

Rak-43.3110 Betonirakenteiden suunnittelu

Harjoitustehtävät ja -materiaali

1. Jännitetyn palkin mitoitus ja mittojen valinta
2. Palkin korkeuden valinta, kaukalopalkki
3. Tartuntajännepalkin kimmainen kokoonpuristuma
4. Tartuntajännepalkin kimmainen kokoonpuristuma, esimerkki
5. Betonin pitkäaikaiset muodonuutokset
6. Tartuntajännepalkin pitkäaikaiset häviöt, esimerkki
7. Jännevoiman vaikutus voimasuureisiin
8. Ankkurijännerakenteen jännityshäviöt
9. Tartunnattomat jänteet esimerkki
10. Taivutuskestävyys
11. Leikkauskestävyys
12. Halkaisuraudoitus
13. Halkeillut poikkileikkaus
14. Reiät palkissa
15. Liittorakenne, teoriaa
16. Liittorakenne, laskentaesimerkki

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Jännitetyn palkin mitoitus ja mittojen valinta

Jännitetyn palkin mitoitus

- 1) Poikkileikkausmittojen ja jännevoiman valinta (murtotila, $t=\infty$)
- 2) Häviöiden laskenta
- 3) Jännitys- ja halkeilutarkastelu ($t = 0$ ja $t=\infty$)
- 4) Murtotilat $t = \infty$
 - taivutus
 - leikkaus
 - vääntö + yhdistetyt rasitukset
- 5) Nosto
- 6) Taipuma
- 7) Ankkurointi ja pään halkaisuraudoitus
- 8) Palomitoitus

Alkujännityksen valinta

1) Jännitysasteen valinta

- Täysin jännitetty; rakenne kokonaan puristettu, ei vetoa

Vesitiiviit rakenteet

- Osittain jännitetty

Sillat: ei vetoa

Talonrakennus yleensä sallitaan vetoa, ja täydellä kuormalla halkeilua

EC2 taul. 7.1N halkeamarajatilavaatimukset ympäristön rasitusluokan mukaan

2) Jännityksen valinta

- Normien rajoitukset

$$\text{EC2: } \sigma_{po} \leq 0,8 f_{puk} \text{ tai } 0,9 f_{0,1k}$$

- Halutut ohjausvoimat
- Alkutilanteessa ennen kuormitusta tai nostotilanteessa vedetyn reunan halkeilu
- Alkutilanteessa puristetun reunan kestävyys

$$\sigma_{po} = 1000 \dots 1300 \text{ MPa}$$

Alhainen esijännitys:

- halkeiluongelmia
- venymäongelmia taivutusmurrossa
- “tuhlaa” jänneterästä

=> jänneteräksen vaihtaminen betoniteräkseen

(myötövoimaltaan ϕ 12,7 (99 mm²) vastaa T20 A500HW)

Korkea esijännitys:

- taipuu liikaa ylös
- paljon jännityksen poistoa päässä
- paljon halkaisuraudoitusta
- liian korkeaksi vaadittu P_0 vaikeuttaa jännitystyötä

Häviöiden arviointi

Vaikuttava tekijä	Vaikuttaa	Suuret häviöt	Pienet häviöt
Mpit/Mkok	virumaan	Mpit/Mkok pieni	Mpit/Mkok suuri
Betonin jännitys σ_{cp} jänneterästen kohdalla	virumaan	σ_p suuri	σ_p pieni
Poikkileikkaus	kutistumaan virumaan	kevyt, hoikka, siro	massiivinen
Jänneterästen alkujännitys σ_{po}	relaksaatioon	σ_{po} korkea	σ_{po} matala

JÄNNITETYN PALKIN ALUSTAVA MITOITUS JA PALKIN MITTOJEN VALINTA

Poikkileikkauksen mitat ja jänneterästen määrä:

- 1. Alustavan murtotilamitoituksen perusteella

=> saadaan palkin korkeus ja leveys, kun b/h suhde valitaan suositusten mukaan

=> saadaan pienin mahdollinen teräsmäärä, jolla palkki kestää

Tartuntajännerakenteissa pyritään siihen, että jänneteräokset riittävät yksinään taivutuskapasiteetille

- 2. Alustavan **halkeilurajatilat** tarkastelun perusteella

2.1 Vedetyn reunan jännitys lopputilassa

- tavallisella kuormalla
- pitkäaikaisella kuormalla

=> tarvittava jännevoima P_{∞}

Tartuntajännerakenteissa jänteet suoria vakioepäkeskisyydellä ja mahdollisimman lähellä vedettyä reunaa (alapintaa)

Ankkurijännerakenteissa jänteen kulku ja epäkeskisyydet => ulkoista kuormaa tasapainottavat ohjausvoimat

2.2 Vedetyn reunan jännitys alkutilanteessa

- jännittämisen aikaisella kuormalla
- nostotilanteessa

=> max. jännevoima P_{m0}

Tartuntajännerakenteissa alkujännitys, tartunnan poisto

Ankkurijännerakenteissa jänteen kulku ja max. epäkeskisyys

- 2.3. Puristetun reunan jännitys alkutilanteessa

- jännittämisen aikaisella kuormalla
- nostotilanteessa

Betonin lujuus jännittämishetkellä

Reikien alapuolisen osan kestävyys

- 2.4 Puristetun reunan jännitys lopputilanteessa
 - tavallisella kuormalla
 - pitkäaikaisella kuormalla

- Palkin koko murtotilamitoituksen perusteella

- Jänneteräksen laskentalujuus $f_{pyd} = \frac{f_{p,0.1k}}{\gamma_s}$

$$\text{esim. } f_{pyd} = \frac{1600 \text{ MPa}}{1.1} = 1455 \text{ MPa}$$

- Betonin lujuus $\geq C35/45-1$ $f_{cd} \geq 22 \text{ MPa}$ ($\gamma_c=1,35$)

- Tunnetaan ulkoisten laskentakuormien aiheuttama momentti M_{Ed}

- Arvioidaan alkujännitys $\sigma_{po} = 1200 \dots 1350 \text{ MPa}$

- häviöt n. 10 ...20 % \Rightarrow loppujännitys $\sigma_{p\infty} = 950 \text{ MPa} \dots 1200 \text{ MPa}$

Jänneteräksen venymä:

- esijännityksestä $\epsilon_{p\infty} = \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p} = \frac{950\dots1200 \text{ MPa}}{195000 \text{ MPa}} = 5\dots6 \text{ ‰}$

- kokonaisvenymä, jolla jänneteräs myötää (0,1-raja)

$$\epsilon_y = \frac{f_{p0,1k}}{E_p} = \frac{1600 \text{ MPa}}{195000 \text{ MPa}} + 1 = 9,2 \text{ ‰}$$

- Kokonaisvenymäksi suositellaan vähintään $\epsilon_{su} = 10 \text{ ‰}$ (~0,2-raja)

- kuormituksesta aiheutuva lisävenymä $\Delta\epsilon_s = 10 - 5\dots6 = 4\dots5 \text{ ‰}$

- Puristuspinnan korkeus

$$x \leq 0,9 \cdot d \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \Delta\epsilon_s} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{3,5}{3,5 + 4\dots5} = 0,37\dots0,42 \cdot d$$

- Momenttivarsi $z = d - 0,4 x / 2 = d - 0,4 \cdot (0,37\dots0,42) \cdot d = 0,83\dots0,85 d$

1. Tunnetaan h (tai d) Tarvittava teräsmäärä

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{pyd}}$$

tarkistetaan leveys

$$b_{min} = \frac{A_s \cdot f_{pyd}}{0,8 \cdot f_{cd}}$$

2. Tunnetaan b

Tarvittava teräsmäärä

$$A_s \approx \sqrt{\frac{M_{Ed} \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}{2 \cdot f_{pyd}^2}}$$

vaadittava korkeus

$$d_{min} \geq \frac{A_s \cdot f_{pyd}}{0,8 \cdot (0,37 \dots 0,42) \cdot b \cdot f_{cd}}$$

Palkin korkeuden valinta

Edellä olevat otaksumat

Tasainen kuorma

$$\frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \mu \leq 0,9 \cdot \mu_{tasap} = 0.25 \dots 0.28$$

$$d \geq \sqrt{\frac{M_{Ed}}{0.25 \dots 0.28 \cdot b \cdot f_{cd}}}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{q_d \cdot L^2}{2 \dots 2.24 \cdot b \cdot f_{cd}}} \quad M_{Ed} = \frac{q_d \cdot L^2}{8}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{q_d \cdot L^2}{40 \dots 60 \cdot b}} \quad f_{cd} \geq 22 \text{ MPa}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{q_d \cdot L^2}{10 \dots 15}} \quad b \sim d/4$$

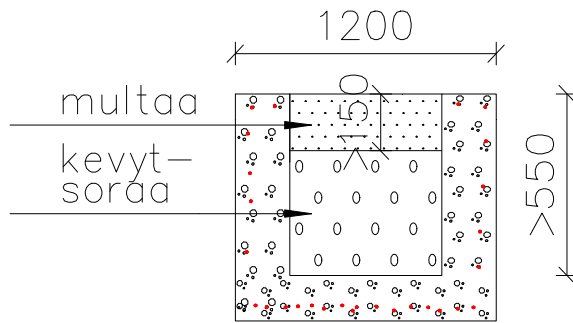
Huom! Em. kaavoista saadaan tuloksina poikkileikkauksen minimimitat, ts. palkki on näillä oletuksilla jo tiukalla.

Jos on vääntöä tms. kannattaa valita tarpeeksi reilut mitat.

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Kaukalopalkki, esimerkkitehtävä

ESIMERKKI: PALKIN KORKEUDEN VALINTA, KAUKALOPALKKI



Jänneväli $L := 20 \cdot \text{m}$

Kuormat:

omapaino betoni $\rho_c := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

multa $\rho_m := 12 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$ vähintään 150 mm $h_m := 0.15 \cdot \text{m}$

kevytsora $\rho_{ks} := 3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

lumikuorma $q_s := 3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ (kinos)

Arvioidaan korkeus $h := \frac{L}{20}$ $h = 1 \text{ m}$ $d := h - 50 \cdot \text{mm}$ $d = 0.95 \text{ m}$

alalaatta $h_f := 0.2 \cdot \text{m}$

uumat $b_w := 0.25 \cdot \text{m} + 0.25 \cdot \text{m}$

kokonaisleveys $b := 1.2 \cdot \text{m}$

Materiaalit

Betoni: C 35/45-1

Ominaislujuus $f_{ck} := 35 \cdot \text{MPa}$ Osavarmuusluku $\gamma_c := 1.35$ Puristuslujuuskerroin $\alpha_{cc} := 0.85$ Laskentalujuus $f_{cd} := \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 22 \text{ MPa}$

Jänneteräs St 1600/1860

0,1 – raja $f_{p0.1k} := 1600 \cdot \text{MPa}$ Osavarmuusluku $\gamma_s := 1.1$

Käytetään jännitys-venymäyhteyden vaihtoehtoa 1: vaakasuora

 $f_{pd} := \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s}$ $f_{pd} = 1454.5 \text{ MPa}$ Punos $\phi 12,7$ $A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$

Kuormitus:

$$\text{omapaino} \quad g_0 := [b_w \cdot h + (b - b_w) \cdot h_f] \cdot \rho_c \quad g_0 = 16 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{multa} \quad g_1 := [h_m \cdot (b - b_w)] \cdot \rho_m \quad g_1 = 1.26 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{kevytsora} \quad g_2 := [(h - h_f - h_m) \cdot (b - b_w)] \cdot \rho_{ks} \quad g_2 = 1.365 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Pysyvää yhteensä} \quad g := g_0 + g_1 + g_2 \quad g = 18.625 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Lumikuorma} \quad q := q_s \cdot b \quad q = 3.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kuormien osavarmuusluvut:

$$\text{pysyvä kuorma} \quad \gamma_g := 1.15 \quad \text{muuttuva kuorma} \quad \gamma_q := 1.5$$

$$\text{Laskentakuorma} \quad p_d := \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q \quad p_d = 26.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Taivutusmomentti murtotilassa} \quad M_{Ed} := \frac{p_d \cdot L^2}{8} \quad M_{Ed} = 1340.9 \text{ kNm}$$

Pysyvää/pitkäaikaisen kuorman osuus suuri kokonaiskuormaan nähden, joten häviöt pienemmät; lisäksi rakenne ulkotilassa, jossa kutistuima ja viruma ovat pienempiä.

$$\text{Häviöt arvioidaan n. 12 \%} \Rightarrow x := 0.4 \cdot d \quad x = 0.38 \text{ m}$$

$$z := 0.84 \cdot d \quad z = 0.798 \text{ m}$$

Kapea puristuspuoli määräävä =>

$$\text{Kaava 1: Teräsmäärä} \quad A_s := \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{pd}} \quad A_s = 1155 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow 14 \phi 12,7 \quad n_p := 14$$

$$A_s := n_p \cdot A_{p1} \quad A_s = 1302 \text{ mm}^2$$

$$\text{Tarkistetaan leveys} \quad b_{\min} := \frac{A_s \cdot f_{pd}}{0.8 \cdot x \cdot f_{cd}} \quad b_{\min} = 283 \text{ mm}$$

=> uumat 150+150 mm riittävät $b_{w1} := 2 \cdot 150 \cdot \text{mm}$

Pysyvä kuorma pienenesi tällöin

$$\Delta g := (b_w - b_{w1}) \cdot [h_m \cdot (\rho_c - \rho_m) + (h - h_f - h_m) \cdot (\rho_c - \rho_{ks})]$$

$$\Delta g = 3.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_4 := g - \Delta g$$

$$g_4 = 15.375 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$p_{d1} := p_d - \gamma_g \cdot \Delta g$$

$$p_{d1} = 23.081 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{Ed1} := \frac{p_{d1} \cdot L^2}{8}$$

$$M_{Ed1} = 1.154 \times 10^3 \text{ kNm}$$

Tehollinen korkeus $d_{\min} := \sqrt[3]{\frac{p_{d1} \cdot L^2}{14 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}}}$

$$d_{\min} = 0.87 \text{ m}$$

Jos korkeutta ei muuteta $h = 1 \text{ m}$ $d = 0.95 \text{ m}$

Tarvittava teräsmäärä $A_{s1} := \frac{M_{Ed1}}{z \cdot f_{pd}}$

$$A_{s1} = 994 \text{ mm}^2$$

=> 12 ϕ 12,7

Jos pidetään leveys entisenä $b_w = 0.5\text{ m}$ voidaan laskea palkin minimikorkeus

kaavat 2:

$$A_s := \sqrt{\frac{M_{Ed} \cdot 0.8 \cdot b_w \cdot f_{cd}}{2 \cdot f_{pd}^2}} \quad A_s = 1671 \text{ mm}^2$$

Valitaan $20 \phi 12,7$ $n_p := 20$ $A_s := n_p \cdot A_{p1}$ $A_s = 1860 \text{ mm}^2$

$$d_{\min} := \frac{A_s \cdot f_{pd}}{0.8 \cdot 0.4 \cdot b_w \cdot f_{cd}} \quad d_{\min} = 767 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow h_{\min} := d_{\min} + 50 \cdot \text{mm} \quad h_{\min} = 817 \text{ mm}$$

Ero n. 170 mm arvioitun. Ellei ole erityistä syytä pyrkiä minimikorkeuteen, valitaan $h=1000 \text{ mm}$; korkeampi palkki on yleensä aina edullisempi.

Käyttötila

Palkki ulkotilassa => ympäristön rasitusluokka XC3

EC2 Taul. 7.1 N huom 2 perusteella palkissa ei saisi esiintyä vetojännityksiä pitkäaikaisella kuormalla

Lumikuorman pitkäaikaisuus $\psi_2 := 0.2$

$$\text{Pitkäaikainen kuorma } p_k := g_0 + g_1 + g_2 + \psi_2 \cdot q \quad p_k = 19.345 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Pitkäaikainen momentti } M_{Ek} := \frac{p_k \cdot L^2}{8} \quad M_{Ek} = 967.25 \text{ kNm}$$

Poikkileikkausarvot (ilman raudoitusta)

$$A := 0.64 \cdot \text{m}^2 \quad I := 0.05963 \cdot \text{m}^4 \quad \text{painopiste alhaalta } pp := 413 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen } W_a := \frac{I}{pp} \quad W_a = 0.1444 \text{ m}^3$$

$$\text{Oletetaan alkujännitys } \sigma_{p0} := 1300 \cdot \text{MPa} \quad \text{ja häviöt } \sim 12 \% \quad r := 1 - 0.12 \quad r = 0.88$$

$$\text{Jännevoima lopputilanteessa } P_\infty := r \cdot \sigma_{p0} \cdot A_s \quad P_\infty = 2127.8 \text{ kN}$$

Punosten sijainti 50 m alhaalta

$$\text{Jännevoiman epäkeskiyys } e_p := pp - 50 \cdot \text{mm} \quad e_p = 363 \text{ mm}$$

Jännevoiman aiheuttama puristusjännitys alareunassa

$$\sigma_{cap} := \frac{-P_\infty}{A} - \frac{P_\infty \cdot e_p}{W_a} \quad \sigma_{cap} = -8.7 \text{ MPa}$$

$$\text{Kuorman aiheuttama vetojännitys alapinassa } \sigma_{caM} := \frac{M_{Ek}}{W_a} \quad \sigma_{caM} = 6.7 \text{ MPa}$$

Jännitys alareunassa yhteensä pitkäaikaisella kuormalla

$$\sigma_{ca} := \sigma_{cap} + \sigma_{caM} \quad \sigma_{ca} = -1.975 \text{ MPa puristettu}$$

Yläreunan vetojännitys laukaisutilanteessa

Tarkastelukohta n. 1 m:n päässä palkin päästä, koska tässä kohtaa esijännitys vaikuttaa yläreunaan täysimääräisesti ja palkin oman painon momentti on vielä tässä kohtaa pieni.

$$x := 1 \cdot \text{m} \quad \text{Momentti omasta painosta kohdassa } x \quad M_{\text{Eg}x} := g_0 \cdot \frac{x}{2} \cdot (L - x)$$

$$M_{\text{Eg}x} = 152 \text{ kNm}$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen} \quad W_y := \frac{I}{h - pp} \quad W_y = 0.1016 \text{ m}^3$$

Päästälujuus (laukaisulujuus) n. 70 % loppulujuudesta

$$\text{Betonin keskimääräinen vetolujuus laukausutilanteessa} \quad f_{\text{ctmi}} := 0.7 \cdot 0.3 \cdot \left(\frac{f_{\text{ck}}}{\text{MPa}} \right)^{0.667} \cdot \text{MPa}$$

$$f_{\text{ctmi}} = 2.25 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännevoima} \quad P_o := A_s \cdot \sigma_{p0}$$

$$P_o = 2.418 \times 10^3 \text{ kN}$$

Betonin vetojännitys palkin yläreunassa

$$\sigma_{cy} := \frac{-P_o}{A} + \frac{P_o \cdot e_p}{W_y} - \frac{M_{\text{Eg}x}}{W_y} \quad \sigma_{cy} = 3.366 \text{ MPa}$$

$$> f_{\text{ctmi}} = 2.25 \text{ MPa}$$

=> yläpinnassa halkeamia; sallitaan lyhytaikaisesti 0.2 mm:n halkeama

$$\text{Maksimimomentti palkin painosta} \quad M_{\text{Eg}} := \frac{g_0 \cdot L^2}{8} \quad M_{\text{Eg}} = 800 \text{ kNm}$$

Betonin jännitys yläreunassa maksimimomentin kohdalla

$$\sigma_{cy} := \frac{-P_o}{A} + \frac{P_o \cdot e_p}{W_y} - \frac{M_{\text{Eg}}}{W_y} \quad \sigma_{cy} = -3.013 \text{ MPa}$$

Pysyy max. momentin kohdalla puristettuna

=> palkin päässä pienen oman painon momentin alueella poistetaan tartunta osasta punoksia

Haetaan kussakin kohdassa suurin sallittava jännevoima

Voidaan myös käyttää jänneteräksiä yläpinnassa (aiheuttaa vetoa alapintaan)

=> lisää alapinnan jänneteräksiä)

Kohdassa $x = 1 \text{ m}$ sallittava jännevoima, jos sallitaan yläpintaan veto $f_{\text{ctmi}} = 2.25 \text{ MPa}$

$$P_{o1} := \frac{\left(f_{\text{ctmi}} + \frac{M_{\text{Eg}x}}{W_y} \right)}{\frac{-1}{A} + \frac{e_p}{W_y}} \quad P_{o1} = 1.863 \times 10^3 \text{ kN}$$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Tartuntajännepalkin kimmainen
kokoonpuristuma

Tartuntajännerakenne

Tarkastelu laukaisutilanteessa – kimmainen kokoonpuristuma

Tarkastellaan keskeisesti jännitettyä sauvaa, poikkileikkaus $A=h*b$

Jänneteräsmäärä A_p , jännitys välittömästi ennen laukaisua σ_{pi}

Jänneteräksen venymä juuri ennen laukaisua $\varepsilon_{pi} = \sigma_{pi}/E_p$

Jännevoima juuri ennen laukaisua $P_i = \sigma_{pi}A_p = \varepsilon_{pi}E_pA_p$

Kun jännevoima kohdistuu betoniin, niin betoni saa puristuman $\varepsilon_c (< 0)$

Betonin puristusjännitys $\sigma_c = E_c\varepsilon_c (< 0)$

Betonin puristusresultantti $N_c = A_c\sigma_c = \varepsilon_cE_cA_c (< 0)$

Betonin pinta-ala $A_c = A - A_p$

Betonin ja teräksen välillä tartunta => jänneteräs saa saman muodonmuutoksen kuin betonin muodonmuutos jänneteräksen kohdalla eli $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c$

Jänneteräksen venymä välittömästi laukaisun jälkeen $\varepsilon_p = \varepsilon_{pi} + \Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{pi} + \varepsilon_c$

Jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen $\sigma_{pm} = \varepsilon_p E_p = (\varepsilon_{pi} + \varepsilon_c) E_p$

Jänneteräksen voima välittömästi laukaisun jälkeen $P = \sigma_{pm}A_p = (\varepsilon_{pi} + \varepsilon_c) E_p A_p$

Tasapainoehto:

$$P + N_c = 0$$

$$(\varepsilon_{pi} + \varepsilon_c) E_p A_p + \varepsilon_c E_c A_c = 0$$

$$\varepsilon_c (E_p A_p + E_c A_c) = -\varepsilon_{pi} E_p$$

$$\varepsilon_c = \frac{-\varepsilon_{pi} E_p A_p}{E_p A_p + E_c A_c} = \frac{-P_i}{E_p A_p + E_c (A - A_p)} = \frac{-P_i}{E_c \left[A + \left(\frac{E_p}{E_c} - 1 \right) A_p \right]} = \frac{-P_i}{E_c A_m}$$

$$\text{Betonin jännitys } \sigma_c = \varepsilon_c E_c = \frac{-P_i}{A_m}$$

$$\text{Betonin jännitysresultantti } N_c = \sigma_c A_c = \frac{-P_i}{A_m} A_c$$

Jänneteräksen puristuma $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c = \frac{-P_i}{E_c A_m}$

Jänneteräksen jännityksen muutos kimmoisesta kokoonpuristumasta

$$\Delta\sigma_{pe} = \Delta\varepsilon_p E_p = \frac{-P_i}{A_m} \frac{E_p}{E_c}$$

Jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen

$$\sigma_p = \sigma_{pi} + \Delta\sigma_{pe} = \frac{P_i}{A_p} \left(1 - \frac{A_p}{A_m} \frac{E_p}{E_c} \right) = \frac{P_i}{A_p} \left(1 - \frac{A_p}{A + \left(\frac{E_p}{E_c} - 1 \right) A_p} \frac{E_p}{E_c} \right)$$

Tartuntajännerakenne

Tarkastelu laukaisutilanteessa - kimmoinen kokoonpuristuma

Esimerkki

Tarkastellaan keskeisesti jännitettyä sauvaa $b \cdot h$, jossa on punosmäärä A_p

$$b := 500 \cdot \text{mm} \quad h := 500 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Bruttopinta-ala} \quad A := b \cdot h \quad A = 0.25 \text{ m}^2$$

$$\text{Punosmäärä} \quad A_p := 1000 \cdot \text{mm}^2$$

$$\text{Alkujännitys välittömästi ennen laukaisua} \quad \sigma_{pi} := 1250 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Punoksen kimmokerroin} \quad E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Punoksen venymä välittömästi ennen laukaisua} \quad \varepsilon_{pi} := \frac{\sigma_{pi}}{E_p} \quad \varepsilon_{pi} = 6.41 \text{ ‰}$$

$$\text{Jännevoima välittömästi ennen laukaisua} \quad P_i := \sigma_{pi} \cdot A_p \quad P_i = 1250 \text{ kN}$$

Betoni C35/45

$$\text{Ominaislujuus} \quad f_{ck} := 35 \text{ MPa}$$

$$\text{Keskimääräinen puristuslujuus} \quad f_{cm} := f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa} \quad f_{cm} = 43 \text{ MPa}$$

$$\text{Betoin kimmokerroin} \quad E_{cm} := 22000 \cdot \text{MPa} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3} \quad E_{cm} = 34077 \text{ MPa}$$

Laukaisulujuus (jännittämisljuuus) yleensä n. 70 % loppulujuudesta

Betoin lujuuden kehittyminen EC2:n mukaan

Sementtityypistä riippuva parametri $s := 0.2$ (rapid-sementti)

$$\text{Lujuuden kehittymisfunktio} \quad \beta_{cc}(t) := e^{\left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right)} \quad \text{EC2, kaava (3.4)}$$

$$\text{Keskimääräinen lujuus, kun betonin ikä on } t \quad f_{cmf}(t) := \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}$$

$$\text{Laukaisuhetkellä} \quad f_{cmi} := 0.7 \cdot f_{cm} \quad f_{cmi} = 30.1 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \beta_{cci} := 0.7$$

$$\text{Kimmokertoimen kehittyminen ajan funktiona} \quad E_{cmt}(t) := \left(\frac{f_{cmf}(t)}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm} \quad \text{EC2 kaava (3.5)}$$

$$\frac{f_{cmt}(t)}{f_{cm}} := \beta_{cc}(t) \quad \frac{f_{cmi}}{f_{cm}} = 0.7$$

Betonin kimmokerroin laukaisutilanteessa $E_{cmi} := \left(\frac{f_{cmi}}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm}$ $E_{cmi} = 30619 \text{ MPa}$

Kimmokertoimien suhde $n_e := \frac{E_p}{E_{cmi}}$ $n_e = 6.369$

Muunnettu (ideaalinen) poikkileikkaus $A_m := A + (n_e - 1) \cdot A_p$ $A_m = 0.255 \text{ m}^2$

Betonin puristuma $\varepsilon_c := \frac{-P_i}{A_m \cdot E_{cmi}}$ $\varepsilon_c = -0.16 \text{ ‰}$

Betonin jännitys $\sigma_c := \varepsilon_c \cdot E_{cmi}$ $\sigma_c = -4.895 \text{ MPa}$

Betonin netto-pinta-ala $A_c := A - A_p$ $A_c = 0.249 \text{ m}^2$

Betonin jännitysresultantti $N_c := A_c \cdot \sigma_c$ $N_c = -1218.827 \text{ kN}$

Jänneteräksen venymän muutos $\Delta\varepsilon_p := \varepsilon_c$ $\Delta\varepsilon_p = -0.16 \text{ ‰}$

Jänneteräksen jännityksen muutos kimmoisesta kokoonpuristumasta $\Delta\sigma_{pe} := \Delta\varepsilon_p \cdot E_p$
 $\Delta\sigma_{pe} = -31.173 \text{ MPa}$

Jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeer $\sigma_p := \sigma_{pi} + \Delta\sigma_{pe}$ $\sigma_p = 1218.8 \text{ MPa}$

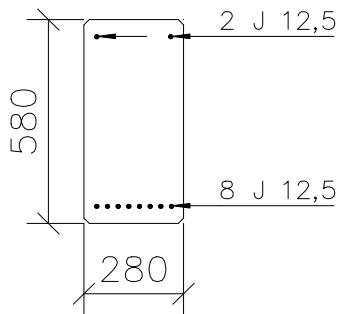
Jänneteräksen voima välittömästi laukaisun jälkeen $P := \sigma_p \cdot A_p$ $P = 1218.827 \text{ kN}$

Tasapaino $P + N_c = 0 \text{ N}$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Tartuntajännepalkin kimmainen
kokoonpuristuma, esimerkkitehtävä

Rak. 43-3110 Tartuntajännepalkki
Esimerkki 2: Kimmoinen kokoonpuristuma



Tartuntajännepalkin poikkileikkaus on suorakaide, jonka mitat ovat:

$$h := 580 \cdot \text{mm} \quad b := 280 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Palkin pituus} \quad L := 10 \cdot \text{m}$$

$$\text{Betonin lujuusluokka C40/50} \quad f_{ck} := 40 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Keskimääräinen puristuslujuus} \quad f_{cm} := f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa} \quad f_{cm} = 48 \text{ MPa}$$

$$\text{Keskimääräinen puristuslujuus laukaisuhetkellä} \quad f_{cmi} := 0.75 \cdot f_{cm} \quad f_{cmi} = 36 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin ominaislujuus laukaisuhetkellä} \quad f_{cki} := f_{cmi} - 8 \cdot \text{MPa} \quad f_{cki} = 28 \text{ MPa}$$

$$\beta_{cci} := \frac{f_{cmi}}{f_{cm}} \quad \beta_{cci} = 0.75$$

$$\text{Betonin keskimääräinen vetolujuus} \quad f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{0.667} \cdot \text{MPa} \quad f_{ctm} = 3.513 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin keskimääräinen vetolujuus laukaisuhetkellä; } t < 28 \text{ vrk} \quad \alpha := 1$$

$$f_{ctmi} := \beta_{cci}^{\alpha} \cdot f_{ctm} \quad f_{ctmi} = 2.635 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin kimmokerroin (sekanttimoduuli)} \quad E_{cm} := 22000 \cdot \text{MPa} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3} \quad E_{cm} = 35220 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin kimmokerroin laukaisuhetkellä} \quad E_{cmi} := \left(\frac{f_{cmi}}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm} \quad E_{cmi} = 32308 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräset } 8 \phi_{p7} 12,5, \text{ laatu St 1600/1800}$$

$$n_p := 8 \quad \phi_p := 12.5 \cdot \text{mm}$$

$$A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_p := n_p \cdot A_{p1} \quad A_p = 744 \text{ mm}^2$$

Jänneteräksen lujuusarvot:

0.1-raja $f_{p0.1k} := 1600 \cdot \text{MPa}$

murtolujuus $f_{pk} := 1800 \cdot \text{MPa}$

kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$

Jänneteräksen suurin jännitys (EC2 5.10.2.1) $\sigma_{pmax0} := \min(0.8 \cdot f_{pk}, 0.9 \cdot f_{p0.1k})$

$$\sigma_{pmax0} = 1440 \text{ MPa}$$

Valitaan "pöytäjännitykseksi" eli jännitykseksi lukitushäviöiden jälkeen $\sigma_{pmax} := 1350 \cdot \text{MPa}$

Jännityshäviöt ennen laukaisua $\Delta\sigma_{p1} := -33 \cdot \text{MPa}$ n. 2.4 % (sis. relaksaatio
+kutistuma+lämpökäs.)

Jänneteräksen jännitys juuri ennen laukaisua $\sigma_{po} := \sigma_{pmax} + \Delta\sigma_{p1}$ $\sigma_{po} = 1317 \text{ MPa}$

Punosten etäisyys $c_p := 50 \cdot \text{mm}$ palkin alapinnasta

Tehollinen korkeus $d := h - c_p$ $d = 530 \text{ mm}$

Muunnetut "ideaaliset" poikkileikkausrvot laukaisutilanteessa

Muunnetaan teräkset betoniksi kimmokertoimien suhteessa otaen huomioon, että teräksen kohdalla ei ole betonia

Jänneteräksen ja betonin kimmokertoimien suhde $n_e := \frac{E_p}{E_{cmi}}$ $n_e = 6.036$

Pinta-ala $A_m := b \cdot h + (n_e - 1) \cdot A_p$ $A_m = 0.166 \text{ m}^2$

Staattinen momentti alareunan suhteen $S_m := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_e - 1) \cdot A_p \cdot c_p$ $S_m = 0.047 \text{ m}^3$

Painopisteen etäisyys alapinnasta $pp := \frac{S_m}{A_m}$ $pp = 284.6 \text{ mm}$

Hitausmomentti $I_m := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp \right)^2 + (n_e - 1) \cdot A_p \cdot (c_p - pp)^2$
 $I_m = 4.764 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Taivutusvastus alareunan suhteen $W_{ma} := \frac{I_m}{pp}$ $W_{ma} = 0.017 \text{ m}^3$

Taivutusvastus yläreunan suhteen $W_{my} := \frac{I_m}{pp - h}$ $W_{my} = -0.016 \text{ m}^3$

Jännevoima juuri ennen laukaisua $P_0 := \sigma_{po} \cdot A_p$ $P_0 = 979.848 \text{ kN}$

Jännevoiman siirron yhteydessä raudoitettuun betonipalkkiin vaikuttaa jännevoiman vastavoima (palkkia puristava voima) $-P_0 = -979.848 \text{ kN}$

Puristava voima vaikuttaa jänneterästen painopisteessä => siirretään voima muunnetun poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$M_p := -P_0 \cdot (pp - c_p) \quad M_p = -229.861 \text{ kNm}$$

Jännevoiman epäkeskisyys $e_p := pp - c_p$ $e_p = 234.588 \text{ mm}$

Palkkiin vaikuttaa siis puristava normaalivoima $-P_0$ ja negatiivinen (alareunaan puristusta aiheuttava) momentti M_p , jotka aiheuttavat palkkiin jännitykset:

alareunaan $\sigma_{cap} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p}{W_{ma}}$ $\sigma_{cap} = -19.63 \text{ MPa}$
puristusta

jänneteräksen kohdalle $\sigma_{cpp} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p \cdot (pp - c_p)}{I_m}$ $\sigma_{cpp} = -17.217 \text{ MPa}$

yläreunaan $\sigma_{cyp} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p}{W_{my}}$ $\sigma_{cyp} = 8.357 \text{ MPa}$
vetoa

Jänneteräksen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{pe} := \sigma_{cpp} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}}$ $\Delta\sigma_{pe} = -103.917 \text{ MPa}$

Jänneteräksen jännitys $\sigma_{p1} := \sigma_{po} + \Delta\sigma_{pe}$ $\sigma_{p1} = 1213.1 \text{ MPa}$

Betonin jännitysresultantti $N_c := \frac{(\sigma_{cap} + \sigma_{cyp})}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{cpp} \cdot A_p$ $N_c = -902.534 \text{ kN}$

Jänneterästen voima $P_1 := \sigma_{p1} \cdot A_p$ $P_1 = 902.534 \text{ kN}$

Tasapaino: $P_1 + N_c = 0 \text{ kN}$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{\text{cap}} := \frac{\sigma_{\text{cap}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cap}} = -0.608\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{\text{cyp}} := \frac{\sigma_{\text{cyp}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cyp}} = 0.259\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyristymä)} \quad \psi_p := \frac{\varepsilon_{\text{cap}} - \varepsilon_{\text{cyp}}}{h} \quad \psi_p = -1.494 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \psi_p := \frac{M_p}{E_{\text{cmi}} \cdot I_m} \quad \psi_p = -1.494 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Jännevoima vakio lähes koko pituudella => M_p ja kaarevuus vakioita lähes koko palkin pituudella

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{\text{ap}} := \frac{1}{8}$$

$$\text{Palkin taipuma esijännityksestä} \quad a_p := \delta_{\text{ap}} \cdot \psi_p \cdot L^2 \quad a_p = -18.669 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad a_p := \delta_{\text{ap}} \cdot \frac{M_p}{E_{\text{cmi}} \cdot I_m} \cdot L^2 \quad a_p = -18.669 \text{ mm}$$

(taipuma ylöspäin)

Välittömästi, kun palkki nousee alustastaan ylös, niin palkin oma paino alkaa vaikuttaa => oman painon vaikutus on otettava huomioon laukaisutilan jännityksissä.

$$\text{Palkin paino } g := b \cdot h \cdot 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \qquad g = 4.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Momentti omasta painosta } M_g := \frac{g \cdot L^2}{8} \qquad M_g = 50.75 \text{ kNm}$$

Jännitykset omasta painosta

$$\text{alapinta } \sigma_{\text{cag}} := \frac{M_g}{W_{\text{ma}}} \qquad \sigma_{\text{cag}} = 3.032 \text{ MPa}$$

$$\text{jänneterästen kohdalla } \sigma_{\text{cpg}} := \frac{M_g \cdot (pp - c_p)}{I_m} \qquad \sigma_{\text{cpg}} = 2.499 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta } \sigma_{\text{cyg}} := \frac{M_g}{W_{\text{my}}} \qquad \sigma_{\text{cyg}} = -3.147 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos } \Delta\sigma_{\text{pg}} := \sigma_{\text{cpg}} \cdot \frac{E_p}{E_{\text{cmi}}} \qquad \Delta\sigma_{\text{pg}} = 15.085 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys } \sigma_{\text{p1}} := \sigma_{\text{p1}} + \Delta\sigma_{\text{pg}} \qquad \sigma_{\text{p1}} = 1228.2 \text{ MPa}$$

$$\text{Betoin jännitysresultantti } N_{\text{cg}} := \frac{(\sigma_{\text{cag}} + \sigma_{\text{cyg}})}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{\text{cpg}} \cdot A_p \qquad N_{\text{cg}} = -11.223 \text{ kN}$$

$$\text{Jänneterästen voima } \Delta P_g := \Delta\sigma_{\text{pg}} \cdot A_p \qquad \Delta P_g = 11.223 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino: } \Delta P_g + N_{\text{cg}} = -0 \text{ kN}$$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{cag} := \frac{\sigma_{cag}}{E_{cmi}} \quad \varepsilon_{cag} = 0.094\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{cyg} := \frac{\sigma_{cyg}}{E_{cmi}} \quad \varepsilon_{cyg} = -0.097\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyritymä)} \quad \psi_g := \frac{\varepsilon_{cag} - \varepsilon_{cyg}}{h} \quad \psi_g = 0.33 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \psi_g := \frac{M_g}{E_{cmi} \cdot I_m} \quad \psi_g = 0.33 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Oma paino tasainen kuorma => Mg-pinta paraabeli

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{ag} := \frac{5}{48}$$

$$\text{Palkin taipuma omasta painosta} \quad a_g := \delta_{ag} \cdot \psi_g \cdot L^2 \quad a_g = 3.435 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad a_g := \delta_{ag} \cdot \frac{M_g}{E_{cmi} \cdot I_m} \cdot L^2 \quad a_g = 3.435 \text{ mm}$$

(taipuma alaspäin)

Tilanne välittömästi päästön jälkeen, kun palkin kuormituksena on jännevoima ja oma paino

Jännevoiman ja oman painon vaikutusten suhteen superpositioperiaate pätee, jos poikkileikkaus säilyy halkeamattomana

Jännitykset:

$$\text{Alapinnassa } \sigma_{ca} := \sigma_{cap} + \sigma_{cag} \quad \sigma_{ca} = -16.598 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen kohdalla } \sigma_{cp} := \sigma_{cpp} + \sigma_{cpg} \quad \sigma_{cp} = -14.718 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläpinnassa } \sigma_{cy} := \sigma_{cyp} + \sigma_{cyg} \quad \sigma_{cy} = 5.21 \text{ MPa}$$

$$> f_{ctmi} = 2.635 \text{ MPa}$$

Yläpintaan syntyy halkeamia

Muodonmuutokset:

$$\text{Alapinnassa } \varepsilon_{ca} := \frac{\sigma_{ca}}{E_{cmi}} \quad \varepsilon_{ca} = -0.514 \text{ ‰}$$

$$\text{Jänneteräksen kohdalla } \varepsilon_{cp} := \frac{\sigma_{cp}}{E_{cmi}} \quad \varepsilon_{cp} = -0.456 \text{ ‰}$$

$$\text{Yläpinnassa } \varepsilon_{cy} := \frac{\sigma_{cy}}{E_{cmi}} \quad \varepsilon_{cy} = 0.161 \text{ ‰}$$

$$\text{Betoin jännitysresultantti } N_c := \frac{\sigma_{ca} + \sigma_{cy}}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{cp} \cdot A_p \quad N_c = -913.757 \text{ kN}$$

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos } \Delta\sigma_{p2} := \Delta\sigma_{pe} + \Delta\sigma_{pg} \quad \Delta\sigma_{p2} = -88.833 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen venymän muutos } \Delta\varepsilon_p := \varepsilon_{cp} \quad \Delta\varepsilon_p = -0.456 \text{ ‰}$$

$$\text{Jännityksen muutos saadaan myös } \Delta\sigma_{p2} := \Delta\varepsilon_p \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{p2} = -88.833 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen } \sigma_{p2} := \sigma_{po} + \Delta\sigma_{p2} \quad \sigma_{p2} = 1228.2 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksessä vaikuttava voima } P_2 := \sigma_{p2} \cdot A_p \quad P_2 = 913.757 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino } P_2 + N_c = 3.492 \times 10^{-13} \text{ kN}$$

$$\text{Taipuma } a := a_p + a_g \quad a = -15.234 \text{ mm}$$

ylöspäin

Lisätään yläjätteet

Koska yläpinnan vetojännitys ylittää betonin vetolujuuden, korjataan tilannetta lisäämällä yläpintaan 2 yläpunosta ϕ_{p7} 12,5 mm

$$\text{Yläpunokset: } n_{py} := 2 \quad A_{py} := n_{py} \cdot A_{p1} \quad A_{py} = 186 \text{ mm}^2$$

$$\text{Alkujännitys (pöytäjäännitys) } \sigma_{py\max} := 1200 \cdot \text{MPa}$$

Häviöt ennen laukaisua $\Delta\sigma_{py} := -25 \cdot \text{MPa}$ relaksaatiosta, kutistumasta, lämpökäsittelystä

$$\text{Jännitys juuri ennen laukaisua } \sigma_{poy} := \sigma_{py\max} + \Delta\sigma_{py} \quad \sigma_{poy} = 1175 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläpunosten etäisyys yläpinnasta } 50 \text{ mm} \Rightarrow \text{etäisyys alapinnasta } c_{py} := 530 \cdot \text{mm}$$

Jännevoima juuri ennen laukaisua ja jännevoiman resultantin paikka

$$P_0 := \sigma_{po} \cdot A_p + \sigma_{poy} \cdot A_{py} \quad P_0 = 1198.4 \text{ kN}$$

$$\text{Jännevoiman resultantti } c_{\text{res}} := \frac{\sigma_{po} \cdot A_p \cdot c_p + \sigma_{poy} \cdot A_{py} \cdot c_{py}}{P_0} \quad c_{\text{res}} = 137.537 \text{ mm}$$

Poikkileikkausarvot yläpunokset mukaanlukien

$$A_m := b \cdot h + (n_e - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_m = 0.167 \text{ m}^2$$

$$S_m := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_e - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_m = 0.048 \text{ m}^3$$

$$\text{painopiste alhaalta} \quad pp := \frac{S_m}{A_m} \quad pp = 285.964 \text{ mm}$$

$$\text{Hitausmomentti} \quad I_m := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp \right)^2 + (n_e - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp)^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp)^2 \right] \\ I_m = 0.0048 \text{ m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen} \quad W_{ma} := \frac{I_m}{pp} \quad W_{ma} = 0.017 \text{ m}^3$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen} \quad W_{my} := \frac{I_m}{pp - h} \quad W_{my} = -0.016 \text{ m}^3$$

$$\text{Jännevoima juuri ennen laukaisua} \quad P_0 := \sigma_{po} \cdot A_p + \sigma_{poy} \cdot A_{py} \quad P_0 = 1198.4 \text{ kN}$$

Jännevoiman siirron yhteydessä raudoitettuun betonipalkkiin vaikuttaa jännevoiman vastavoima (palkkia puristava voima) $-P_0 = -1.198 \times 10^3 \text{ kN}$

Puristava voima vaikuttaa jänneterästen painopisteessä => siirretään voima muunnetun poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$M_p := -P_0 \cdot (pp - c_{res}) \quad M_p = -177.875 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännevoiman epäkeskisyys } e_p := pp - c_{res} \quad e_p = 148.427 \text{ mm}$$

Palkkiin vaikuttaa siis puristava normaalivoima $-P_0$ ja negatiivinen (alareunaan puristusta aiheuttava) momentti M_p , jotka aiheuttavat palkkiin jännitykset:

$$\text{alareunaan } \sigma_{cap} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p}{W_{ma}} \quad \sigma_{cap} = -17.726 \text{ MPa}$$

puristusta

$$\text{alajänneteräksen kohdalla } \sigma_{cpp} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p \cdot (pp - c_p)}{I_m} \quad \sigma_{cpp} = -15.881 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjännteiden kohdalla } \sigma_{cppy} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p \cdot (pp - c_{py})}{I_m} \quad \sigma_{cppy} = 1.834 \text{ MPa}$$

$$\text{yläreunaan } \sigma_{cyp} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p}{W_{my}} \quad \sigma_{cyp} = 3.679 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos } \Delta\sigma_{pe} := \sigma_{cpp} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pe} = -95.852 \text{ MPa}$$

-alajännteet

$$\text{Alajännteiden jännitys } \sigma_{p1} := \sigma_{po} + \Delta\sigma_{pe} \quad \sigma_{p1} = 1221.1 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännityksen muutos yläjännteissä } \Delta\sigma_{pye} := \sigma_{cppy} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pye} = 11.069 \text{ MPa}$$

yläjännteiden voima kasvaa

$$\text{Yläjännteiden jännitys } \sigma_{py1} := \sigma_{poy} + \Delta\sigma_{pye} \quad \sigma_{py1} = 1.186 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin jännitysresultantti } N_c := \frac{(\sigma_{cap} + \sigma_{cyp})}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{cpp} \cdot A_p - \sigma_{cppy} \cdot A_{py} \quad N_c = -1129.1 \text{ kN}$$

$$\text{Jänneterästen voima } P_1 := \sigma_{p1} \cdot A_p + \sigma_{py1} \cdot A_{py} \quad P_1 = 1129.1 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino: } P_1 + N_c = 0 \text{ kN}$$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{\text{cap}} := \frac{\sigma_{\text{cap}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cap}} = -0.549\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{\text{cyp}} := \frac{\sigma_{\text{cyp}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cyp}} = 0.114\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyristymä)} \quad \psi_p := \frac{\varepsilon_{\text{cap}} - \varepsilon_{\text{cyp}}}{h} \quad \psi_p = -1.142 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \psi_p := \frac{M_p}{E_{\text{cmi}} \cdot I_m} \quad \psi_p = -1.142 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Jännevoima vakio lähes koko pituudella => M_p ja kaarevuus vakioita lähes koko palkin pituudella

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{\text{ap}} := \frac{1}{8}$$

$$\text{Palkin taipuma esijännityksestä} \quad a_p := \delta_{\text{ap}} \cdot \psi_p \cdot L^2 \quad a_p = -14.279 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad a_p := \delta_{\text{ap}} \cdot \frac{M_p}{E_{\text{cmi}} \cdot I_m} \cdot L^2 \quad a_p = -14.279 \text{ mm}$$

(taipuma ylöspäin)

Oman painon vaikutus

Jännitykset omasta painosta

$$\text{aläpinta} \quad \sigma_{cag} := \frac{M_g}{W_{ma}} \quad \sigma_{cag} = 3.011 \text{ MPa}$$

$$\text{aläjanteiden kohdalla} \quad \sigma_{cpg} := \frac{M_g \cdot (pp - c_p)}{I_m} \quad \sigma_{cpg} = 2.485 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjanteiden kohdalla} \quad \sigma_{cpyg} := \frac{M_g \cdot (pp - c_{py})}{I_m} \quad \sigma_{cpyg} = -2.57 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cyg} := \frac{M_g}{W_{my}} \quad \sigma_{cyg} = -3.096 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin jännitysresultantti} \quad N_{cg} := \frac{(\sigma_{cag} + \sigma_{cyg})}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{cpg} \cdot A_p - \sigma_{cpyg} \cdot A_{py} \quad N_{cg} = -8.273 \text{ kN}$$

Aläjanteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pg} := \sigma_{cpg} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pg} = 14.996 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{p1} := \sigma_{p1} + \Delta\sigma_{pg} \quad \sigma_{p1} = 1236.1 \text{ MPa}$$

Yläjanteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pyg} := \sigma_{cpyg} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pyg} = -15.509 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{py1} := \sigma_{py1} + \Delta\sigma_{pyg} \quad \sigma_{py1} = 1170.6 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen voima} \quad \Delta P_g := \Delta\sigma_{pg} \cdot A_p + \Delta\sigma_{pyg} \cdot A_{py} \quad \Delta P_g = 8.273 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino:} \quad \Delta P_g + N_{cg} = 0 \text{ kN}$$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{\text{cag}} := \frac{\sigma_{\text{cag}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cag}} = 0.093 \text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{\text{cyg}} := \frac{\sigma_{\text{cyg}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cyg}} = -0.096 \text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyritymä)} \quad \psi_{\text{g}} := \frac{\varepsilon_{\text{cag}} - \varepsilon_{\text{cyg}}}{h} \quad \psi_{\text{g}} = 0.326 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \psi_{\text{g}} := \frac{M_{\text{g}}}{E_{\text{cmi}} \cdot I_{\text{m}}} \quad \psi_{\text{g}} = 0.326 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Oma paino tasainen kuorma => Mg-pinta paraabeli

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{\text{ag}} := \frac{5}{48}$$

$$\text{Palkin taipuma omasta painosta} \quad a_{\text{g}} := \delta_{\text{ag}} \cdot \psi_{\text{g}} \cdot L^2 \quad a_{\text{g}} = 3.395 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad a_{\text{g}} := \delta_{\text{ag}} \cdot \frac{M_{\text{g}}}{E_{\text{cmi}} \cdot I_{\text{m}}} \cdot L^2 \quad a_{\text{g}} = 3.395 \text{ mm}$$

(taipuma alaspäin)

Tilanne välittömästi päästön jälkeen, kun palkin kuormituksena on jännevoima ja oma paino

Jännevoiman ja oman painon vaikutusten suhteen superpositioperiaate pätee, jos poikkileikkaus säilyy halkeamattomana

Jännitykset:

Alapinnassa $\sigma_{ca1} := \sigma_{cap} + \sigma_{cag}$ $\sigma_{ca1} = -14.715 \text{ MPa}$

Alajänneteiden kohdalla $\sigma_{cp1} := \sigma_{cpp} + \sigma_{cpg}$ $\sigma_{cp1} = -13.396 \text{ MPa}$

Yläjännteiden kohdalla $\sigma_{cpy1} := \sigma_{cppy} + \sigma_{cpyg}$ $\sigma_{cpy1} = -0.736 \text{ MPa}$

Yläpinnassa $\sigma_{cy1} := \sigma_{cyp} + \sigma_{cyg}$ $\sigma_{cy1} = 0.583 \text{ MPa}$

$< f_{ctm} = 3.513 \text{ MPa}$

Yläpinta ei halkeile max. momentin kohdalla

Muodonmuutokset:

Alapinnassa $\varepsilon_{ca1} := \frac{\sigma_{ca1}}{E_{cmi}}$ $\varepsilon_{ca1} = -0.455 \text{ ‰}$

Jänneteräksen kohdalla $\varepsilon_{cp1} := \frac{\sigma_{cp1}}{E_{cmi}}$ $\varepsilon_{cp1} = -0.415 \text{ ‰}$

Yläjännteiden kohdalla $\varepsilon_{cpy1} := \frac{\sigma_{cpy1}}{E_{cmi}}$ $\varepsilon_{cpy1} = -0.023 \text{ ‰}$

Yläpinnassa $\varepsilon_{cy1} := \frac{\sigma_{cy1}}{E_{cmi}}$ $\varepsilon_{cy1} = 0.018 \text{ ‰}$

Betonin jännitysresultantti $N_c := \frac{\sigma_{ca1} + \sigma_{cy1}}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{cp1} \cdot A_p - \sigma_{cpy1} \cdot A_{py}$
 $N_c = -1137.42 \text{ kN}$

Alajänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{p2} := \Delta\sigma_{pe} + \Delta\sigma_{pg} \quad \Delta\sigma_{p2} = -80.855 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen venymän muutos} \quad \Delta\varepsilon_p := \varepsilon_{cp1} \quad \Delta\varepsilon_p = -0.415 \text{ ‰}$$

$$\text{Jännityksen muutos saadaan myös} \quad \Delta\sigma_{p2} := \Delta\varepsilon_p \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{p2} = -80.855 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännityksen muutos saadaan myös} \quad \Delta\sigma_{p2} := \sigma_{cp1} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{p2} = -80.855 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen} \quad \sigma_{p2} := \sigma_{po} + \Delta\sigma_{p2} \quad \sigma_{p2} = 1236.1 \text{ MPa}$$

Yläjänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos omasta painosta} \quad \Delta\sigma_{pyg} := \sigma_{cpyg} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pyg} = -15.509 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{py2} := \Delta\sigma_{pye} + \Delta\sigma_{pyg} \quad \Delta\sigma_{py2} = -4.44 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläjanteiden jännitys välittömästi laukaisun jälkeen} \quad \sigma_{py2} := \sigma_{poy} + \Delta\sigma_{py2} \quad \sigma_{py2} = 1170.6 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksessä vaikuttava voima} \quad P_2 := \sigma_{p2} \cdot A_p + \sigma_{py2} \cdot A_{py} \quad P_2 = 1137.42 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino} \quad P_2 + N_c = 0 \text{ kN}$$

$$\text{Taipuma} \quad a_1 := a_p + a_g \quad a = -15.234 \text{ mm}$$

ylöspäin

Tarkastellaan lopputilannetta kaikkien häviöiden jälkeen

Oletetaan pitkäaikaisiksi häviöiksi (kutistumasta, virumasta ja relaksaatiosta) n 20 % σ_{pmax} -jännityksestä; häviö-% oletetaan samaksi myös yläjännityksellä (todellisuudessa ei välttämättä ole sama).

Häviöarvo ei sisällä kimmoista kokoonpuristumaa, koska se on palautuvaa

Jännityshäviöt lopputilanteessa

$$\text{alajänniteet } \Delta\sigma_p := -0.2 \cdot \sigma_{pmax} \quad \Delta\sigma_p = -270 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänniteet } \Delta\sigma_{py} := -0.2 \cdot \sigma_{pymax} \quad \Delta\sigma_{py} = -240 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännevoiman muutos } \Delta P := \Delta\sigma_p \cdot A_p + \Delta\sigma_{py} \cdot A_{py} \quad \Delta P = -245.52 \text{ kN}$$

Jännevoiman muutoksen resultantin sijainti

$$c_{res} := \frac{A_p \cdot \Delta\sigma_p \cdot c_p + A_{py} \cdot \Delta\sigma_{py} \cdot c_{py}}{\Delta P} \quad c_{res} = 137.5 \text{ mm}$$

Betonin lujuus on nyt nimellislujuus $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ ja kimmokerroin $E_{cm} = 3.522 \times 10^4 \text{ MPa}$

$$\text{Kimmokertoimien suhde } n_e := \frac{E_p}{E_{cm}} \quad n_e = 5.537$$

Betonin kimmokerroin on muuttunut, joten poikkileikkausarvot lasketaan uudelleen

Poikkileikkausarvot yläpunoset mukaanlukien

$$A_m := b \cdot h + (n_e - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_m = 0.167 \text{ m}^2$$

$$S_m := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_e - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_m = 0.048 \text{ m}^3$$

$$\text{painopiste alhaalta } pp := \frac{S_m}{A_m} \quad pp = 286.354 \text{ mm}$$

$$\text{Hitausmomentti } I_m := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp \right)^2 + (n_e - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp)^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp)^2 \right]$$

$$I_m = 0.0048 \text{ m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen } W_{ma} := \frac{I_m}{pp} \quad W_{ma} = 0.017 \text{ m}^3$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen } W_{my} := \frac{I_m}{pp - h} \quad W_{my} = -0.016 \text{ m}^3$$

Raudoitettuun poikkileikkaukseen kohdistuu jännevoiman muutoksen vastavoima (vetovoima)

$$-\Delta P = 245.52 \text{ kN} \quad \text{jännevoiman resultantin kohdalle.}$$

Siirretään $-P_{\infty}$ poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$\Delta M_p := -\Delta P \cdot (pp - c_{res}) \quad \Delta M_p = 36.602 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännevoiman epäkeskisyys } e_p := pp - c_{res} \quad e_p = 149.081 \text{ mm}$$

Lasketaan betonin jännitykset jännityshäviöstä

$$\text{alareunaan} \quad \Delta \sigma_{cap} := \frac{-\Delta P}{A_m} + \frac{\Delta M_p}{W_{ma}} \quad \Delta \sigma_{cap} = 3.66 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{alajänteiden kohdalle} \quad \Delta \sigma_{cpp} := \frac{-\Delta P}{A_m} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp - c_p)}{I_m} \quad \Delta \sigma_{cpp} = 3.278 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{yläjänteen kohdalle} \quad \Delta \sigma_{cppy} := \frac{-\Delta P}{A_m} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp - c_{py})}{I_m} \quad \Delta \sigma_{cppy} = -0.387 \text{ MPa}$$

$$\text{yläreunaan} \quad \Delta \sigma_{cyp} := \frac{-\Delta P}{A_m} + \frac{\Delta M_p}{W_{my}} \quad \Delta \sigma_{cyp} = -0.769 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{Betonin jännitysresultantti} \quad \Delta N_c := \frac{(\Delta \sigma_{cap} + \Delta \sigma_{cyp})}{2} \cdot b \cdot h - \Delta \sigma_{cpp} \cdot A_p - \Delta \sigma_{cppy} \cdot A_{py}$$

$$\Delta N_c = 232.414 \text{ kN}$$

Alajänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos jännityshäviöistä} \quad \Delta\sigma_{p\Delta} := \Delta\sigma_{cpp} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}} \quad \Delta\sigma_{p\Delta} = 18.151 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{Kokonaismuutos jännityshäviöistä} \quad \Delta\sigma_{p3} := \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_{p\Delta} \quad \Delta\sigma_{p3} = -251.849 \text{ MPa}$$

eli vähemmän kuin $\Delta\sigma_p = -270 \text{ MPa}$

Ero johtuu siitä, että ΔP :hen vaikuttaa samalla tavalla kimmoisesta kokoonpuristumasta aiheutuva vähennys kuin P_0 :aan eli osa alkuperäisestä kimmoisesta kokoonpuristumasta palautuu

$$\text{Jänneteräksen jännitys häviöiden jälkeen} \quad \sigma_{p3} := \sigma_{p2} + \Delta\sigma_p + \Delta\sigma_{p\Delta} \quad \sigma_{p3} = 984.3 \text{ MPa}$$

Yläjänteet

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos jännityshäviöistä} \quad \Delta\sigma_{py\Delta} := \Delta\sigma_{cppy} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}} \quad \Delta\sigma_{py\Delta} = -2.142 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{py3} := \sigma_{py2} + \Delta\sigma_{py} + \Delta\sigma_{py\Delta} \quad \sigma_{py3} = 928.4 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen voima} \quad P_3 := \sigma_{p3} \cdot A_p + \sigma_{py3} \cdot A_{py} \quad P_2 = 1.137 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\text{Jänneterästen voiman muutos jännityshäviöistä} \quad \Delta P_3 := \Delta\sigma_{p3} \cdot A_p + (\Delta\sigma_{py} + \Delta\sigma_{py\Delta}) \cdot A_{py}$$

$$\Delta P_3 = -232.414 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino:} \quad \Delta P_3 + \Delta N_c = -0 \text{ kN}$$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \Delta\varepsilon_{\text{cap}} := \frac{\Delta\sigma_{\text{cap}}}{E_{\text{cm}}} \quad \Delta\varepsilon_{\text{cap}} = 0.104\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \Delta\varepsilon_{\text{cyp}} := \frac{\Delta\sigma_{\text{cyp}}}{E_{\text{cm}}} \quad \Delta\varepsilon_{\text{cyp}} = -0.022\text{‰}$$

$$\text{kaarevuuden muutos} \quad \Delta\psi_{\text{p}} := \frac{\Delta\varepsilon_{\text{cap}} - \Delta\varepsilon_{\text{cyp}}}{h} \quad \Delta\psi_{\text{p}} = 0.217 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \Delta\psi_{\text{p}} := \frac{\Delta M_{\text{p}}}{E_{\text{cm}} \cdot I_{\text{m}}} \quad \Delta\psi_{\text{p}} = 0.217 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Jännevoima vakio lähes koko pituudella => ΔM_{p} ja kaarevuus voidaan olettaa vakioiksi koko palkin pituudella

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{\text{ap}} := \frac{1}{8}$$

$$\text{Palkin taipuman muutos häviöistä} \quad \Delta a_{\text{p}} := \delta_{\text{ap}} \cdot \Delta\psi_{\text{p}} \cdot L^2 \quad \Delta a_{\text{p}} = 2.71 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad \Delta a_{\text{p}} := \delta_{\text{ap}} \cdot \frac{\Delta M_{\text{p}}}{E_{\text{cm}} \cdot I_{\text{m}}} \cdot L^2 \quad \Delta a_{\text{p}} = 2.71 \text{ mm}$$

Jännityshäviöistä palkin taipuma ylöspäin pienenee

Pysyvä hyötykuorma $g_2 := 9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $M_{g2} := \frac{g_2 \cdot L^2}{8}$ $M_{g2} = 112.5 \text{ kNm}$

Jännitykset pysyvästä hyötykuormasta

alapinta $\sigma_{cag2} := \frac{M_{g2}}{W_{ma}}$ $\sigma_{cag2} = 6.721 \text{ MPa}$

alajänteiden kohdalla $\sigma_{cpg2} := \frac{M_{g2} \cdot (pp - c_p)}{I_m}$ $\sigma_{cpg2} = 5.547 \text{ MPa}$

yläjänteiden kohdalla $\sigma_{cpyg2} := \frac{M_{g2} \cdot (pp - c_{py})}{I_m}$ $\sigma_{cpyg2} = -5.718 \text{ MPa}$

yläpinta $\sigma_{cyg2} := \frac{M_{g2}}{W_{my}}$ $\sigma_{cyg2} = -6.892 \text{ MPa}$

Alajänteet:

Jänneteräksen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{pg2} := \sigma_{cpg2} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}}$ $\Delta\sigma_{pg2} = 30.712 \text{ MPa}$

Yläjänteet:

Jänneteräksen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{pyg2} := \sigma_{cpyg2} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}}$ $\Delta\sigma_{pyg2} = -31.66 \text{ MPa}$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{cag2} := \frac{\sigma_{cag2}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{cag2} = 0.191 \text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{cyg2} := \frac{\sigma_{cyg2}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{cyg2} = -0.196 \text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyristymä)} \quad \psi_{g2} := \frac{\varepsilon_{cag2} - \varepsilon_{cyg2}}{h} \quad \psi_{g2} = 0.666 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \psi_{g2} := \frac{M_{g2}}{E_{cm} \cdot I_m} \quad \psi_{g2} = 0.666 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Oma paino tasainen kuorma => Mg2-pinta paraabeli

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{ag2} := \frac{5}{48}$$

$$\text{Palkin taipuma omasta painosta} \quad a_{g2} := \delta_{ag2} \cdot \psi_{g2} \cdot L^2 \quad a_{g2} = 6.941 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad a_{g2} := \delta_{ag2} \cdot \frac{M_{g2}}{E_{cm} \cdot I_m} \cdot L^2 \quad a_{g2} = 6.941 \text{ mm}$$

(taipuma alaspäin)

Muuttuva hyötykuorma $q := 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ yhdistelykerroin $\psi_1 := 0.7$

pitkäaikaisuus $\psi_2 := 0.6$

$$M_q := \frac{q \cdot L^2}{8}$$

$$M_q = 125 \text{ kNm}$$

Jännitykset muuttuvasta hyötykuormasta

alapinta $\sigma_{caq} := \frac{M_q}{W_{ma}}$ $\sigma_{caq} = 7.467 \text{ MPa}$

alajänteiden kohdalla $\sigma_{cpq} := \frac{M_q \cdot (pp - c_p)}{I_m}$ $\sigma_{cpq} = 6.164 \text{ MPa}$

yläjänteiden kohdalla $\sigma_{cpyq} := \frac{M_q \cdot (pp - c_{py})}{I_m}$ $\sigma_{cpyq} = -6.354 \text{ MPa}$

yläpinta $\sigma_{cyq} := \frac{M_q}{W_{my}}$ $\sigma_{cyq} = -7.658 \text{ MPa}$

Alajänteet:

Jänneteräksen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{pq} := \sigma_{cpq} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}}$ $\Delta\sigma_{pq} = 30.712 \text{ MPa}$

Yläjänteet:

Jänneteräksen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{pyq} := \sigma_{cpyq} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}}$ $\Delta\sigma_{pyq} = -35.177 \text{ MPa}$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{caq} := \frac{\sigma_{caq}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{caq} = 0.212\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{cyq} := \frac{\sigma_{cyq}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{cyq} = -0.217\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyristymä)} \quad \psi_q := \frac{\varepsilon_{caq} - \varepsilon_{cyq}}{h} \quad \psi_q = 0.74 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Kaarevuus saadaan myös kaavasta} \quad \psi_q := \frac{M_q}{E_{cm} \cdot I_m} \quad \psi_q = 0.74 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Oma paino tasainen kuorma => Mg2-pinta paraabeli

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{aq} := \frac{5}{48}$$

$$\text{Palkin taipuma omasta painosta} \quad a_q := \delta_{aq} \cdot \psi_q \cdot L^2 \quad a_q = 7.713 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma saadaan myös kaavasta} \quad a_q := \delta_{aq} \cdot \frac{M_q}{E_{cm} \cdot I_m} \cdot L^2 \quad a_q = 7.713 \text{ mm}$$

(taipuma alaspäin)

Jännitykset ja muodonmuutokset yhteensä lopputilassa

Pitkäaikainen kuormitusyhdistelmä:

Betonin jännitykset pitkäaikainen kuormitus tilanne

$$\begin{aligned} \text{alapinta} \quad \sigma_{ca} &:= \sigma_{cap} + \sigma_{cag} + \Delta\sigma_{cap} + \sigma_{cag2} + \psi_2 \cdot \sigma_{caq} & \sigma_{ca} &= 0.146 \text{ MPa} \\ & & & < f_{ctm} &= 3.513 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\text{alajänteiden kohdalla} \quad \sigma_{cp} := \sigma_{cpp} + \sigma_{cpg} + \Delta\sigma_{cpp} + \sigma_{cpg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cpq} \quad \sigma_{cp} = -0.873 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \text{yläjänteiden kohdalla} \quad \sigma_{cpy} &:= \sigma_{cppy} + \sigma_{cpyg} + \Delta\sigma_{cppy} + \sigma_{cpyg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cpyq} \\ & & \sigma_{cpy} &= -10.653 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{yläpinta} \quad \sigma_{cy} &:= \sigma_{cyp} + \sigma_{cyg} + \Delta\sigma_{cyp} + \sigma_{cyg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cyq} & \sigma_{cy} &= -11.672 \text{ MPa} \\ & & & < 0.45 \cdot f_{ck} &= 18 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Betonin muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{ca} := \frac{\sigma_{cap} + \sigma_{cag}}{E_{cmi}} + \frac{\Delta\sigma_{cap} + \sigma_{cag2} + \psi_2 \cdot \sigma_{caq}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{ca} = -0.034 \text{ ‰}$$

$$\begin{aligned} \text{alajänteiden kohdalla} \quad \varepsilon_{cp} &:= \frac{\sigma_{cpp} + \sigma_{cpg}}{E_{cmi}} + \frac{\Delta\sigma_{cpp} + \sigma_{cpg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cpq}}{E_{cm}} \\ & & \varepsilon_{cp} &= -0.059 \text{ ‰} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{yläpinta} \quad \varepsilon_{cy} &:= \frac{\sigma_{cyp} + \sigma_{cyg}}{E_{cmi}} + \frac{\Delta\sigma_{cyp} + \sigma_{cyg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cyq}}{E_{cm}} \\ & & \varepsilon_{cy} &= -0.33 \text{ ‰} \end{aligned}$$

Jänneterästen jännitykset

$$\begin{aligned} \text{Alajäneet} \quad \sigma_p &:= \sigma_{p3} + \Delta\sigma_{pg2} + \psi_2 \cdot \Delta\sigma_{pq} & \sigma_p &= 1035.5 \text{ MPa} \\ & & & < \min(0.8 \cdot f_{pk}, 0.9 \cdot f_{p0.1k}) &= 1440 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\text{Yläjänteet} \quad \sigma_{py} := \sigma_{py3} + \Delta\sigma_{pyg2} + \psi_2 \cdot \Delta\sigma_{pyq} \quad \sigma_{py} = 875.651 \text{ MPa}$$

Taipuma

$$a_{\text{pitkä}} := a_p + a_g + \Delta a_p + a_{g2} + \psi_2 \cdot a_q \quad a_{\text{pitkä}} = 3.395 \text{ mm}$$

Tavallinen kuormitusyhdistelmä

Betoin jännitykset pitkäaikainen kuormitusilanne

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca} := \sigma_{cap} + \sigma_{cag} + \Delta\sigma_{cap} + \sigma_{cag2} + \psi_1 \cdot \sigma_{caq} \quad \sigma_{ca} = 0.893 \text{ MPa}$$

$$< f_{ctm} = 3.513 \text{ MPa}$$

$$\text{alajänteiden kohdalla} \quad \sigma_{cp} := \sigma_{cpp} + \sigma_{cpg} + \Delta\sigma_{cpp} + \sigma_{cpg2} + \psi_1 \cdot \sigma_{cpq} \quad \sigma_{cp} = -0.256 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteiden kohdalla} \quad \sigma_{cpy} := \sigma_{cppy} + \sigma_{cpyg} + \Delta\sigma_{cppy} + \sigma_{cpyg2} + \psi_1 \cdot \sigma_{cpyq}$$

$$\sigma_{cpy} = -11.288 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy} := \sigma_{cyp} + \sigma_{cyg} + \Delta\sigma_{cyp} + \sigma_{cyg2} + \psi_1 \cdot \sigma_{cyq} \quad \sigma_{cy} = -12.438 \text{ MPa}$$

$$< 0.45 \cdot f_{ck} = 18 \text{ MPa}$$

Betoin muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \varepsilon_{ca} := \frac{\sigma_{cap} + \sigma_{cag}}{E_{cmi}} + \frac{\Delta\sigma_{cap} + \sigma_{cag2} + \psi_1 \cdot \sigma_{caq}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{ca} = -0.034 \text{ ‰}$$

$$\text{alajänteiden kohdalla} \quad \varepsilon_{cp} := \frac{\sigma_{cpp} + \sigma_{cpg}}{E_{cmi}} + \frac{\Delta\sigma_{cpp} + \sigma_{cpg2} + \psi_1 \cdot \sigma_{cpq}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{cp} = -0.042 \text{ ‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \varepsilon_{cy} := \frac{\sigma_{cyp} + \sigma_{cyg}}{E_{cmi}} + \frac{\Delta\sigma_{cyp} + \sigma_{cyg2} + \psi_1 \cdot \sigma_{cyq}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_{cy} = -0.352 \text{ ‰}$$

Jänneterästen jännitykset

$$\text{Alajänteet} \quad \sigma_p := \sigma_{p3} + \Delta\sigma_{pg2} + \psi_1 \cdot \Delta\sigma_{pq} \quad \sigma_p = 1038.9 \text{ MPa}$$

$$< \min(0.8 \cdot f_{pk}, 0.9 \cdot f_{p0.1k}) = 1440 \text{ MPa}$$

Betonin muodonmuutos alajänteiden kohdalla $\varepsilon_{cp} = -0.042\text{‰}$

Kimmoisesta kokoonpuristumasta on valtaosa palautunut

$$\text{Kimmoisesta kokoonpuristumasta on jäljellä enää} \quad \Delta\sigma_{pe\infty} := \varepsilon_{cp} \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{pe\infty} = -8.105 \text{ MPa}$$

Pitkäaikaiset jännityshäviöt ilman kimmoista kokoonpuristumista

$$\text{ennen laukaisua} \quad \Delta\sigma_{p1} = -33 \text{ MPa}$$

laukaisun jälkeen tapahtuvat pysyvät häviöt $\Delta\sigma_p = -270 \text{ MPa}$

$$\text{Pitkäaikaiset pysyvät häviöt yhteensä} \quad \Delta\sigma_{p\infty} := \Delta\sigma_{p1} + \Delta\sigma_p \quad \Delta\sigma_{p\infty} = -303 \text{ MPa}$$

n. 22 % alkujännityksetä

Tehollinen esijännitys pitkäaikaisten pysyvien häviöiden jälkeen

$$\sigma_{p\infty} := \sigma_{p\max} + \Delta\sigma_{p\infty} \quad \sigma_{p\infty} = 1047 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_{pe\infty} = 1038.9 \text{ MPa} = \sigma_p = 1038.9 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläjänteet} \quad \sigma_{py} := \sigma_{py3} + \Delta\sigma_{pyg2} + \psi_1 \cdot \Delta\sigma_{pyq} \quad \sigma_{py} = 872.134 \text{ MPa}$$

Taipuma

$$a := a_p + a_g + \Delta a_p + a_{g2} + \psi_1 \cdot a_q \quad a = 4.166 \text{ mm}$$

$$< \frac{L}{250} = 40 \text{ mm}$$

Lopputila

Oletetaan pitkäaikaisiksi häviöiksi (kutistumasta, virumasta ja relaksaatiosta) n 20 % σ_{pmax} -jännityksestä; häviö-% oletetaan samaksi myös yläjännityksellä (todellisuudessa ei välttämättä ole sama).

Arvo ei sisällä kimmoista kokoonturistumaa, koska se on palautuva

$$r := 1 - 0.2 \quad r = 0.8$$

Esijännitys lopputilanteessa pitkäaikaisten häviöiden jälkeen hetkellä $t = \infty$:

$$\text{alajänniteet} \quad \sigma_{p\infty} := r \cdot \sigma_{pmax} \quad \sigma_{p\infty} = 1080 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänniteet} \quad \sigma_{py\infty} := r \cdot \sigma_{pymax} \quad \sigma_{py\infty} = 960 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännevoima lopputilassa} \quad P_{\infty} := A_p \cdot \sigma_{p\infty} + A_{py} \cdot \sigma_{py\infty} \quad P_{\infty} = 982.1 \text{ kN}$$

$$\text{Jännevoiman resultantin sijainti} \quad c_{res} := \frac{A_p \cdot \sigma_{p\infty} \cdot c_p + A_{py} \cdot \sigma_{py\infty} \cdot c_{py}}{P_{\infty}} \quad c_{res} = 137.273 \text{ mm}$$

$$\text{Betoniin lujuus on nyt nimellisljuuus} \quad f_{ck} = 40 \text{ MPa} \quad \text{ja kimmokerroin} \quad E_{cm} = 35220.5 \text{ MPa}$$

$$\text{Kimmokertoimien suhde} \quad n_e := \frac{E_p}{E_{cm}} \quad n_e = 5.537$$

Betoniin kimmokerroin on muuttunut, joten poikkileikkausarvot lasketaan uudelleen

Poikkileikkausarvot yläpunokset mukaanlukien

$$A_m := b \cdot h + (n_e - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_m = 0.167 \text{ m}^2$$

$$S_m := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_e - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_m = 0.048 \text{ m}^3$$

$$\text{painopiste alhaalta} \quad pp := \frac{S_m}{A_m} \quad pp = 286.354 \text{ mm}$$

$$\text{Hitausmomentti} \quad I_m := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp \right)^2 + (n_e - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp)^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp)^2 \right] \\ I_m = 0.0048 \text{ m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen} \quad W_{ma} := \frac{I_m}{pp} \quad W_{ma} = 0.017 \text{ m}^3$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen} \quad W_{my} := \frac{I_m}{pp - h} \quad W_{my} = -0.016 \text{ m}^3$$

Raudoitettuun poikkileikkaukseen kohdistuu jännevoiman vastavoima $-P_{\infty} = -982.08 \text{ kN}$

jännevoiman resultantin kohdalle. Siirretään $-P_{\infty}$ poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$M_{p\infty} := -P_{\infty} \cdot (pp - c_{res})$$

$$M_{p\infty} = -146.409 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännevoiman epäkeskisyys } e_p := pp - c_{res}$$

$$e_p = 149.081 \text{ mm}$$

Lasketaan jännitykset esijännityksestä:

$$\text{alareunaan } \sigma_{cap} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{M_{p\infty}}{W_{ma}}$$

$$\sigma_{cap} = -14.641 \text{ MPa}$$

puristusta

$$\text{alajänteiden kohdalle } \sigma_{cpp} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{M_{p\infty} \cdot (pp - c_p)}{I_m}$$

$$\sigma_{cpp} = -13.113 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteen kohdalle } \sigma_{cppy} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{M_{p\infty} \cdot (pp - c_{py})}{I_m}$$

$$\sigma_{cppy} = 1.548 \text{ MPa}$$

$$\text{yläreunaan } \sigma_{cyp} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{M_{p\infty}}{W_{my}}$$

$$\sigma_{cyp} = 3.075 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{Betonin jännitysresultantti } N_c := \frac{(\sigma_{cap} + \sigma_{cyp})}{2} \cdot b \cdot h - \sigma_{cpp} \cdot A_p - \sigma_{cppy} \cdot A_{py}$$

$$N_c = -929.657 \text{ kN}$$

Alajänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos } \Delta\sigma_{pe} := \sigma_{cpp} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}}$$

$$\Delta\sigma_{pe} = -72.603 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys } \sigma_{p4} := \sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_{pe}$$

$$\sigma_{p4} = 1007.4 \text{ MPa}$$

Yläjänteet

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos } \Delta\sigma_{pye} := \sigma_{cppy} \cdot \frac{E_p}{E_{cm}}$$

$$\Delta\sigma_{pye} = 8.569 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys } \sigma_{py4} := \sigma_{py\infty} + \Delta\sigma_{pye}$$

$$\sigma_{py4} = 968.6 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen voima } P_4 := \sigma_{p4} \cdot A_p + \sigma_{py4} \cdot A_{py}$$

$$P_4 = 929.657 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino: } P_4 + N_c = 0 \text{ kN}$$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta } \varepsilon_{cap} := \frac{\sigma_{cap}}{E_{cm}}$$

$$\varepsilon_{cap} = -0.416\text{‰}$$

$$\text{yläpinta } \varepsilon_{cyp} := \frac{\sigma_{cyp}}{E_{cm}}$$

$$\varepsilon_{cyp} = 0.087\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyristymä) } \psi_p := \frac{\varepsilon_{cap} - \varepsilon_{cyp}}{h}$$

$$\psi_p = -0.867 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Kaarevuus saadaan myös kaavasta $\psi_p := \frac{M_{p\infty}}{E_{cm} \cdot I_m}$ $\psi_p = -0.867 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Jännevoima vakio lähes koko pituudella => M_p ja kaarevuus vakioita lähes koko palkin pituudella

Taipumakerroin $\delta_{ap} := \frac{1}{8}$

Palkin taipuma esijännityksestä $a_{p\infty} := \delta_{ap} \cdot \psi_p \cdot L^2$ $a_{p\infty} = -10.84 \text{ mm}$

Taipuma saadaan myös kaavasta $a_{p\infty} := \delta_{ap} \cdot \frac{M_{p\infty}}{E_{cm} \cdot I_m} \cdot L^2$ $a_{p\infty} = -10.84 \text{ mm}$
(taipuma ylöspäin)

Jännityshäviöistä palkin taipuma ylöspäin pienenee $a_{p\infty} - a_p = 3.439 \text{ mm}$

Ero edelliiseen tarkasteluun johtuu siitä, että tässä $P_{\infty} = P_0 - \Delta P$ kohdistetaan nimellisuuden saavuttaneeseen betoniin

Edellä alkujännitys (P_0) kohdistettiin betoniin, jonka lujuus vastasi laukaisuutta ja häviöitä (ΔP) laskettaessa käytettiin nimellisuuden mukaista poikkileikkausta.

