p \Delta \bar{\sigma}_{pr} \left( \frac{1}{A} + \frac{y_p}{I} y \right)$$

Samoin viruma ja kutistuma vaikuttavat betonin jännityksiin epäsuorasti siten, että ne muuttavat jänteen jännitystä määrällä

$$\Delta \sigma_{p,shr} = +E_p \Delta \varepsilon_{cs} \quad \Delta \sigma_{p,cre} = E_p (\Delta \varepsilon_{0,cre} + y_p \Delta \kappa_{cre}) = E_p \rho \varepsilon_c(t, t_0)$$

Jännevoiman muutos viruman, kutistuman ja relaksaation johdosta on

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_p = A_p (\Delta \sigma_{p,cre} + \Delta \sigma_{p,shr} + \Delta \bar{\sigma}_{pr})$$

Viruman, kutistuman ja relaksaation yhteisvaikutus betonin jännityksiin on siten

$$\Delta \sigma_c = -A_p \Delta \sigma_p \left( \frac{1}{A} + \frac{y_p}{I} y \right)$$

**Huom 1.** Edellä esitetyt kaavojen johdot pätevät staattisesti määrätuille rakenteille.

**Huom 2.** Yleensä jokaisessa poikkileikkauksessa on alussa erilainen jännitystila, joten myös häviöt ovat erilaiset. Usein jännitystarkastelut voidaan rajoittaa vain muutamaa poikkileikkaukseen, mikä helpottaa laskentaa.

### Yleistä jännitysten ja taipumien laskennasta

Jännevoima ja rakenteiden oma paino ovat pitkäaikaisia kuormia, joiden vaikutus pysyy, kun se on kerran alkanut. Muuttuville kuormille (hyötykuormille) on suunnitteluohjeissa annettu kerroin, joka kertoo, kuinka suuri osa kuormasta katsotaan pitkäaikaiseksi.

**Esim.** Suomessa on oleskelukuorman pitkäaikaisosuus 30 % ja lumikuorman 20 % tai 50 % sen mukaan, kumpi antaa määräävän vaikutuksen

Pitkäaikaisten kuormien ja muuttuvien kuormien pitkäaikaisosuuksien katsotaan vaikuttavan alkuhetkestään tarkasteluajankohtaan saakka keskeytyttä.

Kun lasketaan kuormien vaikutuksia hetkellä  $t$ , asetetaan lyhytaikaiset kuormat vaikuttamaan juuri silloin ja lasketaan niiden aiheuttama hetkellinen taipuma ilman pitkäaikaisvaikutuksia. (Nämä kuormat ovat voineet vaikuttaa jo aikaisemminkin, mutta kuormituksen lyhytaikaisuuden takia niiden vaikutukset ovat palautuneet). Näin saadut lyhytaikaiset vaikutukset lisätään pitkäaikaisiin, jotka lasketaan erikseen.

Kun  $\Delta \varepsilon_0$  ja  $\Delta \kappa$  tunnetaan venymäanalyysin perusteella jokaisessa palkin poikkileikkauksessa, voidaan taipuman muutos aikavälillä  $(t_0, t)$  laskea yleisessä tapauksessa integroimalla kaavasta  $(\Delta w)'' = -\Delta \kappa$  numeerisesti. Voidaan myös asettaa  $\Delta \kappa$  kuormaksi palkille ja laskea sen aiheuttama momentti, joka Mohrin analogian mukaan antaa taipuman, kun reunaehdot valitaan sopivasti. Saatuaan taipuman muutokseen  $\Delta w$  lisätään hetkellä  $t_0$  laskettu taipuma  $w(t_0)$  sekä lyhytaikaisten kuormien aiheuttama taipuma hetkellä  $t$ .

Numeerisen integroinnin sijasta kannattaa yleensä pyrkiä laskemaan taipumat tunnettuja taipumakaavoja käyttäen. Tätä varten joudutaan erityyppiset ja eri aikoina vaikutuksensa aloittavat kuormat käsittelemään erikseen.

### Esim. Jännitetty kaksitukinen I-palkki (tartuntajänteet)

#### Kuormien jaottelu

- Jännevoima,  $t_0 =$  laukaisuikä, pitkäaikaisosuus 100 %
- Palkin oma paino,  $t_0 =$  laukaisuikä, pa-osuus 100 %
- Palkkia kuormittavien rakenteiden oma paino,  $t_0 = 1$  kk, pa-osuus 100 %
- Muuttuva kuorma, pistemäinen,  $t_0 = 2$  kk, pa-osuus 100%
- Muuttuva kuorma, tasainen,  $t_0 = 6$  kk(?), pa-osuus 30 %.

Taipuma jännevoimasta lasketaan kaavasta  $w_p = \frac{\kappa_p L^2}{8}$

Tarkkaan tulokseen pyrittäessä lasketaan ensin hetkellä  $t_0$  syntyneet  $\varepsilon_0(t_0)$  ja  $\kappa(t_0)$  jännevoimasta ja muista kuormista ja sen jälkeen ratkaistaan sivuilla 97 – 99 esitetyllä tavalla pitkäaikaismuodonmuutosten aiheuttama käyritysmän muutos  $\Delta \kappa$  aikavälillä  $(t_0, t)$  yhtälöistä

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{shr} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{cre} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{rel}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c (A_m I_m - S_m^2)} \begin{bmatrix} I_m & -S_m \\ -S_m & A_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix}$$

Taipuma saadaan integroimalla differentiaaliyhtälö  $w'' = -(\kappa(t_0) + \Delta \kappa)$  tai käyttämällä tunnettuja taipumakaavoja eri tyyppisten kuormitusten aiheuttamille käyristymille.

Yksinkertaistaen menetellään niin, että unohdetaan teräksen jäykistävää vaikutusta  $I$ :hin ja kirjoitetaan jännevoiman aiheuttamalle käyristymälle

$$\kappa_P = -\frac{A_p y_p \sigma_p(t_0)}{E_c(t_0) I_{br}} [1 + \varphi(t, t_0)] - \frac{A_p y_p \Delta \bar{\sigma}_{p,c+s+r}(t, t_0)}{E_c I_{br}}$$

Tässä ensimmäinen termi edustaa bruttopoikkileikkaukseen hetkellä  $t_0$  aiheutuvan kimmoisen käyristymän ja välillä  $(t, t_0)$  tapahtuvan käyristymämuutoksen summaa. Toinen termi edustaa jännityshäviöiden aiheuttaman käyristymän muutosta. Esitystä voidaan edelleen yksinkertaistaa korvaamalla  $E_c'$  eli ikäkorjattu kimmomoduli  $E_c(t_0)/(1+\varphi)$ :llä, jolloin

$$\kappa_P = -\frac{A_p y_p [\sigma_p(t_0) + \Delta \bar{\sigma}_{p,c+s+r}(t, t_0)]}{E_c(t_0) I_{br} (1 + \varphi)}$$

(Huom. Tartuntajännepalkissa  $I_{br}$ :n sijasta olisi tarkempi tapa käyttää muunnettua  $I_m$ :ää.)

Ankkurijännepalkissa  $I_{br}$ :n sijasta olisi tarkempaa käyttää nettoarvoa  $I_c$  jännityshetkellä ja myöhempiä jännityshäviöitä varten  $I_m$ :ää.

Taipuma tasaisesta kuormasta  $q$  lasketaan soveltaen kaavaa

$$w = \frac{5 q L^4}{384 E I}$$

Tässä  $L$  on palkin jänneväli. Merkitään:  $\alpha q$  on  $q$ :n pitkäaikaisosuus.  $q_n$  ai. taipuma hetkellä  $t$  on

$$w_q = w_{\alpha q} + w_{(1-\alpha)q} = \frac{5}{384 E_c I_m} \frac{\alpha q L^4}{[1 + \varphi(t_{0,q}, t)]} + \frac{5 (1-\alpha) q L^4}{384 E_c(t) I_m}$$

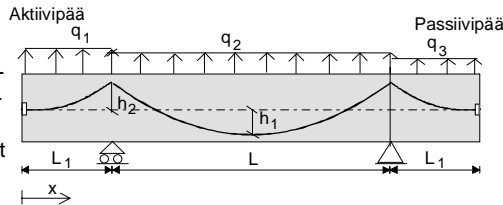
$t_{0,q}$  on betonin ikä kuorman  $q$  alkaessa vaikuttaa.

Taipuma pistekuormasta  $F$  lasketaan soveltaen pistekuormalle johdettua yleistä kaavaa. Esim. jos  $F$  on jänteen keskellä ja sen pitkäaikaisosuus on  $\alpha F$ , on taipuma

$$w_F = w_{\alpha F} + w_{(1-\alpha)F} = \frac{1}{48} \frac{\alpha F L^3}{E_c I_m [1 + \varphi(t_{0,F}, t)]} + \frac{1}{48} \frac{(1-\alpha) F L^3}{E_c(t) I_m}$$

### Esim. Jännitetty suorakaidepalkki, ankkurijänne

Kitkahäviöiden takia jännevoimaa  $P$  vastaa kuvan 69 palkin vasemmassa päässä suuremmat ohjaisvoimat kuin oikeassa. Ohjaisvoimat muuttuvat myös kenttien sisällä.



Kuva 69. Keskimääräiset ohjaisvoimat kentittäin.

Laskelmien yksinkertaistamiseksi voidaan kunkin kentän sisällä käyttää vakiojännennoimaa, joka edustaa ulokkeella minimiarvoa tai keskimääräistä arvoa, muissa kentissä läheltä keskikenttää valittua arvoa.

Näin siksi, että taipuman oikeellisuuden kannalta on tärkeintä, että jännevoima on tarkin tai ainakin luotettava sillä alueella, joka on taipuman kannalta merkityksellisin. Voidaan myös käyttää kentän maksimi- tai minimijännevoimaa siitä riippuen, onko taipuma ylöspäin vai alaspäin kriittinen.

Merkitään:  $P_{0,i}$  on kutakin kenttää jännittämishetkellä edustava jännevoima ja  $\Delta P_{0,i}$  vastaava jännityshäviö aikavälillä  $(t_0, t)$ . Silloin on jännevoimasta aiheutuva käyristymä kussakin kentässä  $i$

$$\kappa_{P,i} = \frac{M_{P_{0,i}}(x)}{E_c I_c [1 + \varphi(t_0, t)]} + \frac{\Delta M_{P_{0,i}}(x)}{E_c I_m} = \frac{-P_{0,i} y_P}{E_c I_c [1 + \varphi(t_0, t)]} + \frac{-\Delta P_{0,i} y_P}{E_c I_m}$$

Jotta jokaista poikkileikkausta ei tarvitsisi laskea erikseen, korvataan yleensä  $I_m$  ja  $I_c$   $I_{br}$ :llä. Jos vielä tehdään likimääräistys korvaamalla  $E_c'$   $E_c/(1+\varphi)$ :llä, tullaan tartuntajänneistä tuttuun muotoon

$$\kappa_{P,i} = \frac{-(P_{0,i} + \Delta P_{0,i}) y_P}{E_c I_{br} [1 + \varphi(t_0, t)]}$$

Paraabelijänneillä  $y_P$  on  $x$ :n 2. asteen polynomi, muut muuttujat on oletettu kentittäin vakioiksi

Nyt voidaan taipuma  $w$  ratkaista integroimalla yhtälö  $w'' = -\kappa$  kahdesti kentittäin. Integroimisvakioita tulee kaksi / kenttä. Ne voidaan esim. Kuvan 69 tapauksessa ratkaista kuudesta reunaehdosta:

- kummankin tuen kohdalla  $w$  on jatkuva tuen yli ja  $= 0$  tuen kohdalla eli  $w^- = w^+ = 0$
- kummankin tuen kohdalla  $w'$  on jatkuva tuen yli eli  $w'^- = w'^+$

Ulkoisista kuormista aiheutuvat taipumat superponoidaan jännevoiman aiheuttamiin taipumiin. Ne lasketaan siten, että pitkäaikaikuormille käytetään kimmomoduulia  $E_c/(1+\phi)$ , lyhytaikaisille kimmomoduulia  $E_c$ .

### Staattisesti määräämättömien rakenteiden muodonmuutokset

Ajasta riippuvat ilmiöt aiheuttavat staattisesti määräämättömiin rakenteisiin sisäisten voimien uudelleenjakautumista, jolla on vaikutusta jännitystilaan ja muodonmuutoksiin. Näitä ei käsitellä tässä kurssissa. Laskentamenetelmistä kts. esim. Ghalin ja Favren kirja.

### Eurokoodit, erityisesti EC2

Kantavien rakenteiden suunnitteluun tarkoitettuja standardisarjoja

- Eurokoodi 0 (EC0) EN 1990-x-y ... Suunnittelun perusteet
- Eurokoodi 1 (EC1) EN 1991-x-y ... Kuormat
- Eurokoodi 2 (EC2) EN 1992-x-y ... Betonirakenteet
- Eurokoodi 3 (EC3) EN 1993-x-y ... Teräsrakenteet
- Eurokoodi 4 (EC4) EN 1994-x-y ... Liittorakenteet
- Eurokoodi 5 (EC5) EN 1995-x-y ... Puurakenteet
- Eurokoodi 6 (EC6) EN 1996-x-y ... Muuratut rakenteet
- Eurokoodi 7 (EC7) EN 1997-x-y ... Geotekninen suunnittelu
- Eurokoodi 8 (EC8) EN 1998-x-y ... Seisminen suunnittelu
- Eurokoodi 9 (EC9) EN 1999-x-y ... Alumiinirakenteet
- **Pyrkivät yhtenäiseen suunnittelufilosofiaan ja merkintätapaan**
- **Sisältävät kansallisia valittavia parametreja (NDP), jotka esitetään kansallisissa liitteissä (NA), kts. [www.ymparisto.fi](http://www.ymparisto.fi)**

Tässä kurssissa käytetään EC2:n menetelmiä suppeasti. Varmuuskertoimet ym. NDP-parametrit annetaan, jos niitä tenteissä tarvitaan. Standardeja ei tarvitse hankkia.

### Eurokoodien merkinnöistä:

- Alaindeksi **c** viittaa betoniin, **y** tai **s** pehmeään ja **p** jänneräkseen
- Alaindeksi **m** (mean) viittaa keskiarvoon, **k** (karakteristinen) ominaisarvoon ja **d** (design) mitoitusarvoon (vastaa B4:n laskenta-arvoa)
- Alaindeksi **E** viittaa kuormituksesta aiheutuvaan rasitustilaan (action Effect), **R** rakenteen kestävyteen tiettyä rasitusta vastaan (Resistance)
- Lujuuden symboli on **f** ja varmuusluvun  $\gamma$

Esim. Betonin vetolujuuden mitoitusarvo on  $f_{ctd} = \alpha_{ct} f_{ctk} / \gamma_c$

Esim. Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo on  $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

**Huom. Suomessa  $\alpha_{ct} = 1,0$  ja  $\alpha_{cc} = 0,85$**

Esim. Teräksen vetolujuuden mitoitusarvo on  $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

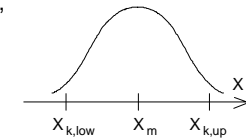
Esimerkiksi leikkausrasituksen mitoitusarvo ei saa ylittää leikkauskestävyyden mitoitusarvoa:  $V_{Ed} \leq V_{Rd}$

### Eurokoodien mitoitusperusteista

Rasituksia ( $E$ ) ovat esimerkiksi kuormituksen aiheuttama normaalivoima, taivutusmomentti ja leikkausvoima. Kestävyys ( $R$ ) puolestaan tarkoittaa rakenteen kykyä kestää tietyn tyyppistä rasitusta tai rasitusten yhdistelmää.

Tulee osoittaa, että rakenteen kestävyuden mitoitusarvo  $R_d$  on vähintään rasituksen mitoitusarvon  $E_d$  suuruinen eli  $E_d \leq R_d$ . Muuttujista  $X$  tarvitaan yksi tai useampi seuraavista arvoista, vrt. kuva 70,

- keskiarvo  $x_m$  tai nimellinen arvo
- alempi ominaisarvo  $x_{k,low}$ , joka vastaa tiettyä pientä alitusosuutta,
- ylempi ominaisarvo  $x_{k,up}$ , joka vastaa tiettyä pientä ylitysoosuutta.



**Kuva 70.**

$E_d$  määritetään kuormista  $G_i$  (pysyvä kuorma, joista yksi voi olla jännevoima  $P$ ),  $Q_i$  (muuttuva kuorma) ja  $A_i$  (onnettomuuskuorma).

Normaaleissa murtorajatiloiissa tulee kysymykseen kuormayhdistelmä:

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} Q_{k,i} + \sum_{l \geq 1} \gamma_{Q,l} \psi_{0,l} Q_{k,l}$$

"+" tarkoittaa kuormien vaikutusten yhdistämistä, ei yhteenlaskua.

$\gamma$ :t ovat osavarmuuslukuja,  $G_k$ :t pysyvien ja  $Q_k$ :t muuttuvien kuormien ominaisarvoja,  $\psi$ :t yhdistelykertoimia.  $\psi$ -kertoimien avulla otetaan huomioon, etteivät kaikki kuormat esiinny täysimääräisinä samanaikaisesti.