Edellä saatiin laukaisun yhteydessä esijännityksestä betonille jännitykset (siv. 11):

alapinta $\sigma_{cap1} := -17.926 \text{ MPa}$

yläpinta $\sigma_{cyp1} := 3.715 \cdot \text{MPa}$

Häviöistä aiheutui betonille jännitykset (siv.19):

alapinta $\Delta\sigma_{cap1} := 3.66 \text{ MPa}$

yläpinta $\Delta\sigma_{cyp1} := -0.769 \cdot \text{MPa}$

Lopputilanteessa esijännityksestä:

alapinta $\sigma_{cap\infty} := \sigma_{cap1} + \Delta\sigma_{cap1}$ $\sigma_{cap\infty} = -14.266 \text{ MPa}$

yläpinta $\sigma_{cyp\infty} := \sigma_{cyp1} + \Delta\sigma_{cyp1}$ $\sigma_{cyp\infty} = 2.946 \text{ MPa}$

Eroa sivulla 30 saatuun tulokseen pieni; saatiin lähes sama tulos

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Betonin pitkäaikaiset muodonuutokset

Betonin pitkäaikaiset muodonmuutosominaisuudet—kutistuma ja viruma

Kutistuma

EC2:ssa kokonaiskutistuma ϵ_{cs} jaetaan kuivumiskutistumaan ϵ_{cd} ja sisäiseen kutistumaan ϵ_{ca}

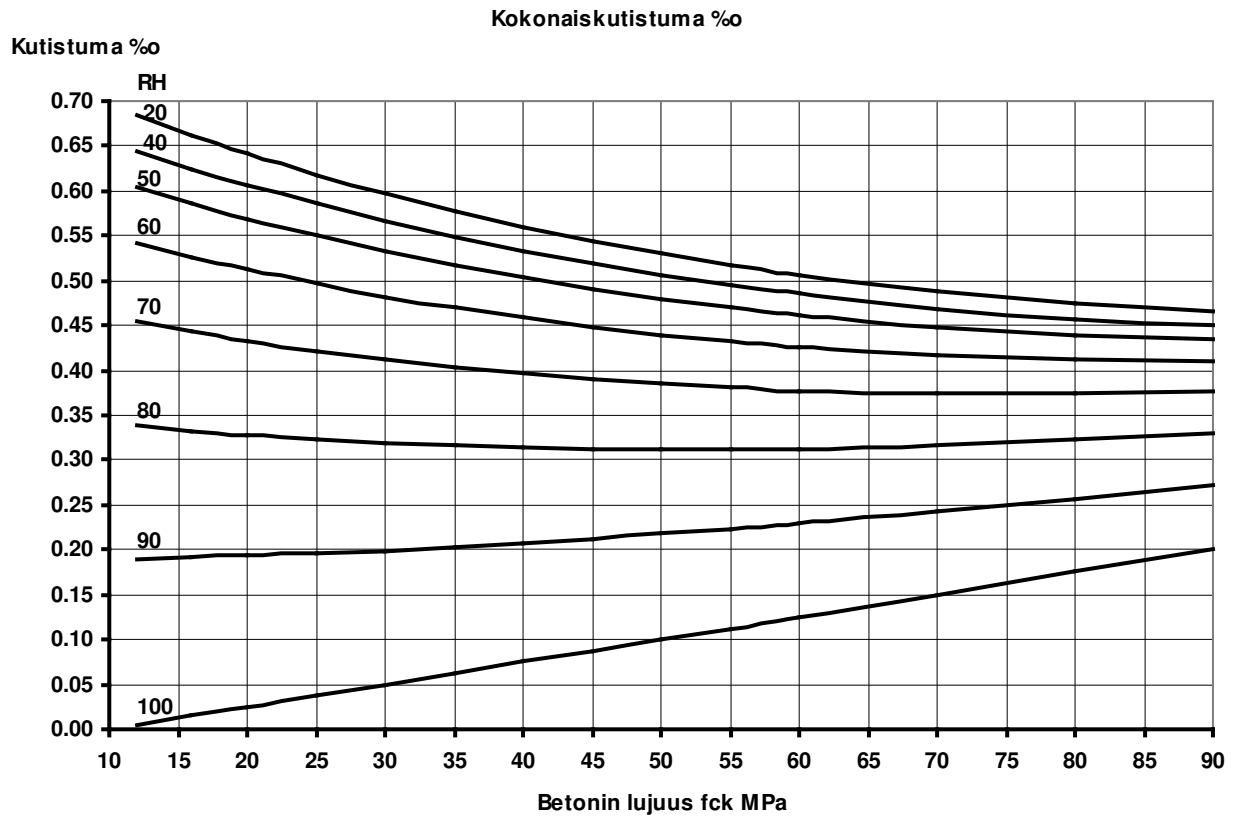
Kokonaiskutistuman loppuarvo

$$\epsilon_{cs,\infty} = \epsilon_{cd,\infty} + \epsilon_{ca,\infty} = k_h \cdot \alpha_{s1} \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{ck}+8}{10}} \cdot \left[1 - \left(\frac{RH\%}{100} \right)^3 \right] \cdot \%_o + 0,0025 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot \%_o$$

Sementtityyppi	α_{s1}	α_{ds2}
Hidas S	0,725	0,11
Normaali N	0,870	0,12
Nopea (rapid) R	1,159	0,13

Poikkileikkauksen nimellimitasta (muunnetusta paksuudesta) $h_o = \frac{2 \cdot A_c}{u}$ riippuva kerroin k_h

$h_o = \frac{2 \cdot A_c}{u}$ mm	k_h
100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,7



Kokonaiskutistuma %o, normaali (N) sementti

Kutistuman kehittyminen

Kuivumiskutistuman kehittyminen
$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \cdot \sqrt{h_o^3}} \quad \beta_{ds}(\infty, t_s) \Rightarrow 1,0$$

t_s on betonin ikä vrk kuivumiskutistuman alkaessa, yleensä betonin jälkihoidon päättyessä
 t on betonin ikä vrk tarkasteluhetkellä

Sisäisen kutistuman kehittyminen
$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{t}} \quad \beta_{as}(\infty) \Rightarrow 1,0$$

Viruma

Betonin viruma $\epsilon_{cc}(\infty, t_0)$ hetkellä $t=\infty$, kun betoniin tulee pitkäaikainen jännitys $\sigma_c(t_0)$ hetkellä t_0

$$\epsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{1,05 \cdot E_{cm}}$$

Virumaa laskettaessa voidaan käyttää betonin kimmokerrointa $1,05E_{cm}$

$\varphi(\infty, t_0)$ on virumaluvun loppuarvo

Kun betoniin vaikuttaa jännitys $\sigma_c(t_0)$ hetkestä t_0 hetkeen t , on virumaluku

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0(t_0) \cdot \beta_c(t, t_0)$$

missä nimellinen virumaluku

$$\varphi_0(t_0) = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) = \left(1 + \frac{1 - \frac{RH\%}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \cdot \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \cdot \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

Ympäristön suhteellisen kosteuden ja nimellispaksuuden vaikutus virumalukuun

$$\varphi_{RH} = \left(1 + \frac{1 - \frac{RH\%}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad h_0 \text{ (mm)}$$

Betonin lujuuden vaikutus virumalukuun

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{f_{ck} + 8 \text{ MPa}}} \quad f_{ck} \text{ (MPa)}$$

Kuormitusaian t_0 (vrk) vaikutus virumalukuun

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}}$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \leq 1,0 \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \leq 1,0 \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \leq 1,0$$

Kun $f_{cm} \leq 35$ MPa (betonin lujuusluokkaan C25/30 asti), $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1,0$

Viruman kehittyminen aikavälillä $t_0 \Rightarrow t$
$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

$t = 70$ v ~ 26000 vrk $\sim \infty$
$$\beta_c(\infty, t_0) \Rightarrow 1,0$$

Poikkileikkauksen kuivumisnopeudesta (eli nimellispaksuudesta ja suhteellisesta kosteudesta) riippuva termi

$$\beta_H = 1,5 \cdot \left[1 + (0,012 \cdot RH\%)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3$$

Kun betonin pitkäaikainen jännitys muuttuu hetkellä $t_1 > t_0$ määrän $\Delta\sigma_c(t_1)$ on kokonaisviruma hetkellä $t > t_1$

$$\begin{aligned} \epsilon_{cc}(t, t_0) &= \varphi(t, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{1,05 \cdot E_{cm}} + \varphi(t_1, t_0) \cdot \frac{\Delta\sigma_c(t_1)}{1,05 \cdot E_{cm}} = \\ &= \varphi_0(t_0) \cdot \beta_c(t_1, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{1,05 \cdot E_{cm}} + \varphi_0(t_0) \cdot \beta_c(t, t_0) \cdot \frac{\sigma_c(t_0)}{1,05 \cdot E_{cm}} + \varphi_0(t_1) \cdot \beta_c(t, t_1) \cdot \frac{\Delta\sigma_c(t_1)}{1,05 \cdot E_{cm}} \end{aligned}$$

Sementin vaikutus virumaan otetaan huomioon korjaamalla termissä $\beta(t_0)$ betonin ikää kuormitushetkellä lausekkeella

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5$$

$\alpha = -1$ hitaasti (slow) kovettuva sementti (S)

$\alpha = 0$ normaalisti kovettuva sementti (N) $\Rightarrow t_0 = t_{0,T}$

$\alpha = 1$ nopeasti (rapid) kovettuva sementti (R)

Jos betonin kovettumisen aikana lämpötila poikkeaa arvosta $T = 20$ °C, käytetään t:n ja t_0 :n asemesta kaavoissa lämpötilakorjattua betonin ikää t_T (t_{0T})

$$t_T = \sum e^{\left[\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65 \right]} \cdot \Delta t_i$$

$T(\Delta t_i)$ on lämpötila ($^{\circ}\text{C}$) aikavälillä Δt_i

Kun $T=20^{\circ}\text{C}$ kovettumisen aikana, niin $t_T = t$ ja $t_{oT}=t_0$

Yksinkertaistettu virumaluvun lauseke, kun

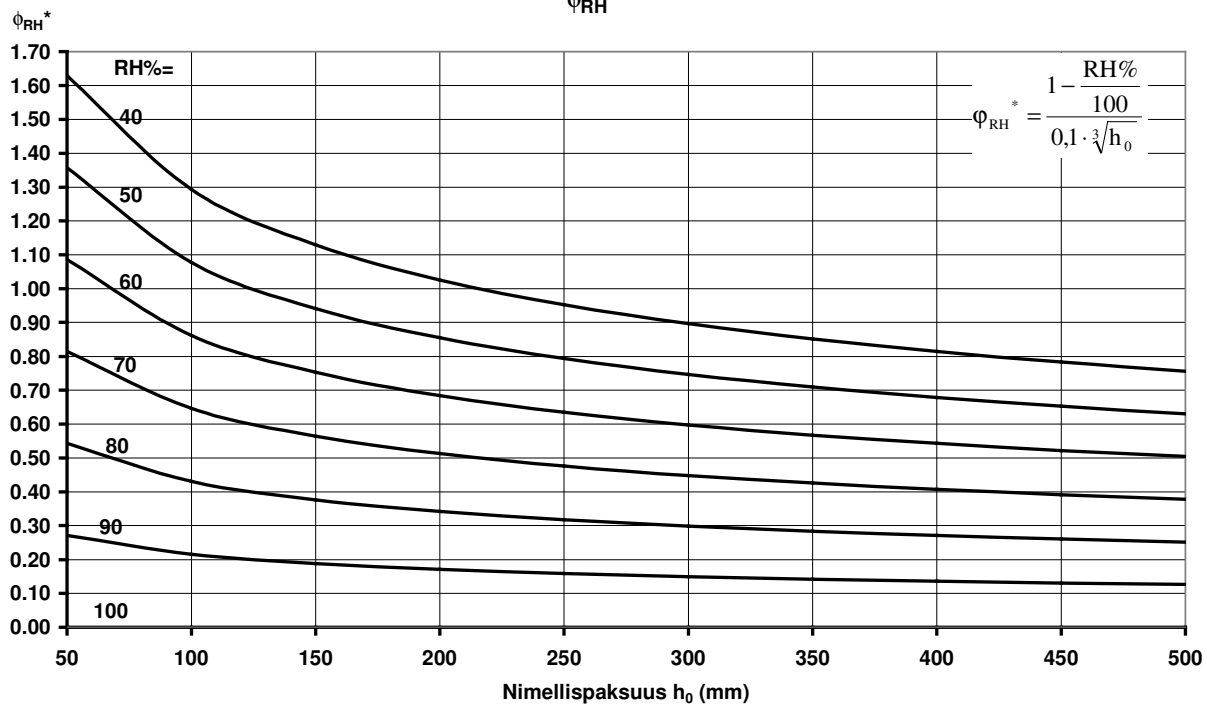
- kovettumisen aikana lämpötila vakio $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$
- normaali sementti (N) $\Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow t_0$
- betonin ikä $t_0 = 28$ vrk, kun rakenteelle tulee pitkäaikaista kuormaa
- betonin jännitys $\sigma_c(t_0)$ pitkäaikaisesta kuormasta ei merkittävästi muutu rakenteen käyttöaikana
- tarkastellaan virumaa lopputilassa eli n. 70 vuoden jälkeen $t = \infty \Rightarrow \beta_c(\infty, t_0) \Rightarrow 1,0$
- betonin lujuus korkeintaan C25/37 ($f_{cm} < 35\text{ MPa} \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1,0$)

$$\varphi_0(\infty, t_0) = (1 + \varphi_{RH}^* \cdot \alpha_1) \cdot \alpha_2 \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

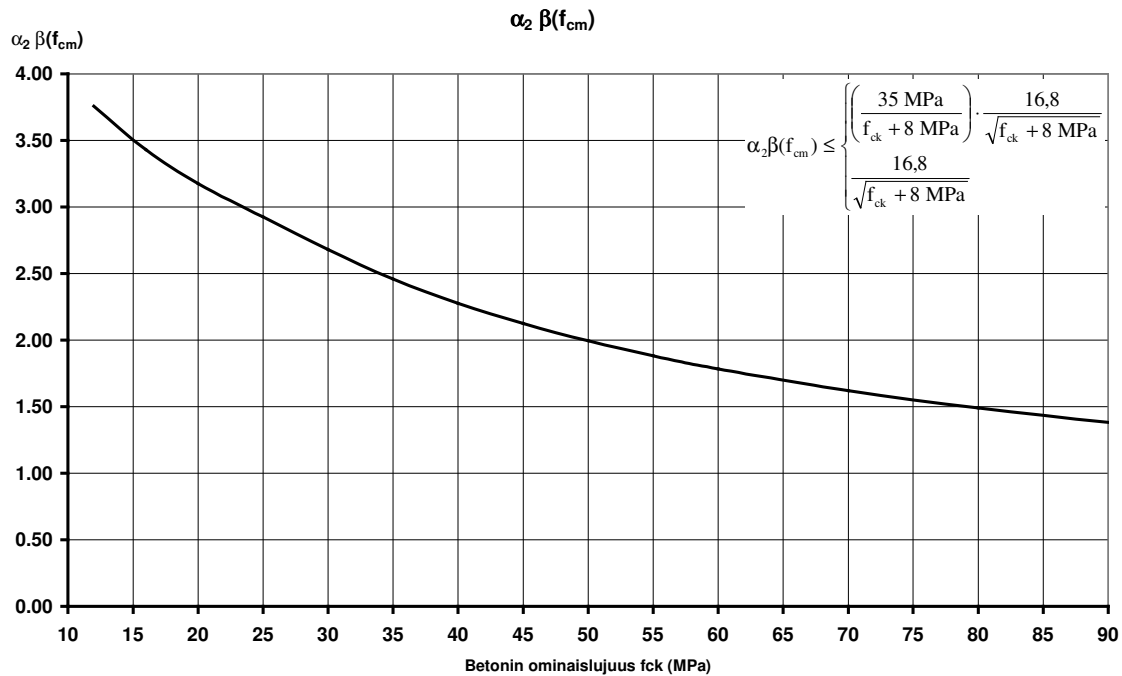
φ_{RH}^*

h_0 (mm)	RH %						
	40	50	60	70	80	90	100
50	1.63	1.36	1.09	0.81	0.54	0.27	0.00
100	1.29	1.08	0.86	0.65	0.43	0.22	0.00
150	1.13	0.94	0.75	0.56	0.38	0.19	0.00
200	1.03	0.86	0.68	0.51	0.34	0.17	0.00
250	0.95	0.79	0.64	0.48	0.32	0.16	0.00
300	0.90	0.75	0.60	0.45	0.30	0.15	0.00
350	0.85	0.71	0.57	0.43	0.28	0.14	0.00
400	0.81	0.68	0.54	0.41	0.27	0.14	0.00
450	0.78	0.65	0.52	0.39	0.26	0.13	0.00
500	0.76	0.63	0.50	0.38	0.25	0.13	0.00

φ_{RH}^*

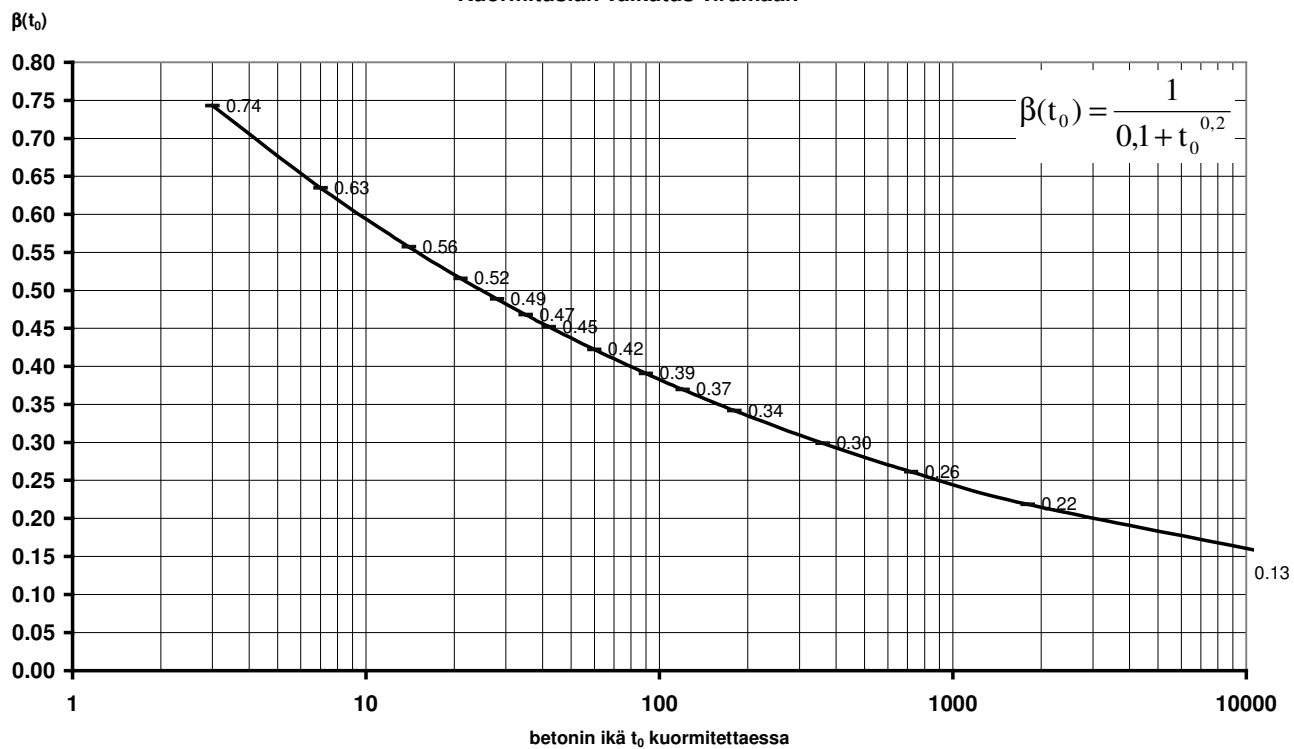


f_{ck}	f_{cm}	α_1	α_2	α_3	$\beta(f_{cm})$	$\alpha_2 * \beta(f_{cm})$
12	20	1.00	1.00	1.00	3.76	3.76
16	24	1.00	1.00	1.00	3.43	3.43
20	28	1.00	1.00	1.00	3.17	3.17
25	33	1.00	1.00	1.00	2.92	2.92
30	38	0.94	0.98	0.96	2.73	2.68
35	43	0.87	0.96	0.90	2.56	2.46
40	48	0.80	0.94	0.85	2.42	2.28
45	53	0.75	0.92	0.81	2.31	2.12
50	58	0.70	0.90	0.78	2.21	1.99
55	63	0.66	0.89	0.75	2.12	1.88
60	68	0.63	0.88	0.72	2.04	1.78
70	78	0.57	0.85	0.67	1.90	1.62
80	88	0.52	0.83	0.63	1.79	1.49
90	98	0.49	0.81	0.60	1.70	1.38



t_0 vrk	$\beta(t_0)$
3	0.74
7	0.63
14	0.56
21	0.52
28	0.49
35	0.47
42	0.45
60	0.42
90	0.39
120	0.37
180	0.34
1 v	0.30
2 v	0.26
5 v	0.22
70 v	0.13

Kuormitusiän vaikutus virumaan



Mitoitus käyttörajatilassa

Jännitykset käyttötilassa

Oletukset:

- Tasot pysyvät tasoina (Bernoullin otaksuma)
 - => lineaarinen muodonmuutosjakautuma
 - => betonin ja teräksen välillä ei ole liukumaa (yhteensopivuusehto)

$$\frac{x}{d} = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_s}$$

- Betoni ja teräs eivät myötää
 - => jännityksen ja muodonmuutoksen välinen yhteys noudattaa Hooken lakia
- Betoni ei ota vetojännityksiä

Betonin jännitysjakautuma käännytyksjakautuma kolmiomainen => $\sigma_c = E_c \cdot \epsilon_c$

Teräsännitys $\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s$

- Tasapainoehdot toteutuvat
 - => jännitysresultantit ovat tasapainossa ulkoisten kuormien aiheuttamien voimasuureiden kanssa

$$N_c = N_s$$

$$N_s \cdot z = M_E$$

$$N_c = \frac{b \cdot x}{2} \cdot \sigma_c = \frac{b \cdot x}{2} \cdot E_c \cdot \epsilon_c = N_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s$$

$$\frac{b \cdot x}{2} \cdot E_c \cdot \frac{x}{d-x} \cdot \epsilon_s = A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s$$

$$\left(\frac{x}{d}\right)^2 \cdot \frac{1}{1-\frac{x}{d}} = 2 \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$\frac{x}{d} = \alpha_e \cdot \rho \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}}\right)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

Momenttivarsi $z = d - \frac{x}{3}$

Teräsjännitys ja -venymä

$$N_s = A_s \cdot \sigma_s = \frac{M_E}{z}$$

$$\sigma_s = \frac{M_E}{z \cdot A_s}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Betonin jännitys

$$N_c = \frac{b \cdot x}{2} \cdot \sigma_c$$

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot M_E}{z \cdot b \cdot x}$$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Tartuntajännepalkin pitkäaikaiset häviöt

Jännityshäviöt

Suhteellinen kosteus $RH := 50\%$

Nimellispaksuus $h_0 := \frac{b \cdot h}{b + h}$ $h_0 = 189 \text{ mm}$

Nopeasti kovettuva Rapid-sementti

Oletetaan betonin iäksi jännittämishetkellä $t_0 := 16 \text{ hour}$

Oletetaan pysyvän kuorman ja muuttuvan kuorman pitkäaikaisosuuden alakvan vaikuttaa kun palkin valusta on kulunut $t_q := 28 \text{ vrk}$

Betonin lujuuden kehittymisfunktio:

Sementtityypistä riippuva kerroin $s_1 := 0.2$

$$\beta_{cc}(t) := e^{s_1 \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right)}$$

$$f_{cm}(t) := \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}$$

$$\Rightarrow \beta_{cc}(t) := \frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}}$$

Jännittämisljuuus $f_{cmi} = 36 \text{ MPa}$

Keskimääräinen nimellisljuuus $f_{cm} := f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa}$ $f_{cm} = 48 \text{ MPa}$

Jännittämisljuutta vastavaa $\beta_{cci} := \frac{f_{cmi}}{f_{cm}}$ $\beta_{cci} = 0.75$

$\beta_{cc}(t)^n$ lausekkeesta voidaan laskea β_{cci} :tä vastaava betonin teoreettinen ikä päästöhetkellä

$$t_{oteor} := \frac{28 \cdot \text{vrk}}{\left(1 - \frac{\ln(\beta_{cci})}{s_1} \right)^2} \quad t_{oteor} = 4.7 \text{ vrk}$$

Otetaan huomioon sementtityypin vaikutus mm. betonin virumalukuun ja kovettumiseen (EC2 liite B, kohta B(2), kaava (B9))

sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha := 1$ R-tyypin sementti

$$t_{\text{teor}}(t_{oT}) := \max \left[t_{oT} \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}} \right)^{1.2}} + 1 \right]^{\alpha}, 0.5 \cdot \text{vrk} \right]$$

Ratkaistaan lämpötilakorjattu ikä $t_{oT} := 1.3 \cdot \text{vrk}$

Päästöhetkellä teoreettinen ikä on $t_{\text{oteor}} := t_{\text{teor}}(t_{oT})$ $t_{\text{oteor}} = 4.772 \text{ vrk}$

Lämpötilan vaikutus voidaan ottaa huomioon myös BY 60 kohdan 3.12, siv. 19 ns. Sagroven kaavalla, joka muuntaa betonin todellisen iän kovettumisaikana vastaamaan aikaa lämpötilassa 20 oC::

$$t_{20} := \left(\frac{T + 16 \cdot \text{oC}}{36 \cdot \text{oC}} \right)^2 \cdot t$$

Päästölujuuden saavuttamiseksi 1 vrk:ssa tarvittava lämpötila

$$T_i := \left(36 \cdot \text{oC} \cdot \sqrt{\frac{t_{oT}}{t_o}} \right) - 16 \cdot \text{oC} \quad T_i = 34.3 \text{ oC}$$

Betonin lämpötilan vaikutus kuivumisnopeuteen saadaan muuntamalla betonin todellinen ikä lämpötilakorjatuksi iäksi kaavalla

$$t_{oTi} := \sum_{i=1}^n e^{-\left[\left(\frac{4000 \cdot \text{oC}}{273 \cdot \text{oC} + \Delta T_i} \right)^{-13.65} \right] \cdot \Delta t_i} \quad \text{EC2 liite B, kaava (B10)}$$

ΔT_i on lämpötila (oC) aikavälillä Δt_i
n on aikavälien lukumäärä

Tässä tapauksessa aikavälien lukumäärä $n := 1$

Päästöajankohta $t_o = 0.667$ vrk $\Delta t_1 := 1 \cdot$ vrk

Päästölujuuden perusteella päästöhetyellä 1 vrk betonin lämpötilakorjattu ikä on $t_{oT} = 1.3$ vrk

Lämpötilakäsittelyssä tarvittava lämpötila olisi

$$T_i := \frac{4000 \cdot \text{oC}}{13.65 - \ln\left(\frac{t_{oT}}{t_o}\right)} - 273 \cdot \text{oC} \quad T_i = 35.1 \text{ oC}$$

Lasketaan kovettumisnopeuteen ja siten kutistumaan ja virumaan vaikuttava lämpötilakorjattu ikä päästöhetyellä, kun kovettumisaikana lämpötila on $T_i := 35 \text{ oC}$

$$t_{oT} := e^{-\left[\left(\frac{4000 \cdot \text{oC}}{273 \text{ oC} + T_i}\right)^{-13.65}\right]} \cdot t_o \quad t_{oT} = 1.3 \text{ vrk}$$

Sementin tyyppin vaikutus esim. virumalukuun EC2 liite B, kaava B9

sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha := 1$ R-tyypin sementti

$$t_{\text{teor}}(t_{oT}) := \max\left[t_{oT} \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}}\right)^{1.2}} + 1 \right]^\alpha, 0.5 \cdot \text{vrk}\right] \quad t_{\text{oteor}} := t_{\text{teor}}(t_{oT})$$

$$t_{\text{oteor}} = 4.8 \text{ vrk}$$

Palkin oletetaan olevan laukaisuhetyestä eteenpäin 20 oC:en lämpötilassa, joten tästä eteenpäin lämpötilakorjausta ei tarvitse tehdä.

Jos rakenne on varastointi- ja rakentamisivaiheen aikana alle 20 oC:en lämpötilassa, niin ikään tehdään edellä olevilla kaavoilla korjaus => lämpötilakorjattu ikä kasvaa todellista aikaa hitaammin.

Kuormitushetyellä $t_q = 28$ vrk lämpötilakorjattu ikä on $t_{qT} := t_{\text{oteor}} + (t_q - t_o)$
 $t_{qT} = 32.1$ vrk

Kutistuma

Sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha_{ds1} := 6$ $\alpha_{ds2} := 0.11$

$f_{cm0} := 10 \cdot \text{MPa}$ $RH_0 := 100 \cdot \%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]$$

$$\text{Kuivumiskutistuma} \quad \varepsilon_{cd0} := -0.85 \cdot (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)} \cdot \beta_{RH} \cdot 10^{-6}$$

=>

$$\varepsilon_{sh0} := -0.85 \cdot (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot 1.55 \cdot 10^{-6} \quad \varepsilon_{sh0} = -1.16 \text{‰}$$

Betonin nimellislujuus $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$

$$\varepsilon_{sd0} := \varepsilon_{sh0} \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)} \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100\%} \right)^3 \right] \quad \varepsilon_{cd0} = -0.6 \text{‰}$$

Nimellispaksuuden vaikutus kutistumaan kertoimella k_h , EC2. taul 3.3

$h_0 = 189 \text{ mm}$ $k_h := 0.87$

Kuivumiskutistuman loppuarvo $\varepsilon_{sd\infty} := k_h \cdot \varepsilon_{sd0}$ $\varepsilon_{sd\infty} = -0.521 \text{‰}$

Kuivumiskutistumisen kehittyminen ajan mukana

$$\beta_{ds}(t, t_s) := \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{\left(\frac{h_o}{\text{mm}}\right)^3} \cdot \text{vrk}}$$

Kuivumiskutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{sdt1...t2} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_2, t_s) - \beta_{ds}(t_1, t_s))$$

t_s tarkoittaa ajankohtaa, josta kosteuden poistuminen ja kutistuma alkavat eli käytännössä valuhetkestä $\Rightarrow t_s := 0 \cdot \text{vrk}$

Sisäinen (autogeeninen) kutistuman loppuarvo

$$\varepsilon_{ca\infty} := -2.5 \cdot \left(\frac{f_{ck} - 10 \cdot \text{MPa}}{\text{MPa}}\right) \cdot 10^{-6} \qquad \varepsilon_{ca\infty} = -0.075 \text{‰}$$

Sisäinen kutistuma kehitty ajan mukana $\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\text{vrk}}}}$

Sisäinen kutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{cat1...t2} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_2) - \beta_{as}(t_1))$$

Kutistuma eri aikaväleillä

1. ennen laukaisua $t := t_{oT}$ $t_{oT} = 1.3$ vrkkuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_{oT}, t_s) = 0.012$ $\varepsilon_{sd0...1} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot \beta_{ds}(t_{oT}, t_s)$ $\varepsilon_{sd0...1} = -0.006\%$ sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_{oT}) = 0.203$ $\varepsilon_{as0...1} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t_{oT})$ $\varepsilon_{as0...1} = -0.015\%$ kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs0...1} := \varepsilon_{sd0...1} + \varepsilon_{as0...1}$ $\varepsilon_{cs0...1} = -0.022\%$

2. laukaisusta kuormitukseen

 $t_1 := t_{oT}$ $t_{oT} = 1.294$ vrk $t_2 := t_{qT}$ $t_2 = 32.1$ vrkkuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_{qT}, t_s) = 0.236$ $\varepsilon_{sd1...28} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_{qT}, t_s) - \beta_{ds}(t_{oT}, t_s))$ $\varepsilon_{sd1...28} = -0.117\%$ sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_{qT}) = 0.678$ $\varepsilon_{as1...28} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_{qT}) - \beta_{as}(t_{oT}))$ $\varepsilon_{as1...28} = -0.04\%$ kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs1...28} := \varepsilon_{sd1...28} + \varepsilon_{as1...28}$ $\varepsilon_{cs1...28} = -0.152\%$

3. kuormituksesta lopputilaan

 $t_1 := t_{qT}$ $t_{qT} = 32.09$ vrk $t_\infty := 70 \cdot v$ $t_\infty = 25550$ vrkkuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_\infty, t_s) = 0.996$ $\varepsilon_{sd28...} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_\infty, t_s) - \beta_{ds}(t_{qT}, t_s))$ $\varepsilon_{sd28...} = -0.396\%$ sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_\infty) = 1$ $\varepsilon_{as28...} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_\infty) - \beta_{as}(t_{qT}))$ $\varepsilon_{as28...} = -0.02\%$ kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs28...} := \varepsilon_{sd28...} + \varepsilon_{as28...}$ $\varepsilon_{cs28...} = -0.42\%$

Viruma

Betonin lujuuden vaikutus virumaan, kun $f_{cm} > 35$ MPa

$$\alpha_1 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm}} \right)^{0.7}, 1 \right] \quad \alpha_1 = 0.802$$

$$\alpha_2 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm}} \right)^{0.2}, 1 \right] \quad \alpha_2 = 0.939$$

$$\alpha_3 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm}} \right)^{0.5}, 1 \right] \quad \alpha_3 = 0.854$$

Suhteellisesta kosteudesta riippuva virumaluvun perusarvo

$$\phi_{RH} := \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100 \cdot \%}}{0.1 \cdot \sqrt[3]{\frac{h_o}{\text{mm}}}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad \phi_{RH} = 1.595$$

Betonin lujuuden vaikutus nimelliseen virumalukuun $\beta_{f_{cm}} := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm}}{\text{MPa}}}} \quad \beta_{f_{cm}} = 2.425$

Kuormitusajankohdan vaikutus virumalukuun

$$\beta(t_o) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_o}{v_{rk}} \right)^{0.2}}$$

$$\text{Nimellinen virumaluku } \phi_o(t_o) := \frac{\phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_o)}{1.05} \quad \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} = 3.867$$

Viruma riippuu tangenttikimmokertoimesta, jolle voidaan käyttää arvoa $1.05 \cdot E_{cm}$.
Otetaan tämä huomioon siten, että virumaluku jaetaan 1.05:llä

Suhteellisesta kosteudesta ja nimellisestä (muunnetusta) paksuudesta riippuva
virumisnopeuden vaikuttava kerroin

$$\beta_H := \min \left[1.5 \cdot \left[1 + \left(0.012 \cdot \frac{RH}{\%} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_o}{\text{mm}} + 250 \cdot \alpha_3, 1500 \cdot \alpha_3 \right] \cdot \text{vrk} \quad \beta_H = 496.8 \text{ vrk}$$

Viruman kehittyminen ajan mukana (kuormituksen kesto t-to)

$$\beta_c(t, t_o) := \frac{t - t_o}{\beta_H + t - t_o}$$

Virumaluku hetkellä t kuormitukselle, joka alkaa hetkellä to (kuormituksen kesto t - to)

$$\phi(t, t_o) := \phi_o \cdot \beta_c(t, t_o)$$

$$\phi(t, t_o) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_o) \cdot \beta_c(t, t_o)$$

Kullekin eri aikana alkavalle kuormitukselle ja jännitystilalle lasketaan oma virumaluku ja viruma ϵ_{CC}

1. Esijännitys ja oma paino vaikuttavat laukaisuhetkellä $t_0 = 16 \text{ hour}$

Teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{\text{oteor}} = 4.8 \text{ vrk}$

$$\text{Kuormitusajankohdan kerroin } \beta_{\text{lauk}} := \beta(t_{\text{oteor}}) \quad \beta_{\text{lauk}} = 0.682$$

$$\phi_{\text{olauk}} := \phi_0(t_{\text{oteor}}) \quad \phi_{\text{olauk}} = 2.512$$

Viruma kuormituksesta 1: laukaisusta kuormitushetkeen --- aikaväli 2

$$t_1 := t_{\text{oteor}} \quad t_1 = 4.757 \text{ vrk} \quad \beta_c(t_1, t_{\text{oteor}}) = 0$$

$$t_2 := t_{qT} \quad t_2 = 32.09 \text{ vrk} \quad \beta_c(t_2, t_{\text{oteor}}) = 0.052$$

$$\phi_{\text{lauk2}} := \phi_{\text{olauk}} \cdot (\beta_c(t_2, t_{\text{oteor}}) - \beta_c(t_1, t_{\text{oteor}})) \quad \phi_{\text{lauk2}} = 0.131$$

Viruman kuormituksesta 1: aikavälillä kuormitushetkestä lopputilaan --- aikaväli 3

$$t_1 := t_{qT} \quad t_1 = 32.09 \text{ vrk} \quad \beta_c(t_1, t_{\text{oteor}}) = 0.052$$

$$t_2 := 70 \cdot v \quad t_2 = 25550 \text{ vrk} \quad \beta_c(t_2, t_{\text{oteor}}) = 0.981$$

$$\phi_{\text{lauk3}} := \phi_{\text{olauk}} \cdot (\beta_c(t_2, t_{\text{oteor}}) - \beta_c(t_1, t_{\text{oteor}})) \quad \phi_{\text{lauk3}} = 2.333$$

2. Pysyvä kuorma ja muuttuvan kuorman pitkäaikaisosuus sekä jännityshäviö aikavälillä laukaisusta kuormitusaikaan; vaikutusaika alkaa hetkellä

$$t_q = 48 \text{ vrk}$$

Teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{qT} = 32.09 \text{ vrk}$

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_q := \beta(t_{qT})$ $\beta_q = 0.476$

$$\phi_{oq} := \phi_o(t_{qT}) \quad \phi_{oq} = 1.753$$

Viruma kuormituksesta 2 kuormitushetkestä lopputilaan --- aikaväli 3

$$t_1 := t_{qT} \quad t_1 = 32.09 \text{ vrk} \quad \beta_c(t_1, t_{qT}) = 0$$

$$t_2 := 70 \cdot v \quad t_2 = 25550 \text{ vrk} \quad \beta_c(t_2, t_{qT}) = 0.981$$

$$\phi_{q3} := \phi_{oq} \cdot (\beta_c(t_2, t_{qT}) - \beta_c(t_1, t_{qT})) \quad \phi_{q3} = 1.719$$

Relaksaatio

Matalarelaksaatioinen jänneteräs; luokka 2

Relaksaatioprosentti 1000 h:n aikana jännitysasteella 0.7 f_{pk} $\rho_{1000} := 2.5\%$

Alajänteet:

Alkujännitys $\sigma_{pmax} = 1350 \text{ MPa}$

Murtolujuus $f_{pk} = 1800 \text{ MPa}$

Jännityaste $\mu := \frac{\sigma_{pmax}}{f_{pk}}$ $\mu = 0.75$

Relaksaatio ennen laukaisua $t := t_0$ $t = 0.667 \text{ vrk}$

Lämpökäsittelyn vaikutus EC2 10.3.2.1, kaava (10.2)

Lisätään aikaan t ekvivalentti aika t_{eq} , joka saadaan kaavasta

$$t_{eq} := \frac{1.14^{(T_{max}-20\text{oC})}}{T_{max} - 20\text{oC}} \cdot \sum_{i=1}^n (T_{\Delta t_i} - 20\text{oC}) \cdot \Delta t_i$$

Oletetaan lämpökäsittelyn aikana yksi aika-askel, jonka aikana lämpötila on vakio

$$T_{max} := T_i \quad T_{max} = 35 \text{ oC}$$

$$T_{\Delta t_i} := T_i \quad T_{\Delta t_i} = 35 \text{ oC}$$

$$\text{Ekvivalentti aika } t_{\text{eq}} := \frac{1.14 \left(\frac{T_{\text{max}} - 20\text{oC}}{\text{oC}} \right)}{T_{\text{max}} - 20\text{oC}} \cdot (T_{\Delta t1} - 20\text{oC}) \cdot t_0 \quad t_{\text{eq}} = 4.759 \text{ vrk}$$

Ennen laukaisua tapahtuva relaksaatio lasketaan käyttäen aikaa $t_{e1} := t + t_{\text{eq}} \quad t_{e1} = 5.425 \text{ vrk}$

Kaavaan sijoitetaan aika tunteina eli $t_{e1} = 130.2 \text{ hour}$

Relaksaatio ennen laukaisua

$$\Delta\sigma_{\text{pr1}} := -0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left(\frac{t_{e1}}{1000 \cdot \text{hour}} \right)^{0.75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\text{pmax}} \quad \Delta\sigma_{\text{pr1}} = -13.887 \text{ MPa}$$

Yläjänniteet

$$\text{Alkujännitys } \sigma_{\text{pymax}} = 1200 \text{ MPa} \quad \mu_y := \frac{\sigma_{\text{pymax}}}{f_{\text{pk}}} \quad \mu_y = 0.667$$

$$\Delta\sigma_{\text{pry1}} := -0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu_y} \cdot \left(\frac{t_{e1}}{1000 \cdot \text{hour}} \right)^{0.75 \cdot (1-\mu_y)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\text{pmax}} \quad \Delta\sigma_{\text{pry1}} = -5.732 \text{ MPa}$$

Teräsjännitykseen, jota käyttäen relaksaatio lasketaan vaikuttaa myös kutistuman ja viruman aiheuttamat jännityshäviöt, joita ei tässä vaiheessa vielä tunneta, joten laukaisun jälkeen tapahtuvan relaksaation aiheuttama häviö lasketaan myöhemmässä vaiheessa.

Jännityshäviöt

Aikaväli 1: Ennen laukaisua 0...1 vrk

Relaksaatio:

alajänteet $\Delta\sigma_{pr1} = -13.887 \text{ MPa}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{pry1} = -5.732 \text{ MPa}$

Kutistuma:

Kutistuman aiheuttama häviö sama aja- ja yläjäteissä

Kutistuma ennen laukaisua $\varepsilon_{cs0...1} = -0.022 \text{ ‰}$

$\Delta\sigma_{pcs} := \varepsilon_{cs0...1} \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{pcs} = -4.225 \text{ MPa}$

Lämpökäsittelyn vaikutus jännityshäviöihin (EC2 10.5.2, kaava 10.3)

Maksimilämpötila $T_{max} = 35 \text{ °C}$

Alkulämpötila betonissa punosten kohdalla ennen lämpökäsittelyn aloittamista $T_0 := 20 \text{ °C}$

Betonin pituuden lämpötilakerroin $\alpha_c := 10 \cdot 10^{-6} \cdot \text{K}^{-1}$

Jännityshäviö $\Delta\sigma_{pT} := -0.5 \cdot E_p \cdot \alpha_c \cdot (T_{max} - T_0)$ $\Delta\sigma_{pT} = -14.625 \text{ MPa}$

$\Delta P_T := \Delta\sigma_{pT} \cdot (A_p + A_{py})$ $\Delta P_T = -13.601 \text{ kN}$

Tämä jännityshäviö vaikuttaa yhdessä muiden ennen laukaisua tapahtuvien häviöiden (relaksaation ja kutistuman) kanssa.

Kokonaishäviö ennen laukaisua

alajänteet $\Delta\sigma_{p1} := \Delta\sigma_{pr1} + \Delta\sigma_{pcs} + \Delta\sigma_{pT}$ $\Delta\sigma_{p1} = -32.737 \text{ MPa}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{py1} := \Delta\sigma_{pry1} + \Delta\sigma_{pcs} + \Delta\sigma_{pT}$ $\Delta\sigma_{py1} = -24.582 \text{ MPa}$

Jännitys juuri ennen päästöä

alajänteet $\sigma_{po} := \sigma_{pmax} + \Delta\sigma_{p1}$ $\sigma_{po} = 1317.3 \text{ MPa}$

yläjänteet $\sigma_{poy} := \sigma_{pymax} + \Delta\sigma_{py1}$ $\sigma_{poy} = 1175.4 \text{ MPa}$

Jännevoima välittömästi ennen laukaisua $P_o := \sigma_{po} \cdot A_p + \sigma_{poy} \cdot A_{py}$ $P_o = 1198.7 \text{ kN}$

Laukaisutilanne

Kuormituksenä jännevoima P_0 välittömästi ennen laukaisua ja oma paino

Jännitykset välittömästi laukaisun jälkeen (edellä lasketut)

Betoin jännitykset

alapinta	$\sigma_{ca1} = -14.715 \text{ MPa}$
alapunosten kohdalla	$\sigma_{cp1} = -13.396 \text{ MPa}$
yläpunosten kohdalla	$\sigma_{cppy1} = -0.736 \text{ MPa}$
yläpinnassa	$\sigma_{cy1} = 0.583 \text{ MPa}$

Betoin muodonmuutokset

alapinta	$\varepsilon_{ca1} = -0.455 \text{ ‰}$
alapunoksen kohdalla	$\varepsilon_{cp1} = -0.415 \text{ ‰}$
yläpunosten kohdalla	$\varepsilon_{cppy1} = -0.023 \text{ ‰}$
yläpinnassa	$\varepsilon_{cy1} = 0.018 \text{ ‰}$

Teräs jännitykset

alajänteet	$\sigma_{p2} = 1236.1 \text{ MPa}$
yläjänteet	$\sigma_{py2} = 1170.6 \text{ MPa}$

Jännityshäviöt aikavälillä laukaisu kuormitushetki 0.67 vrk....28 vrk

Betoni lyhenee kutistuman ja viruman seurauksena; teräksissä ei tapahdu kutistumaa ja virumaa. Seurauksena olisi muodonmuutosero betonin ja terästen välillä. Muodonmuutosero tasoittuu betonin ja terästen kimmoisten ominaisuuksien suhteessa siten, että betoni saa kimmoisen venymän (seurauksena vetojännitystä) ja teräs vastaavasti puristuman (puristusjännitystä, joka vähentää esijännitystä) muodonmuutosten yhteensopivuusehdon säilyessä (betonin kutistuma+viruma + kimmainen venymä = teräksen puristuma) ja tasapainon säilyessä (betonin vetoresultantti+ teräksen puristusresultantti = 0).

Muodonmuutoserosta aiheutuvat jännitykset voidaan laskea periaatteessa seuraavalla tavalla:

- Kumotaan betonin kutistumasta ja virumasta aiheutuva lyhenemä betonipoikkileikkauksen painopisteeseen vaikuttavalla vetovoimalla (pakkovoimalla), jonka aiheuttama kimmainen venymä vastaa kutistumaa ja virumaa $Ncs = -(\epsilon_{cs} + \epsilon_{cc}) * E_c * A_c$
- Tasapainon säilyttämiseksi kuormitetaan muunnettua poikkileikkausta (betoni+raudoitus) pakkovoiman puristavalla vastavoimalla -Ncs, joka vaikuttaa betonipoikkileikkauksen painopisteeseen
- Siirretään puristusvoima muunnetun poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla $Mcs = Ncs * (p - pc)$
- Lasketaan muunnetun poikkileikkauksen jännitykset voimasuureista -Ncs ja Mcs betonin jännityksiä laskettaessa otetaan huomioon betoniin vaikuttavan pakkovoiman aiheuttama vetojännitys $-(\epsilon_{cs} + \epsilon_{cc}) * E_c$, joka lisätään -Ncs:n ja Mcs:n aiheuttamiin jännityksiin
- Teräsjännityksen muutos saadaan suoraan -Ncs:n ja Mcs:n aiheuttamista betonin jännityksissä kimmokertoimen suhteessa.

I eräjännityksen muutos on jännityshäviö kutistumasta ja virumasta

Vastaavasti voidaan ajatella, että betonin lyhenemästä aiheutuva betonin ja teräksen

muodonmuutosero kumotaan teräkseen vaikuttavalla puristavalla voimalla

$$\Delta P = (\varepsilon_{cs} + \varepsilon_{cc}) \cdot E_p \cdot A_p$$

- Tasapainon säilyttämiseksi muunnettuun poikkileikkaukseen vaikuttaa vetävä vastavoima $-\Delta P$ teräksen kohdalla.

- Siirretään $-\Delta P$ muunnetun poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla ΔM_p . Betonin jännitykset saadaan voimasuureista $-\Delta P$ ja M_p .

Koska rakenteeseen ei tule lisää ulkoista kuormaa ja tasapainotila toteutuu, niin kyseessä on virumasta ja kutistumasta aiheutuva jännitysten uudelleen jakautuminen betonin ja teräksen välillä.

Kutistuma ja viruma kehittyvät vähitellen ajan mukana. Heti, kun kutistumaa ja virumaa alkaa syntyä, aiheutuu siitä poikkileikkaukseen jännitystä, johon vaikuttaa edelleen viruma. Viruman seurauksena osa muodonmuutoseuron tasoittamiseksi vaadittavasta kimmoisesta muodonmuutoksesta muuttuu viruman aiheuttamaksi muodonmuutokseksi ja muodonmuutoseuron tasoittamiseksi tarvittavat jännitykset jäävät pienemmiksi. Tämä otetaan huomioon pienentämällä betonin kimmokerrointa virumaluvulla. Koska jännitykset kehittyvät vähitellen eivätkä heti aikavälin alussa, niin virumaluku kerrotaan pienennyskerroimella $\chi = 0.8$

Oletetaan kutistuman ja viruman aiheuttamien rasitusten alkavan vaikuttaa aikavälin alussa, eli kuormitusajankohta $t_0 = 0.667 \text{ vrk}$

Lämpötilakorjattu betonin ikä $t_{\text{oteor}} = 4.757 \text{ vrk}$

Virumaluku aikavälillä laukaisu...kuormitusajankohta, kun kuorman alkamisajankohta on laukaisu $\phi_{\text{lauk2}} = 0.131$

Lasketaan poikkileikkausarvot käyttämällä betonille kimmokerrointa

$$E_{c\alpha} := \frac{E_{cm}}{1 + 0.8 \cdot \phi_{lauk2}} \quad E_{c\alpha} = 31879 \text{ MPa}$$

$$\text{Kimmokertoimien suhde } n_{e\alpha} := \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad n_{e\alpha} = 6.117$$

Poikkileikkausarvot:

$$A_{m\alpha} := b \cdot h + (n_{e\alpha} - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_{m\alpha} = 0.167 \text{ m}^2$$

$$S_{m\alpha} := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_{e\alpha} - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_{m\alpha} = 0.048 \text{ m}^3$$

$$\text{painopiste alhaalta } pp_{\alpha} := \frac{S_{m\alpha}}{A_{m\alpha}} \quad pp_{\alpha} = 285.901 \text{ mm}$$

Hitausmomentti

$$I_{m\alpha} := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp_{\alpha} \right)^2 + (n_{e\alpha} - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp_{\alpha})^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp_{\alpha})^2 \right] \quad I_{m\alpha} = 0.0048 \text{ m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen } W_{ma\alpha} := \frac{I_{m\alpha}}{pp_{\alpha}} \quad W_{ma\alpha} = 0.017 \text{ m}^3$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen } W_{my\alpha} := \frac{I_{m\alpha}}{pp_{\alpha} - h} \quad W_{my\alpha} = -0.016 \text{ m}^3$$

Betonin kimmainen muodonmuutos ja viruma jänneterästen kohdalla

$$\text{alajänteet } \varepsilon_{cp1} = -0.415\% \quad \text{viruma } \varepsilon_{ccp1} := \phi_{\text{lauk2}} \cdot \varepsilon_{cp1} \quad \varepsilon_{ccp1} = -0.054\%$$

$$\text{yläjänteet } \varepsilon_{cpy1} = -0.023\% \quad \text{viruma } \varepsilon_{ccpy1} := \phi_{\text{lauk2}} \cdot \varepsilon_{cpy1} \quad \varepsilon_{ccpy1} = -0.003\%$$

Muodonmuutoseron kumoamiseksi tarvittava pakkovoima teräksissä

$$\text{alajänteet } \Delta P_{ca} := \varepsilon_{ccp1} \cdot E_p \cdot A_p \quad \Delta P_{ca} = -7.881 \text{ kN}$$

$$\text{yläjänteet } \Delta P_{cy} := \varepsilon_{ccpy1} \cdot E_p \cdot A_{py} \quad \Delta P_{cy} = -0.108 \text{ kN}$$

$$\Delta P_c := \Delta P_{ca} + \Delta P_{cy} \quad \Delta P_c = -7.989 \text{ kN}$$

Kutistuma aikavälillä: laukaisu...kuormitusajankohta $\varepsilon_{cs1...28} = -0.152\%$

Kutistuma on vakio koko korkeudella.

$$\Delta P_{cs} := \varepsilon_{cs1...28} \cdot E_p \cdot A_p \quad \Delta P_{cs} = -22.067 \text{ kN}$$

$$\Delta P_{csy} := \varepsilon_{cs1...28} \cdot E_p \cdot A_{py} \quad \Delta P_{csy} = -5.517 \text{ kN}$$

Relaksaatio välillä laukaisu....kuormitusajankohta

Alajänteet

Jännitys aikavälin alussa välittömästi laukaisun jälkeen $\sigma_{p2} = 1236.1 \text{ MPa}$

Arvioidaan keskimäärinen jännitysaste tarkasteltavalla aikavälillä

Kutistumasta ja virumasta aiheutuu jännityksen muutos

alajänteet $\Delta\sigma_{psc0} := (\varepsilon_{ccp1} + \varepsilon_{cs1...28}) \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{psc0} = -40.253 \text{ MPa}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{pscy0} := (\varepsilon_{ccpy1} + \varepsilon_{cs1...28}) \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{pscy0} = -30.242 \text{ MPa}$

Käytetään EC2, kaavaa (5.46), joka periaatteessa pätee vain tilanteessa, jossa on yksi teräsriivi

Kaavassa pinta-ala ja hitausmomentti ovat pelkän betonipoikkileikkauksen arvoja (Ghali & Favre, esim.3.1)

$$A_c := b \cdot h - A_p - A_{py} \quad A_c = 0.161 \text{ m}^2$$

$$\text{Staattinen momentti alareunan suhteen} \quad S_c := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} - A_p \cdot c_p - A_{py} \cdot c_{py} \quad S_c = 0.047 \text{ m}^3$$

$$\text{Betonipoikkileikkauksen painopiste alareunasta} \quad p_c := \frac{S_c}{A_c} \quad p_c = 0.291 \text{ m}$$

Hitausmomentti betonipoikkileikkauksen painopisteen suhteen

$$I_c := \frac{b \cdot h^3}{12} + A_c \cdot \left(p_c - \frac{h}{2} \right)^2 - A_p \cdot (p_c - c_p)^2 - A_{py} \cdot (p_c - c_{py})^2 \quad I_c = 4.499 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$\text{alajänteet} \quad \Delta\sigma_{psc} := \frac{(\varepsilon_{ccp1} + \varepsilon_{cs1...28}) \cdot E_p}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left[1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot (p_c - c_p)^2 \right] \cdot (1 + 0.8 \cdot \phi_{lauk2})}$$

$$\Delta\sigma_{psc} = -37.036 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \Delta\sigma_{pscy} := \frac{(\varepsilon_{ccpy1} + \varepsilon_{cs1...28}) \cdot E_p}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_{py}}{A_c} \cdot \left[1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot (p_c - c_{py})^2 \right] \cdot (1 + 0.8 \cdot \phi_{lauk2})}$$

$$\Delta\sigma_{pscy} = -29.605 \text{ MPa}$$

Relaksaatiota laskettaessa käytetään aikavälin keskimääräisenä teräsännityksenä arvoa

$$\sigma_{p2m} := \sigma_{p2} + 0.3 \cdot \Delta\sigma_{psc} \quad \sigma_{p2m} = 1225 \text{ MPa}$$

$0.3 \cdot \Delta\sigma_{psc}$ sisältää kutistuman ja viruman vaikutuksen relaksaatioon

σ_{p2} :n arvo sisältää ennen laukaisua tapahtuneen relaksaation. EC2 liite D:n mukaan aikaisemmin tapahtuneet relaksaatiot tulee lisätä teräsännitykseen, josta relaksaatio lasketaan

Lisätään ennen laukaisua tapahtunut relaksaatio; saadaan jännitys, jolla relaksaatio voidaan laskea

$$\sigma_{p2m\text{korj}} := \sigma_{p2m} - \Delta\sigma_{pr1} \quad \sigma_{p2m\text{korj}} = 1238.9 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännitysaste } \mu := \frac{\sigma_{p2m\text{korj}}}{f_{pk}} \quad \mu = 0.688$$

Lasketaan relaksaatio teräksen jännittämisestä (alusta, hetki $t=0$) tarkasteltavan aikavälin loppuun $t_q = 28 \text{ vrk}$

Alusta tarkasteltavan aikavälin alkuun saatiin ekvivalentiksi ajaksi $t_{e1} = 130.2 \text{ hour}$

Relaksaatiota tarkasteltyessa ekvivalentti aika hetkeen t_q on $t_{e2} := t_{e1} + (t_q - t_0)$
 $t_{e2} = 786.207 \text{ hour}$

Lasketaan mikä olisi ekvivalentti aika t_{e11} , jolla jäännityksellä $\sigma_{p2mkorj}$ saadaan relaksaatioksi sama kuin aikaisemmin tapahtunut relaksaatio

Relaksaatiokaavasta laskemalla saadaan

$$t_{e11} := \left(\frac{\Delta\sigma_{pr1} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho \cdot 1000 \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \sigma_{p2mkorj}} \right)^{\frac{1}{[0.75 \cdot (1-\mu)]}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e11} = 3100.9 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta ajankohtaan $t_q = 28$ vrk

Ekvivalentti aika $t_{e11} + (t_q - t_o) = 3756.9$ hour

$$\Delta\sigma_{pr2} := -0.66 \cdot \rho \cdot 1000 \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e11} + (t_q - t_o)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{-0.75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{p2mkorj} - \Delta\sigma_{pr1}$$

$$\Delta\sigma_{pr2} = -0.64 \text{ MPa}$$

Lasketaan vastaavasti relaksaatio yläjänniteille:

$$\sigma_{py2m} := \sigma_{py2} + 0.3 \cdot \Delta\sigma_{pscy} \qquad \sigma_{py2m} = 1161.7 \text{ MPa}$$

Lisätään ennen laukaisua tapahtunut relaksaatio; saadaan jännitys, jolla relaksaatio voidaan laskea

$$\sigma_{py2mkorj} := \sigma_{py2m} - \Delta\sigma_{pry1} \qquad \sigma_{py2mkorj} = 1167.4 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännitysaste } \mu_y := \frac{\sigma_{py2mkorj}}{f_{pk}} \qquad \mu_y = 0.649$$

Lasketaan relaksaatio teräksen jännittämisestä (alusta, hetki $t=0$) tarkasteltavan aikavälin loppuun $t_q = 28 \text{ vrk}$

Alusta tarkasteltavan aikavälin alkuun saatiin ekvivalentiksi ajaksi $t_{e1} = 130.2 \text{ hour}$

Relaksaatiota tarkasteltaessa ekvivalentti aika hetkeen t_q on $t_{e2} := t_{e1} + (t_q - t_0)$
 $t_{e2} = 786.207 \text{ hour}$

Lasketaan mikä olisi ekvivalentti aika t_{e11y} , jolla jännityksellä $\sigma_{py2mkorj}$ saadaan relaksaatioksi sama kuin aikaisemmin tapahtunut relaksaatio

Relaksaatiokaavasta laskemalla saadaan

$$t_{e11y} := \left(\frac{\Delta\sigma_{pry1} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu_y} \cdot \sigma_{py2mkorj}} \right)^{\frac{1}{0.75 \cdot (1 - \mu_y)}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e11y} = 468.7 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta ajankohtaan $t_q = 28 \text{ vrk}$

Ekvivalentti aika $t_{e11y} + (t_q - t_o) = 1124.7 \text{ hour}$

$$\Delta\sigma_{pry2} := -0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e11y} + (t_q - t_o)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{0.75 \cdot (1 - \mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{py2mkorj} - \Delta\sigma_{pry1}$$

$$\Delta\sigma_{pry2} = -4.6 \text{ MPa}$$

Jänneteräksiin vaikuttava pakkovoima yhteensä

$$\text{alajänteet} \quad \Delta P_{\text{csr}} := \Delta P_{\text{ca}} + \Delta P_{\text{cs}} + \Delta \sigma_{\text{pr}2} \cdot A_{\text{p}} \quad \Delta P_{\text{csr}} = -30.422 \text{ kN}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \Delta P_{\text{csry}} := \Delta P_{\text{cy}} + \Delta P_{\text{csy}} + \Delta \sigma_{\text{pr}2} \cdot A_{\text{py}} \quad \Delta P_{\text{csry}} = -6.479 \text{ kN}$$

$$\text{Kokonaisvoima} \quad \Delta P := \Delta P_{\text{csr}} + \Delta P_{\text{csry}} \quad \Delta P = -36.901 \text{ kN}$$

Muunnettuun poikkileikkaukseen vaikuttaa vetävä vastavoima $-\Delta P = 36.901 \text{ kN}$

Siirretään voima muunnetun poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$\Delta M_{\text{p}} := -\Delta P_{\text{csr}} \cdot (pp_{\alpha} - c_{\text{p}}) + -\Delta P_{\text{csry}} \cdot (pp_{\alpha} - c_{\text{py}}) \quad \Delta M_{\text{p}} = 5.686 \text{ kNm}$$

Jännitykset voimasuureista $-\Delta P$ ja M_p :

$$\text{alareunaan} \quad \Delta\sigma_{ca} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p}{W_{ma\alpha}} \quad \Delta\sigma_{ca} = 0.552 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{alajänteiden kohdalle} \quad \Delta\sigma_{cp} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp_\alpha - c_p)}{I_{m\alpha}} \quad \Delta\sigma_{cp} = 0.494 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteen kohdalle} \quad \Delta\sigma_{cpy} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp_\alpha - c_{py})}{I_{m\alpha}} \quad \Delta\sigma_{cpy} = -0.062 \text{ MPa}$$

$$\text{yläreunaan} \quad \Delta\sigma_{cy} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p}{W_{my\alpha}} \quad \Delta\sigma_{cy} = -0.12 \text{ MPa}$$

$$\text{Betoin jännitysresultantin muutos} \quad \Delta N_c := \frac{(\Delta\sigma_{ca} + \Delta\sigma_{cy})}{2} \cdot b \cdot h - \Delta\sigma_{cp} \cdot A_p - \Delta\sigma_{cpy} \cdot A_{py} \quad \Delta N_c = 34.722 \text{ kN}$$

Betoin jännitys hetkellä $t=28$ vrk juuri ennen hyötykuormia:

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca2} := \sigma_{ca1} + \Delta\sigma_{ca} \quad \sigma_{ca2} = -14.163 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy2} := \sigma_{cy1} + \Delta\sigma_{cy} \quad \sigma_{cy2} = 0.463 \text{ MPa}$$

Alajänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pe} := \Delta\sigma_{cp} \cdot \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\sigma_{pe} = 3.024 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsjännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{p2} := (\varepsilon_{ccp1} + \varepsilon_{cs1...28}) \cdot E_p + \Delta\sigma_{pr2} + \Delta\sigma_{pe}$$

$$\Delta\sigma_{p2} = -37.866 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{p3} := \sigma_{p2} + \Delta\sigma_{p2} \quad \sigma_{p3} = 1198.3 \text{ MPa}$$

Yläjänteet

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pye} := \Delta\sigma_{cpy} \cdot \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\sigma_{pye} = -0.381 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsjännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{py2} := (\varepsilon_{ccpy1} + \varepsilon_{cs1...28}) \cdot E_p + \Delta\sigma_{pry2} + \Delta\sigma_{pye}$$

$$\Delta\sigma_{py2} = -35.215 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{py3} := \sigma_{py2} + \Delta\sigma_{py2} \quad \sigma_{py3} = 1135.3 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen voima} \quad P_3 := \sigma_{p3} \cdot A_p + \sigma_{py3} \cdot A_{py} \quad P_3 = 1102.7 \text{ kN}$$

$$\text{Teräsvoiman muutos} \quad \Delta P_2 := \Delta\sigma_{p2} \cdot A_p + \Delta\sigma_{py2} \cdot A_{py} \quad \Delta P_2 = -34.722 \text{ kN}$$

$$\text{Terästen voima} \quad P_3 := P_2 - \Delta P_2 \quad P_3 = 1172.1 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino:} \quad \Delta P_2 + \Delta N_c = 0 \text{ kN}$$

Kutistuman ja viruman aiheuttama jännityshäviö on likimain:

alajänteet $\Delta\sigma_{psc} := \Delta\sigma_{p2} - \Delta\sigma_{pr2}$ $\Delta\sigma_{psc} = -37.229 \text{ MPa}$ ero edellä arvioituun n. 0.5 %

alajänteet $\Delta\sigma_{pscy} := \Delta\sigma_{py2} - \Delta\sigma_{pry2}$ $\Delta\sigma_{pscy} = -30.623 \text{ MPa}$ ero edellä arvioituun n. 3.5 %

Todetaan, että arvioidut häviöt ovat riittävän lähellä laskettuja, joten relaksaation laskennassa käytetty teräsjännitys on riittävän tarkka. Jos ero arvioituun on suuri, niin käytetään saatuja $\Delta\sigma_{psc}$ -arvoja ja lasketaan relaksaatiossa käytetty teräsjännitys uudelleen $\sigma_p = \sigma_{p2} - 0.3 \cdot \Delta\sigma_{psc}$

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \Delta\varepsilon_{ca} := \frac{\Delta\sigma_{ca}}{E_{ca}} \quad \Delta\varepsilon_{ca} = 0.017\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \Delta\varepsilon_{cy} := \frac{\Delta\sigma_{cy}}{E_{cy}} \quad \Delta\varepsilon_{cy} = -0.004\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyritymä)} \quad \Delta\psi_2 := \frac{\Delta\varepsilon_{ca} - \Delta\varepsilon_{cy}}{h} \quad \Delta\psi_2 = 0.036 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Lisäksi otetaan huomioon vapaam viruman aiheuttama käyritymän muutos

Kaarevuus kimmoisista muodonmuutoksista heti laukaisun jälkeen

$$\text{Esijännitys} \quad \psi_p = -0.087 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{kaarevuus vapaasta virumasta} \quad \psi_{ccp} := \phi_{\text{lauk2}} \cdot \psi_p \quad \psi_{ccp} = -0.011 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Oma paino} \quad \psi_g = 0.033 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{kaarevuus vapaasta virumasta} \quad \psi_{ccg} := \phi_{\text{lauk2}} \cdot \psi_g \quad \psi_{ccg} = 0.004 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Taipuma

$$\text{Taipumakerroin} \quad \delta_{ap} := \frac{1}{8} \quad \text{kaarevuudelle } \Delta\psi \text{ sekä } \psi_{ccp}$$

$$\delta_{ag} := \frac{5}{48} \quad \text{omalle painolle } \psi_{ccg}$$

Palkin taipuman muutos aikavälillä 1...28 vrk:

$$\Delta a_2 := \left[\delta_{ap} \cdot (\psi_{ccp} + \Delta\psi_2) + \delta_{ag} \cdot \psi_{ccg} \right] \cdot L^2 \quad \Delta a_2 = -0.521 \text{ mm}$$

$$\text{Palkin taipuma hetkellä } t=28 \text{ vrk} \quad a_2 := a_1 + \Delta a_2 \quad a_2 = -11.405 \text{ mm}$$

Pysyvä ja muuttuvan kuorman pitkäaikaisosuus alkaa vaikuttaa hetkellä $t = 28$ vrk

Oletetaan, että sekä pysyvä kuorma että muuttuva kuorma tulevat palkille samalla hetkellä. Käytännössä muuttuva kuorma voi tulla rakenteelle myöhemmin kuin esim. pintarakenteista aiheutuva pystyvä kuorma.

Pitkäaikaiset jännitykset pysyvästä ja muuttuvan kuorman pitkäaikaisuudesta:

alapinta	$\Delta\sigma_{ca.pit} := \sigma_{cag2} + \psi_2 \cdot \sigma_{caq}$	$\Delta\sigma_{ca.pit} = 11.201 \text{ MPa}$
alajänteiden kohdalla	$\Delta\sigma_{cp.pit} := \sigma_{cpg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cpq}$	$\Delta\sigma_{cp.pit} = 9.245 \text{ MPa}$
yläjänteiden kohdalla	$\Delta\sigma_{cpy.pit} := \sigma_{cpyg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cpyq}$	$\Delta\sigma_{cpy.pit} = -9.531 \text{ MPa}$
yläpinnassa	$\Delta\sigma_{cy.pit} := \sigma_{cyg2} + \psi_2 \cdot \sigma_{cyq}$	$\Delta\sigma_{cy.pit} = -9.531 \text{ MPa}$

Betonin kimmoiset muodonmuutokset pitkäaikaisesta hyötykuormasta

alapinta	$\Delta\varepsilon_{ca.pit} := \frac{\Delta\sigma_{ca.pit}}{E_{cm}}$	$\Delta\varepsilon_{ca.pit} = 0.318 \text{ ‰}$
alajänteiden kohdalla	$\Delta\varepsilon_{cp.pit} := \frac{\Delta\sigma_{cp.pit}}{E_{cm}}$	$\Delta\varepsilon_{cp.pit} = 0.262 \text{ ‰}$
yläjänteiden kohdalla	$\Delta\varepsilon_{cpy.pit} := \frac{\Delta\sigma_{cpy.pit}}{E_{cm}}$	$\Delta\varepsilon_{cpy.pit} = -0.271 \text{ ‰}$
yläpinta	$\Delta\varepsilon_{cy.pit} := \frac{\Delta\sigma_{cy.pit}}{E_{cm}}$	$\Delta\varepsilon_{cy.pit} = -0.326 \text{ ‰}$

Jänneterästen jännityksen muutos pitkäaikaisesta hyötykuormasta

$$\text{alajänteet} \quad \Delta\sigma_{p.pit} := \Delta\varepsilon_{cp.pit} \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{p.pit} = 51.187 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \Delta\sigma_{py.pit} := \Delta\varepsilon_{cpy.pit} \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{py.pit} = -52.766 \text{ MPa}$$

Jänneterästen jännitys hetkellä $t = 28$ vrk välittömästi pitkäaikaisen hyötykuorman alkaessa vaikuttaa

$$\text{alajänteet} \quad \sigma_{p4} := \sigma_{p3} + \Delta\sigma_{p.pit} \quad \sigma_{p4} = 1249.5 \text{ MPa}$$

$$\text{alajänteet} \quad \sigma_{py4} := \sigma_{py3} + \Delta\sigma_{p.pit} \quad \sigma_{py4} = 1186.5 \text{ MPa}$$

$$\text{Taipuma} \quad a_4 := a_2 + a_{g2} + \psi_2 \cdot a_q \quad a_4 = 0.164 \text{ mm}$$

Aikaväli kuormitushetkestä lopputilaan 28 vrk....∞ (70 v)

Tällä aikavälillä virumaa aiheuttaa 3 eri jankohtana vaikuttavaa kuormaa:

- kuormitus hetkellä to: esijännitys ja oma paino
- jännityksen muutos edellisellä aikavälillä: häviöt to...28 vrk
- jännityksen muutos hetkellä t=28 vrk: pitkäaikainen hyötykuorma

Jos aika-askelia on useampia, niin kullakin aikavälillä tapahtuva jännityshäviö käsitellään erikseen. Jännityshäviötä käsitellään rakenteeseen vaikuttava kuormana $-\Delta P, \Delta M_p$

Virumaan vaikuttaa kuormituksen (jännityksen muutoksen) ajankohta (betonin ikä muutoshetkellä) ja kuormituksen kesto. Tästä syystä eri ajankohtina tapahtuvat jännityksen muutoksien aiheuttamat virumat on laskettava erikseen omilla virumaluvuillaan ja vasta virumamuodonmuutokset voidaan laskea yhteen.

Virumaa ei pidä laskea siten, että jännitykset eri kuormista lasketaan yhteen ja siitä viruma.

Viruma

1. Hetkellä to tulevat kuormat: esijännitys ja oma paino:

Virumaluku aikavälillä 28 vrk...∞ kuormalle, jonka alkamisajankohta on $t_0 = 0.667$ vrk
 $\psi_{\text{lauk3}} = 2.333$

Betonin kimmainen muodonmuutos ja viruma jänneterästen kohdalla (esij. + oma paino)

alajänteet	$\varepsilon_{\text{cp1}} = -0.415\%$	viruma	$\varepsilon_{\text{ccp1}} := \psi_{\text{lauk3}} \cdot \varepsilon_{\text{cp1}}$	$\varepsilon_{\text{ccp1}} = -0.967\%$
yläjänteet	$\varepsilon_{\text{cpy1}} = -0.023\%$	viruma	$\varepsilon_{\text{ccpy1}} := \psi_{\text{lauk3}} \cdot \varepsilon_{\text{cpy1}}$	$\varepsilon_{\text{ccpy1}} = -0.053\%$

2. Jännityshäviö aikavälillä laukaisu ... 28 vrk:

Jännityshäviö kehittyy ko. aikavälillä asteittain, joten oletetaan jännityshäviön alkavan laskennallisesti vaikuttaa kokonaisuudessaan hetkellä

$$t_{\text{havio}} := \frac{2 \cdot t_o + t_q}{3} \quad t_{\text{havio}} = 9.778 \text{ vrk}$$

teoreettinen, lämpötilakorjattu ikä $t_{\text{havio.teor}} := t_{\text{oteor}} + (t_{\text{havio}} - t_o)$

$$t_{\text{havio.teor}} = 13.868 \text{ vrk}$$

virumaluku aikavälillä 28...∞, kun kuorman alkamisajankohta on $t_{\text{havio.teor}} = 13.868 \text{ vrk}$

$$\beta(t_{\text{havio.teor}}) = 0.558 \quad \beta_c(70 \cdot v, t_{\text{havio.teor}}) = 0.981 \quad \phi_{\text{RH}} = 1.595$$

$$\phi_{\text{havio}} := \phi(70 \cdot v, t_{\text{havio.teor}}) \quad \phi_{\text{havio}} = 2.12$$

Betonin jännitys ja kimmainen muodonmuutos sekä viruma jänneteräksen kohdalla häviöistä:

alajänteet $\Delta\sigma_{\text{cp}} = 0.494 \text{ MPa}$ $\Delta\varepsilon_{\text{cp}} := \frac{\Delta\sigma_{\text{cp}}}{E_{\text{cm}}}$ $\Delta\varepsilon_{\text{cp}} = 0.014 \text{ ‰}$

viruma $\varepsilon_{\text{ccp2}} := \phi_{\text{havio}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{cp}}$ $\varepsilon_{\text{ccp2}} = 0.03 \text{ ‰}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{\text{cpy}} = -0.062 \text{ MPa}$ $\Delta\varepsilon_{\text{cpy}} := \frac{\Delta\sigma_{\text{cpy}}}{E_{\text{cm}}}$ $\Delta\varepsilon_{\text{cpy}} = -0.002 \text{ ‰}$

viruma $\varepsilon_{\text{ccpy2}} := \phi_{\text{havio}} \cdot \Delta\varepsilon_{\text{cpy}}$ $\varepsilon_{\text{ccpy2}} = -0.004 \text{ ‰}$

kaarevuuden kimmainen osuus $\Delta\psi_{2e} := \frac{\Delta\varepsilon_{\text{cp}} - \Delta\varepsilon_{\text{cpy}}}{c_{\text{py}} - c_{\text{p}}}$ $\Delta\psi_{2e} = 0.033 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

3. Hetkellä $t_q=28$ vrk tulevat pysyvät hyötykuormat

Virumaluku aikavälillä 28...∞ kuormalle, jonka alkamisajankohta on $t_q = 28$ vrk $\phi_{q3} = 1.72$

Betonin kimmainen muodonmuutos ja viruma jänneterästen kohdalla (pysyvä hyötykuorma)

alajänteet $\Delta\varepsilon_{cp.pit} = 0.262\%$ viruma $\varepsilon_{ccp3} := \phi_{q3} \cdot \Delta\varepsilon_{cp.pit}$ $\varepsilon_{ccp3} = 0.451\%$

yläjänteet $\Delta\varepsilon_{cpy.pit} = -0.271\%$ viruma $\varepsilon_{ccpy3} := \phi_{q3} \cdot \Delta\varepsilon_{cpy.pit}$ $\varepsilon_{ccpy3} = -0.465\%$

Viruma yhteensä:

$$\text{alajänteet } \varepsilon_{\text{ccp}} := \varepsilon_{\text{ccp1}} + \varepsilon_{\text{ccp2}} + \varepsilon_{\text{ccp3}} \quad \varepsilon_{\text{ccp}} = -0.486\%$$

$$\text{yläjänteet } \varepsilon_{\text{ccpy}} := \varepsilon_{\text{ccpy1}} + \varepsilon_{\text{ccpy2}} + \varepsilon_{\text{ccpy3}} \quad \varepsilon_{\text{ccpy}} = -0.522\%$$

Jännityshäviö virumasta:

$$\text{alajänteet } \Delta\sigma_{\text{pcc}} := \varepsilon_{\text{ccp}} \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{\text{pcc}} = -94.844 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet } \Delta\sigma_{\text{pccy}} := \varepsilon_{\text{ccpy}} \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{\text{pccy}} = -101.809 \text{ MPa}$$

Kutistuma aikavälillä 28 vrk ...∞ $\varepsilon_{cs28...} = -0.42\text{‰}$

Jännityshäviö kutistumasta

alajänteet $\Delta\sigma_{ps} := \varepsilon_{cs28...} \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{ps} = -81.834 \text{ MPa}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{psy} := \varepsilon_{cs28...} \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{psy} = -81.834 \text{ MPa}$

Jännityshäviö virumasta ja kutistumasta yhteensä

alajänteet $\Delta\sigma_{psc0} := \Delta\sigma_{pcc} + \Delta\sigma_{ps}$ $\Delta\sigma_{psc0} = -176.678 \text{ MPa}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{pscy0} := \Delta\sigma_{pccy} + \Delta\sigma_{ps}$ $\Delta\sigma_{pscy0} = -183.643 \text{ MPa}$

Otetaan huomioon jännityshäviöiden kimmoinen kokoonturistuma

Aikavälillä 28 vrk...∞ tapahtuvat häviöt alkavat vaikuttaa rakenteeseen hetkestä $t_q = 28$ vrk eteenpäin ja kehittyvät vähitellen Aikaväli 28...∞ jännityshäviöille käytetään virumalukua.

$$\phi_{\text{hävio2}} := 0.8 \cdot \phi_{q3} \quad \phi_{\text{hävio2}} = 1.375$$

$$\text{alajänteet } \Delta\sigma_{\text{psc}} := \frac{(\varepsilon_{\text{ccp}} + \varepsilon_{\text{cs28...}}) \cdot E_p}{1 + \frac{E_p}{E_{\text{cm}}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left[1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot (p_c - c_p)^2 \right]} \cdot (1 + 0.8 \cdot \phi_{q3}) \quad \Delta\sigma_{\text{psc}} = -148.877 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet } \Delta\sigma_{\text{pscy}} := \frac{(\varepsilon_{\text{ccpy}} + \varepsilon_{\text{cs28...}}) \cdot E_p}{1 + \frac{E_p}{E_{\text{cm}}} \cdot \frac{A_{\text{py}}}{A_c} \cdot \left[1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot (p_c - c_{\text{py}})^2 \right]} \cdot (1 + 0.8 \cdot \phi_{q3}) \quad \Delta\sigma_{\text{pscy}} = -175.525 \text{ MPa}$$

Aikavälin keskimääräinen teräsännitys, jota käyttäen lasketaan relaksaatio

$$\text{alajänteet} \quad \sigma_{p5} := \sigma_{p4} + 0.3 \cdot \Delta\sigma_{psc} \quad \sigma_{p5} = 1203.3 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \sigma_{py5} := \sigma_{py4} + 0.3 \cdot \Delta\sigma_{pscy} \quad \sigma_{py5} = 1133.9 \text{ MPa}$$

Aikavälin alussa olevat teräsännitykset σ_{p4} ja σ_{py4} sisältävät edellisten aikavälien relaksaatiot. Lisätään keskimääräisiin jännityksiin aikaisemmin tapahtuneet relaksaatiot:

Aikaisemmat relaksaatiot:

$$\text{alajänteet} \quad \Delta\sigma_{pr.aik} := \Delta\sigma_{pr1} + \Delta\sigma_{pr2} \quad \Delta\sigma_{pr.aik} = -14.524 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \Delta\sigma_{pry.aik} := \Delta\sigma_{pry1} + \Delta\sigma_{pry2} \quad \Delta\sigma_{pry.aik} = -10.323 \text{ MPa}$$

Jännitys, jolla relaksaatio lasketaan:

$$\text{alajänteet} \quad \sigma_{p5korj} := \sigma_{p5} - \Delta\sigma_{pr1} - \Delta\sigma_{pr2} \quad \sigma_{p5korj} = 1219.3 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \sigma_{py5korj} := \sigma_{py5} - \Delta\sigma_{pry1} - \Delta\sigma_{pry2} \quad \sigma_{py5korj} = 1144.2 \text{ MPa}$$

Alajänteet:

Lasketaan ekvivalentti aika, jolla saadaan sama aikaisempi relaksaatio, jos alajänteiden jännitys olisi alusta alken ollut σ_{p5korj} :

$$\text{Jännitysaste } \mu := \frac{\sigma_{p5korj}}{f_{bk}} \quad \mu = 0.677$$

$$t_{e21} := \left(\frac{\Delta\sigma_{pr.aik} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \sigma_{p5korj}} \right)^{\frac{1}{[0.75 \cdot (1-\mu)]}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e21} = 5776 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta lopputilaan n. 57 v = 500000·hour

$$\text{Ekvivalentti aika } t_{e21} + (500000 \cdot \text{hour} - t_q) = 505104 \text{ hour}$$

$$\Delta\sigma_{pr3} := -0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e21} + (500000 \cdot \text{hour} + t_q)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{-0.75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{p5korj} - \Delta\sigma_{pr.aik}$$

$$\Delta\sigma_{pr3} = -28.3 \text{ MPa}$$

Yläjätteet

$$\text{Jännitysaste } \mu_y := \frac{\sigma_{\text{py5korj}}}{f_{t,1}} \quad \mu_y = 0.636$$

$$t_{e22} := \left(\frac{\Delta\sigma_{\text{pry.aik}} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho \cdot 1000 \cdot e^{9.09 \cdot \mu_y \cdot \sigma_{\text{py5korj}}}} \right)^{\frac{1}{0.75 \cdot (1 - \mu_y)}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e22} = 6852 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta lopputilaan n. 57 v = 500000·hour

$$\text{Ekvivalentti aika } t_{e22} + (500000 \cdot \text{hour} - t_q) = 506180 \text{ hour}$$

$$\Delta\sigma_{\text{pry3}} := -0.66 \cdot \rho \cdot 1000 \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e22} + (500000 \cdot \text{hour} + t_q)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{0.75 \cdot (1 - \mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\text{py5korj}}$$

$$\Delta\sigma_{\text{pry3}} := \Delta\sigma_{\text{pry3}} - \Delta\sigma_{\text{pry.aik}} \quad \Delta\sigma_{\text{pry3}} = -29.9 \text{ MPa}$$

Kokonaishäviö eli pakkojännitys jänneteräksissä aikavälillä 28 vrk...∞:

alajänteet $\Delta\sigma_{pscr} := \Delta\sigma_{psc0} + \Delta\sigma_{pr3}$ $\Delta\sigma_{pscr} = -205.025 \text{ MPa}$

yläjänteet $\Delta\sigma_{pyscr} := \Delta\sigma_{pscy0} + \Delta\sigma_{pry3}$ $\Delta\sigma_{pyscr} = -213.571 \text{ MPa}$

Jännevoiman muutos eli jänneteräksiin vaikuttava pakkovoima

alajänteet $\Delta P_3 := \Delta\sigma_{pscr} \cdot A_p$ $\Delta P_3 = -152.539 \text{ kN}$

yläjänteet $\Delta P_{3y} := \Delta\sigma_{pyscr} \cdot A_{py}$ $\Delta P_{3y} = -39.724 \text{ kN}$

Kokonaisvoima $\Delta P := \Delta P_3 + \Delta P_{3y}$ $\Delta P = -192.263 \text{ kN}$

Lasketaan poikkikeikkausarvot, kun betonin kimmokerroin on

$$E_{c\alpha} := \frac{E_{cm}}{1 + 0.8 \cdot \phi_{q3}} \quad E_{c\alpha} = 14410 \text{ MPa}$$

Kimmokertoimien suhde $n_{e\alpha} := \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad n_{e\alpha} = 13.532$

Poikkikeikkausarvot:

$$A_{m\alpha} := b \cdot h + (n_{e\alpha} - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_{m\alpha} = 0.174 \text{ m}^2$$

$$S_{m\alpha} := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_{e\alpha} - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_{m\alpha} = 0.049 \text{ m}^3$$

painopiste alhaalta $pp_{\alpha} := \frac{S_{m\alpha}}{A_{m\alpha}} \quad pp_{\alpha} = 280.357 \text{ mm}$

Hitausmomentti

$$I_{m\alpha} := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp_{\alpha} \right)^2 + (n_{e\alpha} - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp_{\alpha})^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp_{\alpha})^2 \right] \quad I_{m\alpha} = 0.0052 \text{ m}^4$$

Taivutusvastus alareunan suhteen $W_{ma\alpha} := \frac{I_{m\alpha}}{pp_{\alpha}} \quad W_{ma\alpha} = 0.019 \text{ m}^3$

Taivutusvastus yläreunan suhteen $W_{my\alpha} := \frac{I_{m\alpha}}{pp_{\alpha} - h} \quad W_{my\alpha} = -0.017 \text{ m}^3$

Tasapainon säilyttämiseksi poikkileikkaukseen vaikuttaa muunnettuun poikkileikkaukseen jänneterasten kohdalla jänneterästen pakkovoiman vetävä vastavoima $-\Delta P = 192.263\text{kN}$

Siirretään voima muunnetun poikkileikkauksen painopisteeseen ja korvataan siitro momentilla

$$\Delta M_p := -\Delta P_3 \cdot (pp_x - c_p) - -\Delta P_{3y} \cdot (pp_x - c_{py}) \quad \Delta M_p = 45.055 \text{ kNm}$$

Muunnettua poikkileikkausta kuormittaa voimasuureet $-\Delta P$ ja ΔM_p , josta aiheutuvat jännitykset:

Jännitykset voimasuureista $-\Delta P$ ja M_p :

$$\text{alareunaan} \quad \Delta \sigma_{ca} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p}{W_{m\alpha}} \quad \Delta \sigma_{ca} = 3.53 \text{ MPa}$$

vetoa

$$\text{alajänteiden kohdalle} \quad \Delta \sigma_{cp} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp_x - c_p)}{I_{m\alpha}} \quad \Delta \sigma_{cp} = 3.098 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteen kohdalle} \quad \Delta \sigma_{cpy} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp_x - c_{py})}{I_{m\alpha}} \quad \Delta \sigma_{cpy} = -1.055 \text{ MPa}$$

$$\text{yläreunaan} \quad \Delta \sigma_{cy} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p}{W_{my\alpha}} \quad \Delta \sigma_{cy} = -1.488 \text{ MPa}$$

$$\text{Betoin jännitysresultantin} \quad \Delta N_c := \frac{(\Delta \sigma_{ca} + \Delta \sigma_{cy})}{2} \cdot b \cdot h - \Delta \sigma_{cp} \cdot A_p - \Delta \sigma_{cpy} \cdot A_{py}$$

muutos

$$\Delta N_c = 163.733 \text{ kN}$$

Betonin pitkäaikainen jännitys hetkellä ∞ ennen lyhytaikaista hyötykuormaa:

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca3} := \sigma_{ca2} + \Delta\sigma_{ca.pit} + \Delta\sigma_{ca} \quad \sigma_{ca3} = 0.568 \text{ MPa}$$

< 0 puristusta OK

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy3} := \sigma_{cy2} + \Delta\sigma_{cy.pit} + \Delta\sigma_{cy} \quad \sigma_{cy3} = -12.511 \text{ MPa}$$

< $0.45 \cdot f_{ck} = 18 \text{ MPa}$

Alajänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pe3} := \Delta\sigma_{cp} \cdot \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\sigma_{pe} = 3.024 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{p3} := \Delta\sigma_{pscr} + \Delta\sigma_{pe3} \quad \Delta\sigma_{p3} = -164.288 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{p6} := \sigma_{p4} + \Delta\sigma_{p3} \quad \sigma_{p6} = 1085.2 \text{ MPa}$$

$$< \sigma_{pmax0} = 1440 \text{ MPa}$$

Yläjänteet

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pye3} := \Delta\sigma_{cpy} \cdot \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\sigma_{pye3} = -13.877 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{py3} := \Delta\sigma_{pyscr} + \Delta\sigma_{pye3} \quad \Delta\sigma_{py3} = -227.448 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{py6} := \sigma_{py4} + \Delta\sigma_{py3} \quad \sigma_{py6} = 959.1 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen voima} \quad P_6 := \sigma_{p6} \cdot A_p + \sigma_{py6} \cdot A_{py} \quad P_6 = 985.8 \text{ kN}$$

$$\text{Teräsvoiman muutos} \quad \Delta P_4 := \Delta\sigma_{p3} \cdot A_p + \Delta\sigma_{py3} \cdot A_{py} \quad \Delta P_4 = -164.535 \text{ kN}$$

$$\text{Terästen voima} \quad P_3 := P_2 - \Delta P_2 \quad P_3 = 1172.1 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino:} \quad \Delta P_4 + \Delta N_c = -0.803 \text{ kN}$$

Kutistuman ja viruman aiheuttama jännityshäviö on likimain:

alajänteet $\Delta\sigma_{psc} := \Delta\sigma_{p3} - \Delta\sigma_{pr3}$ $\Delta\sigma_{psc} = -135.94 \text{ MPa}$ ero edellä arvioituun n. -9 %

alajänteet $\Delta\sigma_{pscy} := \Delta\sigma_{py3} - \Delta\sigma_{pry3}$ $\Delta\sigma_{pscy} = -197.521 \text{ MPa}$ ero edellä arvioituun n. 13 %

Todetaan, että alajänteiden häviö oli arvioitu liian suureksi => alajänteiden jännitysaste
relaksaatiota laskettaessa on ollut liian pieni => laskettu relaksaatio liian pieni
Lasketaan relaksaatio uudelleen käyttäen nyt saatuja häviöitä.

Aikavälin keskimääräinen teräsännitys, jota käyttäen lasketaan relaksaatio

$$\text{alajänteet} \quad \sigma_{p5} := \sigma_{p4} + 0.3 \cdot \Delta\sigma_{psc} \quad \sigma_{p5} = 1208.7 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \sigma_{py5} := \sigma_{py4} + 0.3 \cdot \Delta\sigma_{pscy} \quad \sigma_{py5} = 1127.3 \text{ MPa}$$

Aikavälin alussa olevat teräsännitykset σ_{p4} ja σ_{py4} sisältävät edellisten aikavälien relaksaatiot. Lisätään keskimääräisiin jännityksiin aikaisemmin tapahtuneet relaksaatiot:

Jännitys, jolla relaksaatio lasketaan:

$$\text{alajänteet} \quad \sigma_{p5korj} := \sigma_{p5} - \Delta\sigma_{pr.aik} \quad \sigma_{p5korj} = 1223.2 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet} \quad \sigma_{py5korj} := \sigma_{py5} - \Delta\sigma_{pry.aik} \quad \sigma_{py5korj} = 1137.6 \text{ MPa}$$

Alajänteet:

Lasketaan ekvivalentti aika, jolla saadaan sama aikaisempi relaksaatio, jos alajänteiden jännitys olisi alusta alken ollut σ_{p5korj} :

$$\text{Jännitysaste } \mu := \frac{\sigma_{p5korj}}{f_{bk}} \quad \mu = 0.68$$

$$t_{e21} := \left(\frac{\Delta\sigma_{pr.aik} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \sigma_{p5korj}} \right)^{\frac{1}{[0.75 \cdot (1-\mu)]}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e21} = 5316 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta lopputilaan n. 57 v = 500000·hour

Ekvivalentti aika $t_{e21} + (500000 \cdot \text{hour} - t_q) = 504644 \text{ hour}$

$$\Delta\sigma_{pr3} := -0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e21} + (500000 \cdot \text{hour} + t_q)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{-0.75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{p5korj}$$

$$\Delta\sigma_{pr3} := \Delta\sigma_{pr3} - \Delta\sigma_{pr.aik} \quad \Delta\sigma_{pr3} = -28.9 \text{ MPa}$$

Yläjännitteet

$$\text{Jännitysaste} \quad \mu_y := \frac{\sigma_{\text{py5korj}}}{f_{t,1}} \quad \mu_y = 0.632$$

$$t_{e22} := \left(\frac{\Delta\sigma_{\text{pry.aik}} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho \cdot 1000 \cdot e^{9.09 \cdot \mu_y \cdot \sigma_{\text{py5korj}}}} \right)^{\frac{1}{[0.75 \cdot (1 - \mu_y)]}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e22} = 7746 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta lopputilaan n. 57 v = 500000·hour

$$\text{Ekvivalentti aika} \quad t_{e22} + (500000 \cdot \text{hour} - t_q) = 507074 \text{ hour}$$

$$\Delta\sigma_{\text{pry3}} := -0.66 \cdot \rho \cdot 1000 \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e22} + (500000 \cdot \text{hour} + t_q)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{0.75 \cdot (1 - \mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{\text{py5korj}}$$

$$\Delta\sigma_{\text{pry3}} := \Delta\sigma_{\text{pry3}} - \Delta\sigma_{\text{pry.aik}} \quad \Delta\sigma_{\text{pry3}} = -30.1 \text{ MPa}$$

Kokonaishäviö eli pakkojännitys jänneteräksissä aikavälillä 28 vrk...∞:

$$\text{alajänteet } \Delta\sigma_{\text{pscr}} := \Delta\sigma_{\text{psc0}} + \Delta\sigma_{\text{pr3}} \quad \Delta\sigma_{\text{pscr}} = -205.564 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjänteet } \Delta\sigma_{\text{pyscr}} := \Delta\sigma_{\text{psc0y}} + \Delta\sigma_{\text{pr3y}} \quad \Delta\sigma_{\text{pyscr}} = -213.739 \text{ MPa}$$

Jännevoiman muutos eli jänneteräksiin vaikuttava pakkobvoima

$$\text{alajänteet } \Delta P_3 := \Delta\sigma_{\text{pscr}} \cdot A_p \quad \Delta P_3 = -152.94 \text{ kN}$$

$$\text{yläjänteet } \Delta P_{3y} := \Delta\sigma_{\text{pyscr}} \cdot A_{py} \quad \Delta P_{3y} = -39.755 \text{ kN}$$

$$\text{Kokonaisvoima } \Delta P := \Delta P_3 + \Delta P_{3y} \quad \Delta P = -192.695 \text{ kN}$$

Lasketaan kuitenkin jännitykset uudelleen

ero edellä laskettuun vain 0.4 %

$$\Delta M_p := -\Delta P_3 \cdot (pp_{\alpha} - c_p) - \Delta P_{3y} \cdot (pp_{\alpha} - c_{py}) \quad \Delta M_p = 45.155 \text{ kNm}$$

Muunnettua poikkileikkausta kuormittaa voimasuureet $-\Delta P$ ja ΔM_p , josta aiheutuvat jännitykset:

Jännitykset voimasuureista $-\Delta P$ ja M_p :

alareunaan
$$\Delta\sigma_{ca} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p}{W_{ma\alpha}} \quad \Delta\sigma_{ca} = 3.538 \text{ MPa}$$

vetoa

alajänteiden kohdalle
$$\Delta\sigma_{cp} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp_\alpha - c_p)}{I_{m\alpha}} \quad \Delta\sigma_{cp} = 3.104 \text{ MPa}$$

yläjänteen kohdalle
$$\Delta\sigma_{cpy} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p \cdot (pp_\alpha - c_{py})}{I_{m\alpha}} \quad \Delta\sigma_{cpy} = -1.058 \text{ MPa}$$

yläreunaan
$$\Delta\sigma_{cy} := \frac{-\Delta P}{A_{m\alpha}} + \frac{\Delta M_p}{W_{my\alpha}} \quad \Delta\sigma_{cy} = -1.491 \text{ MPa}$$

Betonin jännitysresultantin muutos
$$\Delta N_c := \frac{(\Delta\sigma_{ca} + \Delta\sigma_{cy})}{2} \cdot b \cdot h - \Delta\sigma_{cp} \cdot A_p - \Delta\sigma_{cpy} \cdot A_{py} \quad \Delta N_c = 164.101 \text{ kN}$$

Betonin pitkäaikainen jännitys hetkellä ∞ ennen lyhytaikaista hyötykuormaa:

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca3} := \sigma_{ca2} + \Delta\sigma_{ca.pit} + \Delta\sigma_{ca} \quad \sigma_{ca3} = 0.576 \text{ MPa} \\ > 0 \text{ vetoa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy3} := \sigma_{cy2} + \Delta\sigma_{cy.pit} + \Delta\sigma_{cy} \quad \sigma_{cy3} = -12.515 \text{ MPa} \\ < 0.45 \cdot f_{ck} = 18 \text{ MPa}$$

Alajänteet:

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pe3} := \Delta\sigma_{cp} \cdot \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\sigma_{pe} = 3.024 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{p3} := \Delta\sigma_{pscr} + \Delta\sigma_{pe3} \quad \Delta\sigma_{p3} = -164.736 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{p6} := \sigma_{p4} + \Delta\sigma_{p3} \quad \sigma_{p6} = 1084.7 \text{ MPa}$$

$$< \sigma_{pmax0} = 1440 \text{ MPa}$$

Yläjänteet

$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{pye3} := \Delta\sigma_{cpy} \cdot \frac{E_p}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\sigma_{pye3} = -13.908 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_{py3} := \Delta\sigma_{pyscr} + \Delta\sigma_{pye3} \quad \Delta\sigma_{py3} = -227.646 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneteräksen jännitys} \quad \sigma_{py6} := \sigma_{py4} + \Delta\sigma_{py3} \quad \sigma_{py6} = 958.9 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänneterästen voima} \quad P_6 := \sigma_{p6} \cdot A_p + \sigma_{py6} \cdot A_{py} \quad P_6 = 985.4 \text{ kN}$$

$$\text{Teräsvoiman muutos} \quad \Delta P_4 := \Delta\sigma_{p3} \cdot A_p + \Delta\sigma_{py3} \cdot A_{py} \quad \Delta P_4 = -164.905 \text{ kN}$$

$$\text{Terästen voima} \quad P_3 := P_2 - \Delta P_2 \quad P_3 = 1172.1 \text{ kN}$$

$$\text{Tasapaino:} \quad \Delta P_4 + \Delta N_c = -0.805 \text{ kN}$$

Kutistuman ja viruman aiheuttama jännityshäviö on likimain:

$$\text{alajänteet} \quad \Delta\sigma_{psc} := \Delta\sigma_{p3} - \Delta\sigma_{pr3} \quad \Delta\sigma_{psc} = -135.849 \text{ MPa} \quad \text{lähes sama kuin edellä}$$

$$\text{alajänteet} \quad \Delta\sigma_{pscy} := \Delta\sigma_{py3} - \Delta\sigma_{pry3} \quad \Delta\sigma_{pscy} = -197.551 \text{ MPa} \quad \text{lähes sama kuin edellä}$$

Relaksaatiota laskettaessa on käytetty oikeata jännitysastetta, joten ei ei tarvitse enää korjata

Muodonmuutokset

$$\text{alapinta} \quad \Delta\varepsilon_{ca} := \frac{\Delta\sigma_{ca}}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\varepsilon_{ca} = 0.239\text{‰}$$

$$\text{yläpinta} \quad \Delta\varepsilon_{cy} := \frac{\Delta\sigma_{cy}}{E_{c\alpha}} \quad \Delta\varepsilon_{cy} = -0.101\text{‰}$$

$$\text{kaarevuus (käyritymä)} \quad \Delta\psi_3 := \frac{\Delta\varepsilon_{ca} - \Delta\varepsilon_{cy}}{h} \quad \Delta\psi_3 = 0.585 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Lisäksi otetaan huomioon vapaan viruman aiheuttama käyritymän muutos

Kaarevuus kimmoisista muodonmuutoksista heti laukaisun jälkeen

$$\text{Esijännitys} \quad \psi_p = -0.087 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{kaarevuus vapaasta virumasta} \quad \psi_{ccp} := \phi_{\text{lauk3}} \cdot \psi_p \quad \psi_{ccp} = -0.202 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Oma paino} \quad \psi_g = 0.033 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{kaarevuus vapaasta virumasta} \quad \psi_{ccg} := \phi_{\text{lauk3}} \cdot \psi_g \quad \psi_{ccg} = 0.076 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Jännityshäviö laukaisu...28 vrk:} \quad \Delta\psi_{2e} = 0.033 \frac{\text{‰}}{\text{m}} \quad \psi_{2cc} := \phi_{\text{havio}} \cdot \Delta\psi_{2e}$$

$$\psi_{2cc} = 0.07 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Pitkäaikainen hyötykuorma} \quad \psi_{g2} + \psi_2 \cdot \psi_q = 1.111 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\psi_{g2qcc} := \phi_{q3} \cdot (\psi_{g2} + \psi_2 \cdot \psi_q) \quad \psi_{g2qcc} = 1.909 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Taipuma

Taipumakerroin $\delta_{ap} := \frac{1}{8}$ kaarevuudelle $\Delta\psi$ sekä ψ_{ccp}

$\delta_{ag} := \frac{5}{48}$ omalle painolle ψ_{ccg}

Palkin taipuman muutos aikavälillä 28 vrk... ∞ :

$$\Delta a_2 := \left[\delta_{ap} \cdot (\psi_{ccp} + \psi_{2cc} + \Delta\psi_3) + \delta_{ag} \cdot (\psi_{ccg} + \psi_{g2qcc}) \right] \cdot L^2 \quad \Delta a_2 = 10.701 \text{ mm}$$

Palkin taipuma pitkäaikaiskuormituksella hetkellä $t=\infty$

$$a_3 := a_2 + \Delta a_2$$

$$a_3 = -0.704 \text{ mm}$$

Pitkäaikaiset häviöt yhteensä

alajänteet

ennen laukaisua	$\Delta\sigma_{p1} = -32.737 \text{ MPa}$	n. 11 % häviöistä, josta n. puolet lämpökäsittelystä
laukaisusta...28 vrk	$\Delta\sigma_{p2} := \frac{\Delta P_{csr}}{A_p}$	$\Delta\sigma_{p2} = -40.89 \text{ MPa}$ n. 15 % häviöistä
28 vrk...∞	$\Delta\sigma_{p3o} := \Delta\sigma_{pscr}$	$\Delta\sigma_{p3o} = -205.564 \text{ MPa}$ n. 74 % häviöistä
Kokonaishäviö	$\Delta\sigma_p := \Delta\sigma_{p1} + \Delta\sigma_{p2} + \Delta\sigma_{p3o}$	$\Delta\sigma_p = -279.191 \text{ MPa}$ n. 20,7 % alkujännityksestä 1350 MPa
Esijännitys	$\sigma_{p\infty} := \sigma_{pmax} + \Delta\sigma_p$	$\sigma_{p\infty} = 1070.8 \text{ MPa}$

yläjänteet

ennen laukaisua	$\Delta\sigma_{py1} = -24.582 \text{ MPa}$	n. 9 % häviöistä
laukaisusta ... 28 vrk	$\Delta\sigma_{py2} := \frac{\Delta P_{csry}}{A_{py}}$	$\Delta\sigma_{py2} = -34.833 \text{ MPa}$ n. 13 % häviöistä
28 vrk...∞	$\Delta\sigma_{py3o} := \Delta\sigma_{pyscr}$	$\Delta\sigma_{py3o} = -213.739 \text{ MPa}$ n. 78 % häviöistä
Kokonaishävö	$\Delta\sigma_{py} := \Delta\sigma_{py1} + \Delta\sigma_{py2} + \Delta\sigma_{py3o}$	$\Delta\sigma_{py} = -273.154 \text{ MPa}$ n. 22,8 % alkujännityksestä 1200 MPa
Esijännitys	$\sigma_{py\infty} := \sigma_{pymax} + \Delta\sigma_{py}$	$\sigma_{py\infty} = 926.8 \text{ MPa}$

Muuttuvan kuorman lyhytaikainen osuus

Jännitykset muuttuvan kuorman lyhytaikaisesta osuudesta

alapinta $\Delta\sigma_{caq.lyh} := (\psi_1 - \psi_2) \cdot \sigma_{caq}$

$\Delta\sigma_{caq.lyh} = 0.747 \text{ MPa}$

yläpinta $\Delta\sigma_{cyq.lyh} := (\psi_1 - \psi_2) \cdot \sigma_{cyq}$

$\Delta\sigma_{cyq.lyh} = -0.766 \text{ MPa}$

Betoin jännitykset lopputilassa

alapinta $\sigma_{ca\infty} := \sigma_{ca3} + \Delta\sigma_{caq.lyh}$

$\sigma_{ca\infty} = 1.323 \text{ MPa}$

$< f_{ctm} = 3.513 \text{ MPa}$

yläpinta $\sigma_{cy\infty} := \sigma_{cy3} + \Delta\sigma_{cyq.lyh}$

$\sigma_{cy\infty} = -13.28 \text{ MPa}$

Käytetään EC2:n kaavaa 5.46, jossa on osoittajassa relaksaatio mukana. Lasketaan relaksaatio ilman kutistuman ja viruman vaikutusta (ei oteta huomioon $0.3 \Delta\sigma_{p.sc}$). Kutistuman ja viruman vaikutus otetaan huomioon likimääräisesti kertoimella 0.8.