Käyttörajatiloiissa tulee kysymykseen kolme kuormayhdistelmää:

1. Pitkäaikainen (quasi-permanent, esim. viruma, kutistuma, esteettisyys)
2. Tavallinen (yleensä palautuville ilmiöille, esim. kimmainen taipuma)
3. Ominainen (yleensä palautumattomille rajatiloille)

Näitä vastaavat yhdistelmät ovat

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad \text{pitkäaikainen}$$

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{l \geq 1} \psi_{1,l} Q_{k,l} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad \text{tavallinen}$$

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{l \geq 1} \psi_{0,l} Q_{k,l} \quad \text{ominainen}$$

$Q_{k,1}$  on määräävä muuttuva kuorma.

Suomessa tutkitaan murtorajatilassa kaksi tapausta. Toisessa yhdistetään kaikki kuormat siten, että epäedullinen pysyvä kuorma kerrotaan  $1,15K_{FI}$ :llä, edullinen  $0,9$ :llä ja muuttuvat kuormat  $1,5K_{FI}$ :llä. Toisessa vaikuttavat pelkät pysyvät kuormat siten, että epäedullinen kuorma kerrotaan  $1,35K_{FI}$ :llä, edullinen  $0,9$ :llä.

$$\text{Tap. 1: } E_d = 1,15K_{FI} \sum G_{k,j,\text{sup}} + 0,9 \sum G_{k,j,\text{inf}} + 1,5K_{FI} Q_{k,1} + 1,5K_{FI} \sum_{l \geq 1} \psi_{0,l} Q_{k,l}$$

$$\text{Tap. 2: } E_d = 1,35K_{FI} \sum G_{k,j,\text{sup}} + 0,9 \sum G_{k,j,\text{inf}}$$

Kerroin  $K_{FI}$  riippuu luotettavuusluokasta RC3 ... RC1 viereisen taulukon mukaan.

	$K_{FI}$
RC3	1,1
RC2	1,0
RC1	0,9

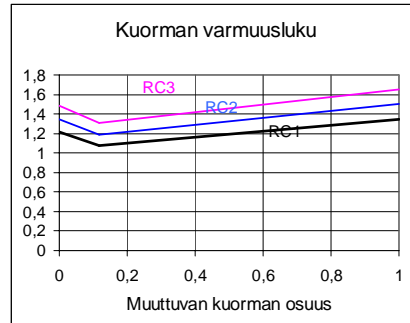
Esimerkiksi muuttuvan tasaisen kuorman  $q$  ja pysyvän tasaisen kuorman  $p$  yhdistelmää vastaavaksi mitoituskuormaksi saadaan

$$1,15K_{FI}p + 1,5K_{FI}q \quad \text{tai} \\ 1,35K_{FI}p$$

siitä riippuen, kumpi on suurempi. Tämä voidaan esittää myös muodossa

$$\gamma(p + q)$$

Kuva 71 esittää Suomessa tätä vastaavaa koko kuorman varmuuslukua  $\gamma$  luotettavuusluokille RC1 ... RC3. Tässä on oletettu, että kaikki pysyvä kuorma on epäedullista.



Kuva 71.

Suomen  $\psi$ -kertoimet on annettu YM:n asetuksessa Eurocode-standardien soveltamisesta talonrakentamisessa 15.10.2007, joka löytyy osoitteesta [www.ymparisto.fi](http://www.ymparisto.fi). Samasta asetuksesta löytyvät myös muut eurokoodien kansallisesti valitut parametrit, kuten osavarmuusluvut.

Esimerkkejä Suomen yhdistelykertoimista:

	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Asuin- ja toimistotilat	0,7	0,5	0,3
Varastotilat	1,0	0,9	0,8
Lumi ( $s_k < 2,75 \text{ kN/m}^2$ )	0,7	0,4	0,2
Lumi ( $s_k \geq 2,75 \text{ kN/m}^2$ )	0,7	0,5	0,2
Tuuli	0,6	0,2	0

Yhdistelykertoimilla ei ole merkitystä murtorajatilassa silloin, kun muuttuvia kuormia on vain yksi, kuten esim. asuintiloissa. Käyttörajatilassa kuormayhdistelyn valinta jää suunnittelijan harkintaan, koska EC2 ei sitä yksikäsitteisesti tee, vaikka antaakin joitakin rajoja ( $L/250$  taipumalle,  $L/500$  rakentamisen jälkeiselle taipumalle, jollei muista syistä muuta johdu).

Kuormitetun pinta-alan kasvaessa on mahdollista tehdä tiettyjä vähennyksiä, mutta niitä ei tässä käsitellä.

Murto- ja käyttörajatilassa materiaalien lujuuksien mitoitusarvot saadaan yleensä lujuuksien alemmista ominaisarvoista tai vastaavista jakamalla ne varmuuslukuilla. Tietyistä syistä, joita ovat esim. kuormituksen pitkäaikaisvaikutukset, rakenteessa toimivan betonin ja koekappaleiden väliset koko- ja muotoerot jne., voidaan joutua käyttämään lisäkertoimia. Näin esim. betonin puristuslujuus on  $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$ , missä kerroin  $\alpha_{cc} = 0,85$ . Korkealujuusbetonille käytetään taivutetussa rakenteessa laskentamallia, jossa  $f_{cd}$ :tä joudutaan edelleen pienentämään.

Suomessa betonin osavarmuusluku on 1,5 ja betoni- sekä jänneteräksen 1,15. Näitä voidaan kuitenkin pienentää tietyin edellytyksin arvoihin 1,35 ja 1,10. Edellytykset ovat voimassa esim. CE-merkityillä betoni-elementeillä, jos ne toteuttavat riittävän tiukat toleranssit.

Käyttörajatilassa teräs säilyy kimmoina. Sen sijaan betonin halkeaminen vedossa on mahdollista. Betonin vetolujuutena käytetään keskimääräistä arvoa  $f_{ctm}$ , kun haetaan taipumien arviointia varten haljenneen ja halkeamattoman alueen välistä rajaa, arvioidaan halkeaman leveyttä tai lasketaan minimiteräsmääriä hauraan murron estämiseksi.

Materiaalien tiheydet ja kimmomoduulit sekä rakenteen mitat katsotaan niin tarkkaan tunnetuiksi, että niille käytetään keskimääräisiä tai nimellisiä arvoja sekä murto- että käyttörajatilassa.

EC2 ei ole aivan niin johdonmukainen, kuin edellä esitetty antaa ymmärtää.

Esimerkiksi jännevoiman kehittymismatkan perusarvon  $f_{pt}$  laskentakaava sisältää betonin osavarmuusluvun  $\gamma_c$ , vaikka  $f_{pt}$  on likimain alarajansa  $0,8f_{pt}$  ja ylärajansa  $1,2f_{pt}$  puolella välissä eli edustaa lähinnä keskimääräistä eli todellista arvoa. Leikkauskestävyyden kaavassa

$$V_{Rd,c} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} k(100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

betonin osavarmuusluku jakaa vakion 0,18 eikä lujutta  $f_{ck}$  jne.

## Jännitettyjen rakenteiden materiaaleista

Esim. Betonin lujuus C20/25, suhteellinen kosteus 50 %, rakenteen muunnettu paksuus  $h_0 = 200$  mm, N-luokan sementti, jännitysikä 28 d.

Nimellinen kuivumiskutistuma  $\varepsilon_{cd,0} = -0,00054$ , kuivumiskutistuma aikavälillä (28 d,  $\infty$ ) on  $\varepsilon_{cd}(\infty) - \varepsilon_{cd}(28d) = -0,85 \times 0,00054(1 - 0,20) = -0,00039$

Virumaluku on  $\nu = 2,8$ . Jännitetään betoni arvoon  $-0,45 \times 20$  MPa = -9 MPa  $\Rightarrow$  viruma on

$$\varepsilon_{cc}(\infty) = \nu \sigma_c / E_c = 2,8 \times (9 / 30000) = -0,00084$$

Virumasta ja kutistumasta aiheutuva jännityshäviö on likimain

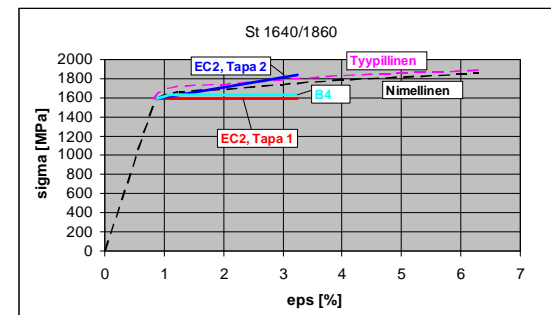
$$\Delta \sigma_p = (200\,000) \times (-0,00039 - 0,00084) \text{ MPa} = -246 \text{ MPa}$$

Tämä on lähellä tyypillistä betoniteräksen myötölujuutta niihin aikoihin, kun ensimmäisiä esijännityskokeiluja tehtiin. Kun lisätään häviöt kitkasta ja relaxaatiosta, on selvää, etteivät kokeilut voineet onnistua edes selvästi lujemmilla teräslaaduilla.

Jänneteräksinä käytetään yleisimmin muutaman mm:n paksuisia lankoja, langoista kierrettyjä punoksia sekä (harvemmin) jänneterästankoja. Lankojen pinta voi olla kuvioitu tartunnan parantamiseksi. Jänneteräksillä ei ole selvää myötörajaa. Siksi lujuudet on ilmoitettu muodossa  $R_{p,0,2}/R_m$ , missä  $R_{p,0,2}$  on 0,2 % pysyvää venymää vastaava jännitys eli 0,2-raja ja  $R_m$  murtolujuus.

Kuva 72 esittää tyypillistä vetokokeesta saatua jännepunoksen 1640/1860 käyrää ja B4:n sekä EC2:n suunnitteluotaksumia, kts. tarkemmin kuva 73.

Kuva 72.

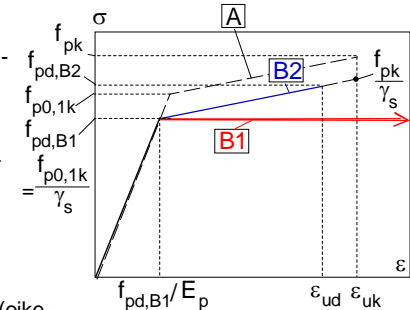


Jännitangon ja -langan kimmomoduulille käytetään samaa arvoa kuin harjatangolle eli se on 200 GPa. Jännepunoksien kimmomoduuli vaihtelee punoksen tiukkuuden mukaan yleensä välillä 185 – 200 GPa. Se on ilmoitettu käyttöselosteessa, mutta koska suunnitteluvaiheessa ei ole yleensä tiedossa, mistä punokset hankitaan, on turvallisinta käyttää suhteellisen pientä kimmomoduulia eli esim. 190 GPa:ta. (EC2:  $E_p = 195$  GPa käy).

Jännityshäviöiden pienentämiseksi kannattaa suosia matalarelaksaatioista terästä.

Myös betoni valitaan siten, että jännityshäviöiden vaikutukset jäävät mahdollisimman pieniksi. Tähän päästään valitsemalla riittävän luja betoni, jolloin betonin kimmomoduuli, sekä kutistumat ja virumat jäävät pieniksi. Varhaislujuuden nopea kehittyminen mahdollistaa jännittämisen nuorella iällä, millä on merkitystä erityisesti tehdastuotannossa. Tehdasvalmistuksessa ei juuri kannata käyttää alle K50 lujuusluokkia ja työmaillakin vain, jos K50-luokkaan ei vaikeuksitta päästä.

Kuva 73 kuvaa EC2:n materiaalimallia jänneteräkselle. Olisi tunnettava ominaisarvot 0,1- rajalle ( $f_{p0,1k}$ ) ja murtolujuudelle ( $f_{pk}$ ). Näiden sijasta käytetään aines-todistuksista tai käyttöselosteesta saatuja arvoja  $R_{p0,1}$  ja  $R_m$ .  $E_p$ :n mitoitusarvona voidaan käyttää 195 GPa punoksille ja 205 GPa langoille ja tangoille.



Jänneteräksen "murtovenymän" (oikeastaan kokonaistasavenymän) ominaisarvoa  $\epsilon_{uk}$  ei yleensä tunneta.

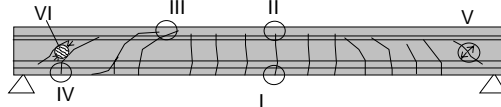
Kuva 73. A: Idealisoitu käyrä. B: Mitoitus (kaksi vaihtoehtoa).

Käytetään esim. arvoa 3,5 % (eli terästä, jonka  $\epsilon_{uk}$  on  $\geq 3,5$  %).  $\epsilon_{ud}$ :n arvo voidaan valita kansallisesti. Suomessa voidaan käyttää arvoa  $\epsilon_{ud} = 2,0$  %. Mitoituksessa voidaan valita joko kimmoisen-myötölujittuva käyrä  $\epsilon_{ud}$ :hen saakka tai kimmoisen-plastinen käyrä ilman venymärajoitusta. Jäljempänä teräksen myödyllä tarkoitetaan 0,1-rajaa ylittämistä.

### Jännitetyn betonipalkin murtumismekanismeja

Kuva 74 havainnollistaa jännitetyn betonipalkin mahdollisia murtumismekanismeja. Tässä on jätetty pois ylisuuresta jännevoimasta tai virheellisistä nostoista ja kuljetuksista aiheutuvat murtumiset.

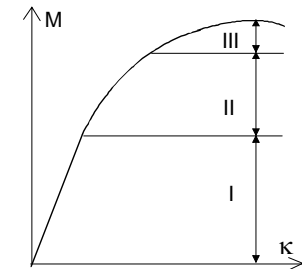
74. Murto-mekanismit



- I. **Taivutusvetomurto.** Pääteräksen myötöä seuraa murto tai betonin murtopuristuspuolelta. Teräsmäärän kasvattaminen auttaa, kunnes tapahtuu
- II. **Taivutuspuristusmurto.** Betoni murtuu puristuspuolelta ennen kuin pääteräs myötää.
- III. **Taivutus-leikkausmurto.** Taivutushalkeama kasvaa vinosti ylöspäin leikkausvoiman vaikutuksesta. Betoni murtuu halkeaman yläpäässä.
- IV. **Ankkurointimurto.**
- V. Uuman halkeamasta alkava **uuman leikkausmurto** tuen vieressä. Leikkausraudoituksen lisäys auttaa, kunnes tapahtuu
- VI. **Uuman puristusmurto.**

### Yleistä taivutuksesta

Kuva 75 esittää jännitetyn palkin poikkileikkauksen käyttäytymistä ulkoisen momentin kasvaessa. Ennen halkeamista rakenne käyttäytyy (lähes) lineaarisesti. Teräsjännitys kasvaa vain vähän. Halkeilun jälkeen seuraa siirtymävaihe, jossa sekä betonin että teräksen jännitys kasvavat. Kun teräksen myötö alkaa, siirrytään plastiseen vaiheeseen, jolle on tyypillistä käyristymän voimakas kasvu. Vaikka teräsjännityksen kasvu on hidasta, momentti kasvaa, koska betonin puristetun osan korkeus pienenee, betonin puristusresultantti nousee ylemmäksi ja sisäinen momenttivarsi kasvaa. **Teräs myötää  $\neq M_{max}$  saavutettu.**



Kuva 75. I. Kimmoisen vaihe. II. Siirtymävaihe. III. Plastinen vaihe.

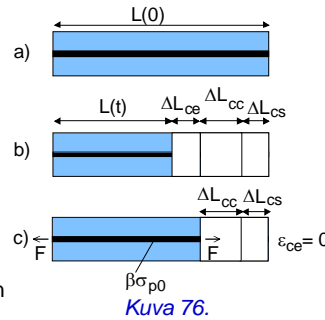
Mitä pienempi on teräsmäärä, sitä enemmän sisäinen momenttivarsi pystyy kasvamaan teräksen myötön jälkeen. Jos betonin reunamurtopuristuma saavutetaan samalla kun teräksen myötö alkaa (tasapainorautoitus) tai jo ennen teräksen myötöä (ylirautoitus), ei plastista vaihetta esiinny ollenkaan.

### Betonin ja teräksen venymien ja jännitysten riippuvuus toisistaan

Murtorajatilatarkasteluissa lasketaan betonin ja teräksen jännitysresultanteja lähtien  $\sigma$ - $\varepsilon$ -riippuvuudesta ja venymien yhteensopivuudesta. Tällöin on erotettava erityyppisten venymien vaikutukset jännitystiltaan. Selvitetään ensin, mikä on teräksen jännitys, kun betonin kimmoisen muodonmuutos  $\varepsilon_{ce}$  ja jännitys  $\sigma_c$  ovat nollia.

Kuvassa 76 esijännitetyn sauvan pituus alussa on  $L(0)$ . Betonin jännitys alussa on  $\sigma_c = 0$  ja teräksen  $\sigma_{p0}$ . Hetkellä  $t$  sauvan lyhenemä kutistuman, viruman ja kimmoisen puristuman johdosta on  $\Delta L_{cs} + \Delta L_{cc} + \Delta L_{ce}$ . Kun sauvaa venytetään  $-\Delta L_{ce}$ :n verran, on betonin kimmoisen venymä  $= 0$ ,  $\sigma_c = 0$  ja teräsjännitys  $\sigma_p = \beta \sigma_{p0}$ , missä kerroin  $\beta$  edustaa virumasta, kutistumasta ja relaksaatiosta aiheutuvia jännityshäviöitä.

**Huom.**  $\Delta L_{cs}$ ,  $\Delta L_{cc}$ , ja  $\Delta L_{ce}$  sisältävät myös ulkoisten kuormien vaikutuksen.

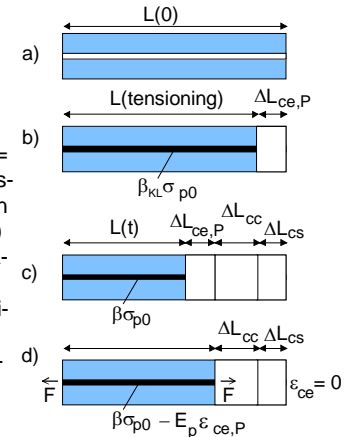


Kuva 76.

Jälkijännitettyssä rakenteessa (kuva 77) tarkastellaan aluksi vain yhden jänteen tapausta ja vain jännittämisen kannalta.

Teräsjännitys heti jännittämisen jälkeen  $= \beta_{KL} \sigma_{p0}$ , missä  $\beta_{KL}$  edustaa kitka- ja lukitus-häviöitä. Kun sauvaa venytetään betonin kimmoisen muodonmuutoksen  $\varepsilon_{ce,P}$  ( $< 0$ ) verran, saadaan betonin kimmoista nollavenymää vastaavaksi teräsjännitykseksi  $\beta_{KL} \sigma_{p0} - E_p \varepsilon_{ce,P}$ . Kun vielä otetaan huomioon viruma, kutistuma ja relaksaatio, on betonin kimmoista nollavenymää vastaava teräsjännitys  $\beta \sigma_{p0} - E_p \varepsilon_{ce,P}$ , missä  $\beta$  edustaa kaikkia jännityshäviöitä vastaavaa reduktiokerrointa.

Kuva 77.



Ulkoisen kuormitus vaikuttaa jännityshäviöiden kautta reduktiokertoimeen  $\beta$ . Se vaikuttaa myös betonin kimmoiseen muodonmuutokseen, mutta tämä taas ei vaikuta teräksen ja betonin väliseen yhteensopivuuteen, kuten ei myöskään esijännitettyssä sauvassa.

Jos jänteitä jännitetään useassa eri vaiheessa, kunkin jänteen  $\varepsilon_{ce,P}$ :ssä otetaan huomioon vain oman ja saman vaiheen muiden jänteiden aiheuttama kimmoisen muodonmuutos. Muiden vaiheiden jännevoimat toimivat kuten ulkoiset kuormat, joten ne vaikuttavat ainoastaan jännityshäviöiden kautta tarkasteltavan jänteen  $\beta$ :aan. Merkitään

$$\sigma_p^0 = \beta \sigma_{p0} - E_p \varepsilon_{ce,P} \quad \text{ankkurijänteille}$$

$$\sigma_p^0 = \beta \sigma_{p0} \quad \text{tartuntajänteille}$$

Tässä  $\varepsilon_{ce,P}$  sisältää vain tarkasteltavan ankkurijänteen ja sen kanssa yhdessä jännitettävien jänteiden aiheuttaman kimmoisen venymän betonissa tarkasteltavan jänteen kohdalla. Betonin kimmoista nollavenymää vastaavaksi teräsvenyymäksi saadaan

$$\varepsilon_p^0 = \frac{\sigma_p^0}{E_p}$$

Yleensä ollaan varmallalla puolella, jos otaksutaan, että  $\varepsilon_{ce,P} = 0$ .

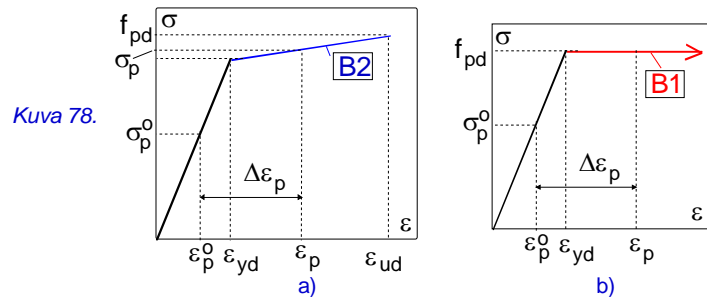
Käytännön rakenteissa on usein useita jänteitä, muita (jännittämätöntä) raudoitusta, taivutusta jne. Aina voidaan soveltaa seuraavaa menettelyä:

- Määritetään kussakin jänteessä edellä esitetyllä tavalla teräsvenyymä  $\varepsilon_p^0$ , joka vastaa betonin kimmoista venymää  $\varepsilon_{ce} = 0$
- Muutetaan betonin kimmoisia reunavenymiä ja lasketaan niiden avulla venymän muutokset  $\Delta \varepsilon_p$  terästen kohdalla.
- Summataan kohtien 1 ja 2 venymät ja katsotaan  $\sigma$ - $\varepsilon$ -käyrältä summaa vastaava jännitys, jonka perusteella saadaan kunkin jänteen voima.
- Lasketaan reunavenymien avulla betonin voimaresultantti.
- Jos näin saadut poikkileikkauksen sisäiset ja ulkoiset  $N$  ja  $M$  eivät ole tasapainossa, muutetaan reunavenymiä, kunnes tasapaino toteutuu. Voidaan myös etsiä taivutuskestävyys myöhemmin esitetyllä tavalla.



Kuva 78 havainnollistaa teräsjännityksen määrittämistä, kun käytetään EC2:n mitoitusotaksumia jänneteräkselle.

Mitoitusotaksuman B1 tapauksessa teräksen todellisella venymällä ei ole merkitystä, jos se on suurempi kuin  $\varepsilon_{yd}$ , mihin mitoituksessa yleensä pyritään. Myös termin  $\varepsilon_{ce,p}$  vähäinen merkitys käy ilmi. Sen täytyy olla pieni, koska teräsjännitys pysyy kimmoisalla alueella, jolloin sitä vastaavan venymän muutos on myös pieni verrattuna murtotilan mukaiseen venymän  $\varepsilon_p$ .

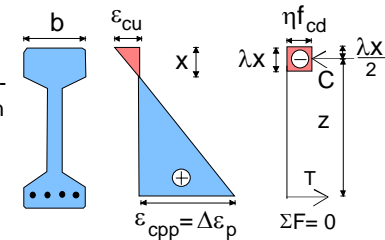


Rak-43.3110 2012 M. Pajari

129

### Taivutuskestävyyden laskenta

Kuvassa 79 on esitetty betonin venymäkuviio murtorajatilassa. Betonin reunapuristumaksi asetetaan murtopuristuma  $\varepsilon_{cu}$  ( $= \varepsilon_{cu3}$ , EC2). Betonin venymää vastaava teräsvenymän muutos  $\Delta\varepsilon_p$  otaksutaan samaksi kuin betonin venymä  $\varepsilon_{cpp}$  jänteen korkeudella. Jänneteräksen kokonaisvenymä on



Kuva 79.

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p^0}{E_p} + \varepsilon_{cpp} \quad \text{missä } \sigma_p^0 \text{:n merkitys on selostettu edellä.}$$

**EC2:** Betonin puristusjännitys jakauma korvataan suorakulmiolla, jonka korkeus on  $\lambda x$ . Jännityksen arvo on  $\eta f_{cd}$ . ( $\eta \leq 1$  ja  $\lambda \leq 0,8$  EC2:sta). Asetetaan aluksi  $\Delta\varepsilon_p$  ( $\Rightarrow \varepsilon_p \Rightarrow \sigma_p$ ) siten,  $\sigma_p = f_{pd}$  ( $= f_{pd,B1}$ ). Lasketaan  $x$ , betonin puristusresultantti  $C$  ( $= b\lambda x\eta f_{cd}$  suorakaiteelle) ja teräsjännitysten resultantti  $T = A_p f_{pd}$ .

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

130

### Erotetaan kaksi tapausta:

1.  $T < C$  (taivutusvetomurto): Kasvatetaan  $\varepsilon_{cpp}$ :tä, kunnes  $C = T$ . Poikkileikkauksen taivutuskestävyys on silloin  $M_{Rd} = Tz$ .

**Erikoistapaus 1b:** Jos käytetään myötölujittuvaa mitoituskäyrää ja teräsvenymää  $\varepsilon_{ud}$  vastaava  $T < C$ , pidetään teräsvoimaa  $T$  vakiona ( $= T(\varepsilon_{ud})$ ) ja pienennetään  $\lambda x$  (vastaa  $\varepsilon_{cpp}$ :n kasvattamista), kunnes  $C = T$ .  $M_{Rd} = Tz$ .

2.  $C < T$  (taivutuspuristusmurto, yliraudoitus): pidetään yläpinnan puristumaa vakiona  $= \varepsilon_{cu}$  ja pienennetään  $\varepsilon_{cpp}$ :tä, kunnes  $C = T$ .  $M_{Rd} = Tz$ .

Kaikissa tapauksissa poikkileikkauksen taivutuskestävyys on  $M_{Rd} = Tz$ .

**Huom.1.** Jos teräs ei myötölujene eikä poikkileikkaus ole yliraudoitettu,  $C = T = A_p f_{pd} = b\eta f_{cd} \lambda x \Rightarrow M_{Rd} = A_p f_{pd} z = A_p f_{pd} (d - 0,5\lambda x)$

**Huom.2.** Jos teräskerroksia on useampia, lasketaan venymäkuviosta niitä vastaavat jännitykset ja voimat, jotka otetaan huomioon poikkileikkauksen tsp-ehdoissa (voimien summa = 0).

**Huom.3.** Laskentamenetelmä on sama kuin teräsbetonirakenteelle, paitsi että otetaan huomioon "alkujännitystä" vastaava teräsvenymä.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

131

### Leikkausmitoitus

Osa mitoitusmenetelmistä perustuu kokeellisiin tuloksiin. Sellaisten menetelmien soveltuvuus kokeellisesti todennetun alueen ulkopuolella on kyseenalaista. Tämä koskee erityisesti haljennutta leikkausraudoittamatonta palkkia. Toisaalta leikkausraudoitetuissa palkeissa on vaikea tietää, miten tehokkaasti haat toimivat yhdessä betonin kanssa jne. Myös EC2:n leikkauskaavoja on kritisoitu. Niitä käytetään kuitenkin seuraavassa.

#### Leikkausraudoittamaton palkki

Merkintöjä (EC2):

$V_{Rd,c}$  leikkausraudoittamattoman palkin leikkauskestävyys

$V_{Rd,s}$  hakojen myötöön perustuva leikkauskestävyys

$V_{Rd,max}$  betonidiagonaalien puristuskestävyyteen perustuva leikkauskestävyyden maksimiarvo

**Haljennneessa tilassa** lasketaan  $V_{Rd,c}$  kaavasta

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k(100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \quad \text{EC2: (6.2a)}$$

kuitenkin vähintään

$$V_{Rd,c} = [v_{min} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \quad \text{EC2: (6.2b)}$$

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

132

$C_{Rd,c}$  (suositusarvo = 0,18 MPa/ $\gamma_c$ ),  $k_1$  (suositusarvo = 0,15) ja  $v_{min}$  (suositusarvo =  $0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$ ) ovat kansallisesti valittavia parametreja.

Muiden symbolien merkitys:

$f_{ck}$  betonin lieriölujuuden ominaisarvo (esim. betoni C40:  $f_{ck} = 40$  MPa)

$k = \min\left\{1 + \sqrt{\frac{200\text{mm}}{d}}; 2\right\}$   $d$  on poikkileikkauksen tehollinen korkeus

$\rho_l = \min\left\{\frac{A_{sl}}{b_w d}; 0,02\right\}$

$A_{sl}$  halkeaman yläpään momenttia vastaan ankkuroidun vetoraudoituksen poikkileikkauksala

$b_w$  vedetyn poikkileikkauksen osan minimileveys

$\sigma_{cp} = \min\{N_{Ed}/A_c; 0,2f_{ctd}\}$ ,  $A_c$  on betoni-PL:n ala ja  $N_{Ed}$  ulkoinen normaali voima tai esijännitysvoima, puristava  $N_{Ed} > 0$ .

**Huom.** EC2:n kaava (6.2a) voi toimia hyvin, kun momentti on pieni, mutta ainakin korkeilla ontelolaatoilla se yliarvioi reilusti leikkauskestävyyden, kun taivutusmomentti on suuri. Tämä on mahdollista, koska kaava ei ota huomioon taivutusmomenttia mitenkään.

Poikkileikkaus voidaan katsoa haljenneeksi, jos betonin vetojännitys reunalla ylittää arvon  $0,70f_{ctm,fl}/\gamma_c$ , missä

$$f_{ctm,fl} = \max\left\{\left(1,6 - \frac{h}{1000\text{mm}}\right)f_{ctm}; f_{ctm}\right\}$$

Tässä  $f_{ctm}$  on betonin keskimääräinen vetolujuus ja  $h$  poikkileikkauksen korkeus. Tämä halkeilukriteeri on EC2:n hengen mukainen, vaikka sitä ei EC2:sta sellaisenaan löydykään.

**Halkeamattomassa tilassa** lasketaan  $V_{Rd,c}$  kaavasta

$$V_{Rd,c} = \frac{lb_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad \text{EC2: (6.4)}$$

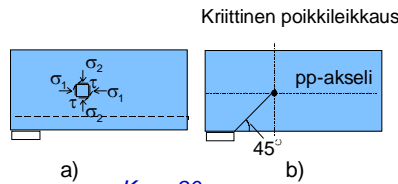
Tässä on  $l$ ,  $b_w$  ja  $S$  betonipoikkileikkauksen jähyysmomentti, uuman leveys ja irtileikkautuvan osan staattinen momentti pp-akselin suhteen.  $f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_c$  on betonin vetolujuuden mitoitusarvo ja  $h$  poikkileikkauksen korkeus.  $\sigma_{cp} = +P_{Ed}/A_c$ , missä  $P_{Ed}$  on jännevoiman mitoitusarvo ja  $A_c$  betonipoikkileikkauksen ala.  $\alpha_1 = l_x/l_{pl2}$ , missä  $l_x$  on tarkasteltavan kohdan etäisyys palkin päästä ja  $l_{pl2}$  jännevoiman kehittymismatkan mitoitusarvo. Kaava 6.4 edustaa kriteeriä, jossa betonin päävetojännitys uumassa on merkitty yhtä suureksi kuin vetolujuuden mitoitusarvo eli

$$f_{ctd} = \sigma_l = \frac{\sigma_1}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{4} + \tau^2}$$

Kuva 80.a esittää jännityskomponentteja.  $\sigma_1$  aiheutuu jännevoimasta,  $\tau$  ulkoisesta kuormasta ja  $\sigma_2$  tukireaktion aiheuttamasta paineesta.

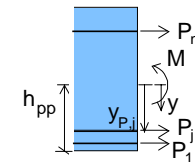
Hieman tuen ulkopuolella  $\sigma_2$ :n positiivinen vaikutus häviää, joten kestävyys määräytyy vain  $\sigma_1$ :n ja  $\tau$ :n perusteella. Näin päädytään kaavaan 6.4, jota sovelletaan kuvan 80.b kriittisessä poikkileikkauksessa. Kaavan puute on, ettei se ota huomioon jännevoiman kehittymisen vaikutusta  $\tau$ :hun, ja siksi se yliarvioi esim. onteloaattojen leikkauskestävyyttä jopa useita kymmeniä prosentteja. Siksi **EC2:n kaavaa 6.4 ei pidä käyttää tartuntajänneille**.

Aikaisemmin on sivuilla 14 – 15 johdettu kaava  $\tau = V(ES)/[(EI)b]$ . Edellytyksenä oli, että normaali voima on vakio eli  $dN/dx = 0$ . Tartuntajännepalkin päässä jännevoima kasvaa nolasta täyteen arvoon pienellä matkalla, joten  $dN/dx \neq 0$  ja joudutaan erikoistarkasteluihin.



Kuva 80.

Kuva 81 esittää tartuntajännepalkkia, jossa on jännekerroksia  $n$  kpl. Kuvissa 82 - 83 on jännepalkista ajateltu irrotetuksi pala, johon vaikuttaa vaakasuunnassa betonijännitys  $\sigma$ , leikkausjännitys  $\tau$  ja vaakaleikkauksen yläpuolisten jänteiden voimaresultantti  $P_{cp}$ . Tarkastellaan erikseen betonin jännityksiä jännevoiman laukaisusta (alaindeksi  $c,P$ ) ja ulkoisesta kuormasta (alaindeksi  $c,V$  leikkausjännitykselle ja  $c,M$  normaali jännitykselle).



Kuva 81.

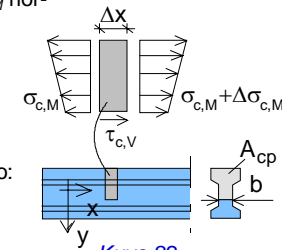
a. **Ulkoinen kuorma:**  $\sigma_{c,M} = \frac{M}{I_m} y \Rightarrow$

$$\Delta\sigma_{c,M} = \frac{d\sigma_{c,M}}{dx} \Delta x = \frac{1}{I_m} \frac{dM}{dx} y \Delta x = \frac{Vy}{I_m} \Delta x$$

Kuvan 82 harmaan palan vaakasuora ts-p-ehto:

$$\tau_{c,V} b \Delta x = - \int_{A_{cp}} \Delta\sigma_{c,M} dA = - \int_{A_{cp}} \frac{d\sigma_{c,M}}{dx} \Delta x dA$$

$$= - \Delta x \frac{V}{I_m} \int_{A_{cp}} y dA \quad \left| \begin{array}{l} : b \Delta x \text{ ja merkitään} \\ S = - \int y dA (> 0) \end{array} \right. \Rightarrow \tau_{c,V} = \frac{VS}{I_m b}$$



Kuva 82.