Aikavälin teräsjännitys, jota käyttäen lasketaan relaksaatio

alajänniteet $\sigma_{p4} = 1249.5 \text{ MPa}$

yläjänniteet $\sigma_{py4} = 1186.5 \text{ MPa}$

Aikavälin alussa olevat teräsjännitykset σ_{p4} ja σ_{py4} sisältävät edellisten aikavälien relaksaatiot. Lisätään keskimääräisiin jännityksiin aikaisemmin tapahtuneet relaksaatiot:

Jännitys, jolla relaksaatio lasketaan:

alajänniteet $\sigma_{p5korj1} := \sigma_{p4} - \Delta\sigma_{pr.aik}$ $\sigma_{p5korj1} = 1264 \text{ MPa}$

yläjänniteet $\sigma_{py5korj1} := \sigma_{py4} - \Delta\sigma_{pry.aik}$ $\sigma_{py5korj1} = 1196.9 \text{ MPa}$

Alajänteet:

Lasketaan ekvivalentti aika, jolla saadaan sama aikaisempi relaksaatio, jos alajänteiden jännitys olisi alusta alken ollut $\sigma_{p5korj1}$:

$$\text{Jännitysaste } \mu := \frac{\sigma_{p5korj1}}{f_{pk}} \quad \mu = 0.702$$

$$t_{e21} := \left(\frac{\Delta\sigma_{pr.aik} \cdot 10^3}{-0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \sigma_{p5korj1}} \right)^{\frac{1}{[0.75 \cdot (1-\mu)]}} \cdot 1000 \cdot \text{hour} \quad t_{e21} = 2073 \text{ hour}$$

Relaksaatio alusta lopputilaan n. 57 v = 500000·hour

Ekvivalentti aika $t_{e21} + (500000 \cdot \text{hour} - t_q) = 501401 \text{ hour}$

$$\Delta\sigma_{pr31} := -0.66 \cdot \rho_{1000} \cdot e^{9.09 \cdot \mu} \cdot \left[\frac{t_{e21} + (500000 \cdot \text{hour} + t_q)}{1000 \cdot \text{hour}} \right]^{0.75 \cdot (1-\mu)} \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{p5korj1}$$

$$\Delta\sigma_{pr31} := \Delta\sigma_{pr31} - \Delta\sigma_{pr.aik} \quad \Delta\sigma_{pr31} = -35 \text{ MPa}$$

Käytetään EC2:n kaavaa 5.46:

$$\text{alajänteet } \Delta\sigma_{pscr} := \frac{(\varepsilon_{ccp} + \varepsilon_{cs28...}) \cdot E_p + 0.8 \cdot \Delta\sigma_{pr31}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left[1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot (p_c - c_p)^2 \right] \cdot (1 + 0.8 \cdot \phi_{q3})}$$

$$\Delta\sigma_{pscr} = -172.462 \text{ MPa}$$

Edellä saatiin relaksaatioksi $\Delta\sigma_{pr3} = -28.886 \text{ MPa}$

mikä on lähellä arvoa $0.8 \cdot \Delta\sigma_{pr31} = -27.99 \text{ MPa}$

Edellä alajänteiden häviöksi ko. aikavälillä saatiin $\Delta\sigma_{p3} = -164.736 \text{ MPa}$

eli ero edellä laskettuun noin 5 %.

$$\text{Kaavan 5.46 osoittaja } [(\varepsilon_{ccp} + \varepsilon_{cs28...}) \cdot E_p + 0.8 \cdot \Delta\sigma_{pr31}] \cdot A_p = -152.273 \text{ kN}$$

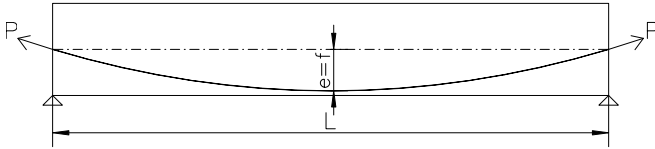
vastaa alajänteiden jännityshäviöiden aiheuttamaa pakkovoimaa $\Delta P_3 = -152.94 \text{ kN}$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Jännevoiman vaikutus voimasuureisiin

Jännevoiman vaikutus voimasuureisiin

Yksiaukkoinen vapaasti tuettu palkki



Jännevoiman epäkeskisyyden e noudattaa paraabelia $y(x) = f \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{L/2} \right)^2 \right]$

Jännevoiman aiheuttama momenttipinta on paraabeli $M_p(x) = -P \cdot e(x)$

Jännevälillä keskellä $M_p = -P \cdot f$

Tasainen kuorma u aiheuttaa paraabelinmuotoisen momenttipinnan, jonka maksimimomentti on

$$M = \frac{u \cdot L^2}{8}$$

⇒ Paraabelinmuotoisen jännevoiman ohjausvoima vastaa ylöspäin vaikuttavaa tasaista kuormaa

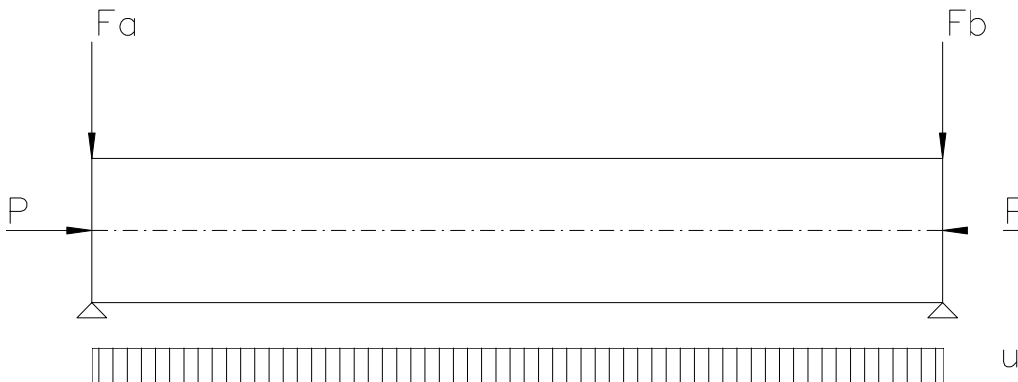
$$M_p = -P \cdot f = M = \frac{u \cdot L^2}{8} \Rightarrow u = \frac{-8 \cdot P \cdot f}{L^2}$$

Tuella paraabelikaaren derivaatta $y' = \frac{4 \cdot f}{L}$

⇒ Jännevoiman pystykomponentti $F_a = F_b = P \cdot \frac{4 \cdot f}{L} = u \cdot \frac{L}{2}$

kumoaa tasapinottava kuorman u aiheuttaman leikkausvoiman: $F_a + F_b + u \cdot L = 0$

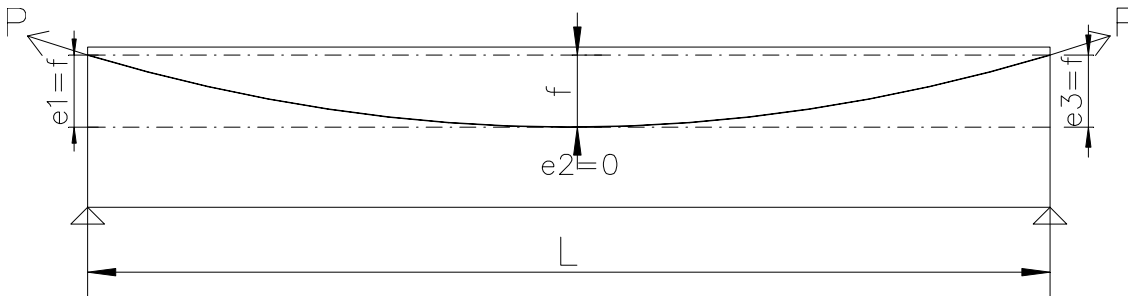
Jännevoiman kanssa staattisesti samanarvoiset korvikevoimat:



$$u = -8Pf/L^2$$

Nostetaan jännekaapelin sijaintia f :n verran ylöspäin siten, että eoakeskisyyden $L/2$:n kohdalla on $e_2 = e(L/2) = 0$ ja päissä epäkeskisyydet ovat: $e_1 = e(0) = f$ ja $e_3 = e(L) = f$.

Jänteen geometria on muuten sama kuin edellä



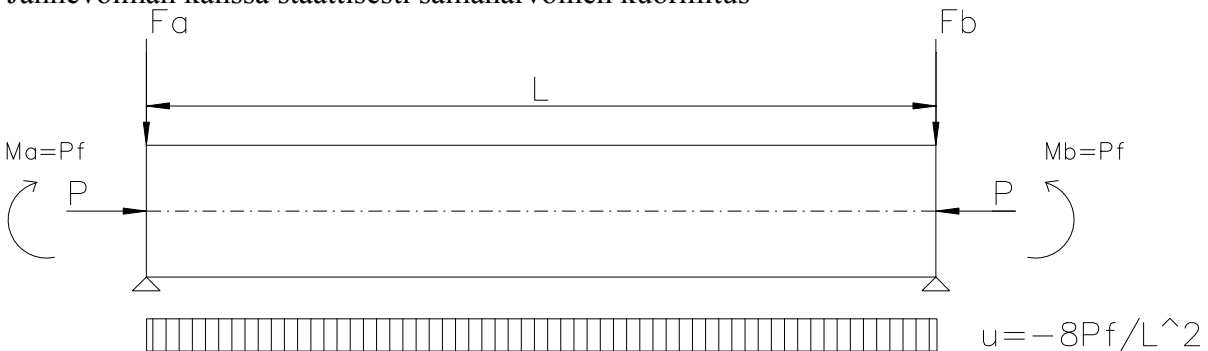
Paraabelin yhtälö $y(x) = f \cdot \left(\frac{x}{L/2}\right)^2$

Paraabelin toinen derivaatta $y'' = \frac{8 \cdot f}{L^2}$

Ohjausvoimaa vastaava tasapainottava kuorma $u = -\frac{8 \cdot P \cdot f}{L^2}$

Päissä jännevoiman epäkeskisyyden e_1 ja $e_2 \Rightarrow$ päissä vaikuttavat momentit $M_a = P \cdot e_1 = P \cdot f$
 $M_b = P \cdot e_2 = P \cdot f$

Jännevoiman kanssa staattisesti samanarvoinen kuormitus



Tasapaino: $F_a + F_b + uL = 0$

Momentti jännevälillä keskellä $M = \frac{u \cdot L^2}{8} + \frac{M_a + M_b}{2} = \frac{-8 \cdot P \cdot f \cdot L^2}{8 \cdot L^2} + \frac{P \cdot f + P \cdot f}{2} = 0$

\Rightarrow jännevoiman epäkeskisyyden $e_2 = 0$

Kiertymä tuella vapaasti tuetussa palkissa:

$$\text{tasainen kuorma } u = -\frac{8 \cdot f}{L^2} \quad \alpha_{01} = \frac{u \cdot L^3}{24 \cdot EI} = \frac{-P \cdot f \cdot L}{3 \cdot EI}$$



$$\text{päätymomentit } M_a = M_b = P f \quad \alpha_{02} = \frac{M_a \cdot L}{2 \cdot EI} = \frac{P \cdot f \cdot L}{2 \cdot EI}$$

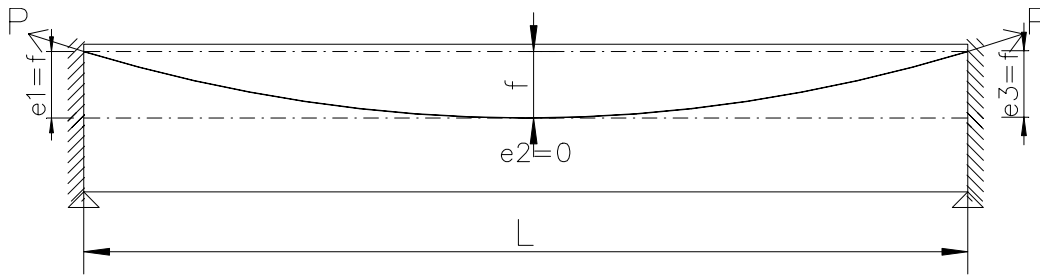


kiertymä yhteensä

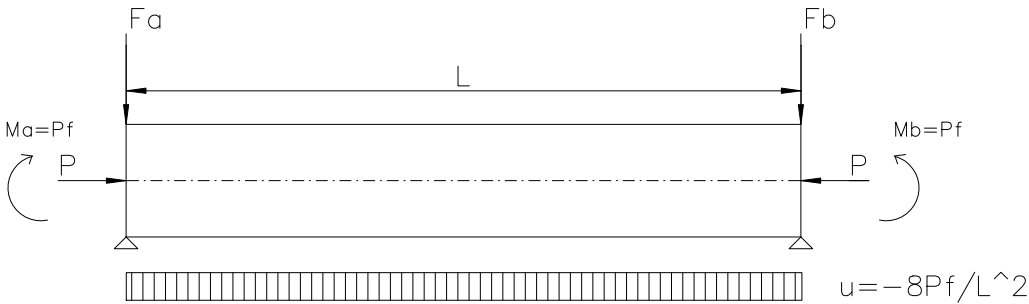
$$\alpha_0 = \alpha_{01} + \alpha_{02} = \frac{u \cdot L^3}{24 \cdot EI} + \frac{M_a \cdot L}{2 \cdot EI} = \frac{L}{2 \cdot EI} \left(\frac{u \cdot L^2}{12} + M_a \right) = \frac{L}{3 \cdot EI} \left(\frac{u \cdot L^2}{8} + \frac{3}{2} \cdot M_a \right) = \frac{L}{3 \cdot EI} \cdot \left(-P \cdot f + \frac{3}{2} \cdot P \cdot f \right) = \frac{P \cdot f}{2} \cdot \frac{L}{3 \cdot EI}$$



Molemmista päistään jäykästi kiinnitetty palkki



Tasapainottavat ohjausvoimat kuten edellä:



Ohjausvoimien aiheuttama kiertymä tuella vapaasti tuetussa palkissa $\alpha_0 = \frac{L}{2 \cdot EI} \left(\frac{u \cdot L^2}{12} + M_a \right)$

Jäykkä kiinnitys => kiertymä tuella $\alpha = 0$

⇒ momentti ΔM , joka kumoaa kiertymän α_0 :

$$\alpha_1 = \frac{\Delta M \cdot L}{2 \cdot EI}$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 = \frac{L}{2 \cdot EI} \left(\frac{u \cdot L^2}{12} + M_a \right) + \frac{\Delta M \cdot L}{2 \cdot EI} = 0$$

$$\Delta M = - \left(\frac{u \cdot L^2}{12} + M_a \right) = - \left(\frac{-8 \cdot P \cdot f \cdot L^2}{12 \cdot L^2} + P \cdot f \right) = - \left(\frac{2}{3} \cdot P \cdot f + P \cdot f \right) = - \frac{P \cdot f}{3}$$

Kokonaismomentti tuella $M_{ta} = M_{tb} = - \frac{u \cdot L^2}{12} = \frac{2}{3} \cdot P \cdot f = -\alpha_0 \cdot \frac{2 \cdot EI}{L}$

Kokonaismomentti vastaa päistään jäykästi kiinnitetyn palkin tukimomenttia tasaisesta kuormasta u.

Jännevoiman epäkeskisyyden aiheuttama momentti $M_a = M_b = P \cdot f$

$$\Delta M_a = M_{ta} - M_a = - \frac{P \cdot f}{3}$$

Sekundäärimomentti

$$\Delta M_b = M_{tb} - M_b = - \frac{P \cdot f}{3}$$

Sekundäärimomentti aiheutuu siitä, että jännevoiman kentässä olevan epäkeskisyyden aiheuttama kiertymä tuella eroaa jännevoiman tuella olevan epäkeskisyyden aiheuttamasta kiertymästä.

Jos kiertymät olisivat yhtäsuuret sekundäärimomentti $\Delta M=0$

(tuella $e_1=e_3 = 2/3 f$; kentässä $e_2 = 1/3 f$; nuolikorkeus $f = \frac{e_1 + e_3}{2} + e_2$)

Momentti kentän keskellä

$$M = \frac{u \cdot L^2}{8} + \frac{M_a + M_b}{2} + \frac{\Delta M_a + \Delta M_b}{2} = \frac{-8 \cdot P \cdot f \cdot L^2}{8 \cdot L^2} + \frac{P \cdot f + P \cdot f}{2} + \frac{-\frac{P \cdot f}{3} - \frac{P \cdot f}{3}}{2} = \frac{P \cdot f}{3} = \frac{u \cdot L^2}{24}$$

$\frac{u \cdot L^2}{8}$ on vapaasti tuetun palkin momentti ohjausvoimasta u

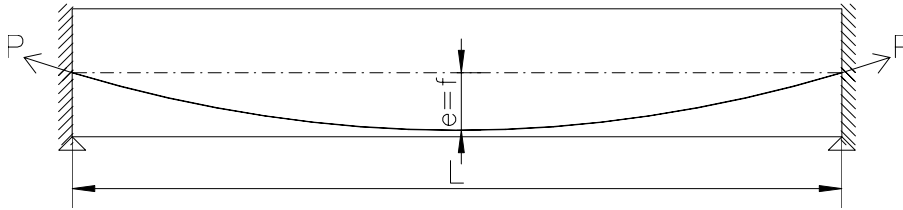
$\frac{u \cdot L^2}{24}$ on molemmista päistään jäykästi kiinnitetyn palkin kenttämomentti tasaisesta kuormasta u

Vaikka epäkeskisyyden $e_2 = 0$ kentässä, niin jännevoimasta aiheutuu kenttään momenttia.

Jäykästi kiinnitetyn palkin tukimomentin vaikutus kenttään:

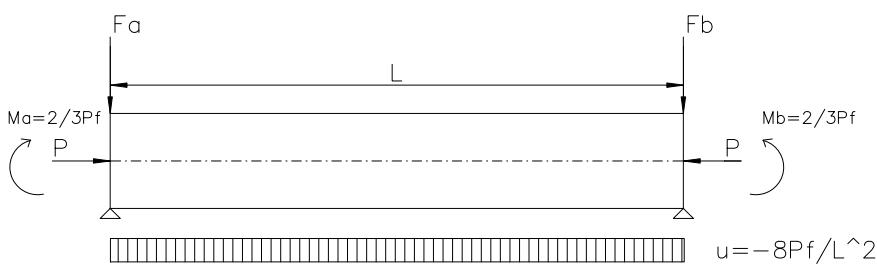
$$\frac{M_a + M_b}{2} + \frac{\Delta M_a + \Delta M_b}{2} = -\frac{2}{3} \cdot P \cdot f = -\frac{u \cdot L^2}{12}$$

Tarkastellaan jäykästi kiinnitettyä palkkia, jossa jännekaapelin epäkeskeisyydet päissä ovat $e_1=e_2=0$



$$\text{Tasapainottava ohjausvoima } u = -\frac{8 \cdot P \cdot f}{L^2}$$

Tasapainottavat ohjausvoimat kuten edellä:



Ohjausvoimien aiheuttama kiertymä tuella A vapaasti tuetussa palkissa $\alpha_0 = \frac{u \cdot L^3}{24 \cdot EI}$

Kun kiinnitetyllä tuella kiertymä = 0, niin kiertymän kumoava momentti tuella A ja B

$$M_{t_a} = \frac{-2 \cdot EI \cdot \alpha_0}{L} = -\frac{u \cdot L^2}{12} = \frac{2}{3} \cdot P \cdot f$$

Koska epäkeskisyys tuilla $e_1 = e_3 = 0$, niin sekundäärimomentti on

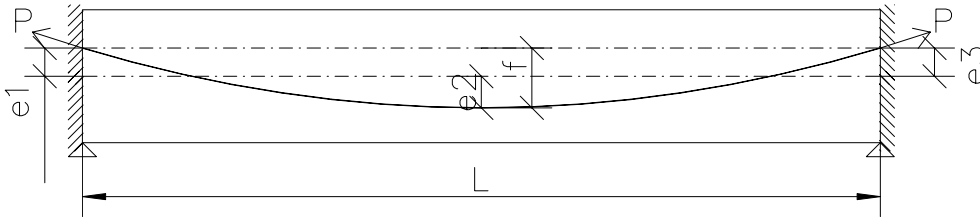
$$\begin{aligned} \Delta M_a &= \frac{2}{3} \cdot P \cdot f \\ \Rightarrow \Delta M_b &= \frac{2}{3} \cdot P \cdot f \end{aligned}$$

Momentti kentän keskellä

$$M = \frac{u \cdot L^2}{8} + \frac{\Delta M_{a,sek} + \Delta M_{b,sek}}{2} = -P \cdot f + \frac{2}{3} \cdot P \cdot f = -\frac{P \cdot f}{3} = \frac{u \cdot L^2}{24}$$

vastaa jäykästi kiinnitetyn palkin kenttämomenttia tasaisesta kuormasta u.

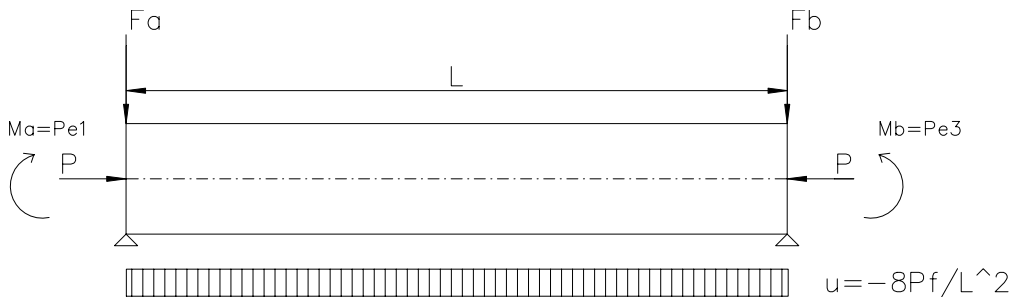
Tarkastellaan jäykästi kiinnitettyä palkkia, jossa jännekaapelin epäkeskeisyydet päissä ovat $e_1=e_3 > 0$



$$\text{Nuolikorkeus } f = e_2 + \frac{e_1 + e_2}{2}$$

$$\text{Tasapainottava ohjausvoima } u = -\frac{8 \cdot P \cdot f}{L^2}$$

Tasapainottavat ohjausvoimat:



Ohjausvoimien aiheuttama kiertymä tuella A vapaasti tuetussa palkissa

$$\alpha_0 = \frac{L}{2 \cdot EI} \left(\frac{u \cdot L^2}{12} + \frac{2 \cdot M_a + M_b}{3} \right) = \frac{L}{2 \cdot EI} \left(-\frac{2}{3} \cdot P \cdot f + \frac{P \cdot (2 \cdot e_1 + e_3)}{3} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta M_a = \frac{2}{3} \cdot P \cdot f - P \cdot e_1$$

$$\Delta M_b = \frac{2}{3} \cdot P \cdot f - P \cdot e_2$$

$$\text{Kokonaismomentti tuella A } M_{ta} = \frac{2}{3} \cdot P \cdot f = -\frac{u \cdot L^2}{12}$$

$$\text{Sekundäärimomentti } \Delta M_{a,sek} = M_{ta} - M_a = \frac{2}{3} \cdot P \cdot f - P \cdot e_1$$

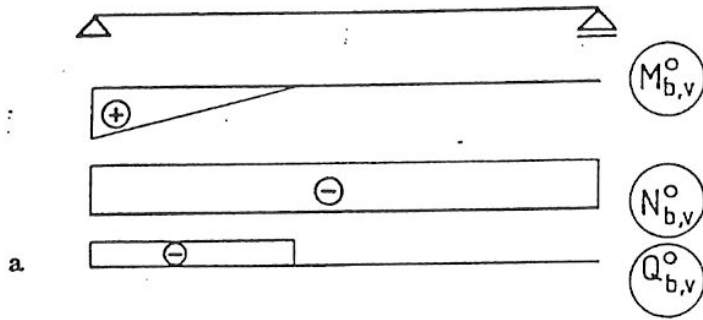
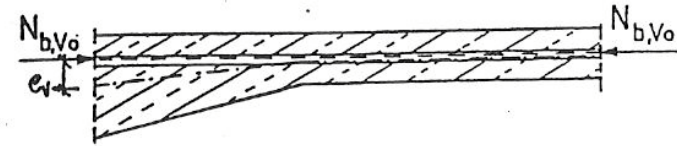
Momentti kentän keskellä

$$M = \frac{u \cdot L^2}{8} + \frac{M_{ta} + M_{tb}}{2} + \frac{\Delta M_{a,sek} + \Delta M_{b,sek}}{2} = -P \cdot f + \frac{P \cdot (e_1 + e_2)}{2} + \frac{2}{3} \cdot P \cdot f - \frac{P \cdot (e_1 + e_2)}{2} = -\frac{P \cdot f}{3} = \frac{u \cdot L^2}{24}$$

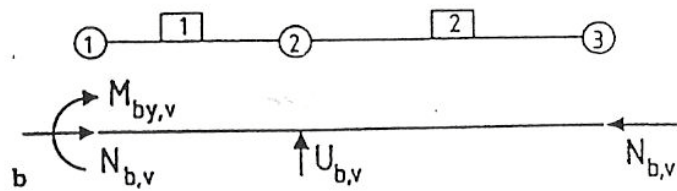
vastaa jäykästi kiinnitetyn palkin kenttämomenttia tasaisesta kuormasta u.

OHJAUSVOIMAT TAITEKOHDISSA

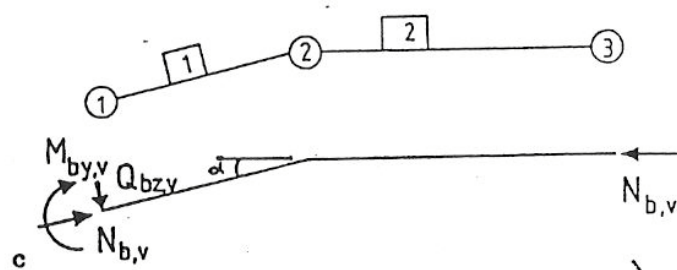
VIIISTEEN KOHDALLA:



JÄNNEVOIMAN
VOIMASUURET



YKSINKERTAINEN MALLI



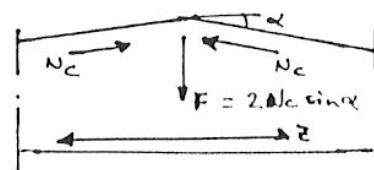
TARKENNETTU MALLI

$$U_{b,v} = N_{b,v} \cdot \sin \alpha$$

$$M_{b,v} = N_{b,v} \times e_v$$



Vertaa esim. karjapalkin harjan nostovoima:



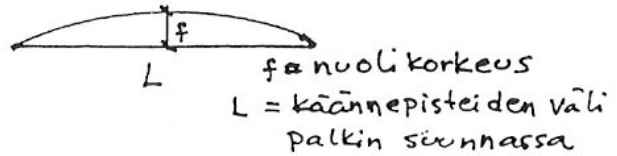
OHJAUSVOIMAT JÄNTEEN KAAREVUUDESTA

$$u(x) = V z''(x)$$

- YMPYRÄNKAARI: $u(x) = V/R$



- PARAABELI: $u(x) = \frac{8fV}{L^2}$



tai derivoimalla:

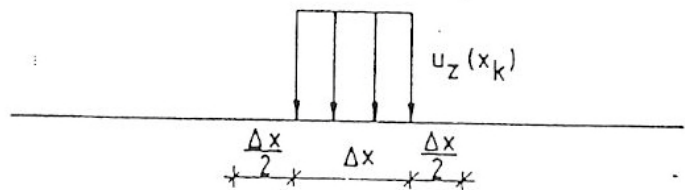
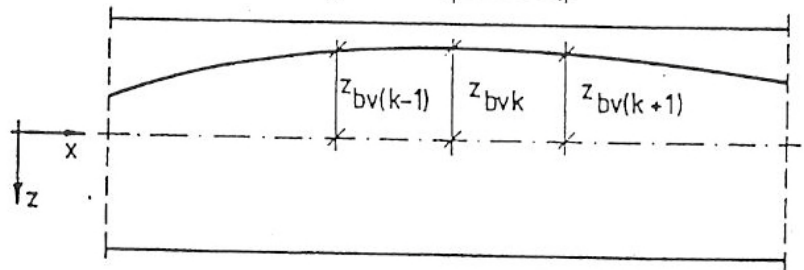
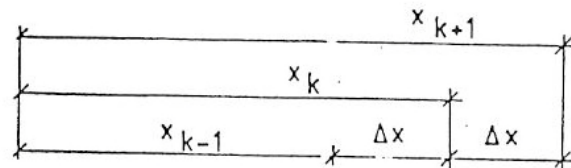
$$z = ax^2$$

$$z'' = 2a \Rightarrow \underline{u = V 2a}$$

- JÄNNE MÄÄRITELLÄÄN KORKEUSASEMIEN AVULLA:

Differenssimenetelmä:

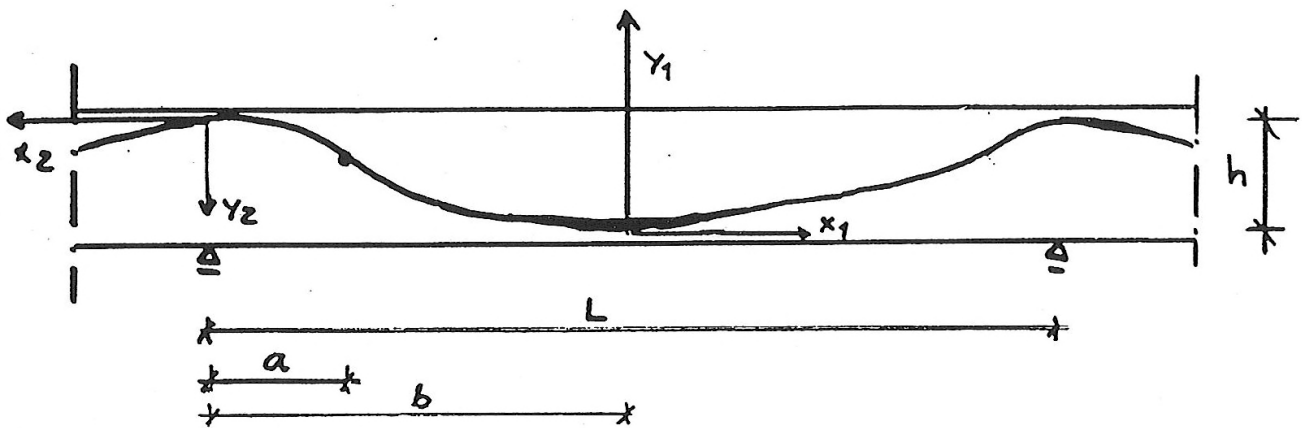
$$\underline{u(x) = \frac{V}{\Delta x^2} (z_{bv(k-1)} - 2z_{bv(k)} + z_{bv(k+1)})}$$



JOS KITKA OTETAAN HUOMIOON $V \rightarrow V(x)$

(differenssimenetelmässä $V(x_k)$)

PARAABELIGEOMETRIA JATKUVASSA PALKISSA



KOORDINAATISTOT: TUELLA $x_2 - y_2$ KENTÄSSÄ $x_1 - y_1$

$y_1 + y_2 = h$ ja $y_1' = y_2'$ (jatkuvuusehdot käänne pisteessä)

paraabelin kaava $y = kx^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1(b-a)^2 + k_2 a^2 = h \\ 2k_1(b-a) - 2k_2 a = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{h}{b(b-a)} \\ k_2 = \frac{h}{ba} \end{cases}$$

~~tuella~~ tuen paraabeli $y_2 = \frac{h}{ba} x_2^2$

ohjausvoima $U_2 = \frac{2hP}{ba}$

~~tuella~~ kentän paraabeli $y_1 = \frac{h}{b(b-a)} x_1^2$

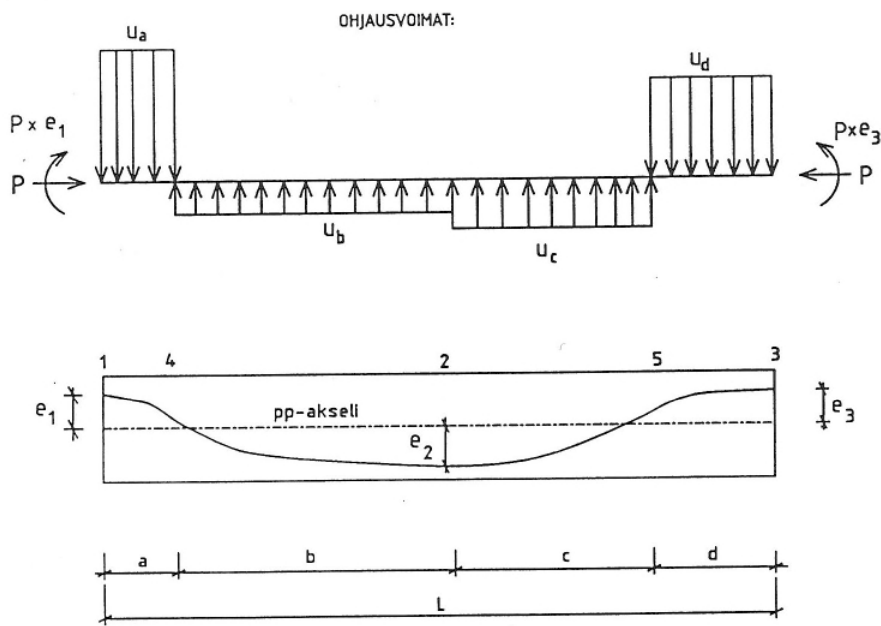
ohjausvoima $U_1 = \frac{2hP}{b(b-a)}$

Jos $a = h$, $h = L/20$ ja $b = L/2$ saadaan

~~tuella~~ tuella kentässä $y_2 = 2x_2^2/L$ ja $U_2 = 4P/L$

~~tuella~~ kentän tuella $y_1 = 2x_1^2/9L$ ja $U_1 = 4P/9L$

YLEINEN TAPAUSET:



$$U_a = - \frac{2P(e_1 + e_2)}{a(a + b)}$$

$$U_b = - \frac{2P(e_1 + e_2)}{b(a + b)}$$

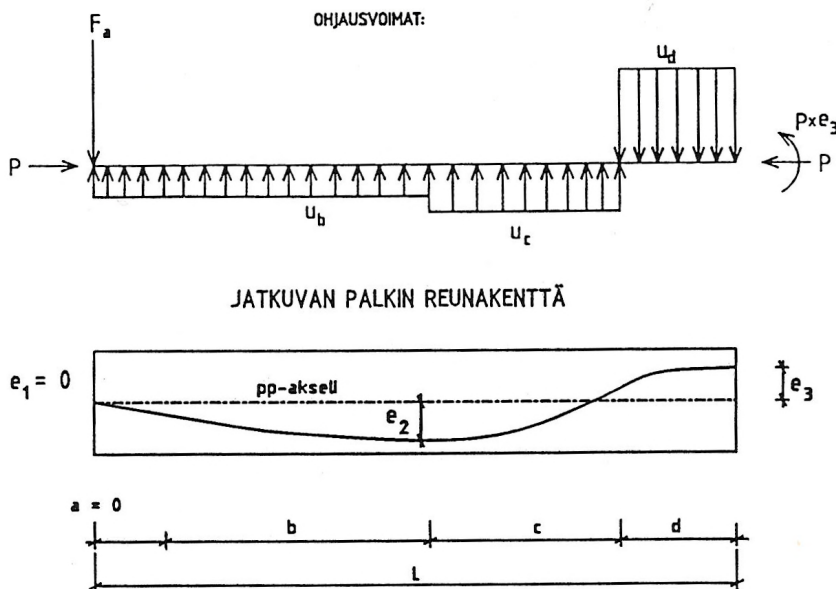
$$U_c = - \frac{2P(e_2 + e_3)}{c(c + d)}$$

$$U_d = - \frac{2P(e_2 + e_3)}{d(c + d)}$$

Paraabelijänteet

- tangenttipisteet 1, 2 ja 3
- käänne pisteet 4 ja 5
- jännevoima = P

TSP - SÄÄNTÖ: $\begin{cases} U_a \times a = U_b \times b \\ U_c \times c = U_d \times d \end{cases}$



$$F_a = - \frac{2P(e_1 + e_2)}{(a + b)} = - \frac{2Pe_2}{b}$$

$$U_b = + \frac{2P(e_1 + e_2)}{b(a + b)} = + \frac{2Pe_2}{b^2}$$

$$U_c = + \frac{2P(e_2 + e_3)}{c(c + d)}$$

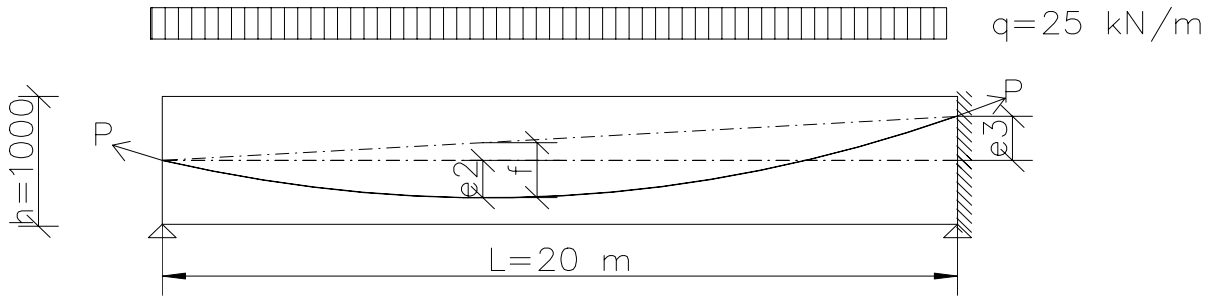
$$U_d = - \frac{2P(e_2 + e_3)}{d(c + d)}$$

Jos mikä tahansa osa-alue on =0, korvataan se pistevoimalla F.

Tasapainosääntö: $F_a + b \cdot u_b = 0$
 $c \cdot u_c + d \cdot u_d = 0$

Esim.

Tarkastellaan toisesta päästään vapaasti tuettua ja toisesta päästä jäykästi kiinnitettyä palkkia (esim. 2-aukkoisen palkin reunakenttä).



Palkin jänneväli $L=20$ m , palkki $h=1,0$ $b=0.5$ m

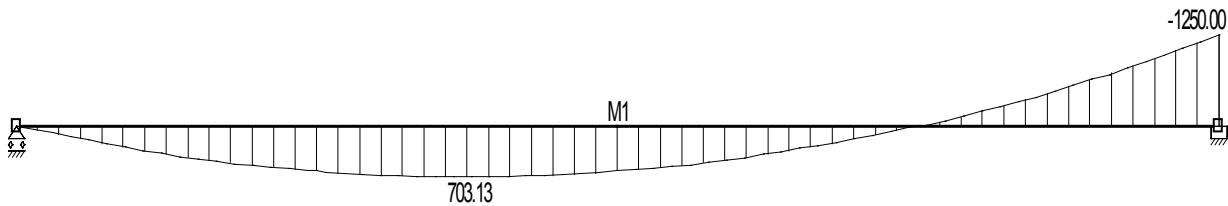
Päätetään, että palkin kuormituksesta tasapainotetaan kuormaa $g=25$ kN/m vastaava osa.

Momentti kuormasta $g = 25$ kN/m:

Max. kenttämomentti $M_k = 703.1$ kNm kohdassa $x_{\max} = 7,5$ m vapaalta tuelta

$M_m = 625$ kNm kohdassa $x=L/2=10$ m

Tukimomentti $M_t = -1250$ kNm



Oletetaan jännevoimaksi $P=2000$ kN

Kun jännevoiman aiheuttama tasapainottava ohjausvoima on $u=-25$ kN/m, niin jännekaapelin kulku noudattaa kuorman g aiheuttaman momenttipinnan muotoa ja sekundäärimomentti $=0$. Jännevoiman aiheuttama momenttipinta on $M=-P e$

Oletetaan jännevoimaksi $P=2500$ kN

Epäkeskisyydet: vapaalla tuella

$$e_1=0$$

$$\text{max. momentin kohdalla } x_{\max} = 7,5 \text{ m: } e_2 = -703/-2500 = 0,2813 \text{ m}$$

$$x=L/2=10 \text{ m } e_m = -625/-2500 = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{välituella } e_3 = -1250/-2500 = 0.5 \text{ m}$$

Alin kohta $x=7,5$ m \Rightarrow $a=0$ $b=7,5$ m $c=20-7,5=12,5$ m $d=0$

Nuolikorkeus $f = e_m + (e_1+e_2) = 0.25+0.5/2=0.5$ m $= [M_m+(M_{ta}+M_{tb})/2]/P=(625+1250/2)/2500$

Tarvittava jännekaapelin nuolikorkeus riippuu jännevoimasta. Jos $P=2000$ kN olisi $f=0,625$ m

Vaadittava palkin minimikorkeus, kun $P=2500$ kN:

Oletetaan jännekaapelin keskiöetäisyydeksi reunasta $c=0,1$ m $\Rightarrow h > 2 \cdot (0,5+0,1)$ m = 1,2 m

Jännevoimalla $P=2000$ kN $h > 1,45$ m

$$F_a = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{b} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot 0,28125}{7,5} = 187,5 \text{ kN}$$

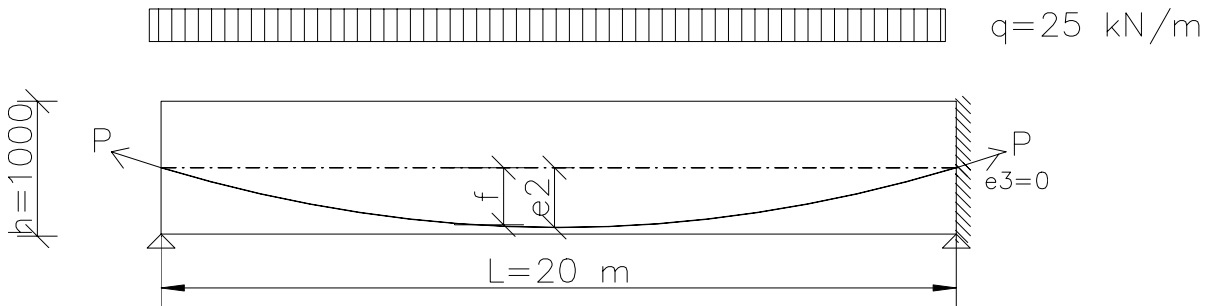
$$u_b = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{b^2} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot 0,28125}{7,5^2} = -25 \text{ kN/m}$$

Ohjausvoimat:

$$u_c = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c^2} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot (0,28125 + 0,5)}{12,5^2} = -25 \text{ kN/m}$$

$$F_d = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot (0,28125 + 0,5)}{12,5} = 312,5 \text{ kN}$$

Siirretään jännevoiman asemaa siten, että jännevoiman päätepisteiden välistä suoraa kiertetään reunatuella olevan ankkurin ympäri alaspäin kulman $\alpha = e_3/L$ verran siten, että epäkeskisyydeksi kiinnitetyllä tuella tulee $e_3 = 0$. Jännevoiman muodostaman kaaren muoto ja kaarevuus pysyvät samana.



Epäkeskisyydet: vapaalla tuella $e_1 = 0$

$$\text{kohdassa } x = 7,5 \text{ m} \quad e_2 = 0,2813 + 0,5 \cdot 7,5/20 = 0,4688 \text{ m}$$

$$\text{kohdassa } x = 10 \text{ m} \quad e_m = 0,25 + 0,5/2 = 0,5 \text{ m}$$

$$\text{kiinnitetyllä tuella} \quad e_3 = 0$$

Koska jännevoiman kaarevuus on pysynyt samana, on jännevoiman aiheuttama ohjausvoima $u = -25 \text{ kN/m}$ ja ohjausvoiman aiheuttamat momentit samoja kuin edellä.

$$\text{Alin kohta } x = 10 \text{ m} \Rightarrow e_2 = e_m \Rightarrow a = 0 \quad b = 10 \text{ m} \quad c = 10 \text{ m} \quad d = 0$$

Nuolikorkeus $f = 0,5 + 0/2 = 0,5 \text{ m}$ sama kuin edellä

$$F_a = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{b} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot 0,5}{10} = 250 \text{ kN}$$

$$u_b = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{b^2} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot 0,5}{10^2} = -25 \text{ kN/m}$$

Ohjausvoimat:

$$u_c = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c^2} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot (0,5 + 0)}{10^2} = -25 \text{ kN/m}$$

$$F_d = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c} = -\frac{2 \cdot 2500 \cdot (0,5 + 0)}{10} = 250 \text{ kN}$$

Jännevoiman aiheuttama momentti kuten edellä.

Sekundäärimomenttia tulee, koska jännekaapelin kulku ei yhdy ohjausvoimaa vastaavaan kuorman momenttipintaan.

$$\text{Sekundäärimomentti: kohdassa } x = 7,5 \text{ m} \quad \Delta M = -703,1 + 2500 \cdot 0,4688 = 468,8 \text{ kNm}$$

$$\text{kohdassa } x = 10 \text{ m} \quad \Delta M = -625 + 2500 \cdot 0,5 = 625 \text{ kNm}$$

$$\text{kiinnitetyllä tuella} \quad \Delta M = 1250 \text{ kNm}$$

$$\text{Tarvittava palkin korkeus: } h > 2 \cdot (0,5 + 0,1) = 1,2 \text{ m}$$

Sekundäärimomenttia tulee, koska jännekaapelin kulku ei yhdy ohjausvoimaa vastaavan kuorman momenttipintaan.

Sekundäärimomentti: kohdassa $x=7,5$ m $\Delta M = -703,1 + 2500 \cdot 0,34 = 146,9$ kNm

kohdassa $x= 10$ m $\Delta M = -625 + 2500 \cdot 0,5 = 196,3$ kNm

kiinnitetyllä tuella $\Delta M = 1250 - 2500 \cdot 0,3431 = 392,3$ kNm

Tarvittava palkin korkeus: $h > 2 \cdot (0,343 + 0,1) = 0,886$ m

Jos jännevoima olisi $P=2000$ kN tarvittava palkin korkeus $h > 1,110$ m

Tasapainotettavan kuorman suuruus

Lähdetään liikkeelle käyttötilan vaatimuksista:

- betonin sallittu vetojännitys pitkä- ja lyhytaikaisella kuormalla

Jännitys vedetyllä reunalla: $\sigma_c = \frac{-P}{A} + \frac{M_k + M_{tas}}{W} \leq \sigma_{ct,sall}$

M_k on käyttötilan momentti pitkä- tai lyhytaikaisella kuormitusyhdistelmällä

M_{tas} on jännevoimasta aiheutuva momentti (eri merkinen kuin kuorman aiheuttaman momentti)

$\sigma_{ct,sall}$ on sallittu betonin vetojännitys pitkä- tai lyhytaikaisella kuormitusyhdistelmällä;

esim. vetojännitysraja $\sigma_{ct,sall} = 0$

halkeaman muodostumisraja $\sigma_{ct,sall} = f_{ctm}$

Jos sallitaan halkeilua, voidaan alustavassa tarkastelussa jännevoimaa valittaessa käyttää

$\sigma_{ct,sall} > f_{ctm}$

Haetaan tasapainottava momentti M_{tas} siten, että ehto toteutuu

Jännevoiman aiheuttama tasapainottava momentti voidaan lausua epäkeskisyyden e ja jännevoiman P avulla.

Kuormituksen aiheuttama momenttipinnan M_k avulla voidaan määrittää eri kohtien epäkeskisyyksien suhteille sekä epäkeskisyyksille arvot.

Otetaan huomioon jänteille ja suojaputkille vaadittavat betonipeitteet ja palkin korkeus => epäkeskisyydet e .

Otetaan huomioon jänteen minimitaivutussäde => vastapyöristys välituella

Saadaan jänteen geometria.

Lasketaan epäkeskisyyksien avulla ohjausvoimat $u(P)$ jännevoiman P funktiona.

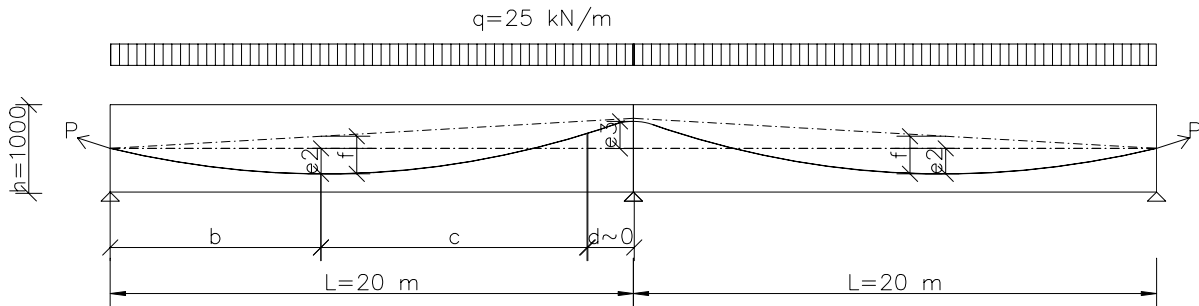
Lasketaan ohjausvoimien aiheuttama momenttipinta $M_{tas}(P)$ P :n funktiona kuormittamalla rakennetta ohjausvoimilla $u(P)$, kun $P=1$

Lasketaan jännitysepäyhtälöstä P

Lasketaan lopulliset ohjausvoimat ja tasapainottava momentti

Kuorman tasapainottaminen jännevoimalla

2-aukkoinen palkki, jänneväli L



Tasainen kuorman voimasuureet 2-aukkoisessa palkissa:

kenttä: $M_k = 0.07 q L^2$ kohdassa $x = 0.375 L$ vapaalta tuelta

tuki: $M_t = -0.125 q L^2$



Oletetaan, että epäkeskisyydet kentässä ja tuella ovat yhtäsuuria: $e_2 = e_3$

Epäkeskisyys vapaalla tuella $e_1 = 0$

Jänteen alin kohta max. kenttämomentin kohdalla; epäkeskisyys e_2

Epäkeskisyys tuella e_3

Tuella jänneprofiilin käänne piste n. 1.2 m tuelta; oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi että $d \sim 0$

$a=0$ $b = 0.375 L$ $c=L-b-d \sim L-b = 0.625 L$

$$F_a = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{b} = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{0.375 \cdot L} = 5,33 \cdot \frac{P \cdot e}{L}$$

$$u_b = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{b^2} = -\frac{2 \cdot P \cdot e_2}{0,375^2 \cdot L^2} = -14,22 \cdot \frac{P \cdot e_2}{L^2}$$

Ohjausvoimat:

$$u_c = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c \cdot (c + d)} = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{0,625^2 \cdot L^2} = -5,12 \cdot \frac{P \cdot (e_2 + e_3)}{L^2}$$

$$u_d = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c} = -\frac{2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{0,625 \cdot L} = 3,2 \cdot \frac{P \cdot (e_2 + e_3)}{L} \text{ kN}$$

Ohjausvoimat u_b ja u_c poikkeavat toisistaan. Ovat yhtäsuuria tapauksessa, jossa $e_2/e_3 = M_k/M_t$ tai jossa jänneelle on tehty tästä tilanteesta lineaarinen siirto nuolikorkeuden pysyessä samana kuten edellisissä esimerkeissä.

Koska ohjausvoimat u_b ja u_c poikkeavat toisistaan, riittävän tarkka tulos saadaan käyttämällä koko jänteen matkalla tasaisena kuormana näiden keskiarvoa

$$u_m \approx \frac{u_b + u_c}{2} = -\frac{P}{L^2} \cdot \frac{14,22 \cdot e_2 + 5,12 \cdot e_2 + 5,12 \cdot e_3}{2} = -\frac{P}{L^2} (9,67 \cdot e_2 + 2,56 \cdot e_3)$$

Tasapainottavat momentit tasaisesta kuormasta u_m :

$$\text{Kenttä: } M_{k,tas} = 0,07 \cdot u_m \cdot L^2 = -(0,68 \cdot e_2 + 0,18 \cdot e_3) \cdot P \approx -(0,7 \cdot e_2 + 0,2 \cdot e_3) \cdot P$$

$$\text{Tuki: } M_{k,tas} = -0,125 \cdot u_m \cdot L^2 = (1,21 \cdot e_2 + 0,32 \cdot e_3) \cdot P \approx (1,2 \cdot e_2 + 0,3 \cdot e_3) \cdot P$$

Jännitykset:

$$\text{Kenttä: } \sigma_c = \frac{-P}{A} + \frac{M_{k,tas}}{W_a} + \frac{M_k}{W_a} = -P \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{0,68 \cdot e_2 + 0,18 \cdot e_3}{W_a} \right) + \frac{0,07 \cdot q \cdot L^2}{W_a} \leq \sigma_{ct,sall}$$

$$\text{Tuki: } \sigma_c = \frac{-P}{A} - \frac{M_{t,tas}}{W_y} - \frac{M_t}{W_y} = -P \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{1,21 \cdot e_2 + 0,32 \cdot e_3}{W_y} \right) + \frac{0,125 \cdot q \cdot L^2}{W_y} \leq \sigma_{ct,sall}$$

Ratkaistaan jännevoiman arvo P

$$P \geq \begin{cases} \frac{0,07 \cdot q \cdot L^2 - \sigma_{ct,sall} \cdot W_a}{\frac{W_a}{A} + (0,68 \cdot e_2 + 0,18 \cdot e_3)} = \frac{M_k - \sigma_{ct,sall} \cdot W_a}{\frac{W_a}{A} + (0,68 \cdot e_2 + 0,18 \cdot e_3)} \\ \frac{0,125 \cdot q \cdot L^2 - \sigma_{ct,sall} \cdot W_y}{\frac{W_y}{A} + (1,21 \cdot e_2 + 0,32 \cdot e_3)} = \frac{|M_t| - \sigma_{ct,sall} \cdot W_y}{\frac{W_y}{A} + (1,21 \cdot e_2 + 0,32 \cdot e_3)} \end{cases}$$

Esim.

$$\text{Palkki } h = 1000 \text{ mm} \quad b = 400 \text{ mm} \quad A = 0,4 \text{ m}^2 \quad W_a = W_y = 0,0667 \text{ m}^3 \\ W_a/A = W_y/A = h/6 = 167 \text{ mm}$$

$$e = e_1 = e_2 = 450 \text{ mm} = 0,45 h$$

Vetojäännitysraja $\sigma_{ct,sall} = 0$

$$P \geq \begin{cases} \frac{0,07 \cdot q \cdot L^2}{\frac{h}{6} + 0,45 \cdot h \cdot (0,68 + 0,18)} = 0,126 \cdot \frac{q \cdot L^2}{h} \\ \frac{0,125 \cdot q \cdot L^2}{\frac{h}{6} + 0,45 \cdot h \cdot (1,21 + 0,32)} = 0,146 \cdot \frac{q \cdot L^2}{h} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P \geq 0,146 \cdot \frac{q \cdot L^2}{h}$$

Keskimääräinen ohjausvoima ($e = e_1 = e_2$)

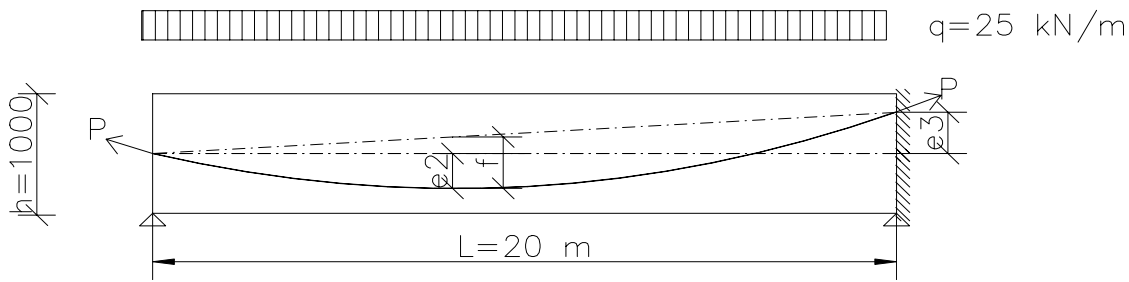
$$u_m = -\frac{P}{L^2} (9,67 \cdot e_2 + 2,56 \cdot e_3) = -\left(1,41 \cdot \frac{e_2}{h} + 0,37 \cdot \frac{e_3}{h}\right) \cdot q = 1,78 \cdot \frac{e}{h} \cdot q$$

$$\text{Jos } e = 0,45 h \Rightarrow u_m = 0,8 q$$

\Rightarrow tasapainotetaan 80 %:lle kuormasta

$$\text{Ohjausvoimat:} \quad u_b = 14,22 \cdot \frac{P \cdot e_2}{L^2} = 2,08 \cdot q \cdot \frac{e_2}{h} = 0,93 \cdot q \\ u_c = 5,12 \cdot \frac{P \cdot (e_2 + e_3)}{L^2} = 0,75 \cdot q \cdot \frac{e_2 + e_3}{h} = 0,67 \cdot q$$

Tarkastellaan edellä esitettyä toisesta päästä jäykästi kiinnitettyä (tai 2-aukkoisen palkin yhtä kenttää) palkkia $h \cdot b = 1,0 \cdot 0,5$ m jänneväli $L=20$ m



$$A=0,5 \text{ m}^2 \quad W_a = W_y = 0,0833 \text{ m}^3$$

Kuormituksena $q=25$ kN/m

Momentti kuormasta $g = 25$ kN/m:

Max. kenttämometti $M_k = 703,1$ kNm kohdassa $x_{\max} = 7,5$ m vapaalta tuelta

$M_m = 625$ kNm kohdassa $x=L/2=10$ m

Tukimomentti $M_t = -1250$ kNm

Oletetaan epäkeskisyyksiksi

$e_3 = 0,45 h = 450$ mm kiinnitetyllä tuella

$e_2 = e_3 \cdot M_k / |M_t| = 450 \cdot 703,1 / 1250 = 253$ mm max. kenttämomentin kohdassa

$e_1 = 0$ vapaalla tuella

$$a=0 \quad b=7,5 \text{ m} \quad c=20-7,5=12,5 \text{ m} \quad d=0$$

Lasketaan ohjausvoimat jännevoiman P funktiona:

$$u_b = \frac{-2 \cdot P \cdot e_2}{b^2} = \frac{-2 \cdot P \cdot 0,253}{7,5^2} = -0,009 \cdot P$$

$$u_c = \frac{-2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c^2} = \frac{-2 \cdot P \cdot (0,253 + 0,45)}{12,5^2} = -0,009 \cdot P$$

Keskimääräinen ohjausvoima $u_m = -0,009 \cdot P$

Momentit ohjausvoimasta $u_m = -0,009 \cdot P$:

$$\text{kenttä} \quad M_{k,tas} = 0,07 \cdot u_m \cdot L^2 = -0,253 \cdot P \cdot \text{m}$$

$$\text{tuki} \quad M_{t,tas} = 0,125 \cdot u_m \cdot L^2 = 0,45 \cdot P \cdot \text{m}$$

Vetojäännitysraja-tila $\sigma_{ct,sall} = 0$

Jännitykset:

$$\text{alareuna, kenttä } \sigma_{ca} = \frac{-P}{A} + \frac{M_{k,tas}}{W_a} + \frac{M_k}{W_a} = \frac{-P}{0,5 \text{ m}^2} + \frac{-0,253 \cdot P \text{ m}}{0,0833 \text{ m}^3} + \frac{0,7031 \text{ MNm}}{0,0833 \text{ m}^3} = 0$$

$$\Rightarrow P = 1676 \text{ kN}$$

$$\text{yläreuna, tuki } \sigma_{cy} = \frac{-P}{A} - \frac{M_{t,tas}}{W_y} - \frac{M_t}{W_y} = \frac{-P}{0,5 \text{ m}^2} - \frac{0,45 \cdot P \text{ m}}{0,0833 \text{ m}^3} - \frac{1,250 \text{ MNm}}{0,0833 \text{ m}^3} = 0$$

$$\Rightarrow P = 2027 \text{ kN}$$

Ohjausvoima $u_m = -0,009 \cdot P = -0,009 \cdot 2027 = 18,2 \text{ kN/m} \Rightarrow 73 \% \text{ palkin kuormasta}$

Kasvatetaan jännevoiman epäkeskisyyttä kentässä arvoon $e_2 = 0,45 \text{ m} = e_1$ jännevoiman alimman kohdan pysyessä vakiona eli $b=7,5 \text{ m}$.

Lasketaan ohjausvoimat jännevoiman P funktiona:

$$u_b = \frac{-2 \cdot P \cdot e_2}{b^2} = \frac{-2 \cdot P \cdot 0,45}{7,5^2} = -0,016 \cdot P$$

$$u_c = \frac{-2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)}{c^2} = \frac{-2 \cdot P \cdot (0,45 + 0,45)}{12,5^2} = -0,01152 \cdot P$$

$$\text{Keskimääräinen ohjausvoima } u_m = \frac{-0,016 \cdot P - 0,01152 \cdot P}{2} = -0,01376 \cdot P$$

Momentit ohjausvoimasta $u_m = -0,1376 \cdot P$:

$$\text{kenttä } M_{k,tas} = 0,07 \cdot u_m \cdot L^2 = -0,387 \cdot P \cdot \text{m}$$

$$\text{tuki } M_{t,tas} = 0,125 \cdot u_m \cdot L^2 = 0,688 \cdot P \cdot \text{m}$$

Vetojännitysraja-tila $\sigma_{ct,sall} = 0$

Jännitykset:

$$\text{alareuna, kenttä } \sigma_{ca} = \frac{-P}{A} + \frac{M_{k,tas}}{W_a} + \frac{M_k}{W_a} = \frac{-P}{0,5 \text{ m}^2} + \frac{-0,387 \cdot P \text{ m}}{0,0833 \text{ m}^3} + \frac{0,7031 \text{ MNm}}{0,0833 \text{ m}^3} = 0$$

$$\Rightarrow P = 1270 \text{ kN}$$

$$\text{yläreuna, tuki } \sigma_{cy} = \frac{-P}{A} - \frac{M_{t,tas}}{W_y} - \frac{M_t}{W_y} = \frac{-P}{0,5 \text{ m}^2} - \frac{0,688 \cdot P \text{ m}}{0,0833 \text{ m}^3} - \frac{1,250 \text{ MNm}}{0,0833 \text{ m}^3} = 0$$

$$\Rightarrow P = 1462 \text{ kN}$$

Ohjausvoima $u_m = -0,01376 \cdot P = -0,01376 \cdot 1462 = -20,1 \text{ kN/m} \Rightarrow 80 \% \text{ palkin kuormasta}$

$$u_b = -0,016 \cdot P = -0,016 \cdot 1462 = -23,39 \text{ kN/m} \quad 0 \dots 7,5 \text{ m}$$

$$u_c = -0,01152 \cdot P = -0,01152 \cdot 1462 = -16,84 \text{ kN/m} \quad 7,5 \text{ m} \dots 20 \text{ m}$$

Tasapainottavat momentit keskimääräisellä ohjausvoimalla u_m :

$$\text{kenttä: } M_{k,tas} = 0,07 \cdot u_m \cdot L^2 = 0,07 \cdot (-20,1) \cdot 20^2 = 565,8 \text{ kNm}$$

$$\text{tuki: } M_{t,tas} = 0,125 \cdot u_m \cdot L^2 = 0,125 \cdot (-20,1) \cdot 20^2 = 1005 \text{ kNm}$$

Jos sallitaan halkeaman muodostumisen rajatila ja sallitaan betonille vetoa $\sigma_{ct,sall} = f_{ctm} = 3,5 \text{ MPa}$ (betonin lujuusluokka C40/50):

Halkeamamomentti $M_f = f_{ctm} \cdot W = 292 \text{ kNm}$

Jännevoima $P = 1120 \text{ kN}$ riittäisi. $P = 1462 \cdot \frac{1250 - 292}{1250}$

JÄNNEVOIMAN EPÄKESKISYYDELLÄ TASAPAINOTETTAVAN MOMENTIN SUURUUS

Peruste:

Vedetyn reunan jännitys täyttää betoninormien EC2 taulukon 7.1N mukaiset halkeilun rajoitusvaatimukset

Betonin jännitys esijännityksestä

$$\sigma_c = -\frac{P}{A} - \frac{P \cdot e}{W}$$

w = taivutusvastus vedetyn reunan suhteen

Sallittu momentti

$$M = (-\sigma_c + \sigma_{sall}) \cdot W = \left(\frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{W} + \sigma_{sall} \right) \cdot W = M_{tas} \left(\frac{W}{A \cdot e} + 1 \right) + M'_r$$

missä

jännevoimalla tasapainotettava momentti $M_{tas} = P \cdot e$

$$M'_r = \sigma_{sall} \cdot W$$

=>

Tasapainottavan momentin suuruus

$$M_{tas} = \frac{M - M'_r}{1 + \frac{W}{A \cdot e \cdot k_p}} = k_p \cdot P \cdot e$$

missä	$k_p = -1,0$	vapaasti tuetussa palkissa
	$k_p = -0,83$	jatkuvan palkin reunakentässä
	$k_p = 1,48$	jatkuvan palkin tuella

Ympäristöluokka	Momentti M	Momentti M_r'	Halkeaman rajoitusvaatimus
Y1	$M=M_{\text{pitkä}}$	$M_r' = 0$	Vetojännitys- rajatila
Y2	$M=M_{\text{pitkä}}$	$M_r' = 0$	Vetojännitys- rajatila
	$M=M_{\text{max}}$	$M_r' = 1,7k_1f_{\text{ctm}} W$	$w_k \leq 0,1 \text{ mm}$
Y3	$M=M_{\text{pitkä}}$	$M_r' = 2,1 k_1f_{\text{ctm}} W$	$w_k \leq 0,2 \text{ mm}$
	$M=M_{\text{max}}$	$M_r' = 2,4 k_1f_{\text{ctm}} W$	$w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$k_1 = 1,6 - h \text{ (m)} \begin{cases} \geq 0,7 \\ \leq 1,1 \end{cases}$$

Kun poikkileikkauksen vedetylle reunalle lisätään jännittämätöntä raudoitusta, voidaan reunajännitystä $(1,7 \dots 2,4) k_1 f_{\text{ctm}}$:ää kasvattaa $0,3 \text{ MPa}$:lla $A_s = 0,001 A_c$. Reunajännityksen yläraja on $0,3 f_{\text{ck}}$.

Esimerkki jännevoiman aiheuttamista voimasuureista

Molemmista päistään jäykästi kiinnitetty symmetrinne palkki

Palkin molemmissa päissä jänteiden kaarevuus ja epäkeskisyys samanlaisia, jänteet vaakasuoria tukipisteissä A ja B

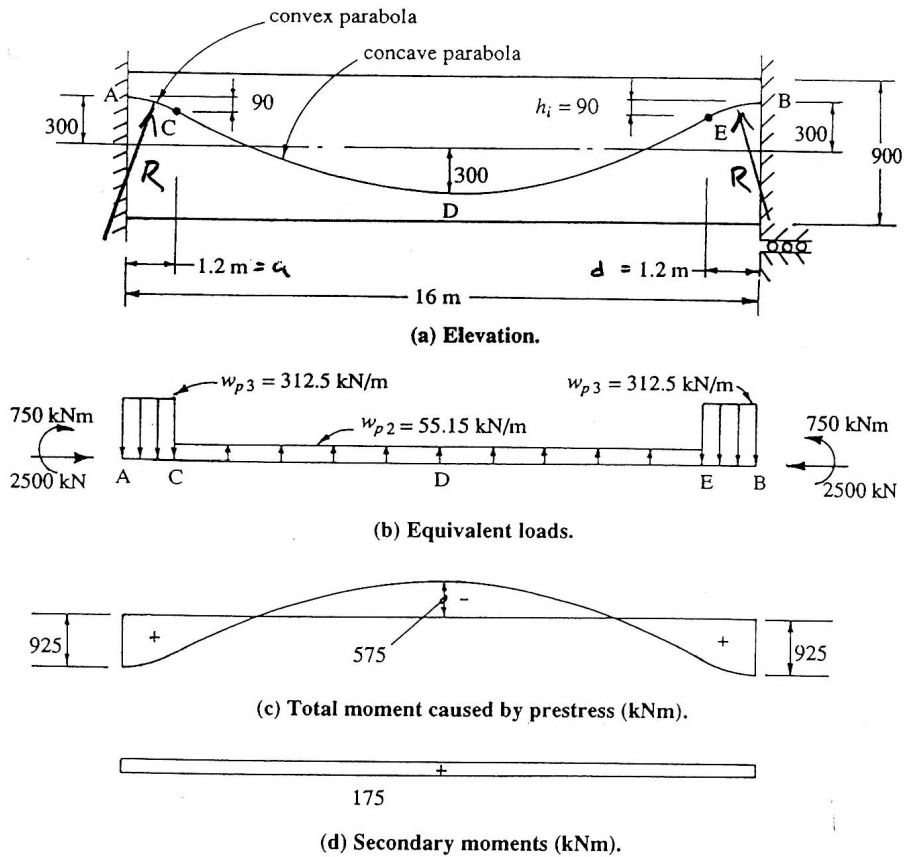


Figure 9.15 Fixed-end beam with a realistic tendon profile (Example 9.3).

Jänneväli	$L := 16.0 \cdot \text{m}$
Jänteiden kaarevuus tuilla	$R := 8.0 \cdot \text{m}$
Kenttämomentin maksimin kohta oikealta tuelta	$\alpha_1 := 0.5$
	$\alpha_1 \cdot L = 8 \text{ m}$
Jännevoima	$P := 2500 \cdot \text{kN}$
Jänteiden epäkeskisyudet:	
Vasen tuki A	$e_1 := 0.3 \cdot \text{m}$
Kenttämomentin maksimikohdassa	$e_2 := 0.3 \cdot \text{m}$
Oikea tuki	$e_3 := 0.3 \cdot \text{m}$

Käänne­piste­en etäisyys vasemmalta tuelta

$$\alpha_2 := \frac{[2 \cdot R \cdot (e_1 + e_2)]}{(1 - \alpha_1) \cdot L^2}$$

$$\alpha_2 := \frac{[2 \cdot 8.0 \cdot \text{m} \cdot (0.3 \cdot \text{m} + 0.3 \cdot \text{m})]}{(1 - 0.5) \cdot (16 \cdot \text{m})^2} \quad \alpha_2 = 0.075$$

Väli A...C

$$a := \alpha_2 \cdot L \quad a = 1.2 \text{ m}$$

Väli C...D

$$b := (1 - \alpha_1) \cdot L - a \quad b = 6.8 \text{ m}$$

Käänne­piste­en etäisyys oikealta tuelta

$$\alpha_3 := \frac{[2 \cdot R \cdot (e_2 + e_3)]}{\alpha_1 \cdot L^2}$$

$$\alpha_3 := \frac{[2 \cdot 8.0 \cdot \text{m} \cdot (0.3 \cdot \text{m} + 0.3 \cdot \text{m})]}{0.5 \cdot (16 \cdot \text{m})^2} \quad \alpha_3 = 0.075$$

Väli D...E:

$$c := \alpha_1 \cdot L - \alpha_3 \cdot L \quad c = 6.8 \text{ m}$$

Väli E...B

$$d := \alpha_3 \cdot L \quad d = 1.2 \text{ m}$$

Ohjausvoimat

Väli A...C

$$u_a := \frac{[2 \cdot P \cdot (e_1 + e_2)]}{a \cdot (a + b)}$$

$$u_a := \frac{[2 \cdot 2500 \cdot \text{kN} \cdot (0.3 \cdot \text{m} + 0.3 \cdot \text{m})]}{1.2 \cdot \text{m} \cdot (1.2 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})} \quad u_a = 312.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Väli C...D

$$u_b := \frac{-[2 \cdot P \cdot (e_1 + e_2)]}{b \cdot (a + b)}$$

$$u_b := \frac{-[2 \cdot 2500 \cdot \text{kN} \cdot (0.3 \cdot \text{m} + 0.3 \cdot \text{m})]}{6.8 \cdot \text{m} \cdot (1.2 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})} \quad u_b = -55.15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Väli D...E

$$u_c := \frac{-[2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)]}{c \cdot (c + d)}$$

$$u_c := \frac{-[2 \cdot 2500 \cdot \text{kN} \cdot (0.3 \cdot \text{m} + 0.3 \cdot \text{m})]}{6.8 \cdot \text{m} \cdot (1.2 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})} \quad u_c = -55.15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Väli E...B

$$u_d := \frac{[2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)]}{d \cdot (c + d)}$$

$$u_d := \frac{[2 \cdot 2500 \cdot \text{kN} \cdot (0.3 \cdot \text{m} + 0.3 \cdot \text{m})]}{1.2 \cdot \text{m} \cdot (1.2 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})} \quad u_d = 312.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Tasapainotarkistus

$$u_a \cdot a = 375 \text{ kN} \quad u_c \cdot c = -375 \text{ kN}$$

$$u_b \cdot b = -375 \text{ kN} \quad u_d \cdot d = 375 \text{ kN}$$

$$u_a \cdot a + u_b \cdot b = 0 \text{ kN} \quad u_c \cdot c + u_d \cdot d = 0 \text{ kN}$$

Jännevoiman aiheuttamat ekvivalentit kuormat on esitetty kuvassa (b):

$$\text{Keskeinen puristava normaalivoima} \quad N := -P \quad N = -2.5 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\text{Momentit päissä} \quad M_{Pa} := P \cdot e_1 \quad M_{Pa} = 750 \text{ kNm}$$

$$M_{Pb} := P \cdot e_3 \quad M_{Pb} = 750 \text{ kNm}$$

Jännevoiman aiheuttama momenttipinta

Jännevoiman aiheuttama momenttipinta (kuva(c)) saadaan laskemalla ohjausvoimien u_a , u_b , u_c ja u_d aiheuttama momenttipinta päistään jäykästi kiinnitetulle palkille.

- Ohjausvoimat $u_a = 312.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $a = 1.2 \text{ m}$ ja $u_d = 312.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $d = 1.2 \text{ m}$

Tukimomentti

$$M_{a1} := -u_a \cdot \frac{a^2}{3} \cdot \left(1.5 - \frac{a}{L}\right) \quad M_{a1} := -312.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(1.2 \cdot \text{m})^2}{3} \cdot \left(1.5 - \frac{1.2 \cdot \text{m}}{16 \cdot \text{m}}\right)$$

$$M_{a1} = -213.75 \text{ kNm}$$

$$M_{b1} := M_{a1}$$

$$M_{b1} = -213.75 \text{ kNm}$$

Kenttämomentti

$$M_{k1} := u_a \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{(M_{a1} + M_{b1})}{2} \quad M_{k1} := 312.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{(1.2 \cdot \text{m})^2}{2} + \frac{(-213.75 \cdot \text{kNm} - 213.75 \cdot \text{kNm})}{2}$$

$$M_{k1} = 11.25 \text{ kNm}$$

Ohjausvoimat $u_b = -55.147 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $b = 6.8 \text{ m}$ ja $u_c = -55.147 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $c = 6.8 \text{ m}$

$$M_{a2} := -u_b \cdot L \cdot \frac{(b+c)}{24} \cdot \left[3 - \left[\frac{(b+c)}{L}\right]^2\right]$$

$$M_{a2} := -\left(-55.15 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot 16 \cdot \text{m} \cdot \frac{(6.8 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})}{24} \cdot \left[3 - \left[\frac{(6.8 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})}{16 \cdot \text{m}}\right]^2\right] \quad M_{a2} = 1.139 \times 10^3 \text{ m}^2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{b2} := M_{a2}$$

$$M_{b2} = 1.139 \times 10^3 \text{ kNm}$$

Kenttämomentti

$$M_{k2} := u_b \cdot L \cdot \frac{(b+c)}{8} \cdot \left[2 - \left[\frac{(b+c)}{L}\right]\right] + \frac{(M_{a2} + M_{b2})}{2}$$

$$M_{k2} := \left(-55.15 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}\right) \cdot 16 \cdot \text{m} \cdot \frac{(6.8 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})}{8} \cdot \left[2 - \left[\frac{(6.8 \cdot \text{m} + 6.8 \cdot \text{m})}{16 \cdot \text{m}}\right]\right] + \frac{(1139 \cdot \text{kNm} + 1139 \cdot \text{kNm})}{2} \quad M_{k2} = -586.092 \text{ kNm}$$

Ohjausvoimien aiheuttama momenttipinta yhteensä:

Tukimomentti

$$M_A := M_{a1} + M_{a2}$$

$$M_A = 925.061 \text{ kNm}$$

$$M_B := M_{b1} + M_{b2}$$

$$M_B = 925.061 \text{ kNm}$$

Kenttämomentti

$$M_k := M_{k1} + M_{k2}$$

$$M_k = -574.842 \text{ kNm}$$

Sekundäärimomentti saadaan vähentämällä ohjausvoimien aiheuttamasta tukimomentista päätymomentit $M_{Pa} = 750 \text{ kNm}$ ja $M_{Pb} = 750 \text{ kNm}$

Tuella

$$M_{\text{sec}_a} := M_A - M_{Pa} \qquad M_{\text{sec}_a} := 925 \cdot \text{kNm} - 750 \cdot \text{kNm} \qquad M_{\text{sec}_a} = 175 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{sec}_b} := M_B - M_{Pb} \qquad M_{\text{sec}_b} := 925 \cdot \text{kNm} - 750 \cdot \text{kNm} \qquad M_{\text{sec}_b} = 175 \text{ kNm}$$

Muutetaan epäkeskisyyksiä niin, että epäkeskisyys max. kenttämomentin kohdalla on $e_2=0.15$ m

Jänteiden epäkeskisyydet:

Vasen tuki A	$e_1 := 0.3 \cdot m$
Kenttämomentin maksimikohdassa	$e_2 := 0.15 \cdot m$
Oikea tuki	$e_3 := 0.3 \cdot m$

Käänneapsteen etäisyys vasemmalta tuelta	$\alpha_2 := \frac{[2 \cdot R \cdot (e_1 + e_2)]}{(1 - \alpha_1) \cdot L^2}$	$\alpha_2 = 0.056$
--	--	--------------------

Väli A...C	$a := \alpha_2 \cdot L$	$a = 0.9$ m
------------	-------------------------	-------------

Väli C...D	$b := (1 - \alpha_1) \cdot L - a$	$b = 7.1$ m
------------	-----------------------------------	-------------

Käänneapsteen etäisyys oikealta tuelta	$\alpha_3 := \frac{[2 \cdot R \cdot (e_2 + e_3)]}{\alpha_1 \cdot L^2}$	$\alpha_3 = 0.056$
--	--	--------------------

Väli D...E:	$c := \alpha_1 \cdot L - \alpha_3 \cdot L$	$c = 7.1$ m
-------------	--	-------------

Väli E...B	$d := \alpha_3 \cdot L$	$d = 0.9$ m
------------	-------------------------	-------------

Ohjausvoimat

Väli A...C	$u_a := \frac{[2 \cdot P \cdot (e_1 + e_2)]}{a \cdot (a + b)}$	$u_a = 312.5 \frac{kN}{m}$
------------	--	----------------------------

Väli C...D	$u_b := \frac{-[2 \cdot P \cdot (e_1 + e_2)]}{b \cdot (a + b)}$	$u_b = -39.61 \frac{kN}{m}$
------------	---	-----------------------------

Väli D...E	$u_c := \frac{-[2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)]}{c \cdot (c + d)}$	$u_c = -39.61 \frac{kN}{m}$
------------	---	-----------------------------

Väli E...B	$u_d := \frac{[2 \cdot P \cdot (e_2 + e_3)]}{d \cdot (c + d)}$	$u_d = 312.5 \frac{kN}{m}$
------------	--	----------------------------

Tasapainotarkistus

$u_a \cdot a = 281.25$ kN	$u_c \cdot c = -281.25$ kN
---------------------------	----------------------------

$u_b \cdot b = -281.25$ kN	$u_d \cdot d = 281.25$ kN
----------------------------	---------------------------

$u_a \cdot a + u_b \cdot b = 0$ kN	$u_c \cdot c + u_d \cdot d = 0$ kN
------------------------------------	------------------------------------

Jännevoiman aiheuttama momenttipinta

Jännevoiman aiheuttama momenttipinta (kuva(c)) saadaan laskemalla ohjausvoimien u_a , u_b , u_c ja u_d aiheuttama momenttipinta päistään jäykästi kiinnitetulle palkille.

- Ohjausvoimat $u_a = 312.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $a = 0.9 \text{ m}$ ja $u_d = 312.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $d = 0.9 \text{ m}$

Tukimomentti

$$M_{a1} := -u_a \cdot \frac{a^2}{3} \cdot \left(1.5 - \frac{a}{L}\right) \quad M_{a1} = -121.816 \text{ kNm}$$

$$M_{b1} := M_{a1} \quad M_{b1} = -121.816 \text{ kNm}$$

Kenttämomentti

$$M_{k1} := u_a \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{(M_{a1} + M_{b1})}{2} \quad M_{k1} = 4.746 \text{ kNm}$$

Ohjausvoimat $u_b = -39.613 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $b = 7.1 \text{ m}$ ja $u_c = -39.613 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ pituudella $c = 7.1 \text{ m}$

$$M_{a2} := -u_b \cdot L \cdot \frac{(b+c)}{24} \cdot \left[3 - \left[\frac{(b+c)}{L}\right]^2\right] \quad M_{a2} = 829.629 \text{ kNm}$$

$$M_{b2} := M_{a2} \quad M_{b2} = 829.629 \text{ kNm}$$

Kenttämomentti

$$M_{k2} := u_b \cdot L \cdot \frac{(b+c)}{8} \cdot \left[2 - \left[\frac{(b+c)}{L}\right]\right] + \frac{(M_{a2} + M_{b2})}{2} \quad M_{k2} = -421.934 \text{ kNm}$$

Ohjausvoimien aiheuttama momenttipinta yhteensä:

Tukimomentti

$$M_A := M_{a1} + M_{a2} \quad M_A = 707.813 \text{ kNm}$$

$$M_B := M_{b1} + M_{b2} \quad M_B = 707.813 \text{ kNm}$$

Kenttämomentti

$$M_k := M_{k1} + M_{k2} \quad M_k = -417.188 \text{ kNm}$$

Havaitaan, että pienempi epäkeskisyyys kentässä johtaa myös pienempiin jännevoiman aiheuttamiin tukimomentteihin

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Ankkurijännerakenteen jännityshäviöt

Jännityshäviö kitkasta ja ankkurointiliukumasta

Jännityshäviö jänneteräksen ja suojaputken välisestä kitkasta

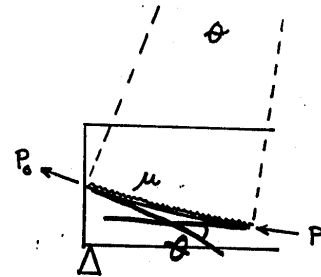
$$P_{\mu}(\theta) = P_0 \cdot e^{-\mu \cdot \theta}$$

missä

μ on kitkakerroin

θ on jänneteräksen kulmanmuutos kohtien P_0 ja $P(\theta)$

välillä



Jännitys σ_{px} kohdassa x aktiivi- eli jännitysankkurista

$$\sigma_{px} = \sigma_{p0} \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x)}$$

missä

σ_{px} on jännitys kohdassa x aktiiviankkurista tai kohdasta, jossa jännitys on σ_{p0}

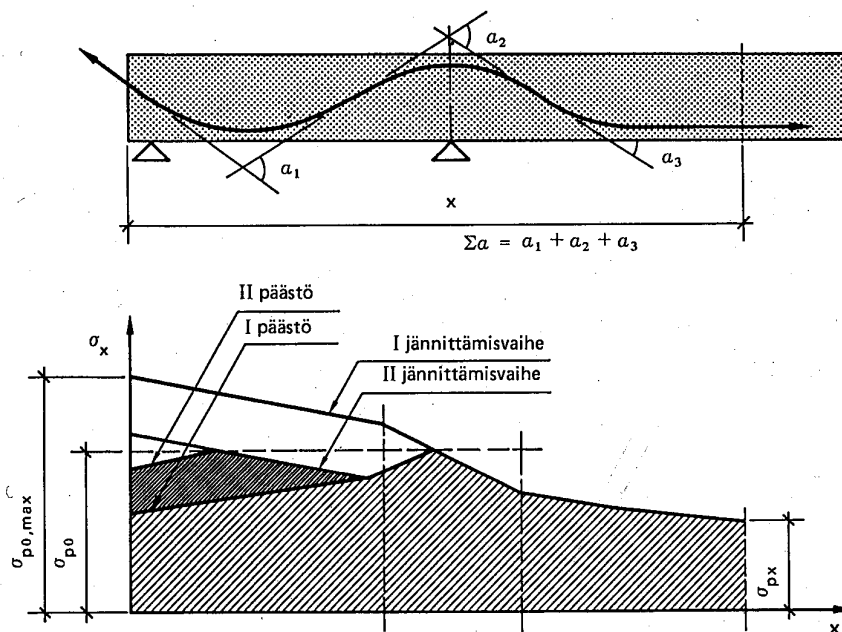
σ_{p0} on jännitys aktiiviankkurilla

μ on jännemenetelmän mukainen kitkakerroin jänneteräksen ja suojaputken välillä; tyypillisesti $\mu = 0,15 \dots 0,3$

β on jännemenetelmän mukainen aaltoisuusluku; tyypillisesti $\beta = 0,01 \dots 0,02$ rad/m

$\Sigma\alpha$ on jänteen taivutuksien summa aktiiviankkurista (tai σ_{p0} kohdasta) matkalla x eli jänneteräksen kokonaiskulmanmuutos matkalla x

Kaavaan sijoitetaan $\Sigma\alpha$ radiaaneina ja x metreinä



Kuva 2.1 Kitkan ja kaarevuuden vaikutus jännitykseen ankkurijännteillä.

Kitka johtuu jänneteräksen ja suoja putken seinän välisestä hankauksesta. Hankausta syntyy kohdissa, joissa jänneteräksen suunnan muutoksesta (kuten kaarevissa kohdissa) jänneteräs painautuu putken seinämää vasten.

Hankausta syntyy myös suoralla osuudella, jossa jänneteräs pääsee koskettamaan suoja putken seinämää, koska putki ei välttämättä ole aivan suora, vaan siinä on aaltomaisuutta eli pientä kulmanmuutosta esim. putken taipumisesta tuentapisteiden välillä tai tuentapisteiden korkeusaseman epätarkkuuksista. Tätä kuvaa aaltoisuusluku β , joka antaa suoran putken aaltoisuudesta johtuvan kulmanmuutoksen rad pituusyksikköä m kohti. Kokonaiskulmanmuutos aaltoisuudesta x :n pituisella matkalla on βx .

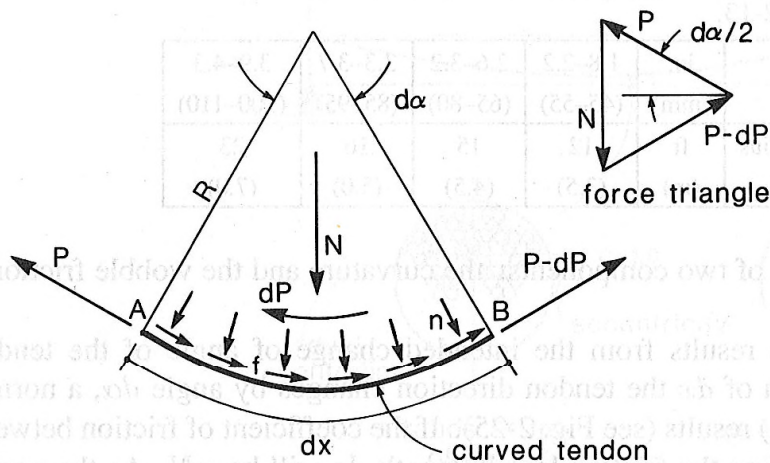


Figure 2-25 Curvature frictional loss.

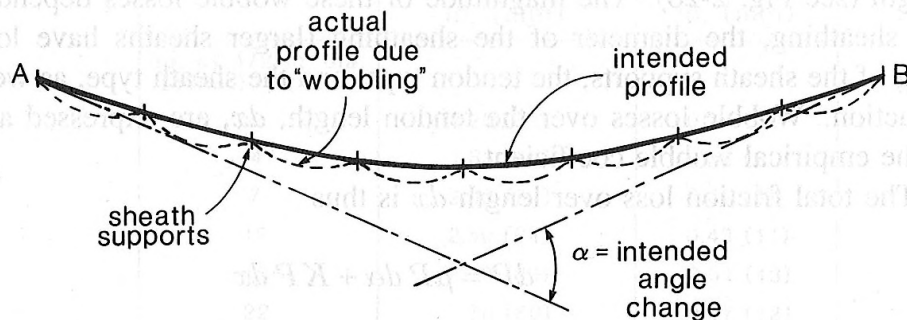


Figure 2-26 Wobble frictional loss.

Kulmasumma $\Sigma\alpha$ voidaan määrittää jänteen geometrian perusteella:

- jänteen kulku $y=f(x)$
- jänteen kaltevuuskulma dy/dx
- kaltevuuskulman muutos pituusyksikköä kohden dy^2/dx^2
- kulmasumma $\Sigma\alpha_x = \int_0^x \frac{dy^2}{dx^2} dx = y'(x) - y'(0)$

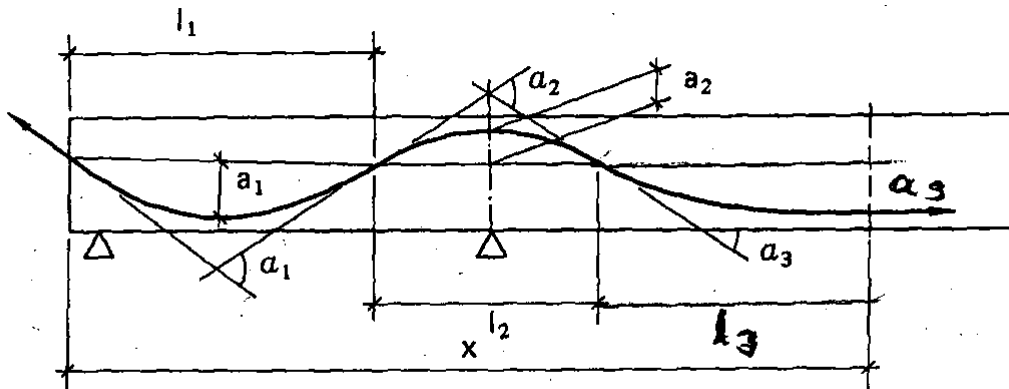
- jos jänteen geometria koostuu useasta eri kaaresta, niin integroidaan paloittain $0 \dots x$.

Suora jänne: $\Sigma\alpha = 0$

Parabelijänne: $\Sigma\alpha_x = 2 a/b^2 x$

Jos jänteen taivutuksien kulmanmuutokset ovat pieniä ($\alpha_i < 0,36 \text{ rad} \sim 20^\circ$), kulmasumma $\Sigma\alpha$ laskea kuvan merkintöjen mukaan kaavasta

$$\sum_i \alpha_i = \sum_i \frac{8 \cdot a_i}{l_i} \quad i=1,2,\dots$$



Kuva S 2 Ankkurijänneen kulmanmuutokset.

Jos kitkahäviön kaavassa eksponentti $\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) \leq 0,3$ voidaan jännitys matkan x päässä jännitysankkurista laskea kaavasta

$$\sigma_{px} = \sigma_{po} \cdot [1 - \mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x)]$$

Jänneterästen kulkua siitä aiheutuvien kitkahäviöiden kannalta voidaan arvioida integraalin

$$\frac{\int_0^L P_x \cdot dx}{P_0 \cdot L} = 0,9 \dots 1,0 \quad \text{avulla.}$$

Ratkaisemalla x_1 saadaan
$$x_1 = \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{\frac{\Delta P}{\Delta x}}} = \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p}{\sigma_p \cdot \mu \cdot \beta}}$$

Lukitushäviö $\Delta P_{\text{lukit},x} = 2 \cdot (P_x - P_{x1})$

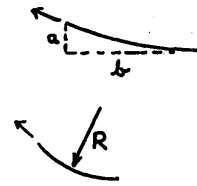
Jännevoima kohdassa x lukitushäviö otettuna huomioon on

$$P_{x0} = P_x - \Delta P_{\text{lukit},x} = P_x - 2 \cdot (P_x - P_{x1}) = 2 \cdot P_{x1} - P_x$$

Suora jänne: $\mu\beta = 0$

Parabelijänne: $\mu\beta \rightarrow 2\mu a/b^2 + \mu\beta$

Ympyränmuotoinen jänne: $\mu\beta \rightarrow \mu/R + \mu\beta$



Menettely lukitushäviön määrittämiseksi on seuraavanlainen:

- oletetaan lukitushäviö vaikutuspituudeksi x_1 jännitysankkurista
- lasketaan jännevoima P_{x1} etäisyydellä x_1 jännitysankkurista kitkahäviö otettuna huomioon
- jännevoiman keskimääräinen muutos pituusyksikköä kohden matkalla x_1 on $\Delta P/\Delta x = [P_0 - P_{x1}]/x_1$
- lasketaan lukitusliukuman vaikutuspituudelle uusi arvo $x_{1,uusi} = \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{\frac{\Delta P}{\Delta x}}}$
- jos uusi arvo poikkeaa oletetusta, lasketaan uudelleen jännevoima $P_{x1,uusi}$ ja muutos $\Delta P/\Delta x$ ja uusi $x_{1,uusi}$
- oletetaan jännevoiman muutos kitkasta ja vastaavasti lukitushäviön muutos lineaariseksi, jolloin muodostuu kuvan mukainen kolmio.
- lukitushäviö on $\Delta P_{\text{lukit},0} = 2 [P_0 - P_{x1}]$

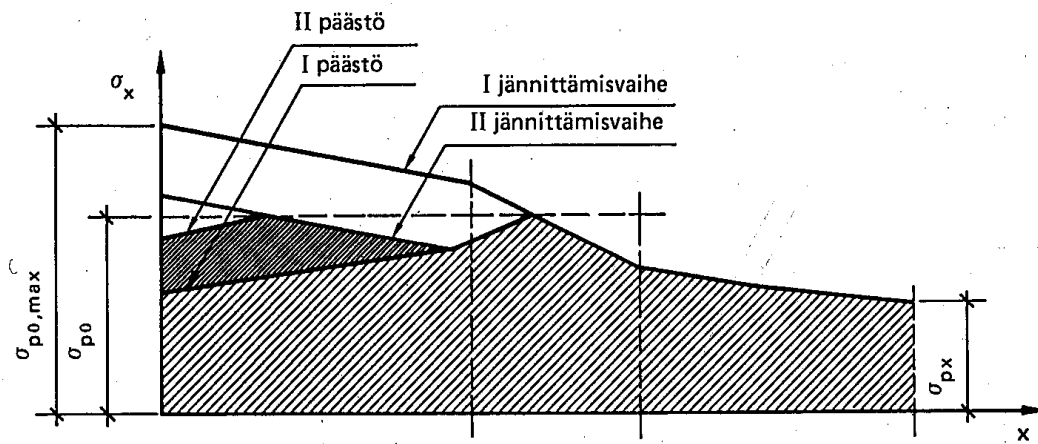
Jännevoima kohdassa $0 \leq x \leq x_1$ on $P_{x0} = P_x - 2 \cdot (P_x - P_{x1})$

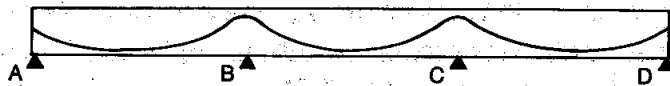
- ankkurointiliukuma $\delta = \frac{\Delta P}{\Delta x}$

Ankkurointiliukuman suuruus on tyypillisesti 1...12 mm. Lukitushäviön vaikutusalue on suuruusluokkaa 10...20 m.

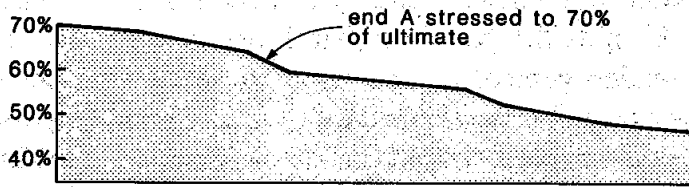
Lukitushäviöiden kompensointi

1. Ylijännitetään jänteet arvoon $\sigma_{p0,max}$ ja lukitaan jänteet
2. Jännitetään jänteet uudelleen arvoon σ_{p0}
3. Asetetaan ankkurointikappaleeseen välilevyt siten, ettei lukitushäviötä tapahdu

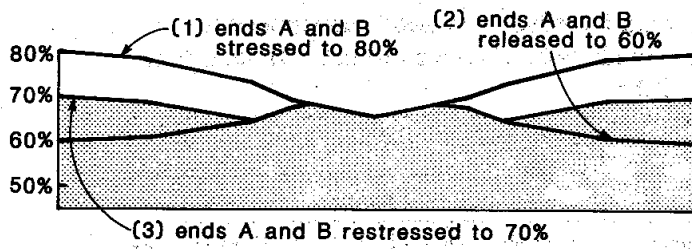




(a) Tendon profile consisting of parabolic segments



(b) Force variation when tendon stressed from end A only



(c) Force variation when tendon stressed in stages from both ends

Figure 2-27 Tendon force variation due to frictional losses.

Kimmainen kokoonpuristuma ankkurijännerakenteissa

Betonin kimmoisesta kokoonpuristumasta aiheutuva jänneteräksen voiman välitön muutos

$$\Delta P_e = \sigma_{cp} \cdot A_p \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}}$$

missä

σ_{cp} on betonin jännitys jänneteräksen painopisteessä; σ_{cp} lasketaan käyttäen betonin nettopoikkileikkausta, jossa on suojaputkien pinta-ala vähennettynä (suojaputkia ei jännittämävaiheessa ole vielä injektoitu umpeen)

A_p on jänneteräksen pinta-ala

E_p on jänneteräksen kimmokerroin

E_{cmi} on betonin keskimääräinen kimmokerroin jännittämishetkellä

Kun useita jännteitä jännitetään vuorotellen ilman jälkijännittämistä, lasketaan kussakin jännteessä voiman välitön keskimääräinen muutos kaavasta

$$\Delta P_{ei} = \sigma_{cp} \cdot A_p \cdot \frac{n-1}{2 \cdot n} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}}$$

missä

σ_{cp} on kaikkien jännteiden (koko jännevoimaa) vastaava betonin jännitys jänneterästen painopisteessä

A_p on yhden jänteen pinta-ala

n on jännteiden lukumäärä tai jännittämävaiheiden lukumäärä, jos kukin jänne jännitetään useammassa vaiheessa

Kaavaan on päästy seuraavasti:

Olkoon rakenteessa 3 jännettä:

- Jännitetään 1. jänne arvoon $P_1 = \sigma_{po} A_p = P/3$: kokonaisjännevoima on tällöin $P/3$ ja betonin puristusjännitys $\sigma_{cp}/3$ ja betonin lyhenemä $\epsilon_{cp} = 1/3 \sigma_{cp}/E_{cmi}$. Kun jännettä 1 jännitetään, niin jännittämisen aikana tapahtuva lyhenemä tulee otettua huomioon jo voimaa P_1 vastaavassa teräksen venymässä, joten jänteeeseen jää ko. jänteen jännittämisen jälkeen voima P_1

- Jännitetään 2. jänne arvoon $P_2 = \sigma_{po} A_p = P/3$, joka jää jänteen 2 jännittämisen jälkeen ko. teräkseen. Jänteen 2 voima aiheuttaa betoniin puristusjännityksen $\sigma_{cp}/3$. Betoni on jänteen 1 jännittämisen jälkeen lyhentynyt $\Delta \epsilon_{cp} = 1/3 \sigma_{cp}/E_{cmi}$ verran, josta seuraa jänteen 1 voiman vähennys $\Delta P_{e12} = 1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}$ (koska jänteen 1 ankkureiden välimatka on lyhentynyt). Kokonaisvoima on $P_1 - \Delta P_{e1} + P_2$.

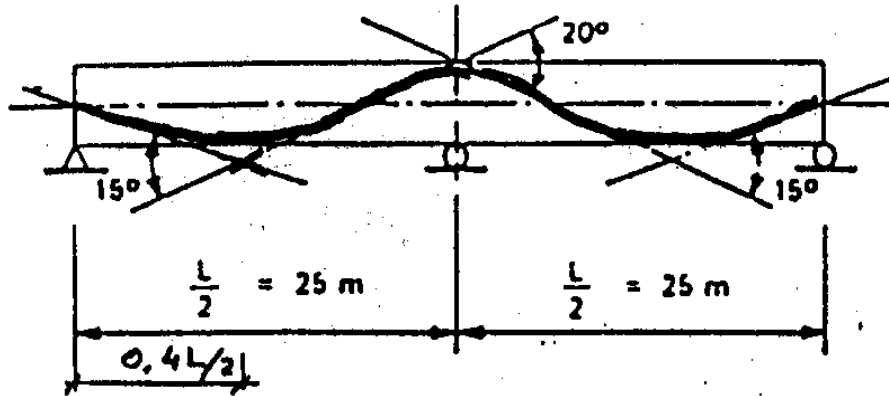
- Jännitetään 3. jänne arvoon $P_2 = \sigma_{po} A_p = P/3$, joka jää jänteen 3 jännittämisen jälkeen ko. teräkseen. Jänteen 2 voima aiheuttaa betoniin puristusjännityksen $\sigma_{cp}/3$ ja betoniin lyhenemän $\Delta \epsilon_{cp} = 1/3 \sigma_{cp}/E_{cmi}$. Jänteen 1 ankkureiden välimatka on edelleen lyhentynyt ja ko. jänteen voima on edelleen vähentynyt määrän $\Delta P_{e13} = 1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}$. Jänteen 1 voima on nyt $P_1 - \Delta P_{e12} - \Delta P_{e13}$

Jänteen 2 ankkureiden välimatka on myös lyhentynyt jänteen 2 jännittämisen jälkeen ja jänteen 2 voima vähenee vastaavasti määrän $\Delta P_{e23} = 1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}$. ja jänteen 2 voima on nyt $P_2 - \Delta P_{e23}$. Kokonaisvoima on

$$\begin{aligned} P_0 &= P_1 - \Delta P_{e12} - \Delta P_{e13} + P_2 - \Delta P_{e23} + P_3 = \\ &= P/3 - (1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} + 1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}) + P/3 - 1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} + P/3 \\ &= P - 3 \cdot 1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} = \\ &= P - (n-1) \cdot 1/n \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} - (n-2) \cdot 1/n \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} - \dots - 1/n \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} \\ &= P - n/2 \cdot (n-1) \cdot 1/n \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} = P - (n-1)/2 \cdot \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi} \end{aligned}$$

Keskimääräinen voima on $P_{mi} = P_0/n = P/n - (n-1)/2n \cdot \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}$

Kimmoisen kokoonpuristumisen vaikutusta voidaan vähentää jälkijännittämällä eli kiristämällä löystyneet jänteet. Vedetään jänteeseen 1 lisää voima $2/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}$ ja jänteeseen 2 voima $1/3 \sigma_{cp} A_p E_p/E_{cmi}$ ja mahdollisesti jänteen 1 lisäjännittämisestä jänteeseen 2 aiheutuvan voiman muutos. Jänteeseen 3 vedetään lisää jänteiden 1 ja 2 lisäjännittämisestä syntynyt häviö. Tällöin lopulliseksi kimmoiseksi häviöksi jää vain jänteen 2 ja 3 lisäjännittämisestä jänteisiin 1 ja 2 syntyvät häviöt, jotka ovat melko pieniä.

ESIMERKKI ANKKURIJÄNNEPALKIN HÄVIÖISTÄ
KITKAHÄVIÖ JA LUKITUSHÄVIÖ

Lähtötiedot:

VSL ankkurijännemenetelmä

Punokset $12 \phi 12,5$ $A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$ $A_p := 12 \cdot A_{p1}$ $A_p = 1116 \text{mm}^2$

Jänneteräs St 1600/1800

Kimmokerroin $E_p := 195000 \text{MPa}$ Kitkakerroin $\mu := 0.2$ aaltoisuusluku $\beta := 0.005 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ Alkujännitys aktiiviankkurilla $\sigma_{po} := 1240 \cdot \text{MPa}$ Jännitysvoima $P_o := \sigma_{po} \cdot A_p$ $P_o = 1383.8 \text{ kN}$

Jännitys vain toisesta päästä

Palkin pituus $L := 2 \cdot 25 \cdot \text{m}$ $L = 50 \text{ m}$ Venyvä pituus $\sim 50 \text{ m}$

Häviö kitkasta

$$x := 0.4 \cdot \frac{L}{2} \quad x = 10 \text{ m} \quad (\text{x pitäisi mitata pitkin jännettä, mutta virhe on pieni})$$

keskitetään kulmanmuutos välillä 0...x=10 m käännepisteeseen

Ennen taivutuskohtaa:

$$\Sigma \alpha := 0 \quad \mu \cdot (\Sigma \alpha + \beta \cdot x) = 0.01$$

$$P_{10\text{vas}} := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma \alpha + \beta \cdot x)} \quad P_{10\text{vas}} = 1370.1 \text{ kN} \quad (\text{häviöt } 0,7 \%)$$

$$x \dots 10 \text{ m} \quad \text{jännevoima muuttuu } P_0 = 1383.8 \text{ kN} \quad \dots \quad P_{10\text{vas}} = 1370.1 \text{ kN}$$

Taivutuskohdan jälkeen $x = 10 \text{ m}$ oikea

$$\text{kulmanmuutos } \alpha := \frac{15}{180} \cdot \pi \cdot \text{rad} \quad \alpha = 0.262 \text{ rad}$$

$$\mu \cdot (\alpha + \beta \cdot x) = 0.0624$$

$$P_{10\text{oik}} := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\alpha + \beta \cdot x)} \quad P_{10\text{oik}} = 1300.2 \text{ kN} \quad (\text{häviöt } 5,6 \%)$$

Voima ei tietenkään vaihdu hyppäyksellisesti, vaan jänteen kaarevuus tasaa voiman. Taitepisteeseessä pitäisi olla ~keskiarvo eli siis

$$P_{10} := \frac{P_{10\text{vas}} + P_{10\text{oik}}}{2} \quad P_{10} = 1335.1 \text{ kN} \quad (\text{häviöt } 3,2 \%)$$

$$x := 25 \cdot \text{m}$$

Otetaan taitepisteessä kulmasta vain puolet eli $\alpha_2 := 10 \cdot \text{deg}$

$$\text{Kulmasumma} \quad \Sigma\alpha := (15 + 10) \cdot \text{deg} \quad \Sigma\alpha = 25 \text{ deg} \quad \Sigma\alpha = 0.436 \text{ rad}$$

$$\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) := 0.19 \cdot \left(\frac{25}{180} \cdot \pi \cdot \text{rad} + 0.004 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}} \cdot 25 \cdot \text{m} \right)^2 \quad \mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) = 0.112$$

$$P_{25} := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x)} \quad P_{25} = 1236.9 \text{ kN} \quad (\text{häviöt } 9,7 \%)$$

$$x := 40 \cdot \text{m}$$

$$\text{Kulmasumma} \quad \Sigma\alpha := \left(15 + 20 + \frac{15}{2} \right) \cdot \text{deg} \quad \Sigma\alpha = 42.5 \text{ deg} \quad \Sigma\alpha = 0.742 \text{ rad}$$

$$\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) := 0.19 \cdot \left(\frac{42.5}{180} \cdot \pi \cdot \text{rad} + 0.004 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}} \cdot 40 \cdot \text{m} \right)^2 \quad \mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) = 0.188$$

$$P_{40} := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x)} \quad P_{40} = 1146.3 \text{ kN} \quad (\text{häviöt } 15,7 \%)$$

Passiiviankkurilla $x := 50 \cdot \text{m}$

$$\text{Kulmasumma} \quad \Sigma\alpha := (15 + 20 + 15) \cdot \text{deg} \quad \Sigma\alpha = 50 \text{ deg} \quad \Sigma\alpha = 0.873 \text{ rad}$$

$$\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) := 0.19 \cdot \left(\frac{50}{180} \cdot \pi \cdot \text{rad} + 0.004 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}} \cdot 40 \cdot \text{m} \right)^2 \quad \mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x) = 0.225$$

$$P_{50} := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x)} \quad P_{50} = 1105.5 \text{ kN} \quad (\text{häviöt } 18,4 \%)$$

Jos jännitetään molemmista päistä, ovat vasen ja oikea kenttä samanlaisia.

$$P_{40} := P_{10} \quad \text{ja} \quad P_{50} := P_0$$

Häviö ankkurointiliukumasta

Ankkurointiliukuma $\delta := 6 \cdot \text{mm}$

Oletetaan, että häviö vaikuttaa 10 m:in saakka

$x_1 := 10 \cdot \text{m}$

Kitkahäviö metriä kohden 10 m:n matkalla

$$\Delta p_{0...10} := \frac{(P_0 - P_{10})}{x_1} \quad \Delta p_{0...10} = 4.871 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{N/mm})$$

$$x_{1\text{uusi}} := \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{\Delta p_{0...10}}} \quad x_{1\text{uusi}} = 16.372 \text{ m} > x_1 = 10 \text{ m}$$

Oletetaan uusi $x_1 := 15 \cdot \text{m}$

Jännevoima kohdassa $x_1 = 15 \text{ m}$

Kulmanmuutos keskistetty taitepisteisiin, joten $\Sigma\alpha$ kohdassa $x_1 = 15 \text{ m}$

on sama kuin kohdassa $x=10 \text{ m}$ oikealle $\therefore \Sigma\alpha_{15} := 15 \cdot \text{deg} \quad \Sigma\alpha_{15} = 0.262 \text{ rad}$

$$\mu \cdot (\Sigma\alpha_{15} + \beta \cdot x_1) = 0.0674$$

$$P_{15} := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha_{15} + \beta \cdot x_1)} \quad P_{15} = 1293.7 \text{ kN}$$

Kitkahäviö metriä kohden välillä 0...15 m

$$\Delta p_{0...15} := \frac{(P_0 - P_{15})}{x_1} \quad \Delta p_{0...15} = 6.01 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{N/mm})$$

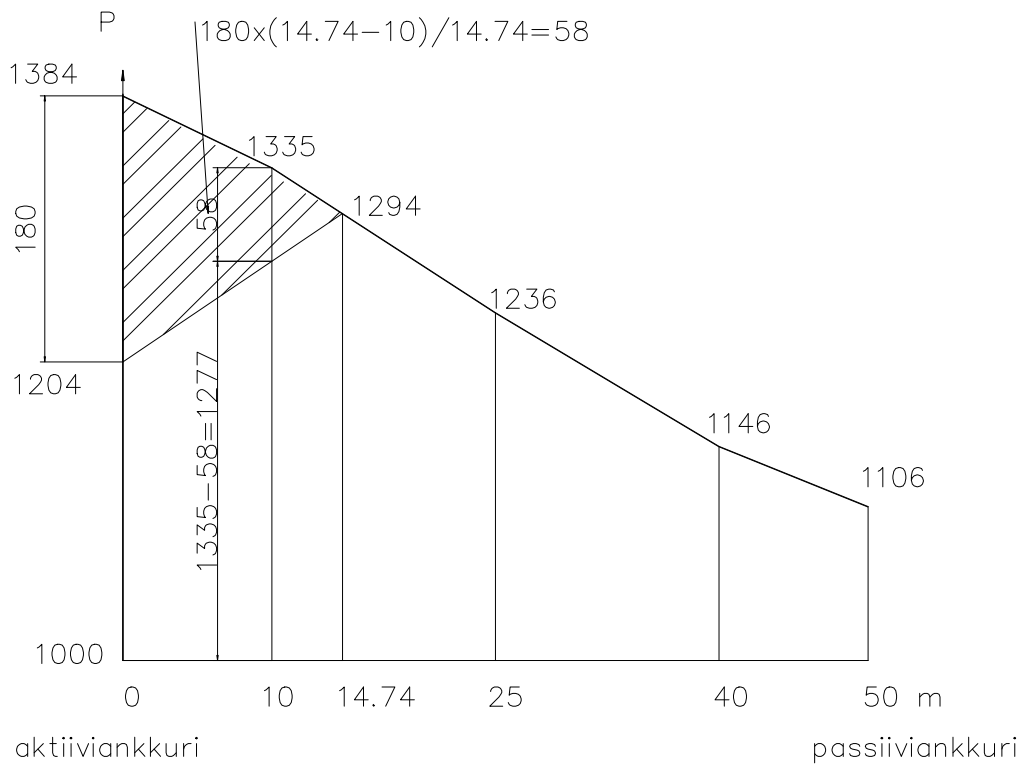
$$x_{1\text{uusi}} := \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{\Delta p_{0...15}}} \quad x_{1\text{uusi}} = 14.74 \text{ m} \quad \sim \quad x_1 = 15 \text{ m}$$

Saatu arvo on riittävän lähellä oletettua

Jatkettaessa iterointia saataisiin lukitushäviöin vaikutuspituudeksi $x_{11} := 14.574 \cdot \text{m}$

Lukitushäviö jännitysankkurilla $\Delta P_{\text{luk}} := 2 \cdot \Delta p_{0...15} \cdot x_1 \quad \Delta P_{\text{luk}} = 180.29 \text{ kN}$

Koska liukuma pienentää jännevoimaa vielä max. kenttämomentin kohdalla kannattaisi se poistaa ainakin osittain.



Keskimäärinen jännitys palkin koko pituudella yhdessä jänteessä

$$P_m := \frac{\int_{0.0\text{m}}^L P_1(x) dx}{L}$$

Likimäärin

$$\Sigma PL := \frac{(1204 + 1294)}{2} \cdot 14.74 + \frac{(1294 + 1236)}{2} \cdot (25 - 14.74) + \frac{(1236 + 1146)}{2} \cdot (40 - 25)$$

$$\Sigma PL := \Sigma PL + \frac{(1146 + 1106)}{2} \cdot (50 - 40)$$

$$P_m := \frac{\Sigma PL \cdot \text{kN} \cdot \text{m}}{L}$$

$$P_m = 1210.3 \text{ kN}$$

Kimmainen kokoonpuristuma ankkurijännerakenteessa

Oletetaan palkiisa olevan 3 suojaputkea (jännettä), jossa kussakin 12 punosta. Yhden suojaputken kaikki teräkset jännitetään samanaikaisesti.

Suojaputken halkaisija $\phi_{\text{putki}} := 65 \cdot \text{mm}$

Jännityskertojen lukumäärä $n := 3$

Olkoon palkin korkeus $h := 1.2 \cdot \text{m}$ leveys $b := 0.5 \cdot \text{m}$

Betonin pinta-ala jännityshetkellä, kun suojaputkia ei ole injektoitu; suojaputken kohdalla betonissa tyhjää

$$A_{\text{co}} := b \cdot h - n \cdot \frac{\pi \cdot \phi_{\text{putki}}^2}{4} \quad A_{\text{co}} = 590045 \text{ mm}^2$$

Betonin lujuus jännittämishetkellä C30/37 $f_{\text{cmi}} := 38 \cdot \text{MPa}$

Loppulujuus C40/45 $f_{\text{cm}} := 48 \cdot \text{MPa}$

Betonin kimmokerroin jännittämishetkellä $E_{\text{cmi}} := \left(\frac{f_{\text{cmi}}}{f_{\text{cm}}} \right)^{0.3} \cdot 22000 \cdot \text{MPa} \cdot \left(\frac{f_{\text{cm}}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3}$

$$E_{\text{cmi}} = 32837 \text{ MPa}$$

Yhden jänteen alkujännevoima $P_{\text{m}} = 1210.3 \text{ kN}$ keskimääräinen voima koko pituudella

Yhden jänteen aiheuttama puristusjännitys $\sigma_{\text{cp}} := \frac{-P_{\text{m}}}{A_{\text{co}}} \quad \sigma_{\text{cp}} = -2.051 \text{ MPa}$

Betoni kimmainen muodonmuutos $\varepsilon_{\text{cp}} := \frac{\sigma_{\text{cp}}}{E_{\text{cmi}}} \quad \varepsilon_{\text{cp}} = -0.062 \text{ ‰}$

Kimmoisen kokoonpuristuman aiheuttama häviö 1. jänteessä (2. ja 3. jäntyeen jännittämisestä):

$$\Delta P_{\text{e1}} := 2 \cdot \varepsilon_{\text{cp}} \cdot E_{\text{p}} \cdot A_{\text{p}} \quad \Delta P_{\text{e1}} = -27.188 \text{ kN}$$

Voima 1. jänteessä $P_1 := P_{\text{m}} + \Delta P_{\text{e1}} \quad P_1 = 1.183 \times 10^3 \text{ kN}$

Kimmoisen kokoonpuristuman aiheuttama häviö 2. jänteessä (3. jäntyeen jännittämisestä):

$$\Delta P_{\text{e2}} := \varepsilon_{\text{cp}} \cdot E_{\text{p}} \cdot A_{\text{p}} \quad \Delta P_{\text{e2}} = -13.594 \text{ kN}$$

Voima 2. jänteessä $P_2 := P_{\text{m}} + \Delta P_{\text{e2}} \quad P_2 = 1.197 \times 10^3 \text{ kN}$

3. lle jänteelle ei tule kimmoisesta kokoonpuristumasta häviötä joten 3. janteen voima on

$$P_3 := P_m \quad P_3 = 1.21 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\text{Kokonaisjännevoima} \quad P := P_1 + P_2 + P_3 \quad P = 3.59 \times 10^3 \text{ kN}$$

Häviö kimmoisesta kokoonpuristumasta kokonaisuudessaan

$$\Delta P_e := \Delta P_{e1} + \Delta P_{e2} \quad \Delta P_e = -40.782 \text{ kN}$$

$$\text{Keskimääräinen häviö yhtä jännettä kohden:} \quad \Delta P_{em} := \frac{\Delta P_e}{n} \quad \Delta P_{em} = -13.594 \text{ kN}$$

$$\text{Keskimääräinen jännevoima yhtä jännettä kohden} \quad P_{om} := \frac{P}{n} \quad P_{om} = 1.197 \times 10^3 \text{ kN}$$

Keskimääräinen häviö kimmoisesta kokoonpuristumasta (EC2 kaava (5.44))

$$\Delta P_{em} := A_p \cdot E_p \cdot \left[\frac{(n-1)}{2 \cdot n} \cdot \frac{\sigma_{cp}}{E_{cmi}} + \frac{(n-1)}{2 \cdot n} \cdot \frac{\sigma_{cp}}{E_{cmi}} + \frac{(n-1)}{2n} \cdot \frac{\sigma_{cp}}{E_{cmi}} \right] \quad \Delta P_{em} = -13.594 \text{ kN}$$

Huom! EC2:n kaavassa $\Delta \sigma_c$ tarkoittaa yhden janteen aiheuttamaa puristusjännitystä

Kolmen janteen jännittämisestä aiheutuva puristusjännitys:

$$\sigma_{cptot} := \frac{n \cdot (-P_m)}{A_{co}} \quad \sigma_{cptot} = -6.154 \text{ MPa}$$

Keskimääräinen kimmainen kokoonpuristuma yhtä jännettä kohden

$$\Delta P_{em} := \frac{\sigma_{cptot}}{E_{cmi}} \cdot E_p \cdot A_p \cdot \frac{(n-1)}{2 \cdot n} \quad \Delta P_{em} = -13.594 \text{ kN}$$

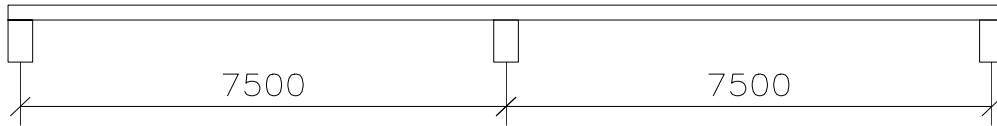
Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Tartunnattomat jänteet esimerkki

Tartunnattomilla jänteillä jännitetty laatta

Noudatetaan Eurokoodin lisäksi soveltuvin osain lähdettä:

BY 27: Tartunnattomat jänteet betonirakenteissa, Suunnittelu- ja rakentamisohteet sekä pilarilaataston mitoitus-esimerkki 1988



2-aukkoinen pysäköintitalon yhteensuuntaan kantava laatta

Jänneväli $L := 7500\text{-mm}$

Ympäristön rasitusluokka XC4 ja XD3

Valitaan laatan paksuudeksi $h := \frac{L}{35}$ $h = 214\text{ mm}$

Ympäristön rasitusluokka XD3 vaatii melko suuren betonipeitteen (50 mm), joten kasvatetaan laatan paksuutta vastaavasti arvoon $h := 240\text{ mm}$

Kuormitus:

$$\text{Laatan paino} \quad g_1 := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot h \quad g_1 = 6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Pintarakenteet} \quad g_2 := 1.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Pysyvä kuorma yhteensä} \quad g := g_1 + g_2 \quad g = 7.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Muuttuva hyötykuorma} \quad q := 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

(Ajoneuvon kokonaispaino 30 kN...160 kN)

$$\text{Hyötykuorman pitkäaikaisosuus} \quad \psi_2 := 0.3$$

$$\text{Tavallisen kuorman yhdistelykerroin} \quad \psi_1 := 0.5$$

$$\text{Ominaiskuorma} \quad p_k := g + q \quad p_k = 12.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Tavallinen kuormayhdistelmä} \quad p_{\text{tav}} := g + \psi_1 \cdot q \quad p_{\text{tav}} = 9.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Pitkäaikainen kuormitusyhdistelmä} \quad p_{\text{pitkä}} := g + \psi_2 \cdot q \quad p_{\text{pitkä}} = 8.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Kuormituksen osavarmuusluvut murtotilassa:

$$\text{pysyvä kuorma} \quad \gamma_g := 1.15 \quad \text{muuttuva kuorma} \quad \gamma_q := 1.5$$

$$\text{Laskentakuorma murtotilassa} \quad p_d := \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q \quad p_d = 15.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

III

Betoni C35/45-1:

Ominaislujuus $f_{ck} := 35 \cdot \text{MPa}$

Keskimääräinen puristuslujuus $f_{cm} := f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa}$ $f_{cm} = 43 \text{ MPa}$

Puristuslujuuden pitkäaikaiskerroin $\alpha_{cc} := 0.85$

Betonin osavarmuusluku 1. rakenneluokka $\gamma_c := 1.35$

Puristuslujuuden laskenta-arvo $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 22.037 \text{ MPa}$

Keskimääräinen vetolujuus $f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}$ $f_{ctm} = 3.21 \text{ MPa}$

Vetolujuuden kerroin $\alpha_{ct} := 1$

Vetolujuuden ominaisarvo $f_{ctk} := 0.7 \cdot f_{ctm}$ $f_{ctk} = 2.247 \text{ MPa}$

Vetolujuuden laskenta-arvo $f_{ctd} := \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk}}{\gamma_c}$

Kimmokerroin $E_{cm} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3} \cdot \text{MPa}$ $E_{cm} = 34077 \text{ MPa}$

Jänneteräkset St 1550/1770

0.1-raja $f_{p0.1k} := 1550 \cdot \text{MPa}$

Murtolujuus $f_{pk} := 1770 \cdot \text{MPa}$

Osavarmuuskerroin $\gamma_s := 1.1$

Laskentalujuus $f_{pd} := \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s}$ $f_{pd} = 1.409 \times 10^3 \text{ MPa}$

Kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$

Relaksaatio $\mu_{1000} := 2.5\%$ 1000 h:n aikana jännitysasteella 0.7f_{pd}

Tartunnaton jänne "rasvapunos" Monostrand $\phi_p := 15.7 \cdot \text{mm}$ $A_{p1} := 150 \cdot \text{mm}^2$

Muovisen suojaputken halkaisija $\phi_{putki} := 18 \cdot \text{mm}$

Kitkakerroin $\mu := 0.06$

Aaltoisuusluku $\beta := 0.008 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

Lukitusliukuma $\delta_{luk} := 5 \cdot \text{mm}$

Betoniteräs A500 HW

Ominaislujuus $f_{yk} := 500 \cdot \text{MPa}$

Varmuusluku $\gamma_s = 1.1$

Laskentalujuus $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 454.545 \text{ MPa}$

Betonipeite

Ympäristön rasitusluokka XC4 ja XD3

Vähimmäislujuusluokka taulukon SFS-EN-1992-1-1 taul 4.3 mukaan on C35/45

Säilyvyyden perusteella:

SFS-EN-1992-1-1 taul 4.3FI:

Jänneteräs $c_{\min.dur} := 50 \cdot \text{mm}$

Lujuusluokka C 35/45 ei vähennystä

Rakenneluokka 1 vähennys -5 mm

$c_{\min.dur} := 50 \cdot \text{mm} - 5 \cdot \text{mm}$

$c_{\min.dur} = 45 \text{ mm}$

Oletetaan pintarakenteiden sisältävän pinnoituksen korroosiota vastaan, joten tehdään betonipeitteeseen vähennys $\Delta c_{dur.st} := 5 \cdot \text{mm}$

Tartunnattomat jänteet => $c_{\min.b} := 0 \cdot \text{mm}$

Betonipeitteen vähimmäisarvo $c_{\min} := \max(c_{\min.b}, c_{\min.dur} - \Delta c_{dur.st})$ $c_{\min} = 40 \text{ mm}$

Betonipeitteen mittapoikkeama $\Delta c_{dev} := 10 \cdot \text{mm}$

Betonipeitteen nimellisarvo $c_{nom} := c_{\min} + \Delta c_{dev}$ $c_{nom} = 50 \text{ mm}$

SFS-EN-1992-1-1 kohdan 4.4.1.2 (10) mukaan tartunnattomille jänteille betonipeite esitetään eurooppalaisen teknisen hyväksynnän mukaisesti.

Suojaputken betonipeitteen minimiarvo $c_{\min.b.putki} := 0 \cdot \text{mm}$

Jänteen etäisyys betonin pinnasta: $c_p := c_{nom} + \frac{\phi_p}{2}$ $c_p = 57.85 \text{ mm}$

Jänteiden etäisyys laatan ala-/yläpinnasta $c_p := 60 \cdot \text{mm}$

Jännegeometria

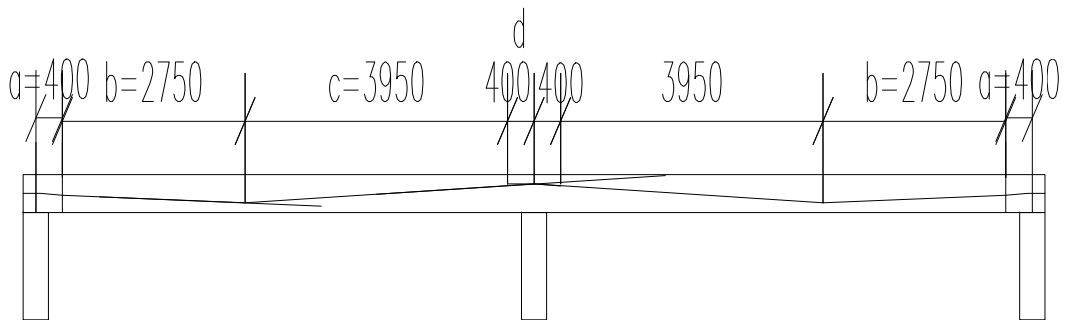
Laattaa tukevien palkkien ylälaippa $b_{\text{palkki}} := 380 \cdot \text{mm}$ leveä

=> käänne piste tuelta etäisyydellä $x_1 := \frac{b_{\text{palkki}}}{2} + h$ $x_1 = 0.43 \text{ m}$ käyt. $x_1 := 0.4 \text{ m}$

Vapaalla tuella jänne käännetään käänne pisteestä lähtien vaakasuoraksi samanlaisella paraabelilla kuin välituella

Kentän alin kohta $x_2 := 0.42 \cdot L$

$x_2 = 3.15 \text{ m}$



Epäkeskisyydet:

$$\text{Reunatuella } e_1 := 0 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Kentässä } e_2 := \frac{h}{2} - c_p \quad e_2 = 60 \text{ mm}$$

$$\text{Välituella } e_3 := \frac{h}{2} - c_p \quad e_3 = 60 \text{ mm}$$

$$a := 0.4 \cdot \text{m}$$

$$b := 0.42 \cdot L - a \quad b = 2.75 \text{ m}$$

$$d := 0.4 \cdot \text{m}$$

$$c := L - a - b - d \quad c = 3.95 \text{ m}$$

Ohjausvoimat jännevoiman arvolla $P=1$

$$u_a := 2 \cdot \frac{(e_1 + e_2)}{a \cdot (b + a)}$$

$$u_a = 0.0952 \frac{1}{\text{m}}$$

$$u_b := -2 \cdot \frac{(e_1 + e_2)}{b \cdot (a + b)}$$

$$u_b = -0.01385 \frac{1}{\text{m}}$$

$$u_c := -2 \cdot \frac{(e_2 + e_3)}{c \cdot (c + d)}$$

$$u_c = -0.01397 \frac{1}{\text{m}}$$

$$u_d := 2 \cdot \frac{(e_2 + e_3)}{d \cdot (c + d)}$$

$$u_d = 0.13793 \frac{1}{\text{m}}$$

Väli $0 \leq x \leq 0.4$

$$y_0(x) := a_0 \cdot x^2 + b_0 \cdot x + c_0$$

Derivaatta $y_{0\text{der}}(x) := 2 \cdot a_0 \cdot x + b_0$

$$y_0(0) = 0 \quad c_0 := 0$$

$$y_{0\text{der}}(0) = 0 = b_0 \quad b_0 := 0$$

$$a_0 := \frac{-u_a}{2}$$

$$y_0(x) := a_0 \cdot x^2$$

Derivaatta $y_{0\text{der}}(x) := 2 \cdot a_0 \cdot x$

Jänteen asema käännepestessä $x := 0.4 \cdot \text{m} \quad y_0(0.4 \cdot \text{m}) = -7.6 \text{ mm}$

Väli $0.4 \leq x \leq 3.15$

Jänne kulkee pisteiden $(0.4, -0.0076)$ ja $(3.15, -60)$ kautta

Lisäksi jänne on alimmassa kohdassa vaakasuora eli tangentti (1. derivaatta) = 0

$$y_1(x) := a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1$$

$$\text{Derivaatta } y_{1\text{der}}(x) := 2 \cdot a_1 \cdot x + b_1$$

$$y_1(0) = 0 = c_1$$

$$y_1(3.15) = -0.06 \cdot m = a_1 \cdot (3.15 \cdot m)^2 + b_1 \cdot 3.15 \cdot m$$

$$y_{1\text{der}} = 0 = 2 \cdot a_1 \cdot 3.15 \cdot m + b_1$$

$$\begin{pmatrix} 0.4^2 & 0.4 & 1 \\ 3.15^2 & 3.15 & 0 \\ 2 \cdot 3.15 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0076 \\ -0.06 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.4^2 & 0.4 & 1 \\ 3.15^2 & 3.15 & 0 \\ 2 \cdot 3.15 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -0.0076 \\ -0.06 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00605 \\ -0.0381 \\ 0.00667 \end{pmatrix}$$

$$y_1(x) := a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1$$

$$\text{Derivaatta } y_{1\text{der}}(x) := 2 \cdot a_1 \cdot x + b_1$$

$$y_{1\text{der}}(0) = -0.038 \quad y_{1\text{der}}(3.15) = 0$$

$$a_1 := \frac{-u_b}{2} \quad a_1 = 0.00605 \frac{1}{m}$$

$$b_1 := -2 \cdot a_1 \cdot b \quad b_1 = -0.0381$$

Väli $3.15 \leq x \leq 7.1$

$$y_2(x) := a_2 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + c_2$$

$$\text{Derivaatta } y_{2\text{der}}(x) := 2 \cdot a_2 \cdot x + b_2$$

$$y_2(3.15) = -0.06 \cdot \text{m} = a_2 \cdot (3.15 \cdot \text{m})^2 + b_2 \cdot 3.15 \cdot \text{m}$$

$$y_{2\text{der}} = 0 = 2 \cdot a_2 \cdot 3.15 \cdot \text{m} + b_2$$

$$a_2 := \frac{-u_c}{2} \qquad a_2 = 6.984 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

$$b_2 := -2 \cdot a_2 \cdot b \qquad b_2 = -0.038$$

$$c_2 := -0.06 \cdot \text{m} - a_2 \cdot (3.15 \cdot \text{m})^2 - b_2 \cdot 3.15 \cdot \text{m} \qquad c_2 = -8.302 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$y_2(x) := a_2 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + c_2$$

Jänteen korkeusasema käännepisteessä kohdassa $x := 7.1 \cdot \text{m}$

$$y_2(7.1 \cdot \text{m}) = 0.071 \text{m}$$

Väli $7.1 \leq x \leq 7.5$

Jänne on ylimmässä kohdassa vaakasuora eli tangentti =0

$$y_3(x) := a_3 \cdot x^2 + b_3 \cdot x + c_3$$

Derivaatta $y_{3\text{der}}(x) := 2 \cdot a_3 \cdot x + b_3$

$$y_3(7.5) = 0.06 = a_3 \cdot 7.5^2 + b_3 \cdot 7.5 + c_3$$

$$y_{3\text{der}}(7.5) = 0 = 2 \cdot a_3 \cdot 7.5 \cdot \text{m} + b_3$$

$$a_3 := \frac{-u_d}{2}$$

$$a_3 = -0.069 \frac{1}{\text{m}}$$

$$b_3 := -2 \cdot a_3 \cdot L$$

$$b_3 = 1.034$$

$$c_3 := e_3 - a_3 \cdot L^2 - b_3 \cdot L$$

$$c_3 = -3.819 \text{ m}$$

$$y_3(x) := a_3 \cdot x^2 + b_3 \cdot x + c_3$$

Derivaatta $y_{3\text{der}}(x) := 2 \cdot a_3 \cdot x + b_3$

$$y_3(7.1 \cdot \text{m}) = 0.049 \text{ m}$$

$$y_3(7.5 \cdot \text{m}) = 0.06 \text{ m}$$

$$y_{3\text{der}}(7.5 \cdot \text{m}) = 0$$

Kitkahäviöt

Jännitys vain toissta päästä

Suurin työnaikainen jännitys saa olla $\sigma_{p0max} := \min(0.8 \cdot f_{pk}, 0.9 \cdot f_{p0.1k})$ $\sigma_{p0max} = 1395 \text{ MPa}$

Tartunnattomissa jänteissä kitka on injektoitavia ankkurijänetitä pienempi, joten valitaan hiukan pinempi alkujännitys, jotta jännitystyön jälkeen ei jännitys ylitä sallittua arvoa

Oletetaan, että työnaikainen jännitys on $\sigma_{p0} := 1380 \text{ MPa}$

Työnaikainen voima/punos $P_0 := \sigma_{p0} \cdot A_{p1}$ $P_0 = 207 \text{ kN}$

$$P := P_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha + \beta \cdot x)}$$

Kulmasumma saadaan jännekakren derivaatan avulla

$$\Sigma\alpha(x) := y_{der}(x) - y_{der}(0)$$

Kulmasuumma saadaan myös ohjausvoimien avulla:

$$\Sigma\alpha(x) := \left| \int_0^x \mathbf{u} \, dx \right|$$

$$x_{3.15} := 3.15 \cdot \text{m} \quad \Sigma\alpha_{3.15} := |u_a| \cdot a + |u_b| \cdot b$$

$$\Sigma\alpha_{3.15} = 0.076 \quad \Sigma\alpha_{3.15} + \beta \cdot x = 0.133$$

$$P_{3.15} := P_0 e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha_{3.15} + \beta \cdot x)}$$

$$\frac{P_{3.15}}{P_0} = 0.992$$

$$x := 7.5 \cdot \text{m} \quad \Sigma\alpha_{7.5} := \Sigma\alpha_{3.15} + |u_c| \cdot c + |u_d| \cdot d$$

$$\Sigma\alpha_{7.5} = 0.187 \quad \Sigma\alpha_{7.5} + \beta \cdot x = 0.208$$

$$P_{7.5} := P_0 e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha_{7.5} + \beta \cdot x)}$$

$$\frac{P_{7.5}}{P_0} = 0.985$$

$$x := 11.85 \cdot \text{m} \quad \Sigma\alpha_{11.85} := \Sigma\alpha_{7.5} + |u_d| \cdot d + |u_c| \cdot c$$

$$\Sigma\alpha_{11.85} = 0.297 \quad \Sigma\alpha_{11.85} + \beta \cdot x = 0.392$$

$$P_{11.85} := P_0 e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha_{11.85} + \beta \cdot x)}$$

$$\frac{P_{11.85}}{P_0} = 0.977$$

$$x := 15 \cdot \text{m} \quad \Sigma\alpha_{15} := \Sigma\alpha_{11.85} + |u_b| \cdot b + |u_a| \cdot a$$

$$\Sigma\alpha_{15} = 0.373 \quad \Sigma\alpha_{15} + \beta \cdot x = 0.493$$

$$P_{15} := P_0 e^{-\mu \cdot (\Sigma\alpha_{15} + \beta \cdot x)}$$

$$\frac{P_{15}}{P_0} = 0.971$$

Lukitusliukuma

Oletetaan, että lukitusliukuman vaikutus ulottuu koko rakenteen pituudelle

$$x_{\text{luk}} := 15 \cdot \text{m}$$

$$\text{Jännevoima rakenteen toisessa päässä} \quad P_{15} = 200.966 \text{ kN}$$

$$\text{Jännevoiman muutos pituusyksikköä kohden} \quad \Delta p := \frac{P_0 - P_{15}}{x_{\text{luk}}} \quad \Delta p = 0.402 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$x_{1\text{uusi}} := \sqrt{\frac{\delta_{\text{luk}} \cdot E_p \cdot A_{p1}}{\Delta p}} \quad x_{1\text{uusi}} = 19.067 \text{ m} > \text{rakenteen pituus}$$

$$\text{Liukuma 15 m:n pituuden matkalla} \quad \delta := \frac{P_0 - P_{15}}{E_p \cdot A_{p1}} \cdot 15 \cdot \text{m} \quad \delta = 3.094 \text{ mm}$$

$$< \delta_{\text{luk}} = 5 \text{ mm}$$

Lukitusliukuma vaikuttaa rakenteen koko pituudella

Lukitusliukumasta on jäljellä rakenteen toisessa päässä

$$\delta_1 := \delta_{\text{luk}} - \delta \quad \delta_1 = 1.906 \text{ mm}$$

$$\Delta\sigma_p := \frac{\delta_1}{x_{\text{luk}}} \cdot E_p \quad \Delta\sigma_p = 24.772 \text{ MPa}$$

Rakenteen päässä lukitusliukumasta on jäljellä $\Delta P_{\text{luk15}} := \Delta\sigma_p \cdot A_{p1} \quad \Delta P_{\text{luk15}} = 3.716 \text{ kN}$

häviöosuus $\frac{\Delta P_{\text{luk15}}}{P_0} = 0.018$

Kokonaishäviö aktiiviankkurilla $\Delta P_{\text{luk}} := 2 \cdot (P_0 - P_{15}) + \Delta P_{\text{luk15}} \quad \Delta P_{\text{luk}} = 15.784 \text{ kN}$

$$\frac{\Delta P_{\text{luk}}}{P_0} = 0.076$$

Lukitusliukuma vähenee lineaarisesti matkalla 0...15 mm 15 kN:sta (7,1 %) 4.5 kN:iin (2.1 %)

$$x := 0 \cdot \text{m} \quad \Delta P_{\text{luk}} = 15.784 \text{ kN} \quad P_{00} := P_0 - \Delta P_{\text{luk}} \quad P_{00} = 191.216 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{00}}{P_0} = 0.924$$

$$x := 3.15 \cdot \text{m} \quad \Delta P_{\text{luk}3.15} := \Delta P_{\text{luk}} - \frac{\Delta P_{\text{luk}} - \Delta P_{\text{luk}15}}{15 \cdot \text{m}} \cdot x \quad \Delta P_{\text{luk}3.15} = 13.25 \text{ kN}$$

$$\frac{\Delta P_{\text{luk}3.15}}{P_0} = 0.064$$

$$P_{3.15} := P_{3.15} - \Delta P_{\text{luk}3.15} \quad P_{3.15} = 192.105 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{3.15}}{P_0} = 0.928$$

$$x := 7.5 \cdot \text{m} \quad \Delta P_{\text{luk}7.5} := \Delta P_{\text{luk}} - \frac{\Delta P_{\text{luk}} - \Delta P_{\text{luk}15}}{15 \cdot \text{m}} \cdot x \quad \Delta P_{\text{luk}7.5} = 9.75 \text{ kN}$$

$$\frac{\Delta P_{\text{luk}7.5}}{P_0} = 0.047$$

$$P_{7.5} := P_{7.5} - \Delta P_{\text{luk}7.5} \quad P_{7.5} = 194.211 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{7.5}}{P_0} = 0.938$$

$$x := 11.85 \cdot \text{m} \quad \Delta P_{\text{luk}11.85} := \Delta P_{\text{luk}} - \frac{\Delta P_{\text{luk}} - \Delta P_{\text{luk}15}}{15 \cdot \text{m}} \cdot x \quad \Delta P_{\text{luk}11.85} = 6.25 \text{ kN}$$

$$\frac{\Delta P_{\text{luk}11.85}}{P_0} = 0.03$$

$$P_{11.85} := P_{11.85} - \Delta P_{\text{luk}11.85}$$

$$P_{11.85} = 195.942 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{11.85}}{P_0} = 0.947$$

$$x := 15 \cdot \text{m} \quad \Delta P_{\text{luk}15} := \Delta P_{\text{luk}} - \frac{\Delta P_{\text{luk}} - \Delta P_{\text{luk}15}}{15 \cdot \text{m}} \cdot x$$

$$\Delta P_{\text{luk}15} = 3.716 \text{ kN}$$

$$\frac{\Delta P_{\text{luk}15}}{P_0} = 0.018$$

$$P_{15} := P_{15} - \Delta P_{\text{luk}15}$$

$$P_{15} = 197.25 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{15}}{P_0} = 0.953$$

$$\sigma_{p15} := \frac{P_{15}}{A_{p1}} \quad \sigma_{p15} = 1.315 \times 10^3 \text{ MPa}$$

Jännevoiman arvo on suurimmillaan rakenteen toisessa päässä passiiviankkurilla

Jänneteräksen sallittu jännitys jännittämistyön jälkeen

$$\sigma_{pmax} := \min(0.75 \cdot f_{pk}, 0.85 \cdot f_{p0.1k}) \quad \sigma_{pmax} = 1.317 \times 10^3 \text{ MPa}$$

Ajan myötä voima tasoittuu (jänneteräksellä ei ole tartuntaa betoniin) keskimääräiseen arvoon

$$P_{m1} := \frac{\left(\frac{P_{00} + P_{3.15}}{2}\right) \cdot (a + b) + \left(\frac{P_{3.15} + P_{7.5}}{2}\right) \cdot (c + d)}{2 \cdot L}$$

$$P_{m1} := P_{m1} + \frac{\left[\frac{(P_{7.5} + P_{11.85})}{2} \cdot (d + c) + \frac{(P_{11.85} + P_{15})}{2} \cdot (a + b)\right]}{2 \cdot L}$$

$$P_{m1} = 194.122 \text{ kN} \quad \frac{P_{m1}}{P_0} = 0.938$$

Ohjausvoimat

Keskimääräinen tasapainottava kuorma kentässä, kun jännevoima yhdessä jänteessä P_m

$$u_m := \frac{u_b \cdot b + u_c \cdot c}{2 \cdot (b + c)} \cdot P_{m1} \quad u_m = -1.351 \frac{\text{kN}}{\text{m}} / \text{jänne}$$

Tasapainotetaan rakenne pysyvälle kuormalle $g = 7.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Arvioidaan pitkäaikaisiksi häviöiksi 15 %

$$\text{Tarvittava jänteiden lukumäärä /m} \quad n := \frac{g}{-u_m \cdot (1 - 0.15)} \quad n = 6.313 \frac{1}{\text{m}}$$

Jänneteräksellä ei ole tartuntaa betoniin. Jos jänne vaurioituu jossakin kohtaa rakennetta, niin se on koko pituudeltaan toimimaton. Tämän vuoksi BY27 edellyttää, että otetaan suunnitelmissa huomioon nyhden jönteen vaurioituminen; ts.rakenteen tulee kestää vaikka yksi jänne vaurioituisi. Tämän vuoksi rakenteeseen on lisättävälisätään yksi ylimääräinen jänne.

BY27 kohta 2.1.7.2: Jänteet 2/3 L:n matkalla lasketaan kuuluviksi samaan poikkileikkaukseen

$$\frac{2}{3}L = 5 \text{ m} \quad \Rightarrow \text{Kutakin } 5 \text{ m:n leveyttä kohden lisätään } 1 \text{ jänne}$$

Tarvittava jänteiden lukumäärä /5 m $n_5 := n \cdot 5 \cdot m + 1 \quad n_5 = 34.342$

Jänteiden lukumäärä //m $n := \frac{n_5}{5 \cdot m} \quad n = 6.868 \frac{1}{m}$

Valitaan jänteet k 150 => $n := \frac{1000 \cdot \frac{\text{mm}}{m}}{150 \cdot \text{mm}} \quad n = 6.667 \frac{1}{m} \quad \text{jännettä/m}$

Jänteiden tehollinen lukumäärä olettaen 1 jänne/5m toimimattomaksi

$$n_{\text{eff}} := \frac{5 \cdot m \cdot n - 1}{5 \cdot m} \quad n_{\text{eff}} = 6.467 \frac{1}{m}$$

Jännevoima jäönnittämisen jälkeen

$$P_m := n_{\text{eff}} \cdot P_{m1} \quad P_m = 1255.3 \frac{\text{kN}}{m}$$

Kimmainen kokoonpuristuma

Kun jänteiden lukumäärä on suuri, niin termi $(n-1)/2n \rightarrow 1/2$

$$\text{Pinta-ala } A := h \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} - n \cdot \frac{\pi \cdot \phi_{\text{putki}}^2}{4} \quad A = 0.238 \frac{\text{m}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Keskimääräinen puristusjännitys } \sigma_{\text{cm}} := \frac{-P_{\text{m}}}{A} \quad \sigma_{\text{cm}} = -5.268 \text{ MPa}$$

Olkoon betonin lujuus jännittämishetkellä $f_{\text{cmi}} := 35 \cdot \text{MPa}$

$$\text{Betonin kimmokerroin jännittämishetkellä } E_{\text{cmi}} := \left(\frac{f_{\text{cmi}}}{f_{\text{cm}}} \right)^{0.3} \cdot E_{\text{cm}} \quad E_{\text{cmi}} = 3.204 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin keskimääräinen puristuma } \varepsilon_{\text{cm}} := \frac{\sigma_{\text{cm}}}{E_{\text{cm}}} \quad \varepsilon_{\text{cm}} = -0.155 \text{ ‰}$$

Jänneteräksen jännityksen muutos kimmoisesta kokoonpuristumasta

$$\Delta\sigma_{\text{pe}} := \frac{\varepsilon_{\text{cm}} \cdot E_{\text{p}}}{2} \quad \Delta\sigma_{\text{pe}} = -15.072 \text{ MPa}$$

$$\text{Jänteen voima jännittämistyön jälkeen } P_{\text{m2}} := P_{\text{m1}} - \Delta\sigma_{\text{pe}} \cdot A_{\text{p1}} \quad P_{\text{m2}} = 196.382 \text{ kN}$$

Pitkäaikaiset häviöt kutistumasta, virumasta ja relaksaatiosta 15 % (Häviöitä ei lasketa tässä)

$$\text{Jännevoima pitkäaikaisten häviöiden jälkeen } P_{\infty} := 0.85 \cdot n_{\text{eff}} \cdot P_{\text{m2}} \quad P_{\infty} = 1079.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\sigma_{\text{p}\infty} := \frac{P_{\infty}}{n_{\text{eff}} \cdot A_{\text{p1}}} \quad \sigma_{\text{p}\infty} = 1.113 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$\text{Ohjausvoima lopputilassa } u_{\text{m}\infty} := \frac{P_{\infty}}{P_{\text{m1}}} \cdot u_{\text{m}} \quad u_{\text{m}\infty} = -7.513 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Osavarmuusluku jännevoimalle ja ohjausvoimalle } \gamma_{\text{p.fav}} := 0.9$$

Käyttötila

Tavallinen kuormayhdistelmä

Kentässä

Momentti käyttötilassa tavallisessa kuormitusyhdistelmässä
(muuttuva kuorma vain toisessa kentässä)

$$M_k := [0.07 \cdot (g + u_{m\infty}) + 0.096 \cdot \psi_1 \cdot q] \cdot L^2 \quad M_k = 12.463 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Jännevoima lopputilanteessa (keskeinen) $P_\infty = 1.079 \times 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Pinta-ala $A = 0.238 \frac{\text{m}^2}{\text{m}}$

Taivutusvastukset (yksinkertaisuuden vuoksi ei oteta huomioon suojaputkia eikä betoniraudoitusta)

Taivutusvastus alareunan suhteen $W_a := \frac{h^2 \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{6} \quad W_a = 0.0096 \frac{\text{m}^3}{\text{m}}$

Taivutusvastus yläreunan suhteen $W_y := \frac{h^2 \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{6} \quad W_y = 0.0096 \frac{\text{m}^3}{\text{m}}$

Betonin jännitykset:

alapinta $\sigma_{ca} := \frac{-P_\infty}{A} + \frac{M_k}{W_a} \quad \sigma_{ca} = -3.231 \text{ MPa}$

yläpinta $\sigma_{cy} := \frac{-P_\infty}{A} - \frac{M_k}{W_y} \quad \sigma_{cy} = -5.828 \text{ MPa}$

Kenttä pysyy puristettuna tavallisella kuormitusyhdistelmällä

Tuella

Momentti käyttötilassa tavallisessa kuormitusyhdistelmässä
(muuttuva kuroma molemmissa kentissä)

$$M_t := -0.125 \cdot (g + u_{m\infty} + \psi_1 \cdot q) \cdot L^2 \qquad M_t = -15.727 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Betonin jännitykset:

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca} := \frac{-P_{\infty}}{A} + \frac{M_t}{W_a} \qquad \sigma_{ca} = -6.168 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy} := \frac{-P_{\infty}}{A} - \frac{M_t}{W_y} \qquad \sigma_{cy} = -2.891 \text{ MPa}$$

Tukialue pysyy puristettuna tavallisella kuormitusyhdistelmällä

SFS-EN-1992-1-1 kansallinen liite taul. 7.1N(FI):

Ympäristön rasitusluokassa XD3 tavallisella kuormayhdistelmällä vaatimus:

Vetojännityksetön tila eli pitää pysyä puristettuna.

Ominaiskuormayhdistelmä:

EC2:ssa ei käyttörajatilavaatimuksia tälle yhdistelmälle

Tavallinen kuormayhdistelmäKentässä

Momentti käyttötilassa tavallisessa kuormitusyhdistelmässä
(muuttuva kuorma vain toisessa kentässä)

$$M_k := [0.07 \cdot (g + u_{m\infty}) + 0.096 \cdot q] \cdot L^2 \qquad M_k = 25.963 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$\text{Jännevoima lopputilanteessa (keskeinen)} \quad P_\infty = 1.079 \times 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Betonin jännitykset:

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca} := \frac{-P_\infty}{A} + \frac{M_k}{W_a} \qquad \sigma_{ca} = -1.825 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy} := \frac{-P_\infty}{A} - \frac{M_k}{W_y} \qquad \sigma_{cy} = -7.234 \text{ MPa}$$

Kenttä pysyy puristettuna myös ominaiskuormayhdistelmällä eli täydellä hyötykuormalla

Tuella

Momentti käyttötilassa tavallisessa kuormitusyhdistelmässä
(muuttuva kuroma molemmissa kentissä)

$$M_t := -0.125 \cdot (g + u_{m\infty} + q) \cdot L^2 \qquad M_t = -33.305 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Betonin jännitykset:

$$\text{alapinta} \quad \sigma_{ca} := \frac{-P_{\infty}}{A} + \frac{M_t}{W_a} \qquad \sigma_{ca} = -7.999 \text{ MPa}$$

$$\text{yläpinta} \quad \sigma_{cy} := \frac{-P_{\infty}}{A} - \frac{M_t}{W_y} \qquad \sigma_{cy} = -1.06 \text{ MPa}$$

Tukialue pysyy puristettuna myös ominaiskuormayhdistelmällä eli täydellä hyötykuormalla

Murtotila

Osavarmuusluku jännevoimalle ja ohjausvoimalle $\gamma_{p.fav} := 0.9$

Pysyvä kuorman mitoitusarvo ohjausvoima otettuna huomioon

$$g_{d.red} := \gamma_g \cdot g + \gamma_{p.fav} \cdot u_{m\infty} \qquad g_{d.red} = 1.576 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Muuttuvan kuorman laskenta-arvo } q_d := \gamma_q \cdot q \qquad q_d = 7.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Kentässä:

Momentin mitoitusarvo (muuttuva kuorma vain toisessa kentässä)

$$M_{Ed} := (0.07 \cdot g_{d.red} + 0.096 \cdot q_d) \cdot L^2 \qquad M_{Ed} = 46.704 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Lasketaan tarvittava betoniteräksen määrä

$$\text{Betonipeite } c_s := 40 \cdot \text{mm} - 5 \cdot \text{mm} + 10 \cdot \text{mm} \qquad c_s = 45 \text{ mm}$$

$$\text{Oletetaan halkaisijaksi } \phi_s := 10 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Tehollinen korkeus } d := h - c_s - \frac{\phi_s}{2} \qquad d = 190 \text{ mm}$$

Jänteen voima kasvaa murtotilassa (SFS-EN-1991-1-1 kohta 5.10.8 (2):

$$\Delta\sigma_{p,ULS} := 50 \cdot \text{MPa} \quad (\text{ellei tehdä tarkempaa tarkastelua})$$

BY 27: Jänneteräksen pituuden lisäys murtotilassa $\Delta L := 0.05 \cdot d$ $\Delta L = 9.5 \text{ mm}$

$$\text{Ankkurien välimatka } L_{\text{ankk}} := 2 \cdot L \quad L_{\text{ankk}} = 15 \text{ m}$$

$$\text{venymän lisäys } \Delta\varepsilon := \frac{\Delta L}{L_{\text{ankk}}} \quad \Delta\varepsilon = 0.633 \text{ ‰}$$

$$\Delta\sigma_{p,ULS} := \Delta\varepsilon \cdot E_p \quad \Delta\sigma_{p,ULS} = 123.5 \text{ MPa}$$

Käytetään EC2:n mukaista lisäjännitystä $\Delta\sigma_{p,ULS} := 50 \cdot \text{MPa}$

$$\gamma_{p.fav} \cdot \sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_{p.ULS} = 1051.6 \text{ MPa} < f_{pd} = 1409.1 \text{ MPa}$$

Jänneterästen voima murtotilassa

$$P_d := (\gamma_{p.fav} \cdot \sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_{p.ULS}) \cdot n_{eff} \cdot A_{p1} \quad P_d = 1020 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Jänneteräksen saama lisävoima} \quad \Delta P := \Delta\sigma_{p.ULS} \cdot A_{p1} \cdot n_{eff} \quad \Delta P = 48.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Tasapainoehtojen mukaan } P_d \text{ vaatii puristus pintaa} \quad N_c := -P_d \quad N_c = -1.02 \times 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Suorakaiteen muotoinen jännitysjakautuma} \quad \lambda := 0.8 \quad \eta := 1$$

$$x_c := \frac{N_c}{\lambda \cdot \eta \cdot (-f_{cd})} \quad x_c = 57.9 \text{ mm}$$

$$\text{Tehollinen korkeus} \quad d = 0.19 \text{ m}$$

$$\text{Momenttivarsi} \quad z := d - \frac{\lambda}{2} \cdot x_c \quad z = 166.857 \text{ mm}$$

$$\text{Oletetaan betonin puristumaksi} \quad \varepsilon_c := 3.5\text{‰}$$

$$\text{Betoniterästen venymä} \quad \varepsilon_s := \varepsilon_c \cdot \frac{d - x_c}{x_c} \quad \varepsilon_s = 7.994\text{‰} < 0.01$$

$$\text{Taivutuskestävyys} \quad M_{Rd} := -N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{\lambda}{2} \cdot x_c \right) \quad M_{Rd} = 98.795 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$> M_{Ed} = 46.704 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Taivutuskestävyys suurempi kuin laskentamomentti

Tarunnattomissa jännerakenteissa tulee aina olla tietty vähimmäismäärä tartunnallista raudoitusta eli betoniteräksiä.

SFS-EN-1992-1-1 kohdan 9.2.1.1 mukaan rakenneosiisa, jotka on jännitetty pysyvästi tartunnattomilla ankkurijänteillä, osoitetaan, että taivutuskestävyys murtotilassa on suurempi halkeilukestävyys. Vähintään 1.15-kertainen halkeilukestävyys on murtorajatilan taivutuskestävyytenä riittävä.

Halkemamomentti (murtotilassa, jossa betonin vetolujuudelle ja jännevoimalle on käytetty osavarmuuslukuja)

Ohjausvoimien aiheuttama momentti tarkastelukohdassa (max. kenttämomentin kohta)

$$M_{\text{tas.d}} := \gamma_{\text{p.fav}} \cdot u_{\text{m}\infty} \cdot 0.07 \cdot L^2 \qquad M_{\text{tas.d}} = -26.625 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Taivutusvastus alareunan suhteen (ilman suojauputkia) $W_a := \frac{h^2}{6} \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}$

$$W_a = 0.0096 \frac{\text{m}^3}{\text{m}}$$

Betonin jännitys alareunassa esijännityksestä murtotilassa

$$\sigma_{\text{cad}} := \frac{-P_{\infty}}{A} + \frac{-M_{\text{tas.d}}}{W_a} \qquad \sigma_{\text{cad}} = -1.756 \text{ MPa}$$

Jos rakenteessa ei ole vähimmäisraudoitusta, tulkitaan se raudoittamattomaksi rakenteeksi, vetolujuus lasketaan raudoittamattoman rakenteiden ohjeiden mukaan (SFS-EN-1991-1- luku 12, kohta 12.3.1, kaava (12.1))

Raudoittamattomissa rakenteissa α_{ct} korvataan kertoimella $\alpha_{ct,pl} := 0.6 \cdot \alpha_{ct}$ $\alpha_{ct,pl} = 0.6$

$$\text{Halkeamamomentti } M_{crd} := \left(\frac{P_{\infty}}{A} + \frac{\alpha_{ct,pl} \cdot f_{ctm}}{\gamma_c} \right) \cdot W_a - M_{tas,d}$$

$$M_{crd} = 83.806 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} < 1.15 \cdot M_{Rd} = 113.614 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Halkeilukestävyys ei ole riittävä => tarvitaan tartunnallista raudoitusta raudoitusta

EC2:ssa ei ole muita erityissääntöjä tartunnattomien rakenteiden vähimmäisraudoituksesta, joten normaali teräsbetonurakenteiden vähimmäisraudoitusvaatimus on voimassa

$$A_{smin} := 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot d \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad A_{smin} = 317 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Kuitenkin vähintään } A_{smin1} := 0.0013 \cdot d \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad A_{smin1} = 247 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

BY 27 kohdan 2.5.2.2 mukaan betoniraudoitusta voidaan vähentää verrattuna teräsbetoniin vähimmäisraudoitukseen, jos betonin puristusjännitys käyttötilassa painopisteakselilla ylittää 1 MPa:n..

Puristusjännitys painopisteakselilla käyttötilassa $\sigma_{cpp} := \frac{-P_{\infty}}{A}$ $\sigma_{cpp} = -4.53 \text{ MPa}$

Puristusjännitys ylittää arvon 1 MPa

Kerroin $k := \frac{\sigma_{cpp}}{-1 \text{ MPa}}$ $k = 4.53$

$$A_{sminby27} := \begin{cases} \left[\max \left[0.18 \cdot \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} \cdot (2 - k), 0.0005 \right] \cdot d \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \right] & \text{if } k \geq 1 \\ \left(0.25 \cdot \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} \cdot d \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \right) & \text{if } k < 1 \end{cases} \quad sminby27 = 95 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Käytetään Eurokoodin mukaista vähimmäisraudoitusta $A_{smin} := 315 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Valitaan raudoitukseksi kentässä T8 k150 $A_s := 53 \cdot \text{mm}^2 \cdot \frac{1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{150 \cdot \text{mm}}$ $A_s = 353 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Lasketaan taivutuskestävyys uudelleen tämän raudoituksen perusteella

$$\text{Betongerästen voima } N_s := A_s \cdot f_{yd} \quad N_s = 160.606 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Jänneteräksen voima } P_d = 1020 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Betoinin puristusresultantti } N_c := -(N_s + P_d) \quad N_c = -1180.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Puristuspuinnan korkeus

$$x_c := \frac{N_c}{\lambda \cdot \eta \cdot (-f_{cd})} \quad x_c = 67 \text{ mm}$$

$$\text{Tehollinen korkeus } d = 0.19 \text{ m}$$

$$\text{Momenttivarsi } z := d - \frac{\lambda}{2} \cdot x_c \quad z = 163.213 \text{ mm}$$

$$\text{Oletetaan betonin puristumaksi } \varepsilon_c := 3.5\text{‰}$$

$$\text{Betongerästen venymä } \varepsilon_s := \varepsilon_c \cdot \frac{d - x_c}{x_c} \quad \varepsilon_s = 6.43\text{‰} < 0.01$$

$$\text{Taivutuskestävyys } M_{Rd} := -N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{\lambda}{2} \cdot x_c \right) + N_s \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) \quad M_{Rd} = 121.291 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$> M_{Ed} = 46.704 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Taivutuskestävyys suurempi kuin laskentamomentti

Tuella

Taivutusmomentin laskenta-arvo (muuttuva kuroma molemmissa kentissä)

$$M_{tEd} := -0.125 \cdot (g_{d,red} + q_d) L^2 \qquad M_{tEd} = -63.813 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Käytetään tuella vähimmäisraudoitusta T 10 k200 $A_s := 78.5 \cdot \text{mm}^2 \cdot \frac{1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{200 \cdot \text{mm}}$

$$A_s = 392.5 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Betoniterästen voima $N_s := A_s \cdot f_{yd}$ $N_s = 178.409 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Jänneteräksen voima $P_d = 1020 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Betonin puristusresultantti $N_c := -(N_s + P_d)$ $N_c = -1198.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Puristuspuunnan korkeus

$$x_c := \frac{N_c}{\lambda \cdot \eta \cdot (-f_{cd})} \qquad x_c = 68 \text{ mm}$$

Tehollinen korkeus $d = 0.19 \text{ m}$

Momenttivarsi $z := d - \frac{\lambda}{2} \cdot x_c$ $z = 162.809 \text{ mm}$

Oletetaan betonin puristumaksi $\varepsilon_c := 3.5\text{‰}$

Betoniterästen venymä $\varepsilon_s := \varepsilon_c \cdot \frac{d - x_c}{x_c}$ $\varepsilon_s = 6.283\text{‰} < 0.01$

Taivutuskestävyys $M_{Rd} := -N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{\lambda}{2} \cdot x_c \right) + N_s \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)$

$$M_{Rd} = 123.712 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} > |M_{tEd}| = 63.813 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

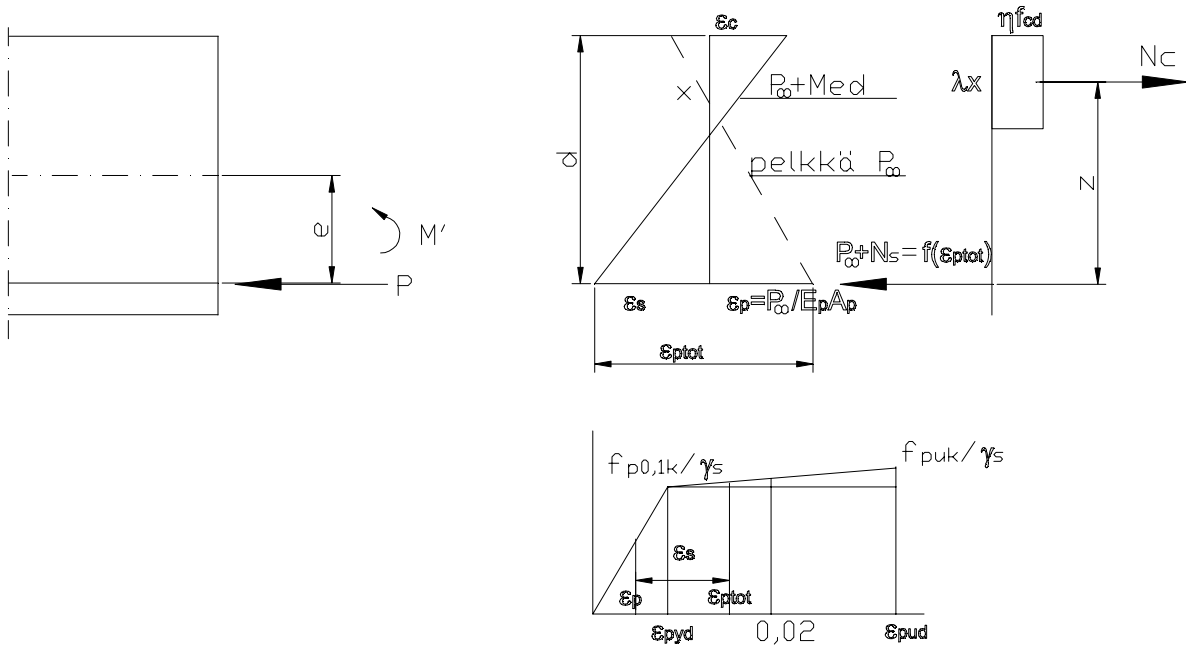
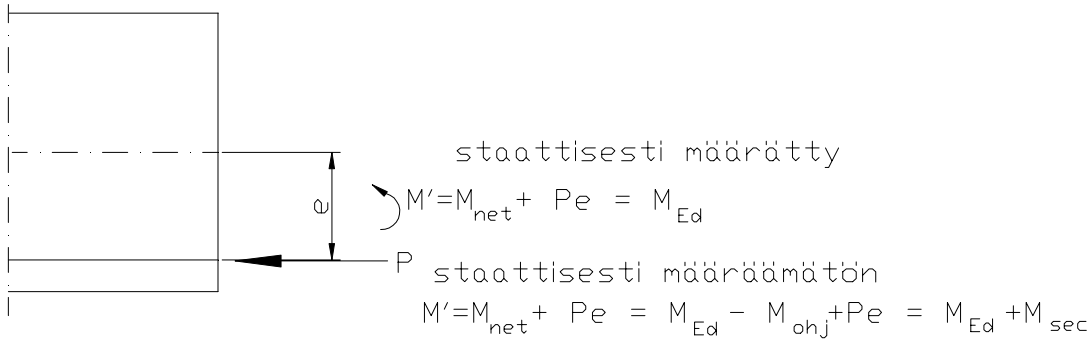
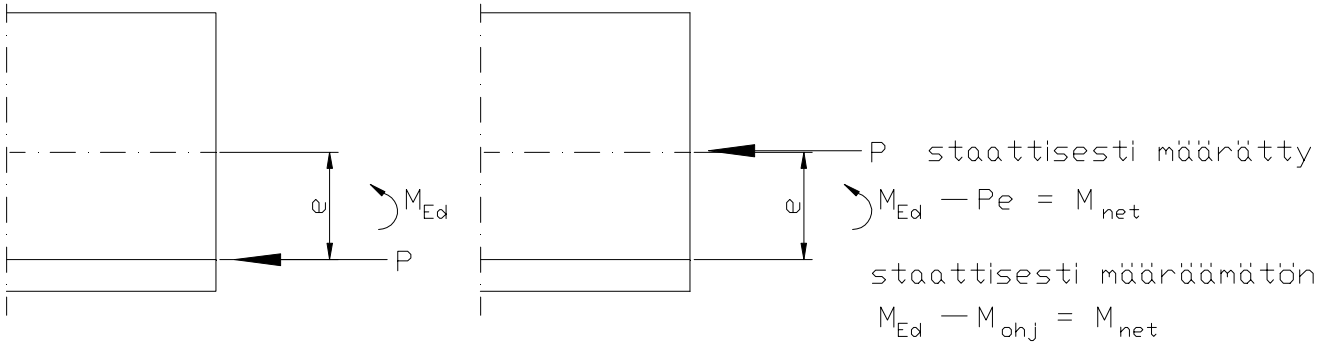
Taivutuskestävyys suurempi kuin laskentamomentti

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Taivutuskestävyys

JJÄNNEPALKIN TAIVUTUS MURTOTILASSA

Puristettu ja taivutettu poikkileikkaus



$$M' = \begin{cases} M_{Ed} \\ M_{Ed} + M_{sec} \end{cases}$$

M_{Ed} on laskentamomentti ulkoisesta kuormasta

M_{sec} on esijännityksestä aiheutuva pakkomomentti staattisesti määräämättömissä rakenteissa

$$M_{sec} = M_{ohj} - P_e$$

M_{ohj} on esijännityksestä aiheutuvan ohjausvoiman momentti

Suhteellinen momentti

$$\mu = \frac{M'}{bd^2f_{cd}}$$

Tehollisen puristuspinnan suhteellinen korkeus

$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu}$$

Tehollisen puristuspinnan korkeus $y = \beta d$

Sisäinen momenttivarsi $z = d - y/2$

Vetoraudoituksen voima $N_s + P_\infty = \frac{M'}{z}$

P_∞ on esijännitys pitkäaikaisten häviöiden jälkeen alkujännitys – häviöt kutistumasta, virumasta ja relaksaatiosta, mutta ei kimmoisesta kokoonpuristumasta

Rakenne kuvitellaan jännitettäväksi lopputilanteessa juuri ennen ”jännittämistä” vaikuttavalla häviöiden jälkeisellä jännevoimalla P_∞

N_s on ulkoisen kuorman laskentamomentista M_{Ed} aiheutuva lisävoima vetoraudoituksessa

Vetoraudoituksen kokonaisvoima $N_s + P_\infty$ on laskettava teräksen kokonaisvenymän ϵ_{ptot} mukaan jänneteräksen jännitys-venymäkäyrästä

Tasapainoehdot:

$$N_s + P_\infty - N_c = 0$$

$$(N_s + P_\infty)z = M' = M_{\text{Ed}} + (M_{\text{sec}})$$

Momenttiehto voidaan ilmaista myös muodossa

$$N_s z + P(z - e) = M_{\text{Ed}} + M_{\text{sec}} - Pe = M_{\text{Ed}} - M_{\text{ohj}}$$

Tässä jännevoima on siirretty poikkileikkauksen painopisteeseen, etäisyys puristusresultantista $z - e \Rightarrow$ yhtälön oikealla puolella on ohjausvoimien aiheuttama momentti

Jälkimmäistä kaavaa käytetään yleensä ankkurijänmnerakenteissa, joissa jännevoiman vaikutus momenttiin on pakkomomentista johtuen erisuuri kuin Pe .

Ohjausvoimien aiheuttama momentti M_{ohj} kerrotaan jännevoiman osavarmuusluvulla $\gamma_p = 0,9$.

Esim.
Aikaisemmin käsitelty 2-aukkoinen ankkurijännepalkki

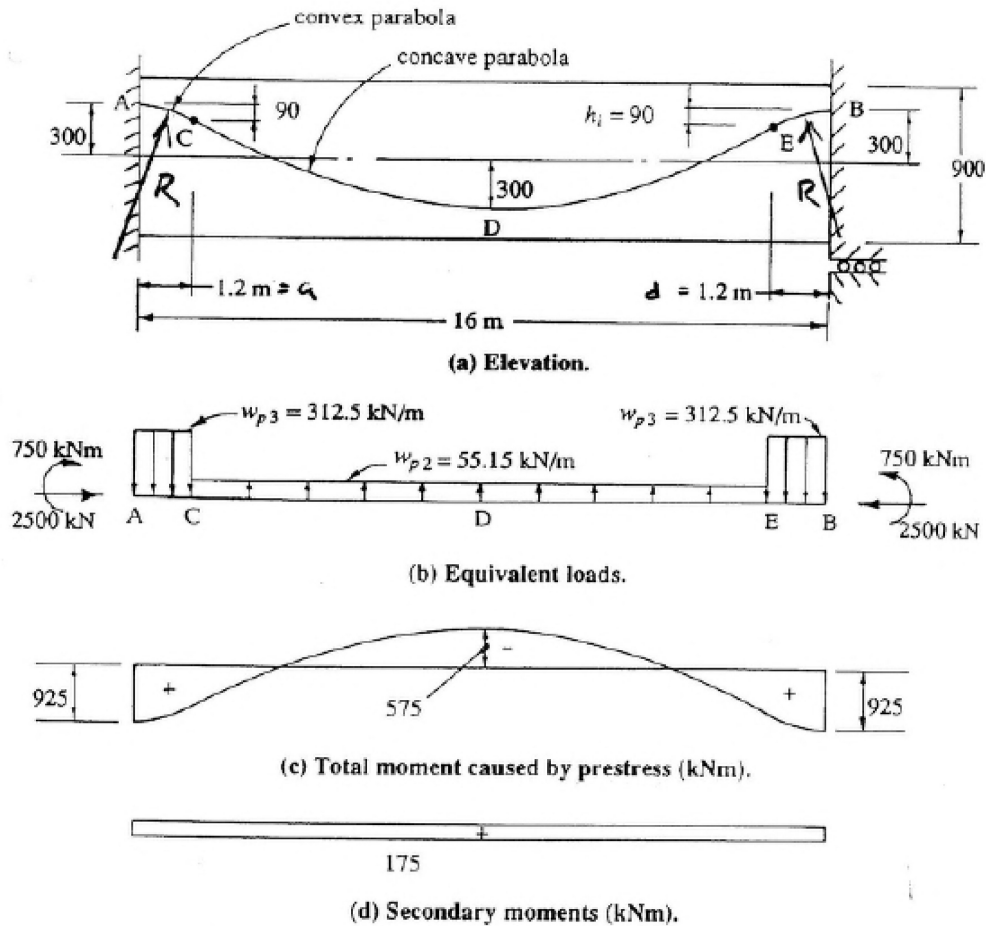


Figure 9.15 Fixed-end beam with a realistic tendon profile (Example 9.3).

Palkin korkeus $h := 900 \cdot \text{mm}$

tehollinen korkeus $d := 800 \cdot \text{mm}$

Leveys $b := 500 \cdot \text{mm}$

Kentässä jänneteästen epäkeskisyys $e := 300 \cdot \text{mm}$

Jännevoima $P := -2500 \cdot \text{kN}$

Betoni C40/50 Laskentalujuus $f_{cd} := 25.2 \cdot \text{MPa}$

Laskentakuormien aiheuttama momentti $M_{Ed} := 2000 \cdot \text{kNm}$

Ohjauvoimen aiheuttama momentti $M_{Ohj} := -575 \cdot \text{kNm}$

Sekundäärimomentti $M_{sec} := M_{Ohj} - P \cdot e$ $M_{sec} = 175 \cdot \text{kNm}$

Otetaan huomioon ohjausvoiman aiheuttama momentti, jolloin jännevoima vaikuttaa poikkileikkauksen painopisteessä

$$\text{Nettomomentti } M_{\text{net}} := M_{\text{Ed}} + M_{\text{ohj}} \quad M_{\text{net}} = 1425 \text{ kNm}$$

Kyseessä on puristettu ja taivutettu poikkileikkaus
Siirretään puristava voima P jänneteästen kohdalle

$$M_1 := M_{\text{net}} - P \cdot e \quad M_1 = 2175 \text{ kNm}$$

$$\text{Suhteellinen momentti } \mu := \frac{M_1}{b \cdot d^2 \cdot f_{\text{cd}}} \quad \mu = 0.27$$

$$\text{Tehollisen puristuspinnan suhteellinen korkeus } \beta := 1 - \sqrt{(1 - 2 \cdot \mu)} \quad \beta = 0.321$$

$$\text{Tehollisen puristuspinnan korkeus } y := \beta \cdot d \quad y = 257.08 \text{ mm}$$

$$\text{Momenttivarsi } z := d - \frac{y}{2} \quad z = 671.46 \text{ mm}$$

$$\text{Vetorausituksen voima } N_{\text{tot}} := \frac{M_1}{z} \quad N_{\text{tot}} = 3239.211 \text{ kN}$$

$$\text{Vetorausituksen lisävoima jännevoiman lisäksi } N_s := N_{\text{tot}} + P \quad N_s = 739.211 \text{ kN}$$

Jos jänneteräs myötää, niin teräsännitys laskentalujuuden suuruinen $f_{\text{pd}} := 1482 \cdot \text{MPa}$

$$\text{Tarvittava teräsmäärä } A_p := \frac{N_{\text{tot}}}{f_{\text{pd}}} \quad A_p = 2186 \text{ mm}^2$$

Jos esijännitys häviöiden jälkeen on $\sigma_p := 1144 \cdot \text{MPa}$ niin tällä teräsmäärällä $P=2500 \cdot \text{kN}$

$$\text{Betonin puristusresultantti } N_c := -b \cdot y \cdot f_{\text{cd}} \quad N_c = -3.239 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$N_s - P + N_c = 0 \text{ N}$$

$$(N_s - P) \cdot z = 2.175 \times 10^3 \text{ kNm} \quad M_1 = 2.175 \times 10^6 \text{ J}$$

$$N_s \cdot z - P \cdot (z - e) = 1.425 \times 10^3 \text{ kNm} \quad M_{\text{Ed}} + M_{\text{sec}} + P \cdot e = 1.425 \times 10^3 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{Ed}} + M_{\text{ohj}} = 1.425 \times 10^3 \text{ kNm}$$

Mitoitus murtotilassa

Laskentakuorma

EC0 Liite A:n mukaiset kuormien osavarmuusluvut
Taulukko A1.2 (B)FI STR/GEO Sarja B

Taulukko A1.2(B) (FI) Kuormien mitoitusarvot (STR/GEO) (Sarja B)

Normaalisti vallitsevat ja tilapäiset mitoitusolot	Pysyvät kuormat		Määrävä muuttuva kuorma (*)	Muut samanaikaiset muuttuvat kuormat (*)
	Epäedulliset	Edulliset		
(Yht. 6.10a)	$1,35 K_{FI} G_{kj,sup}$	$0,9 G_{kj,inf}$		
(Yht. 6.10b)	$1,15 K_{FI} G_{kj,sup}$	$0,9 G_{kj,inf}$	$1,5 K_{FI} Q_{k,l}$	$1,5 K_{FI} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

(*)Taulukon A.1.1 mukaiset kuormat ovat muuttuvia kuormia.