**b. Jännevoiman kehittyminen:**

Kuva 83 esittää harmaaseen palaan jännevoimasta aiheutuvia vaakasuuntaisia betonijännityksiä  $\sigma$  ja  $\tau$  sekä palan läpi kulkevien jänteiden voimaresultanttia  $P_{cp}$ .

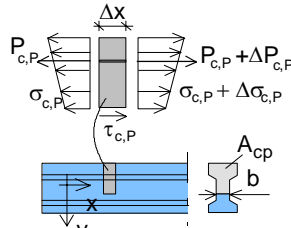
$$\sigma_{c,P} = \frac{-\sum_j P_j}{A_m} + \frac{-\sum_j P_j y_{P,j}}{I_m} y$$

$$\frac{d\sigma_{c,P}}{dx} = -\frac{1}{A_m} \sum_j \frac{dP_j}{dx} - \frac{y}{I_m} \sum_j \frac{dP_j}{dx} y_{P,j}$$

$$\Delta\sigma_{c,P} = \frac{d\sigma_{c,P}}{dx} \Delta x \quad \Delta P_{c,P} = \frac{dP_{c,P}}{dx} \Delta x$$

Kuvan 80 harmaan palan tsp-ehto:

$$\tau_{c,P} b \Delta x = -\int_{A_{cp}} \Delta\sigma_{c,P} dA - \Delta P_{cp} = -\int_{A_{cp}} \Delta x \frac{d\sigma_{c,P}}{dx} dA - \frac{dP_{cp}}{dx} \Delta x \quad | : b \Delta x \Rightarrow$$



Kuva 83.

$$\tau_{cp} = -\frac{1}{b} \int_{A_{cp}} \frac{d\sigma_{c,P}}{dx} dA - \frac{1}{b} \frac{dP_{cp}}{dx}$$

$$= -\frac{1}{b} \int_{A_{cp}} \left( -\frac{1}{A_m} \sum_j \frac{dP_j}{dx} - \frac{y}{I_m} \sum_j \frac{dP_j}{dx} y_{P,j} \right) dA - \frac{1}{b} \frac{dP_{cp}}{dx}$$

$$= \frac{1}{b} \frac{1}{A_m} \sum_j \frac{dP_j}{dx} \int_{A_{cp}} dA + \frac{1}{b I_m} \sum_j \frac{dP_j}{dx} y_{P,j} \int_{A_{cp}} y dA - \frac{1}{b} \frac{dP_{cp}}{dx} \quad \left| S = -\int_{A_{cp}} y dA (> 0) \right.$$

$$= \sum_j \frac{1}{b} \frac{dP_j}{dx} \left( \frac{A_{cp}}{A_m} - \frac{S}{I_m} y_{P,j} \right) - \frac{1}{b} \frac{dP_{cp}}{dx}$$

Jos on vain yksi jännekerros ja sekin tarkasteltavan tason alapuolella:

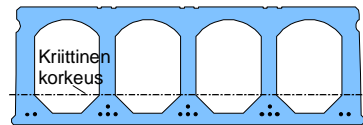
$$\tau_{cp} = \frac{1}{b} \frac{dP}{dx} \left( \frac{A_{cp}}{A_m} - \frac{S}{I_m} y_P \right) \quad \text{Superpositio: } \tau = \tau_{cV} + \tau_{cP}$$

$$\text{Jos vain yksi jännekerros: } \tau = \frac{1}{b} \left[ \left( \frac{A_{cp}}{A_m} - \frac{S y_P}{I_m} \right) \frac{dP}{dx} + \frac{S}{I} V \right] \quad (\text{Yang 1994})$$

Yangin kaavassa  $A_{cp}$  ja  $S$  ovat tarkastelukohdan yläpuolisen poikkileikkauksen osan muunnettu pinta-ala ja muunnettu staattinen momentti pp-akselin suhteen. Kaava johtaa siihen, että kriittinen piste uuman vetolujuuden suhteen ei aina olekaan pp-akselin lähellä vaan se voi olla huomattavasti alempana. Siksi päävetojännitystä laskettaessa täytyy ottaa huomioon myös momentin vaikutus normaalijännitykseen  $\sigma_1$ . Esim. kuvan 84 tapaiselle poikkileikkaukselle kriittinen piste on korkeudella, jossa uuman leveys alkaa kasvaa.

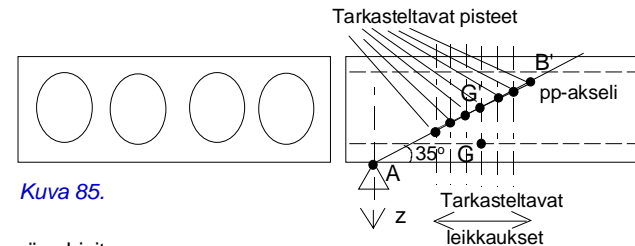
Siis:  $\tau$  lasketaan Yangin kaavasta (tai sen yleistyksestä) ja  $\sigma_1$  kaavasta

$$\sigma_1 = \frac{N}{A_m} + \frac{M}{I_m} y$$



Kuva 84.

Kriittinen piste eli piste, jossa päävetojännitys ensimmäisenä tulee betonin vetolujuuden suuruiseksi, löytyy Yangin mukaan tasosta, joka lähtee 35° kulmassa tuelta, kts. kuva 85. Kriittinen piste löydetään kokeilemalla peräkkäisiä, riittävän tiheästi sijaitsevia pisteitä. Se piste on kriittinen, joka antaa suurimman pääjännityksen.



Kuva 85.

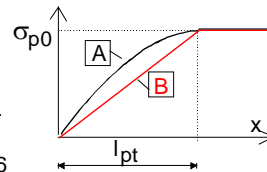
Käytännön ohjeita:

- Jännityksiä laskettaessa käytetään jännevoimaa, joka vaikuttaa samassa pystypoikkileikkauksessa, esim. kuvassa 85 pisteen G jännevoimasta lasketaan pisteen G' jännitys
- Jos tasapaksun uuman alareunassa on voimakas viiste, on kriittinen piste yleensä tasapaksun osan alimmassa kohdassa
- Pyöreäreikäisissä ontelolaatoissa kriittinen piste on yleensä onteloiden keskikohdalla, jossa uumabetoni on kapeimmillaan.

Menetelmä on esitetty yksityiskohtaisesti ontelolaattojen tuotestandardin EN 1168 vuonna 2008 ilmestyneessä korjatussa versiossa (suomennos virheellinen).

### Jännevoiman siirtyminen ja ankkurointi tartuntajänteissä

Tartuntajänteen jännitys palkin päässä laukaisun jälkeen on = 0. Tietyllä matkalla  $l_{pt}$  jänteen ja betonin välinen luisto on kokonaan hävinnyt ja esijännitys saavuttanut täyden arvonsa rakenteessa. Yleinen käsitys on, että esijännityksen kehittyminen hidastuu (gradientti pienenee) edettäessä päästä keskelle pään kuvan 86 A-käyrän mukaan. Yleensä mitoitusohjeissa otaksutaan esijännityksen kehittyminen kuitenkin lineaarisesti kuvan 86 B-käyrän mukaan.



Kuva 86. Jännevoiman kehitys. A. Otaksuttu. B. Idealisoitu

EC2: Tartuntalujuuden mitoitusarvo  $f_{bpt}$  ja siirtymäpituuden perusarvo  $l_{pt}$  saadaan kaavoista:

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_1 f_{ctd}(t_0) \quad l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}}$$

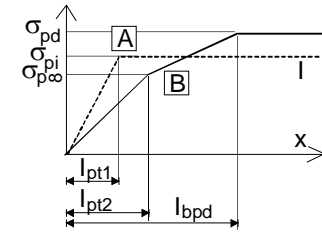
$f_{ctd}(t_0)$  on betonin vetolujuuden mitoitusarvo laukaisuhetkellä  $t_0$ .  
 $\phi$  on jänteen läpimitta.  
 $\sigma_{pm0}$  on teräsännitys heti laukaisun jälkeen.  
 $\eta$ :t ja  $\alpha$ :t ovat vakioita.

EC2: Mitoituksessa menetellään kuvan 87 mukaan.

$$l_{pt1} = 0,8l_{pt},$$

$$l_{pt2} = 1,2l_{pt},$$

$$l_{abd}$$
 on jännityksen  $\sigma_{pd}$  ankkurointiin tarvittava matka,  
 $\sigma_{pi}$  alkujännitys,  
 $\sigma_{p\infty}$  esijännitys häviöiden jälkeen,  
 $\sigma_{pd}$  ankkuroitava teräsännitys,  
 $x$  matka ankkuroinnin alkukohdasta  
 $l_{abd} = l_{pt2} + \alpha_2 \phi (\sigma_{pd} - \sigma_{p\infty}) / f_{abd}$



Kuva 87. A. Jännevoiman kehitys, kun  $l_{pt1}$  määräävä. B. Ankkurointi ( $l_{pt2}$  määräävä).

Huom. Mitoituksessa tulee valita  $l_{pt1}$  tai  $l_{pt2}$  sen mukaan, kumpi antaa määrävän vaikutuksen. Jännevoiman haitallisia vaikutuksia (esim. pään halkaisuvoimia) pitää arvioidaan  $l_{pt1}$ :n avulla, hyödyllisiä (esim. leikkauskestävyyden kasvattaminen, ankkurointi)  $l_{pt2}$ :n avulla.

Huom. Ankkurointi tarkistetaan vain haljenneille poikkileikkauksille. Poikkileikkaus katsotaan haljenneeksi, jos vetojännitys teknisellä taivutusteorialla laskettuna ylittää arvon  $0,70f_{ctm,fi}/\gamma_c$  vrt. s. 134.

Huom. Ankkuroitava jännitys lasketaan halkeaman yläpään taivutusmomentin mukaan, vrt. kuva 88. Kun leikkausraudoitus ja pääteräksen vaarnavaikutus unohdetaan, saadaan  $\sigma_{pd}$  pisteen O suhteen lasketusta sisäisen ja ulkoisen momentin tsp-ehdosta

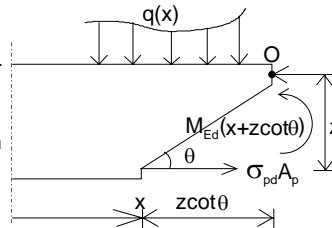
$$M_{Ed}(x + z \cot \theta) = \sigma_{pd} A_p z$$

Halkeamakulma  $\theta$  valitaan siten, että  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  eli  $22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

Pieni  $\theta$ :n arvo antaa konservatiivisen arvon ankkurointikestävyydelle. Tämä on tarpeen erityisesti leikkausraudoittamattomalle palkille.

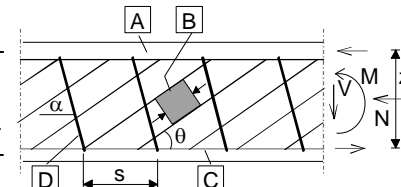
### Leikkausraudoitetun palkin leikkauskestävyys

EC2:ssa oletetaan kaikkien hakojen myötävän samanaikaisesti, mikä ei välttämättä ole konservatiivinen otaksunta, mutta toisaalta betonin ei katsota tuovan lisää kapasiteettia teräksen myödon lisäksi. Kestävyys lasketaan ristikkoanalogialla, jossa betonin puristuspuoli toimii puristus-



Kuva 88.

paarteena, pääraudoitus veto-  
 paarteena, betoni vinojen halkeamien välissä puristettuna diagonaalina ja hakaraudoitus vetosauvana, joka kantaa pystysuuntaisen vedon. Kuva 89 havainnollistaa mallia.  $\theta$  edustaa halkeamakulmaa eli puristusdiagonaalin suuntaa ja  $\alpha$  on kulma, jonka haat muodostavat vaakasuunnan kanssa.



Kuva 89. A. Puristuspaarre. B. Puristusdiagonaali. C. Vetopaarre. D. Haka.

Leikkauskestävyys on nyt

$$V_{Rd} = \min\{V_{Rd,s}; V_{Rd,max}\}, \text{ missä}$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (\text{hakojen myötö})$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta) \quad (\text{puristusdiagonaalien murto})$$

$A_{sw}$  on haan poikkileikkauksala,  
 $s$  hakaväli,  
 $z$  sisäinen momenttivarsi,  
 $f_{ywd}$  hakateräksen myötölujuuden mitoitusarvo,  
 $b_w$  palkin uuman minimileveys hakojen kohdalla,  
 $f_{cd}$  betonin puristuslujuuden mitoitusarvo,  
 $v_1$  kerroin, ottaa huomioon leikkauksen vaikutuksen pur. lujuuteen  
 $\alpha_{cw}$  ottaa huomioon aksiaalisen puristuksen vaikutuksen

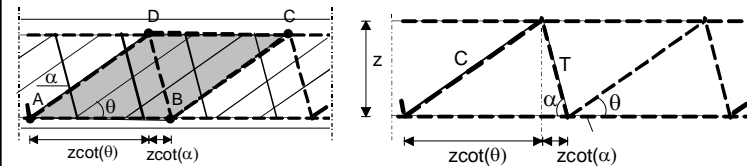
	$\alpha_{cw}$	$f_{ck}$	$v_1$
Ei esijännitystä	1,00	$\leq 60$ MPa	0,6
$0 \leq \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd}$	$1 + \sigma_{cp} / f_{cd}$	$> 60$ MPa	$\max\{0,9 - f_{ck} / (200 \text{ MPa}); 0,5\}$
$0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5f_{cd}$	1,25		
$0,5f_{cd} < \sigma_{cp} \leq f_{cd}$	$2,5(1 - \sigma_{cp} / f_{cd})$		

$\sigma_{cp}$  on normaalivoiman mitoitusarvon aiheuttama keskimääräinen aksiaalinen puristusjännitys betonissa (puristusjännitys positiivinen). Se voi aiheutua myös jännevoimasta.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

145

Eurokoodin kaavat perustuvat kuvan 90 mukaiseen ristikkoanalogiaan, jossa puristusdiagonaalit C ovat halkeamien suuntaisia betonisauvoja ja vetodiagonaalit hakojen suuntaisia terässauvoja. Sauvat muodostetaan niin, että ne ulottuvat vetopaarteelta puristuspaarteelle. Kaikki janan AB (kuva 89.a) kohtaavat haat muodostavat vetosauvan T ja kaikki janan AB kohtaavat betonisauvat puristussauvan C kuvan 85.b mukaisella tavalla.



a) Rakenne.

b) Laskentamalli.

Kuva 90.

Hakojen kestävyys voidaan ratkaista lähtien kuvan 91.a vinosta leikkauksesta. Leikkauksen ylittävien hakojen yhteispinta-ala A ja myötövoima  $F_{sw}$  ovat

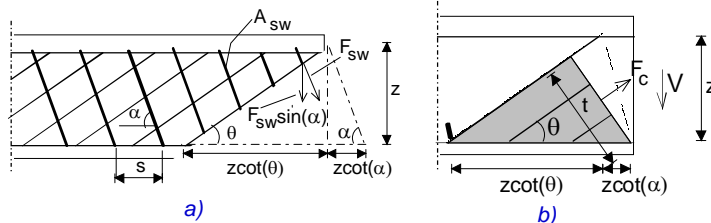
Rak-43.3110 2012 M. Pajari

146

$$A = \frac{A_{sw}}{s} z(\cot\theta + \cot\alpha) \quad F_{sw} = Af_{ywd}$$

Lopullinen kaava saadaan, kun merkitään  $F_{sw}$ :n pystykomponentti  $F_{sw} \sin\alpha$  leikkauksvoiman suuruiseksi.

Vastaavasti puristusdiagonaalien kapasiteetti voidaan ratkaista kuvan 91.b perusteella. Jos betonin lujuus on  $\alpha_{cw}v_1f_{cd}$ , on voimaresultantti halkeamien suunnassa  $F_c = \alpha_{cw}v_1f_{cd}tb_w$ .  $F_c$ :n pystykomponentti on  $F_c \sin\theta$  ja  $t = z(\cot\theta + \cot\alpha)\sin\theta$ . EC2:n esitykseen päästään merkitsemällä  $F_c$ :n pystykomponentti leikkauksvoiman suuruiseksi.



Kuva 91.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

147

$b_w$ :n sijasta käytetään arvoa  $b_{w,nom}$ , jos uumassa on ankkurijännteitä.

$b_{w,nom} = b_w$ , kun metalliset, injektoidut suoja-putket, joiden  $\phi \leq b_w/8$ ,

$b_{w,nom} = b_w - 0,5\Sigma\phi$ , metalliset, injektoidut suoja-putket, joiden  $\phi > b_w/8$ ,

$b_{w,nom} = b_w - 1,2\Sigma\phi$ , tartunnattomat jänteet, injektioimattomat suoja-putket, muut kuin metalliset suoja-putket, vaikka olisivat injektoidut

$b_{w,nom}$  lasketaan epäedullisimman korkeusaseman mukaan.

### Tartunnattomista jänteistä

Jotta ankkurijännteiden suoja-putket voitaisiin kunnolla injektoida, tulee putken läpimitan olla selvästi jänteen läpimittaa suurempi. Metallinen suoja-putki tulee suojata korroosiota vastaa riittäväällä betonipeitteellä. Jänne painautuu jännitettäessä suoja-putken sisäpuolista kaarretta vastaan.