Huom. 1: Mitoituskavaana asia voidaan ilmaista siten, että kuormien yhdistelmänä käytetään epäedullisempaa kahdesta seuraavasta lausekkeesta, jolloin on huomattava, että jälkimmäinen lauseke sisältää vain pysyviä kuormia:

$$\begin{cases} 1,15 K_{FI} G_{kj,sup} + 0,9 G_{kj,inf} + 1,5 K_{FI} Q_{k,l} + 1,5 K_{FI} \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \\ 1,35 K_{FI} G_{kj,sup} + 0,9 G_{kj,inf} \end{cases}$$

K_{FI} riippuu standardin SFS-EN 1990 liitteen B taulukon B2 mukaisesta luotettavuusluokasta seuraavasti:

luotettavuusluokassa RC3 $K_{FI} = 1,1$

luotettavuusluokassa RC2 $K_{FI} = 1,0$

luotettavuusluokassa RC1 $K_{FI} = 0,9$.

Luotettavuusluokkia selventävät seuraamushuokat CC3 ... CC1 esitetään liitteessä B.

Huom!

- Jatkuissa palkeissa pysyvän kuorman varmuuskerroin on 1.15 kaikissa kentissä

- Eurokoodeissa hyötykuorma on kokonaan liikkuva; eli liikutellaan koko hyötykuormaa kentittäin etsittäessä kentän /tuen kannalta vaarallisinta kuormitustilannetta

Materiaalien osavarmuusluvut Suomessa

Mitoitustilanne	Rakenneluokka	Betonin γ_c	Betoniteräksen γ_s	Jänneteräksen γ_s
Normaalisti vallitseva tai tilapäinen	1-luokka	1,35	1,1	1,1
	2-luokka	1,50	1,15	1,15
Onnettomuus	1-luokka	1,2	1,0	1,0
	2-luokka	1,2	1,0	1,0
Käyttötila	1-luokka	1,0	1,0	1,0
	2-luokka	1,0	1,0	1,0

Rakenneluokka 1:

- betonin lujuus $\geq C35/45$
- jännitetty rakenne aina

Jännevoiman osavarmuusluvut

(1) Jännevoima on useimmissa tapauksissa tarkoitettu vaikutukseltaan edulliseksi, ja murtorajatilatarkasteluissa käytetään arvoa $\gamma_{fav} = 0,9$.

Jännevoiman mitoitusarvo voi perustua jännevoiman keskiarvoon

(2) Tarkistettaessa ulkopuolisen jännevoiman yhteydessä esiintyvää stabiiliusrajatilaa tapauksessa, jossa jännevoiman arvon kasvu voi olla epäedullinen, käytetään arvoa $\gamma_{P_{unfav}} = 1,3$.

(3) Myös paikallisia vaikutuksia, kuten halkaisujännityksiä ja halkaisuraudoituksia tarkasteltaessa käytetään arvoa $\gamma_{P_{unfav}} = 1,2$.

Betonin jännitys-muodonmuutoskuvio

Poikkileikkauksia mitoitettaessa voidaan käyttää seuraavia betonin jännitys-muodonmuutoskuvioita

Malli 1:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{kun} \quad 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$$

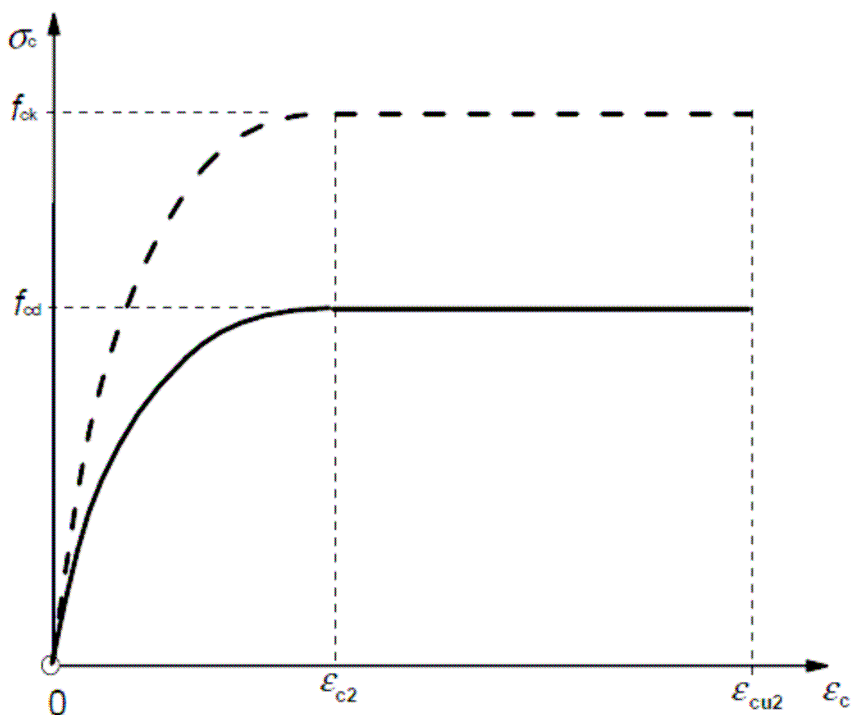
$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{kun} \quad \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$$

missä:

n on taulukon 3.1 mukainen eksponentti

ε_{c2} on taulukon 3.1 mukainen muodonmuutos maksimilujuuden saavuttamiskohdassa

ε_{cu2} on taulukon 3.1 mukainen murtopuristuma.



Kuva 3.3: Puristetun betonin paraabeli-suorakaide -kuvio.

Malli 3:

(3) Jännitysresultanttia laskettaessa voidaan käyttää kuvan 3.5 mukaisesti jännityssuorakaidetta. määrittävä kerroin λ ja tehollisen lujuuden määrittävä kerroin η saadaan kaavoista:

$$\lambda = 0,8 \quad \text{kun } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

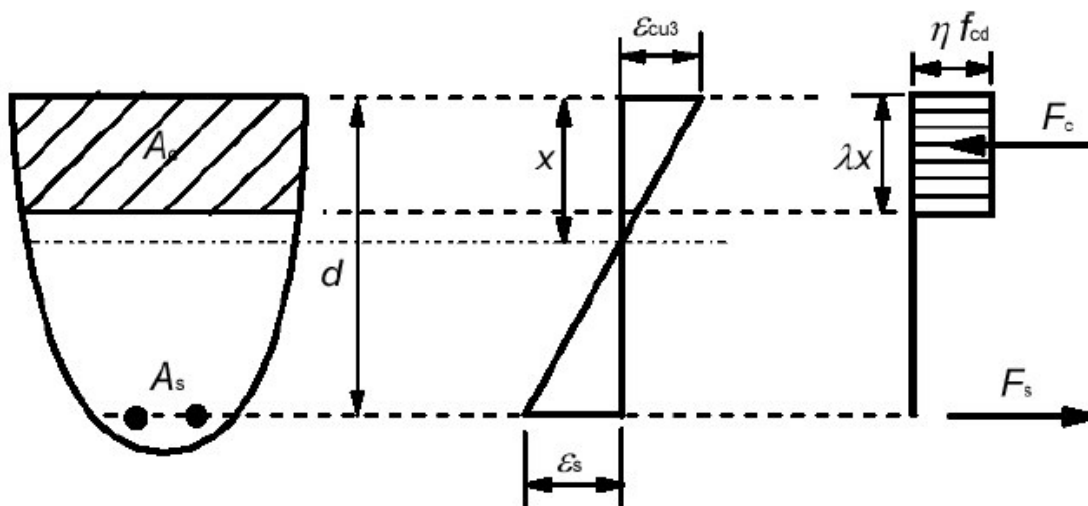
$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 \quad \text{kun } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

ja

$$\eta = 1,0 \quad \text{kun } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 \quad \text{kun } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

HUOM. Jos puristetun alueen leveys pienenee puristetun alueen ulkoreunaa kohti, arvoa ηf_{cd} pienennetään 10 %.



Kuva 3.5: Suorakaiteen muotoinen jännitys jakauma

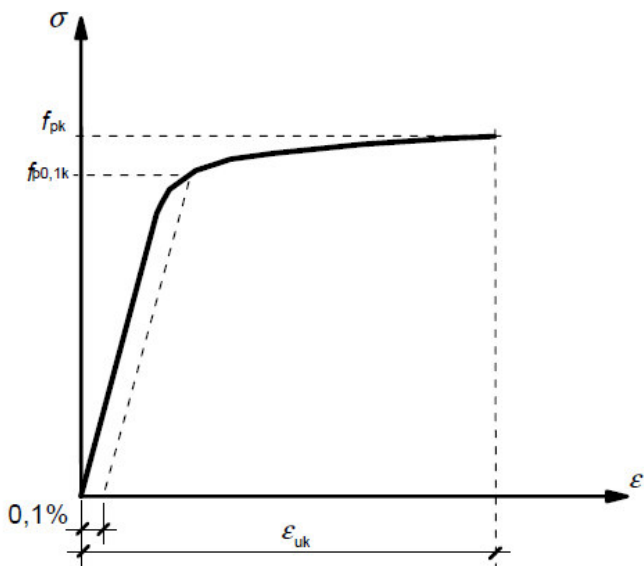
Betonin laskentalujuus

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

missä

- $\alpha_{cc} = 0,85$ on pienennyskerroin kuormitukselle, joka vaikuttaa pidemmän ajan kuin kuorma puristuskokeessa
- f_{ck} on ominaislujuus
- γ_c on betonin materiaalin osavarmuusluku

Jänneteräksen jännitysmuodonmuutosyhteys



9: Tyypillisen jänneteräksen jännitys-venymäyhteyden kuvaaja

Mitoituksessa käytettävä jänneteräksen jännitys-muodonmuutosyhteys

Malli 1: Nouseva suora:

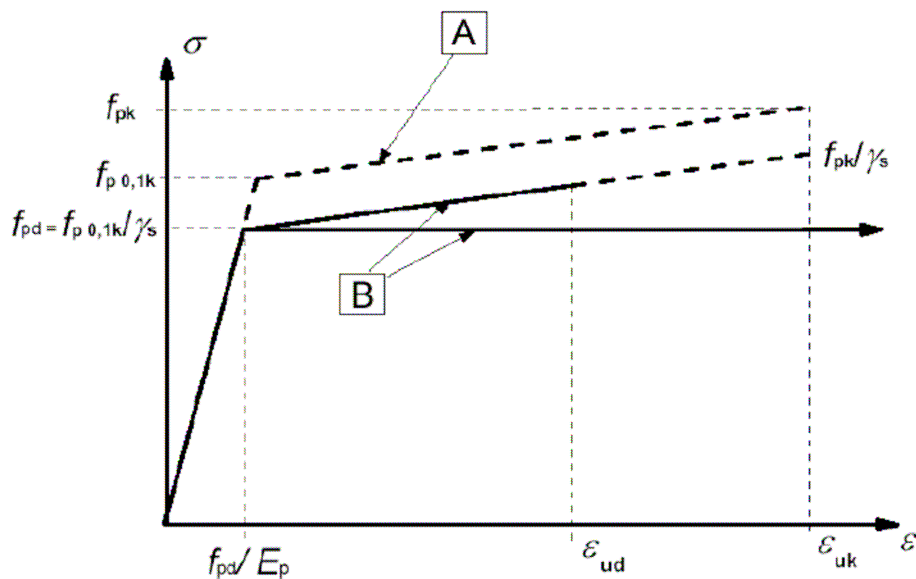
Suurin venymä rajoitettu arvoon $\epsilon_{ud}=0,02$

$$\text{Jännitys venymäarvolla } \epsilon_{ud}=0,02; \quad f_{pd,max} = f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \cdot \frac{\epsilon_{ud} - \frac{f_{pd}}{E_p}}{\epsilon_{uk} - \frac{f_{pd}}{E_p}}$$

Malli 2: Vaakasuora suora

Venymälle ei rajoitusta

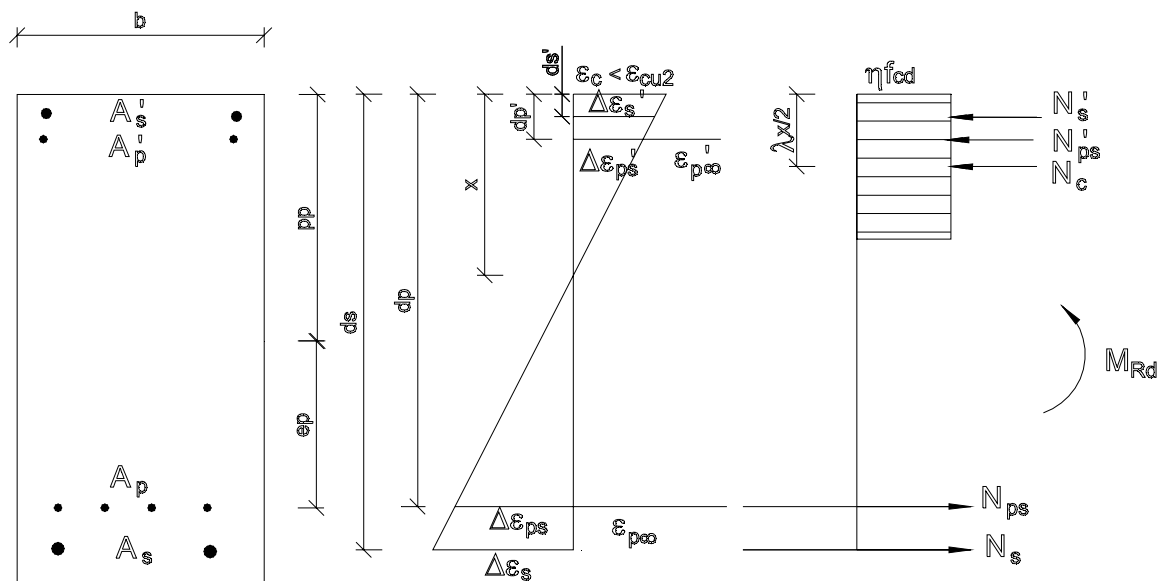
$$\text{Jännitys } f_{pd} = \frac{f_{p,0,1k}}{\gamma_s} = \frac{f_{p,0,1k}}{1,1}$$



A Idealisoitu

B Mitoitus

Taivutuskestävyys jännitettyssä rakenteessa



Alajänteet:

Jänneteräksen esijännitys pitkäaikaisten häviöiden jälkeen $\sigma_{p\infty} = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{p, \text{kut+vir+rel}}$

Esijännitysvenymä lopputilanteessa $\epsilon_{p\infty} = \sigma_{p\infty} / E_p$

Jänneteräksen lisävenymä ulkoisesta kuormasta (momentista) $\Delta\epsilon_{ps}$

Jänneteräksen kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot} = \epsilon_{p\infty} + \Delta\epsilon_{ps}$

Jänneteräksen jännitys $\sigma_{ps} = f(\epsilon_{ptot})$

Jänneteräksen voima $N_{ps} = A_p \sigma_{ps} = P_{\infty} + \Delta N_{ps}$

Yläjänteet:

Jänneteräksen esijännitys pitkäaikaisten häviöiden jälkeen $\sigma_{py\infty} = \sigma_{py0} - \Delta\sigma_{py, \text{kut+vir+rel}}$

Esijännitysvenymä lopputilanteessa $\epsilon_{p\infty}' = \sigma_{py\infty} / E_p$

Jänneteräksen lisävenymä ulkoisesta kuormasta (momentista) $\Delta\epsilon_{ps}'$

Jänneteräksen kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot}' = \epsilon_{p\infty}' + \Delta\epsilon_{ps}' \leq 0,02$

Jänneteräksen jännitys $\sigma_{ps}' = f(\epsilon_{ptot}') \leq f_{pd}$ tai f_{pd}'

Jänneteräksen voima $N_{ps}' = A_p' \sigma_{ps}' = P_{y\infty} + \Delta N_{yps}$

Alapinnan betoniteräksset:

Venymä ulkoisesta kuormasta (momentista) $\epsilon_s (\leq 0,01)$

Jännitys ulkoisesta kuormasta $\sigma_s = \epsilon_s E_s \leq f_{yd}$

Terästen vetovoima $N_s = A_s \sigma_s = A_s f_{yd}$

Yläpinnan betoniteräksset:

Puristuma ulkoisesta kuormasta (momentista) ϵ_s'

Jännitys ulkoisesta kuormasta $\sigma_s = -\epsilon_s' E_s \leq -f_{yd}$

Terästen vetovoima $N_s' = A_s \sigma_s \leq -A_s f_{yd}$

Betoni:

Betonin reunamuodonmuutos $\epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} = (0,035)$

Betonin jännitys $\sigma_c = \eta f_{cd}$

Betonin jännitysresultantti $N_c = -\eta f_{cd} b \lambda x$

Tasapainoehdot:

$$N_{ps} + N_s + N_{ps}' + N_s' + N_c = 0 \quad (N_s' < 0 \quad N_c < 0)$$

Momenttiehto betonin puristusresultantin suhteen:

$$M_{Rd} = N_{ps} (d_p - \lambda x/2) + N_s (d_s - \lambda x/2) + N_{ps}' (\lambda x/2 - d_p') + N_s' (\lambda x/2 - d_s') \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &= (P_\infty + \Delta N_{ps}) (d_p - \lambda x/2) + N_s (d_s - \lambda x/2) + N_{ps}' (\lambda x/2 - d_p') + N_s' (\lambda x/2 - d_s') \\ &= P_\infty e_p + P_\infty (d_p - e_p - \lambda x/2) + \Delta N_{ps} (d_p - \lambda x/2) + N_s (d_s - \lambda x/2) + \\ &\quad + N_{ps}' (\lambda x/2 - d_p') + N_s' (\lambda x/2 - d_s') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Rd} - P_\infty e_p &= P_\infty (d_p - e_p - \lambda x/2) + \Delta N_{ps} (d_p - \lambda x/2) + N_s (d_s - \lambda x/2) + \\ &\quad + N_{ps}' (\lambda x/2 - d_p') + N_s' (\lambda x/2 - d_s') \end{aligned} \quad (1)$$

Sama tulos saadaan, jos momenttiehto lasketaan painopisteen suhteen

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= N_{ps} (d_p - pp) + N_s (d_s - pp) + N_{ps}' (pp - d_p') + N_s' (pp - d_s') + N_c (pp - \lambda x/2) \\ &= (P_\infty + \Delta N_{ps}) (d_p - pp) + N_s (d_s - pp) + N_{ps}' (pp - d_p') + N_s' (pp - d_s') + N_c (pp - \lambda x/2) \\ &= P_\infty e_p + \Delta N_{ps} (d_p - pp) + N_s (d_s - pp) + N_{ps}' (pp - d_p') + N_s' (pp - d_s') + N_c (pp - \lambda x/2) \end{aligned}$$

$$M_{Rd} - P_\infty e_p = \Delta N_{ps} (d_p - pp) + N_s (d_s - pp) + N_{ps}' (pp - d_p') + N_s' (pp - d_s') + N_c (pp - \lambda x/2) \quad (2)$$

$$M_{Rd} - M(P_\infty)_{tas} = \Delta N_{ps} (d_p - pp) + N_s (d_s - pp) + N_{ps}' (pp - d_p') + N_s' (pp - d_s') + N_c (pp - \lambda x/2)$$

pp on painopisteen etäisyys yläreunasta

Tartuntajännerakenteissa, joissa jänteet ovat suoria ja rakenne staattisesti määrätty, käytetään yleensä momenttiehtoa (1), jossa jännevoiman vaikutus otetaan huomioon jänneterästen kokonaisvoimassa ko. korkeudella.

Ankkurijännerakenteissa, joissa on kaarevat jänteet ja erityisesti silloin, kun rakenne on staattisesti määräämätön käytetään momenttiehtoa (2), jossa jännevoima P_{∞} on keskeinen ja jännevoiman epäkeskeisyys otetaan huomioon ulkoista momenttia vähentävänä tasapainottavana momenttina $M(P_{\infty})_{tas}$. Tällöin ainoastaan kuormituksen aiheuttama lisävoima jänneteräksissä vaikuttaa jänneterästen kohdalla. Jännevoiman epäkeskisyyden ottaminen huomioon tasapainottavana momenttina on tarpeen siksi, että staattisesti määräämättömissä rakenteissa jännevoiman epäkeskeisyyden vaikutus poikkeaa momentista $P e_p$ eli $M_{tas} \neq P e_p$ sekundäärimomentin verran. Jos käytetään momenttiehtoa (1), niin sekundäärimomentti on otettava huomioon yhtälön vasemmalla puolella M_{Rd} :tä vähentävänä tekijänä ja primäärimomentti $P_{\infty} e_p$ sisältyy yhtälön oikealla puolella olevaan arvoon $N_p (d_p - \lambda x / 2)$. Puristettua ja taivutettua poikkileikkausta laskettaessa puristava normaalivoima siirretään yleensä vetoterästen painopisteeseen ja mitoitusmomenttia lisätään siirtoa vastaavasti. Jos keskeisenä vaikuttava puristava jännevoima siirretään jänneterästen painopisteeseen, niin yhtälön (2) oikealle puolelle jää vain sekundäärimomentti.

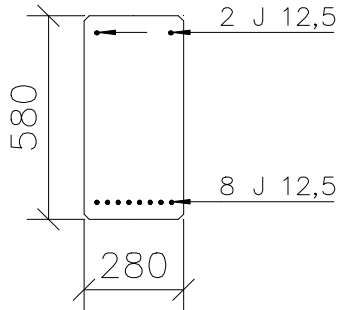
Murtotilassa tasapainottava momentti kerrotaan jännevoiman osavarmuusluvulla $\gamma_p = 0,9$.

Kaavoissa käytetty jännevoiman arvo P_{∞} :ssa on otettu huomioon vain kutistumasta, virumasta, relaksaatiosta ja ankkurijännerakenteilla kitkasta ja ankkurointiliukumasta syntyneet häviöt, **ei kimmoisesta muodonmuutoksesta** syntyneitä häviöitä.

Jännevoimasta aiheutuvan betonin kokoonpuristumisen vaikutus sisältyy edellä oleviin poikkileikkauksen muodonmuutos- ja tasapainoehtoihin myös murtotilassa; samoin jännevoiman aiheuttama puristus betoniteräksiin.

Jännitetyn rakenteen taivutuskestävyys

Tartuntajännepalkki



Tartuntajännepalkin poikkileikkaus on suorakaide, jonka mitat ovat:

$$h := 580 \cdot \text{mm} \quad b := 280 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Palkin pituus} \quad L := 10 \cdot \text{m}$$

Kuormitus:

$$\text{Palkin paino} \quad g_0 := 4.06 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Pysyvä hyötykuorma} \quad g_2 := 9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Muuttuva hyötykuorma} \quad q := 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kuormien osavarmuusluvut (Suomessa):

$$\text{pysyvä kuorma} \quad \gamma_g := 1.15$$

$$\text{muuttuva kuorma} \quad \gamma_q := 1.5$$

$$\text{Laskentakuorma murtotilassa} \quad p_d := \gamma_g \cdot (g_0 + g_2) + \gamma_q \cdot q \quad p_d = 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Taivutusmomentin laskenta-arvo murtotilassa} \quad M_{Sd} := \frac{p_d \cdot L^2}{8} \quad M_{Sd} = 375.2 \text{ kNm}$$

Betonin lujuusluokka C40/50-1	$f_{ck} := 40 \cdot \text{MPa}$	
Osavarmuuskuku	$\gamma_c := 1.35$	
	$\alpha_{cc} := 0.85$	
Puristuslujuuden laskenta-arvo	$f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	$f_{cd} = 25.2 \text{ MPa}$
Betonin murtopuristuma	$\varepsilon_{cu3} := 3.5 \cdot \text{‰}$	
Puristuspuunnan ssuhteellisen korkeuden kerroin λ	$\lambda := 0.8$	
Jännityskerroin η	$\eta := 1$	

Jänneteräkset:

Alajänteet: 8 ϕ_{p7} 12,5, laatu St 1600/1800	$n_p := 8$	$\phi_p := 12.5 \cdot \text{mm}$
	$A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$	
	$A_p := n_p \cdot A_{p1}$	$A_p = 744 \text{ mm}^2$
etäisyys alapinnasta	$c_p := 50 \cdot \text{mm}$	
tehollinen korkeus $d_p := h - c_p$	$d_p = 530 \text{ mm}$	
Esijännitys häviöiden jälkeen $\sigma_{p\infty} := 1075.5 \cdot \text{MPa}$		

Yläjänteet: 2 ϕ_{p7} 12,5, laatu St 1600/1800	$n_{py} := 2$	$\phi_p := 12.5 \cdot \text{mm}$
	$A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$	
	$A_{py} := n_{py} \cdot A_{p1}$	$A_{py} = 186 \text{ mm}^2$
etäisyys yläpinnasta $c_{py} := 40 \cdot \text{mm}$		
Esijännitys häviöiden jälkeen $\sigma_{py\infty} := 934.9 \cdot \text{MPa}$		

Jänneteräksen lujuusarvot:

0.1-raja $f_{p0.1k} := 1600 \cdot \text{MPa}$		
murtolujuus $f_{pk} := 1800 \cdot \text{MPa}$		
kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$		
Jänneteräksen osavarmuusluku $\gamma_s := 1.1$		
0.1-rajan laskenta-arvo eli laskentalujuus	$f_{pd} := \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s}$	$f_{pd} = 1454.5 \text{ MPa}$
Myötövenymä $\varepsilon_{py} := \frac{f_{pd}}{E_p}$		$\varepsilon_{py} = 7.5 \cdot \text{‰}$
Murtovenymä $\varepsilon_{pk} := 65 \cdot \text{‰}$		

1. Jänneteräksen jännitys-venymähteys vaakasuora

Teräksen maksimivenymää ei ole rajoitettu

Jos venymä suurempi kuin ϵ_{py} , niin jänneteräs myötää ja jännitys vastaa arvoa f_{pd} venymästä riippumatta. Tällöin voidaan käyttää samoja laskentakaavoja kuin teräsbetonirakenteilla.

Lasketaan aluksi ilman yläjännitteitä

$$\text{Mekaaninen raudoitussaste } \omega := \frac{f_{pd} \cdot A_p}{b \cdot d_p \cdot f_{cd}} \quad \omega = 0.3$$

$$\text{Suhteellinen momentti } \mu := \omega \cdot \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \quad \mu = 0.2$$

$$\text{Taivutuskestävyys } M_{Rd} := \mu \cdot b \cdot d_p^2 \cdot \eta \cdot f_{cd} \quad M_{Rd} = 490.5 \text{ kNm}$$

$$\text{Puristuspinnan tehollinen korkeus } y := \omega \cdot d_p \quad y = 153.5 \text{ mm}$$

$$\text{Momenttivarsi } z := d_p - \frac{y}{2} \quad z = 453.3 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0.8$$

$$\text{Puristuspinnan korkeus } x := \frac{y}{\lambda} \quad x = 191.8 \text{ mm}$$

$$\text{Murto tapahtuu, kun betonin puristuma } \epsilon_c := -\epsilon_{cu3} \quad \epsilon_{cu3} = 3.5 \text{ ‰}$$

$$\text{Jänneteräksen lisävenymä kuormasta } \Delta\epsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \epsilon_c \quad \Delta\epsilon_{ps} = 6.2 \text{ ‰}$$

$$\text{Esijännitysvenymä } \epsilon_{p\infty} := \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p} \quad \epsilon_{p\infty} = 5.5 \text{ ‰}$$

$$\text{Kokonaisvenymä } \epsilon_{ptot} := \epsilon_{p\infty} + \Delta\epsilon_{ps} \quad \epsilon_{ptot} = 11.7 \text{ ‰}$$

$$> \epsilon_{py} = 7.5 \text{ ‰}$$

Jänneteräkset myötäävät, joten laskelmassa voidaan käyttää arvoa f_{pd}

$$\text{Puristuma yläjätteiden kohdalla } \Delta \epsilon_{ps2} := \frac{x - c_{py}}{x} \cdot \epsilon_c \quad \Delta \epsilon_{ps2} = -2.8 \text{ ‰}$$

$$\text{Esijännitysvenymä } \epsilon_{p\infty 2} := \frac{\sigma_{py\infty}}{E_p} \quad \epsilon_{p\infty 2} = 4.8 \text{ ‰}$$

$$\text{Kokonaisvenymä } \epsilon_{pytot} := \epsilon_{p\infty 2} + \Delta \epsilon_{ps2} \quad \epsilon_{pytot} = 2 \text{ ‰}$$

$$\text{Jännitys yläjätteissä } \sigma_{py} := \epsilon_{pytot} \cdot E_p \quad \sigma_{py} = 394.7 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläjätteiden voima } N_{s2} := \sigma_{py} \cdot A_{py} \quad N_{s2} = 73.4 \text{ kN}$$

$$\text{Betonin puristusresultantti: } N_c := -f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \quad N_c = -1082.2 \text{ kN}$$

$$\text{Alajätteiden voima } N_{ps} := f_{pd} \cdot A_p \quad N_{ps} = 1082.2 \text{ kN}$$

Tasapaino:

$$N_{ps} + N_{s2} + N_c = 73.4 \text{ kN} \quad \# 0$$

$$\text{vetoresultantti } N_{ps} + N_{s2} = 1155599.1 \text{ N}$$

$$\text{puristusresultantti } N_c = -1082.2 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} = 1.0678 \quad \text{ero n. } 6.8 \%$$

Arvataan uusi x ; koska vetoresultantti on suurempi kuin puristusresultantti, niin kasvatetaan puristuspuinann korkeutta

Arvataan betonin puristusresultantiksi $N_{c,uusi} := N_c - N_{s2}$ $N_{c,uusi} = -1155.6 \text{ kN}$

Tarvittava puristuspuinann tehollinen korkeus $y := \frac{N_{c,uusi}}{-b \cdot \eta \cdot f_{cd}}$ $y = 163.9 \text{ mm}$

Puristuspuinann korkeus $x := \frac{y}{\lambda}$ $x = 204.8 \text{ mm}$

Alajänteiden lisävenymä $\Delta \epsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \epsilon_c$ $\Delta \epsilon_{ps} = 5.6 \text{ ‰}$

Kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot} := \epsilon_{p\infty} + \Delta \epsilon_{ps}$ $\epsilon_{ptot} = 11.1 \text{ ‰}$
> $\epsilon_{py} = 7.5 \text{ ‰}$

Alajänteet myötäävät

Puristuma yläjänteiden kohdalla $\Delta \epsilon_{ps2} := \frac{x - c_{py}}{x} \cdot \epsilon_c$ $\Delta \epsilon_{ps2} = -2.8 \text{ ‰}$

Kokonaisvenymä $\epsilon_{pytot} := \epsilon_{p\infty 2} + \Delta \epsilon_{ps2}$ $\epsilon_{pytot} = 2 \text{ ‰}$

Jännitys yläjänteissä $\sigma_{py} := \epsilon_{pytot} \cdot E_p$ $\sigma_{py} = 385.7 \text{ MPa}$

Yläjänteiden voima $N_{s2} := \sigma_{py} \cdot A_{py}$ $N_{s2} = 71.7 \text{ kN}$

Betonin puristusresultantti $N_c := -f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x$ $N_c = -1155.6 \text{ kN}$

Tasapaino:

$$N_{ps} + N_{s2} + N_c = -1.7 \text{ kN} \quad \sim 0$$

vetoresultantti $N_{ps} + N_{s2} = 1153917.4 \text{ N}$

puristusresultantti $N_c = -1155.6 \text{ kN}$

$$\frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} = 0.9985 \quad \left| 1 - \frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} \right| = 0.1 \%$$

Tasapaino toteutuu riittävän tarkasti

$$\text{Taivutuskestävyys } M_{Rd} := N_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) + N_{s2} \cdot \left(c_{py} - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)$$

$$M_{Rd} = 481.9 \text{ kNm}$$

$$> M_{Sd} = 375.2 \text{ kNm}$$

Yläjänteet pienentävät taivutuskestävyyttä, koska nissä on vetoa.

2. Jänneteräksen jännitysvenymäkäyrä nouseva suora

Jänneteräksen kokonaisvenymä ei saa ylittää arvoa $\varepsilon_{ud} := 0.02$

Jänneteräksen jännitys murtotilassa teräksen kokonaisvenymästä, joka riippuu puolestaan puristuspuolesta korkeudesta. Tasapainotilan ja taivutuskestävyyden laskenta johtaa iterointiin myös tapauksessa, jossa yläjänniteitä ei ole.

$$\text{Jänneteräksen jännitys venymällä } \varepsilon_{ud} \quad \sigma_p := f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{py}}{\varepsilon_{pk} - \varepsilon_{ud}}$$

Jänneteräksen jännitys, kun venymä on välillä $\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_{tot} \leq \varepsilon_{ud}$

$$\sigma_p(\varepsilon) := f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_{py}}{\varepsilon_{pk} - \varepsilon_{ud}}$$

Iterointia voidaan nopeuttaa sillä, että lasketaan ensin tavalla 1 käyttäen jänneteräkselle vaakasuoraa jännitysvenymäyhteyttä. Koska tavassa 2 (nouseva suora) teräksen jännitys kasvaa hiukan verrattuna tapaan 1, niin puristuspuolesta korkeus hiukan kasvaa. Oletetaan tavassa 2 x :n alkuarvoksi tavasta 1 saatu arvo ja lasketaan tätä arvoa käyttäen (siis tavasta 1 saatua teräsvenymää käyttäen) nousevan suoran mukainen teräsvenymä.

Tapa 2; ensimmäinen iterointikierrös:

Oletetaan 1. kerroksella tavasta 1 saadut arvot:

$$x := 204.84 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Alajänteiden lisävenymä } \Delta\varepsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{ps} = 5.6\text{‰}$$

$$\text{Kokonaisvenymä } \varepsilon_{ptot} := \varepsilon_{p\infty} + \Delta\varepsilon_{ps} \quad \varepsilon_{ptot} = 11.1\text{‰}$$

$$\text{Alajänteiden jännitys } \sigma_p(\varepsilon_{ptot}) = 1469.1 \text{ MPa}$$

$$\text{Alajänteiden voima } N_{ps} := \sigma_p(\varepsilon_{ptot}) \cdot A_p \quad N_{ps} = 1093 \text{ kN}$$

$$\text{Puristuma yläjäteiden kohdalla } \Delta\varepsilon_{ps2} := \frac{x - c_{py}}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{ps2} = -2.8\text{‰}$$

$$\text{Kokonaisvenymä } \varepsilon_{pytot} := \varepsilon_{p\infty2} + \Delta\varepsilon_{ps2} \quad \varepsilon_{pytot} = 2\text{‰}$$

$$\text{Jännitys yläjäteissä } \sigma_{py} := \varepsilon_{pytot} \cdot E_p \quad \sigma_{py} = 385.7 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläjäteiden voima } N_{s2} := \sigma_{py} \cdot A_{py} \quad N_{s2} = 71.7 \text{ kN}$$

$$\text{Betonin puristusresultantti } N_c := -\eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \quad N_c = -1155.6 \text{ kN}$$

Tasapaino:

$$N_{ps} + N_{s2} + N_c = 9.2 \text{ kN} \quad \sim 0$$

$$\text{vetoresultantti } N_{ps} + N_{s2} = 1164775.3 \text{ N}$$

$$\text{puristusresultantti } N_c = -1155.6 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} = 1.0079 \quad \left| 1 - \frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} \right| = 0.8 \%$$

$$\text{Taivutuskestävyys } M_{Rd} := N_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) + N_{s2} \cdot \left(c_{py} - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) \quad M_{Rd} = 486.7 \text{ kNm}$$

Virhe alle 1 %, joten tasapaino toteutuisi riittävän tarkasti ja iterointi voitaiin jo lopettaa.
Jatketaan kuitenkin vielä yksi kierros.

Arvataan uudeksi betonin puristusresultantiksi edellä saatujen veto- ja puristusresultantin keskiarvo

$$N_{c.uusi} := \frac{N_c - (N_{ps} + N_{s2})}{2} \quad N_{c.uusi} = -1160.2 \text{ kN}$$

$$\text{Tarvittava puristuspuunnan korkeus } x := \frac{-N_{c.uusi}}{b \cdot \lambda \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad x = 205.7 \text{ mm}$$

$$\text{Betonin puristuma } \varepsilon_c = -3.5 \text{ ‰}$$

$$\text{Alajänteiden venymä kuormituksesta } \Delta\varepsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{ps} = 5.5 \text{ ‰}$$

$$\text{Alajänteiden kokonaisvenymä } \varepsilon_{ptot} := \varepsilon_{p\infty} + \Delta\varepsilon_{ps} \quad \varepsilon_{ptot} = 11 \text{ ‰}$$

$$< \varepsilon_{ud} = 20 \text{ ‰}$$

$$\text{Alajänteiden jännitys kokonaisvenymällä } \sigma_p(\varepsilon_{ptot}) = 1469 \text{ MPa}$$

$$\text{Alajänteiden voima } N_{ps} := \sigma_p(\varepsilon_{ptot}) \cdot A_p \quad N_{ps} = 1092.9 \text{ kN}$$

$$\text{Puristuma yläjäteiden kohdalla } \Delta\varepsilon_{ps2} := \frac{x - c_{py}}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{ps2} = -2.8 \text{ ‰}$$

$$\text{Kokonaisvenymä } \varepsilon_{pytot} := \varepsilon_{p\infty2} + \Delta\varepsilon_{ps2} \quad \varepsilon_{pytot} = 2 \text{ ‰}$$

$$\text{Jännitys yläjäteissä } \sigma_{py} := \varepsilon_{pytot} \cdot E_p \quad \sigma_{py} = 385.1 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläjäteiden voima } N_{s2} := \sigma_{py} \cdot A_{py} \quad N_{s2} = 71.6 \text{ kN}$$

$$\text{Betonin puristusresultantti } N_c := -\eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \quad N_c = -1160.2 \text{ kN}$$

Tasapaino:

$$N_{ps} + N_{s2} + N_c = 4.4 \text{ kN} \quad \# 0$$

$$\text{vetoresultantti } N_{ps} + N_{s2} = 1164.6 \text{ kN}$$

$$\text{puristusresultantti } N_c = -1160.2 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} = 1.0038 \quad \left| 1 - \frac{N_{ps} + N_{s2}}{-N_c} \right| = 0.4 \%$$

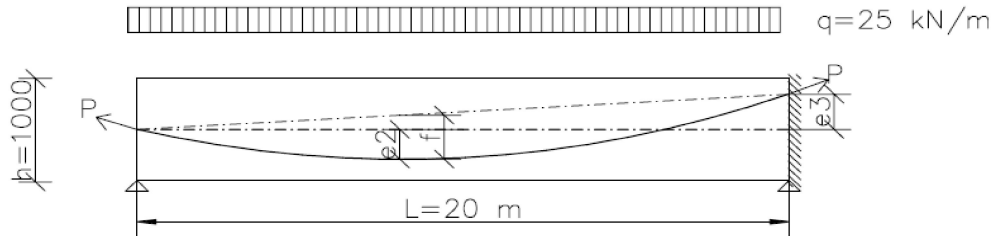
Virhe alle 1%, joten tasapaino toteutuu riittävän tarkasti ja iterointi voidaan lopettaa

$$\begin{aligned} \text{Taivutuskestävyys } M_{Rd} &:= N_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) + N_{s2} \cdot \left(c_{py} - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) & M_{Rd} &= 486.3 \text{ kNm} \\ && & > M_{Sd} &= 375.2 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Ero menettelyyn 1 (ei nousevaa suoraa) on vain n. 0,9 %.

Taivutuskestävyyden laskenta ankkurijännerakenteessa

Tarkastellaan aikaisemmin esitettyä 2-aukkoista ankkurijännepalkkia, jolle määritettiin tarvittava jännevoima lopputilanteessa vetojännitysrajan tilan perusteella.



Jänneväli $L := 20 \cdot \text{m}$

Palkin korkeus $h := 1000 \cdot \text{mm}$

Palkin leveys $b := 500 \cdot \text{mm}$

Ominaiskuorma käyttötilassa $p_k := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Oletetaan, että kuormasta on pysyvää kuormaa 60 % ja muuttuvaa 40 %

Kuormien osavarmuusluvut:

pysyvä kuorma $\gamma_g = 1.15$

muuttuva kuorma $\gamma_q = 1.5$

Laskentakuorma murtotilassa $p_d := \gamma_g \cdot 0.6 \cdot p_k + \gamma_q \cdot 0.4 \cdot p_k$ $p_d = 32.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Taivutusmomentit murtotilassa

Kenttä $M_{Sdk} := 0.0703 \cdot p_d \cdot L^2$ $M_{Sdk} = 906.9 \text{ kNm}$

Tuki $M_{Sdt} := -0.125 \cdot p_d \cdot L^2$ $M_{Sdt} = -1612.5 \text{ kNm}$

Betoni C40 /50-1

Betonin lujuusluokka C40/50-1 $f_{ck} := 40 \text{ MPa}$

Osavarmuuskoku $\gamma_c := 1.35$

$\alpha_{cc} := 0.85$

Puristuslujuuden laskenta-arvo $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 25.2 \text{ MPa}$

Betonin murtopuristuma $\epsilon_{cu3} := 3.5 \text{ ‰}$

Puristuspinnan ssuhteellisen korkeuden kerroin $\lambda := 0.8$

Jännityskerroin $\eta := 1$

Jänneteräksset

$$15 \phi.p7 \ 12,5 \quad n_p := 15 \quad A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2 / \text{punos} \quad A_p := n_p \cdot A_{p1}$$

$$A_p = 1395 \text{ mm}^2$$

Jännevoimaksi lopputilanteessa saatiin aikaisemmin $P_\infty := 1462 \cdot \text{kN}$

Esijännitys lopputilanteessa $\sigma_{p\infty} := \frac{P_\infty}{A_p} \quad \sigma_{p\infty} = 1048 \text{ MPa}$

Jänneteräksen lujuus St 1630/1860

Jänneteräksen lujuusarvot:

0.1-raja $f_{p0.1k} := 1630 \cdot \text{MPa}$

murtolujuus $f_{pk} := 1860 \cdot \text{MPa}$

kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$

Jänneteräksen osavarmuusluku $\gamma_s := 1.1$

0.1-rajan laskenta-arvo eli laskentalujuus $f_{pd} := \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s} \quad f_{pd} = 1481.8 \text{ MPa}$

Myötövenymä $\epsilon_{py} := \frac{f_{pd}}{E_p} \quad \epsilon_{py} = 7.6 \text{ ‰}$

Murtovenymä $\epsilon_{pk} := 65 \text{ ‰}$

Jänneterästen kulku:

- epäkeskisyys vapaalla tuella $e_1 := 0 \cdot \text{mm}$
- epäkeskisyys max. kenttämomentin kohdalla $e_2 := 450 \cdot \text{mm}$ $x_{\text{max}} := 7.5 \cdot \text{m}$
- epäkeskisyys kiinnitetyllä tuella $e_3 := 450 \cdot \text{mm}$

Painopisteen sijainti $pp := \frac{h}{2}$ $pp = 500 \text{ mm}$ alhaalta

(Tässä ei ole yksinkertaisuuden vuoksi optettu huomioon terästen vaikutusta painopisteeseen)

Tehollinen korkeus kentässä $d_p := h - pp + e_2$ $d_p = 950 \text{ mm}$

Tehollinen korkeus tuella $d_p := pp + e_3$ $d_p = 950 \text{ mm}$

Ohjausvoimiksi käyttötilassa saatiin aikaisemmin:

$$u_b := -23.39 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad 0 \dots 7.5 \text{ m}$$

$$u_c := -16.84 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad 7.5 \dots 20 \text{ m}$$

$$\text{Keskimääräinen ohjausvoima} \quad u_m := \frac{u_b + u_c}{2} \quad u_m = -20.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Tasapainottavat momentit keskimääräisellä ohjausvoimalla

$$\text{Kenttä} \quad M_{k.tas} := 0.0703 \cdot u_m \cdot L^2 \quad M_{k.tas} = -565.6 \text{ kNm}$$

$$\text{Tuki} \quad M_{t.tas} := -0.125 \cdot u_m \cdot L^2 \quad M_{t.tas} = 1005.8 \text{ kNm}$$

Tasapainottavat momentit murtotilassa:

Jännevoima parantaa tilannetta, joten jännevoiman osavarmuusluku on $\gamma_p := 0.9$

$$\text{Kenttä:} \quad M_{k.tas.d} := \gamma_p \cdot M_{k.tas} \quad M_{k.tas.d} = -509.1 \text{ kNm}$$

$$\text{Tuki:} \quad M_{t.tas.d} := \gamma_p \cdot M_{t.tas} \quad M_{t.tas.d} = 905.2 \text{ kNm}$$

Mitoittavat nettomomentit

$$\text{kenttä} \quad M_{\text{Sdk.net}} := M_{\text{Sdk}} + M_{\text{k.tas.d}} \quad M_{\text{Sdk.net}} = 397.8 \text{ kNm}$$

$$\text{tuki} \quad M_{\text{Sdt.net}} := M_{\text{Sdt}} + M_{\text{t.tas.d}} \quad M_{\text{Sdt.net}} = -707.3 \text{ kNm}$$

$$\text{Lisäksi poikkileikkausta rasittaa keskeinen puristava voima} \quad N_{\text{d}} := -\gamma_{\text{p}} \cdot P_{\infty} \quad N_{\text{d}} = -1315.8 \text{ kN}$$

Oletetaan, että ala- ja yläpinnassa on lisäksi betoniteräkset 2 T 12, etäisyys pinnasta 40 mm

Alapinta:

$$A_{\text{s}} := 2 \cdot 113 \cdot \text{mm}^2 \quad A_{\text{s}} = 226 \text{ mm}^2 \quad c_{\text{s}} := 40 \cdot \text{mm} \\ \text{tehollinen korkeus} \quad d_{\text{s}} := h - c_{\text{s}} \quad d_{\text{s}} = 960 \text{ mm}$$

Yläpinta

$$A_{\text{s1}} := 226 \cdot \text{mm}^2 \quad d_{\text{s1}} := 40 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Betoniteräkset A500HW} \quad f_{\text{yk}} := 500 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{osavarmuusluku} \quad \gamma_{\text{s}} = 1.1$$

$$\text{laskentalujuus} \quad f_{\text{yd}} := \frac{f_{\text{yk}}}{\gamma_{\text{s}}} \quad f_{\text{yd}} = 454.5 \text{ MPa}$$

Lasketaan taivutuskestävyys tuella

1. Jänneteräksen jännitysvenymäyhteys vaakasuora

Terästen venymälle ei ole asetettu rajoitusta

Oletetaan vetopuolen terästen, sekä jänneterästen että betoniterästen myötäävän. Tällöin niille voidaan käyttää jännityksenä laskentalujuutta

Vetoraudoituksen voimat:

$$\text{Jänneterästen voima, kun teräkset myötäävät} \quad N_{ps} := A_p \cdot f_{pd} \quad N_{ps} = 2067.1 \text{ kN}$$

$$\text{Kuormituksesta aiheutuva lisävoima} \quad \Delta N_{ps} := N_{ps} - \gamma_p \cdot P_{\infty} \quad \Delta N_{ps} = 751.3 \text{ kN}$$

$$\text{Betoniteräösten vetovoima} \quad N_s := A_s \cdot f_{yd} \quad N_s = 102.7 \text{ kN}$$

Oletetaan myös puristuspuolella olevien betoniterästen myötäävän

$$\text{Puristuspuolen betoniteräösten voima} \quad N_{s1} := -A_{s1} \cdot f_{yd} \quad N_{s1} = -102.7 \text{ kN}$$

Tasapainoehdon perusteella betonin puristusresultantin tulee olla

$$N_c := -\Delta N_{ps} - N_s + N_{s1} + N_d \quad N_c = -2272.6 \text{ kN}$$

$$\text{Puristuspuolelta korkeus} \quad x := \frac{-N_c}{b \cdot \lambda \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad x = 225.6 \text{ mm}$$

Taivutuskestävyys lasketaan voimien momenttiehdosta painopisteen suhteen

$$M_{Rdt} := \Delta N_{ps} \cdot (d_p - pp) + N_s \cdot (d_s - pp) - N_{s1} \cdot (h - pp - d_{s1}) - N_c \cdot \left(h - pp - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)$$

$$M_{Rdt} = 1363.8 \text{ kNm}$$

$$> \quad |M_{Sdt.net}| = 707.3 \text{ kNm}$$

Tarkistetaan muodonmuutokset

Oletetaan betonin reunamuodonmuutokseksi $\epsilon_c := -\epsilon_{cu3}$ $\epsilon_c = -3.5\text{‰}$

Betoniterästen venymä $\epsilon_s := \frac{x - d_s}{x} \cdot \epsilon_c$ $\epsilon_s = 11.39\text{‰}$

Jänneterästen lisävenymä $\Delta\epsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \epsilon_c$ $\Delta\epsilon_{ps} = 11.24\text{‰}$

Esijännitysvenymä $\epsilon_{p\infty} := \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p}$ $\epsilon_{p\infty} = 5.37\text{‰}$

Kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot} := \epsilon_{p\infty} + \Delta\epsilon_{ps}$ $\epsilon_{ptot} = 16.6\text{‰}$

$> \epsilon_{py} = 7.6\text{‰}$

Jänneteräs ja myös betoniteräs myötäävät

Puristuspuolen betoniteräs $\epsilon_{s1} := \frac{x - d_{s1}}{x} \cdot \epsilon_c$ $\epsilon_{s1} = -2.88\text{‰}$

Myös puristuspuolen teräs myötää, joten sille käytetty jännitys fy_d on oikein

Kaikki teräkset myötäävät ja niille käytetyt jännitykset ovat oikein, joten tasapinoehto toteutuu.

2. Jänneteräksen jännitys-venymäyhteys nouseva suora

Jänneterästen kokonaisvenymä rajoitettu arvoon $\epsilon_{ud} = 0.02$

Betoniteräksille käytetään vaakasuoraa jännitys-venymäyhteyttä, koska nousevaa suoraa käytettäessä venymä pitäisi rajoittaa arvoon 0,01, joka rajaisi jänneteräksen lisävenymää pienemmäksi kuin $\epsilon_{ud} - \epsilon_{p\infty}$.

Otetaan lähtökohdaksi vaihtoehdon 1 mukaiset x ja muodonmutokset

Puristuspuunnan korkeus $x = 225.6 \text{ mm}$

Jänneteräksen lisävenymä $\Delta\epsilon_{ps} = 11.24 \text{ ‰}$

Jänneteräksen kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot} = 16.61 \text{ ‰}$

Jänneteräksen jännitys nousevan suoran mukaan em. kokonaisvenymällä

$$\sigma_p := f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \cdot \frac{\epsilon_{ptot} - \epsilon_{py}}{\epsilon_{pk} - \epsilon_{ud}} \quad \sigma_p = 1523.7 \text{ MPa}$$

Jänneterästen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{ps} := \sigma_p - \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty} \quad \Delta\sigma_{ps} = 580.5 \text{ MPa}$

Jänneteräksen voiman muutos $\Delta N_{ps} := \Delta\sigma_{ps} \cdot A_p \quad \Delta N_{ps} = 809.8 \text{ kN}$

Tasapainoehdon perusteella betonin puristusresultantin tulee olla

$$N_c := -\Delta N_{ps} - N_s + N_{s1} + N_d \quad N_c = -2331 \text{ kN}$$

$$\text{Puristuspuunnan tehollinen korkeus} \quad x := \frac{-N_c}{b \cdot \lambda \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad x = 231.4 \text{ mm}$$

Taivutuskestävyys lasketaan voimien momenttiehdosta painopisteen suhteen

$$M_{Rdt} := \Delta N_{ps} \cdot (d_p - pp) + N_s \cdot (d_s - pp) - N_{s1} \cdot (h - pp - d_{s1}) - N_c \cdot \left(h - pp - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)$$

$$M_{Rdt} = 1408.7 \text{ kNm}$$

$$> |M_{Sdt.net}| = 707.3 \text{ kNm}$$

Tarkistetaan muodonmuutokset

Oletetaan betonin reunamuodonmuutokseksi $\epsilon_c := -\epsilon_{cu3}$ $\epsilon_c = -3.5\text{‰}$

Betoniterästen venymä $\epsilon_s := \frac{x - d_s}{x} \cdot \epsilon_c$ $\epsilon_s = 11.02\text{‰}$

Jänneterästen lisävenymä $\Delta\epsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \epsilon_c$ $\Delta\epsilon_{ps} = 10.87\text{‰}$

Esijännitysvenymä $\epsilon_{p\infty} := \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p}$ $\epsilon_{p\infty} = 5.37\text{‰}$

Kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot} := \epsilon_{p\infty} + \Delta\epsilon_{ps}$ $\epsilon_{ptot} = 16.24\text{‰}$

$$< \epsilon_{ud} = 20\text{‰}$$

Puristuspuolen betoniteräs $\epsilon_{s1} := \frac{x - d_{s1}}{x} \cdot \epsilon_c$ $\epsilon_{s1} = -2.89\text{‰}$

Myös puristuspuolen teräs myötää, joten sille käytetty jännitys fyd on oikein

Jänneteräksen kokonaisvenymä ja siten voima on hiukan pienempi kuin edellä arvioitu, joten pienennetään puristuspuolen korkeutta.

Jänneteräksen jännitys kokonaisvenymällä $\epsilon_{ptot} = 16.2\text{‰}$

Jänneteräksen jännitys nousevan suoran mukaan em. kokonaisvenymällä

$$\sigma_p := f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \cdot \frac{\epsilon_{ptot} - \epsilon_{py}}{\epsilon_{pk} - \epsilon_{ud}} \quad \sigma_p = 1522 \text{ MPa}$$

Jänneterästen jännityksen muutos $\Delta\sigma_{ps} := \sigma_p - \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty}$ $\Delta\sigma_{ps} = 578.8 \text{ MPa}$

Jänneteräksen voiman muutos $\Delta N_{ps} := \Delta\sigma_{ps} \cdot A_p$ $\Delta N_{ps} = 807.4 \text{ kN}$

Tasapainoehdon perusteella betonin puristusresultantin tulee olla

$$N_c := -\Delta N_{ps} - N_s + N_{s1} + N_d \quad N_c = -2328.6 \text{ kN}$$

$$\text{Puristuspinnan tehollinen korkeus } x := \frac{-N_c}{b \cdot \lambda \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad x = 231.2 \text{ mm}$$

Taivutuskestävyys lasketaan voimien momenttiehdosta painopisteen suhteen

$$M_{Rdt} := \Delta N_{ps} \cdot (d_p - pp) + N_s \cdot (d_s - pp) - N_{s1} \cdot (h - pp - d_{s1}) - N_c \cdot \left(h - pp - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)$$

$$M_{Rdt} = 1406.8 \text{ kNm}$$

$$> |M_{Sdt.net}| = 707.3 \text{ kNm}$$

Ero vaihtoehtoon 1 on n. 3,2 %

Tarkistetaan muodonmuutokset

Oletetaan betonin reunamuodonmuutokseksi $\epsilon_c := -\epsilon_{cu3}$ $\epsilon_c = -3.5\text{‰}$

Betoniterästen venymä $\epsilon_s := \frac{x - d_s}{x} \cdot \epsilon_c$ $\epsilon_s = 11.04\text{‰}$

Jänneterästen lisävenymä $\Delta\epsilon_{ps} := \frac{x - d_p}{x} \cdot \epsilon_c$ $\Delta\epsilon_{ps} = 10.88\text{‰}$

Esijännitysvenymä $\epsilon_{p\infty} := \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p}$ $\epsilon_{p\infty} = 5.37\text{‰}$

Kokonaisvenymä $\epsilon_{ptot} := \epsilon_{p\infty} + \Delta\epsilon_{ps}$ $\epsilon_{ptot} = 16.26\text{‰}$

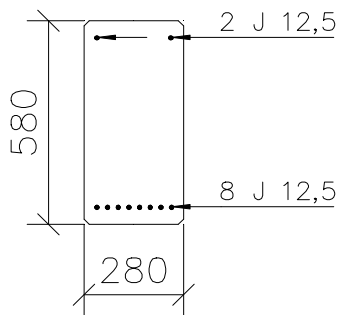
$< \epsilon_{ud} = 20\text{‰}$

Puristuspuolen betoniteräs $\epsilon_{s1} := \frac{x - d_{s1}}{x} \cdot \epsilon_c$ $\epsilon_{s1} = -2.89\text{‰}$

Jänneteräksen venymä vastaa nyt arvioitua ja iterointi voidaan lopettaa

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Leikkauskestävyys

Leikkauskestävyys**Tartuntajännepalkki**

Tartuntajännepalkin poikkileikkaus on suorakaide, jonka mitat ovat:

$$h := 580 \cdot \text{mm} \quad b := 280 \cdot \text{mm} \quad \text{Uuman leveys} \quad b_w := b \quad b_w = 280 \text{ mm}$$

Tehollinen korkeus $d := 530 \cdot \text{mm}$

Palkin jänneväli $L := 10 \cdot \text{m}$

Oletetaan tuen leveydeksi $l_{\text{tuki}} := 100 \cdot \text{mm}$ ja pilarin leveydeksi $b_{\text{pil}} := 380 \cdot \text{mm}$

Olkoon palkki päätypalkki eli palkki ulottuu pilarin toiseen reunaan asti ja palkki on tuettu pilariin nähden keskeisesti.

Tartuntajännepalkki päättyvät aivan palkin päähän ilman betonipeitettä

Kuormitus:

Palkin paino $g_0 := 4.06 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Pysyvä hyötykuorma $g_2 := 9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Muuttuva hyötykuorma $q := 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Kuormien osavarmuusluvut (Suomessa):

pysyvä kuorma $\gamma_g := 1.15$

muuttuva kuorma $\gamma_q := 1.5$

Laskentakuorma murtotilassa $p_d := \gamma_g \cdot (g_0 + g_2) + \gamma_q \cdot q$ $p_d = 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$V_{Edmax} := \frac{p_d \cdot L}{2}$ $V_{Edmax} = 150.1 \text{ kN}$

$V_{Edmit} := p_d \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{l_{tuki}}{2} - d \right)$ $V_{Edmit} = 132.7 \text{ kN}$

Pääasiassa tasaisesti jakautuneen kuorman kuormittamien rakenneosien leikkausvoiman mitoitusarvoa ei tarvitse tarkastella mittaa d lähempänä tuen reunasta

Leikkauskestävyyden kannalta kriittisin kohta sijaitsee siis d :n päässä tuen reunasta.
Tartuntajännepalkeissa jännevoima ei vielä välttämättä ole täysin kehittynyt tässä kohtaa

Betoni:

Betonin lujuusluokka C40/50-1	$f_{ck} := 40 \cdot \text{MPa}$	
Keskimääräinen puristuslujuus	$f_{cm} := f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa}$	$f_{cm} = 48 \text{ MPa}$
Osavarmuuskuku	$\gamma_c := 1.35$	
	$\alpha_{cc} := 0.85$	
Puristuslujuuden laskenta-arvo	$f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$	$f_{cd} = 25.2 \text{ MPa}$
Keskimääräinen vetolujuus	$f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}$	$f_{ctm} = 3.5 \text{ MPa}$
Vetolujuuden ominaisarvo $f_{ctk0.05}$	$f_{ctk} := 0.7 \cdot f_{ctm}$	$f_{ctk} = 2.5 \text{ MPa}$
	$\alpha_{ct} := 1$	
Vetolujuuden laskenta-arvo	$f_{ctd} := \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk}}{\gamma_c}$	$f_{ctd} = 1.8 \text{ MPa}$
Betonin kimmokerroin (sekanttimoduuli)	$E_{cm} := 22000 \cdot \text{MPa} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3}$	$E_{cm} = 35220 \text{ MPa}$

Päästö- (laukaisu)lujuus:

Keskimääräinen puristuslujuus laukaisuhetkellä $f_{cmi} := 0.75 \cdot f_{cm}$ $f_{cmi} = 36 \text{ MPa}$

Betonin ominaislujuus laukaisuhetkellä $f_{cki} := f_{cmi} - 8 \cdot \text{MPa}$ $f_{cki} = 28 \text{ MPa}$

$$\beta_{cci} := \frac{f_{cmi}}{f_{cm}} \quad \beta_{cci} = 0.8$$

Betonin keskimääräinen vetolujuus laukaisuhetkellä; $t < 28 \text{ vrk}$ $\alpha := 1$

$$f_{ctmi} := \beta_{cci}^{\alpha} \cdot f_{ctm} \quad f_{ctmi} = 2.6 \text{ MPa}$$

Betonin kimmokerroin laukaisuhetkellä $E_{cmi} := \left(\frac{f_{cmi}}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm}$ $E_{cmi} = 32308 \text{ MPa}$

Jänneteräs

Jänneteräksen lujuusarvot:

0.1-raja $f_{p0.1k} := 1600 \cdot \text{MPa}$

murtolujuus $f_{pk} := 1800 \cdot \text{MPa}$

kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$

Jänneteräksen suurin jännitys (EC2 5.10.2.1) $\sigma_{pmax0} := \min(0.8 \cdot f_{pk}, 0.9 \cdot f_{p0.1k})$

$$\sigma_{pmax0} = 1440 \text{ MPa}$$

Alajänteet

Jänneteräkset 8 ϕ_{p7} 12,5, laatu St 1600/1800 $n_p := 8$ $\phi_p := 12.5 \cdot \text{mm}$

$$A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_p := n_p \cdot A_{p1} \quad A_p = 744 \text{ mm}^2$$

Valitaan "pöytäjäännitykseksi" eli jännitykseksi lukitushäviöiden jälkeen $\sigma_{pmax} := 1350 \cdot \text{MPa}$

Jännityshäviöt ennen laukaisua $\Delta\sigma_{p1} := -18 \cdot \text{MPa}$ n. 1.3 %

Jänneteräksen jännitys juuri ennen laukaisua $\sigma_{po} := \sigma_{pmax} + \Delta\sigma_{p1}$ $\sigma_{po} = 1332 \text{ MPa}$

Yläjätteet 2 ϕ p7 12,5 $\phi_{py} := 12,5 \cdot \text{mm}$

Yläpunokset: $n_{py} := 2$ $A_{py} := n_{py} \cdot A_{p1}$ $A_{py} = 186 \text{ mm}^2$

Alkujännitys (pöytäjäännitys) $\sigma_{pymax} := 1200 \cdot \text{MPa}$

Häviöt ennen laukaisua $\Delta\sigma_{py} := -10 \cdot \text{MPa}$

Jännitys juuri ennen laukaisua $\sigma_{poy} := \sigma_{pymax} + \Delta\sigma_{py}$ $\sigma_{poy} = 1190 \text{ MPa}$

Yläpunosten etäisyys yläpinnasta 50 mm => etäisyys alapinnasta $c_{py1} := 530 \cdot \text{mm}$

Jännevoima juuri ennen laukaisua ja jännevoiman resultantin paikka

$P_0 := \sigma_{po} \cdot A_p + \sigma_{poy} \cdot A_{py}$ $P_0 = 1212,3 \text{ kN}$

Jännevoiman resultantti $c_{res} := \frac{\sigma_{po} \cdot A_p \cdot c_p + \sigma_{poy} \cdot A_{py} \cdot c_{py1}}{P_0}$ $c_{res} = 137,6 \text{ mm}$

Poikkileikkauksarvot (laukaisuhetki)

$$n_e := \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad n_e = 6.04$$

$$A_m := b \cdot h + (n_e - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_m = 0.2 \text{ m}^2$$

$$S_m := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_e - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_m = 0 \text{ m}^3$$

$$\text{painopiste alhaalta} \quad pp := \frac{S_m}{A_m} \quad pp = 283.2 \text{ mm}$$

$$\text{Hitausmomentti} \quad I_m := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp \right)^2 + (n_e - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp)^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp)^2 \right] \\ I_m = 0.0048 \text{ m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen} \quad W_{ma} := \frac{I_m}{pp} \quad W_{ma} = 0.01702 \text{ m}^3$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen} \quad W_{my} := \frac{I_m}{pp - h} \quad W_{my} = -0.01624 \text{ m}^3$$

Jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen (ilman palkin oman painon vaikutusta)

$$M_p := -P_0 \cdot (pp - c_{res}) \quad M_p = -176.5 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännevoiman epäkeskisyyden } e_p := pp - c_{res} \quad e_p = 145.6 \text{ mm}$$

$$\text{alareunaan } \sigma_{cap} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p}{W_{ma}} \quad \sigma_{cap} = -17.6 \text{ MPa}$$

$$\text{alajänneteräksen kohdalle } \sigma_{cpp} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p \cdot (pp - c_p)}{I_m} \quad \sigma_{cpp} = -15.8 \text{ MPa}$$

$$\text{yläjännteiden kohdalla } \sigma_{cppy} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p \cdot (pp - c_{py1})}{I_m} \quad \sigma_{cppy} = 1.78 \text{ MPa}$$

$$\text{yläreunaan } \sigma_{cyp} := \frac{-P_0}{A_m} + \frac{M_p}{W_{my}} \quad \sigma_{cyp} = 3.61 \text{ MPa}$$

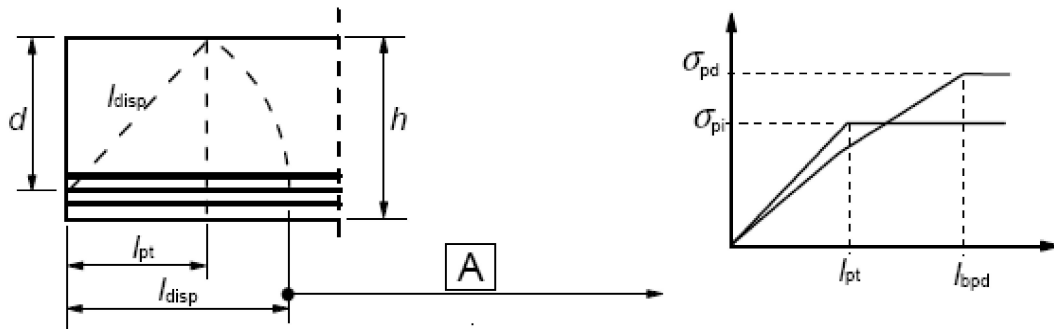
$$\text{Jänneteräksen jännityksen muutos alajännteet } \Delta\sigma_{pe} := \sigma_{cpp} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pe} = -95.3 \text{ MPa}$$

$$\text{Alajännteiden jännitys } \sigma_{p1} := \sigma_{po} + \Delta\sigma_{pe} \quad \sigma_{p1} = 1236.7 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännityksen muutos yläjännteissä } \Delta\sigma_{pye} := \sigma_{cppy} \cdot \frac{E_p}{E_{cmi}} \quad \Delta\sigma_{pye} = 10.8 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläjännteiden jännitys } \sigma_{py1} := \sigma_{poy} + \Delta\sigma_{pye} \quad \sigma_{py1} = 1200.8 \text{ MPa}$$

Selvitetään **esijännityksen kehittyminen palkin päässä**



A – Lineaarinen jännityksen jakautuminen rakenneosan poikkileikkauksessa

Kuva 8.16: Esijännitysvoiman siirtyminen tartuntajännebetoniin; pituusparametrit

Rakenteen päässä jänneteräksen jännitys = 0. Jännityksen voidaan olettaa kehittyvän lineaarisesti tartuntapituuden (jännevoiman kehittymismatkan) l_{pt} matkalla $0 \dots \sigma_{pi}$ ja siirtyvän betoniin puristukseksi vakiosuuruisen tartuntajännityksen avulla.

Betonin ja jänneteräksen välinen tartuntalujuus jännityksen siirrossa:

$$f_{bpt} := \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctdi}$$

missä η_{p1} on tartuntakerroin $\eta_{p1}=2.7$ kuviopintaisille tangoille
 $\eta_{p1}=3.2$ 3- ja 7-lankaisille punoksille

η_1 on tartuntatilaroite $\eta_1=1$ hyvät tartuntaolosuhteet; yleensä alapinnan rauditus
 $\eta_1=0.7$ huonot tartuntaolosuhteet; yleensä yläpinnan rauditus

f_{ctdi} on betonin vetolujuuden laskenta-arvo jännittämishetkellä (laukaisuhetkellä) laskettuna betonin osavarmuusluvulla $\gamma_c=1,5$

Tässä tapauksessa kyseessä on 7-lankainen punos $\phi 7$, joten $\eta_{p1} := 3.2$

Alapinnan jänteet $\eta_1 := 1.0$

Betonin vetolujuuden laskenta-arvo jännityksen siirrossa $f_{ctdi} := \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk}}{1.5}$ $f_{ctdi} = 1.6 \text{ MPa}$

Tartuntalujuus $f_{bpt} := \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctdi}$ $f_{bpt} = 5.2 \text{ MPa}$

Jännityksen siirtymäpituuden perusarvo $l_{pt} := \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}}$ ■

missä α_1 on kerroin, joka ottaa huomioon jännevoiman siirtotavan
 $\alpha_1=1$, kun jännevoiman siirto tapahtuu hitaasti, esim. hydraulisesti
 $\alpha_2=1.25$, kun jännevoiman siirto tapahtuu nopeasti, esim. katkaisemalla punokset
 sahaamalla tai polttamalla

α_2 ottaa huomioon teräksen tartuntapiirin ja halkaisijan suhteen eli pinta-alan ja $\pi\phi^2$ suhde

$\alpha_2 = 0.25$, kun jänneteräs on pyöreä

$\alpha_2 = 0.19$, 3- ja 7-lankaiselle punokselle

$$\alpha_2 := \frac{A_p}{\pi \cdot \phi^2}$$

ϕ on jänneteräksen nimellishalkaisija

σ_{pm0} on jänneteräksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen matkan l_{pt} päässä rakenteen
 päästä

f_{bpt} on tartuntaluuus

Jänteet katkaistaan sahaamalla => nopea jännityksen siirto => $\alpha_1 := 1.25$

$$\text{Kerroin } \alpha_2 := \frac{A_{p1}}{\pi \cdot \phi_p^2} \quad \alpha_2 = 0.19$$

Alapunosten jännitys välittömästi laukaisun jälkeen $\sigma_{pm0} := \sigma_{p1} \quad \sigma_{pm0} = 1236.7 \text{ MPa}$

Jännevoiman siirtymäpituuden perusarvo $l_{pt} := \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}} \quad l_{pt} = 698.7 \text{ mm}$

Jännevoiman siirtymäpituuden mitoitusarvo:

Mitoitusarvon alaraja $l_{pt1} := 0.8 \cdot l_{pt} \quad l_{pt1} = 558.9 \text{ mm}$

Mitoitusarvon yläraja $l_{pt2} := 1.2 \cdot l_{pt} \quad l_{pt2} = 838.4 \text{ mm}$

Alarajaa käytetään tilanteissa, joissa jännevoima vaikuttaa tarkasteltavaan tilanteeseen epäedullisesti, esim. halkaisujännityksiä ja halkaisuraudoitusta laskettaessa.

Ylärajaa käytetään tilanteissa, joissa jännevoima vaikuttaa tarkasteltavaan tilanteeseen edullisesti, esim. leikkauskestävyyttä ja halkeilukestävyyttä laskettaessa.

Yläjätteet:

Tartuntakerroin $\eta_{p1} = 3.2$

Huono tartuntatila $\eta_{1y} := 0.7$

Tartuntalujuus $f_{bpty} := \eta_{p1} \cdot \eta_{1y} \cdot f_{ctdi}$ $f_{bpty} = 3.7 \text{ MPa}$

Nopea laukaisu $\alpha_1 = 1.25$

Kerroin $\alpha_2 = 0.19$

Yläpunosten jännitys välittömästi laukaisun jälkeen $\sigma_{pm0} := \sigma_{py1}$ $\sigma_{pm0} = 1200.8 \text{ MPa}$

Jännevoiman siirtymäpituuden perusarvo $l_{pty} := \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpty}}$ $l_{pty} = 969.1 \text{ mm}$

Jännevoiman siirtymäpituuden mitoitusarvo:

Mitoitusarvon alaraja $l_{pty1} := 0.8 \cdot l_{pty}$ $l_{pty1} = 775.3 \text{ mm}$

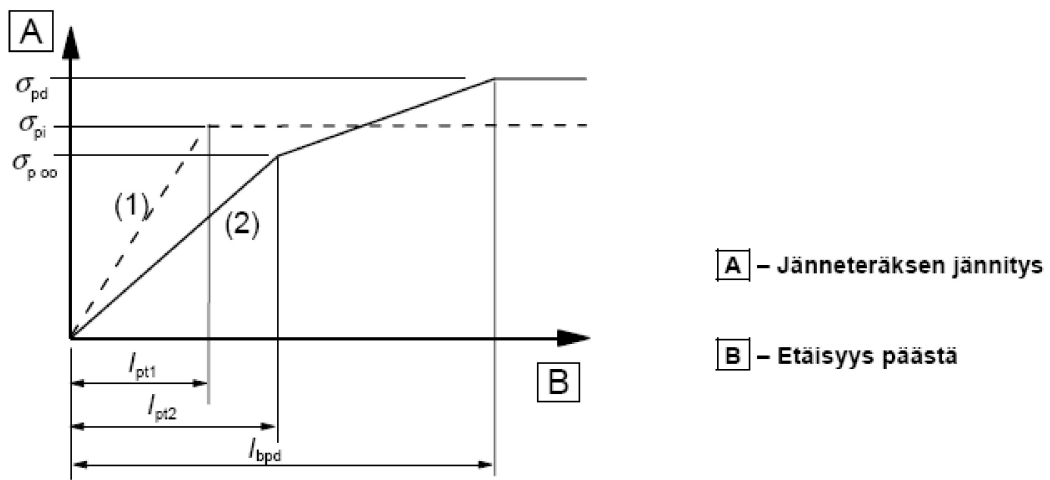
Mitoitusarvon yläraja $l_{pty2} := 1.2 \cdot l_{pty}$ $l_{pty2} = 1162.9 \text{ mm}$

Jännevoiman aiheuttamien jännitysten voidaan olettaa jakautuvan lineaarisesti (Bernoullin otaksuma on voimassa) jakautumispituuden l_{disp} ulkopuolella (Saint Venantin periaate):

Jakautumispituus $l_{\text{disp}} := \sqrt{l_{\text{pt}}^2 + d^2}$ l_{pt} :n ala-/yläraja tarkastelutilanteen mukaan

Etäisyydellä $x < l_{\text{disp}}$ (häiriöalue) jännitysjakautuma ei ole lineaarinen, tällä alueella jännitykset voidaan laskea levyteorian mukaan. Kun $x > l_{\text{disp}}$ jännitykset voidaan laskea teknisen taivutusteorian (palkkiteorian) mukaan.

Tämä merkitsee sitä, että jännevoimasta aiheutuu vetojännityksiä vasta d :n etäisyydellä palkin päästä ja vetojännitykset vaikuttavat täysimääräisenä vasta etäisyydellä l_{disp} palkin päästä. Alareunan puristusjännitykset vaikuttavat täysimääräisenä jo etäisyydellä l_{pt} palkin päästä.

Jänneteräksen ankkurointikestävyys

Kuva 8.17: Tartuntajännerrakenneosien jännitykset ankkurointialueella:

(1) jänneterästen voimia siirrettäessä, (2) murtorajatilassa

Tartuntalujuus **ankkuroitaessa** jänneterästä **murtotilassa**

$$f_{bpd} := \eta_{p2} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}$$

Tartuntakerroin $\eta_{p2}=1,4$ kuviopintaisille langoille

$\eta_{p2}=1,2$ 3- ja 7-lankaisille punoksille

f_{ctd} betonin vetolujuuden laskenta-arvo tarkasteltavassa tilanteessa; esim. lopputilassa

Punos $\eta_{p2} := 1.2$

Alapinnan jänneteräkset; hyvä tartunta => $\eta_1 = 1$

Betonin lujuus C40/50 $f_{ctd} = 1.82 \text{ MPa}$

Tartuntalujuus $f_{bpd} := \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}$

$$f_{bpd} = 5.82 \text{ MPa}$$

Jänneteräksen murtotilan jännityksen σ_{pd} ankkuroimiseksi vaadittava kokonaisankkurointipituus

$$l_{bpd} := l_{pt2} + \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{(\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty})}{f_{bpd}}$$

l_{pt2} on jännevoiman siirtymäpituuden mitoitusarvon yläraja = 1.2 l_{pt}

Alajänteet $l_{pt2} = 838.4 \text{ mm}$

Punokselle $\alpha_2 = 0.19$

Punoksen halkaisija $\phi_p = 12.5 \text{ mm}$

σ_{pd} on jänneteräksen kokonaisjännitys murtotilassa; täydelle myötövoimalle $\sigma_{pd} := f_{pd}$

$$\sigma_{pd} = 1481.8 \text{ MPa}$$

$\sigma_{pm\infty}$ on jänteen jännitys häviöiden jälkeen

Esijännitys häviöiden jälkeen $\sigma_{p\infty} := 1075.5 \text{ MPa}$

Myötövoimaa vastaava ankkurointipituus

$$l_{bpd} := l_{pt2} + \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{(f_{pd} - \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty})}{f_{bpd}}$$

$$l_{bpd} = 1047 \text{ mm}$$

LeikkauskestävyysLeikkausraudoittamaton rakenne

Tarkistetaan, kestääkö palkki leikkausraudoittamattomana

Leikkausraudoittamattomassa jännitettyssä rakenteessa leikkausvoimasta voi aiheutua joko uuman leikkaus-vetomurto (pääveojännitys uumassa ylittää betonin vetolujuuden) tai leikkaus- taivutusmurto. Leikkaus-vetomurto tulee kyseeseen lähellä tukea alueella, jossa ei murtotilan kuormilla esiinny taivutushalkeamia ja leikkaus-taivutusmurto voi tapahtua alueella, jossa murtotilan kuormilla esiintyy taivutushalkeamia. Leikkaus-vetomurto tulee kyseeseen ohutuumailla poikkileikkauksilla, kuten I-palkit (ilman päätyvahvistusta) ja ontelolaatat.

Lasketaan kohta, jossa murtotilan kuormilla syntyy halkeamia eli laskentakuormien momentti vastaa halkeamamomenttia.

Halkeamamomentti murtotilassa:

Betonin vetolujuuden laskenta-arvo $f_{ctd} = 1.82 \text{ MPa}$

Poikkileikkausarvot (ilman virumaa)

$$n_e := \frac{E_p}{E_{cm}} \quad n_e = 5.5$$

$$A_m := b \cdot h + (n_e - 1) \cdot (A_p + A_{py}) \quad A_m = 0.167 \text{ m}^2$$

$$S_m := b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n_e - 1) \cdot (A_p \cdot c_p + A_{py} \cdot c_{py}) \quad S_m = 0.0473 \text{ m}^3$$

$$\text{painopiste alhaalta} \quad pp := \frac{S_m}{A_m} \quad pp = 283.9 \text{ mm}$$

$$\text{Hitausmomentti} \quad I_m := \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - pp \right)^2 + (n_e - 1) \cdot \left[A_p \cdot (c_p - pp)^2 + A_{py} \cdot (c_{py} - pp)^2 \right] \quad I_m = 0.00479 \text{ m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus alareunan suhteen} \quad W_{ma} := \frac{I_m}{pp} \quad W_{ma} = 0.0169 \text{ m}^3$$

$$\text{Taivutusvastus yläreunan suhteen} \quad W_{my} := \frac{I_m}{pp - h} \quad W_{my} = -0.0162 \text{ m}^3$$

Esijännitys häviöiden jälkeen

$$\text{alajänniteet } \sigma_{p\infty} = 1075.5 \text{ MPa} \quad A_p = 744 \text{ mm}^2 \quad c_p = 50 \text{ mm}$$

$$\text{yläjänniteet } \sigma_{py\infty} = 934.9 \text{ MPa} \quad A_{py} = 186 \text{ mm}^2 \quad c_{py1} = 530 \text{ mm}$$

$$\text{Jännevoima lopputilassa } P_\infty := \sigma_{p\infty} \cdot A_p + \sigma_{py\infty} \cdot A_{py} \quad P_\infty = 974.1 \text{ kN}$$

$$\text{Jännevoiman resultantin paikka } c := \frac{\sigma_{p\infty} \cdot A_p \cdot c_p + \sigma_{py\infty} \cdot A_{py} \cdot c_{py1}}{P_\infty} \quad c = 135.7 \text{ mm}$$

$$\text{Jännevoiman epäkeskisyyss } e_p := p_p - c \quad e_p = 148.2 \text{ mm}$$

$$\text{Osavarmuusluku jännevoimalle } \gamma_p = 0.9$$

$$N_{Ed} := \gamma_p \cdot P_\infty \quad N_{Ed} = 876.7 \text{ kN}$$

$$\text{Jännevoiman aiheuttama momentti } M_{pd} := -N_{Ed} \cdot e_p \quad M_p = -176.5 \text{ kNm}$$

Jännevoiman aiheuttama puristusjännitys alareunassa (reunassa, johon kuormitus aiheuttaa vetoa)

$$\sigma_{ca} := \frac{-N_{Ed}}{A_m} + \frac{M_{pd}}{W_{ma}} \quad \sigma_{ca} = -13 \text{ MPa}$$

$$\text{Halkeamamomentti } M_{crd} := (f_{ctd} - \sigma_{ca}) \cdot W_{ma} \quad M_{crd} = 249.5 \text{ kNm}$$

Kohta, johon syntyy 1. halkeama tuelta lukien:

$$V_{Edmax} \cdot x_r - p_d \cdot \frac{x_r^2}{2} = M_{crd}$$

$$x_r := \frac{V_{Edmax}}{p_d} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot M_{crd} \cdot p_d}{V_{Edmax}^2}} \right) \quad x_r = 2.106 \text{ m}$$

a) Alue, jossa ei esiintyy taivutushalkeamia $0 < x < x_r = 2.106 \text{ m}$

SFS-EN-1992-1-1 kaava (6.4)

Kaavan (6.4) mukaista leikkauskestävyyttä ei tarvitse tarkistaa poikkileikkauksissa, jotka ovat lähempänä tukea kuin painopiste akselin ja tuen sisäreunasta 45 asteen kaltevuuskulmassa piirretyn suoran leikkauspiste eli etäisyydellä p_p tuen sisäreunasta.

Tuen leveys $l_{\text{tuki}} := 100 \cdot \text{mm}$

Leikkausvoima etäisyydellä $pp = 283.9 \text{ mm}$ tuen sisäreunasta eli kohdassa x tuelta

$$x := \frac{l_{\text{tuki}}}{2} + pp \quad x = 333.9 \text{ mm}$$

$$V_{\text{Edmit}} := P_d \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) \quad V_{\text{Edmit}} = 140.07 \text{ kN}$$

Esijännityksen aiheuttama puristusjännitys painopisteakselilla kohdassa x

Etäisyys palkin päästä (jänneteräokset menevät aivan palkin päähän, josta niiden jännitys alkaa kehittyä)

$$l_x := \frac{b_{\text{pil}}}{2} + x \quad l_x = 523.9 \text{ mm}$$

Esijännitys etäisyydellä $l_x < l_{\text{pt2}}$ palkin päästä

$$\sigma_{\text{px}} := \frac{l_x}{l_{\text{pt2}}} \cdot \sigma_{\text{p}\infty} \quad \sigma_{\text{px}} = 672 \text{ MPa}$$

$$\text{Merkittään } \alpha_1 := \frac{l_x}{l_{\text{pt2}}} \quad \alpha_1 = 0.625$$

$$\text{Jännevoima etäisyydellä } l_x: P_x := \alpha_1 \cdot P_{\infty} \quad P_x = 608.7 \text{ kN}$$

Betonin jännitys painopisteakselilla (keskeinen puristusjännitys) lopputilanteessa täysin kehittyneestä esijännityksestä (eli etäisyydellä $> l_{pt2}$ palkin päästä)

$$\sigma_{cp} := \frac{\gamma_p \cdot P_{\infty}}{A_m} \quad \sigma_{cp} = 5.3 \text{ MPa} \quad (\text{Huom! puristus positiivisena kaavassa (6.4)})$$

Betonin keskimääräinen puristusjännitys kohdassa lx: $\sigma_{cpX} := \alpha_1 \cdot \sigma_{cp} \quad \sigma_{cpX} = 3.29 \text{ MPa}$

Pääjännitysten kannalta kriittinen kohta on painopisteakselilla. Kriittisen kohdan eli painopisteakselin yläpuolisen osan staattinen momentti painopisteakselin suhteen

$$S_w := b \cdot (h - pp) \cdot \frac{(h - pp)}{2} \quad S_w = 0.0123 \text{ m}^3$$

Leikkausjännitys leikkausvoimasta $V_{Edmit} = 140.1 \text{ kN}$

$$\tau_v := V_{Edmit} \cdot \frac{S_w}{I_m \cdot b_w} \quad \tau_v = 1.28 \text{ MPa}$$

Päävetojännitys jännityksistä τ_v ja $\sigma_{cp,x}$

$$\sigma_1 := \frac{-\sigma_{cp,x}}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_{cp,x})^2}{4} + \tau_v^2} \quad \sigma_1 = 0.44 \text{ MPa} < f_{ctd} = 1.82 \text{ MPa}$$

Leikkauskestävyys saadaan, kun $\sigma_1 = f_{ctd}$ ja ratkaistaan $\tau_v = \tau_{Rd}$

$$\tau_{Rd} := \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}} \quad \tau_{Rd} = 3.05 \text{ MPa}$$

$$V_{Rdc0} := \tau_{Rd} \cdot \frac{I_m \cdot b_w}{S_w} \quad V_{Rdc0} = 333.3 \text{ kN} > V_{Edmit} = 140.1 \text{ kN}$$

b) Alueella, jossa on taivutushalkeamia $x_r \dots L/2$

Kirriitinen leikkaus kohdassa $x_r = 2.106 \text{ m}$ tuen sisäreunasta

Leikkausvoiman laskenta-arvo kohdassa x_r

$$V_{\text{Edmit}2} := p_d \cdot \left(\frac{L}{2} - x_r - \frac{l_{\text{tuki}}}{2} \right) \quad V_{\text{Edmit}2} = 85.4 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyyden mitoitusarvo

$$V_{\text{Rdc}} := \left[C_{\text{Rdc}} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{\text{ck}} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{\text{cp}} \right] \cdot b_w \cdot d$$

kuitenkin vähintään $V_{\text{Rdc}} := (v_{\text{min}} + k_1 \cdot \sigma_{\text{cp}}) \cdot b_w \cdot d$

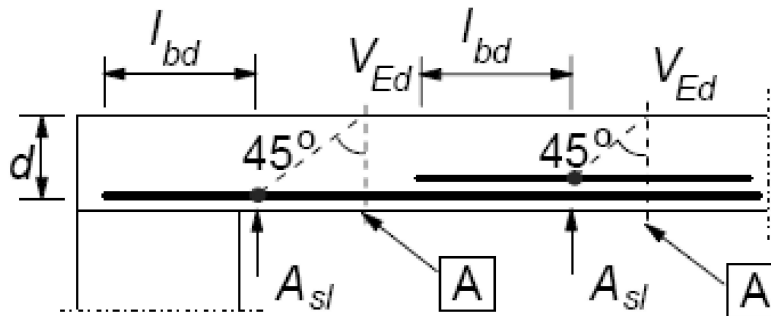
missä

$$C_{\text{Rdc}} := \frac{0.18 \cdot \text{MPa}}{\gamma_c} \quad C_{\text{Rdc}} = 0.133 \text{ MPa}$$

$$k := 1 + \sqrt{\frac{200 \cdot \text{mm}}{d}} \quad k = 1.614 < 2.0$$

Uuman leveys $b_w := b$ $b_w = 280 \text{ mm}$

Tarkasteltavasta leikkauksesta tuelle päin täydelle myötövoimalle ankkuroitu teräsmäärä



Kuva 6.3: Kaavan (6.2) mukaisen vetoraudoituksen A_{sl} määrittelykohta

Etäisyys leikkausmitoituksen kannalta mitoittavasta kohdasta palkin päähän

Oletetaan tuen leveydeksi $l_{tuki} := 100 \cdot \text{mm}$ ja pilarin leveydeksi $b_{pili} := 380 \cdot \text{mm}$

Olkoon palkki päätypalkki eli palkki ulottuu pilarin toisen reunaan asti ja palkki on tuettu pilariin näden keskeisesti.

Tartuntajänteet päättyvät aivan palkin päähän ilman betonipeitettä

Punosten ankkurointipituus d:n päässä tuen reunasta $l_b := \frac{b_{pil}}{2} + \frac{l_{tuki}}{2} + x_T$ $l_b = 2345.6 \text{ mm}$
 $> l_{bpd} = 1047 \text{ mm}$

Ankkurointipituus suurempi kuin täydelle myötövoimalle vaaditaan.