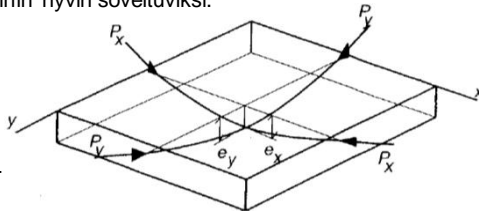
**Loppupäätös:** Jos rakenne on matala, ankkurijännteiden kaarevuus jää pieneksi ja huomattava osa rakenteen korkeudesta jää hyödyntämättä.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

148

Tartunnattomia jäniteitä ei injektoida. Siksi niiden suojakuoren ulkomitta on vain hieman jänteen ulkomittaa suurempi ja jäniteelle saadaan kaarevuutta jo matalassakin poikkileikkauksessa kuten laatassa. Pilarilaatassa tartunnattomat jäniteet mahtuvat paremmin pilarin kohdalle kuin tartunnalliset. Myös injektointikustannus jää pois. Mm. näistä syistä tartunnattomat jäniteet on todettu pilarilaattoihin hyvin soveltuviksi.

Kuvan 92 neljältä sivulta tuettu laatta on jännitetty paraabelin muotoisilla jäniteillä, joista keskimmaiset näkyvät kuvassa. x-suunnassa jäniteiden ohjausvoimat aiheuttavat laattaan pystysuoran viivakuorman  $q_x$ , y-suunnassa kuorman  $q_y$ . Tasan jakaantuneiden jäniteiden vaikutuksesta syntyy pystysuuntainen tasainen kuorma  $q$ .



Kuva 92. Jännitetty laatta [BY210].

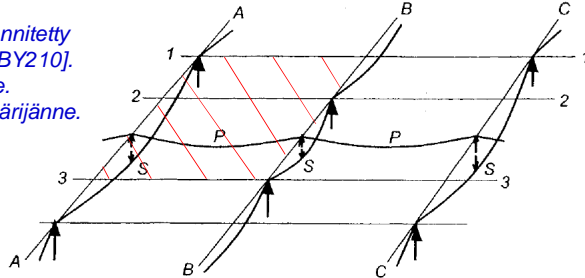
$$q = q_x + q_y = 8 \frac{p_x e_x}{L_x^2} + 8 \frac{p_y e_y}{L_y^2},$$

$L_x$  ja  $L_y$  ovat jännemitat,  $p_x = P_x/s_x$  ja  $p_y = P_y/s_y$ ,  $s_x$  ja  $s_y$  ovat jäniteiden välimatkat y- ja x- suunnassa.

Koska tartunnaton jänne on kiinni betonissa vain päistään, sen venymä ei seuraa betonin venymää kussakin poikkileikkauksessa vaan jakautuu ankkureiden välillä likimain tasan. Kun betonin muodonmuutokset keskityvät murtoa lähestyttäessä tiettyihin paikkoihin, joissa ne kasvavat voimakkaasti, tartunnattoman jänteen venymä kasvaa koko jänteen matkalla, mutta vain vähän. Jänteen lisävenymän suuruus voidaan arvioida laskeamalla ensin betonin venymä jänteen korkeudella ja integroimalla siitä ankkureiden välimatkan muutos. Koska integrointi on suhteellisen työläs tehtävä teräsvenymän selvittämiseksi ja saavutettava hyöty siitä vähäinen, on kehitetty likimääräismenetelmiä. BY210:ssa on selostettu menetelmä, jossa muodonmuutosta käsitellään hieman tarkemmin. Jos mitään venymätarkasteluja ei tehdä, voidaan teräsjännitys murrossa arvioida EC2:n mukaan lisäämällä Suomessa esijännitykseen 50 MPa (suositus 100 MPa).

Murtorajatilassa teräsjännitys nousee esijännitystä suuremmaksi, mutta jää yleensä 0,1-ajan alapuolelle. Taivutusmurtotarkastelut lähtevät siitä, että betoni murtuu puristuspuolelta. Yksinkertaisimmillaan mitoituksessa arvioidaan teräsjännitys sekä lasketaan sitä vastaava betonin puristusvoima ja puristuspuolelta. Yksinkertaisimmillaan mitoituksessa arvioidaan teräsjännitys sekä lasketaan sitä vastaava betonin puristusvoima ja puristuspuolelta. Yksinkertaisimmillaan mitoituksessa arvioidaan teräsjännitys sekä lasketaan sitä vastaava betonin puristusvoima ja puristuspuolelta. Yksinkertaisimmillaan mitoituksessa arvioidaan teräsjännitys sekä lasketaan sitä vastaava betonin puristusvoima ja puristuspuolelta.

Kuva 93. Jännitetty pilarilaatta [BY210].  
P: Pääjänne.  
S: Sekundäärijänne.



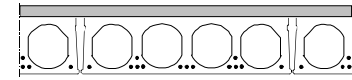
Kuva 93 esittää jännitettyä pilarilaattaa, jossa on epäsäännöllinen pilarijako. Tarkastellaan linjojen A ja B sekä 1 ja 3 väliin jäävää aluetta. Jaetaan pääsuunnan P jäniteet välillä 2 – 3 tasan. Jännevoimaa ja kaarevuutta säättämällä saadaan ohjausvoimat vastaamaan tasapainotettavaa tasaista kuormaa.

Pilarilinjoja pitkin kulkevat sekundäärisuunnan jäniteet mitoitetaan kantamaan pääsuunnan jäniteiden kulmanmuutoksista aiheutuvat, alaspäin suuntautuvat tukivoimat.

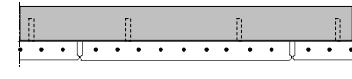
## BETONI-BETONI-LIITTORAKENTEET

Tyypillisessä betoni-betoni-liittorakenteessa on jännitetty alaosa ja paikallavalettu yläosa:

Ontelolaatta + valu



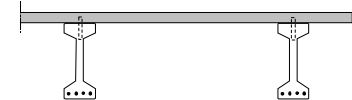
Kuorilaatta + valu



TT-laatta + valu



I-palkki + valu



Kuva 94.

## Pintabetonin vaikutuksia

- Kasvattaa rakenteen kantokykyä, erityisesti seismistä
- Kasvattaa rakenteen jäykkyyttä
- Helpottaa LVIS-asennuksia (erityisesti kuorilaatta)
- Tehostaa laataston levyvaikutusta (stabiliteetti)
- Jakaa laataston keskittyneitä kuormia (erit. ontelo- ja TT-laatat)
- Mahdollistaa ulokkeet ja osittaisen jatkuvuuden
- Parantaa ääneneristystä ja palonkestoa
- Tarjoaa mahdollisuuden katastrofiraudoitukseen
- Ei lisää juurikaan kustannuksia, jos paksu tasausbetoni tarvitaan muutenkin
- Liittovaikutus (pintabetonin tarttuminen) edellyttää aina huolellista työtä

## Yleistä mitoituksesta

- Päällevalun ja alusrakenteen välinen sauma voidaan yleensä olettaa jäykäksi murtoon saakka
- Sauman kestävyys varmistetaan usein betonivaarnoilla, urilla tai leikkausraudoituksella
- Käyttötilassa rakenne on yleensä halkeilematon
- Tekninen taivutusteoria (pp-akselia vastaan kohtisuorat tasot säilyvät tasoina, Hookeen laki) on hyvä approksimaatio käyttötilassa
- Murtorajatilassa sovelletaan teräsbetonirakenteiden laskentaperiaatteita
- Kuorilaattaa lukuunottamatta valutyön aikaista tuentaa pyritään välttämään

## Kutistumaero liittorakenteissa

Eri-ikäiset osat kutistuvat eri tahtiin. Kutistumaero  $\Delta\epsilon_{sh}$  käyristää rakennetta.

I. Ajatellaan jälkivalu irrotetuksi alustastaan ja annetaan sen kutistua kutistumaeron  $\Delta\epsilon_{sh}$  verran

II. Vedetään jälkivalua voimalla  $N = -EA\Delta\epsilon_{sh}$ , jolloin se palaa alkuperäiseen pituuteensa

III.  $N$ :n vaikuttaessa liitetään osat toisiinsa.

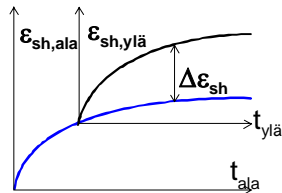
IV. Kohdistetaan jälkivalun päihin  $N$ :n vastavektorit (vaikuttavat liittorakenteeseen)

$$N = -E_{ylä} A_{ylä} \Delta\epsilon_{sh} \quad \sigma_{ylä, II \& III} = -E_{ylä} \Delta\epsilon_{sh}$$

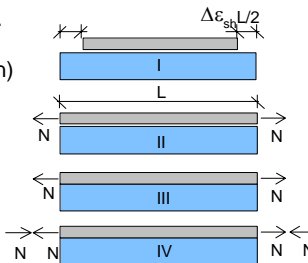
$$\text{Huom! } \Delta\epsilon_{sh} < 0 \quad \sigma_{ala, III} = 0$$

$$\sigma_{IV} = E_k \left( \frac{-N}{EA} + \frac{-Ny_N}{EI} y \right) + \sigma_{III}$$

$E_k$  on ala- tai yläosan kimmomoduuli,  $y_N$   $N$ :n  $y$ -koordinaatti, kun origo pp-akselilla.

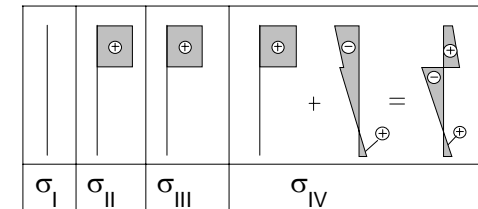


Kuva 95.



Kuva 96.

## 97. Betonin jännitys vaiheissa I – IV.



### Huom.

Yleensä betoni-betoni-liittorakenteissa riittää tarkastella tasaista kutistumaeroa, koska jälkivalubetoni pääsee kuivumaan sekä ylös että alas.

Vapaan kutistuman perusteella laskettu kutistumaero  $\Delta\epsilon_{sh}$  yliarvioi kutistumaerosta aiheutuvat liittorakenteen rasitukset ja muodonmuutokset, koska jälkivalu viruu ja relaksoituu jäykän alustan päällä. Ilmiö otetaan huomioon käytämällä redusioimalla kutistumaeroa kertoimella, joka voi olla esim. suuruusluokkaa 0,30. Yleispäteviä lukuarvoja on kuitenkin vaikea antaa, koska

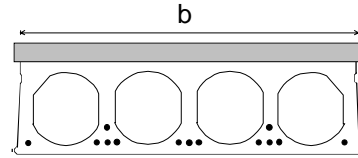
- aihepiiristä on vain vähän tutkimustuloksia, vielä vähemmän Suomeen soveltuvia

- kutistuman (ja kutistumaeron) laskentamenetelmissä on paljon eroja

### Leikkausrasitus valusaumassa, kun poikkileikkaus ehjä

Erityisesti leikkausraudoittamattomien tartuntajänne-elementtien tuen lähellä betoni voi säilyä halkeilemattomana murtoon saakka. Silloin vaakasauman leikkajännitys  $\tau$  voidaan laskea tunnetuista kaavoista

$$\tau = \frac{(ES)_{y/i} V}{(EI)b} = \frac{S_{m,y/i} V}{I_m b}$$



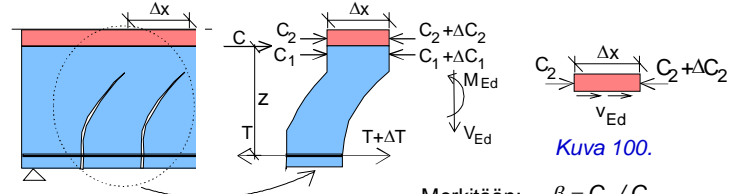
Kuva 98.

Tässä  $(EI)$  tarkoittaa koko poikkileikkauksen taivutusjäykkyyttä ja  $(ES)_{y/i}$  jälkivalusauman yläpuolisen osan painotettua staattista momenttia koko poikkileikkauksen pp-akselin suhteen.  $I_m$  ja  $S_m$  tarkoittavat vastaavia muunnettuja poikkileikkaussuureita.  $b$  on valusauman leveys. Leikkausvoima  $V = V_{Ed}$  sisältää kaikkien niiden kuormien vaikutuksen, jotka aiheuttavat saumaan leikkausrasituksia.

EC2:n käyttää leikkajännitykselle (rasitukselle) merkintää  $v_{Ed}$  ja leikkausvoimalle (rasitukselle) merkintää  $V_{Ed}$ .

### Leikkausrasitus, kun poikkileikkaus on haljennut

Tarkastellaan kahden vinohalkeaman välistä  $b \cdot n$  levyistä aluetta, vrt. kuva 99. Saadaan:  $C = C_1 + C_2 = T$ ,  $M = Cz$ ,  $\Delta M = \Delta(Cz) = z\Delta C = z\Delta(C_1 + C_2)$



Kuva 99.

Merkitään:  $\beta = C_2 / C$

$\beta$  on sauman yläpuolisen puristusresultantin osuus koko puristuksesta halkeaman yläpään kohdalla. Kuvan 100 vaakavoimien tsp-ehdosta saadaan

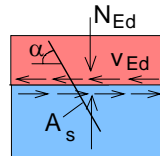
$$v_{Ed} b \Delta x = \Delta C_2 = \Delta(\beta C) \approx \beta \Delta C + C \Delta \beta \leq \beta \Delta C \quad (\Delta \beta \text{ on } < 0)$$

$$\text{Toisaalta: } V_{Ed} = \frac{dM_{Ed}}{dx} = \frac{d(Cz)}{dx} \approx z \frac{\Delta C}{\Delta x}, \text{ joten } \underline{v_{Ed} \approx \beta \frac{\Delta C}{b \Delta x} \approx \beta \frac{V_{Ed}}{bz}}$$

$$\text{Jos } \beta = 1: \quad v_{Ed} \approx \frac{V_{Ed}}{bz}$$

### Valusauman leikkauskestävyys

Kuvan 101 valusaumaan kohdistuu puristava jännitys  $\sigma_n$  ja leikkajännitys  $v_{Ed}$ . Sauman poikki kulkee rauditus jonka pinta-ala on sauman pintayksikköä kohti  $\rho$ . EC2:n mukaan sauman leikkauskestävyys on leikkajännityksenä ilmaistuna:



$$v_{Rdi} = \min\{0,5v_{fd}; cf_{ctd} + \mu\sigma_{cn} + \rho f_{yd}(\mu \sin \alpha + \cos \alpha)\}$$

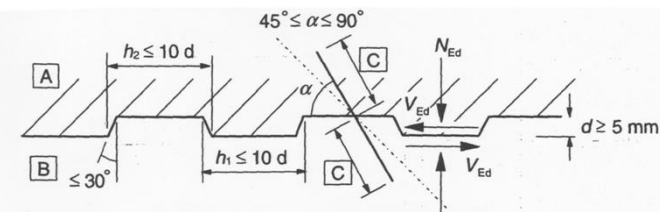
$$\text{Tehokkuuskerroin } v = 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (\text{NDP eli kansallisesti valittavissa})$$

Kuva 101.

- Parametrit  $c$  ja  $\mu$  riippuvat pinnan karheudesta
- $f_{ck}$  ja  $f_{cd}$  ovat betonin puristuslujuuden ominaisarvo ja mitoitusarvo
- $f_{ctd}$  ja  $f_{yd}$  ovat betonin ja teräksen vetolujuuden mitoitusarvot
- $\alpha$  on sauman ja teräksen välinen kulma. Jos  $\alpha < 45^\circ$  tai  $\alpha > 90^\circ$ , raudoitusta ei oteta huomioon ( $\rho = 0$ )
- $\sigma_n$  on valusaumaa vastaan kohtisuora normaali-jännitys (puristus positiivinen). Jos  $\sigma_n$  on vetoa, se asetetaan nolaksi.

### Saumojen luokittelu:

	$c$	$\mu$
Hyvin sileä	0,025–0,10	0,5
Sileä	0,20	0,6
Karhea	0,45	0,7
Vaarnattu kuvan 97 mukaan	0,50	0,9

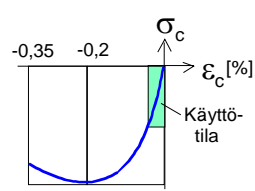


A – uusi betoni, B – vanha betoni, C – ankkurointi

Kuva 102. Vaarnattu sauma EC2:n mukaan.

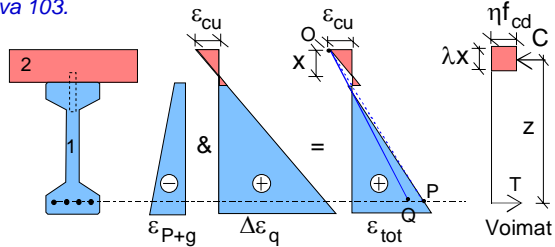


### Betoni-betoni liittorakenteen taivutusmurto



Kuva 103.

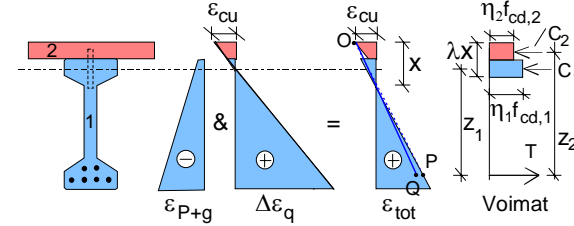
Käyttötilassa puristumat betonissa ovat pieniä verrattuna murtotilaan (kuva 103). Siksi valmistuksessa syntyvät pienet venymäerot voidaan unohtaa, vrt. kuvat 104 ja 105. Halkeamassa ei betonissa ole vetojännityksiä, jotka vaikuttaisivat voima- tai momenttitasapainoon merkittävästi. Siis: lasketaan, kuten homogeeninen palkki ottaen lujuserot huomioon.