Lasketaan, mikä on ankkurointipituutta l_b vastaava muurtotilan jännitys σ_{pd}

$$\sigma_{pd} := \min \left[\left(\gamma_p \cdot \sigma_{p\infty} + \frac{l_b - l_{pt2}}{\alpha_2 \cdot \phi_p} \cdot f_{bpd} \right), f_{pd} \right] \quad \sigma_{pd} = 1481.8 \text{ MPa} = f_{pd} = 1481.8 \text{ MPa}$$

Tuelle ankkuroitu, täyttä myötövoimaa vastaava redusoitu teräsmäärä

$$A_{p,\text{red}} := A_p \cdot \frac{\sigma_{pd}}{f_{pd}} \quad A_{p,\text{red}} = 744 \text{ mm}^2$$

$$\text{Suhteellinen teräsmäärä} \quad \rho_1 := \frac{A_p}{b_w \cdot d} \quad \rho_1 = 0.005 < 0.02$$

Jännevoima etäisyydellä x_r

$$N_{Ed} := \gamma_p \cdot \min\left(\frac{l_b}{l_{pt2}}, 1\right) \cdot P_\infty$$

$$N_{Ed} = 876.7 \text{ kN}$$

Keskeinen puristusjännitys

$$\sigma_{cp} := \frac{N_{Ed}}{A_m}$$

$$\sigma_{cp} = 5.3 \text{ MPa} > 0.2 \cdot f_{cd} = 5.04 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \sigma_{cp1} := 0.2 \cdot f_{cd}$$

Huom! Puristus positiivisena

Kerroin $k_1 := 0.15$

$$\text{Leikkauslujuuden minimiarvo } v_{\min} := 0.035 \cdot k_1 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa}$$

$$v_{\min} = 0.454 \text{ MPa}$$

Leikkausraudoittamattoman rakenteen leikkauskestävyys

$$V_{Rdc1} := \left[C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp1} \right] \cdot b_w \cdot d \quad V_{Rdc1} = 198.9 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyyden vähimmäisarvo

$$V_{Rdc2} := (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp1}) \cdot b_w \cdot d \quad V_{Rdc2} = 179.5 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyys $V_{Rdc} := \max(V_{Rdc1}, V_{Rdc2})$

$$V_{Rdc} = 198.9 \text{ kN}$$

$$> V_{Edmit} = 140.1 \text{ kN}$$

Palkki kestäisi leikkausraudoittamattomana. EC2 edellyttää kuitenkin aina vähintään minimihakoja

Minimihaat

Hakaraudoitus A500W	Ominaislujuus	$f_{ywk} := 500 \text{ MPa}$	
	Osavarmuusluku	$\gamma_s := 1.1$	
	Laskentalujuus	$f_{ywd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$	$f_{ywd} = 454.5 \text{ MPa}$

Leikkausraudoitussuhteen vähimmäisarvo $\rho_{wmin} := \frac{0.08 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}}}{\frac{f_{ywk}}{\text{MPa}}}$ $\rho_{wmin} = 0.101 \%$

Minimihaat $A_{sw,s} := \rho_{wmin} \cdot b_w \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}$ $A_{sw,s} = 283.3 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} = A_{sw}/s$

2-leikkeiset haat T 6 k 200

Hakaväli $s := 200 \cdot \text{mm} < 0.75 \cdot d = 397.5 \text{ mm}$

Lasketaan leikkauskestävyys leikkausraudoitettuna em. vähimmäishaoilla (pystyhaat)

Puristusdiagonaalin kaltevuuskulma $\cot\theta := 2.5$

Momenttivarsi

Jos rakenteessa ei ole normaalivoimaa, niin voidaan riittävällä tarkkuudella käyttää arvoa

$$z_1 := 0.9 \cdot d \qquad z_1 = 477 \text{ mm}$$

Tässä tapauksessa esijännitys aiheuttaa normaalivoima. Kun rakenteessa on puristavaa normaalivoimaa, niin puristuspuunnan korkeus on suurempi ja momenttivarsi pienempi.

Taivutuskestävyyslaskelmista saadaan $z = 453 \text{ mm}$

$$V_{Rds} := A_{sw,s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta \qquad V_{Rds} = 145.9 \text{ kN} \quad < \quad V_{Rdc} = 198.9 \text{ kN}$$

Koska $V_{Rds} = 145.9 \text{ kN} < V_{Edmit} = 140.1 \text{ kN}$

niin puristusdiagonaalin kaltevuuskulmaa voidaan muuttaa pienemmäksi (pienentää tuelle ankkuroitavaa voimaa)

Valitaan $\cot\theta$ siten, että $V_{Rds} := V_{Edmit} \qquad V_{Rds} = 140.1 \text{ kN}$

$$\cot\theta := \frac{V_{Rds}}{A_{sw,s} \cdot z \cdot f_{ywd}} \qquad \cot\theta = 2.4$$

Leikkauskestävyyden yläraja

$$V_{Rdmax} := \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$v_1 := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \cdot \text{MPa}} \right) \quad v_1 = 0.504$$

Jos leikkausraudoituksen mitoitusjännitys on alle 80 % raudoituksen ominaislujuudesta eli

$$V_{Edmit} \leq 0.88 \cdot A_{s,w,s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta \quad \text{niin}$$

$$v_1 := \begin{cases} 0.6 & \text{if } f_{ck} \leq 60 \cdot \text{MPa} \\ \max\left(0.9 - \frac{f_{ck}}{200 \cdot \text{MPa}}, 0.5\right) & \text{if } f_{ck} > 60 \cdot \text{MPa} \end{cases} \quad v_1 = 0.6$$

$$\alpha_{cw} := \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma_{cp} = 0 \\ \left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) & \text{if } 0 < \sigma_{cp} \leq 0.25 \cdot f_{cd} \\ 1.25 & \text{if } 0.25 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.5 \cdot f_{cd} \\ \left[2.5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right)\right] & \text{if } 0.5 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} \leq f_{cd} \end{cases} \quad \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} = 0.209$$

$$\alpha_{cw} = 1.209$$

Momenttivarsi $z = 453.3 \text{ mm}$

Puristusdiagonaalin kaltevuuskulma $\cot\theta = 2.4$ $\tan\theta := \frac{1}{\cot\theta}$ $\tan\theta = 0.42$

$$V_{Rdmax} := \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot\theta + \tan\theta}$$

$$V_{Rdmax} = 823.3 \text{ kN} > V_{Edmax} = 150.1 \text{ kN}$$

Vetoraudoituksen ankkurointi

Alueella, jossa esiintyy taivutushalkeamia, leikkausvoimasta aiheutuu vetoraudoitukseen lisävoima

leikkausraudoitetuissa raskenteissa

leikkausraudoittamattomissa rakenteissa

$$\Delta F_{td} := 0.5 \cdot V_{Ed} \cdot \cot \theta$$

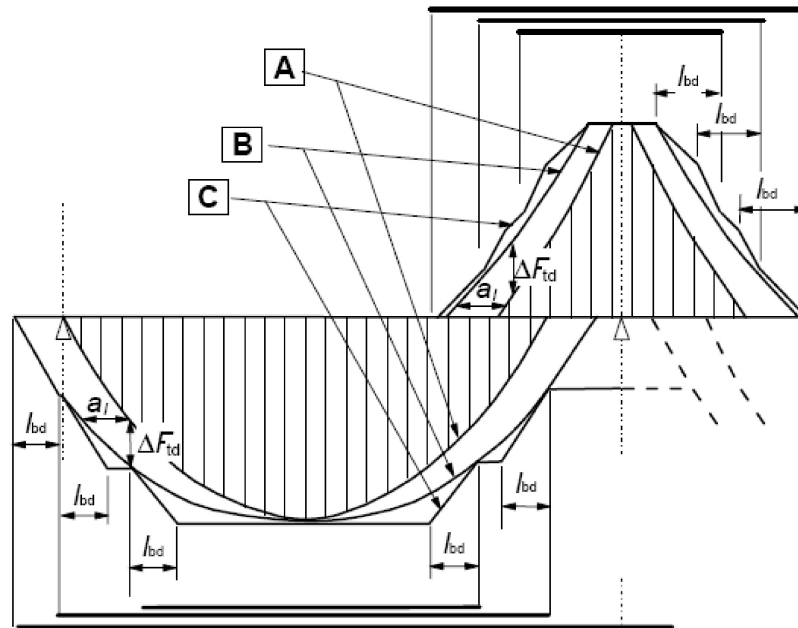
$$\Delta F_{td} := V_{Ed} \cdot \cot \theta$$

$$\text{Pääraudoituksen kokonaisvetovoima} \quad N_s(x) := \frac{M_{Ed}(x)}{z} + 0.5 \cdot V_{Ed}(x) \cdot \cot \theta < \frac{M_{Edmax}}{z}$$

Tämä merkitsee sitä, että momenttipintaa levitetään vähenevän momentin suuntaan matka $0.5 \cdot z \cot \theta$ (leikkausraudoittamattomissa rakenteissa $z \cot \theta$). Tämä merkitsee myös sitä, että kohdassa x raudoituksen tulee kestää kohdassa $x + 0.5 z \cot \theta$ vaikuttavaa momenttia vastaava vetovoima eli kohdassa x raudoituksen voima lasketaan kohdassa $x + 0.5 z \cot \theta$ vaikuttavasta momentista..

Vetoraudoituksen ankkurointi tarkistetaan poikkileikkauksissa, joissa murtotilan kuormilal vedetyn reunan jännitys ylittää betonin vetolujuuden laskenta-arvon f_{ctd} (SFS-EN-1991-1-1 kohdan 8.10.2.3 (1) mukaan $f_{ctk0.05}$, mutta ominaislujuuden käyttö ei anna riittävää varmuutta, vaan on syytä käyttää

laskentalujuutta).



[A] – Summan $M_{Ed}/z + N_{Ed}$ verhoikäyrä [B] – vaikuttava vetovoima F_s [C] – vetovoimakestävyys F_{Rs}

Kuva 9.2: Pääraudoituksen katkaisukohtien määrittelyn periaate, kun otetaan huomioon vinojen halkeamien vaikutus ja ankkuroinnin kestävyys.

Ankkuroinnin kannalta määräävä kohta on $x_r = 2.106 \text{ m}$ tuielta

Momentti kohdassa x_r $M_{Ed}(x_r) := V_{Edmax} \cdot x_r - \frac{p_d \cdot x_r^2}{2}$ $M_{Ed}(x_r) = 249.5 \text{ kNm}$

Leikkausvoima kohdassa x_r $V_{Ed}(x_r) := p_d \cdot \left(\frac{L}{2} - x_r \right)$ $V_{Ed}(x_r) = 86.9 \text{ kN}$

Momenttivarsi $z = 453 \text{ mm}$

Puristusdiagonaalin kaltevuuskulma $\cot\theta = 2.4$

Vetoraudoituksen voima kohdassa x_r :
$$N_s(x_r) := \frac{M_{Ed}(x_r)}{z} + 0.5 \cdot V_{Ed}(x_r) \cdot \cot\theta \quad N_s(x_r) = 654.7 \text{ kN}$$

Momentti kohdassa $x_r + 0.5 \cdot z \cdot \cot\theta = 2.649 \text{ m}$
$$M_{Ed}(x_r + 0.5 \cdot z \cdot \cot\theta) = 292.3 \text{ kNm}$$

$$N_{s1} := \frac{M_{Ed}(x_r + 0.5 \cdot z \cdot \cot\theta)}{z} \quad N_{s1} = 644.9 \text{ kN}$$

Ero $N_s(x_r)$:n ja N_{s1} :n välillä johtuu siitä, että $N_s(x_r)$:ssä ei ole oettu huomioon matkalla $0.5z \cot\theta$ olevan kuorman vaikutus ja on siten varmallalla puolella.

Punoksen jännitys murtotilassa kohdassa x_r :
$$\sigma_{pd} := \frac{N_s(x_r)}{A_p} \quad \sigma_{pd} = 879.9 \text{ MPa}$$

Esijännitys häviöiden jälkeen
$$\gamma_p \cdot \sigma_{p\infty} = 968 \text{ MPa}$$

Tässä kohdassa poikkileikkaus ei ole vielä murtotilassa, joten σ_{pd} pitäisi periaatteessa laskea kimmoteorian mukaan 3. asteen yhtälön avulla kuten käyttötilatarkastelussa

Tarvittava ankkurointipituus kohdassa xr:

$$l_{bpd} := l_{pt2} + \max \left[\alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{(\sigma_{pd} - \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty})}{f_{bpd}}, 0 \cdot \text{mm} \right] \quad l_{bpd} = 838.4 \text{ mm}$$

Ankkurointipituus $l_b = 2.346 \text{ m}$

Ankkurointikestävyys kohdassa xr

$$f_{bRd} := \min \left[\gamma_p \cdot \sigma_{p\infty} + (l_b - l_{pt2}) \cdot \frac{f_{bpd}}{\alpha_2 \cdot \phi_p}, f_{pd} \right] \quad f_{bRd} = 1481.8 \text{ MPa}$$

Vetorausituksen voima $F_{bu} := f_{bRd} \cdot A_p \quad F_{bu} = 1102.5 \text{ kN}$

Taivutuskestävyys lasketaan kuten aikaisemmin, mutta käyttäen nyt teräksen laskentalujuutena arvoa f_{bRd}

$$\text{Mekaaninen raudoitussaste } \omega := \frac{f_{bRd} \cdot A_p}{b \cdot d \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad \omega = 0.295$$

$$\text{Puristuspinnan tehollinen korkeus } y := \omega \cdot d \quad y = 156.3 \text{ mm}$$

$$\text{Momenttivarsi } z := d - \frac{y}{2} \quad z = 451.8 \text{ mm}$$

$$\text{Vetoraudoituksen voima } N_{sbRd} := f_{bRd} \cdot A_p \quad N_{sbRd} = 1102.5 \text{ kN}$$

$$\text{Leikkausvoima lisää vetoraudoituksen voimaa määrällä } \Delta F_{td} := 0.5 \cdot V_{Ed}(x_r) \cdot \cot \theta \quad \Delta F_{td} = 104.2 \text{ kN}$$

$$\text{Taivutusmomentille jää voima } N_{sM} := N_{sbRd} - \Delta F_{td} \quad N_{sM} = 998.2 \text{ kN}$$

$$\text{Taivutuskestävyys kohdassa } x_r: \quad M_{Rd,xr} := N_{sM} \cdot z$$

$$M_{Rd,xr} = 451 \text{ kNm}$$

$$> M_{Ed}(x_r) = 249.5 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännevälin keskellä saatiin } M_{Rd} = 486.3 \text{ kNm}$$

Yläpunosten vaikutus voidaan ottaa huomioon kuten aikaisemmin taivutuskestävyyttä laskettaessa

Jänneterästen ankkurointi tuella

Tarkastellaan punoksen ankkurointia tuelle. Eurokoodi ei edellytä ankkuroinnin tarkistamista alueella, joissa vedetyn reunan jännitys on pienempi kuin f_{ctd} . Suositeltavaa on kuitenkin tarkistaa vetoraudoituksen ankkurointi myös tuen reunassa ja tarvittaessa lisätä ankkurointiraudoitusta. Raudoituksen ankkurointi tuella kts. BY 16 kohta S 2.5.1.2

Lasketaan ankkurointipituus tuen reunasta 45 asteen kulmassa vetoraudoituksen painopisteeseen.

$$x_1 := \frac{l_{tuki}}{2} + (h - d)$$

$$x_1 = 100 \text{ mm}$$

$$\text{Ankkurointipituus } l_b := \frac{b_{pil}}{2} + \frac{l_{tuki}}{2} + (h - d)$$

$$l_b = 290 \text{ mm} < l_{pt2} = 838.4 \text{ mm}$$

$$\text{Ankkurointikestävyys kohdassa } x_1: \quad f_{bRd} := \frac{l_b}{l_{pt2}} \cdot \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty} \quad f_{bRd} = 334.8 \text{ MPa}$$

$$\text{Vetoraudoituksen voima } F_{bu} := f_{bRd} \cdot A_p$$

$$F_{bu} = 249.1 \text{ kN}$$

Oletetaan, että palkin ja pilarin välissä on neopren-levy. Palkki pyrkii kutistuman ja viruman seurauksena lyhenemään, jolloin tuelle syntyy tukireaktiosta kitkaa. Palkin päähän syntyy tällöin vaakavoima, joka vastaa palkin oäiden oletettua suurinta kitkavoimien erotusta. Vaakavoiman vaikutus lasketaan mukaan vain alueella jonka pituus on vastaa palkin korkeutta..

Tuen kitkasta syntyvä vaakavoima $H_{Ed} := 0.2 \cdot V_{Edmax}$

$$H_{Ed} = 30 \text{ kN}$$

Momentti kohdassa x: $M_{Ed}(x_1) := V_{Edmax} \cdot x_1 - \frac{p_d \cdot x_1^2}{2} + H_{Ed} \cdot (h - d)$ $M_{Ed}(x_1) = 16.4 \text{ kNm}$

Leikkausvoima kohdassa x $V_{Ed}(x_1) := p_d \cdot \left(\frac{L}{2} - x_1 \right)$ $V_{Ed}(x_1) = 147.1 \text{ kN}$

Lasketaan ilman yläpunoksia

$$\text{Puristuspuunnan korkeus } x := \frac{F_{bu}}{b \cdot \lambda \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad x = 44.2 \text{ mm}$$

$$\text{Momenttivarsi } z_1 := d - \frac{\lambda}{2} \cdot x \quad z_1 = 512.3 \text{ mm}$$

$$\text{Leikkausvoima lisää vetoraudoituksen voimaa määrällä } \Delta F_{td} := 0.5 V_{Ed}(x_1) \cdot \cot \theta \quad \Delta F_{td} = 176.5 \text{ kN}$$

$$\text{Vetoraudoituksen ankkurointivoimasta jää taivutukselle voima } N_{sMx1} := F_{bu} - \Delta F_{td} - H_{Ed}$$

$$N_{sMx1} = 42.6 \text{ kN}$$

$$\text{Taivutuskestävyys kohdassa } x_1: \quad M_{Rdx1} := N_{sMx1} \cdot z_1$$

$$M_{Rdx1} = 21.8 \text{ kNm}$$

$$> M_{Ed}(x_1) = 16.4 \text{ kNm}$$

Yläpunosten voima lisää hiukan tarvittavaa puristus pintaa, joten momenttivarsi ja siten myös taivutuskestävyys ovat hiukan edellä laskettuja pienempiä.

Jos käytetään max. momentin kohdalla saatua z:n arvoa, niin ollaan varmalla puolella

$$z = 451.8 \text{ mm}$$

$$M_{Rdx1} := N_{sMx1} \cdot z \quad M_{Rdx1} = 19.3 \text{ kNm} > M_{Ed}(x_1) = 16.4 \text{ kNm}$$

tai raudoitukselta vaadittava ankkurointikestävyys kohdassa x

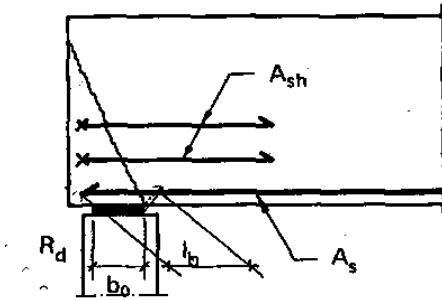
$$N_{svaad} := \frac{M_{Ed}(x_1)}{z} + \Delta F_{td} + H_{Ed} \quad N_{svaad} = 242.7 \text{ kN} < F_{bu} = 249.1 \text{ kN}$$

Taivutuskestävyys ja punosten ankkurointikestävyys tuen reunassa kohdassa x ovat riittäviä; lisäteräksiä ei tarvita

Jos palkin tukipinta on lyhyt, niin palkin alanurkka voi tukipaineesta lohjeta. Nuirkkalohkemisen estämiseksi pääraudoitus on ankkuroitava halkeamapinnan taakse voimalle

$$N_{svaad2} := 0.75 \cdot (V_{Edmax} + H_{Ed})$$

$$N_{svaad2} = 135.1 \text{ kN}$$



Vapaasti tuetun nurkan lohkeaminen.

$$\text{Ankkurointipituus } l_{b2} := \frac{b_{pil}}{2} + \frac{l_{tuki}}{2} - (h - d) \quad l_{b2} = 190 \text{ mm}$$

$$\text{Ankkurointikestävyys tässä kohdassa } f_{bRd} := \frac{l_{b2}}{l_{pt2}} \cdot \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty} \quad f_{bRd} = 219.4 \text{ MPa}$$

$$\text{Vetoraudoituksen voima } F_{bu} := f_{bRd} \cdot A_p \quad F_{bu} = 163.2 \text{ kN} > N_{svaad2} = 135.1 \text{ kN}$$

Ei tarvita lisäteräksiä ankkurointia varten.

Palkin päähän laitetaan kuitenkin vähintään 1 T10 vaakalenkki ja lisälentki 1 T 10 tappikolon ympäri sekä 2 T10 pystylenkkiä. Pystylenkkien pystyleike ottaa vastaan halkaisuvoimia palkin päässä ja yläpinnan vaakaleike toimii normien mukaisena vapaan tuen tukimomenttiraudoituksena. Lenkkien vaakaleikkeiden pinta-ala on yhteensä

$$A_s := 6 \cdot 78.5 \cdot \text{mm}^2 \quad A_s = 471 \text{ mm}^2 \quad N_s := A_s \cdot \frac{500 \cdot \text{MPa}}{1.1} \quad N_s = 214.1 \text{ kN}$$

Ankkurijännepalkin leikkauskestävyys

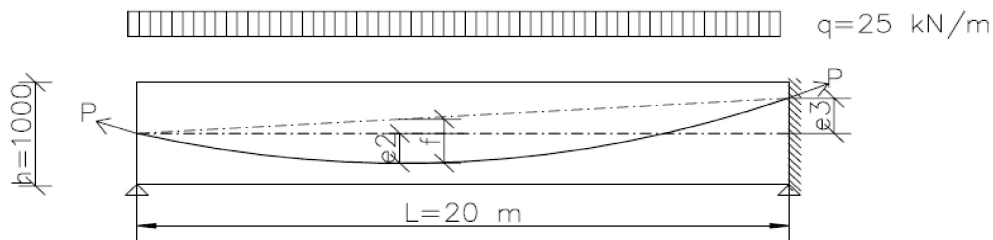
Ankkurijännepalkissa otetaan huomioon jänteen kaltevuuden aiheuttama jännevoiman pystykomponentti $P \sin \alpha$.

Mitoittava leikkausvoima on $V_{Ednet} := V_{Ed} - V_p$

missä V_p on ohjausvoiman aiheuttama leikkausvoima (SFS-EN-1992-1-1 kaavassa (6.1) V_{td})

Mitoitus leikkausvoimalla V_{Ednet} tapahtuu samalla tavalla kuin tartuntajännepalkeilla.

Tarkastellaan seuraavaa tartuntajännepalkkia



Jänneväli $L := 20 \cdot \text{m}$

Palkin korkeus $h := 1000 \cdot \text{mm}$

Palkin leveys $b := 500 \cdot \text{mm}$

Ominaiskuorma käyttötilassa $p_k := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Oletetaan, että kuormasta on pysyvää kuormaa 60 % ja muuttuvaa 40 %

Kuormien osavarmuusluvut:

pysyvä kuorma $\gamma_g = 1.15$

muuttuva kuorma $\gamma_q = 1.5$

Laskentakuorma murtotilassa $p_d := \gamma_g \cdot 0.6 \cdot p_k + \gamma_q \cdot 0.4 \cdot p_k$ $p_d = 32.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Taivutusmomentit murtotilassa

Kenttä $M_{Edk} := 0.0703 \cdot p_d \cdot L^2$ $M_{Edk} = 906.9 \text{ kNm}$

Tuki $M_{Edt} := -0.125 \cdot p_d \cdot L^2$ $M_{Edt} = -1612.5 \text{ kNm}$

Leikkausvoima vapaalla tuella $V_{Ed1} := p_d \cdot \frac{L}{2} + \frac{M_{Edt}}{L}$ $V_{Ed1} = 241.9 \text{ kN}$

Leikkausvoima kiinnitetyllä tuella $V_{Ed2} := -p_d \cdot \frac{L}{2} + \frac{M_{Edt}}{L}$ $V_{Ed2} = -403.1 \text{ kN}$

Leikkausvoima h/2:n päässä tuelta $V_{Ed3} := V_{Ed2} + p_d \cdot \frac{h}{2}$ $V_{Ed3} = -387 \text{ kN}$

Tehollinen korkeus $d_p := 950 \cdot \text{mm}$

Leikkausvoima d_p :n päässä tuelta $V_{Edmit} := V_{Ed2} + p_d \cdot d$ $V_{Edmit} = -386 \text{ kN}$

oletettu tuen leveys=0

Betoni C40 /50-1

Betonin lujuusluokka C40/50-1 $f_{ck} := 40 \text{ MPa}$

Osavarmuuskuku $\gamma_c := 1.35$

$$\alpha_{cc} := 0.85$$

Puristuslujuuden laskenta-arvo $f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 25.2 \text{ MPa}$

Betonin murtopuristuma $\epsilon_{cu3} := 3.5 \text{ ‰}$

Puristuspinnan ssuhteellisen korkeuden kerroin $\nu := 0.8$

Jännityskerroin $\eta := 1$

Jänneteräkset

$$15 \phi.p7 \ 12,5 \quad n_p := 15 \quad A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2 / \text{punos} \quad A_p := n_p \cdot A_{p1}$$

$$A_p = 1395 \text{ mm}^2$$

suojaputken halkaisija $\phi_{\text{putki}} := 70 \cdot \text{mm}$

Jännevoimaksi lopputilanteessa saatiin aikaisemmin $P_\infty := 1462 \cdot \text{kN}$

Esijännitys lopputilanteessa $\sigma_{p\infty} := \frac{P_\infty}{A_p} \quad \sigma_{p\infty} = 1048 \text{ MPa}$

Jänneteräksen lujuus St 1630/1860

Jänneteräksen lujuusarvot:

0.1-raja $f_{p0.1k} := 1630 \cdot \text{MPa}$

murtolujuus $f_{pk} := 1860 \cdot \text{MPa}$

kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$

Jänneteräksen osavarmuusluku $\gamma_s := 1.1$

0.1-rajan laskenta-arvo eli laskentalujuus $f_{pd} := \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s} \quad f_{pd} = 1481.8 \text{ MPa}$

Myötövenymä $\varepsilon_{py} := \frac{f_{pd}}{E_p} \quad \varepsilon_{py} = 7.6 \text{ ‰}$

Murtovenymä $\varepsilon_{pk} := 65 \text{ ‰}$

Jänneterästen kulku:

- epäkeskisyys vapaalla tuella $e_1 := 0 \cdot \text{mm}$
- epäkeskisyys max. kenttämomentin kohdalla $e_2 := 450 \cdot \text{mm}$ $x_{\text{max}} := 7.5 \cdot \text{m}$
- epäkeskisyys kiinnitetyllä tuella $e_3 := 450 \cdot \text{mm}$

Painopisteen sijainti $pp := \frac{h}{2}$ $pp = 500 \text{ mm}$ alhaalta

(Tässä ei ole yksinkertaisuuden vuoksi otettu huomioon terästen vaikutusta painopisteeseen)

Tehollinen korkeus kentässä $d_p := h - pp + e_2$ $d_p = 950 \text{ mm}$

Tehollinen korkeus tuella $d_p := pp + e_3$ $d_p = 950 \text{ mm}$

Ohjausvoimiksi käyttötilassa saatiin aikaisemmin:

$U_a := 175.4 \cdot \text{kN}$ vapaalla tuella

$u_b := -23.39 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $0 \dots 7.5 \text{ m}$

$u_c := -16.84 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $7.5 \dots 20 \text{ m}$

$U_d := 210.5 \cdot \text{kN}$ välituella

Tässä tapauksessa kiinnitetyllä tuella ei ole vastapyöristystä, joten ohjausvoimat aiheuttavat tulle leikkausvoiman U_d

Keskimääräinen ohjausvoima $u_m := \frac{u_b + u_c}{2}$ $u_m = -20.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Tasapainottavat momentit keskimääräisellä ohjausvoimalla

Kenttä $M_{k.tas} := 0.0703 \cdot u_m \cdot L^2$ $M_{k.tas} = -565.6 \text{ kNm}$

Tuki $M_{t.tas} := -0.125 \cdot u_m \cdot L^2$ $M_{t.tas} = 1005.8 \text{ kNm}$

Jänteen kaltevuuden vaikutus voidaan ottaa huomioon likimäärin vähentämällä ulkoisen kuorman leikkausvoimasta ohjausvoimien aiheuttama leikkausvoima.

Ohjausvoima ei ole vakio koko jännevälin alueella; keskimääräisen ohjausvoiman käyttö johtaa leikkausvoiman kohdalla suurempaan virheeseen kuin taivutusmomentin kohdalla. Tämän vuoksi ohjausvoiman aiheuttama leikkausvoima lasketaan käyttäen alkuperäisiä ohjausvoiman arvoja u_b ja u_c .

Koska $U_a = u_b \cdot b$ ja $U_d = u_c \cdot c$, niin pistevoimat U_a ja U_d vastaavat ohjausvoimien aiheuttamia leikkausvoimia reunatuella ja välituella. $b = x_{\text{max}}$ $c = L - x_{\text{max}}$, koska $a = 0$ ja $d = 0$ tässä esimerkissä

Keskimääräisen ohjausvoiman u_m aiheuttamat leikkausvoimat:

reunatuella $V_{\text{pmr}} := 0.375 \cdot u_m \cdot L$ $V_{\text{pmr}} = -150.9 \text{ kN}$ virhe 14 %

välituella $V_{\text{pmk}} := -0.625 \cdot u_m \cdot L$ $V_{\text{pmk}} = 251.4 \text{ kN}$ virhe 19 %

U_a vastaa kaltevan jänteen pystykomponenttia => jänteen kaltevuus eli derivaatta reunatuella

$$\frac{2 \cdot e_2}{x_{\text{max}}} = 0.12$$

Vastaavasti välituella U_d vastaa jänteen pystykomponenttia => jänteen kaltevuus eli derivaatta välituella $\frac{2 \cdot (e_2 + e_3)}{L - x_{\max}} = 0.144$

Jos välituella vastapyöristys, niin jänne vaakasuora tukipisteessä, mutta leikkausvoiman kannalta mitoittavassa kohdassa eli d :n etäisyydellä tuen reunasta jänne kalteva.

Lasketaan leikkauskestävyys välituella d :n päässä tuen reunasta (tässä d :n päässä tukipisteestä, koska tuen leveyttä ei ole tiedossa).

Ohjausvoiman aiheuttama leikkausvoima d :n päässä tuen reunasta:

$$d_p = 0.95 \text{ m}$$

$$V_p := U_d + u_c \cdot d_p \quad V_p = 194.5 \text{ kN}$$

$$\text{Osavarmuusluku jännevoimalle} \quad \gamma_p = 0.9$$

$$\text{Jänteen kaltevuus } d_p\text{:n etäisyydellä tuelta} \quad \sin\alpha := 0.133456 \quad P_\infty \cdot \sin\alpha = 195.1 \text{ kN}$$

$$\text{Mitoittava leikkausvoima ulkoisesta kuormasta} \quad V_{\text{Edmit}} = -386 \text{ kN}$$

$$\text{Mitoittava leikkausvoima} \quad V_{\text{Edmit.red}} := V_{\text{Edmit}} + \gamma_p \cdot V_p \quad V_{\text{Edmit.red}} = -210.98 \text{ kN}$$

Lisäksi jännevoiman vaikutus otetaan huomioon keskeisenä puristavana normaalivoimana

$$N_{\text{Ed}} := -\gamma_p \cdot P_\infty \quad N_{\text{Ed}} = -1315.8 \text{ kN}$$

Ankkurijännepalkin tapauksessa puristava voima siirtyy etonille rakenteen päissä olevien ankkureiden välityksellä, joten puristava voima vaikuttaa heti palkin päästä lukien täydellä voimalla ottaen kuitenkin huomioon lukitushäviö ja erikohdissa kitkahäviö.

Tarkastellaan kuten tartuntajännerakenteissa erikseen alue, jossa ei esiinny taivutushalkeamia ja taivutushalkeillut alue.

Suojaputkien vaikutus on otettava huomioon uuman leveydessä SFS-EN-1192-1-1 kaavan (6.16) mukaan

Jos suojaputken halkaisija on $\phi_{\text{putki}} > b_w/8$

$$\text{Leveys} \quad b_w := b \quad b_w = 500 \text{ mm} \quad \phi_{\text{putki}} = 70 \text{ mm} > \frac{b_w}{8} = 62.5 \text{ mm}$$

Putken vaikutus on otettava huomioon, vähennetään uuman leveydestä puolet putkien halkaisijoiden summasta.

$$\text{Uuman mitoitusleveys} \quad b_{\text{wnom}} := b_w - 0.5 \cdot \phi_{\text{putki}} \quad b_{\text{wnom}} = 465 \text{ mm}$$

$$\text{Jännevoiman aiheuttama puristusjännitys} \quad \sigma_{\text{cp}} := \frac{\gamma_p \cdot P_\infty}{b \cdot h - \frac{\pi \cdot \phi_{\text{putki}}^2}{4}} \quad \sigma_{\text{cp}} = 2.65 \text{ MPa}$$

Leikkauskaavoissa puristus positiivisena

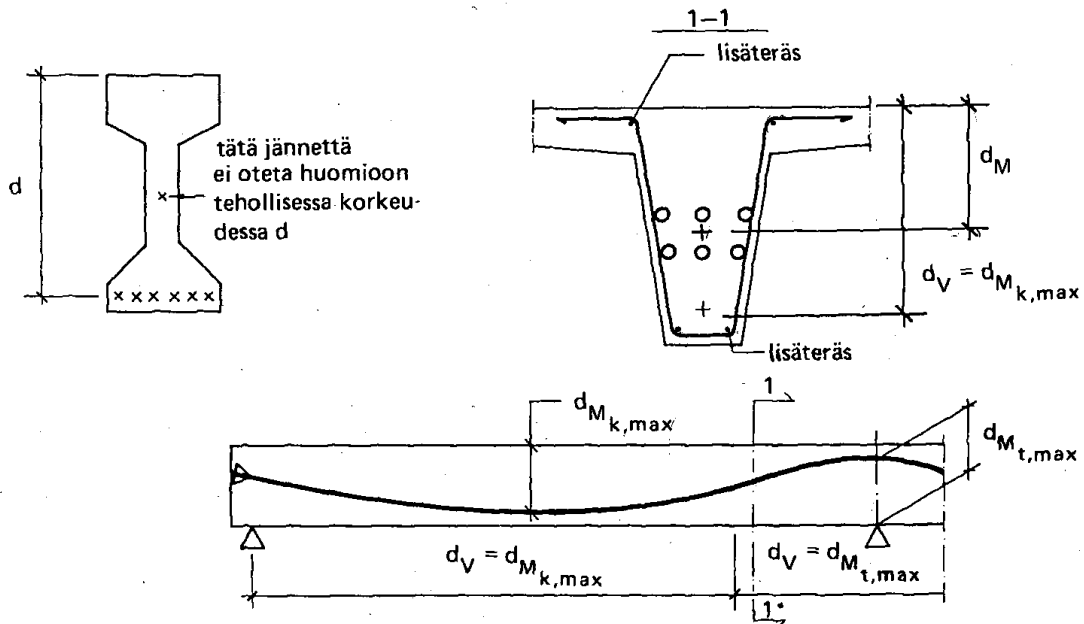
Leikkauskestävyyden laskenta menee samalla tavalla kuin tartuntajännepalkilla.

Uuman leveys b_{wnom} .

Tehollinen korkeus positiivisen momentin alueella jänteen alimman korkeusaseman mukaan $d_p=950 \text{ mm}$ ja negatiivisen momentin alueella tuen kohdalla oleva $d_p=950 \text{ mm}$ oheisen kuvan (/BY16/ kuva S36) mukaan,

Leikkausraudoittamattomassa tapauksessa suhteelliseen teräsmäärään ρ otetaan mukaan vain jännittämätön lisäraudoitus; vähintään nurkissa $\phi 10..$

Jännitetyissä rakenteissa leikkausraudoitusta laskettaessa tehollisena korkeutena d voidaan käyttää koko kenttämomentin alueella raudoituksen maksimikenttämomenttia vastaavaa tehollista korkeutta $d_{M_{k,max}}$. Samoin koko tukimomentin alueella voidaan käyttää maksimitukimomenttia vastaavaa tehollista korkeutta $d_{M_{t,max}}$. Hakojen taivutusten sisäpuolelle on kuvan S 36 mukaisesti asennettava pitkittäiset lisäteräkset, joiden halkaisija on vähintään yhtä suuri kuin haan.



Kuva S 36 Jännitetyn rakenteen leikkausraudoituksen tehollinen korkeus d_V .

Poikkileikkausarvot

$$b = 500 \text{ mm} \quad h = 1000 \text{ mm}$$

Lasketaan poikkileikkausarvot ilman raudoitusta

$$\text{Pinta-ala} \quad A := b \cdot h \quad A = 0.5 \text{ m}^2$$

$$\text{Hitausmomenttri} \quad I := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I = 41.7 \cdot 10^{-3} \cdot \text{m}^4$$

$$\text{Taivutusvastus} \quad W := \frac{b \cdot h^2}{6} \quad W = 0.083 \text{ m}^3$$

$$\text{Staattinen momentti painiopisteen suhteen} \quad S := \frac{b \cdot h^2}{8} \quad S = 0.063 \text{ m}^3$$

Halkeamamomentti murtotilassa d :n päässä välituelta

$$\text{Esijännityksen aiheuttama keskeinen puristusjännitys} \quad \sigma_{cp} = 2.65 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin vetolujuuden laskenta-arvo} \quad f_{ctd} = 1.82 \text{ MPa}$$

Tasapainottavan ohjausvoiman aiheuttama momentti d:n päässä välituelta murtotilassa

$$M_{\text{tas.d}} := M_{\text{t.tas}} + u_m \cdot \left(0.625 \cdot L \cdot d_p - \frac{d_p^2}{2} \right) \quad M_{\text{tas.d}} = 776 \text{ kNm}$$

$$\text{Halkeamamomentti } M_{\text{cr}} := \gamma_p \cdot M_{\text{tas.d}} + (f_{\text{ctd}} + \sigma_{\text{cp}}) \cdot W \quad M_{\text{cr}} = 1071 \text{ kNm} < |M_{\text{Edt}}| = 1612.5 \text{ kNm}$$

Etäisyys välituelta kohtaan, jossa ei poikkileikkaus ei halkeile

$$\left| M_{\text{Edt}} + p_d \cdot \left(0.625 \cdot L \cdot x_{\text{cr}} - \frac{x_{\text{cr}}^2}{2} \right) \right| = M_{\text{cr}}$$

$$f(x_{\text{cr}}) := \left| M_{\text{Edt}} + p_d \cdot \left(0.625 \cdot L \cdot x_{\text{cr}} - \frac{x_{\text{cr}}^2}{2} \right) \right| - M_{\text{cr}}$$

$$x_{\text{cr}} := \text{root}(f(x), x) \quad x_{\text{cr}} = 1.424 \text{ m} > d_p = 0.95 \text{ m}$$

Etäisyydellä d_p tuelta poikkileikkaus on murtotilassa halkeillut.

Oletetaan palkissa olevan yläpinnassaa vain 2 T 12 (todellinen määrä riippuu siitä, riittävätkö jänneteräokset yksinään taivutukselle ja tuleeko palkkiin käyttötilassa vetoa, joka otetaan huomioon suunnittelussa).

Yläpinta

$$A_{s1} := 226 \cdot \text{mm}^2 \quad d_{s1} := 40 \cdot \text{mm} \quad d_{s1} := 960 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Suhteellinen teräsmäärä } \rho_1 := \frac{A_{s1}}{b_{\text{wnom}} \cdot d_s} \quad \rho_1 = 0.00051$$

$$C_{\text{Rdc}} := \frac{0.18 \cdot \text{MPa}}{\gamma_c} \quad C_{\text{Rdc}} = 0.133 \text{ MPa}$$

$$k := 1 + \sqrt{\frac{200 \cdot \text{mm}}{d_p}} \quad k = 1.459 < 2.0$$

Leikkauskesävyuden vähimmäisarvo

$$v_{\text{min}} := 0.035 \cdot \sqrt{k^3 \cdot \frac{f_{\text{ck}}}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa} \quad v_{\text{min}} = 0.39 \text{ MPa}$$

$$k_1 := 0.15 \quad \sigma_{\text{cp}} = 2.652 \text{ MPa}$$

$$V_{\text{Rdc.min}} := (v_{\text{min}} + k_1 \cdot \sigma_{\text{cp}}) \cdot b_{\text{wnom}} \cdot d_p \quad V_{\text{Rdc.min}} = 348 \text{ kN}$$

$$V_{\text{Rdc1}} := \left[C_{\text{Rdc}} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot \frac{f_{\text{ck}}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{\text{cp}} \right] \cdot b_{\text{wnom}} \cdot d_p \quad V_{\text{Rdc1}} = 284.4 \text{ kN}$$

$$\text{Leikkauskestävyyden mitoitusarvo } V_{\text{Rdc}} := \max(V_{\text{Rdc1}}, V_{\text{Rdc.min}}) \quad V_{\text{Rdc}} = 348 \text{ kN}$$

$$> |V_{\text{Edmit.red}}| = 210.98 \text{ kN}$$

Kestää leikkausraudoittamattomana. Palkissa on kuitenkin oltava vähintään minimihaat, joten lasketaan leikkauskestävyys leikkausraudoitettuna minimihailla.

$$\text{Minimihaat} \quad A500 \text{ HW} \quad f_{wyk} := 500 \cdot \text{MPa} \quad f_{wyd} := \frac{f_{wyk}}{\gamma_s} \quad f_{wyd} = 454.5 \text{ MPa}$$

$$\rho_{wmin} := 0.08 \cdot \frac{\sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}}}{\frac{f_{wyk}}{\text{MPa}}} \quad \rho_{wmin} = 0.001012$$

$$A_{swmin} := \rho_{wmin} \cdot b_{wnom} \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad A_{swmin} = 471 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{2-leikkeiset haat T8 k 200} \quad A_{sw} := 2 \cdot 50.3 \cdot \text{mm}^2 \cdot \frac{1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{200 \cdot \text{mm}} \quad A_{sw} = 503 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Valitaan} \quad \cot\theta := 2$$

$$\text{Oletetaan} \quad z := 0.9 \cdot d_p \quad z = 855 \text{ mm}$$

$$V_{Rds} := A_{sw} \cdot z \cdot f_{wyd} \cdot \cot\theta \quad V_{Rds} = 391 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyys d:n päässä reunatuelta:

Etäisyys reunatuelta kohtaan, jossa palkki halkeaa murtotilassa

Oletetaan jännevoiman olevan samansuuruinen reunatuen lähellä kuin keskituella eli lukitusliukam ja kitkahäviöitä ei tässä ole otettu huomioon.

Esijännityksen aiheuttama puristusjännitys $\sigma_{cp} = 2.65 \text{ MPa}$

$$\text{Tasapainottava momentti d:n päässä reunatuelta} \quad M_{tasd} := 0.375 \cdot u_m \cdot L \cdot d_p - u_m \cdot \frac{d_p^2}{2}$$

$$M_{tasd} = -134.2 \text{ kNm}$$

$$\text{Halkeamamomentti} \quad M_{cr} := -\gamma_p \cdot M_{tasd} + (f_{ctd} + \sigma_{cp}) \cdot W \quad M_{cr} = 493.4 \text{ kNm}$$

$$\text{Momentti ulkoisesta kuormasta d:n päässä tuelta} \quad M_{Ed} := 0.375 \cdot p_d \cdot L \cdot d_p - \frac{p_d \cdot d_p^2}{2}$$

$$M_{Ed} = 215.2 \text{ kNm} < M_{cr} = 493.4 \text{ kNm}$$

Etäisyydellä d:n päässä reunatuelta palkissa ei ole murtotilassa halkeamia. Leikkauskestävyys lasketaan halkeamattomalle poikkileikkaukselle pääjännityskaavan mukaan.

Ankurijännepalkissa jännevoima tulee rakenteeseen ankurien välityksellä, joten jännevoima on heti palkin päässä täysimääräisenä (eli $\alpha_1=1$), jos lukitus- ja kitkahäviöitä ei oteta huomioon. Käytännössä lukitus- ja kitkahäviö on otettava huomioon eli käytetään tarkastelukohdassa vaikuttavaa jännevoimaa.

Tässä tapauksessa $\alpha_1 := 1$

Leikkauskestävyys $V_{Rdc} := \frac{I \cdot b_{wnom}}{S} \cdot \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \cdot \sigma_{cp} \cdot f_{ctd}}$ $V_{Rdc} = 884.2 \text{ kN}$

Jännevoiman pystykomponentti on: $V_p := \gamma_p \cdot (-U_a + u_b \cdot d_p)$ $V_p = -177.9 \text{ kN}$

Mitoittava leikkausvoima d:n päässä reunatueltä $V_{Edmit.red} := 0.375 \cdot p_d \cdot L - p_d \cdot d_p + V_p$

$$V_{Edmit.red} = 33.4 \text{ kN}$$

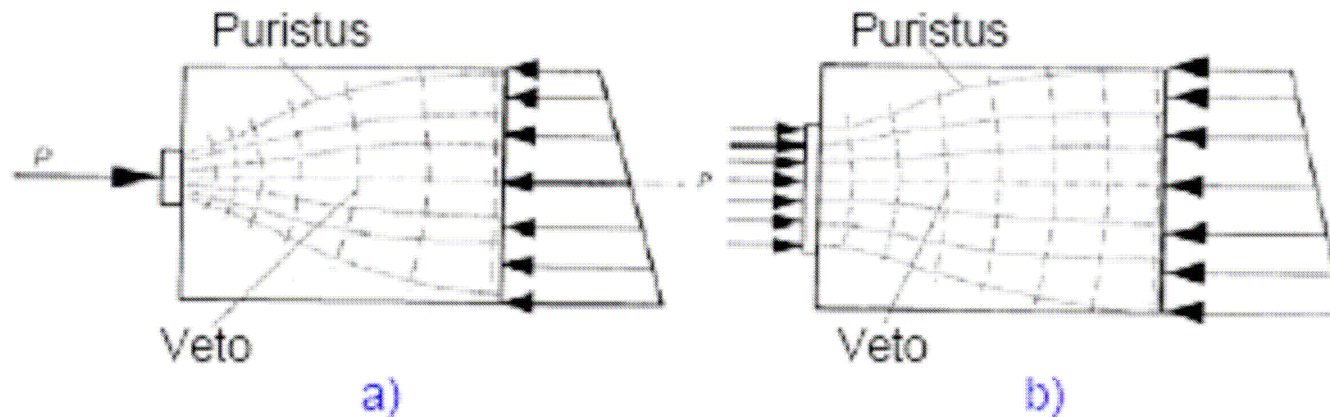
Jännevoiman pystykomponentti ottaa lähes koko leikkausvoiman

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Halkaisuraudoitus

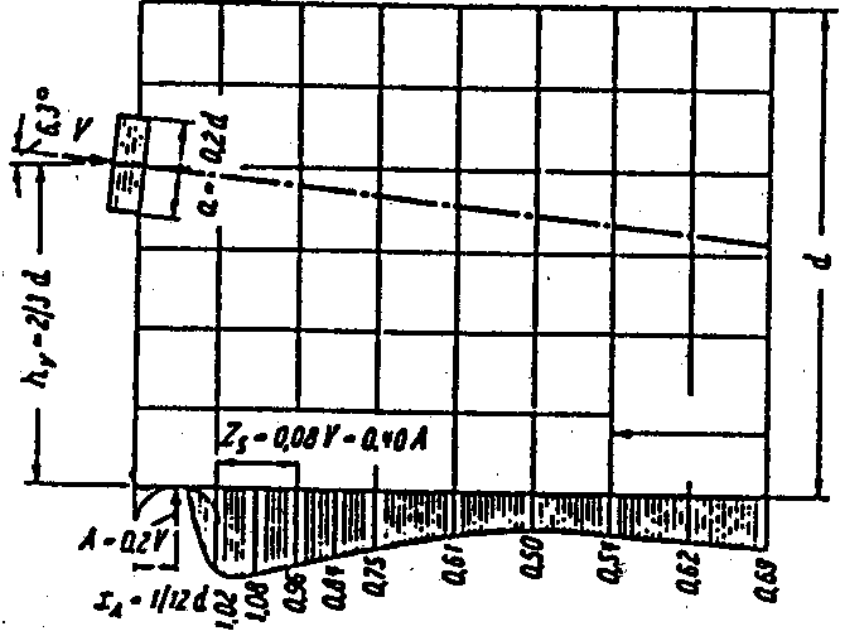
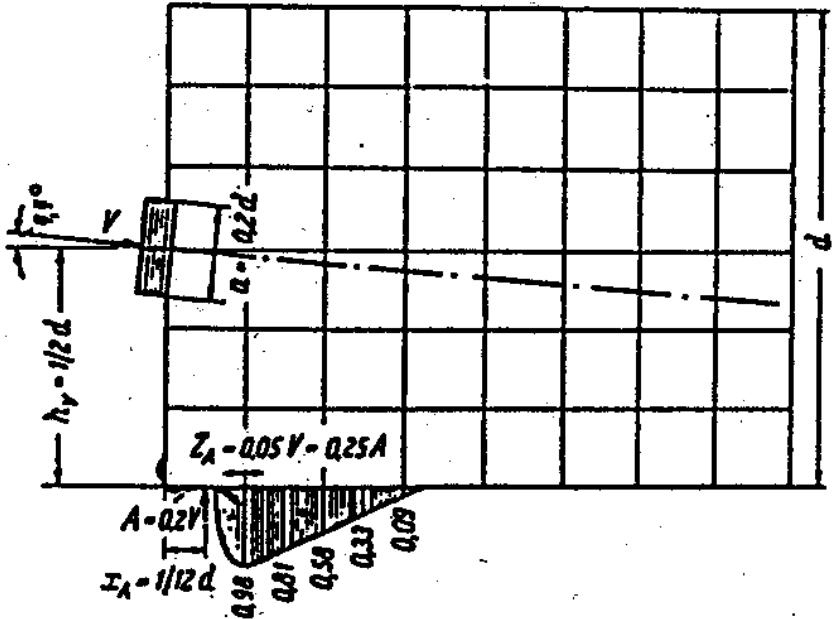
Ankkurialueen halkaisuraudoitus

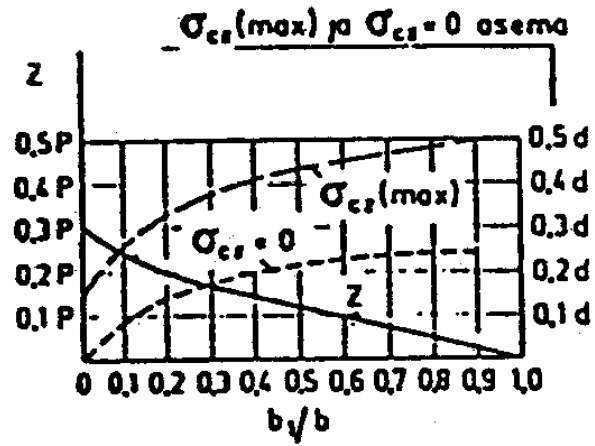
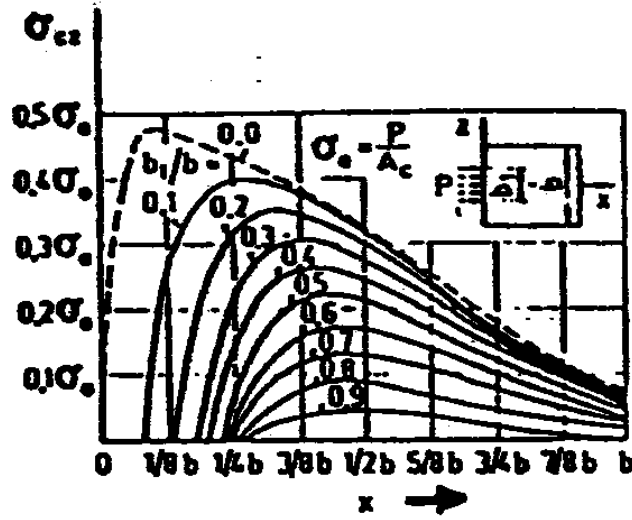
Kuva 82 havainnollistaa tilannetta keskeiselle ankkurivoimalle. Jännevoima aiheuttaa poikittaisia vetojännityksiä sekä pitkittäisiä puristusjännityksiä. Vetojännitykset ovat sitä suurempia, mitä pienemmälle alueelle ankkurointivoima keskittyy.



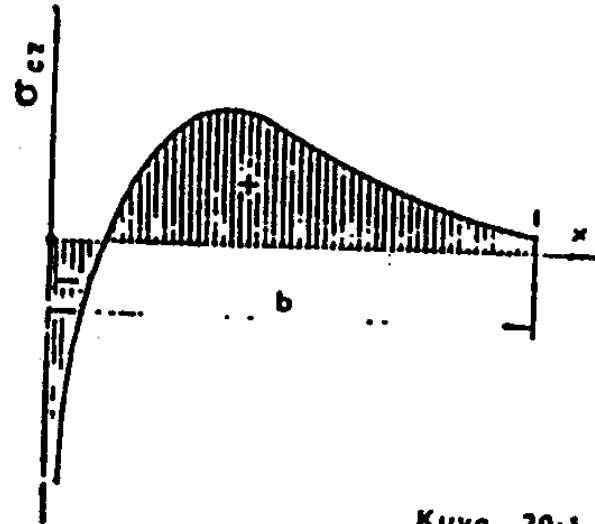
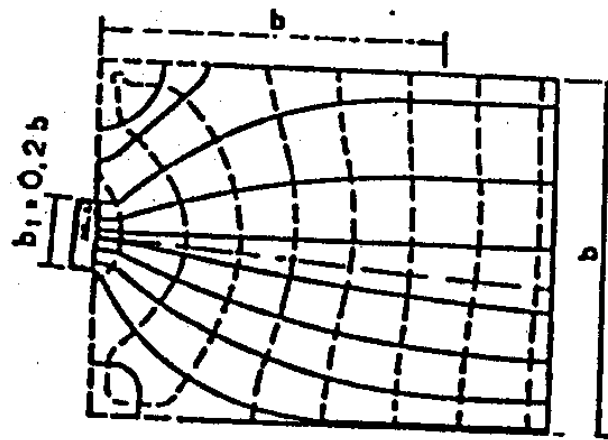
Kuva 102. a) Pieni kuormitusalue. b) Suuri kuormitusalue. [BY210].

Jännevoiman epäkeskeisyys kasvattaa pään halkeiluriskiä merkittävästi. Kuvan 103 merkintöjä käytetään seuraavissa laskentakaavoissa halkaisujännitysten ja -voimien arvioimiseen. Kuva 104 esittää todellista ja yksinkertaistettua halkaisuvetojännitystä palkin päässä. Kuvaan 105 on piirretty halkaisujännitysten resultanttia kuvaava voima kolmion painopisteeseen.

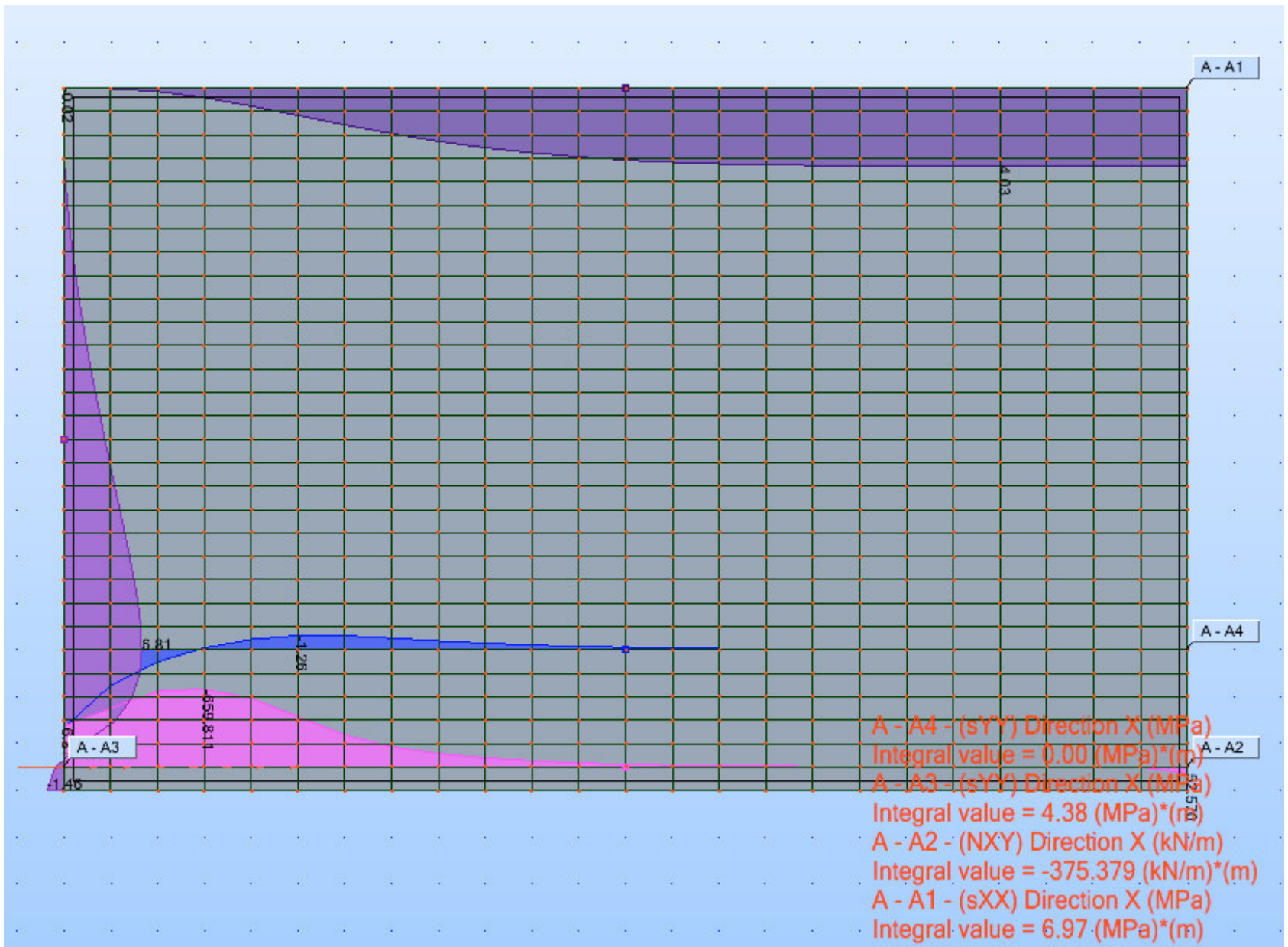


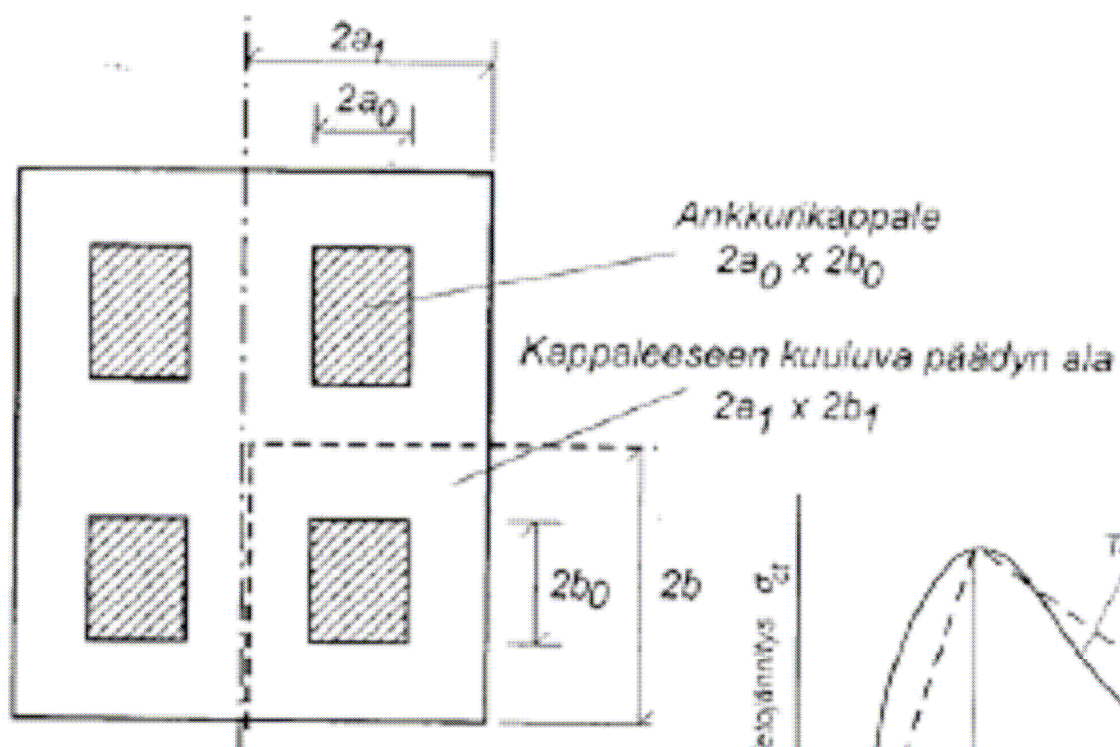


Kuva 20-2

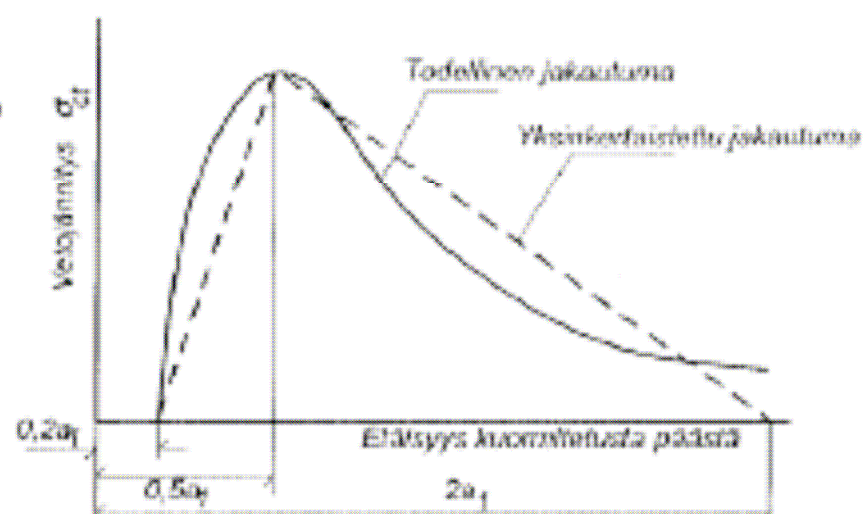


Kuva 20-1



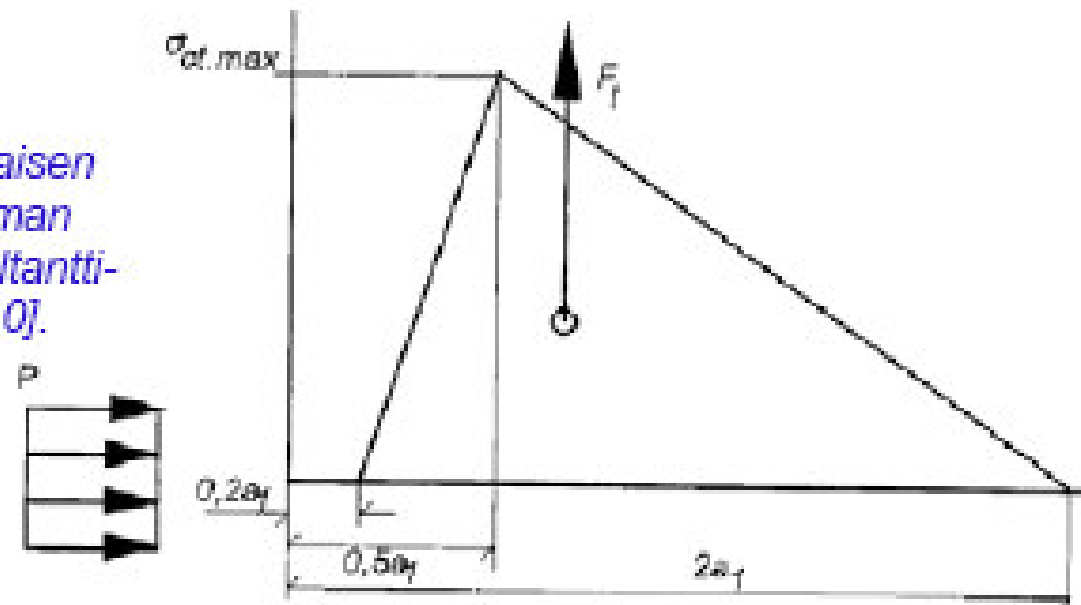


Kuva 103. Merkintöjä.[BY210].



Kuva 104. Todellinen (ehjä viiva) ja yksinkertaistettu (katkoviiva) jännitysjaakauma.[BY210].

Kuva 105. Poikittaisen vetojännitys jakauman korvaaminen resultantti-voimalla F_T [BY210].



Ankkurijännerakenteissa tulee noudattaa jännemenetelmälle ETA:ssa (eurooppalainen tekninen hyväksyntä) tai suomalaisessa käyttöselosteessa annettuja ohjeita halkeilun rajoittamiseksi tai estämiseksi. Ohjeet perustuvat yleensä ristikkoanalogioihin, joissa veto otetaan poikittaisella raudoituksella ja puristus betonin muodostamilla puristussauvoilla. Laskentamalli ei siis edellytä täydellistä halkeilemattomuutta.

Ankkurialueen halkaisuraudoitus

Jännevoima kohdistuu rakenteeseen ankkurin välityksellä. Ankkurin koko on pieni verrattuna rakenteen mittoihin, joten kyseessä keskitetty kuormitus. Jännevoiman oletetaan leviävän rakenteessa kaltevuudessa 1:2. Voiman leviämisestä aiheutuu voimaan nähden poikittaisia vetojännityksiä, jotka otetaan vastaan halkaisuraudoituksella.

Ankkurialueen läheisyyteen n. rakenteen korkeuden matkalle muodostuu paikallinen häiriöalue, jossa jännitysjakautuma ei ole lineaarinen. Alueen jännitysjakautuma voidaan laskea esim. levyteorian mukaan.

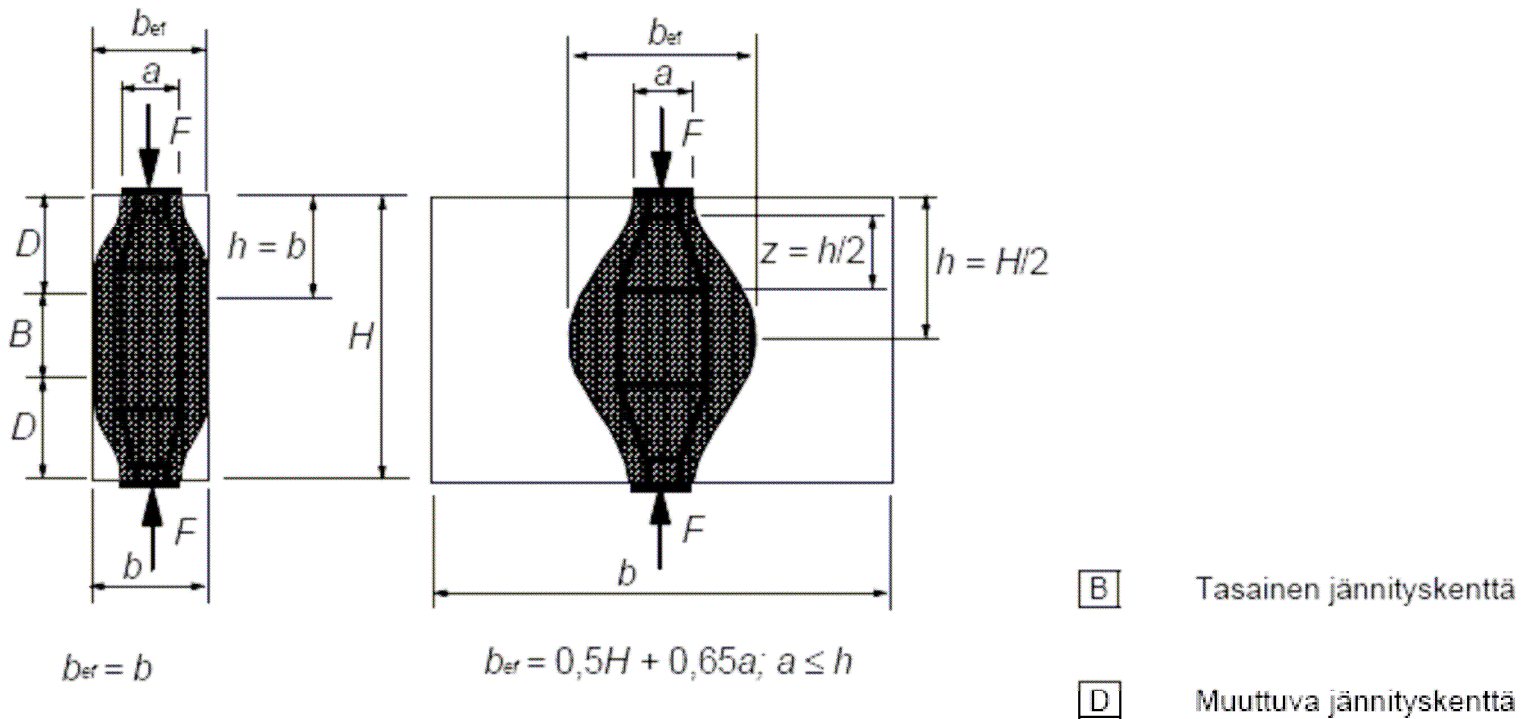
Häiriöalueen voimia voidaan tarkastella ns. puristus-vetosauvamallin (strut and tie) (laajennettu ristikkoteoria) mukaan. Puristus- ja vetosauvat muodostetaan kimmoteorian mukaisen jännitysten kulun mukaan. Puristus otetaan betonille (puristussauva) ja rauditus toimii vetosauvoina. Oletetaan häiriöalue irroitetuksi muusta rakenteesta, jolloin irroituskohdassa vaikuttaa kuormituksena kyseisessä kohdassa vaikuttava lineaarinen jännitysjakautuma. Alueen toisessa päässä vaikuttaa häiriötä aiheuttava pistekuroma esim. tukivoimana. Häiriöaluetta tarkastellaan korkeana levynä, joka on tuettu häiriötä aiheuttavilla keskitetyillä kuormilla (esim. jännevoima) ja kuormitettu levyn toisessa päässä vaikuttavalla jännitysjakautumalla.

Jaetaan pistevoima (esim. jännevoima) kahteen osaan $P/2$. Voiman $P/2$ oletetaan leviävän toiseen suuntaan kaltevuudessa 1:2. Piirretään voiman $P/2$ resultantin kohdalta voimavektori kaltevuudessa 1:2. Myös häiriöalueen toisessa päässä vaikuttava jännitysjakautuma jaetaan kahteen osaan, joiden kummankin resultantti on $P/2$. Määritetään jännitysjakautuman osan resultantin paikka, josta piirteään rakenteen akselin (jännityksen suuntainen) voimavektori voiman $P/2$ vinon vektorin leikkauspisteeseen. Voimavektoreiden leikkauspisteeseen syntyvässä solmupisteessä rakenteen akselin suuntaiset resultantit (suuruus $P/2$) kumoavat toisesna, mutta akselia vastaan kohtisuorassa suunnassa tasapainon säilyminen edellyttää solmuun vaikuttavaa vetovoimaa eli halkaisuvoimaa. Yhdistetään molempien puolikkaiden voimavektoreiden taitepisteet vetosauvalla. Vetosauvan voima vastaa keskitetyn kuorman aiheuttamien halkaisujännitysten resultanttia $\frac{0.5 \cdot P}{2}$. Jännevoiman halkaisuraudoitus mitoitetaan

tälle voimalle. Sen osan jännitysjakautumasta, joka on kuormitusankkurin kohdalla, oletetaan menevän suoraan ankkurilta ilman leviämistä eikä siten aiheuta halkaisujännityksiä.

Edellä olevan perusteella poikkileikkauksen mittoihin nähden pienelle alueelle kohdistuvan kuorman aiheuttamalla halkaisuvoimalle voidaan johtaa lauseke

Halkaisuvoima SFS 1992-1-1 mukaan:



a) Osittain muuttuva jännityskenttä

b) Täysin muuttuva jännityskenttä

Kuva 6.25: Parametrit poikittaisten vetovoimien määrittämiseksi puristus kentässä, jota hallitaan jakaantuneella raudoituksella

(3) Solmukeskittymien kohdalla vaikuttavien voimien edellyttämä rauditus voidaan jakaa tietylle pituudelle (ks. kuvia 6.25 a) ja b)). Kun solmualueen rauditus ulottuu rakenneosassa huomattavalle matkalle, rauditus jaetaan pituudelle, missä puristustrajektoriat ovat kaarevia (veto- ja puristussauvat). Vetovoima T saadaan:

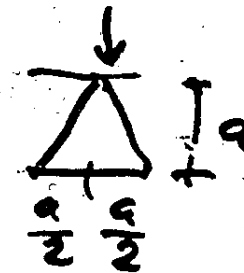
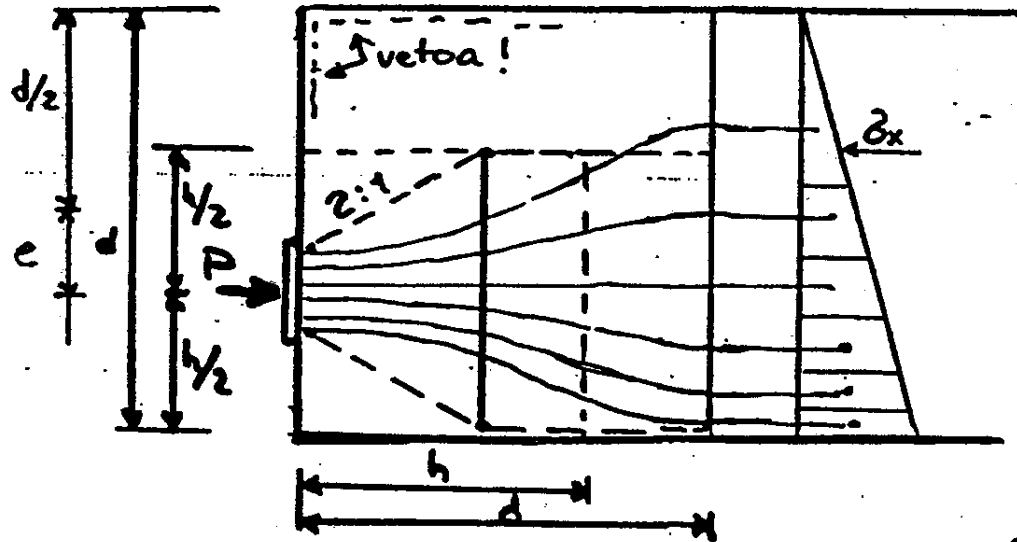
a) osittain muuttuvassa jännityskentässä alueille $\left(b \leq \frac{H}{2}\right)$, ks. kuvaa 6.25 a:

$$T = \frac{1}{4} \frac{b-a}{b} F \quad (6.58)$$

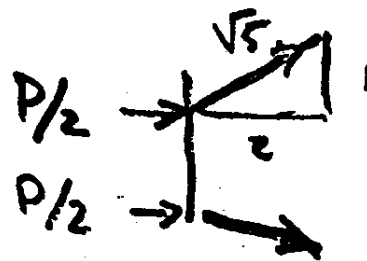
b) täysin muuttuvassa jännityskentässä alueille $\left(b > \frac{H}{2}\right)$, ks. kuvaa 6.25 b:

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a}{h}\right) F \quad (6.59)$$

NORMIEN HALKAISUVOIMAKAAVAN JOHTO



$\tan \alpha \leq 0.05$



$$\frac{\sqrt{5}}{2} P/2 \cdot \sin \alpha = \frac{P}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

kuorm.
pinnan
ala

$b_0/h \cdot P$ nence suoraan

$$F_t := 0.25 \cdot \gamma_{p.unfav} \cdot P \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b}\right)^2$$

missä b_0 on kuormitusalueen (ankkurin) sivumitta rakenteen sivumitan b suunnassa

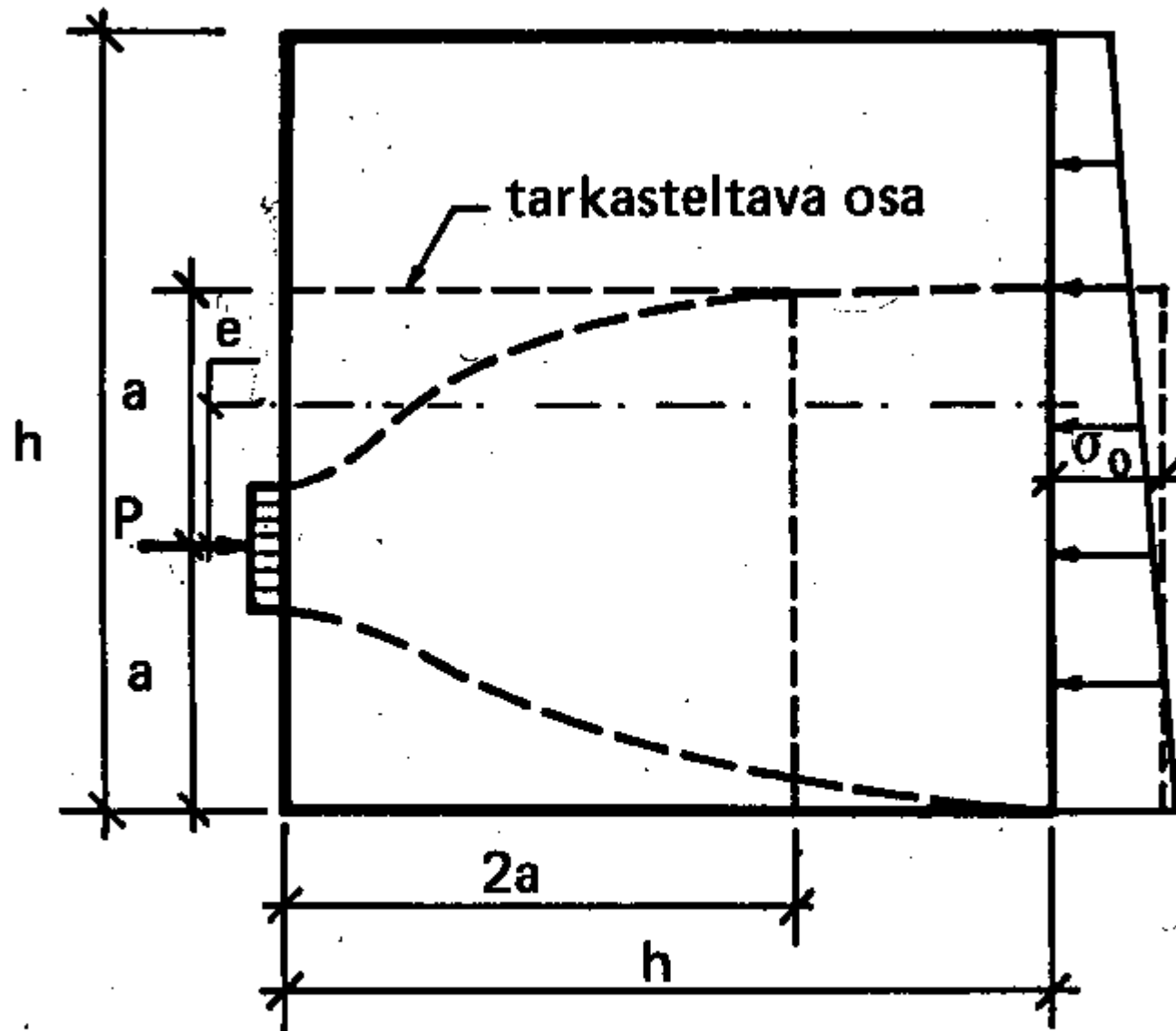
P on jännevoima ankkurissa jännittämishetkellä

$\gamma_{p.unfav} = 1.15$ jännevoiman osavarmuusluku, kun jännevoiman vaikutus on haitallinen

F_t on halkaisuvoima sivumitan b suunnassa

Jakautumisalueen sivumitta b on enintään $2 \cdot$ kuorman pienempi reunaetäisyys a

Laskentamallissa oletetaan, että jännitysjakautuman resultantti on samalla kohtaa kuin pistekuorma. Tästä seuraa, että epäkeskeisen voiman tapauksessa jännityksen oletetaan jakautuvan tasan matkalle $2 \cdot a$.



Rakenteen päässä epäkeskinen pistevoima.

Suomalaisessa käytännössä (B4) katsotaan, ettei halkaisuraudoitusta tarvita ankkuria varten, jos A_{co} on ankkurilevyn pinta-ala ja $f_{ck,K150}$ betonin kuutiolujuuden ominaisarvo ja viereinen ehto toteutuu.

$$\frac{1,2P_{Ed}}{A_{co}} \leq \frac{0,7f_{ck,K150}}{\gamma_c}$$

Sylinterilujuuden f_{ck} avulla laskettuna tämä on likimain yhtäpitävä kuin ehto

$$\frac{P_{Ed}}{A_{co}} \leq 0,7 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

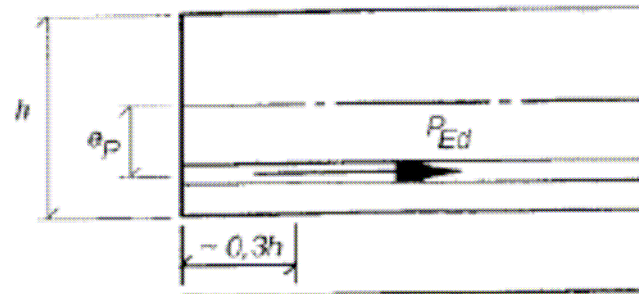
Halkaisuvoima keskeiselle puristukselle lasketaan kaavasta

$$F_{t1,Ed} = 0,25P_{Ed} \left(1 - \frac{b_o}{b_s} \right) \quad (\text{Mörschin kaava, } b \text{ ja } b_o \text{ voiman } F_{t1,Ed} \text{ suunnassa, vrt. kuvat 103 ja 106, Leonhardt: kerroin} = 0,30 \text{ pro } 0,25)$$

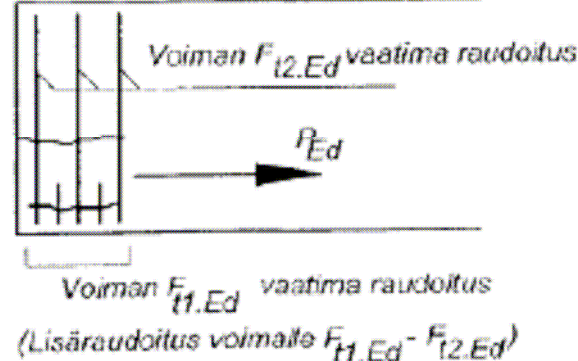
Leonhardt: Epäkeskeinen puristusvoima P_{Ed} aiheuttaa poikkileikkauksen pp-akselin korkeudelle halkaisuvoiman

$$F_{t2,Ed} = \frac{0,015P_{Ed}}{1 - \sqrt{\frac{2e_p}{h}}} \quad (h \text{ on poikkileikkauksen korkeus ja } e_p \text{ voiman } P_{Ed} \text{ epäkeskisyyttä, kts. kuva 106)}$$

Jos P_{Ed} vaikuttaa symmetrisesti pp-akselin ylä- että alapuolella, on halkaisuvoima kaksinkertainen yhden voiman aiheuttamaan $F_{t2,Ed}$:hen nähden.



Kuva 106. Poikittaisen halkeilun rajoittamiseksi tarvittava raudoitus tapauksessa, jossa jänteen kohdalla on suurempi halkaisuvoima ($F_{t1.Ed}$) kuin pp-akselilla ($F_{t2.Ed}$). [BY210].



BY210 antaa korkeiden palkkien pp-akselin kohdalla vaikuttavalle halkaisuvoimalle kaavan (vrt. kuva 107)

Leonhardt: Epäkeskeinen puristusvoima P_{Ed} aiheuttaa poikkileikkauksen pp-akselin korkeudelle halkaisuvoiman

$$F_{t2.Ed} = \frac{0,015P_{Ed}}{1 - \sqrt{\frac{2e_p}{h}}}$$

(h on poikkileikkauksen korkeus ja e_p voiman P_{Ed} epäkeskisyyss, kts. kuva 106)

Jos P_{Ed} vaikuttaa symmetrisesti pp-akselin ylä- että alapuolella, on halkaisuvoima kaksinkertainen yhden voiman aiheuttamaan $F_{t2.Ed}$:hen nähden.

Kuva 107. [BY210].

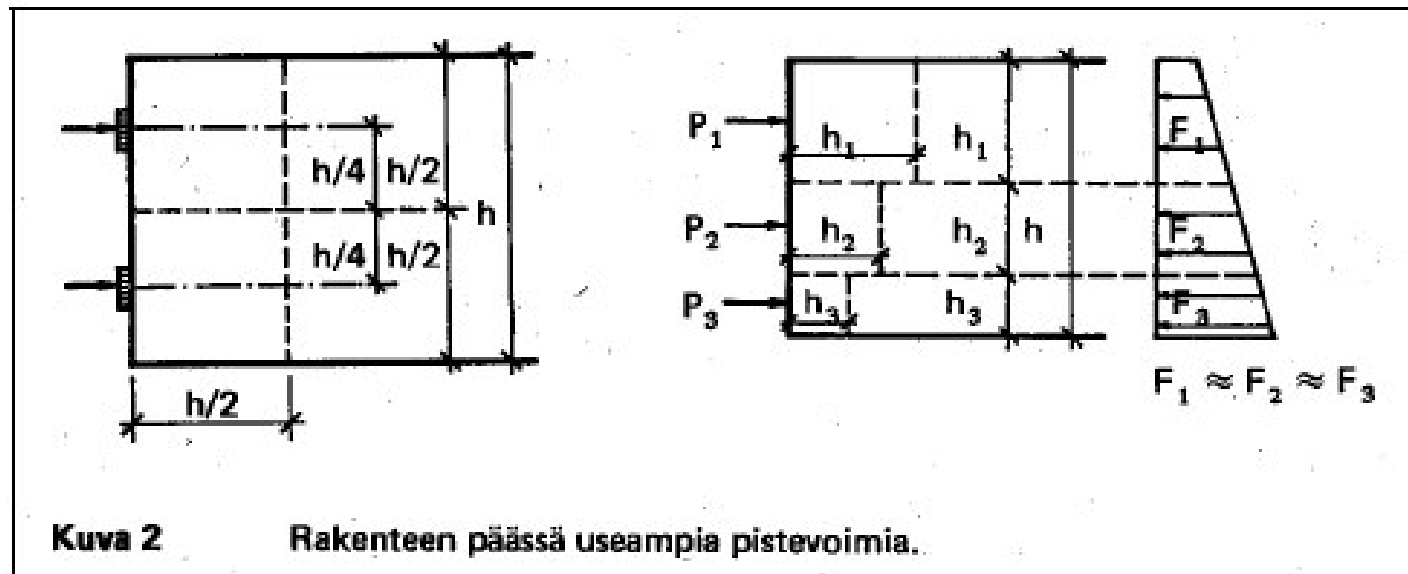
$$F_{t3,Ed} = 0,2bs_p \frac{P_{Ed}}{A_c}$$



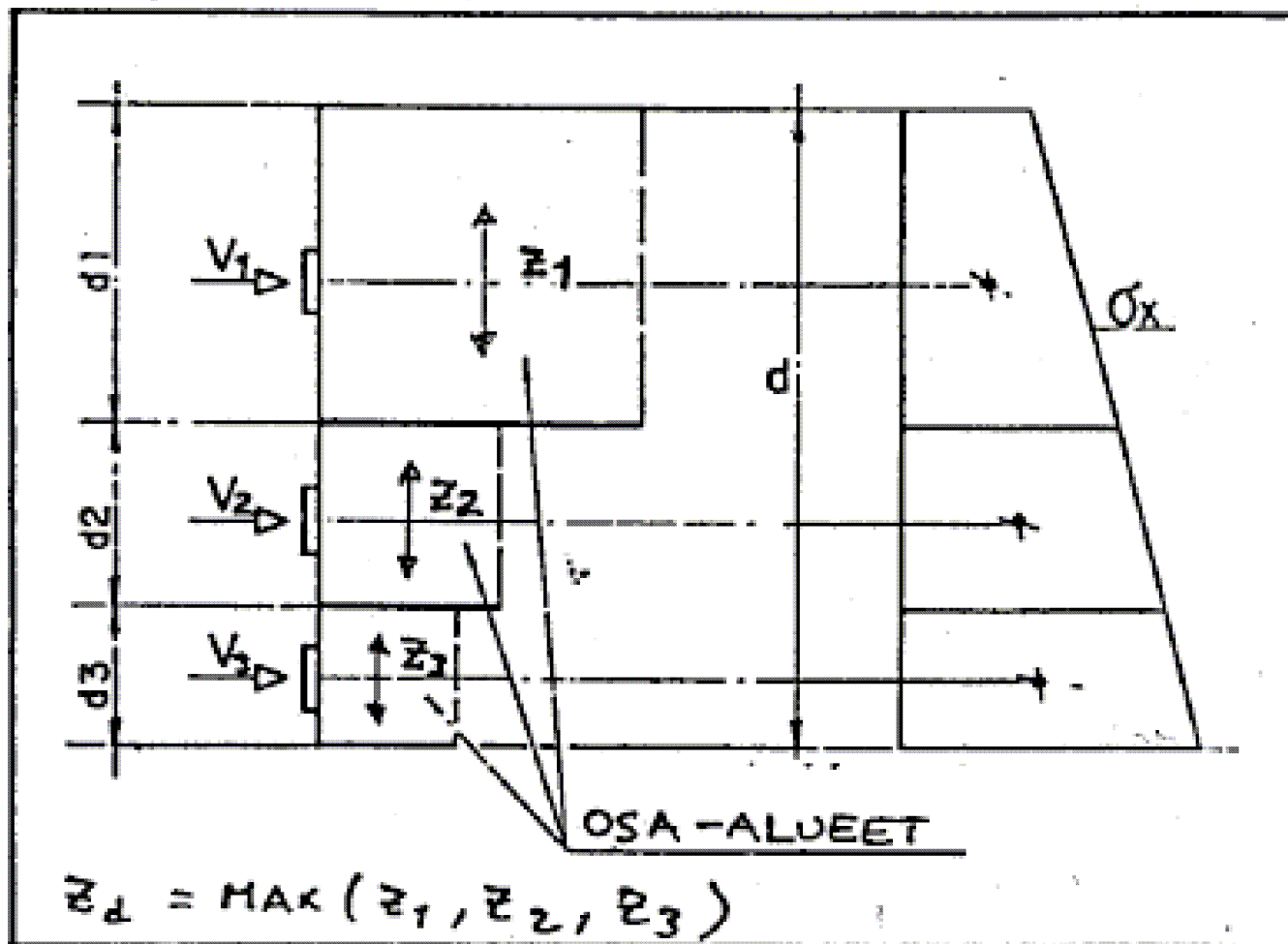
- b on jänneryhmän päätykappaleeseen kuuluva betonileveys,
 s_p jänneryhmien vapaa väli,
 P_{ED} Kokonaisjännevoima
 A_c päätykappaleeseen kuuluva betonipoikkileikkauksen osa, vrt. kuva 103.