Kuva 104. Puristusjännitys vain jälkivalussa.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

161



Kuva 105. Puristusjännitystä myös vanhassa betonissa.

EC2: betonin puristusjännitysjakoma korvataan suorakulmioilla, joiden yhteinen korkeus on  $\lambda x$ . Jännityksen arvo on  $\eta f_{cd}$ . (EC2:  $\eta \leq 1$  ja  $\lambda \leq 0,8$ )  
Likimääräinen puristetun osan korkeus  $x$  etsitään siten, että

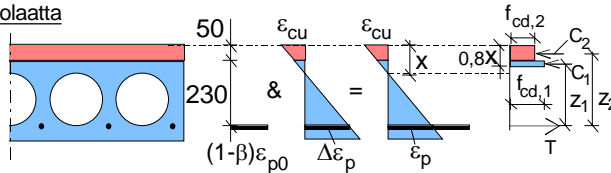
1. Asetetaan yläpinnan  $\varepsilon =$  murtopuristuma  $\varepsilon_{cu}$  (piste O, kuvat 104&105)
2. Annetaan betonin venymäksi jänteiden pp:n kohdalla sellainen  $\varepsilon_{cpp}$ , että vetopuolen teräkset myötäävät (piste Q). Lasketaan teräksen vetovoima  $T$
3. Janan QO avulla lasketaan  $x \Rightarrow \lambda x$  ja betonin puristusvoima  $C = C_1 + C_2$
4. Muutetaan  $\varepsilon_{cpp}$ :tä  $\Rightarrow$  uusi  $x$  jne. kunnes  $C = T$  eli voimat ovat tsp:ssa. Jos teräksen myötölujittumista ei oteta huomioon,  $x$  ratkeaa ilman iterointia.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

162

Esim. Ontelolaatta

Kuva 106.



**Betoni:**  $\alpha_{cc}=0,85$ ,  $\gamma_c=1,5$ ; **Teräs:**  $\gamma_s=1,15$

**Ontelolaatta:** Leveys 1160 mm, lujuus C50/60  $\Rightarrow \lambda=0,8$ ,  $\eta=1$ ,  
 $f_{cd1}=0,85 \times 1 \times 50 / 1,5 = 28,3$  MPa, hyötykorkeus  $d = 230$  mm

**Punokset:** 10 kpl,  $A_p=10 \times 93 \text{ mm}^2 = 930 \text{ mm}^2$ ,  $\sigma_{p0}=1000$  MPa, häviöt 20%,  
 $E_p = 190$  GPa, luj. 1600 MPa, myötövoima =  $930 \times 1600 / 1,15 = 1,294$  MN

**Jälkivalu:** Leveys 1160 mm, lujuus C35/45  $\Rightarrow \lambda=0,8$ ,  $\eta=1$ ,  $\varepsilon_{cu}=0,0035$ ,  
 $f_{cd2}=0,85 \times 1 \times 35 / 1,50 = 19,8$  MPa, korkeus = 50 mm

Voimien tsp  $\Rightarrow x = 68,0$  mm,  $z_1 = 228$  mm,  $z_2 = 255$  mm,  $C_2 = 1,148$  MN,  
 $C_1 = 0,146$  MN ja  $M_{Rd} = C_1 z_1 + C_2 z_2 = 326$  kNm

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

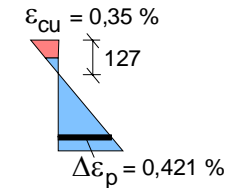
163

Huom. 1.

Edellä teräksen lujuus oletetaan vakioksi (=1600 MPa), jolloin saadaan myötövoimaksi  $T = 1,294$  MN.

Kun jälkivalun maksimivoima  $C_2 = (19,8 \text{ MPa}) \times (1160 \times 50 \text{ mm}^2) = 1,148$  MN  $< T$ , joten täytyy olla  $C_1 = (28,3 \text{ MPa}) \times h_1 \times (1,160 \text{ m}) = (1,294 - 1,148) = 0,146$  MN, josta ontelolaatan jännityssuorakaiteen korkeus  $h_1 = 4,44$  mm. Saadaan  $z_1 = 230 - 4,44/2 = 227,8$  mm,  $z_2 = 255$  mm. Venymätarkastelu on kuitenkin tarpeen murtotavan varmistamiseksi. Teräksen venymä myötön alkaessa on  $1600/190000 = 0,842$  %. Esijännitystä vastaava venymä on häviöiden jälkeen  $(1-0,20) \times 1000/190000 = 0,421$  %.

Näin betonin venymä punosten painopisteen kohdalla on  $0,842 - 0,421 = 0,421$  %. Kun nyt annetaan betonille yläreunan puristumaksi 0,35 %, saadaan puristetun osan korkeudeksi likimain 127 mm, joten puristusmurto vältetään.



Kuva 107.

Huom. 2.

Myötölujittuva teräs edellyttäisi venymätarkasteluja myös kestävyuden laskennassa.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

164

## ERITYISKYSYMYKSIÄ

### [Tuotestandardeista ja CE-merkinnästä](#)

Rakennustuotdirektiivin (RTD) mukaan työmaalle tuotavien rakennustarvikkeiden tulee pääsääntöisesti olla CE-merkittyjä, jos niihin kohdistuu oleellisia vaatimuksia. Betonielementtejä koskevat lähinnä vaatimukset mekaaniselle kestävyydelle, palonkestolle ja säilyvyydelle. Suomalaiset viranomaiset eivät ole katsoneet CE-merkintää pakolliseksi, mutta RTD:n vaihtuminen rakennustuoteasetukseen (RTA) johtaa pakollisuuteen myös meillä 1.7.2013 alkaen.

Karkeasti voidaan sanoa, että CE-merkintä kertoo yhdenmukaistetulla tavalla tuotteen oleelliset ominaisuudet, jotka määrittymenelmään on esitetty [yhdenmukaistetussa eurooppalaisessa tuotestandardissa](#) (hEN), [eurooppalaisessa hyväksyntäohjeessa](#) (ETAG) tai [CUAPissa](#) (Common Understanding of Assessment Procedure), joka on eräänlainen konsensusperiaatteella hyväksytty ohje tuotteille, joilla on vain hyvin vähän valmistajia. EN-standardit laatii eurooppalainen standardisointijärjestö CEN, ETAGit ja CUAPit EOTA, joka on eurooppalaisia teknisiä hyväksyntöjä (ETA) myöntävä organisaatio.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

165

Kun rakennustuote on CE-merkitty, sen voi viedä maasta toiseen, eikä kohdemaan viranomaisella ole oikeutta kieltää sen käyttöä, jos CE-merkinnässä ilmoitetut tuotteen ominaisuudet täyttävät viranomaisen etukäteen asettamat vaatimukset.

Tämä perustuu siihen, että kunkin maan viranomaiset ovat [edeltä käsin](#) voineet vaatia, että kaikki tuotteen ominaisuudet, joihin kohdistuu kansallisia vaatimuksia, tulevat ominaisuuksina esiin CE-merkinnässä. Lisäksi viranomaisten kuuluu esittää näille ominaisuuksille kansalliset vaatimustasot. Kysymyksessä on eräänlainen ennakkopäätös siitä, miten rakennustuotteen ominaisuudet määritetään, valvotaan ja ilmoitetaan yhdenmukaisella tavalla, ja mitä vaaditaan. Vain vaatimustasot vaihtelevat eri maiden välillä. Menettelyllä pyritään kaupan esteiden poistamiseen eri maiden välillä.

Tuotestandardeilla ja eurooppalaisilla teknisillä hyväksynnöillä (ETA, 1.7.2013 alkaen eurooppalainen tekninen arviointi) on rakennesuunnittelijoiden kannalta merkitystä siksi, että joissakin niistä annetaan yksityiskohtaisia käyttö- ja suunnitteluohjeita, jotka täydentävät eurokoodeja tai jopa poikkeavat eurokoodeista.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

166

Tuotestandardeja on laadittu mm. lineaarisille betonielementeille (palkit ja pilarit), ripalaatoille (mm. TT-laatat), ontelolaatoille, betonisille aitalementeille, tukimuureille, maatalouden rakolattioille, seinäelementeille jne. Kaikkien näiden tuotteiden rakennesuunnittelussa noudatetaan tuotestandardia, vaikka se olisikin ristiriidassa eurokoodien kanssa.

Esimerkkejä CE-merkinnän etenemisvaiheista

- Sementti on ollut CE-merkitty jo useita vuosia
  - Ensimmäiset CE-merkinnät ontelolaattoihin Suomessa vuonna 2009
  - Harjatankostandardin valmistuminen näyttää lykkääntyvän hamaan tulevaisuuteen
  - Jänneterästen standardi on vielä kesken
  - Ruostumattoman teräksen standardisointi on aloitettu, mutta ei näytä etenevän, tai etenee väärään suuntaan rakennesuunnittelua ajatellen.
- Myös korroosionkestävyyden määrittäminen on epäselvää

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

167

### [Betoin halkeilusta](#)

Jännitetyn betonirakenteen tärkeimpiä etuja on halkeilemattomuus käyttötilassa ja siitä johtuvat pienet muodonmuutokset ja taipumat. Halkeilemattomuus parantaa myös säilyvyyttä. Siksi voisi ajatella, että EC2 edellyttäisi käyttötilassa aina halkeilemattomuutta. Tätä se ei kuitenkaan tee, ei edes kansallinen liite. Tähän on useita syitä, joista tärkein on se, että jos säilyvyyden tai taipumien rajoittamisen takia halkeilemattomuutta ei tarvita, ei sitä myöskään voida vaatia.

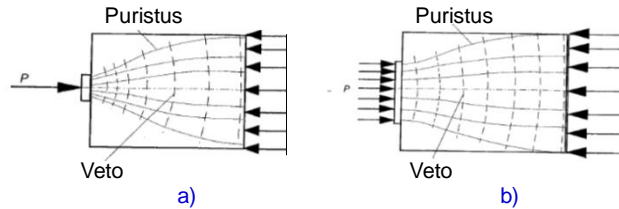
EC2 edellyttää halkeamaleveyksien rajoittamista ympäristöluokkien mukaan. Halkeamaleyksille annettu laskentamenetelmä ei kuitenkaan nauti varauksetonta luottamusta. Vielä enemmän on ristiriitaisia käsityksiä siitä, mikä on halkeamaleveyden vaikutus säilyvyyteen. Siksi varminta on pyrkiä käyttötilassa halkeilemattomuuteen niissäkin tapauksissa, joissa suunnitteluohje ei sitä vaadi.

Halkeiluriski on suuri jo [valmistusvaiheessa](#), kun jännevoima siirtyy betoniin. Jännevoima aiheuttaa ankkurointikohtaan poikittaisia vetojännityksiä sekä kauemmas puristus- ja taivutusjännityksiä, joiden yhteisvaikutuksena saattaa syntyä niin suuri vetojännitys, että rakenne halkeaa.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari

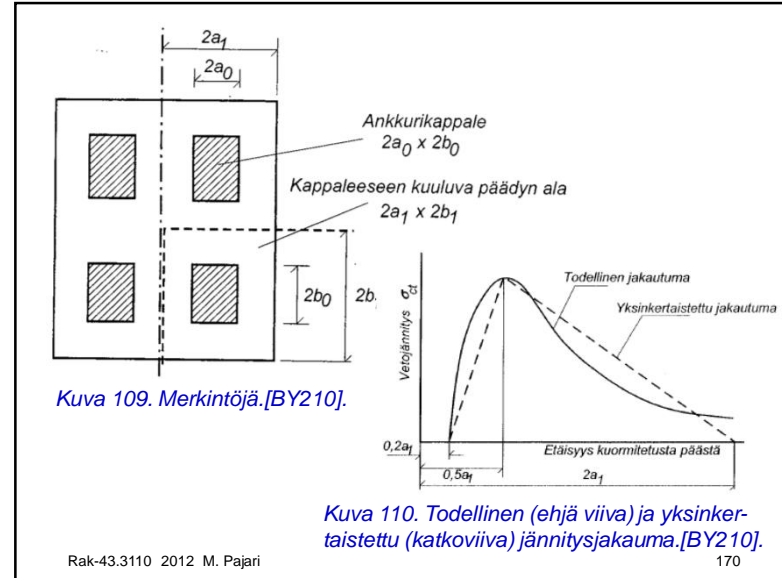
168

Kuva 108 havainnollistaa tilannetta keskeiselle ankkurivoimalle. Jännevoima aiheuttaa poikittaisia vetojännityksiä sekä pitkittäisiä puristusjännityksiä. Vetojännitykset ovat sitä suurempia, mitä pienemmälle alueelle ankkurointivoima keskittyy.



Kuva 108. a) Pieni kuormitusalue. b) Suuri kuormitusalue. [BY210].

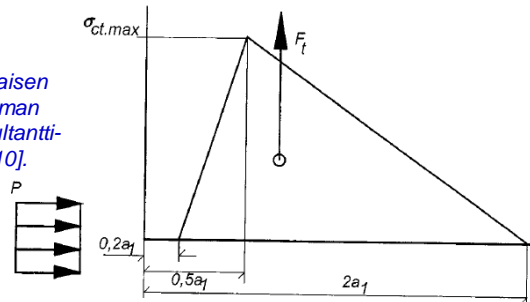
Jännevoiman epäkeskeisyys kasvattaa pään halkeiluriskiä merkittävästi. Kuvan 109 merkintöjä käytetään seuraavissa laskentakaavoissa halkaisujännitysten ja -voimien arvioimiseen. Kuva 110 esittää todellista ja yksinkertaistettua halkaisuvetojännitystä palkin päässä. Kuvaan 111 on piirretty halkaisujännitysten resultanttia kuvaava voima kolmion painopisteeseen.



Kuva 109. Merkintöjä. [BY210].

Kuva 110. Todellinen (ehjä viiva) ja yksinkertaistettu (katkoviiva) jännitys jakauma. [BY210].

Kuva 111. Poikittaisen vetojännitys jakauman korvaaminen resultanttivoimalla  $F_r$ . [BY210].



Ankkurijännerakenteissa tulee noudattaa jännemenetelmälle ETA:ssa (eurooppalainen tekninen hyväksyntä) tai suomalaisessa käyttöselosteessa annettuja ohjeita halkeilun rajoittamiseksi tai estämiseksi. Ohjeet perustuvat yleensä ristikkoanalogioihin, joissa veto otetaan poikittaisella raudoituksella ja puristus betonin muodostamilla puristussauvoilla. Laskentamalli ei siis edellytä täydellistä halkeilemattomuutta.

Suomalaisessa käytännössä (B4) katsotaan, ettei halkaisuraudoitusta tarvita ankkuria varten, jos  $A_{c0}$  on ankkurilevyn pinta-ala ja  $f_{ck,K150}$  betonin kuutiolujuuden ominaisarvo ja viereinen ehto toteutuu.

$$\frac{1,2P_{Ed}}{A_{c0}} \leq \frac{0,7f_{ck,K150}}{\gamma_c}$$

Sylinterilujuuden  $f_{ck}$  avulla laskettuna tämä on likimain yhtäpitävä kuin ehto

$$\frac{P_{Ed}}{A_{c0}} \leq 0,7 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Halkaisuvoima keskeiselle puristukselle lasketaan kaavasta

$$F_{t1,Ed} = 0,25P_{Ed} \left(1 - \frac{b_0}{b_1}\right)$$

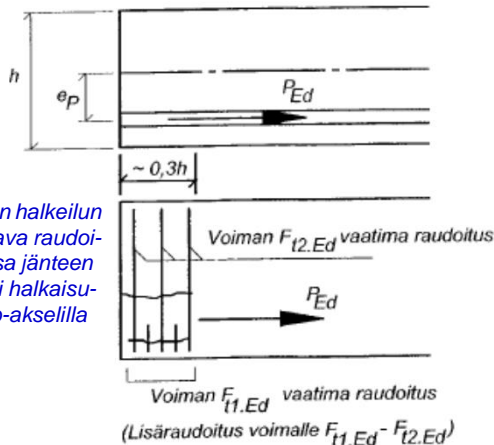
(Mörschin kaava,  $b_1$  ja  $b_0$  voiman  $F_{t1,Ed}$  suunnassa, vrt. kuvat 104 ja 107, Leonhardt: kerroin = 0,30 pro 0,25)

Leonhardt: Epäkeskeinen puristusvoima  $P_{Ed}$  aiheuttaa poikkileikkauksen pp-akselin korkeudelle halkaisuvoiman

$$F_{t2,Ed} = \frac{0,015P_{Ed}}{1 - \sqrt{\frac{2e_p}{h}}}$$

( $h$  on poikkileikkauksen korkeus ja  $e_p$  voiman  $P_{Ed}$  epäkeskisyys, kts. kuva 112)

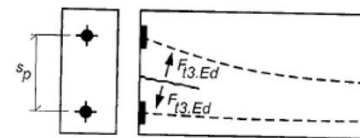
Jos  $P_{Ed}$  vaikuttaa symmetrisesti pp-akselin ylä- että alapuolella, on halkaisuvoima kaksinkertainen yhden voiman aiheuttamaan  $F_{t2,Ed}$ :hen nähden.



Kuva 112. Poikittaisen halkeilun rajoittamiseksi tarvittava raudoitus tapauksessa, jossa jänteen kohdalla on suurempi halkaisuvoima ( $F_{t1,Ed}$ ) kuin pp-akselilla ( $F_{t2,Ed}$ ). [BY210].

BY210 antaa korkeiden palkkien pp-akselin kohdalla vaikuttavalle halkaisuvoimalle kaavan (vrt. kuva 113)

Kuva 113. [BY210].



$$F_{t3,Ed} = 0,2bs_p \frac{P_{Ed}}{A_c}$$

- $b$  on jänneryhmän päätykappaleeseen kuuluva betonileveys,
- $s_p$  jänneryhmien vapaa väli,
- $P_{Ed}$  Kokonaisjännevoima
- $A_c$  päätykappaleeseen kuuluva betonipoikkileikkauksen osa, vrt. kuva 109.

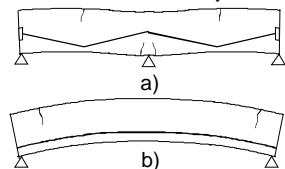
Halkeamavoimille esitetyt kaavat eivät ole täysin yleispäteviä. Ne sopivat parhaiten suorakaidepoikkileikkauksille ja ankkurijänteille (Leonhardtin  $F_{2t}$  kaava myös tartuntajänteille). Ohutuumaisten palkkien tapauksessa halkaisuvoimien jakaantuminen on herkkä palkin pään geometrialle. Tästä syystä esim. I-palkkien päät tehdään mielellään tasalevyisinä niin, että uuman kohdan kavennus alkaa vasta tietyin matkan päässä palkin päästä. Tästä huolimatta joudutaan tartuntajänteellisissä vahvasti jännitetyissä palkeissa usein poistamaan tartunta pään alueelta tietyistä osasta jänteitä.

Esim. ontelolaatoille esitetyt kaavat eivät sovi, koska niihin ei voida asentaa leikkausraudoitusta. Niissä halkaisuvoimat otetaan betonin vetolujuudella. Mitoitusmenetelmä on esitetty tuotestandardissa EN 1168.

Valmistusvaiheessa voi muodostua myös *taivutshalkeamia* erityisesti tartuntajänteellisten palkkien päiden lähelle tai ankkurijännepalkkien yläpintaan tukien välille tai alapintaan välitukien lähelle, jos jännevoima on liian suuri suhteessa rakenteen omaan painoon jännittämisen aikana. Halkeilurajatilaa saavuttamista arvioidaan jännitysepäyhtälöillä

$$\sigma_{c,p+G} = \frac{-\sum_k P_k(t_0)}{A} + \frac{M_p + M_G}{I} y_1 \leq f_{ct}(t_0)$$

$$\sigma_{c,p+G} = \frac{-\sum_k P_k(t_0)}{A} + \frac{M_p + M_G}{I} y_2 \leq f_{ct}(t_0)$$



Huom. Staattisesti määrättyille palkeille:  $M_p = -\sum_k P_k(t_0) y_{k,p}$

Kuva 114. Ankkurijänteet. b) Tartuntajänteet.

missä  $P_k(t_0)$  tarkoittaa jänteen  $k$  esijännitysvoimaa jännityshetkellä  $t_0$ ,  $y_1$  alareunan,  $y_2 (<0)$  yläreunan ja  $y_{k,p}$  jänteen  $k$  y-koordinaattia,  $M_G$  oman painon taivutusmomenttia,  $f_{ct}$  betonin vetolujuutta sekä  $A$  ja  $I$  sopivia poikkileikkauksuureita (brutto tai muunnettu).

Tulee varmistaa, että epäyhtälöt ovat voimassa kaikissa (kriittisissä) poikkileikkauksissa. On ainakin kahdenlaista ajattelutapaa:

1. Jos elementit saadaan ehjinä työmaalle tai työmaalla jännitetyt kestämään muutaman päivän ilman halkeilua, on aivan sama, miten paljon ylimääräistä varmuusmarginaalia jännityshetkellä on olemassa. Jännevoima pienenee ajan myötä, vetolujuus ja kuormat kasvavat.

2. Kuormiin tulee soveltaa normaaleja työnaikaisen murtorajatilaa varmuuskertoimia ja lujuutena käyttää taivutusvetolujuuden laskenta-arvoa  $f_{ctk,fl}(t_0)/\gamma_c$ .

Tapa 1 jättää suunnittelijan harkittavaksi, mitä betonin lujuutta ja mitä kuorman osavarmuuslukuja hän käyttää. Betonin vetolujuutena voidaan käyttää esim. arvoa  $f_{ctk}$ ,  $f_{ctk,fl}$  (taivutusvetolujuuden ominaisarvo) tai 0, omalle painolle nimellisarvoa ja jännevoimalle pysyvän kuorman osavarmuusluvulla kerrottua nimellisarvoa.

EC2 ei ota selvää kantaa, miten jännevoiman siirrosta aiheutuva halkeilu estetään tai miten sitä rajoitetaan. Tarkempia ohjeita löytyy esimerkiksi tuotestandeista.

Suunnittelussa sovellettavista halkeaman muodostumisen kriteereistä ei ylipäätään ole eurooppalaista konsensusta. Aiemmin mainittu taivutusvetolujuus on EC2:n mukaan

$$f_{ctm,fl} = \max\left\{1,6 - \frac{h}{1m}; 1\right\} f_{ctm} \quad (\text{keskiarvo})$$

$$f_{ctk,fl} = \max\left\{1,6 - \frac{h}{1m}; 1\right\} f_{ctk} \quad (\text{ominaisarvo})$$

B4:n mukaan  $f_{ctk,fl} = 1,7 f_{ctk}$ . Näin suurta taivutusvetolujuuden ja aksiaalisen vetolujuuteen suhdetta ei mikään tutkimus tue muuta kuin aivan ohuille laatoille.

$h$  on poikkileikkauksen korkeus ja  $f_{ctm}$  ( $f_{ctk}$ ) betonin vetolujuuden keskiarvo (ominaisarvo).

EC2:ssa taivutusvetolujuutta ei kuitenkaan käytetä **käyttörajan mitoituskriteerinä**, vaan kriteerit ovat taulukon 7.1N mukaiset. Tässä siis ajatellaan, että jos palkkiin ei sallita vetojännityksiä, se säilyy ehjänä ja säilyvyys riittää ankariinkin rasisitusluokkiin, mutta muissa tapauksissa halkeamia ei voi estää ja tyydytään vain niiden leveyden rajoittamiseen.

EC2 (Suomen kansallinen liite), Taulukko 7.1N: Halkeamaleveyden suurimmat arvot  $w_{max}$  [mm].

Rasisitusluokka	Teräsbetoni- ja tartunnattomat rakenteet	Tartuntajänne- ja injektoidut ankkurijännerakenteet
	Pitkäaikainen kuormayhdistelmä	Tavallinen kuormayhdistelmä
X0, XC1	0,4 <sup>1</sup>	0,2
XC2, XC3, XC4 XD1, XS1	0,3	0,2 <sup>2</sup>
XD2, XD3, XS1, XS3	0,2	Vetojännityksetön tila

**Huom. 1.** Rasisitusluokkien X0 ja XC1 yhteydessä halkeamaleveydellä ei ole vaikutusta säilyvyyteen, ja tämä raja on asetettu kelvollisen ulkonäön takaamiseksi. Jos ei ehtoja ulkonäölle, rajaa voidaan väljentää.

**Huom. 2.** Näissä rasisitusluokissa tarkistetaan myös, ettei pitkäaikainen kuormayhdistelmä aiheuta vetoa.

**Huom.** Karbonatisoituminen→C, Sea water→S, Deicing salt→D

EC2:n mukainen halkeamaleveyden laskentamenetelmä ei nauti varauksetonta luottamusta. Monessa tapauksessa se johtaa selvästi pienempiin halkeamanleveyksiin kuin B4 ja sisältää myös sisäisiä ristiriitaisuuksia. On mahdollista, että menetelmään tehdään muutoksia lähitulevaisuudessa. Siksi sitä ei ole tarkoituksenmukaista käsitellä tässä kurssissa.

Halkeamaleveyden laskentamenetelmät soveltuvat huonosti alustavaan mitoitukseen eli poikkileikkauksen mittojen ja jännevoiman etsimiseen. Siihen tarkoitukseen voidaan käyttää jännitysepäyhtälöitä

$$\sigma_{c,p+g+o} = \frac{-\sum_k \eta_k P_k(t)}{A} + \frac{M_p + M_g + M_o}{I} y_1 \leq f_{ct}(t) \quad \text{Huom. Staattisesti määrättyille palkeille:}$$

$$\sigma_{c,p+g+o} = \frac{-\sum_k \eta_k P_k(t)}{A} + \frac{M_p + M_g + M_o}{I} y_2 \leq f_{ct}(t) \quad M_p = -\sum_k \eta_k P_k(t) y_{k,p}$$

missä kertoimilla  $\eta_k$  otetaan huomioon hetken  $t$  mennessä tapahtuneet jännityshäviöt jänneessä  $k$  ja  $M_o$  on tarkasteltavaan kuormitusyhdistelmään (pitkäaikainen tai tavallinen) kuuluvien ulkoisten kuormien aiheuttama momentti.

Betonin vetolujuutena voidaan käyttää taivutusvetolujuuden ominaisarvoa  $f_{ctk,fl}$ . Jos rauditusmäärä suhteessa betoniin on reilusti yli minimiraudituksen, halkeaman muodostuminen ei vielä riitä kasvattamaan halkeamaleveyttä 0,2 mm:iin, vaan tähän tarvitaan lisäkuormaa. Tällöin vetojännityksen pysyminen vetolujuutta pienempänä merkitsee samalla, että halkeamaleveys pysyy vaaditun rajan alapuolella. Lopullisessa mitoituksessa halkeamaleveys on tästä huolimatta kuitenkin tarkistettava.

Jos tavoitteena on saada palkki pysymään halkeilemattomana koko käyttökänsä ajan, kannattaa kuormayhdistelmäksi valita ominaiskuormayhdistelmä ja vetolujuudeksi aksiaalisen vetolujuuden ominaisarvo. Vielä varmempaa on mitoittaa palkki niin, ettei ominaiskuormayhdistelmä aiheuta vetojännityksiä.

**Betonin puristusrasituksista**

**EC2:** Jännittämisen aikana betonin puristusjännitys ei saa ylittää arvoa  $0,60 f_{ck}(t)$  (tietäen edellytyksin Suomessa  $0,65 f_{ck}(t)$ ). Jos pysyvä puristusjännitys ylittää arvon  $0,45 f_{ck}(t)$ , tulee viruman epälineaarisuus ottaa huomioon.

## Poikkileikkauksen valinnasta

Esijännitetyt [tartuntajänteelliset betonirakenteet](#) ovat useimmiten elementtejä, joiden poikkileikkaus ei voi muotti- ja raudoitusteknisistä syistä olla mitä tahansa. Suorakaidepalkeissa tai yleensä palkeissa, joissa muotit tehdään erikseen, vapaudet ovat suurimmat. Sen sijaan I- ja harja-I-palkkien sekä kuori- ja TT-laattojen poikkileikkauksia ei pidä ruveta omin päin keksimään ainakaan ennen kuin on selvittänyt, mihin valmistajien kalusto ja rutiiniraudoitukset yltävät. Suomessa noudatetaan yleisesti rakennustuoteteollisuuden laatimia kansallisia mittasuosituksia, minkä johdosta eri valmistajien tuotteita voidaan helposti käyttää samassa rakennuksessa.

Ontelolaattojen poikkileikkaukset määräytyvät valukoneiden ja niiden sääntömahdollisuuksien perusteella. Suomessa moduulileveys on 1,2 m ja korkeusvaihtoehdot 150 mm, 200 mm, 265 mm, 320 mm, 370 mm, 400 mm ja 500 mm. Ulkomailla on käytössä muitakin mittoja.

Ontelo- ja kuorilaattojen valukoneisiin sekä muiden tuotteiden muotteihin voidaan tehdä muutoksia, jotka sallivat poikkileikkausten muotoon oleellisia muutoksia. Tällaiset pyrkimykset on parasta organisoida tuotekehitysprojekteiksi, joissa otetaan huomioon rakenteen mekaanisen

toiminnan lisäksi kaikki muutkin tekijät (vaikutukset liittyviin rakenteisiin, valmistustekniikka, nostot kuljetukset, asennus, akustiikka, säilyvyys jne.)

Koska jännitettyjen elementtien poikkileikkaukset ovat pitkälle vakioituja, niiden valmistajat ovat laskeneet tai laskettaneet tyypillisten elementtien sä kantokyvyn tasaiselle kuormalle jännevälin funktiona vähintään maksimijännevoimalla. Tulokset ovat taulukkoina, käyrinä tai mitoitusohjelmina rakennesuunnittelijoiden käytössä. Näiden tietojen perusteella rungon suunnittelija saa jo alustavassa mitoituksessa vähällä vaivalla käsityksen, millaisia poikkileikkauksia tarvitaan.

Tartuntajänteellisten elementtien lopullinen suunnittelu on Suomessa keskittynyt elementtien valmistajille tai heidän käyttämilleen konsulteille. Tämän erikoistumisen seurauksena työpiirustuksissa käytetään kullekin valmistajalle sopivia raudoitteita ja detaljeja. Rungon suunnittelijan tulee tuottaa tieto elementtien sijoittelusta, alustavista mitoista, rei'istä, varauksista, tuennoista, kuormista jne., joilla voi olla vaikutusta elementin lopulliseen mitoitukseseen. Tässä tehtävässä onnistuminen edellyttää, että hänellä on yleiskäsitys myös elementin toiminnasta.

[Taivutusmurtorajatilaa](#) voidaan käyttää poikkileikkauksen mittojen ja jänneraudoituksen määrän etsimiseen samoin kuin halkeilutarkasteluja. Sen sijaan muut rajatilat (leikkaus, vääntö, yhdistetyt rasitukset) pyritään hoitamaan lisäraudoituksella niin, etteivät ne tule poikkileikkauksen mitoituksen kannalta määrääviksi kuin poikkeustapauksissa.

[Ankkurijänteelliset betonirakenteet](#) valetaan yleensä paikalla perinteisillä menetelmillä. Siksi niiden poikkileikkaus on suhteellisen vapaasti valittavissa.

[Poikkileikkauksen korkeuden alaraja](#) määräytyy toisaalta siitä, että jänneiden tulee suojaputkineen ja betonipeitteineen mahtua poikkileikkauksen sisään. Tähän vaikuttavat

- [käyttötila](#): tarvitaan tietty jännevoiman ja kaaren korkeuden yhdistelmä, jotta muodostuu riittävä vastakuorma ulkoiselle kuormalle ja jotta taipumat pysyvät sallituissa rajoissa
- [murtorajatila](#): tarvitaan riittävä sisäinen momenttivarsi, jotta ulkoinen momentti voidaan kantaa.

[Poikkileikkaukselle](#) tarvitaan myös riittävä [leveys](#), jotta

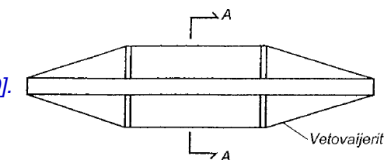
- jänteet saadaan sopimaan
- betoni kestää puristuksen taivutuksessa ja leikkauksessa
- stabiilisuus ei tule mitoittavaksi käytön aikana (kiepahdus)

## Erityiskysymyksiä

### Kiepahdus

Hoikkien palkkien, erityisesti harjapalkkien, kiepahdus on otettava huomioon nostoja, kuljetuksia ja asennuksia ohjaavana tekijänä. Koska valmiissa rakenteessa palkin sitominen yläpuoliseen betonitasoon pienentää merkittävästi kiepahdustaipumusta, on usein järkevää jäykistää kiepahdukselle alttiit palkit ulkopuolisilla apurakenteilla siirtojen ja tukevien rakenteiden asennuksen ajaksi esim. kuvan 115 esittämällä tavalla.

Kuva 115. [BY210].



A - A

**Kuva 116. Harja-I-palkki.**

**Kuva 117. Tuenta pysty- ja sivusuunnassa.**

Pysty: Nivel, Jäykkä  
Sivu: Nivel, Jäykkä

**Kuva 118.**

**Kuva 119.** Yksinkertaistus

de St. Venant'n jäyhyysmomentti kuvan 114 suorakaiteelle on  $I_t = \frac{1}{3} c_1 c_2^3$  ja kuvan 119 harmaalle I-palkille osasuorakaiteiden  $I_i$  iden summa. Tarkemmat (suuremmat) arvot Ylisen Kimmo- ja lujuusopista.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 185

**Tasaisen kuorman aiheuttama kiepahdus**

Tarkastellaan tilannetta, jossa hoikka palkki on tuettu päistään jänneväliille  $L$ , ja mahdolliset noston aikaiset tuet on poistettu, mutta palkkia ei vielä ole sidottu esim. katto- tai välipohjajaelementeillä toisiin palkkeihin. Palkin oman painon  $g$  tulee silloin täyttää ehto  $g \leq q_{kr}/2$ , missä  $q_{kr}$  on palkin kriittinen kiepahduskuorma pituusyksikköä kohti. BY210 antaa kaavan

$$q_{kr} = \frac{\kappa_1 \kappa_2 \alpha_m E_{cm} \sqrt{0,4 I_t I_y}}{L^3} \quad \kappa_1 = 1 + 1,44 \frac{d_t}{L} \sqrt{\frac{I_y}{0,4 I_t}}$$

$$\kappa_2 = \kappa_{2a} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 \beta}{4}} \quad \text{, jos poikittaissuunnassa on niveellinen tuki}$$

$$\kappa_2 = \kappa_{2b} = \sqrt{1 + \pi^2 \beta} \quad \text{, jos poikittaissuunnassa on jäykkä tuenta}$$

$$\beta = \frac{2 I_{ty} z^2}{0,4 I_t L^2} \quad I_{ty} = \frac{2}{1/I_{y,top} + 1/I_{y,bot}}$$

$\alpha_m$  on parametri, kts. sivu 184,  $I_y$  jäyhyysmomentti poikittaissuunnassa,  $E_{cm}$  betonin kimmomoduuli, ja  $d_t$  kuorman vaikutuspisteen  $y$ -koordinaatti.  $I_{y,top}$  ja  $I_{y,bot}$  ovat ylä- ja alalaipan poikittaiset jäyhyysmomentit ja  $z$  laippojen painopisteiden välimatka.