Halkeamavoimille esitetyt kaavat eivät ole täysin yleispäteviä. Ne sopivat parhaiten suorakaidepoikkileikkauksille ja ankkurijänteille (Leonhardtin F_{2r} kaava myös tartuntajänteille). Ohutuumaisten palkkien tapauksessa halkaisuvoimien jakaantuminen on herkkä palkin pään geometrialle. Tästä syystä esim. I-palkkien päät tehdään mielellään tasalevyisinä niin, että uuman kohdan kavennus alkaa vasta tietyn matkan päässä palkin päästä. Tästä huolimatta joudutaan tartuntajänteellisissä vahvasti jännitetyissä palkeissa usein poistamaan tartunta pään alueelta tietyistä osista jänteitä.

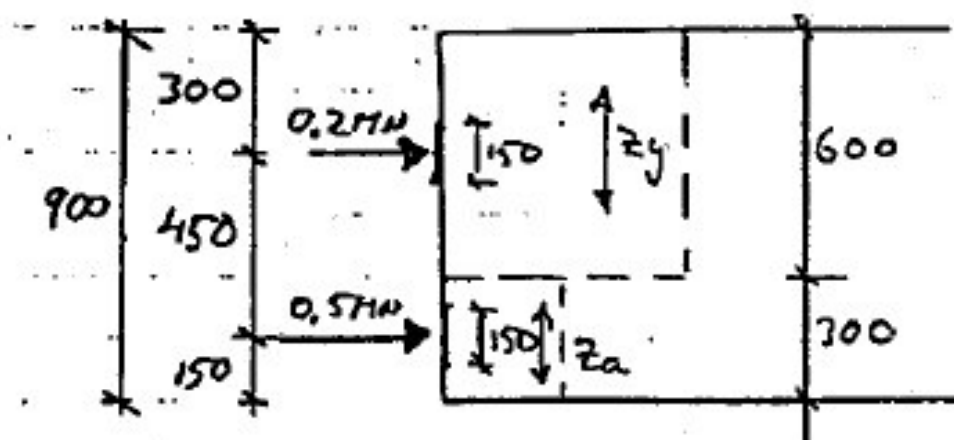
Jos rakenteeseen vaikuttaa useita voimia, ja rakenne voidaan jakaa kunkin voiman vaikutuspisteen kanssa samankeskisiin osa-alueisiin, jotka sivuavat toisiaan, on mitoittava halkaisuvoima suurin eri voimen alueista lasketuista halkaisuvoimista. Halkaisuraudoitus jaetaan koko rakenteen korkeuden d mukaiselle matkalle.



Kuva 2 Rakenteen päässä useampia pistevoimia.



Esim:



Kaksi voimaa $P_y := 200 \cdot \text{kN}$ $a_1 := 300 \cdot \text{mm}$ yläreunasta ja

$P_a := 500 \cdot \text{kN}$ $a_2 := 150 \cdot \text{mm}$ alareunasta

Jännevoiman osavarmuusluku $\gamma_{p,\text{unfav}} := 1.2$

Ankkurin koko $b_0 := 150 \cdot \text{mm}$

Poikkileikkauksen korkeus $d := 900 \cdot \text{mm}$

Halkaisuvoima voimasta P_y : Jakautumisalueen mitta $b_1 := 2 \cdot a_1$ $b_1 = 600 \text{ mm}$

$$Z_y := 0.25 \cdot \gamma_{p,\text{unfav}} \cdot P_y \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b_1}\right) \quad Z_y = 45 \text{ kN}$$

Halkaisuvoima voimasta P_a : Jakautumisalueen mitta $b_2 := 2 \cdot a_2$ $b_2 = 300 \text{ mm}$

$$Z_a := 0.25 \cdot \gamma_{p,\text{unfav}} \cdot P_a \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b_2}\right) \quad Z_a = 75 \text{ kN}$$

Mitoittava halkaisuvoima $Z_d := \max(Z_y, Z_a)$ $Z_d = 75 \text{ kN}$

Rak.luokka 1; raudituksen osavarmuusluku $\gamma_s := 1.1$

Halkaisuraudoitus A500 HW $f_{yd} := \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 454.545 \text{ MPa}$

Halkaisuraudoitus $A_{s,\text{halk}} := \frac{Z_d}{f_{yd}}$ $A_{s,\text{halk}} = 165 \text{ mm}^2$

Jaetaan halkaisuraudoitus 600 mm:n matkalle

haat 3 T 6 k 200 $A_{s,\text{halk}} := 3 \cdot 2 \cdot 28.3 \cdot \text{mm}^2$ $A_{s,\text{halk}} = 170 \text{ mm}^2$

Epäkeskisyydestä aiheutuva voima rakenteen päässä

yläjänteet $e_1 := 150 \cdot \text{mm}$

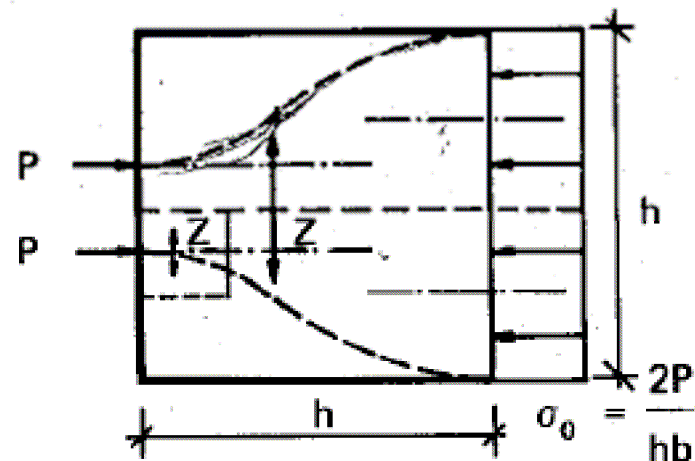
alajänteet $e_2 := 300 \cdot \text{mm}$

$$F_{t2Ed} := 0.015 \cdot \gamma_{p.unfav} \cdot \left(\frac{P_y}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e_1}{d}}} + \frac{P_a}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e_2}{d}}} \right) \quad F_{t2Ed} = 57.563 \text{ kN}$$

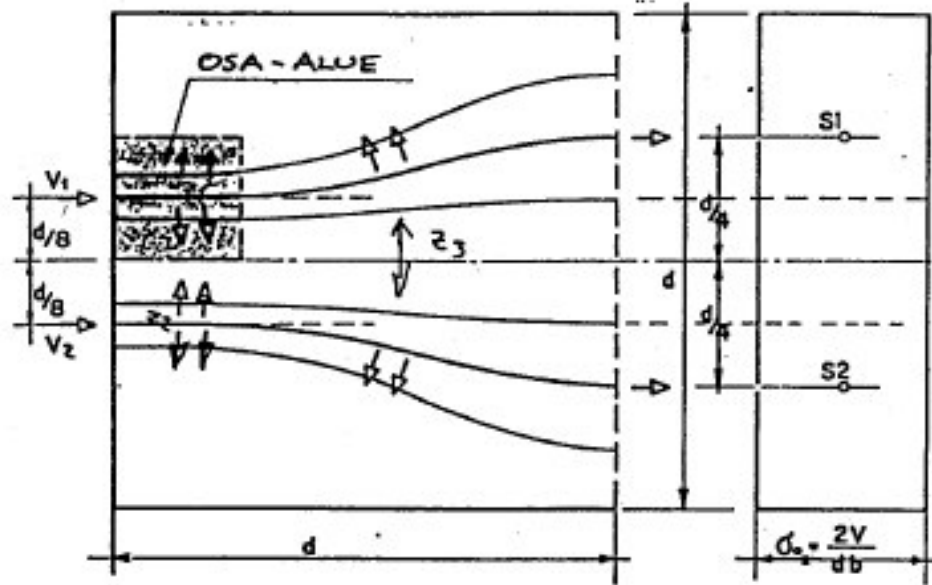
$$A_{s.pää} := \frac{F_{t2Ed}}{f_{yd}} \quad A_{s.pää} = 126.639 \text{ mm}^2$$

Edellä saadusta halkaisuraudoituksesta sijoitetaan aivan rakenteen päähän 3 T 6 haka k 50 ja sen jälkeen 2 T 6 k200 haka

Kun pistevoimat sijaitsevat siten, että puristusjännitysjakautumaa ei voida jakaa pistevoimille samankeskisiksi osapinnoiksi, niin koko korkeutta ei voida käyttää jakautumislevytenä. Jos pistevoimat sijaitsevat niihin liittyvän puristusjännitysjakautuman resultantin sisäpuolella, määritetään kunkin pistevoiman aiheuttama paikallinen halkaisuvoima ja sen jälkeen voimien yhteisvaikutuksesta syvemmällä rakenteessa syntyvä halkaisuvoima Z_3 . Jos voimat sijaitsevat siten, että niiden jakautumisalueet leikkaavat toisiaan, ei koko korkeutta voida käyttää jakautumislevytenä



Kaksi pistevoimaa, jotka vaikuttavat lähellä toisiaan.

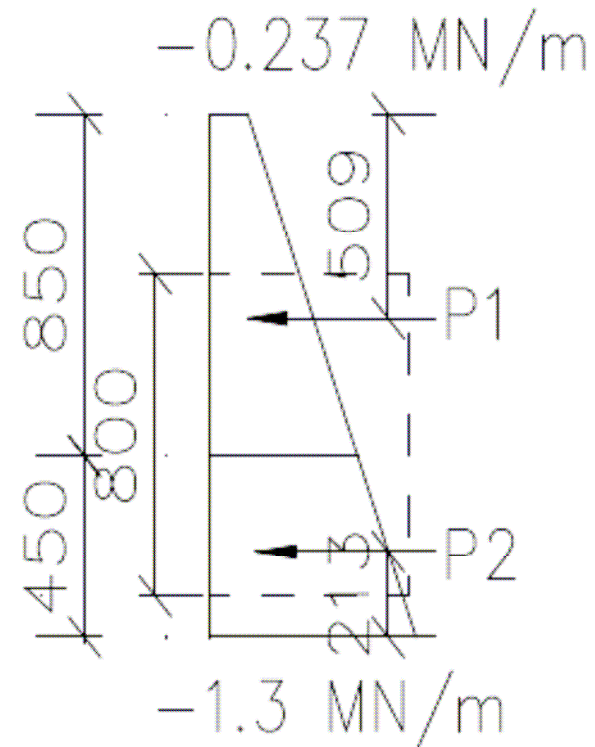
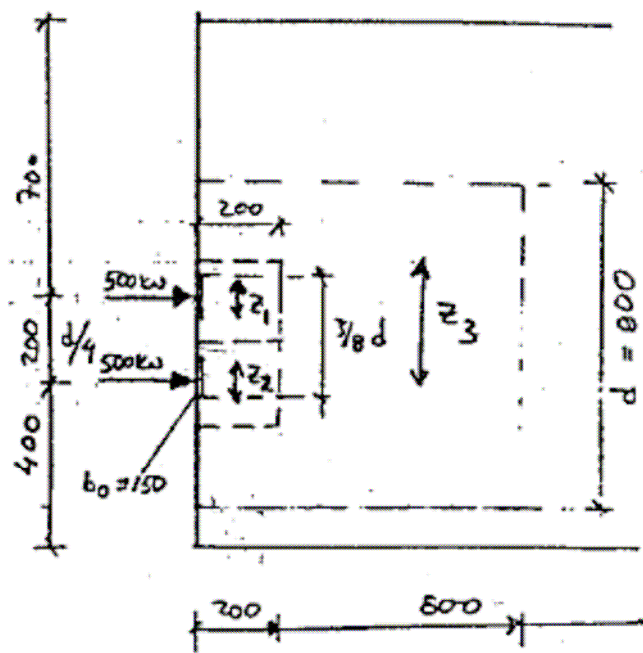


Z_1 JA Z_2 OSA - ALVEIDEN HALKAISUVOIMAT

Halkaisuvoimat Z_1 ja Z_2 lasketaan ankkureiden lähellä kuten edellä. Tämän lisäksi molempien voimien yhteisvaikutuksesta aiheutuu halkaisuvoima Z_3 kauempana ankkurista. Z_3 lasketaan voimalle V_1+V_2 kuormitusalueen ollessa $3/8 d$.

$$\Rightarrow Z_3 := 0.25 \cdot (V_1 + V_2) \cdot \left(1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{d}{d}\right)^2 \quad Z_3 := \frac{5}{32} \cdot (V_1 + V_2)^2$$

Esim.



Kaksi jännevoimaa $P_1 := 500 \text{ kN}$ etäisyys $a_1 := 700 \text{ mm}$ yläreunasta

$P_2 := 500 \text{ kN}$ etäisyys $a_2 := 400 \text{ mm}$ alareunasta

Ankkurin koko $b_0 := 150 \text{ mm}$

Poikkileikkauksen korkeus $h := 1300 \text{ mm}$

Voimien resultantti sijaitsee $a := 500 \text{ mm}$ alapinnasta \Rightarrow epäkeskisyys $e := \frac{h}{2} - a$

$$e = 150 \text{ mm}$$

Reunajännitykset:

$$b\sigma_{ca} := \frac{-(P_1 + P_2)}{h} + \frac{-(P_1 + P_2) \cdot e \cdot 6}{h^2} \quad b\sigma_{ca} = -1.302 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$
$$b\sigma_{cy} := \frac{-(P_1 + P_2)}{h} - \frac{-(P_1 + P_2) \cdot e \cdot 6}{h^2} \quad b\sigma_{cy} = -0.237 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

Jännitysjakautuma voidaan jakaa osiin siten, että P1:stä vastaava jännitysresultantti tulee 850 mm:n korkeudelta yläreunasta lukien ja P2:sta vastaava jännitysresultantti 550 mm:n korkeudelta alapinnasta lukien. Ylemmän osan jännitysresultantin sijainti on 509 mm ylhäältä ja alemman osan 213 mm alhaalta. Pistevoimat sijaitsevat näiden välissä eli sisäpuolella. Tässä tapauksessa jännitysjakautuman osien resultantit eivät ole voimien P1 ja P2 kohdalla.

Pistevoimien väli on 200 mm. Pistevoimien resultantin etäisyys alareunasta on 500 mm ja yksittäisten voimien etäisyys resultantista 100 mm. Oletetaan, että yksittäisen voiman etäisyys on $d/8 = 100$ mm. Tällöin jakautumismatkan mitta on $d=800$ mm. Oletetaan jännityksen jakautuvan tasaiseksi tälle matkalle.

$$d := 800 \cdot \text{mm}$$

Halkaisuvoima voimasta P1:

$$\text{Jakautumisalueen mitta } b_1 := 2 \cdot \left(\frac{d}{2} - 100 \cdot \text{mm} \right) \quad b_1 = 600 \text{ mm}$$

$$h - a_1 = 0.6 \text{ m}$$

$$Z_1 := 0.25 \cdot \gamma_{p.\text{unfav}} \cdot P_1 \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b_1} \right) \quad Z_1 = 112.5 \text{ kN}$$

Halkaisuvoima voimasta P2:

$$\text{Jakautumisalueen mitta } b_2 := 2 \cdot \left(\frac{d}{2} - 100 \cdot \text{mm} \right) \quad b_2 = 600 \text{ mm}$$

$$Z_2 := 0.25 \cdot \gamma_{p.\text{unfav}} \cdot P_2 \cdot \left(1 - \frac{b_0}{b_2} \right) \quad Z_2 = 112.5 \text{ kN}$$

$$\text{Paikallinen halkaisuvoima ankkurin läheisyydessä } Z := \max(Z_1, Z_2) \quad Z = 112.5 \text{ kN}$$

Halkaisuraudoitus A500HW $f_{yd} := \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s}$

$$f_{yd} = 454.545 \text{ MPa}$$

$$A_{s1} := \frac{Z}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 258.75 \text{ mm}^2$$

$$3 \text{ T } 8 \quad A_{s1} := 3 \cdot 2 \cdot 50.3 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{s1} = 301.8 \text{ mm}^2$$

Raudoitus jateaan 200 mm:n matkalle => 3 T 8 k 100

Halkaisuvoima kokonaisvoimasta $P_1 + P_2 = 1000 \text{ kN}$

$$Z_3 := \frac{5}{32} \cdot \gamma_{p,\text{unfav}} \cdot (P_1 + P_2)$$

$$Z_3 = 187.5 \text{ kN}$$

$$A_{s3} := \frac{Z_3}{f_{yd}}$$

$$A_{s3} = 412.5 \text{ mm}^2$$

$$5 \text{ T } 8 \quad A_{s3} := 5 \cdot 2 \cdot 50.3 \cdot \text{mm}^2$$

$$A_{s3} = 503 \text{ mm}^2$$

Raudoitus jateaan matkalle 800 mm-200 mm= 600 mm 5 T 8 k 100

Kokonaisteräsmäärä 8 T 8 0...800 mm matkalla

Epäkeskisyydestä aiheutuva voima rakenteen päässä

yläjänteet $e_1 := 50 \cdot \text{mm}$

alajänteet $e_2 := 250 \cdot \text{mm}$

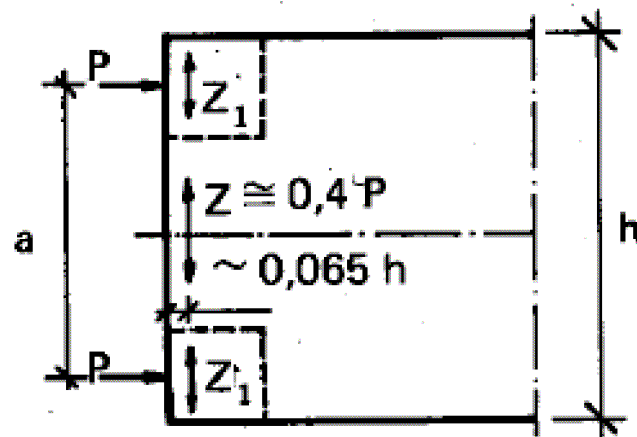
$$F_{t2Ed} := 0.015 \cdot \gamma_{p.unfav} \cdot \left(\frac{P_1}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e_1}{d}}} + \frac{P_2}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e_2}{d}}} \right) \quad F_{t2Ed} = 56.896 \text{ kN}$$

$$A_{s.pää} := \frac{F_{t2Ed}}{f_{yd}} \quad A_{s.pää} = 125 \text{ mm}^2$$

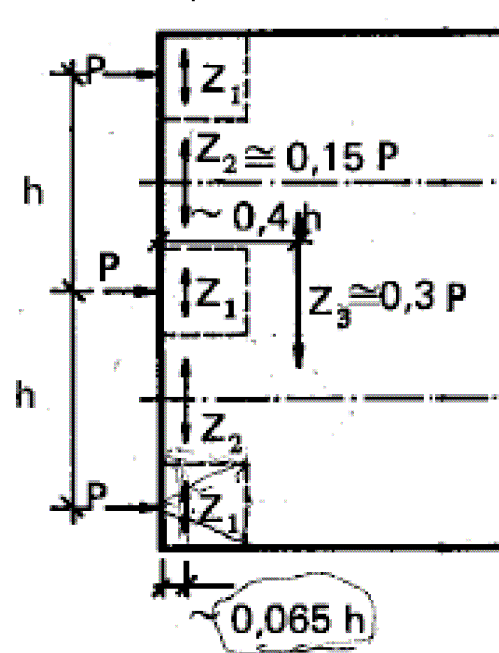
Edellä saadusta halkaisuraudoituksesta sijoitetaan aivan rakenteen päähän 2 T 10 pystylenkkiä (157 mm²) ja 3 T 8 k100 haka ja sen jälkeen 5 T 8 k 100 haka

Jos voimat sijaitsevat kaukana toisistaan ja lähellä reunaa, niin pistevoimat vaikuttavat niille kuuluvien puristusjännityskuvion osapintojen painopisteiden ulkopuolella, syntyy pistevoimien vaikutuksesta voimien läheisyyteen paikallisia halkaisuvoimia Z_1 sekä rakenteen pinnan läheisyyteen voimien välille vetojännityksiä (vetovoima $Z = Z_p$).

Z_p -vetovoima voidaan laskea tarkastelemalla rakennetta korkeana palkkina, jonka jänneväli on pistevoimein väli ja korkeus = rakenteen sivumitta. Tukireaktionä ovat em. pistevoimat (jännevoima $P=V$) ja kuormana $b\sigma_{cox}$. Tukipinnan leveys = kuormituspinnan sivumitta (ankkurin mitta).



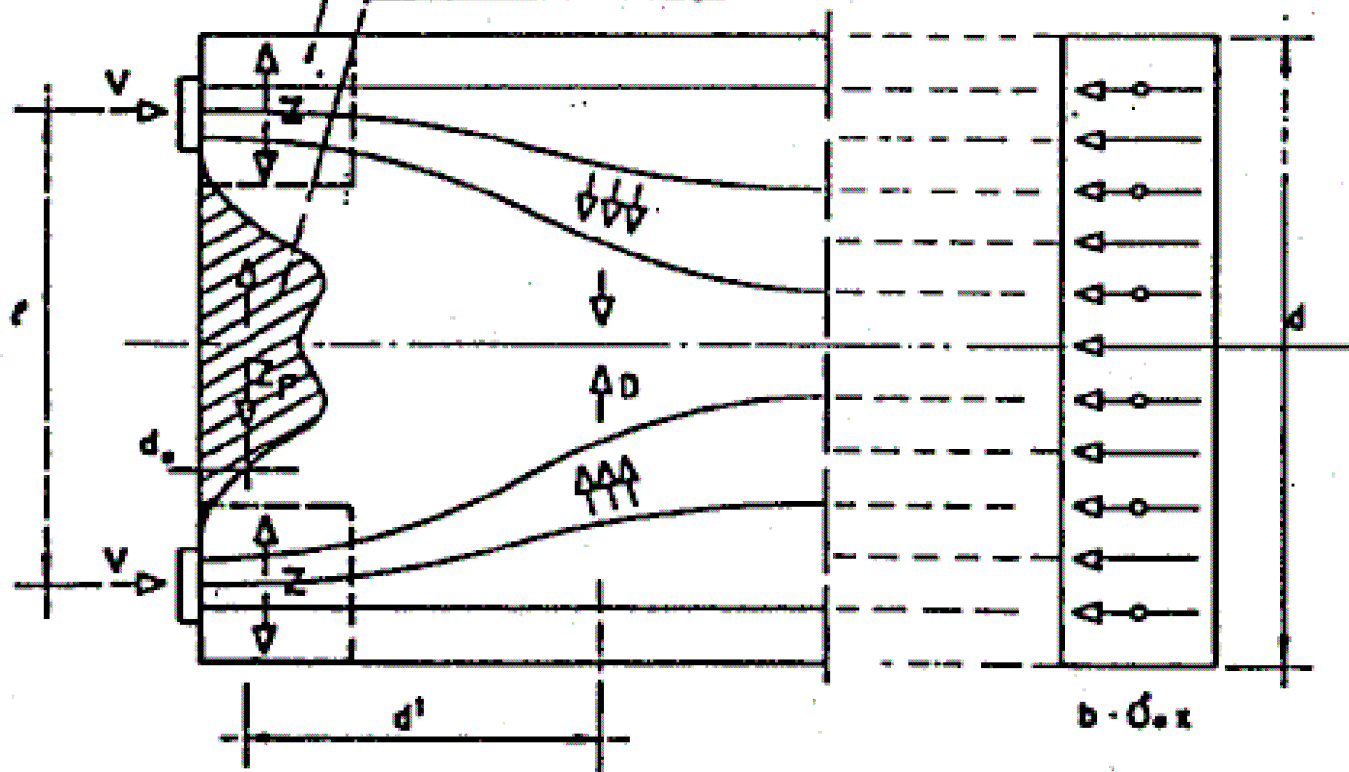
Kaksi pistevoimaa, jotka vaikuttavat lähellä nurkkia, etäällä toisistaan.



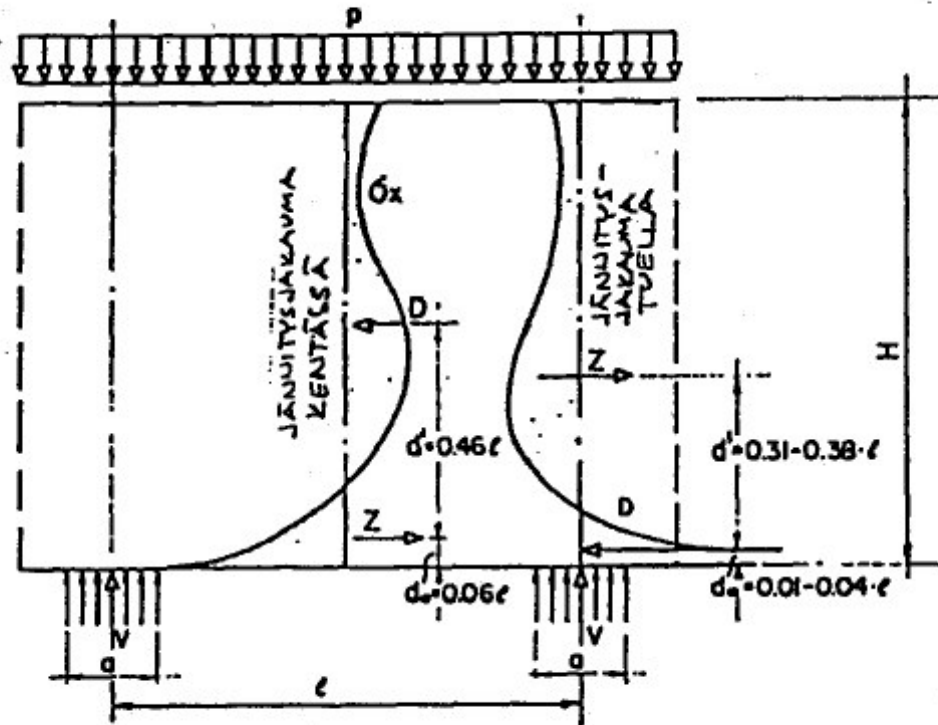
Kolme pistevoimaa, jotka vaikuttavat puristusjännitysosapintojensa ulkopuolella.

OSA-ALUE VOIMAN V HALL VOIMALLE

REUNAN VETO-ALUE

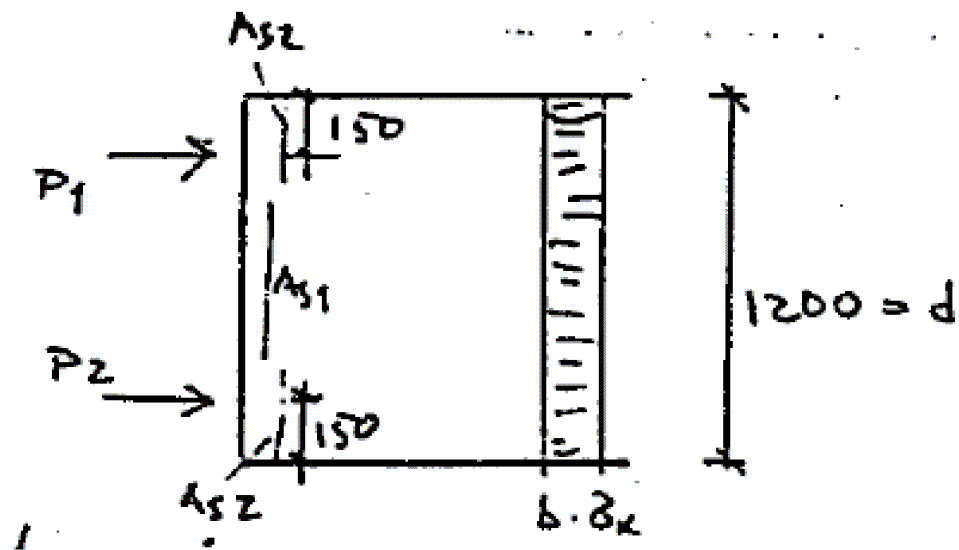


Käsittely korkeana palkkina



KORKEUS $\frac{H}{JÄNNEVÄH. \ell} = 1.0$ $\frac{a}{\ell} = 0.05 \text{ to } 0.25$	MOMENTTIVARSI d'		RESULTANTIN ETÄISYYS d_0	
	$\frac{a}{\ell} = 0.05$	$\frac{a}{\ell} = 0.25$	$\frac{a}{\ell} = 0.05$	$\frac{a}{\ell} = 0.25$
JATKUVIA PALKKI, N KENTÄ - TUUKIMOMENTTI - KENTÄMOMENTTI	0.31 ℓ 0.46 ℓ	0.38 ℓ 0.46 ℓ	0.01 ℓ 0.06 ℓ	0.04 ℓ 0.06 ℓ
3-TUKINEN JATKUVIA PALKKI - TUUKIMOMENTTI - KENTÄMOMENTTI	0.42 ℓ 0.63 ℓ	0.48 ℓ 0.63 ℓ	0.02 ℓ 0.08 ℓ	0.07 ℓ 0.08 ℓ
VAPASTI TUETTU PALKKI	0.67 ℓ	0.67 ℓ	0.11 ℓ	0.11 ℓ

Esim.



2 jännettä $P_1 := 800 \text{ kN}$ etäisyys yläreunasta $a_1 := 150 \text{ mm}$

$P_2 := 800 \text{ kN}$ etäisyys alareunansta $a_2 := 150 \text{ mm}$

Ankkurin koko $a_0 := 200 \text{ mm}$ $b_0 := 200 \text{ mm}$

Palkin korkeus $d := 1200 \text{ mm}$

Voimat symmetrisiä palkin painopisteakselin suhteen

Puristusjännitys d:n päässä ankkurista $b\sigma_x := \frac{P_1 + P_2}{d}$ $b\sigma_x = 1333.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Tarkastellaan levynä, jonka jänneväli on $L := d - a_1 - a_2$ $L = 900 \text{ mm}$

Levyn korkeus on $d = 1.2 \times 10^3 \text{ mm}$

Jännitysjakautumakuormituksen aiheuttama momentti

$$M_{Ed} := \frac{\gamma_{p.unfav} \cdot b\sigma_x \cdot L^2}{8} \quad M_{Ed} = 162 \text{ kNm}$$

Levy vapaasti tuettu

Tukipinnan leveys $a_0 = 200 \text{ mm}$

Momenttivarsi $z := 0.67 \cdot L$ $z = 603 \text{ mm}$

Vetovoima $Z_{Ed} := \frac{M_{Ed}}{z}$ $Z_{Ed} = 268.657 \text{ kN}$

Halkaisuraudoitus A500 HW $f_{yd} := \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 454.545 \text{ MPa}$

$$A_s := \frac{Z_{Ed}}{f_{yd}} \quad A_s = 591 \text{ mm}^2$$

4 T 12 pystylenkkiä + 1 T 10 haka $A_s := 4 \cdot 113 \cdot \text{mm}^2 + 2 \cdot 78.5 \cdot \text{mm}^2$ $A_s = 609 \text{ mm}^2$

Vertailu:

Molempien jännevoimen epäkeskeisyys $e := 450 \cdot \text{mm}$

$$\text{Kaavasta } F_{t2.Ed} := 0.015 \cdot \gamma_{p.unfav} \cdot \left(\frac{P_1}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e}{h}}} + \frac{P_2}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e}{h}}} \right) \quad F_{t2.Ed} = 171.48 \text{ kN}$$

Nurkissa halkaisuraudoitus voimille Z1:

Jakautumisalueen sivumitta $b := 2 \cdot a_1$

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$Z_{1Ed} := 0.25 \cdot \gamma_{p.unfav} \cdot P_1 \cdot \left(1 - \frac{a_0}{b} \right)$$

$$Z_{1Ed} = 80 \text{ kN}$$

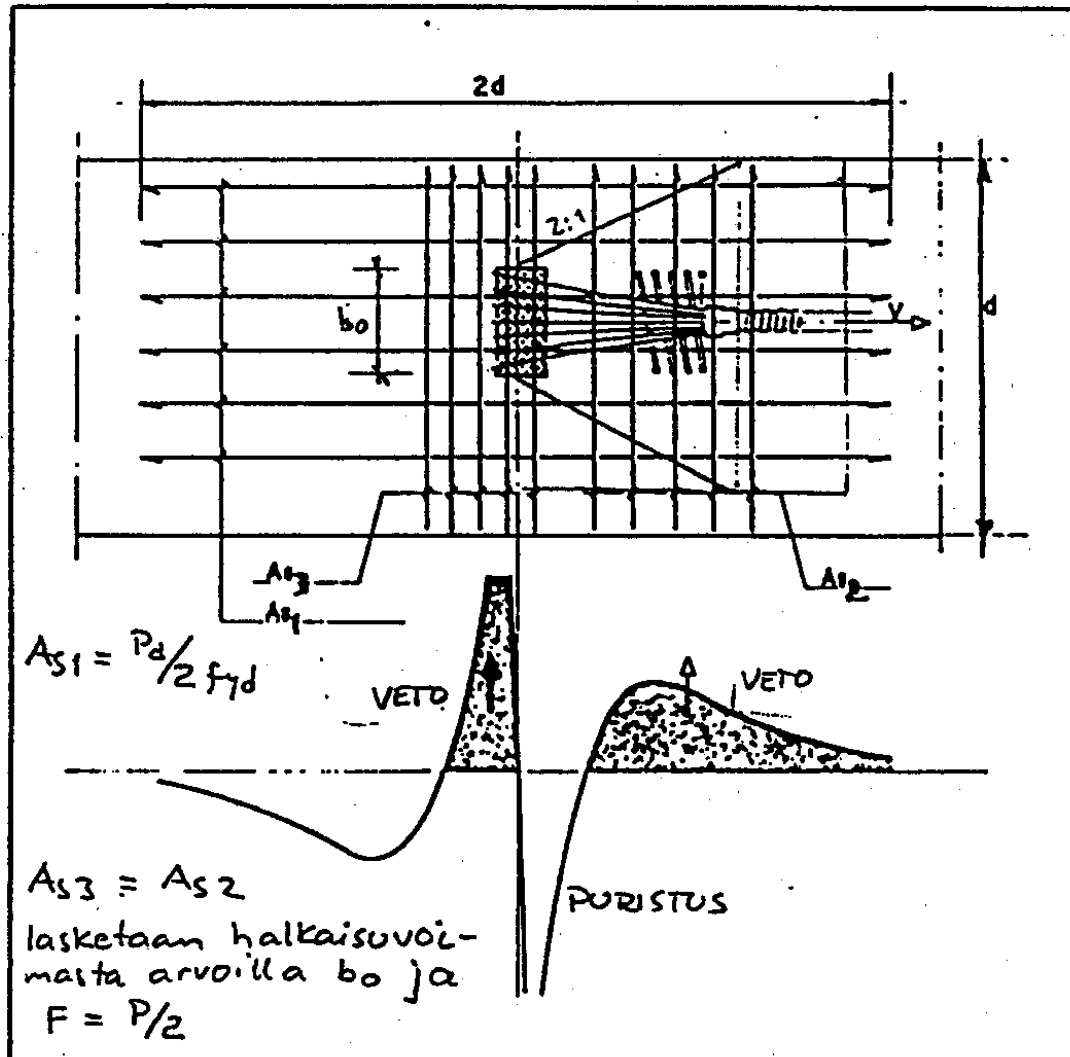
$$\text{Halkaisuraudoitus } A_{s1} := \frac{Z_{1Ed}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = 176 \text{ mm}^2$$

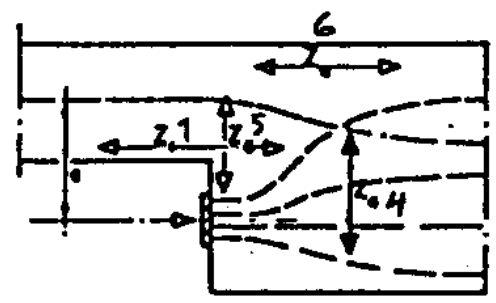
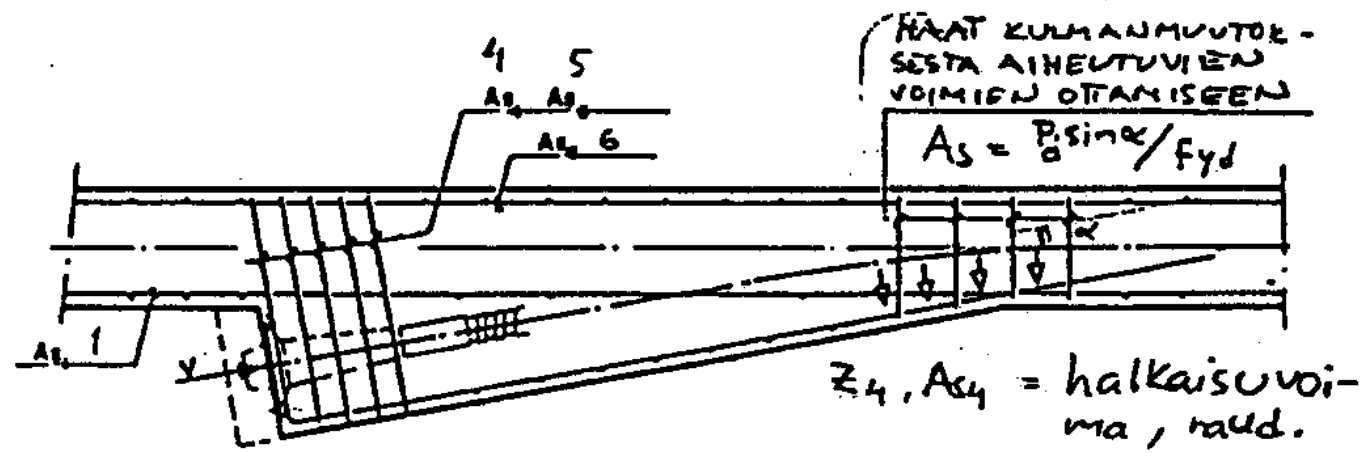
Sama raudoitus kuin kuormien välillä riittää myös nurkissa.

HALKAISUVOIMAT MUISSA OSISSA PALKKIA

1) PASSIIVIANKKURI RAKENTEEN SISÄLLÄ



2) AKTIIVIANKKURI PALKIN KYLJESSÄ



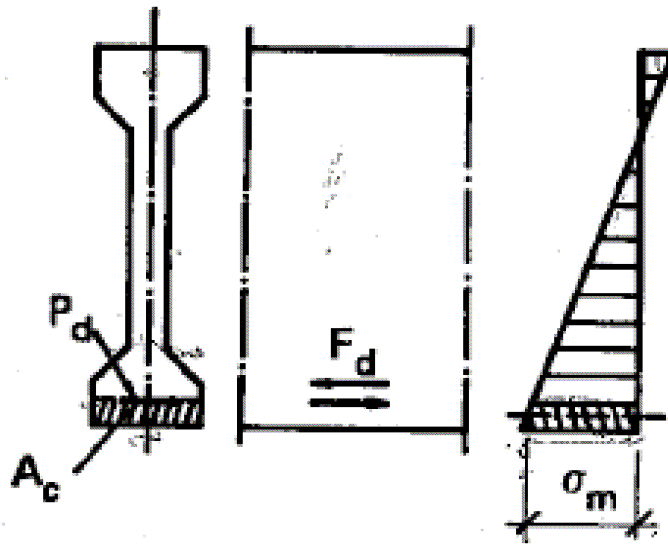
Z_5 = poikki leikkauksen muuttumisesta aiheutuva vetovoima

$(Z_5 \leq Z_4)$

z_6 = jänteen epäkeskisyydestä aiheutuva vetovoima

Halkaisuraudoitus tartuntajännerakenteissa

Tartuntajänneryhmän aiheuttaman halkaisuvoiman vaatima raudoitus mitoitetaan leikkausvoimalle F_d , joka on kokonaisjännevoiman P_d ja jänneryhmän painopisteen alapuolella sijaitsevaan betonipintaan A_c kohdistuvan kokonaispuristusvoiman erotus.



Tartuntajänneryhmän aiheuttama halkaisuvoima.

Leikkausvoima f_d lasketaan kaavasta

$$F_d := P_d - |\sigma_{cm}| \cdot A_c$$

missä $P_d := \gamma_{p,unfav} \cdot P_0$ jännevoima tarkasteltavalla hetkellä

σ_{cm} on keskimääräinen jännitys alueella A_c

A_c on jänneryhmän painopiusteen alapuolella sijaitsevan betonipoikkileikkauksen pinta-ala

Termi $\sigma_{cm}A_c$ vastaa ankkurijännerakenteen halkasiukaavasta termiä b_0/b eli vastaa suoraan menevää osuutta jännevoimasta eikä aiheuta halkeilua.

Kokonaisteräsmäärä A_s halkaisuvoimalle lasketaan kaavasta

$$A_s := 0.3 \cdot \frac{F_d}{f_{yd}}$$

missä halkaisuraudoituksen laskentalujuus f_{yd} on korkeintaan 300 MPa.

Halkaisuvoimien vaatima rauditus jaetaan tasan jännevoiman siirtymäpituuden l_{pt1} matkalle; yksi tai kaksi hakaa sijoitetaan kuitenkin mahdollisimman lähelle rakenteen päätä (epäkeskisyyden aiheuttama veto).

Epäkeskisyyden aiheuttama vetojännitys lähellä päättyä lasketaan kuten ankkurijännerakenteilla kaavasta

$$F_{t2.Ed} := \frac{0.015 \cdot P_d}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e}{h}}}$$

Esimerkki Tartuntajänteiden haiheuttamasta halkaisuvoimasta

Jänneterästen lukumäärä $n := 10$

Jänneteräksen pinta-ala $A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$

Esijännitys välittömästi laukaisun jälkeen $\sigma_{p0} := 1230 \cdot \text{MPa}$

Jännevoima $P_0 := n \cdot A_{p1} \cdot \sigma_{p0}$ $P_0 = 1.144 \times 10^3 \text{ kN}$

Jännevoiman osavarmuuskerroin $\gamma_{p.unfav} = 1.2$

Jännevoiman laskenta-arvo $P_d := \gamma_{p.unfav} \cdot P_0$ $P_d = 1.373 \times 10^3 \text{ kN}$

Jännevoiman epäkeskisyyden $e := 612 \cdot \text{mm}$

I-palkki korkeus $h := 1350 \cdot \text{mm}$

alalaipan leveys $b_a := 400 \cdot \text{mm}$

I-palkin pinta-ala $A := 0.2498 \cdot \text{m}^2$

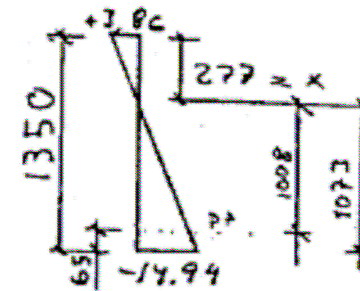
Taivutusvastus alareunan suhteen $W_a := 0.0890 \cdot \text{m}^3$

Taivutusvastus yläreunan suhteen $W_y := 0.08984 \cdot \text{m}^3$

Jännitysjakautuma esijännityksestä:

Jännitys yläreunassa $\sigma_{cy} := \frac{-P_d}{A} + \frac{P_d \cdot e}{W_y} \quad \sigma_{cy} = 3.856 \text{ MPa}$

Jännitys alareunassa $\sigma_{ca} := \frac{-P_d}{A} - \frac{P_d \cdot e}{W_a} \quad \sigma_{ca} = -14.934 \text{ MPa}$



Jännepunosten painopisteen etäisyys alareunasta $c_p := 65 \text{ mm}$

Betonin jännitys punosten painopisteen kohdalla

$$\sigma_{cp} := \sigma_{ca} + (\sigma_{cy} - \sigma_{ca}) \cdot \frac{c_p}{h} \quad \sigma_{cp} = -14.03 \text{ MPa}$$

Keskimääräinen jännitys jänneryhmän painopisteen alapuolella (eli 65 mm:n koreuden matkalla)

$$\sigma_{cm} := \frac{(\sigma_{ca} + \sigma_{cp})}{2} \quad \sigma_{cm} = -14.482 \text{ MPa}$$

Jänneryhmän painopisteen alapuolisen osan pinta-ala $A_c := b_a \cdot c_p$ $A_c = 0.026 \text{ m}^2$

Halkaisuvoima $F_d := P_d - |\sigma_{cm}| \cdot A_c$ $F_d = 996.151 \text{ kN}$

Halkaisuraudoitus A500 HW $f_{yd} := \min\left(300 \cdot \text{MPa}, \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s}\right)$ $f_{yd} = 300 \text{ MPa}$

Halkaisuraudoitus $A_s := 0.3 \cdot \frac{F_d}{f_{yd}}$ $A_s = 996 \text{ mm}^2$

Jaetaan raudoitus tasan matkalle $l_{pt2} := 700 \cdot \text{mm}$

7 T 10 k 100 hakaa $A_s := 7 \cdot 2 \cdot 78.5 \cdot \text{mm}^2$ $A_s = 1099 \text{ mm}^2$

Pystysuuntainen vetojännitys uumassa palkin päässä

$$F_{t2.Ed} := \frac{0.015 \cdot P_d}{1 - \sqrt{2 \cdot \frac{e}{h}}} \quad F_{t2.Ed} = 430.671 \text{ kN}$$

Halkaisuraudoitus $f_{yd} := \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s} \quad f_{yd} = 454.545 \text{ MPa}$

$$A_{s.pää} := \frac{F_{t2.Ed}}{f_{yd}} \quad A_{s.pää} = 947 \text{ mm}^2$$

Päässä pystylenkit 2 T 16 + haat 4 T 10 k 50 $A_{s.pää} := 2 \cdot 201 \cdot \text{mm}^2 + 4 \cdot 2 \cdot 78.5 \cdot \text{mm}^2$

$$A_{s.pää} = 1030 \text{ mm}^2$$

Päähän tulevat teräkset voidaan sisällyttää halkaisuraudoitukseen A_s , joten päässä pystylenkit 2 T 16 ja haat 4 T 10 k50 ja sen jälkeen 5 T 10 hakaa k 100.

Halkaisujännitys ontelolaatassa SFS-EN-1168

- a) uumassa, jossa suurin halkeamisjännitys muodostuu, tai koko poikkileikkauksessa, jos punokset tai langat ovat olei naisen hyvin jakaantuneet elementin leveydelle, halkeamisjännityksen σ_{sp} tulee täyttää seuraava ehto:

$$\sigma_{sp} \leq f_{ct}$$

$$\text{kun } \sigma_{sp} = \frac{P_o}{b_w e_o} \times \frac{15\alpha_e^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{l_{pt1}}{e_o}\right)^{1,5} (1,3\alpha_e + 0,1)}$$

$$\text{ja } \alpha_e = \frac{(e_o - k)}{h}$$

missä

f_{ct} on betonin vetolujuuden arvo jännevoiman päästöhetkellä, kun päästöajankohta määritetään testien perustee

P_o on alkujännitysvoima tarkasteltavassa uumassa heti jännevoiman päästön jälkeen

b_w on yksittäisen uuman paksuus

e_o on jänneteräksen epäkeskisyys

l_{pt1} on voiman siirtopituuden alempi mitoitusarvo

$k = W_y / A$ on sydänalueen sivumitta; W_y on taivutusvastus vedetyn reunan suhteen A on pinta-ala

P 50 halkaisujännitys

Laatan korkeus $h := 500 \cdot \text{mm}$

Poikkileikkausarvot ilman punoksia:

Betonin pinta-ala $A_c := 0.2760323 \cdot \text{m}^2$

Hitausmomentti $I_c := 0.0084639 \cdot \text{m}^4$

Painopiste alareunasta $pp_c := 250.5 \cdot \text{mm}$

Uuman kokonaispaksuus $b_w := 343.8 \cdot \text{mm}$

Laatan paino $g := A_c \cdot 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$ $g = 6.901 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Laatan pituus $L := 17 \cdot \text{m}$

Oman painon momentti laukaisussa $M_g := \frac{g \cdot L^2}{8}$ $M_g = 249.292 \text{ kNm}$

Punoksen halkaisija	$\phi := 12.5 \cdot \text{mm}$	
Yhden punoksen pinta-ala	$A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$	Punosten lkm rivillä
Punoksen etäisyys alap.	$c_{p1} := 35 \cdot \text{mm}$	$n_{p1} := 13$
	$c_{p2} := 72 \cdot \text{mm}$	$n_{p2} := 8$
Punosten lukumäärä	$n_p := n_{p1} + n_{p2}$	$n_p = 21$
Teräspinta-ala	$A_p := n_p \cdot A_{p1}$	$A_p = 1.953 \times 10^3 \text{mm}^2$
Punosten painopiste alhaalta	$c_p := \frac{n_{p1} \cdot c_{p1} + n_{p2} \cdot c_{p2}}{n_p}$	$c_p = 0.049 \text{m}$
Punoksen kimmokerroin	$E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$	
Alkujännitys	$\sigma_{p0} := 1000 \cdot \text{MPa}$	

Betoni C60/75

Ominaislujuus $f_{ck} := 60 \text{ MPa}$

Keskimääräinen lujuus $f_{cm} := f_{ck} + 8 \text{ MPa}$ $f_{cm} = 68 \text{ MPa}$

Laukaisulujuus 70 % keskimääräisestä nimellislujuudesta

Keskimääräinen lujuus laukaisuhetkellä $f_{cm,ti} := 0.7 \cdot f_{cm}$ $f_{cm,ti} = 47.6 \text{ MPa}$

Lujuuden kehittymiskerroin $\beta_{cc} := \frac{f_{cm,ti}}{f_{cm}}$ $\beta_{cc} = 0.7$

Betonin kimmokerroin $E_{cm} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \text{ MPa}} \right)^{0.3} \cdot \text{MPa}$ $E_{cm} = 3.91 \times 10^4 \text{ MPa}$

Kimmokerroin laukaisuhetkellä $E_{cm,ti} := \left(\frac{f_{cm,ti}}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm}$ $E_{cm,ti} = 3.513 \times 10^4 \text{ MPa}$

Keskimääräinen vetolujuus $f_{ctm} := 2.12 \cdot \ln \left(1 + \frac{f_{cm}}{10 \text{ MPa}} \right) \cdot \text{MPa}$ $f_{ctm} = 4.355 \text{ MPa}$

Keskimääräinen vetolujuus laukaisuhetkellä $f_{ctm,ti} := \beta_{cc} \cdot f_{ctm}$ $f_{ctm,ti} = 3.048 \text{ MPa}$

Vetolujuuden ominaisarvo laukaisuhetkellä $f_{ctk,ti} := 0.7 \cdot f_{ctm,ti}$ $f_{ctk,ti} = 2.134 \text{ MPa}$

Betonin osavarmuusluku $\gamma_c := 1.5$

Vetolujuuden laskenta-arvo laukaisuhetkellä $f_{ctd,ti} := \frac{f_{ctk,ti}}{\gamma_c}$ $f_{ctd,ti} = 1.423 \text{ MPa}$

Ideaaliset poikkileikkausarvot laukaisutilanteessa

Kimmokertoimien suhde $\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cm,ti}}$ $\alpha_p = 5.55$

Pinta-ala $A := A_c + (\alpha_p - 1) \cdot A_p$ $A = 0.285 \text{ m}^2$

Painopiste alhaalta $pp := \frac{A_c \cdot pp_c + A_p \cdot c_p}{A}$ $pp = 0.243 \text{ m}$

Hitausmomentti

$$I := I_c + A_c \cdot (pp - pp_c)^2 + (\alpha_p - 1) \cdot n_{p1} \cdot A_{p1} \cdot (pp - c_{p1})^2 + (\alpha_p - 1) \cdot n_{p2} \cdot A_{p2} \cdot (pp - c_{p2})^2$$

$I = 8.816 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

Yläreunan taivutusvastus $W_y := \frac{I}{h - pp}$ $W_y = 0.034 \text{ m}^3$

Alareunan taivutusvastus $W_a := \frac{I}{nn}$ $W_a = 0.036 \text{ m}^3$

Taivutusvastus punosten painopisteen suhteen $W_p := \frac{I}{pp - c_p}$ $W_p = 0.045 \text{ m}^3$

Sydänalueen sivumitta $k := \frac{W_y}{A}$ $k = 120.414 \text{ mm}$

Alkujännitys

$$\sigma_{p0} := 1000 \text{ MPa}$$

Häviöt ennen laukaisua n. 3 %

Jännitys välittömästi ennen laukaisua

$$\sigma_{p1} := 0.97 \cdot \sigma_{p0}$$

$$\sigma_{p1} = 970 \text{ MPa}$$

Jännevoima

$$P_1 := \sigma_{p1} \cdot A_p$$

$$P_1 = 1.894 \times 10^3 \text{ kN}$$

Jännevoiman epäkeskisyys

$$e_0 := p_p - c_p$$

$$e_0 = 193.928 \text{ mm}$$

Betonin jännitys punoksen kohdalla

$$\sigma_{cp} := \frac{-P_1}{A} + \frac{-P_1 \cdot e_0}{W_p} + \frac{M_g}{W_p}$$

$$\sigma_{cp} = -9.246 \text{ MPa}$$

Punoksen jännitys välittömästi laukaisun jälkeen

$$\sigma_{pm0} := \sigma_{p1} + \alpha_p \cdot \sigma_{cp}$$

$$\sigma_{pm0} = 918.678 \text{ MPa}$$

Jännityksen siirtymämatka

Tartuntakerroin
laukaisutilanteessa

$$\eta_{p1} := 3.2$$

Tartuntatilan kerroin

$$\eta_1 := 1$$

Tartuntalujuus

$$f_{bpt} := \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd.ti}$$

$$f_{bpt} = 4.552 \text{ MPa}$$

Nopean laukaisun kerroin

$$\alpha_1 := 1.25$$

$$\alpha_2 := \frac{A_{p1}}{\pi \cdot \phi^2}$$

$$\alpha_2 = 0.189$$

Jännityksen kehittymismatkan
perusarvo

$$l_{pt} := \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}}$$

$$l_{pt} = 597.419 \text{ mm}$$

Jännityksen kehittymismatkan
laskenta-arvo

$$l_{ptd} := 0.8 \cdot l_{pt}$$

$$l_{ptd} = 477.935 \text{ mm}$$

Keskimääräinen halkaisujännitys

Epäkeskisyysparametri

$$\alpha_e := \frac{e_0 - k}{h}$$

$$\alpha_e = 0.147$$

Jännevoima laukaisun jälkeen

$$P_{m0} := \sigma_{pm0} \cdot A_p$$

$$P_{m0} = 1.794 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\frac{P_{m0}}{b_w \cdot e_0} = 26.91 \text{ MPa}$$

Halkaisujännitys

$$\sigma_{sp} := \frac{P_{m0}}{b_w \cdot e_0} \cdot \frac{15 \cdot \alpha_e^{2.3} + 0.07}{1 + \left(\frac{l_{ptd}}{e_0} \right)^{1.5} \cdot (1.3 \cdot \alpha_e + 0.1)}$$

$$\sigma_{sp} = 3.195 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk.ti} = 2.134 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm.ti} = 3.048 \text{ MPa}$$

Yksittäinen kannas, jossa 5 punosta

Kannaksen paksuus $b_{w1} := 70 \text{ mm}$

Punosten painopiste $c_{p11} := \frac{3 \cdot c_{p1} + 2c_{p2}}{5}$ $c_{p11} = 49.8 \text{ mm}$

Jännevoima yhden kannaksen kohdalla $P_{m01} := \sigma_{pm0} \cdot 5 \cdot A_{p1}$ $P_{m01} = 427.185 \text{ kN}$

Epäkeskisyys $e_{01} := pp - c_{p11}$ $e_{01} = 193.223 \text{ mm}$

Epäkeskisyysparametri $\alpha_{e1} := \frac{e_{01} - k}{h}$ $\alpha_{e1} = 0.146$

$$\frac{P_{m01}}{b_{w1} \cdot e_{01}} = 31.583 \text{ MPa}$$

Halkaisujännitys $\sigma_{sp1} := \frac{P_{m01}}{b_{w1} \cdot e_{01}} \cdot \frac{15 \cdot \alpha_{e1}^{2.3} + 0.07}{1 + \left(\frac{l_{ptd}}{e_{01}}\right)^{1.5} \cdot (1.3 \cdot \alpha_{e1} + 0.1)}$ $\sigma_{sp1} = 3.692 \text{ MPa}$

$f_{ctk.ti} = 2.134 \text{ MPa}$

$f_{ctm.ti} = 3.048 \text{ MPa}$

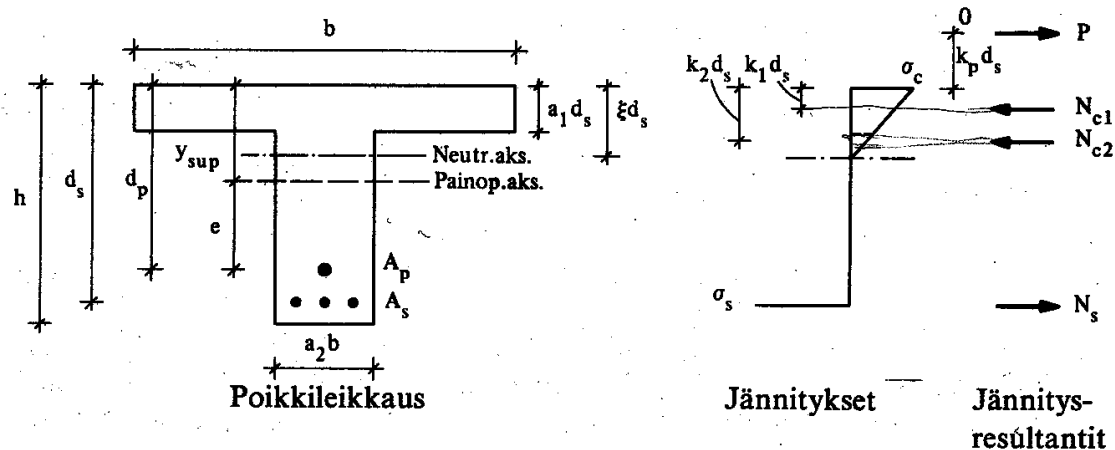
Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

Halkeillut poikkileikkaus

HALKEILLEEN JÄNNEPALKIN POIKKILEIKKAUKSEN ANALYSOINTI

Poikkileikkauksessa jänne- ja betoniteräksiset (Esim. 15.10)

Tarkastellaan T-poikkileikkausta halkeilleessa tilassa, kuva 15.10. Erikoistapauksena saadaan suorakaiteen muotoista poikkileikkausta vastaavat tulokset. Tavoitteena on laskea betonin ja betoniterästen jännitykset.



Kuva 15.10 Jänne- ja betoniteräksillä raudoitettun T-palkin poikkileikkauksen analysointi.

Alunperin puristusviiva yhtyy jänneteräksen sijaintiin. Kun tarkastellaan poikkileikkauksen jännityksiä käyttötilan momentin M vaikuttaessa, nousee puristusviiva O :hon matkan $e + y_{sup} + k_p d_s$, joten on voimassa

$$M = P(e + y_{sup} + k_p d_s) \quad (15.31)$$

eli

$$k_p = \frac{M - P(e + y_{sup})}{P d_s} \quad (15.32)$$

Lähde:

BY204/Otakustantamo 452:

Paasikallio, Kanerva

Betonirakenteiden mitoitus tehtäviä ratkaisuihin

Edelleen on voimassa

$$N_{c1} = \frac{\sigma_c b d_s}{2} \left(\frac{2\xi - a_1}{\xi} \right) a_1 \quad (15.33)$$

$$N_{c2} = \frac{\sigma_c b d_s}{2} \left[\frac{(\xi - a_1)^2}{\xi} \right] a_2 \quad (15.34)$$

$$k_1 = \left(\frac{3\xi - 2a_1}{2\xi - a_1} \right) \frac{a_1}{3} \quad (15.35)$$

$$k_2 = \frac{2a_1 + \xi}{3} \quad (15.36)$$

$$N_s = \sigma_s A_s = \frac{(1-\xi)}{\xi} \alpha \sigma_c \rho_s b d_s, \quad A_s \equiv A_s + \frac{E_p}{E_s} \cdot A_p \quad (15.37)$$

missä

$$\rho_s = \frac{A_s}{b d_s} \quad \text{ja} \quad \alpha = E_s / E_{cc} \quad d_s \equiv d_{s,red} = d_s \cdot \left(\frac{A_s + \frac{E_p}{E_s} \cdot A_p \cdot \frac{d_p}{d_s}}{A_s + \frac{E_p}{E_s} \cdot A_p} \right)$$

Aksiaalisten voimien tasapainoyhtälö on $\alpha \equiv \alpha_s$

$$N_{c1} + N_{c2} - N_s - P = 0 \quad (15.38)$$

ja momenttitasapainoyhtälö 0:n suhteen on

$$N_{c1}(k_1 + k_p) + N_{c2}(k_2 + k_p) - N_s(1 + k_p) = 0. \quad (15.39)$$

Sijoittamalla N_{c1} , N_{c2} , k_1 , k_2 ja N_s yhtälöistä (15.33)...(15.37) yhtälöön (15.39) saadaan aluksi 4. asteen yhtälö neutraaliakselin paikan ξ määrittämiseksi. Yksi yhtälön juuri on $\xi_1 = 0,5a_1$. Tämän perusteella yhtälö palautuu seuraavaksi 3. asteen yhtälöksi

$$\xi^3 + 3k_p \xi^2 + \left(\frac{K_1 + K_2}{a_2} - K_1 \right) \xi + \left(K_3 - \frac{K_3 + K_2}{a_2} \right) = 0, \quad (15.40)$$

missä

$$K_1 = 3a_1 (a_1 + 2k_p) \quad (15.41)$$

$$K_2 = 6\alpha\rho_s (1 + k_p) \quad (15.42)$$

$$K_3 = a_1^2 (2a_1 + 3k_p). \quad (15.43)$$

$$\xi = x/d$$

Laipan paksuus $h_f = a_1 d_s$

Uuman leveys $b = a_2 b$ $b = \text{puristuslaipan leveys}$

$$k_p = \frac{M - P(e + y_{sup})}{P d_s}$$

Sijoittamalla N_{c1} , N_{c2} ja N_s yhtälöön (15.38) saadaan

$$\sigma_c = \frac{P}{bd_s} \left[\frac{2\xi}{a_1(2\xi - a_1) + a_2(\xi - a_1)^2 - 2\alpha\rho_s(1-\xi)} \right]. \quad (15.44)$$

Kun ξ on ratkaistu yhtälöstä (15.40), saadaan σ_c yhtälöstä (15.44) ja σ_s yhtälöstä (15.37).

Suorakaiteen muotoisen poikkileikkauksen ollessa kysymyksessä $a_1 = 0$ ja $a_2 = 1$, jolloin yhtälö (15.40) sievenee muotoon

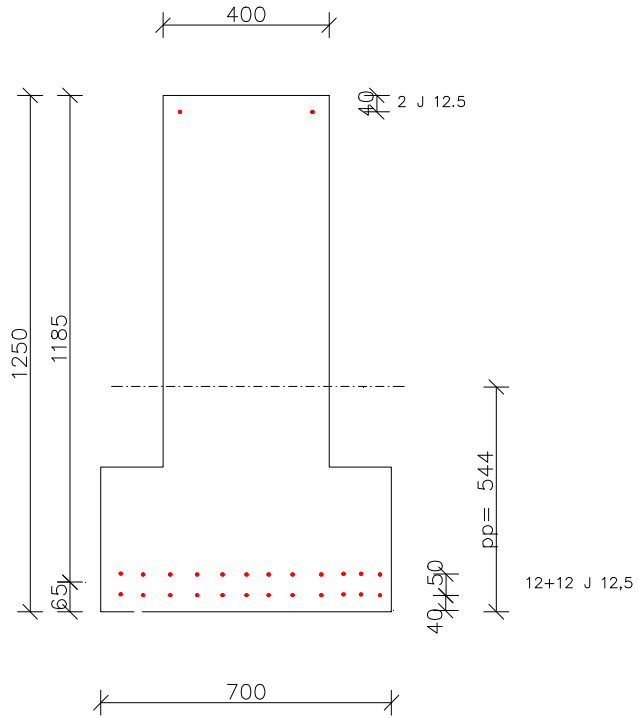
$$\xi^3 + 3k_p\xi^2 + K_2\xi - K_2 = 0 \quad (15.45)$$

ja yhtälö (15.44) muotoon

$$\sigma_c = \frac{P}{bd_s} \left[\frac{2\xi}{\xi^2 - 2\alpha\rho_s(1-\xi)} \right]. \quad (15.46)$$

**Esimerkki:
Jännitetyn palkin halkeamatarkastelu**

Tarkistettava, täyttääkö oheinen jännitetty leukapalkki halkeilurajatilan vaatimukset



Palkin korkeus	$h := 1250 \cdot \text{mm}$
Puristuspinnan leveys	$b := 400 \cdot \text{mm}$
Alalaipan leveys	$b_a := 700 \cdot \text{mm}$
Poikkileikkausarvot (muunnetut arvot)	
Pinta-ala	$A_m := 602900 \cdot \text{mm}^2$
Poikkileikkauksen painopistenalhalta	$p_p := 544 \cdot \text{mm}$
Taivutusvastus alareunan suhteen	$W_a := 1.221 \cdot 10^8 \cdot \text{mm}^3$
Taivutusvastus yläreunan suhteen	$W_y := 1.585 \cdot 10^8 \cdot \text{mm}^3$

Käyttötilan kuorma

-pysyvä kuorma $g_k := 30 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ (sisältää palkin painon)

- muuttuva kuorma $q_k := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ yhdistelykerroin $\psi_1 := 0.7$

pitkäaikaiskerroin $\psi_2 := 0.3$

Lyhytaikaisesti vaikuttava tavallinen kuormayhdistelmä

$p := g_k + \psi_1 \cdot q_k$ $p = 47.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Pitkäaikainen kuormayhdistelmä

$p_{\text{pitkä}} := g_k + \psi_2 \cdot q_k$ $p_{\text{pitkä}} = 37.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Jänneväli $L := 21 \cdot \text{m}$

Taivutusmomentit

$M_{\text{pitkä}} := \frac{p_{\text{pitkä}} \cdot L^2}{8}$ $M_{\text{pitkä}} = 2067 \text{ kNm}$

$M_{\text{lyhyt}} := \frac{p \cdot L^2}{8}$ $M_{\text{lyhyt}} = 2618 \text{ kNm}$

Betoni C 30/40

ominaislujuus $f_{ck} := 30 \cdot \text{MPa}$ keskimääräinen vetolujuus $f_{ctm} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{0.667} \cdot \text{MPa}$

$$f_{ctm} = 2.9 \text{ MPa}$$

kimmokerroin $E_{cm} := 22000 \cdot \text{MPa} \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8 \cdot \text{MPa}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3}$

$$E_{cm} = 3.284 \times 10^4 \text{ MPa}$$

virumaluku $\phi := 2$ $\chi := 0.8$

Ympäristön rasitusluokka XC1

Jänneteräksen kimmokerroin $E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$

Alapunokset kahdessa kerroksessa 12+12 ϕ_{p7} 12,5 $c_1 := 40 \cdot \text{mm}$ $c_2 := 90 \cdot \text{mm}$

Alapunosten pinta-ala $A_p := 24 \cdot 93 \cdot \text{mm}^2$ $A_p = 2232 \text{mm}^2$

Alajänteiden painopiste alhaalta $c_s := 65 \cdot \text{mm}$

Jännitys pitkäaikaisten häviöiden jälkeen $\sigma_{p\infty 1} := 1287 \cdot \text{MPa}$

alkujännitys - häviöt kutistumasta virumasta ja relaksaatiosta

Yläpunokset 2 ϕ_{p7} 12,5 $c_3 := 40 \cdot \text{mm}$ yläpinnasta

Yläpunosten pinta-ala $A_{py} := 2 \cdot 93 \cdot \text{mm}^2$ $A_{py} = 186 \text{mm}^2$

Jännitys pitkäaikaisten häviöiden jälkeen $\sigma_{p\infty 2} := 1072 \cdot \text{MPa}$

Jännevoima lopputilassa

$P_\infty := A_p \cdot \sigma_{p\infty 1} + A_{py} \cdot \sigma_{p\infty 2}$ $P_\infty = 3.072 \times 10^3 \text{ kN}$

Jännevoiman resultantin etäisyys alareunasta

$c_p := \frac{[A_p \cdot \sigma_{p\infty 1} \cdot c_s + A_{py} \cdot \sigma_{p\infty 2} \cdot (h - c_3)]}{(A_p \cdot \sigma_{p\infty 1} + 2 \cdot 93 \cdot \text{mm}^2 \cdot \sigma_{p\infty 2})}$ $c_p = 0.139 \text{ m}$

Jännevoiman epäkeskisyyden $e_p := p_p - c_p$ $e_p = 404.682 \text{ mm}$

Halkeamamomentti

Halkeaman muodostumisen rajatila, kun vetojännitys reunalla on betonin keskimääräisen vetolujuuden suuruinen

$$\sigma_{ct} := \frac{N}{A} + \frac{M_{cr}}{W} \quad \sigma_{ct} := f_{ctm}$$

$$\frac{N}{A \cdot f_{ctm}} + \frac{M_{cr}}{W \cdot f_{ctm}} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{N}{N_{cr0}} + \frac{M_{cr}}{M_{cr0}} \leq 1$$

missä $N_{cr0} := A \cdot f_{ctm}$ on halkeamakestävyys vedolle, kun $M = 0$

$M_{cr0} := W \cdot f_{ctm}$ on halkeamamomentti, kun $N = 0$

$$\text{Ratkaisemalla} \quad M_{cr} := \left(f_{ctm} - \frac{N}{A} \right) \cdot W \quad M_{cr} := \left(1 - N \cdot \frac{W}{A} \right) \cdot W \cdot f_{ctm}$$

$$\text{Epäkeskisen normaalivoiman tapauksessa} \quad \sigma_{ca} := \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e}{W} + \frac{M_{cr}}{W}$$

$$M_{cr} := f_{ctm} \cdot W - N \cdot \left(\frac{W}{A} + e \right)$$

$$N := -P_{\infty} \quad M := M_{pitkä}$$

$$M_{cr} := f_{ctm} \cdot W_a + P_{\infty} \cdot \left(\frac{W_a}{A_m} + e_p \right) \quad M_{cr} = 2219.4 \text{ kNm}$$

Pitkäaikainen kuormitus

$$M_{pitkä} = 2067.2 \text{ kNm} < M_{cr} = 2219.4 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännitys alareunassa} \quad \sigma_{ca} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{-P_{\infty} \cdot e_p}{W_a} + \frac{M_{pitkä}}{W_a} \quad \sigma_{ca} = 1.653 \text{ MPa}$$

$$< f_{ctm} = 2.9 \text{ MPa}$$

Ei halkeile pitkäaikaisella kuormalla

Lyhytaikainen kuorma

$$M_{lyhyt} = 2618.4 \text{ kNm} > M_{cr} = 2219.4 \text{ kNm}$$

Palkissa halkeamia lyhytaikaisella kuormalla \Rightarrow halkeaman koko on laskettava

Lasketaan ensin betonin jännitykset ja neutraaliakselin paikka halkeamattomalle poikkileikkaukselle

$$\text{Jännitys alareunassa} \quad \sigma_{ca} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{-P_{\infty} \cdot e_p}{W_a} + \frac{M_{lyhyt}}{W_a} \quad \sigma_{ca} = 6.168 \text{ MPa}$$

$$> f_{ctm} = 2.9 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännitys yläreunassa} \quad \sigma_{cy} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} - \frac{-P_{\infty} \cdot e_p}{W_y} - \frac{M_{lyhyt}}{W_y} \quad \sigma_{cy} = -13.772 \text{ MPa}$$

$$\text{Neutraaliakselin etäisyys yläreunasta} \quad x := \frac{-\sigma_{cy}}{-\sigma_{cy} + \sigma_{ca}} \cdot h \quad x = 863.337 \text{ mm}$$

Halkeilun vaikutuksesta neutraaliakseli nousee ylöspäin, kun ei ole virumaa.
Arvioidaan x :n arvo, olettamalla poikkileikkaus suorakaiteeksi ja jättämällä laskelmasta yläjännitteet pois

Alapinnan terästen tehollinen korkeus $d_s := h - c_s$ $d_s = 1185 \text{ mm}$

Jänneterästen (jännevoiman) "tehollinen korkeus" $d_p := h - c_p$ $d_p = 1111 \text{ mm}$

Lasketaan aluksi ilman virumaa

Kimmo kertoimien suhde $\alpha_e := \frac{E_p}{E_{cm}}$ $n_e := \alpha_e$ $\alpha_e = 5.939$

Suhteellinen vetoteräsmäärä $\rho := \frac{A_p}{b \cdot d_s}$ $\rho = 0.00471$

$$\alpha_e \cdot \rho = 0.028$$

$k_p := \frac{M_{Iyhyt} - P_{\infty} \cdot d_p}{P_{\infty} \cdot d_s}$ $k_p = -0.218$

$k_2 := 6 \cdot \alpha_e \cdot \rho \cdot (1 + k_p)$ $k_2 = 0.131$

Ratkaistaan neutraaliakselin suhteellinen korkeus $\xi = x/d_s$ 3:n asteen yhtälöstä (BY 16 liite S15)

$$\xi^3 + 3 \cdot k_p \cdot \xi^2 + k_2 \cdot \xi - k_2 = 0$$

$$f(\xi) := \xi^3 + 3 \cdot k_p \cdot \xi^2 + k_2 \cdot \xi - k_2$$

ξ :n alkuarvo:

Given

$$\xi := \frac{x}{d_s} \quad \xi = 0.729$$

$$\xi_1 := \text{root}(f(\xi), \xi) \quad \xi_1 = 0.723$$

Neutraaliakselin paikka $x := \xi_1 \cdot d_s$ $x = 857.238 \text{ mm}$

Neutraaliakseli nousi n. 6 mm ylöspäin

apusuure $\alpha_1 := \frac{1 - \xi_1}{\xi_1} \cdot \alpha_e$ $\alpha_1 = 2.271$

$$\text{Betoinin jännitys yläreunassa} \quad \sigma_{cy} := \frac{-P_{\infty}}{b \cdot d_s} \cdot \frac{2}{\xi_1 - 2 \cdot \alpha_1 \cdot \rho} \quad \sigma_{cy} = -18.464 \text{ MPa}$$

Betoinin puristusjännitys haljenneessa poikkileikkauksessa suurempi kuin halkeamattomassa

$$\text{Teräsännityksen muutos} \quad \Delta\sigma_s := -\alpha_1 \cdot \sigma_{cy} \quad \Delta\sigma_s = 41.923 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsvenymän muutos} \quad \Delta\varepsilon_s := \frac{\Delta\sigma_s}{E_p} \quad \Delta\varepsilon_s = 0.215 \text{ ‰}$$

$$\text{Betoinin puristuma} \quad \varepsilon_c := \frac{\sigma_{cy}}{E_{cm}} \quad \varepsilon_c = -0.562 \text{ ‰}$$

$$\text{Tarkistus:} \quad x := \frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \Delta\varepsilon_s} \cdot d_s \quad x = 857.238 \text{ mm}$$

$$\text{Betoinin puristuma yläjätteiden kohdalla} \quad \Delta\varepsilon_{sy} := \frac{x - c_3}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{sy} = -0.536 \text{ ‰}$$

Koska yläpunoksia ei ole otettu huomioon neutraaliakselin paikkaa laskettaessa, niin tarkistetaan voimatasapaino:

$$\text{Betoinin puristusresultantti} \quad N_c := \frac{b \cdot x \cdot \sigma_{cy}}{2} \quad N_c = -3.166 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\text{Yläjätteiden voiman muutos} \quad \Delta N_{py} := A_{py} \cdot \Delta\varepsilon_{sy} \cdot E_p \quad \Delta N_{py} = -19.443 \text{ kN}$$

$$\text{Alajätteiden voiman muutos} \quad \Delta N_p := A_p \cdot \Delta\varepsilon_s \cdot E_p \quad \Delta N_p = 93.572 \text{ kN}$$

$$\Sigma N := N_c + \Delta N_{py} + \Delta N_p \quad \Sigma N = -3091.4 \text{ kN} \quad \sim \quad P_{\infty} = 3072 \text{ kN}$$

joten voimatasapaino on OK.

Lasketaan uudelleen ottamalla huomioon viruma:

$$\text{Betonin tehollinen kimmokerroin } E_{\text{ceff}} := \frac{E_{\text{cm}}}{1 + \frac{M_{\text{pitkä}}}{M_{\text{lyhyt}}} \cdot \chi \cdot \phi} \quad E_{\text{ceff}} = 1.451 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$\text{Kimmokertoimien suhde } \alpha_e := \frac{E_p}{E_{\text{ceff}}} \quad \alpha_e = 13.44$$

$$\text{Suhteellinen vetoteräsmäärä } \rho := \frac{24 \cdot 93 \cdot \text{mm}^2}{b \cdot d_s} \quad \rho = 0.00471$$

$$\alpha_e \cdot \rho = 0.063$$

$$k_p := \frac{M_{\text{lyhyt}} - P_{\infty} \cdot d_p}{P_{\infty} \cdot d_s} \quad k_p = -0.218$$

$$k_2 := 6 \cdot n_e \cdot \rho \cdot (1 + k_p) \quad k_2 = 0.131$$

$$f(\xi) := \xi^3 + 3 \cdot k_p \cdot \xi^2 + k_2 \cdot \xi - k_2$$

ξ :n alkuarvo:

Given

$$\xi := \frac{x}{d_s} \quad \xi = 0.723$$

$$\xi_1 := \text{root}(f(\xi), \xi) \quad \xi_1 = 0.723$$

Neutraaliakselin paikka $x := \xi_1 \cdot d_s$ $x = 857.166 \text{ mm}$

Neutraaliakseli laskee viruman seurauksena

apusuure $\alpha_1 := \frac{1 - \xi_1}{\xi_1} \cdot \alpha_e$ $\alpha_1 = 5.14$

Betonin jännitys yläreunassa $\sigma_{cy} := \frac{-P_\infty}{b \cdot d_s} \cdot \frac{2}{\xi_1 - 2 \cdot \alpha_1 \cdot \rho}$ $\sigma_{cy} = -19.205 \text{ MPa}$

Betonin puristusjännitys pienenee viruman seurauksena

Teräsännityksen muutos $\Delta\sigma_s := -\alpha_1 \cdot \sigma_{cy}$ $\Delta\sigma_s = 98.716 \text{ MPa}$

Teräsvenymän muutos $\Delta\varepsilon_s := \frac{\Delta\sigma_s}{E_p}$ $\Delta\varepsilon_s = 0.506 \text{ ‰}$

Betonin puristuma $\varepsilon_c := \frac{\sigma_{cy}}{E_{ceff}}$ $\varepsilon_c = -1.324 \text{ ‰}$

Tarkistus: $x := \frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \Delta\varepsilon_s} \cdot d_s$ $x = 857.166 \text{ mm}$

Betonin puristuma yläjänniteiden kohdalla $\Delta\varepsilon_{sy} := \frac{x - c_3}{x} \cdot \varepsilon_c$ $\Delta\varepsilon_{sy} = -1.262\text{‰}$

Koska yläpunoksia ei ole otettu huomioon neutraaliakselin paikkaa laskettaessa, niin tarkistetaan voimatasapaino:

Betonin puristusresultantti $N_c := \frac{b \cdot x \cdot \sigma_{cy}}{2}$ $N_c = -3.292 \times 10^3 \text{ kN}$

Yläjänniteiden voiman muutos $\Delta N_{py} := A_{py} \cdot \Delta\varepsilon_{sy} \cdot E_p$ $\Delta N_{py} = -45.767 \text{ kN}$

Alajänniteiden voiman muutos $\Delta N_p := A_p \cdot \Delta\varepsilon_s \cdot E_p$ $\Delta N_p = 220.334 \text{ kN}$

$\Sigma N := N_c + \Delta N_{py} + \Delta N_p$ $\Sigma N = -3117.7 \text{ kN}$ $> P_\infty = 3072 \text{ kN}$

Koska puristusresultantti on liian suuri, pienennetään x:n arvoa.

$\xi_2 := \xi_1 \cdot \frac{N_c - \Delta N_{py}}{N_c}$ $\xi_2 = 0.713$ $x := \xi_2 \cdot d_s$ $x = 845.25 \text{ mm}$

Jos betonin jännitys ja muodonmuutos oletetaan samaksi kuin edellä, niin yläjänniteiden muodonmuutos

$\Delta\varepsilon_{sy} := \frac{x - c_3}{x} \cdot \varepsilon_c$ $\Delta\varepsilon_{sy} = -1.261\text{‰}$ $\Delta N_{py} := A_{py} \cdot \Delta\varepsilon_{sy} \cdot E_p$ $\Delta N_{py} = -45.736 \text{ kN}$

Alajänniteiden venymän muutos $\Delta\varepsilon_s := \frac{x - d_s}{x} \cdot \varepsilon_c$ $\Delta\varepsilon_s = 0.532\text{‰}$

$\Delta\sigma_s := \Delta\varepsilon_s \cdot E_p$ $\Delta\sigma_s = 103.746 \text{ MPa}$

$\Delta N_p := A_p \cdot \Delta\sigma_s$ $\Delta N_p = 231.561 \text{ kN}$

Betonin puristusresultantti $N_c := \frac{b \cdot x \cdot \sigma_{cy}}{2}$ $N_c = -3.247 \times 10^3 \text{ kN}$

Voimatasapaino:

$\Sigma N := N_c + \Delta N_{py} + \Delta N_p$ $\Sigma N = -3060.7 \text{ kN}$ $\sim P_\infty = 3072 \text{ kN}$

Voimatasapaino OK

Halkeaman leveys

Lasketaan alimman teräsriivin venymä $\Delta\varepsilon_{s1} := \frac{h - x - c_1}{d_s - x} \cdot \Delta\varepsilon_s$ $\Delta\varepsilon_{s1} = 0.571\text{‰}$

Jännityksen muutos alimmassa teräsriivissä $\Delta\sigma_{s1} := \Delta\varepsilon_{s1} \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{s1} = 111.38\text{ MPa}$

Tehollinen vetoteräsmäärä

Jänneteräksen ja betoniteräksen tartuntalujuuden suhde (EC2 taul 6.2):

Punokset => $\xi := 0.6$

Muunnettu tartuntalujuuksien suhde, kun otetaan huomioon punosten ja betoniterästen erilainen halkaisija (EC2 kaava 7.5)

$$\xi_1 := \sqrt{\frac{\phi_s}{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_p}}}$$

Punoksen halkaisija $\phi_p := 12.5\text{ mm}$

Palkissa on vetoteräksinä vain punoksia => $\phi_s := \phi_p$

$$\xi_1 := \sqrt{\frac{\phi_s}{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_p}}} \quad \xi_1 = 0.775$$

Tehollisen vetoalueen korkeus $h_{ef} := 2 \cdot (h - d_s)$ $h_{ef} = 130\text{ mm}$ EC2 kuva 7.1

Tehollisen vetoalueen pinta-ala $A_{ceff} := b_a \cdot h_{ef}$ $A_{ceff} = 91000\text{ mm}^2$

Betoniterästen määrä $A_s := 0\text{ mm}^2$

Tehollisen vetoalueen suhteellinen teräsmäärä $\rho_{peff} := \frac{A_s + \xi_1^2 \cdot A_p}{A_{ceff}}$

$$\rho_{peff} = 0.015$$

Betonipeite $c := c_1 - \frac{\phi_p}{2}$

$$c = 33.75\text{ mm}$$

Tartuntaominaisuudet huomioonottava kerroin $k_1 := 1.6$ jänneteräs

Taivutettu ja puristettu rakenne =>

vetovyöhykkeen vähemmän vedetyn kohdan venymä $\varepsilon_2 := 0$

vetovyöhykkeen vedetyimmän kohdan venymä $\varepsilon_1 := \frac{h-x}{d_s-x} \cdot \Delta\varepsilon_s$ $\varepsilon_1 = 0.634\text{‰}$

$$k_2 := \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \varepsilon_1} \quad k_2 = 0.5$$

$$k_3 := 3.4 \quad k_4 := 0.425$$

$$\text{Halkeamaväli } s_{rmax} := k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \frac{\phi_p}{\rho_{peff}} \quad s_{rmax} = 403.542 \text{ mm}$$

Teräksen keskimääräinen venymä halkeamavälillä $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

Teräksen keskimääräinen venymä haljenneessa poikkileikkauksessa halkeaman kohdalla ε_{sm}

Betonin keskimääräinen venymä halkeamien välillä ε_{cm}

Erotus $\varepsilon_m := \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ voidaan laskea kaavasta EC2 7.9

Kuorman vaikutusajasta riippuva kerroin $k_t := 0.6$ lyhytaikaiskuormitukselle

Tartuntajänteissä teräsjännityksenä voidaan käyttää jänneteräksen jännityksen muutosta $\Delta\sigma_{s1}$ betonin nollavenymätilaan verrattuna

Tehollinen vetolujuus $f_{cteff} := f_{ctm}$

$$\varepsilon_m := \max \left[\frac{\Delta\sigma_{s1} - k_1 \cdot \frac{f_{cteff}}{\rho_{peff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{peff})}{E_p}, 0.6 \cdot \frac{\Delta\sigma_{s1}}{E_p} \right] \quad \varepsilon_m = 0.343 \text{‰}$$

Halkeaman leveys $w_k := \varepsilon_m \cdot s_{rmax}$

$$w_k = 0.14 \text{ mm}$$

Täyttää ympäristön rasitusluokan XC1 vaatimuksen $w_{ksall} := 0.2 \text{ mm}$

EC2:ssa ei ympäristön rasitusluokissa X0, XC1 ei aseteta vaatimuksia pitkäaikaiselle kuormitusyhdistelmälle.

Ympäristön rasitusluokassa XC2, XC3, XC4 edellytetään pitkäaikaiselle kuormalle vetojännitysrajoitusta eli poikkileikkausken pitäisi olla puristettu.

Tässä tapauksessa pitkäaikaisella kuormalla alapintaan tulee vetoa, joka on pienempi kuin betonin vetolujuus.

Koska poikkileikkaus halkeilee lyhytaikaisesti vaikuuttavalla tavallisella kuormitusyhdistelmällä, niin halkeilun jälkeen lyhytaikaisen osuuden poistuttua betonin on kuitenkin vaurioitunut siten, että halkeamien kohdalla ei ole enää vetolujuutta.

Jos kuorma poistetaan, niin halkeamat sulkeutuvat, mutta avautuvat uudelleen kuormaa lisättäessä pienemmällä momentilla kuin edellä laskettu halkemamomentti.

Jos poikkileikkausken tulee vetoa, niin halkeamien synnyttyä poikkileikkausta on käsiteltävä siitä lähtien haljenneena (betonilla ei vetolujuutta) myös pitkäaikaiselle kuormalle => Halkeman leveys pitäisi laskea myös pitkäaikaiselle kuormalle, jolle tosin ei ole EC2:ssa annettu vaatimuksia. .