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 186

$\alpha_m$  [BY 210]

Kiinnitys väännön suhteen	Kiinnitys pystysuorassa taivutusosassa	Kiinnitys taivutusosaa vastaan poikittaisessa suunnassa	$\alpha_m$
Jäykkä	Molemmat päät yksinkertaisesti tuettu	Nivel	28,3
Jäykkä	Uloke	Nivel	12,8
Jäykkä	Molemmat päät jäykästi kiinnitetty	Nivel	98
Jäykkä	Toinen pää jäykästi, toinen yksinkertaisesti tuettu	Nivel	54
Jäykkä	Molemmat päät yksinkertaisesti tuettu	Jäykkä	50
Jäykkä	Molemmat päät jäykästi tuettu	Jäykkä	137

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 187

BY 210:ssä on laskuesimerkki, jossa osoitetaan, että jos I-palkissa laippojen yhteinen korkeus on vähintään 40 % koko poikkileikkauksen korkeudesta ja jännemitta  $L$  enintään  $60b$ , missä  $b$  on palkin laippojen leveys, on palkin kiepahduskuorma vähintään kaksinkertainen verrattuna palkin omaan painoon. Tähän päästään, vaikka uuman vaikutusta vääntö- ja taivutusjäykkyyteen ei oteta huomioon.

BY210:n esimerkissä on jätetty uuman vaikutus sekä  $I_z$  hen että  $I_y$  hyn laskematta. Erityisesti  $I_z$  ssä kannattaa uuman vaikutus kuitenkin ottaa mukaan.

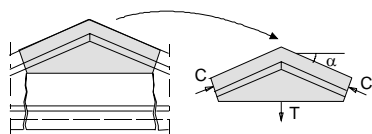
**Noston aikainen kiepahdus**, ks. BY210, on sikäli monimutkaisempi, että tuenta vääntöä vastaan on oletettava jous-tavaksi. Useimmiten nostolenkkeihin kohdistuvalla voimalla on myös vaaka-suora komponentti, joka pyrkii puristamaan palkkia.

**Kuva 120.**

Rak-43.3110 2012 M. Pajari 188

### Harjapalkin harjan sidonta

Jännitykset rakenteen vapaalla ulkopinnalla ovat aina pinnan suuntaisia. Harjapalkin harjan kohdalla jännitykset tekevät mutkan. Tämä edellyttää tasapainottavaa pystyvoimaa.



Kuva 121. Harjapalkin harjalta irrotettuun kappaleeseen vaikuttavat voimat.

Kuvassa 116 esitettyyn vapaakappaleeseen vaikuttavat yläpinnan suuntaiset voimat  $C$  joiden vaakakomponentti on suurimmillaan alapinnan jänteiden myötövoiman  $P_{yd}$  suuruinen eli  $C \cos \alpha = P_{yd}$ . Siten pystysuora voimaresultantti on

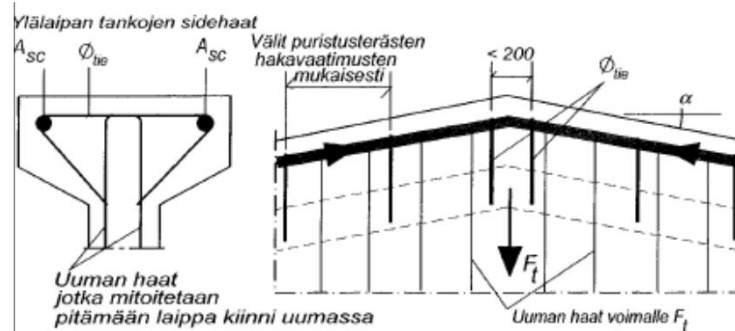
$$T = 2C \sin \alpha = 2P_{yd} \tan \alpha$$

Kun lappen kaltevuus on 1:16, saadaan tästä  $T = P_{yd}/8$ .

Todellisuudessa puristusresultantti  $C$  ei ole täysin pinnan suuntainen vaan lähempänä vaakasuoraa, koska jännitykset rakenteen sisällä muuttavat suuntaansa jo ennen harjaa. Todellinen  $T$  on siksi jonkin verran pienempi. Esim. BY 210 esittää lievemmän kaavan

$$T = 1,8P_{yd} \sin \alpha$$

Ennen taivutushalkeilua betonin pystysuorat vetojännitykset ovat pieniä mm. siksi, että huomattava osa puristusjännityksistä välittyy reilusti ylälaipan alapuolelta. Taivutushalkeilun jälkeen uuman ja ylälaipan yhtymäkohta on kriittinen, ja ylälaippa tulee sitoa uumaan haoilla, jotka ottavat pystysuoran vetovoiman, vrt. kuva 122.



Kuva 122. Haat harjapalkin harjalla. [BY210].

Vaikka puristuslaipan harjatankoja tarvittaisiin vain yläpinnan halkeilun rajoittamiseen jännityksen laukaisun aikana, ne toimivat silti käytön aikana puristusraudoituksena. Betonin pitkäaikaismuodonmuutosten takia puristusrasitukset siirtyvät vähitellen betoniilta puristuseräksille niin, että harjatangot voivat tulla myötöön tai lähelle sitä. Vaarana on, että puristetut tangot nurjautuvat tai että limijatkosten kohdissa jännitykset siirtyvät betonille suoraan tangon pään kautta. Seurauksena palkin ylälaippa saattaa lohjeta. Tästä syystä

- puristuspuolen raudoituksen määrä sekä tankokoko pidetään pienenä
- puristetut tangot sidotaan haoilla nurjahduksen estämiseksi
- tankoja ei jatketa rasitetuimmilla alueilla, jos mahdollista
- jos mahdollista, käytetään harjatankojen sijasta yläreunassa jännepunoksia.

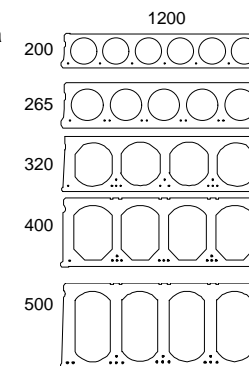
Lisätietoa osoitteessa [www.onnettomuustutkinta.fi](http://www.onnettomuustutkinta.fi), B- ja C- tutkinat,

- Kauppakeskuksen katon sortumisvaara Kuopiossa 18.3.2005\_
- Kauppakeskuksen sortumisvaara Savonlinnassa 31.3.2006\_

### Ontelolaattojen leikkauskestävyys taipuisalla tuella (= palkki)

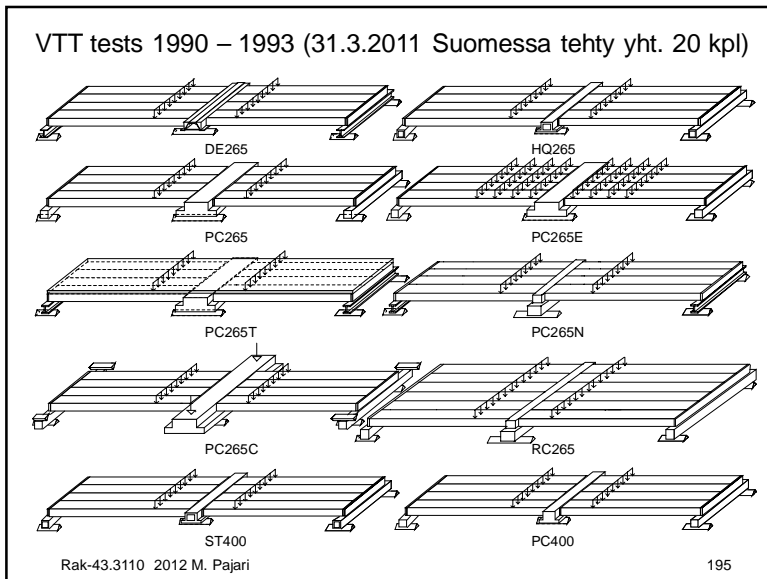
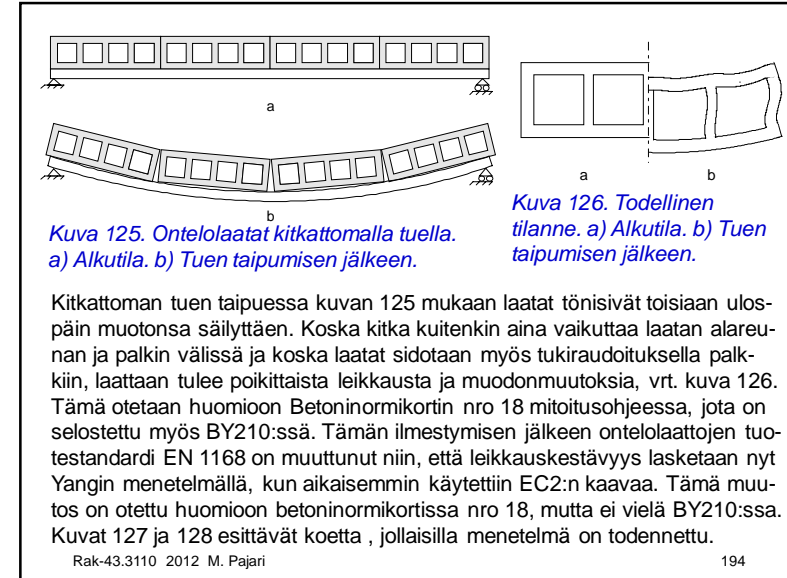
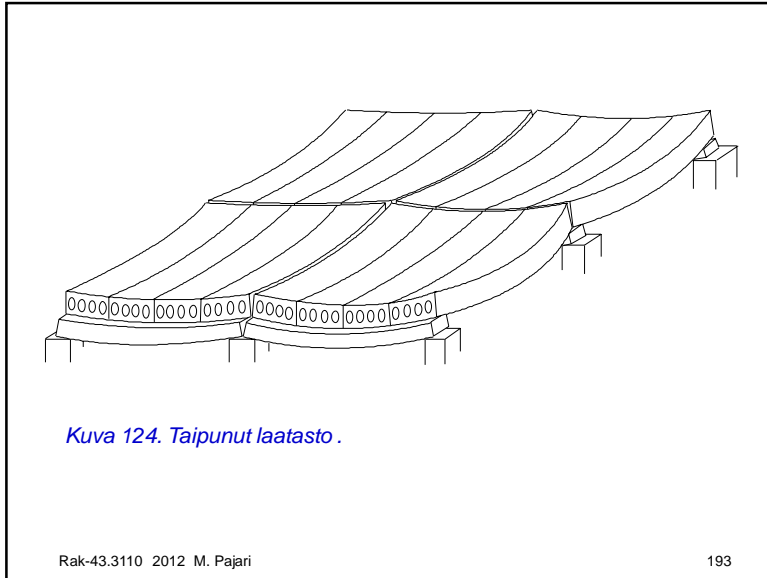
Ontelolaatan uuma on herkkä leikkausrasitukselle kapeutensa takia, vrt. kuva 123, sekä siksi, ettei valmistustekniikka salli leikkausraudoitusta. Leikkauskestävyys tulee kuitenkin harvoin mitoittavaksi, jos laatat on tuettu seinän tai muun hyvin jäykän tuen varaan.

Tilanne on toinen, kun laatat tukeutuvat palkin varaan. Palkin taipuessa laatan uumaan tulee myös poikittaisia rasituksia, jotka ohutuumaiselle ja heikosti muodonmuutoksia sietävälle uumalle tulevat helposti liian suuriksi. Täyden mittakaavan kokeissa on todettu, että palkeille tuetun laatan leikkauskestävyys voi pudota jopa alle puoleen siitä, mitä se on seinän varassa olevassa mutta muuten identtisessä laattassa.



Kuva 123. Suomalaisia ontelolaattoja.







Kuva 128. Laatta leikkautui aluksi palkin tuen vierestä.

**Huom.**

- Koelaatatot ovat murtuneet jäykkään tukeen verrattuna pienellä kuormalla palkin taipuman ollessa tyypillisesti käyttötilan sallitun taipuman suuruusluokkaa eli n.  $L/250$  tai jopa selvästi pienempi
- Leikkauskestävyyden reduktio ei selity pelkästään palkin taipuman suuruudella, vaan laatan ja palkin vuorovaikutus on pakko ottaa huomioon
- Em. syistä ei ole taloudellisesti järkevää antaa sellaisia taipumarajoja, joita noudattamalla voitaisiin reduktio jättää tarkastelematta, joten taipuman *vaikutuksia* ei kannata rajoittaa pelkästään taipumaa rajoittamalla.
- Jos leikkauskestävyyden reduktio haluttaisiin hallita pelkästään taipumaa rajoittamalla, voisi käyttötilan taipumaraja olla suuruusluokkaa  $L/300$

**Leikkauskestävyyteen positiivisesti ja negatiivisesti vaikuttavia seikkoja**

- + Palkin jäykkyys
- + Palkin ja laatan välisen pystysauman vaarustus yläreunassa
- + Päällevaluun sijoitettu rauditus, joka sitoo palkin ja laatan yläreunan
- + Pitkät ontelotäytöt
- Palkin ja laatan välisen pystysauman vaarustus alareunassa
- Mahdollisimman alas sijoitetut tukirauditukset palkin ja laatan välissä
- Palkin tilapäinen tuenta laattojen asennuksen aikana.

<http://www.vtt.fi/intf/pdf/workingpapers/2010/W148.pdf>

Table 1. Thickness of slabs ( $h_{slab}$ ), length of core filling ( $L_{inf}$ ), span of beams ( $L$ ), length of slabs ( $L_{slab}$ ), shear resistance / one slab in floor test ( $V_{slab}$ ), mean of shear resistances observed in reference tests ( $V_{ref}$ ) and last measured deflection of the middle beam before failure ( $\delta$ ).

Test	$h_{slab}$ mm	$L_{inf}$ mm	$L$ m	$L_{slab}$ m	$V_{slab}$ kN	$V_{ref}$ kN	$\frac{V_{slab}}{V_{ref}}$	$\delta$ <sup>1)</sup> mm	$L/\delta$
VTT.CR.Delta.265.1990	265	50	5.0	6.0	114.6	283.9	0.40	16.3	307
VTT.S.WQ.265.1990	265	50	5.0	6.0	166.1	230.5	0.72	17.6	284
VTT.PC.InvT.265.1990	265	50	5.0	6.0	103.4	230.5	0.45	9.9	505
VTT.PC.InvT.400.1992	400	320	5.0	7.2	252.1	490.3	0.51	5.4 <sup>2)</sup>	926
VTT.S.WQ.400.1992	400	30	5.0	7.2	293.6	516.3	0.57	14.6	342
VTT.PC.InvT-Unif.265.1993	265	185	5.0	6.0	147.6	251.8	0.59	39	128
VTT.PC.InvT-Topp.265.1993	265	50	5.0	6.0	140.3	193.6	0.72	13.8	362
VTT.PC.Rect-Norm.265.1993	265	50	5.0	6.0	163.8	210.9	0.78	7.7	649
VTT.PC.InvT-Cont.265.1994	265	50	5.0	6.0	191.4	194.6	0.98	5.2	962
TUT.CR.MEK.265.1994	265	50	5.02	6.0	148.2	223.2	0.66	16.7	301
VTT.RC.Rect-Norm.265.1994	265	50	7.2	6.0	106.7	226.2	0.47	30.3	238
VTT.CP.LBL.320.1998	320	50	5.0	7.2	161.9	295.3	0.55	20.9	240
VTT.CR.Delta.400.1999	400	50	5.0	8.4	222.0	419.5	0.53	24	208
VTT.CP.Super.320.2002	320	250	4.8	9.6	127.5	242.8	0.53	17.5	274
TUT.CP.LB.320.2002	320	50	4.8	7.2	149.2	313.3	0.48	21.3	225
VTT.S.WQ.500.2005	500	400	7.2	10.0	269.6	650.7	0.41	21.2	340
VTT.PC.InvT.500.2005	500	400	7.2	10.0	336.4	547.1	0.61	21.8	330
VTT.CR.Delta.500.2005	500	400	7.2	10.0	366.9	529.4	0.69	25.7	280
VTT.PC.InvT.400.2006	400	50	4.8	9.0	282.4	332.7	0.85	6.2	774
VTT.CR-A-beam.320.2006	320	50	4.8	8.0	183.3	284.0	0.65	20.9	230

1) Last measured deflection before failure  
2) Deflection at failure  $> 5.4$  mm and  $< 7.2$  mm