Halkemamomentti (=nollavenymämomentti), kun poikkileikkaus on jo aikaisemmin suuremmalla kuormalla halkeillut:

$$M_{cr1} := P_{\infty} \cdot \left(\frac{W_a}{A_m} + e_p \right) \quad M_{cr1} = 1865.3 \text{ kNm} < M_{pitkä} = 2.067 \times 10^3 \text{ kNm}$$

Lyhytaikaisen kuorman poistuttua halkeamat eivät mene kiinni => lasketaan halkeaman leveys pitkäaikaisella kuormalla

$$M_{\text{pitkä}} = 2067.2 \text{ kNm} < M_{\text{cr}} = 2219.4 \text{ kNm}$$

$$\text{Jännitys alareunassa} \quad \sigma_{ca} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} + \frac{-P_{\infty} \cdot e_p}{W_a} + \frac{M_{\text{pitkä}}}{W_a} \quad \sigma_{ca} = 1.653 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännitys yläreunassa} \quad \sigma_{cy} := \frac{-P_{\infty}}{A_m} - \frac{-P_{\infty} \cdot e_p}{W_y} - \frac{M_{\text{pitkä}}}{W_y} \quad \sigma_{cy} = -10.294 \text{ MPa}$$

$$\text{Neutraaliakselin etäisyys yläreunasta} \quad x := \frac{-\sigma_{cy}}{-\sigma_{cy} + \sigma_{ca}} \cdot h \quad x = 1.077 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$\text{Betonin tehollinen kimmokerroin} \quad E_{\text{ceff}} := \frac{E_{\text{cm}}}{1 + \frac{M_{\text{pitkä}}}{M_{\text{pitkä}}} \cdot \chi \cdot \phi} \quad E_{\text{ceff}} = 1.263 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

$$\text{Kimmokertoimien suhde} \quad \alpha_e := \frac{E_p}{E_{\text{ceff}}} \quad \alpha_e = 15.44$$

$$\text{Suhteellinen vetoteräsmäärä} \quad \rho := \frac{A_p}{b \cdot d_s} \quad \rho = 0.00471$$

$$\alpha_e \cdot \rho = 0.073$$

$$k_p := \frac{M_{\text{pitkä}} - P_{\infty} \cdot d_p}{P_{\infty} \cdot d_s} \quad k_p = -0.369$$

$$k_2 := 6 \cdot \alpha_e \cdot \rho \cdot (1 + k_p) \quad k_2 = 0.275$$

$$f(\xi) := \xi^3 + 3 \cdot k_p \cdot \xi^2 + k_2 \cdot \xi - k_2$$

ξ :n alkuarvo:

Given

$$\xi := \frac{x}{d_s} \quad \xi = 0.909$$

$$\xi_1 := \text{root}(f(\xi), \xi) \quad \xi_1 = 1.088$$

$$\text{Neutraaliakselin paikka} \quad x := \xi_1 \cdot d_s \quad x = 1.289 \text{ m}$$

$$\text{apusuure} \quad \alpha_1 := \frac{1 - \xi_1}{\alpha_e} \quad \alpha_1 = -1.248$$

$$\text{Betoinin jännitys yläreunassa } \sigma_{cy} := \frac{-P_{\infty}}{b \cdot d_s} \cdot \frac{2}{\xi_1 - 2 \cdot \alpha_1 \cdot \rho} \quad \sigma_{cy} = -11.787 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsännityksen muutos } \Delta\sigma_s := -\alpha_1 \cdot \sigma_{cy} \quad \Delta\sigma_s = -14.71 \text{ MPa}$$

$$\text{Teräsvenymän muutos } \Delta\varepsilon_s := \frac{\Delta\sigma_s}{E_p} \quad \Delta\varepsilon_s = -0.075 \text{ ‰}$$

$$\text{Betoinin puristuma } \varepsilon_c := \frac{\sigma_{cy}}{E_{ceff}} \quad \varepsilon_c = -0.933 \text{ ‰}$$

$$\text{Tarkistus: } x := \frac{-\varepsilon_c}{-\varepsilon_c + \Delta\varepsilon_s} \cdot d_s \quad x = 1.289 \times 10^3 \text{ mm}$$

$$\text{Betoinin puristuma yläjätteiden kohdalla } \Delta\varepsilon_{sy} := \frac{x - c_3}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{sy} = -0.904 \text{ ‰}$$

Koska yläpunoksia ei ole otettu huomioon neutraaliakselin paikkaa laskettaessa, niin tarkistetaan voimatasapaino:

$$\text{Betoinin puristusresultantti } N_c := \frac{b \cdot x \cdot \sigma_{cy}}{2} \quad N_c = -3.039 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$\text{Yläjätteiden voiman muutos } \Delta N_{py} := A_{py} \cdot \Delta\varepsilon_{sy} \cdot E_p \quad \Delta N_{py} = -32.8 \text{ kN}$$

$$\text{Alajätteiden voiman muutos } \Delta N_p := A_p \cdot \Delta\varepsilon_s \cdot E_p \quad \Delta N_p = -32.833 \text{ kN}$$

$$\Sigma N := N_c + \Delta N_{py} + \Delta N_p \quad \Sigma N = -3104.8 \text{ kN} > P_{\infty} = 3072 \text{ kN}$$

Koska puristusresultantti on liian suuri, pienennetään x:n arvoa.

$$\xi_2 := \xi_1 \cdot \frac{N_c - \Delta N_{py}}{N_c} \quad \xi_2 = 1.076 \quad x := \xi_2 \cdot d_s \quad x = 1.275 \times 10^3 \text{ mm}$$

Jos betoinin jännitys ja muodonmuutos oletetaan samaksi kuin edellä, niin yläjätteiden muodonmuutos

$$\Delta\varepsilon_{sy} := \frac{x - c_3}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_{sy} = -0.904 \text{ ‰} \quad \Delta N_{py} := A_{py} \cdot \Delta\varepsilon_{sy} \cdot E_p \quad \Delta N_{py} = -32.789 \text{ kN}$$

$$\text{Alajätteiden venymän muutos } \Delta\varepsilon_s := \frac{x - d_s}{x} \cdot \varepsilon_c \quad \Delta\varepsilon_s = -0.066 \text{ ‰}$$

$$\Delta\sigma_s := \Delta\varepsilon_s \cdot E_p \quad \Delta\sigma_s = -12.885 \text{ MPa}$$

$$\Delta N_p := A_p \cdot \Delta\sigma_s \quad \Delta N_p = -28.76 \text{ kN}$$

$$\text{Betoinin puristusresultantti } N_c := \frac{b \cdot x \cdot \sigma_{cy}}{2} \quad N_c = -3.006 \times 10^3 \text{ kN}$$

Voimatasapaino:

$$\Sigma N := N_c + \Delta N_{py} + \Delta N_p \quad \Sigma N = -3067.9 \text{ kN} \sim P_{\infty} = 3072 \text{ kN}$$

Voimatasapaino OK

Lasketaan alimman teräsriivin venymä $\Delta\varepsilon_{s1} := \frac{h - x - c_1}{d_s - x} \cdot \Delta\varepsilon_s$ $\Delta\varepsilon_{s1} = -0.048\%$

Jännityksen muutos alimmassa teräsriivissä $\Delta\sigma_{s1} := \Delta\varepsilon_{s1} \cdot E_p$ $\Delta\sigma_{s1} = -9.318 \text{ MPa}$

$$\varepsilon_m := \max \left[\frac{\Delta\sigma_{s1} - k_1 \cdot \frac{f_{cteff}}{\rho_{peff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{peff})}{E_p}, 0.6 \cdot \frac{\Delta\sigma_{s1}}{E_p} \right] \quad \varepsilon_m = -0.029\%$$

Halkeaman leveys $w_k := \varepsilon_m \cdot s_{rmax}$ $w_k = -0.01 \text{ mm}$

Täyttää ympäristön rasitusluokan XC1 vaatimuksen $w_{ksall} := 0.2 \cdot \text{mm}$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

REIÄT PALKISSA

REIÄT PALKISSA

Reikien sijoittelu

Betonipalkkiin voidaan tehdä reikiä edellyttäen, että reikä sijaitsee riittävän etäällä palkin yläpinnasta (puristetusta reunasta), jotta puristusvyöhyke jää riittävän suureksi. Tällöin reikä ei vaikuta palkin taivutuskapasiteettiin. Vastaavasti reiän etäisyyden alapinnasta tulee olla riittävä, jotta vetoteräksset mahtuvat ja niille jää riittävä betonipeite sekä palkin alapintaan että reiän puolelle. Lisäksi reiän alapuolisen osan pinta-alan tulee täyttää betoninormien kuvan 8.12 vaatimukset ($A_c \geq 2 b_{\min}^2$). Tämä vaatimus takaa sen, että reiän alapuolisessa kannaksessa olevat terästen lämpötila ei kasva palotilanteessa liian suureksi.

Reiän pituuden ja reikien välin tulee olla sellainen, että reiän vieressä tai reikien välissä ei ylitetä uuman puristumurtoa eli betoninormien mukaista leikkauskapasiteetin ylärajaa. Uuman teholliseksi leveydeksi voidaan ottaa

$$b_{w,red} = \left(1 - \frac{b_r}{2 \cdot d}\right) \cdot b_w \quad \text{reiän reunassa}$$

$$b_{w,red} = \left(1 - \frac{b_{r1} + b_{r2}}{2 \cdot c}\right) \cdot b_w \quad \text{reikien välisessä pystykannaksessa}$$

missä

- b_r on reiän pituus; pyöreällä reiällä reiän halkaisija
- b_{r1}, b_{r2} ovat vierekkäisten reikien pituudet tai halkaisijat
- d on palkin tehollinen korkeus reiän reunassa tai reikien välisen kannaksen keskilinjalla
- c on reikien välinen keskeltä-keskelle etäisyys

Yllä olevat kaavat ovat johdettavissa tarkastelemalla vaakasuuntaisen leikkausvuon ja leikkausjännityksen arvoa reiättömässä palkissa ja vastaavasti reiällisessä palkissa reiän vieressä tai reikien välisessä kannaksessa.

Reikiä välin tulee olla sellainen, että palkki voidaan mitoittaa palkkiteorian mukaan. Reikiä välin ollessa pieni, tulee reikiä välisen kannaksen muodonmuutokset ottaa voimasuureiden ja muodonmuutosten laskennassa huomioon. Vastaavasti reiän pituuden ollessa suuri, on reiän ala- ja yläpuolisten kannasten muodonmuutokset otettava huomioon. Palkki on tällöin kokonaisuudessaan mitoitettava kehämäisenä Vierendeel-rakenteena, jossa leikkausvoiman aiheuttamat muodonmuutokset kannaksissa lisäävät oleellisesti taipumaa. Jos lauseke

$$\left(\frac{K}{K_0} - 1\right) \cdot \left(\frac{\Sigma d_o}{L}\right)^3 \leq 0,05$$

voidaan palkin staattiset suuret laskea riittävällä tarkkuudella jättämällä reikiä vaikutus huomioon ottamatta. Suorakaidereialle on reiän läpimitta

$$d_o = \frac{h_r}{\sin\left(\arctan\left(\frac{h_r}{b_r}\right)\right)}$$

missä

h_r	on reiän korkeus
b_r	on reiän pituus
Σd_o	on palkissa olevien reikien halkaisijoiden summa
K	on palkin taivutusjäykkyys ehjän palkin kohdalla
K_o	on palkin taivutusjäykkyys reiän kohdalla

Ohjeellisia arvoja reiän koolle ja sijainnille on esitetty Runko-BEs-julkaisuissa n:o 5 ja 8 sekä Betonirakentamisen ohjeisto. SBK:n julkaisussa 1.10 Jännebetonipalkkien standardityypit 1983 on esitetty HI-palkkien rei'itysohe. Ohjeen mukaan lähempänä kuin $L/10 = 2000$ mm palkin päästä saisi olla korkeintaan alle 100 mm:n. Välillä $L/10 \dots L/5=4000$ mm saisi reiän koko olla $< h/4 = 500$ mm. Välillä $L/5 \dots L/3$ saisi reiän koko olla $< h/3 = 750$ mm. Reiän koko mittaan $h/2 = 1100 \dots 1200$ mm on myös mahdollinen, jos noudatetaan ohjeen mukaista pieliraudoitusta. Reikien keskinäisen etäisyyden tulisi ohjeen mukaan $> h/2 = 1100 \dots 1200$ mm. Joidenkin suositusten mukaan reikien vapaan välin tulisi olla vähintään tehollisen korkeuden mitta, jotta vinojen puristusjäännitysten kulku reikien välillä olisi mahdollinen.

Suositusarvot perustuvat keskimääräisen puristusvyöhykkeeseen ja vetoterästen tilantarpeeseen ja kohtuulliseen leikkausrasitukseen. Palkkia lopullisesti suunniteltaessa em. arvot on aina tarkistettava.

Suorakaiteen muotoisen reiän mitoitus

Seuraavassa tekstissä termi "yläpaarre" tarkoittaa aina puristettua paarretta ja alapaarre aina vedettyä paarretta. Negatiivisen momentin alueella puristettu "yläpaarre" on reiän alapuolella ja vedetty "alapaarre" reiän yläpuolella.

Leikkausvoima johdetaan yleensä puristetulle paarteelle. Vedetty paarre on yleensä halkeillut, joten sen jäykkyys on huomattavasti pienempi kuin puristetun paarteen. Lisäksi vedetyn paarteen leikkauskestävyys on puristettua paarretta pienempi. Vedetyn paarteen saa otaksua ottavan korkeintaan 20 % leikkausvoimasta. Yleensä teräsbetonipalkeissa vedetyn paarteen osuudeksi voidaan olettaa $V_a \approx 0$. Jännitetyissä palkeissa, joissa reiän alapuolinenkin osa on murtotilan kuormilla puristettu, voidaan leikkausvoima jakaa paarteille niiden taivutusjäykkyyksien suhteessa

Jatkuvissa palkeissa negatiivisen momentin alueella alapaarre on puristettu ja yläpaarre on vedetty. Tällöin leikkausvoima johdetaan puristetun alapaarteen kautta.

Suorakaiteen muotoisen reiän ympäristö raudoitetaan yleensä pystyhaoilla betoninormien sovellusohjeiden BY 16 liite S9:n mukaan. Käsikirjassa RIL 125 Teräsbetonirakenteet ja Rakentajain kalenteri esitetty menetelmä johtaa liian pieneen pieliteräsmäärään reiän suuremman momentin puoleisessa reunassa. SBK:n julkaisussa 1.10 Jännebetonipalkkien standardityypit 1983 esitetyt pieliraudoitusmäärät ovat suurempia kuin BY16:n mukaiset.

BY 16:n mukaisessa menetelmässä reiän suuremman momentin puoleisen reunan pieliteräsmäärä lasketaan reiän alanurkasta lähtevän vinon halkeaman momenttitasapainoehdon perusteella. Reiän pielessä tarvittava teräsmäärä tulee siten suuremmaksi kuin yläpaarteen leikkausvoima. RIL 125:n mukainen menetelmän mukainen pieliteräsmäärä vastaa suoraan yläpaarteen osuutta leikkausvoimasta ja ei täyty siten momenttitasapainohtoa.

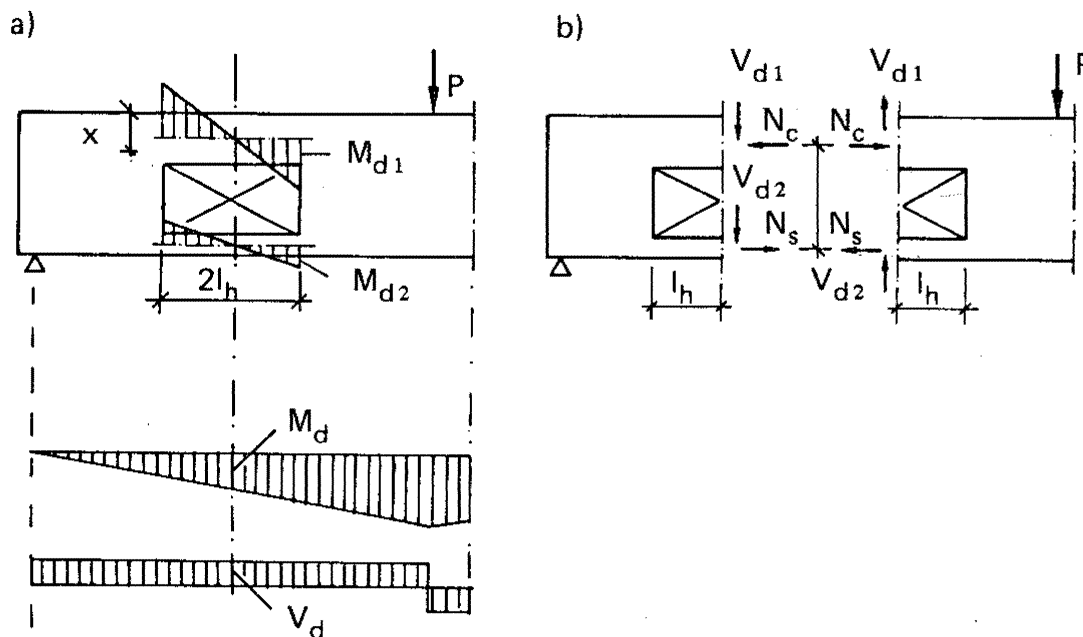
BY 16:n mukainen menetelmä perustuu murtotilamitoitukseen ja SBK:n menetelmässä lähtökohtana on halkeilun rajoittaminen reiän pielissä. SBK:n suositus perustuu käytännön kokemuksiin jännebetonipalkeilla. Molemmissa laskentamenetelmissä reiän pielirauhoitus $A_{sv} > V_d/f_{yd}$, kun RIL 125 mukaisessa menetelmässä vain $A_{sv} = (0,8 \dots 1,0) V_d/f_{yd}$. Eräässä saksalaisessa reiän ympäristön mitoitusta käsittelevässä tutkimuksessa on vertailtu eri mitoitusten menetelmillä saatuja reiän pielirauhoituksia ja kaikissa niissä tarvittava pielirauhoitus oli $1,8 \dots 2,2 V_d/f_{yd}$. SBK:n ohjeen suosituksen mukaan määritelty pieliteräsmäärä oli varsin lähellä kyseisessä tutkimuksessa esitetyllä mitoitusten menetelmällä saatua teräsmäärää.

Käyttötilan kuormilla betoni kantaa suurimman osan, usein jopa koko kuorman, jolloin palkissa ei esiinny leikkaushalkeamia. Vasta murtotilassa laskentakuormilla haat myötävät ja rakenteeseen syntyy leikkaushalkeamia. Reiän ympäristössä betonin leikkauskapasiteetin osuus jää pieneksi, erityisesti suurten lähemmäs olevien reikien tapauksessa. Tällöin leikkausraudoitus saa jo käyttötilan kuormilla merkittäviä jännityksiä ja leikkaushalkeamia voi esiintyä jo käyttötilan kuormilla.

BY 16 Liite S9 mukainen menetelmä

Paarteiden mitoitus:

Suunnittelun perusteena voidaan käyttää kuvan 1 esittämää Vierendeel-myötömekanismia. Tasapainot täyttävä voimasuureiden jakautuma voidaan muodostaa otaksumalla, että paarteiden taivutusmomenttien 0-kohta on reiän keskikohtalla.



Kuva 1.

Paarteiden mitoituksessa tarvittavat voimasuureet saadaan seuraavista kaavoista:

$$\begin{aligned} \text{paarteiden puristus- ja vetovoima} & N_d = N_c = N_s = \frac{M_d}{z} \\ \text{yläpaarteiden taivutusmomentti} & M_{d1} = \pm V_{d1} \cdot \ell_h \\ \text{alapaarteiden taivutusmomentti} & M_{d2} = \pm V_{d2} \cdot \ell_h \end{aligned}$$

missä

M_d	on palkin taivutusmomentin laskenta-arvo reiän keskilinjalla
V_d	on palkin leikkausvoima reiän keskilinjalla $V_d = V_{d1} + V_{d2}$
V_{d1}	on yläpaarteiden leikkausvoiman laskenta-arvo
V_{d2}	on alapaarteiden leikkausvoiman laskenta-arvo
N_s	on palkin vetoraudoituksen vetovoima alapaarteissa; vaikutuspiste vetoraudoituksen painopisteessä
N_c	on betonin puristusresultantti yläpaarteissa; vaikutuspiste etäisyydellä $y/2$ yläreunasta
z	on palkin momenttivarso $z = d - \frac{y}{2}$
y	on puristusvyöhykkeen tehollinen korkeus yläpaarteissa
$2l_h$	on reiän pituus (huom! l_h on puolet reiän pituudesta eli etäisyys momentin 0-kohdasta reiän reunaan)

Leikkausvoima V_d voidaan jakaa ylä- ja alapaarteiden kesken paarteiden taivutusjäykkyyksien suhteessa. Suurin osa tulisi johtaa puristetun paarteen kautta, joka sen vuoksi kannattaa suunnitella mikäli mahdollista paksummaksi, jolloin mahdolliset haat olisi helpompi sijoittaa sinne. Yleensä $V_{d2} \leq 0,2 V_d$.

Paarteet mitoitetaan yhdistetylle normaalivoimalle N_d ja taivutukselle $M_{d1/2} + N_d \cdot e$, missä e on N_d :n epäkeskisyys paarteen painopisteestä. On huomattava, että leikkausvoiman aiheuttama taivutusmomentti $M_{d1/2}$ on reiän keskilinjasta molemmiin puolin erimerkinen. Momentit M_{d1} ja M_{d2} aiheuttavat reiän keskilinjasta lukien pienemmän momentin puolella vetoa paarteen yläpintaan ja suuremman momentin puolella paarteen alapintaan. Paarteissa tarvitaan yleensä raudoitusta sekä paarteen ylä- että alapinnassa.

Paarteet mitoitetaan myös leikkausvoimalle. Vedetyn alapaarteen kohdalla on otettava huomioon, että betonin leikkauskapasiteetti $V_c \approx 0$, mikä lisää tarvittavaa leikkausraudoitusta merkittävästi. Puristetun yläpaarteen kohdalla puristavan voiman vaikutus betonin leikkauskapasiteettiin voidaan ottaa huomioon. Puristetun yläpaarteen haat mitoitetaan tarvittaessa kuten puristetussa pilarissa (hakajako, haan koko). Matalassa yläpaarteissa ($x \leq 200$ mm) hakojen myöntäminen on epävarmaa.

Paarteiden mitoituksessa on otettava huomioon myös suoraan paarteeseen kohdistuva kuorma. Esim. TT-laatan kuormittamassa palkissa rivan aiheuttama pistekuorma voi sattua reiän kohdalle.

Pieliterästen mitoitus:

Paarteiden kiinnitys ympäröivään palkkiin suunnitellaan käyttäen ristikkoanalogiaa perustuvaa voimatilaa kuvan 2 mukaisesti. Vinon halkeaman (ja puristusdiagonaalin) kaltevuudeksi voidaan otaksua 45° . Reiän pieliraudoitus on suunniteltava siten, että voimien tasapainoehdot ristikon solmupisteissä toteutuvat. Jos reiän koko, sijainti tai reikien väli on sellainen, että 45° :een kulmassa oleva riittävän leveä (huom! V_{umax}) puristusdiagonaali, joka kohtaa lähellä reiän reunaa vetoteräksen, ei ole mahdollinen, voidaan puristusdiagonaalin kaltevuus valita väliltä $35 \dots 60^\circ$. Puristus-diagonaalin leveyden tulee

Jos tuki on lähellä reikää, niin tuen ja reiän välillä tarvittavaa hakamäärää voidaan vähentää käsittelemällä yläpaarteiden leikkausvoimaa V_{d1} palkin yläreunaan vaikuttavana pistekuormana, jonka aiheuttamaan nähdessä voidaan soveltaa betoninormien kaavaa (2.35) ja ottamalla mitoittavaksi leikkasuvoimaksi $d:n$ päässä tuen reunasta oleva leikkausvoima.

Voiman $F_{d,4-10}$ mukaista lisähakojen voimaa voidaan pienentää tarvittaessa kertoimella

$$k_h = \frac{h_h}{z},$$

jos reiän korkeus h_h täyttää ehdon $h_h < h - x - h_s$,

missä

h	on palkin korkeus
x	on poikkileikkauksen puristetun osan korkeus
h_s	on raudoituksen vaatima tila pystysuunnassa

Jos kerroin $k_h \leq 0,2$, ei lisäraudoitusta tarvita.

Jos alapaarteiden leikkasuvoima $V_{d2} \neq 0$, mitoitetaan kohdan 2-8 haat voimalle

$$F_{d,2-8} = \left(\frac{\ell_h}{z} + 1 \right) \cdot V_{d2} - \frac{V_d}{4}$$

Yleensä suositellaan kohdan 2-8 hakamäärä laskettaessa, että V_{d2} on vähintään $V_{d2} \geq 0,2 V_d$, vaikka koko leikkasuvoima siirrettäisiinkin yläpaarteiden kautta.

Kun reikä sijaitsee jatkuvan palkin negatiivisen momentin alueella, siirretään leikkasuvoima puristetun alapaarteiden kautta. Kohdan 4-10 mukaiset haat tulevat tällöin reiän tuen puoleiselle reunalle, jossa negatiivisen taivutusmomentin itseisarvo on suurempi.

Pyöreän reiän mitoitus

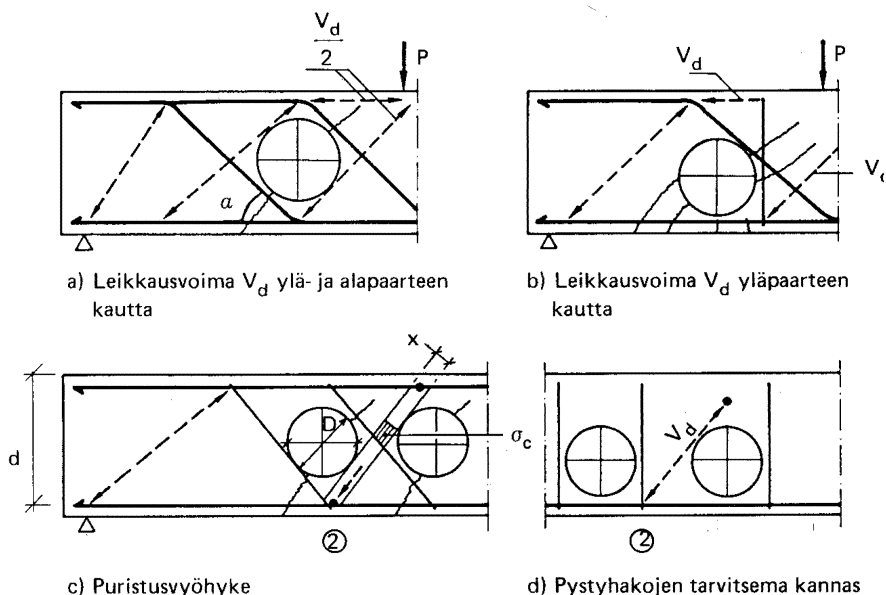
Pieni pyöreä reikä, jonka halkaisija $D_r < 0,25 d$, missä d on palkin tehollinen korkeus, voidaan sijoittaa vapaasti palkin eri kohtiin kunhan puristusvyöhyke, vetoteräksille jäävä tila tai reiän alapuolisen osan pinta-ala eivät tule liian pieniksi.

Suuren reiän, jonka läpimitta $D \geq 0,25 d$, reiän ympäristö on edullisinta raudoittaa vinoja hakoja käyttäen. Reiän molemmille puolille sijoitetaan noin 45° :een kulmassa vinohaat siten, että puolet leikkasuvoimasta johdetaan reiän yläpuolelta ja puolet alapuolelta. Kun oletetaan, että vino halkeama leikkaa vain kahta vinohakaa, saadaan haassa vaikuttavaksi voimaksi

$$F_{sd} = \frac{V_d}{2 \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{D_r}{z}$$

missä

V_d	on palkin leikkasuvoiman laskenta-arvo reiän keskilinjalla
D_r	on reiän halkaisija
z	on palkin momenttivarsi
α	on haan kaltevuuskulma



Kuva 3.

Jos alapaarre on niin matala, että $35...45^\circ$ kulmassa olevan puristusdiagonaalin ja noin 45° :een kulmassa olevan vinohaan muodostaman "ristikon" nurkkapistettä ei saada muodostettua alapaarteeseen, on koko leikkausvoima V_d siirrettävä yläkautta käyttäen pääasiassa vinohakoja. Osa leikkausvoimasta voidaan siirtää yläpaarteelle myös pystyhaoituksella. Jos vinohaka on mitoitettu koko leikkausvoimalle V_d eli vinossa haassa vaikuttava voima on

$$F_{sd} = \frac{V_d}{\sin \alpha} \cdot \frac{D_r}{z}$$

niin pystyhakoja tarvitaan vain halkeamien rajoittamiseksi. Pystyhakojen määräksi voidaan tällöin valita minimihakamäärä.

Puristusdiagonaali ja vino haka eivät leikkaa toisiaan alapaarteessa, jos alapaarre on matalampi kuin

$$h_a < \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cdot D_r$$

Jos yläpaarre on niin matala, että vino haka ei leikkaa palkin puristusresultanttia reiän keskilinjalla, niin vinon haan voima on edellä esitettyä suurempi. Vinon haan voimassa on otettava huomioon yläpaarteen leikkausvoiman aiheuttama momentti puristusresultantin ja haan leikkauspisteen suhteen kuten suorakaidereissä. Reiän suuremman momentin puoleisten hakojen voima voidaan johtaa seuraavasti: Oletetaan kulmassa $\beta \approx 45^\circ$ vino halkeama alkaen reiän alaosasta siten, että halkeama sivuaa reiän reunaa. Halkeama ulottuu palkin puristusresultantin korkeudelle asti. Oletetaan reiän yläpuolinen leikatuksi reiän keskilinjalta. Tarkastellaan halkeaman yläpuolisen osan tasapainoa. Tasapainon saavuttamiseksi voidaan käyttää joko vinoja teräksiä, pystyteräksiä tai molempia. Kaikki vinon halkeaman läpi menevät teräkset voidaan ottaa huomioon. Hakojen voimat saadaan momenttiehdosta halkeaman yläreunan suhteen (kuva 4):

$$V_{d1} \cdot z_1 \cdot \cot \beta - F_{sv} \cdot a_v - \sum(F_{hi} \cdot a_i) = 0$$

missä

- V_{dl} on yläpaarteelle siirrettävä osuus leikkausvoimasta
 F_{sv} on vinon teräksen voima
 F_{hi} on pystyhaan voima
 z_1 on etäisyys pystysuunnassa halkeaman alareunasta puristusresultantin vaikutuspisteeseen

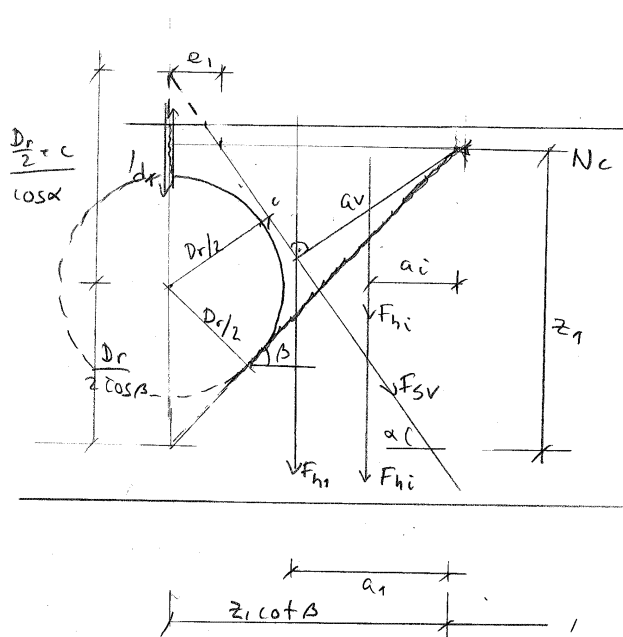
$$z_1 = \frac{D_r + c}{2 \cos \alpha} - e_1 \cdot \tan \alpha + \frac{D_r}{2 \cdot \cos \beta}$$

- e_1 on vinon teräksen ja puristusresultantin leikkauspisteen etäisyys reiän keskilinjasta

- a_v on vinon teräksen momenttivarsi halkeaman yläreunan suhteen

$$a_v = (z_1 \cdot \cot \beta - e_1) \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

- a_1 on haan etäisyys halkeaman yläreunasta



Kuva 4.

Jos tehdään sama oletus pystyhakojen sijoittelun suhteen kuin suorakaidereillä eli $z_1 \cot \beta - D_r/2$:n matkalla olevista haoista 1/4 on reiän reunassa, puolet on tasan jakautunut matkalle $z_1 \cot \beta - D_r/2$ ja loput 1/4 kulkee halkeaman yläreunan kautta, niin vinon teräksen voimaksi saadaan

$$F_{sv} = \frac{V_{dl} - \Sigma F_{hi} \cdot \left(1 - \frac{D_r}{2 \cdot z_1 \cdot \cot \beta}\right)}{\sin \alpha}$$

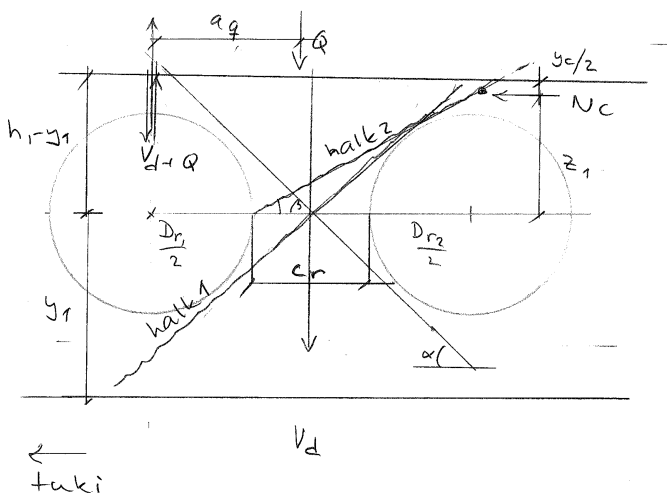
Kun halkeaman kaltevuuskulma $\beta = 45^\circ$ ja leikkausvoima siirretään yläpaarteelle pelkästään vinoilla teräksillä, niin kaava antaa saman arvon kuin edellä.

Useampi vierekkäinen reikä

Jos reikien vapaa väli c_r on suurempi kuin palkin korkeus, reikien väliseen pystykannakseen on mahdollista muodostaa ristikkomallin tai puristus-vetosauvamallin mukainen vino puristusdiagonaali sopivassa kulmassa siten, että puristusdiagonaali leikkaa reiän reunassa olevan pystyhaan tai vinon teräksen ja puristusdiagonaalin leveys on riittävä. Tällöin kutakin reikää voidaan käsitellä erillisenä.

Jos reikien vapaa väli on palkin tehollista korkeutta pienempi, vinon puristusdiagonaalin muodostuminen sopivassa kulmassa ($35^\circ \dots 60^\circ$) on epävarmaa. Tällöin reikiä on käsiteltävä yhtenä pitkänä reikänä, jossa reikien ylä- ja alapuoliset kannakset toimivat jatkuvina palkkeina tukeutuen reikien välisiin kannaksiin. Palkin taipuman ero eri pystykannasten kohdalla johtaa siihen, että ylä- ja alakannaksia on käsiteltävä painuvilla tuilla olevina jatkuvina palkkeina. Perättäisten reikien muodostaman yhtenäisen pitkän reiän pieliteräkset voidaan määrittää edellä esitetyillä periaatteilla. Momenttitasapainoehdossa voidaan ottaa huomioon välikannaksissa olevat pystyteräkset. Lisäksi on tarkasteltava tilanne kunkin yksittäisen reiän suuremman momentin puoleisen alanurkan (pyöreän reiän tapauksessa reiän alaosa sivuavan) vinon halkeaman kohdalla.

Lähekkäin olevien pyöreiden reikien tapauksessa BY16:n ohjeiden soveltaminen sellaisenaan on hiukan ongelmallista. BY 16:n kaavat on johdettu olettaen, että vino halkeama alkaa reiän kentän puoleisesta alanurkasta menee 45° :een kulmassa kohti puristus pintaa. Reiän alareuna on oletettu olevan lähellä vetorausoitusta.



Kuva 5.

Sovelletaan BY16:n taustalla olevaa teoriaa useamman perättäisen pyöreän reiän tapaukseen. Oletetaan reikien väliseen kannakseen syntyväksi vino halkeama, joka sivuaa molempia pyöreitä reikiä ja ulottuu puristusresultantin vaikutuspisteeseen. Vaihtoehtoisesti tarkastellaan halkeamaa, joka alkaa reiän keskilinjalta ja ulottuu puristusvyöhykkeeseen. halkeaman kaltevuuskulma valitaan siten, että tarvittava hakamäärä on suurin mahdollinen. Kriittisimmäksi osoittautuu 45° :een kulmassa reiän keskilinjalta alkava halkeama. Reikien välisessä kannaksessa tarvittava hakamäärä saadaan momenttitasapainoehdosta puristusresultantin suhteen. Reikien välisessä kannaksessa tarvittava pystyhakamäärä ja vino rauditus saadaan kaavasta

$$F_{sh} \cdot \left(z_1 - \frac{c_r}{2} \right) + F_{sv} \cdot a_v = V_d \cdot \left(z_1 + \frac{D_{r1}}{2} \right) + Q \cdot a_q$$

$$z_1 = h_1 - y_1 - \frac{y_c}{2} + D_{r1}$$

missä

F_{sh}	on reikien välisessä kannaksessa tasan jaettujen pystyhakojen voima
F_{sv}	on vinon teräksen voima
V_d	on leikkausvoima reikien välisen kannaksen keskilinjalla
Q	on palkille tuleva kuorma tuen puoleisen reiän keskilinjjan ja kannaksen keskilinjjan väliltä
a_q	on kuorman Q resultantin etäisyys tuen puoleisen reiän keskilinjjalta
a_v	on vinon teräksen etäisyys halkeaman ja puristusresultantin leikkauspisteestä
h_1	on palkin korkeus tuen puoleisen reiän keskilinjalla
y_1	on tuen puoleisen reiän keskipisteen etäisyys palkin alareunasta
$y_c/2$	on puristusresultantin etäisyys palkin yläreunasta
D_{r1}	on tuen puoleisen reiän halkaisija
c_r	on reikien välisen kannaksen leveys (reikien vapaa väli)

Koko leikkausvoiman on oletettu siirtyvän yläkannaksen kautta. Kun oletetaan $Q = 0$, niin reikien välisessä kannaksessa haolle tuleva voima suhteessa reiän kohdalla olevaan leikkausvoimaan voi olla yli 2.-kertainen.

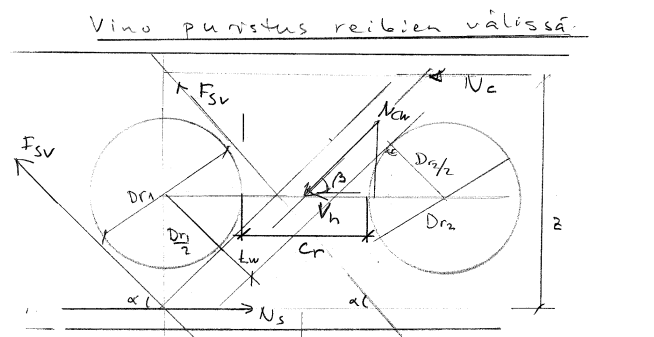
Kun reiät ovat lähellä toisiaan, niin reikien välisessä kannaksessa olevan puristusdiagonaalin kaltevuus on sellainen, että puristusdiagonaalin ja reiän pieessä olevat pystyhaat eivät leikkaa pääraudoituksen tasossa. Tällöin reikien välisessä kannaksessa tulisi käyttää vinoa leikkausraudoitusta.

Reikien välisessä pystykannaksessa on tarkistettava, että kannaksessa ei ylitetä leikkauskapasiteetin ylärajaa. Vaakasuntaisen leikkausvoiman reikien keskeltä-keskelle väliseltä matkalta voidaan olettaa jakautuvan tasan reikien väliselle ehjälle osalle, joten leikkausvoima reikien välisessä kannaksessa on

$$v_r = \frac{V_d}{d} \cdot \left(1 + \frac{D_{r1} + D_{r2}}{2 \cdot c_r} \right)$$

Kun verrataan reiättömän palkin uumassa vaikuttavaa leikkausvoiota $v = V_d/z \approx V_d/d$ RakMk B4:n leikkauskapasiteetin ylärajaan, niin leikkauskapasiteetin ylärajaksi reikien välisellä alueella saadaan

$$V_{u_{max,r}} = 0,25 \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{2 \cdot c_r}{2 \cdot c_r + D_{r1} + D_{r2}} \cdot f_{cd}$$



$$t_w = \left(\frac{D_{r1} D_{r2}}{2} + c_r \right) \sin \beta - \frac{D_{r1} + D_{r2}}{2}$$

$$V_h = \left(\frac{D_{r1} D_{r2}}{2} + c_r \right) \frac{V_d}{z}$$

kannaksessa
vaikuttava
vaakasunt.
leikkausvoima

$$N_{cw} = \frac{V_h}{\cot \beta} \frac{1}{\sin \beta} \leq 0,5 f_{cd} \cdot b_w \cdot t_w$$

Kuva 6.

Harjapalkki

Sovelletaan BY16:n taustalla olevaa teoriaa useamman perättäisen pyöreän reiän tapaukseen. Oletetaan reikien väliseen kannakseen syntyväksi vino halkeama, joka sivuaa molempia pyöreitä reikiä ja ulottuu puristusresultantin vaikutuspisteeseen. Vaihtoehtoisesti tarkastellaan halkeamaa, joka alkaa reiän keskilinjalta ja ulottuu puristusvyöhykkeeseen. halkeaman kaltevuuskulma valitaan siten, että tarvittava hakamäärä on suurin mahdollinen. Kriittisimmäksi osoittautuu 45 °:een kulmassa reiän keskilinjalta alkava halkeama. Reikien välisessä kannaksessa tarvittava hakamäärä saadaan momenttitasapainoehdosta puristusresultantin suhteen. Reikien välisessä kannaksessa tarvittava hakamäärä on

$$A_{sv} = \frac{V_d \cdot \left(z_r + \frac{D_1}{2} \right) + Q \cdot a_q}{\left(z_r - \frac{c_r}{2} \right) \cdot f_{yd}}$$

$$z_r = \frac{h_1 - y_1 - \frac{y_c}{2} + \frac{D_1}{2 \cdot k}}{1 - \frac{1}{k}}$$

missä

V_d	on leikkausvoima reikien välisen kannaksen keskilinjalla
Q	on palkille tuleva kuorma tuen puoleisen reiän keskilinjan ja kannaksen keskilinjan väliltä
a_q	on kuorman Q resultantin etäisyys tuen puoleisen reiän keskilinjalta
h_1	on palkin korkeus tuen puoleisen reiän keskilinjalla
y_1	on tuen puoleisen reiän keskipisteen etäisyys palkin alareunasta
$y_c/2$	on puristusresultantin etäisyys palkin yläreunasta
D_1	on tuen puoleisen reiän halkaisija
c_r	on reikien välisen kannaksen leveys
k	on palkin kaltevuus ; $k = 16$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

LIITTORAKENNE, Teoriaa

LIITTORAKENTEIDEN KÄYTTÖ/ ETUJA

* LIITTOLAATAT

- Lisää rakenteen kantokykyä
 - koko laataston alueella
 - paikallisesti:
 - reerät
 - piste/viivat.
- LVIS-putkitukset paikalla valussa matalampi elementti
- Lisää laataston jäykkyyttä
- Parantaa palonkestävyyttä
 - jatkuvuus
 - ulokkeet
- Jatkuvat / osittain jatkuvat laatat
- Uloke laatat
- Parantaa laataston levyvaikutusta
- Parantaa keskitettyjen kuormien jakautumista laatastossa

- Parantaa vesitiiveyttä
- Parantaa äänen eristysominaisuuksia
- Saucerouskohteet
 - kantokyvyn lisääminen
- Tasaa laattojen käyristymäeroja
- Vähentää laatan taipumaa ylöspäin
 - suurempi rakennepaino
 - suurempi rakennekorkeus
 - ⇒ pienempi esijännitys
- Ei lisää kustannuksia, jos pinta betoni tulee muutenkin

HAITTOJA

- Työn huolellisuus pintabetonin tartunnan varmistamiseksi

K BETONISET LIITTOPALKIT

KÄYTTÖ:

- Pileri-palkkiinukoiset rak.
- pihatasot
- paikoitustasot / pysäköintitalot
- välipohjat
- alapohjat
- suuret kyöty kuormat
- yläpohjat
- rakennekorkeuden minimointi

EDUT:

- Materiaalin säästö
- Materiaaliominaisuuksien optimointi
veto teräspalkille
puristus betonille
- Kevyemmät vaakarakenteet
⇒ pienemmät pilarit
kevyemmät perustukset
- Pienempi rakennekorkeus
vaadittuun kantokykyyn
vähden
⇒ vähemmän seinäpinta-alaa

- Pienemmät taipumat kyöty-kuormasta

- suurempi jäykkyys

- Jatkuvuus

- pienemmät taipumat
- suurempi kantokyky samalla rakennekorkeudella
- parempi palonkestävyys

HAITTOJA

- ontelolaatan alentunut leikkaukskestävyys
- Suunnittelun vaatima työmäärä suurempi
- Työn huolellisuus

* TERÄS-LIITTOPALKIT

Teräspalkki + betonileikka

• ETUJA

- kevyempi teräsprofiili
- jäykempi rakenne
- kuten betoniliittopalkki

Teräsprofiilit



Liittorakenne \approx 15% halvempi
kuin teräspalkki ilman liitto-
vaikutusta

LIITTOPALKIN KÄYTTÄLUE

EDULLISIMMILLAAN, KUN $q \geq 2 \dots 2,5 \text{ kN/m}^2$

VÄLI - JA ALAPOHJAT
YLÄPOHJAT

$\frac{q}{q_p} \geq \frac{L}{L_p} \Rightarrow$ KOKO KANTOKYKY VOIDAAN
KÄYTTÄÄ HYÖDYKSI
ASENNUS- JA VALUTILANNE
EI OLE MÄÄRÄÄVÄ

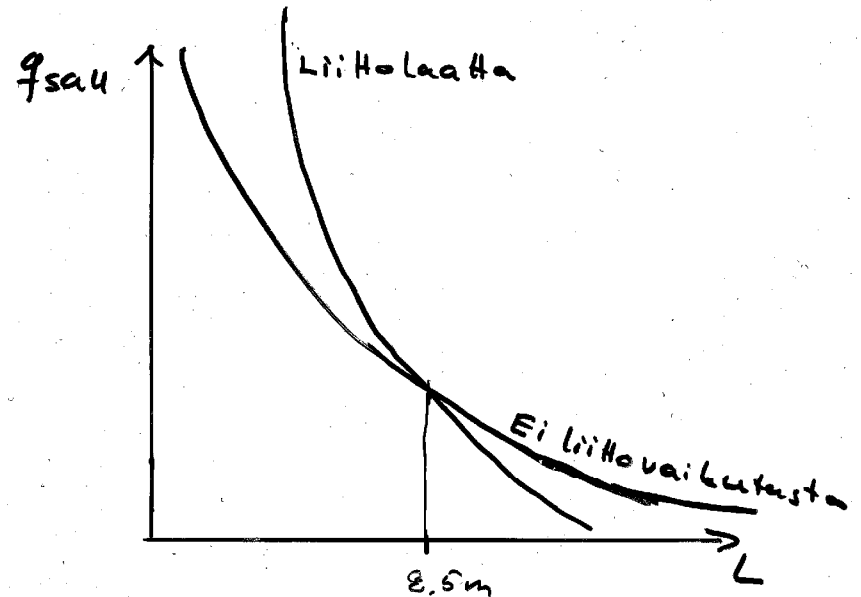
$\frac{q}{q_p} < \frac{L}{L_p} \Rightarrow$ ASENNUSTILANNE MÄÄRÄÄ
LIITTORAJENTEEN KUORMAN
VALTAUSA SALLITUSTA
TAIPUMASTA SYNTYVÄ JO
VALUVAIHEESSA

\Rightarrow TYÖN ALKAINEN VÄLITUENTA

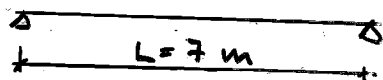
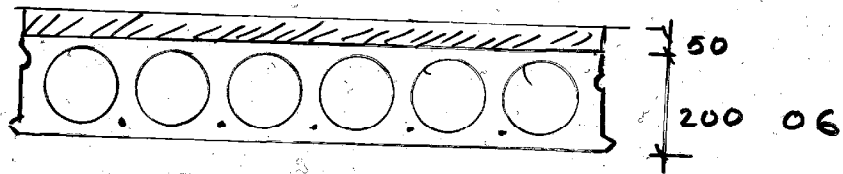
Pitkillä jänneväleillä pinta betonin
paino aiheuttaa enemmän lisä-
jännitystä kuin liittolaatan suu-
rempi taivutusvastus pienentää
hyötykuorman aik. jännitystä

$\Rightarrow q_{\text{sall liitto}} < q_{\text{o sall}}$

\Rightarrow Edut suurimmat suurilla
hyötykuormilla ja lyhyemmilla
jänsteillä



PINTABETONIN VAIKUTUS LAATAN JÄYKKYYTEEN



JÄYKKYYS

- ilman pintabetonia $EI_0 = 22.7 \text{ MNm}^2$
- liitolaatta $EI = 42.4 \text{ MNm}^2$

⇒ jäykkyys kasvoi 1.87-kertaiseksi

SALLITTU KUORMA L = 7 m

- alapinnassa ei vetoa
- ilman pintabetonia $q_{sall} = 7.4 \text{ kN/m}^2$
- liitolaatta $q_{sall} = 8.6 \text{ kN/m}^2$

sallittu kuorma kasvoi 17%

Jänneväli $L = 6 \text{ m}$ kasvu 24%

$L = 8 \text{ m}$ 6%

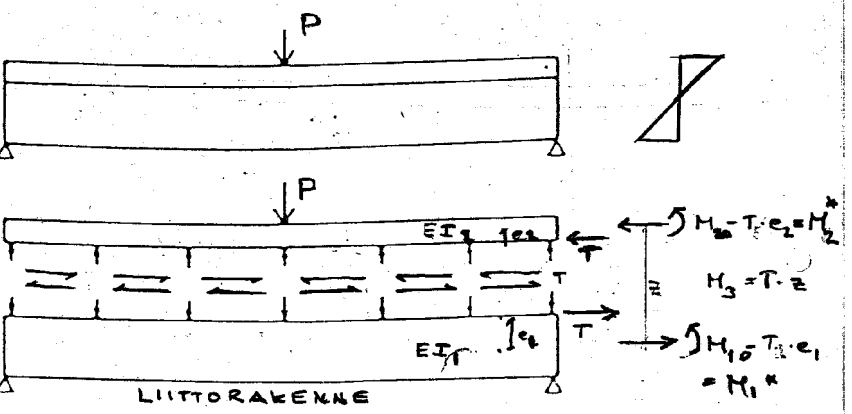
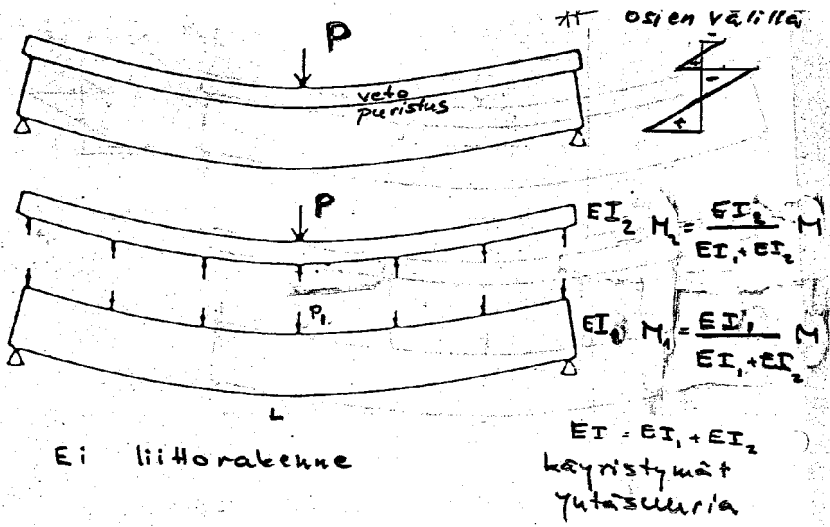
$L = 8.5 \text{ m}$ 0%

$L = 8.5 \text{ m}$ $q_{pintab} = q_{sall}$

LEIKKAUSKESTÄYYS

- ilman liitovaikeudesta $V_u = 78 \text{ kN}$
 - liitolaatta $V_u = 84 \text{ kN}$
- kasvu ~ 7%

Outeloliitolaatan leikkauskestävyys



kuormien jakautuminen eri osille:

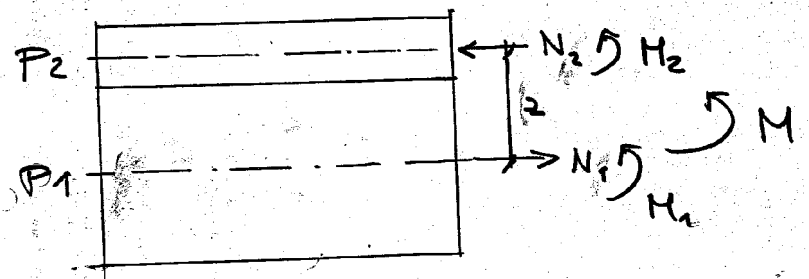
- käyrästymät yhtäsuuria $\frac{M_1}{EI_1} = \frac{M_2}{EI_2} = \frac{M}{\sum EI}$

$\Rightarrow \frac{M_1}{M} = \frac{EI_1}{\sum EI} \quad \frac{M_2}{M} = \frac{EI_2}{\sum EI}$

- osien välillä ei liukumaa

$M_3 = M - M_1 - M_2 = T \cdot 2 \Rightarrow T$

ULKOISEN KUORMAN JAKAUTUMINEN LIITTORAKENTEEN ERI OSILLE



käyrästymät yhtäsuuria:

$$M_1 = N \cdot \frac{(EI)_1}{EI}$$

$$M_2 = N \cdot \frac{(EI)_2}{EI}$$

$$M_3 = N \cdot 2 = N - M_1 - M_2 = N$$

$$= N \cdot \frac{EI - (EI)_1 - EI_2}{EI}$$

$$= N \cdot \frac{(EI)_3}{EI}$$

$$EI_3 = EA_1 (P - P_1)^2 + EA_2 (P - P_2)^2$$

(EI) = EI

LIITTORAKENTEEN LASKENTA - PERIAATTEET

- ERI OSIEN VÄLISET YHTEENSOPIVUUS-EHDOT
- OSIEN VÄLISISSÄ SAUMOISSA EI TAPAHDU LIUKUMAA
- MUODONMUUTOKSET SAUMAN MOLEMMIN PUOLIN YHTÄSUURET
- KUMMALLAKIN OSALLA SAMAA KÄYRISTYMÄ $\varphi = \frac{1}{r}$
- POIKKILEIKKAUSTASO PYSYY TASONA
 $\epsilon = \epsilon_0 + \varphi \cdot y$
- MATERIAALIN JÄNNITYS-MUODONMUUTOSYHTEYS
 $\sigma = E \epsilon$

POIKKILEIKKAUKSEN JÄNNITYS-RESULTANTTIEN TASAPAINOEHDOT

$$N = \sum_i \int_{A_i} \sigma dA$$

$$M = \sum_i \int_{A_i} \sigma y_i dA$$

$$N = \sum_i \int_{A_i} \sigma dA = \sum_i (E_0 \epsilon_i A_i + \varphi \cdot E_i S_i)$$

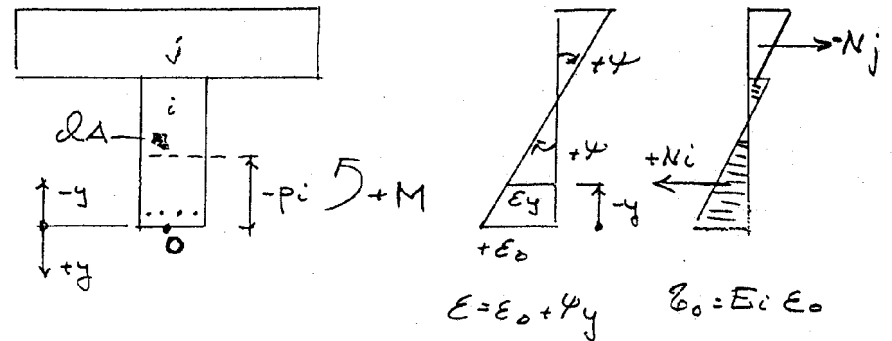
$$\sigma = E \epsilon$$

$$\epsilon = \epsilon_0 + \varphi \cdot y$$

$$M = \sum_i \int_{A_i} \sigma \cdot y_i dA = \sum_i (E_0 \epsilon_i S_i + \varphi E_i I_i)$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 = \frac{N \cdot EI - M \cdot ES}{EA \cdot EI - (ES)^2} \quad \text{venymä pist. 0}$$

$$\varphi = \frac{-N \cdot ES + M \cdot EA}{EA \cdot EI - (ES)^2} \quad \text{käyristymä}$$



$$EA = \sum_i E_i A_i$$

$$ES = \sum_i E_i S_i = \sum_i E_i A_i (-p_i) < 0$$

$$EI = \sum_i E_i I_i \quad I_i \text{ PISTEEN O SUHTEEN}$$

$$\text{PAINOP. } p = \frac{ES}{EA}$$

STAATTISET MOMENTTI PAINOPISTEEN SUHTEEN $S_1 = 0$

PAINOPISTE $\rho = \frac{ES}{EA}$

KUN PISTE O SIJAITSEE PAINOPISTEESÄ

$S_1 = \frac{ES}{EA}$ $S = 0$

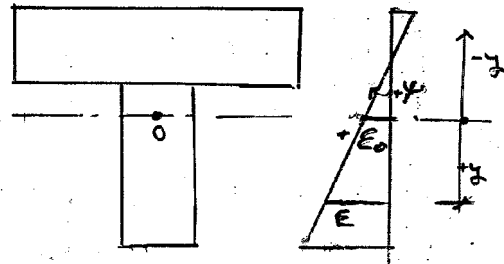
EI = JÄYKKYYS PAINOPISTEEN SUHTEEN

$E_0 = \frac{N \cdot EI - M \cdot ES}{EA EI - (ES)^2} = \frac{N}{EA}$ $E_0 = \frac{N}{EA}$

$\varphi = \frac{-N \cdot ES + M \cdot EA}{EA EI - (ES)^2} = \frac{M}{EI}$

$E_0 = \frac{N}{EA}$
 $\varphi = \frac{M}{EI}$
 $E = E_0 + \varphi \cdot y$

E_0 = VENYMÄ PAINOPISTEESÄ

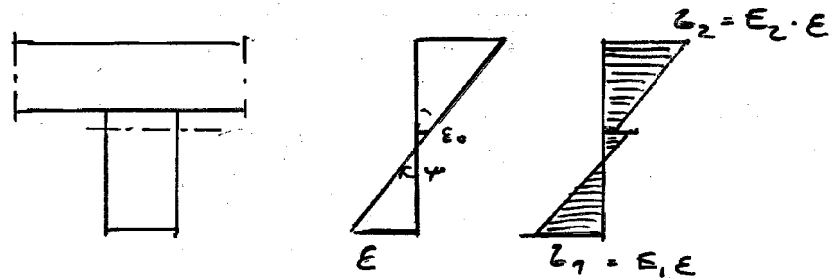


$E_0 = \frac{N}{EA}$ $\varphi = \frac{M}{EI}$
 $E = E_0 + \varphi \cdot y$

$E = \frac{N}{EA} + \frac{M \cdot y}{EI}$

$Z_1 = E_1 E = \frac{E_1}{E} \left(\frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{I} \right)$
 $Z_2 = E_2 E = \frac{E_2}{E} \left(\frac{N}{A} + \frac{M \cdot y}{I} \right)$

$\frac{M \cdot y}{I} = \omega$



$Z_1 = \frac{E_1}{E} \left(\frac{N}{A} + \frac{M}{I} \right)$
 $Z_2 = \frac{E_2}{E} \left(\frac{N}{A} + \frac{M}{I} \right)$

KUN 0 on poikkileikkauksen painopisteessä p_p
 $\Rightarrow EI$ painopisteeseen suhteeseen

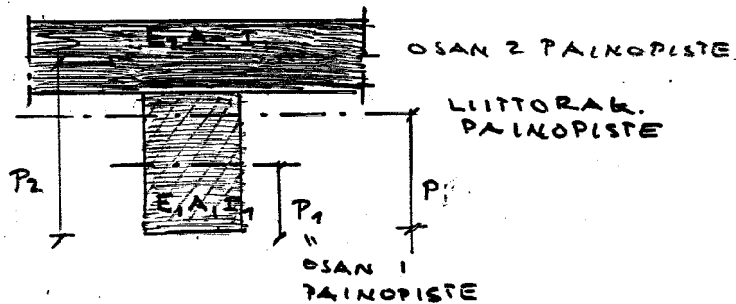
POIKKILEIKKAUSARVOT

$$EA = E_1 A_1 + E_2 A_2 \quad A = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{E}$$

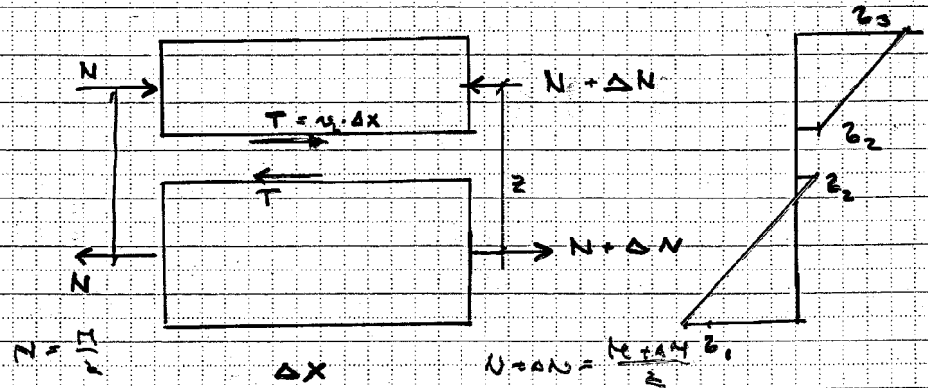
$$P = \frac{E A_1 \cdot p_1 + E_2 A_2 \cdot p_2}{EA} = \frac{E_1 S_1 + E_2 S_2}{EA}$$

$$EI = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_1 A_1 \cdot (p - p_1)^2 + E_2 A_2 \cdot (p - p_2)^2$$

$$I = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_1 A_1 \cdot (p - p_1)^2 + E_2 A_2 \cdot (p - p_2)^2}{E}$$



LEIKKAUSVUO SAUMASSA



TASAPAINOEHDO:

$$N + T = N + \Delta N \Rightarrow T = \Delta N$$

$$T = \Delta N$$

$$T = \eta_h \cdot \Delta x$$

$$\eta_h = \text{LEIKKAUSVUO (N/m)}$$

$$\Rightarrow \eta_h \Delta x = \Delta N$$

$$\eta_h = \frac{\Delta N}{\Delta x}$$

$$N = \frac{M}{r}$$

$$N + \Delta N = \frac{M + \Delta M}{r} \Rightarrow \Delta N = \frac{\Delta M}{r}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta M}{r}$$

$$\eta_h = \frac{\Delta M}{\Delta x \cdot r}$$

$$\Delta x \approx dx \quad \Delta M \approx dM$$

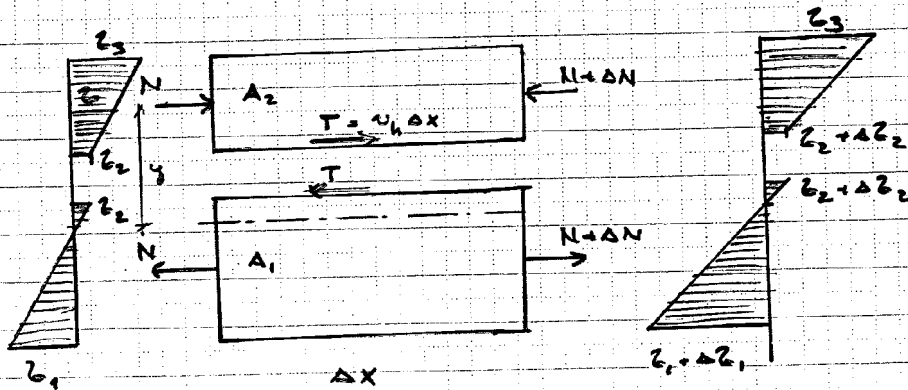
$$\eta_h = \frac{dM}{dx \cdot r}$$

$$\eta_h = \frac{V}{r}$$

$$V = \frac{dM}{dx}$$

SAUMAN LEIKKAUSJÄNNITYS

$$\bar{z} = \frac{v_h}{b} = \frac{V}{b \cdot z}$$



$$N = \frac{z_2 + z_3}{2} \cdot A_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} A_1$$

$$N + \Delta N = \frac{(z_2 + \Delta z_2) + (z_3 + \Delta z_3)}{2} A_2 = \frac{(z_1 + \Delta z_1) + (z_2 + \Delta z_2)}{2} A_1$$

$$\Delta N = \frac{\Delta z_2 + \Delta z_3}{2} A_2 = \frac{\Delta z_1 + \Delta z_2}{2} A_1$$

$$z_1 = \frac{M}{I} y_1 \quad z_2 = \frac{M}{I} y_2 \quad z_3 = \frac{M}{I} y_3$$

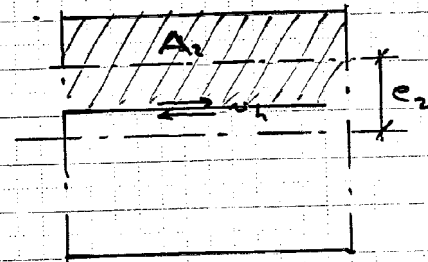
$$\Delta N = \frac{\Delta M}{I} \left(\frac{y_2 + y_3}{2} \right) A_2 = \frac{\Delta M}{I} \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) A_1$$

$$v_h = \frac{\Delta N}{\Delta x} = \frac{\Delta M}{I} \left(\frac{y_2 + y_3}{2} \right) A_2$$

$\frac{y_2 + y_3}{2}$ = OSAN 2 PAINOPISTE e_2

$$v_h = \frac{\Delta M}{\Delta x \cdot I} A_2 e_2$$

$A_2 e_2 = S_2$ = OSAN 2 STAATTIMEN
MOMENTTI PAINOPISTEEN
SUHTEEN



$$v_h = \frac{V S}{I}$$

$$\tau = \frac{V S}{I b}$$

LIITTOPALKIN MITOITUSPERUSTEET

I. PALKKI

- PYSYVIÄ KUORMIA $\left\{ \begin{array}{l} - \text{ESIJÄNNITYS } P_0 \\ - \text{JÄNNITYSHÄVIÖ } \Delta P_1 \text{ ENNEN JÄLKIV. KOVET.} \\ - \text{PALKIN PAINO } g_0 : M_{g_0} \\ - \text{JÄLKIVALUN PAINO } g_1 : M_{g_1} \end{array} \right.$
- $P_0 - \Delta P_1$
 $M_{g_0} + M_{g_1}$

- MUUTTUVA KUORMA $\left\{ \begin{array}{l} - \text{VALUN AIKAINEN HYÖTYKUORMA } q_1 \\ q_1 = 0.5 \dots 1.0 \text{ kN/m}^2 \end{array} \right.$
- M_{q_1}

JÄLKIVALU KOVETTUNUT
(LUSUUS $\geq 75\%$ k_{28})

II. LIITTORAKENNE

PALKKI + JÄLKIVALU

- ΔP_2 - JÄNNITYSHÄVIÖ ΔP_2
JÄLKIVALUN KOVETTUMISEN JÄLKEEN
- M_{g_2} - PYSYVÄ HYÖTYKUORMA $g_2 : M_{g_2}$
- M_{q_2} - MUUTTUVA HYÖTYKUORMA $q_2 : M_{q_2}$
- KUTISTUMA- JA VIRUMAEROT M_{cs}

JÄNNITYKSET

I. PALKKI ENNEN LIITTOVALUTUSTA

PYSYVÄT KUORMAT

- ESIJÄNNITYS P_0
- JÄNNITYSHÄVIÖ ΔP
- PALKIN PAINO M_{g_0}
- JÄLKIVALUN PAINO M_{g_1}

$$\sigma_{c1} = \frac{-P_0 + \Delta P}{A_1} \pm \frac{M_{g_0} + M_{g_1} - (P_0 - \Delta P)e_p}{W_1}$$

VALUN AIKAINEN HYÖTYKUORMA M_{q_1}

$$\sigma_{c2} = \pm \frac{M_{q_1}}{W_1}$$

II. LIITTORAKENNE / PALKKI + JÄLKIVALU

- KUTISTUMAEROT M_{cs}
- JÄNNITYSHÄVIÖ ΔP_2
- PYSYVÄ HYÖTYKUORMA M_{g_2}
- MUUTTUVA HYÖTYKUORMA M_{q_2}

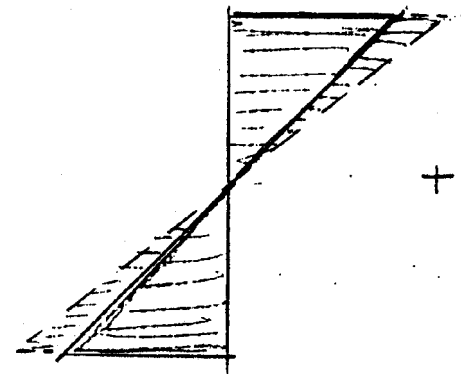
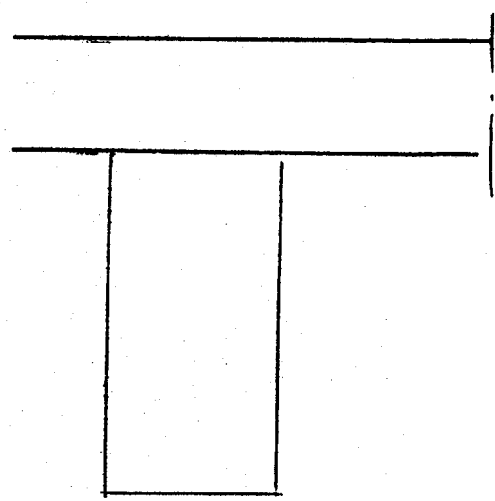
PALKKI: $\sigma_{c3} = \frac{+\Delta P_2}{A_1} + \frac{\Delta P_2 e_2}{W_1} \pm \frac{M_{g_2} + M_{q_2}}{W_1}$

JÄLKIVALU: $\sigma_{c4} = \frac{E_2}{E_1} \cdot \sigma_{c3} + \frac{M_{cs} + C}{W_1}$

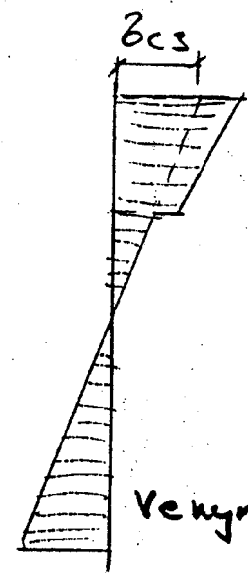
YHTEENSÄ:

PALKKI: $\sigma_{c5} = \sigma_{c1} + \sigma_{c3}$

JÄLKIVALU $\sigma_{c6} = \sigma_{c4}$

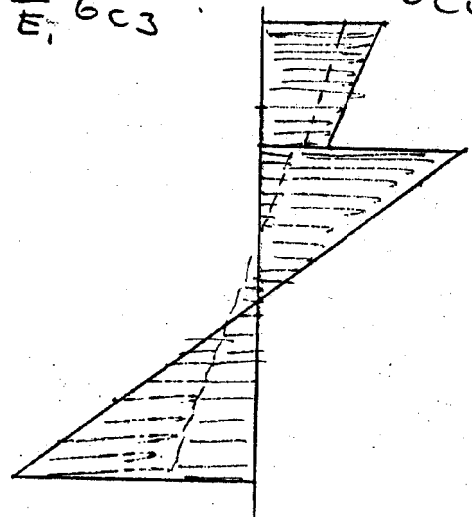


σ_{c2} σ_{t1}
 M_1 M_1 $F_0 - \Delta P_1$



σ_{c3} σ_{t2}
 M_2 ΔP_2

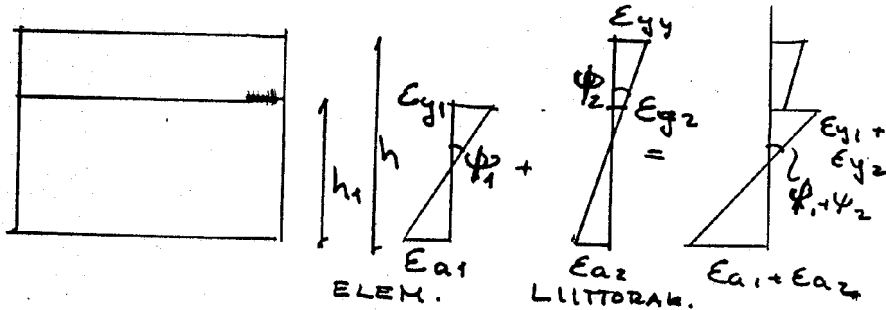
$$\sigma_{c4} = \frac{E_2}{E_1} \sigma_{c3}$$



$$\sigma_{c5} = \sigma_{c1} + \sigma_{c3}$$

Liittorakenteen jännitykset

TAIPUMA



$$\psi_1 = \frac{E_{y1} = E_{a1}}{h_1} \quad (E_{y1} < 0, E_{a1} > 0)$$

$$\psi_2 = \frac{E_{y2} = E_{a2}}{h} = \frac{E_{y2} = E_{a2}}{h_1}$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$a_1 = \delta_{a1} \cdot \psi_1^2 \cdot L^2 = \delta_{a1} \cdot \frac{M_1}{E_1 I_1} \cdot L^2$$

$$a_2 = \delta_{a2} \cdot \psi_2^2 \cdot L^2 = \delta_{a2} \cdot \frac{M_2}{E_2 I_2} \cdot L^2$$

KOKONAISDIPUMA

$$a = a_1 + a_2 + a_{acs}$$

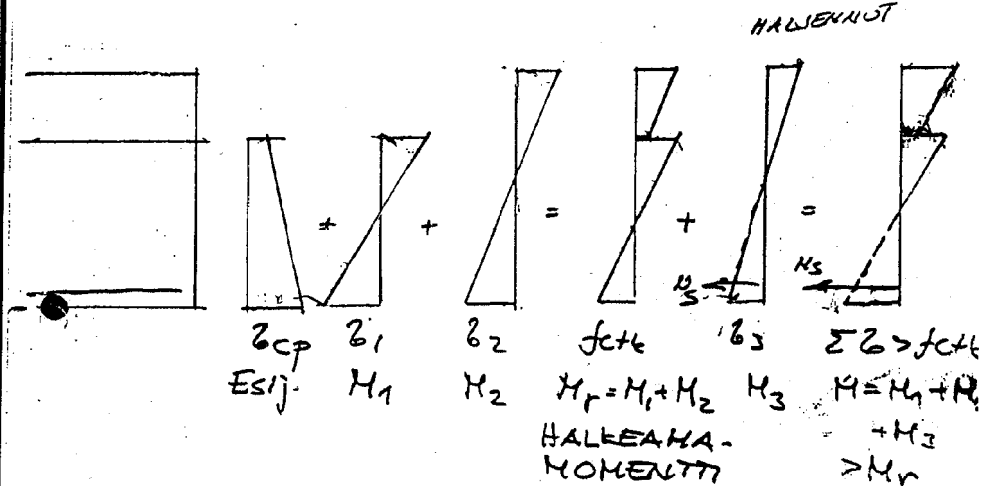
δ_{acs} = KUTISTUMA + VIRUMA ERUSTA

$$a_{acs} = \delta_{acs} \cdot \psi_{acs}^2 \cdot L^2$$

ψ_{acs} = KUTISTUMA + VIRUMABRUN K.I.H. + LÄUBISTYKÄ

TAIPUMA HALJENNESSA

POIKKILEIKKAUKSESSA



$$b_{cp} + b_1 + b_2 = f_{ctk}$$

$$\frac{-P}{A} - \frac{M_p}{W_1} + \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} = f_{ctk}$$

$$M_2 = (f_{ctk} + b_{cp} - \frac{M_1}{W_1}) \cdot W_2$$

$$M_r = M_1 + M_2 = (f_{ctk} + b_{cp}) W_2 - M_1 \left(\frac{W_2}{W_1} - 1 \right)$$

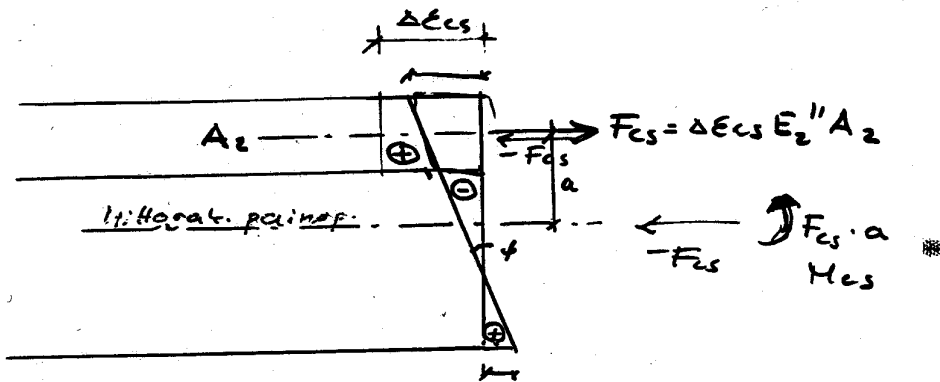
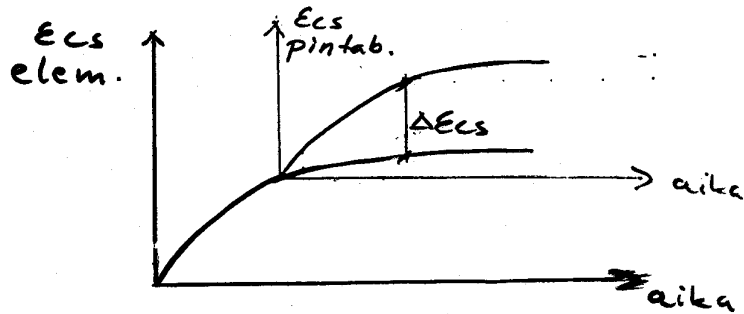
TEHOLLINEN JÄYKYYS

$$\alpha_r = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^3$$

$$K_{ef} = \alpha_r \cdot K_{ic} + (1 - \alpha_r) \cdot K_r$$

OSIEN VÄLINEN KUTISTUMA - JA

VIRUMAERO



$$E'' = \frac{E_0}{1 + \chi \phi(t, t_0)} \quad \text{tai} \quad E_2'' = E_0 \cdot \frac{1 - e^{-\chi}}{\chi}$$

$\chi = 0.8$ relaksaatio kerroin

liittorakenteeseen kohdistuu

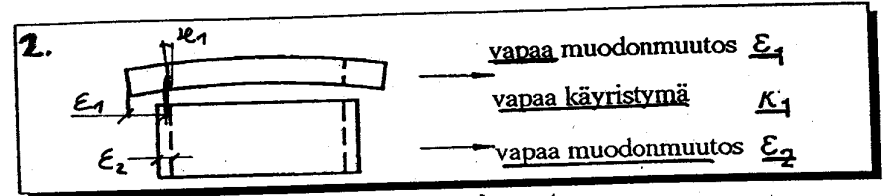
$$\begin{matrix} -F_{cs} \\ M_{cs} \end{matrix}$$

$$z_e = -\frac{F_{cs}}{A_2} + \frac{M_{cs}}{I_2}$$

$$z_{palki} = \frac{E_2}{E_1} \left(-\frac{F_{cs}}{A_2} + \frac{M_{cs}}{I_2} \right) + \frac{\Delta E_{cs} E_2''}{E_1}$$

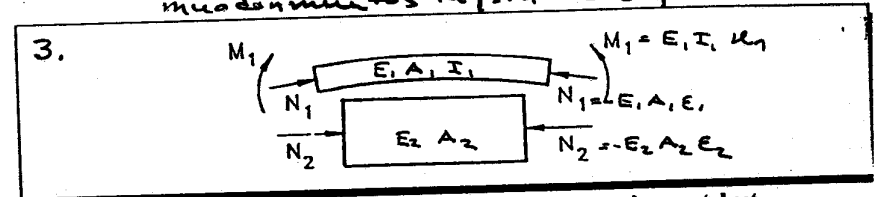
Vaihe 1: Jaetaan rakenne toisistaan irrotettuihin kerroksiin.

Vaihe 2: Lasketaan lämpenemistä aiheutuva vapaa muodonmuutos kussakin kerroksessa (kuva 8.17).



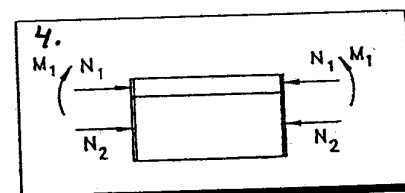
Kuva 8.17 Yksittäisten kerrosten vapaa muodonmuutos

Vaihe 3: Laitetaan kuhunkin kerrokseen vaikuttamaan sellaiset voimat ja momentit, jotka kumoavat vapaat muodonmuutokset (kuva 8.18).
muodonmuutos täysin estetty

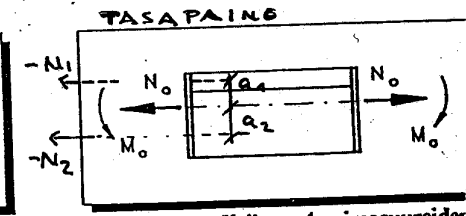


Kuva 8.18 Voimat ja momentit, jotka kumoavat vapaat muodonmuutokset

Vaihe 4: Kiinnitetään kerrokset liittorakenteeseen (kuva 3.3.5)



Kuva 8.19 Osien kiinnitys toisiinsa



Kuva 8.20 Vaiheen 4 voimasuureiden vastavoimat

Vaihe 5: Lasketaan liittorakennepoikkileikkauksen painopisteen suhteen vastakkais merkkiset voimasuureet N_0 ja M_0 , jotka kumoavat voimasuureet N_1, N_2 ja M_1 . Jännitykset voimasuureista N_0 ja M_0 saadaan kaavoista 4.1.6 ja 4.1.9.

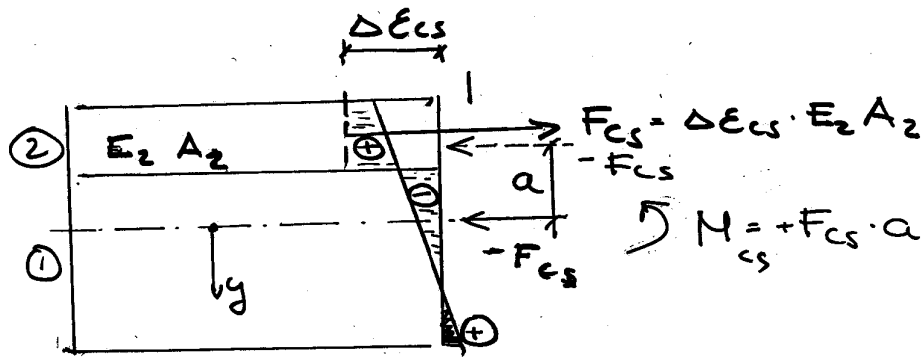
Poikkileikkauksen jännitysjakautuma saadaan laskemalla yhteen vaiheista 3 ja saadut jännitykset.

liittorak. painop.

$$N_0 = -(N_1 + N_2)$$

$$M_0 = -M_1 - N_1 \cdot a_1 + N_2 \cdot a_2$$

KUTISTUMAERO



$$\textcircled{1} \quad \sigma_c = -\frac{F_{cs}}{A} + \frac{F_{cs} \cdot a \cdot y}{I}$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma_c = +\frac{F_{cs}}{A_2} + \frac{E_2}{E} \left(-\frac{F_{cs}}{A} + \frac{F_{cs} \cdot a \cdot y}{I} \right)$$

• kutistumaero $\Delta \epsilon_{cs}$ kehittyy ajan mukana vähitellen

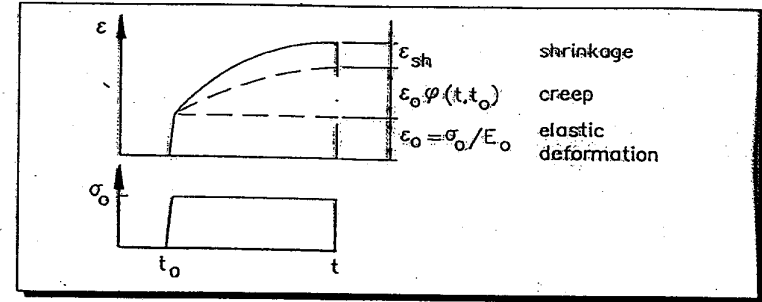
Syntyneisiin jännityksiin vaikuttaa viruma. Muodonmuutzeroon vaikuttaa myös relaksaatio

⇒ pieneennyskerroin $\frac{1}{1 + \chi \varphi} \quad \chi = 0,8$

$$k = \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi} \quad \varphi = \text{virumaluku}$$

$\varphi = 0,7 \quad k = 0,47$

Edellä kuvattu betonin pitkäaikaisen muodonmuutosten kasvu ajan mukana, on esitetty kuvassa 3.3.1.



Kuva 3.3.1. Periaatteellinen esitys raudoittamattoman betonin muodonmuutoksesta vakiojännityksestä σ .

Kuitenkin monissa käytännön tapauksissa puristusjännitys vaihtelee ajan mukana. Trost, [4], on osoittanut, että tapauksissa, joissa jännitysten muutos on tapahtunut kutistumasta ja virumasta aiheutuvan jännitysten uudelleen jakautumisen seurauksena, jännityksen muutoksesta $\Delta \sigma$ aiheutuva muodonmuutos saadaan käyttämällä betonin kimmokerroina arvoa

$$E'' = \frac{E_0}{1 + \chi \phi(t, t_0)} \quad (3.3.5)$$

missä ρ on niin sanottu "ikäntymiskerroin". Useissa käytännön tapauksissa ikääntymiskertoimelle voidaan käyttää arvoa $\chi = 0,8$.

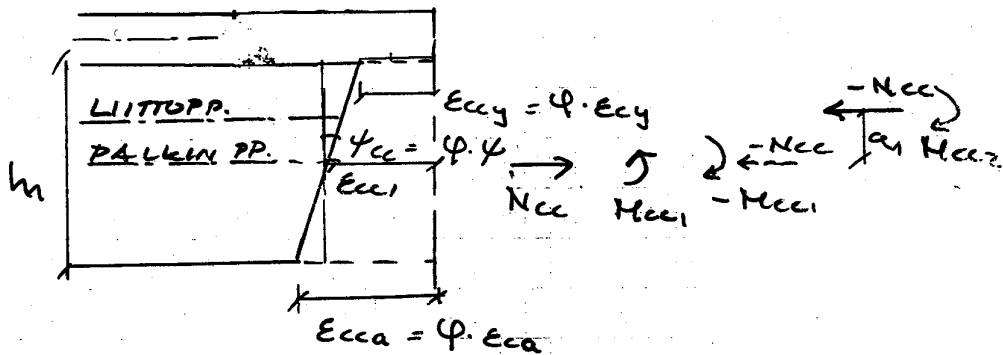
Yhteenveto:

$E_0 = E_{28}$ käytetään lyhytaikaiselle kuormitukselle; ainoastaan hyvin varhaisessa vaiheessa tapahtuvalle kuormitukselle (esijännitys) voidaan kimmokerrointa pienentää.

$E_0 / (1 + \phi(t_0, t))$ käytetään jännityksille, jotka pysyvät vakiona kuormituksen alkuehetkestä (t_0) alkaen.

$E_0 / (1 + \chi \phi(t, t_0))$ käytetään jännityksen muutoksille, jotka kehittyvät ajanhetkestä (t_0) alkaen jännitysten uudelleen jakautumisen seurauksena.

VIRUMAERO



ELEMENTIN KIMMOINEN KÄYRISTYMINÄ
 $\psi = \frac{E_{ca} - E_{cy}}{h_1} < 0$ ($E_{ca} < 0, E_{cy} < 0$)

VIRUMAN AIHEUTTAMA KÄYRISTYMINEN LISÄYS
 $\psi_{cc} = \frac{\phi \cdot E_{ca} - \phi \cdot E_{cy}}{h_1} = \phi \frac{E_{ca} - E_{cy}}{h_1} = \phi \cdot \psi < 0$

ELEMENTIN KÄYRISTYMINÄ KUHOetaan AIHEUTTAMALLA ELEMENTIN MOMENTTI

$$M_{cc1} = -\psi_{cc} \cdot E_1^* I_1 > 0 \quad E_1^* = \begin{cases} k \cdot E_1 & k = \frac{1-\phi}{\phi} \\ \frac{E_1}{1+\chi\phi} \end{cases}$$

TASAPAINON SÄILYTTÄMISEKSI AIHEUTETAAN LITTORAKENTEeseen MOMENTTI

$$-M_{cc2} = \psi_{cc} E_1^* I_1 < 0$$

MUODONMUUTOS PALKIN PP-AKSELILLA

$$E_{cc} = \phi \cdot E_{cc} < 0$$

E_{cc} IN VAIKUTUS KÄSITE LLÄÄN KUTEN KUTSUMAERO

E_{cc} ON VÄLLO KOKO PALKIN KOKOISUUS

KUHOetaan E_{cc} AIHEUTTAMALLA ELEMENTIN PAINOPISTEeseen VETOVOIMA

$$N_{cc} = -E_{cc} \cdot E_1^* A, \quad E_1^* = \begin{cases} k \cdot E_1 & k = \frac{1-\phi}{\phi} \\ \frac{E_1}{1+\chi\phi} \end{cases}$$

TASAPAINON SÄILYTTÄMISEKSI AIHEUTETAAN LITTORAKENTEeseen ELEMENTIN PAINOPISTEEN LOHDALLE PURISTAVA VOIMA

$$-N_{cc} = E_{cc} \cdot E_1^* A,$$

SIIRRETÄÄN PURISTUSVOIMA LITTORAKENTEEN PAINOPISTEeseen JA KORVATAAN SIIRTO MOMENTILLA

$$M_{cc} = -N_{cc} \cdot a_2 < 0$$

LITTORAKENTEeseen VAIKUTTAVAT VOIMASUUREET

PURISTUS	$-N_{cc} = E_{cc} \cdot E_1^* A$
NEGATIIV.	$\sum M_{cc} = M_{cc2} + M_{cc1} = E_{cc} \cdot E_1^* A \cdot a_2 + \psi_{cc} E_1^* I_1$

ELEMENTIN VALUUTUUT VOIMA- LUUREET

$$\text{VETO } M_{cc} = -E_{cc} E^2 A, \Rightarrow Z = -E_{cc} E^2 \tau_0$$

$$M_{cc1} = \gamma_{cc} E^2 I, \Rightarrow Z = \frac{M_{cc1}}{\omega_1}$$

JÄÄNNÄYTYKSET

ELEMENTIN ALUEEN LITTEÄNTÄYSSÄ
VALUUTUUT VOIMASUUREET +
ELEMENTIN VALUUTUUT:

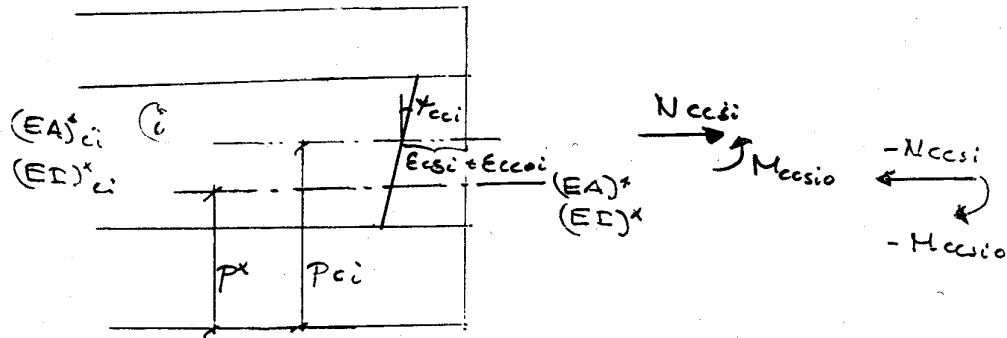
ELEMENTIT

$$Z_c = -\frac{M_{cc}}{A_c} - \frac{\sum M_{cc}}{\omega_c} + \frac{M_{cc}}{A_c} + \frac{M_{cc1}}{\omega_1}$$

JÄÄNNÄYTYKSET

$$Z_c = \frac{E}{G} \cdot \left(-\frac{M_{cc}}{A_c} - \frac{\sum M_{cc}}{\omega_c} \right)$$

KUTISTUMA JA VIRUMAERO



OSASTA ① ALHEUTUMI...

- OSASSA ① KUTISTUMA JA VIRUMA MUODONMUUTOS PAINOP. Käyristymä

$\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}$ but. viruma
 ψ_{cc_i}

- ESTETÄÄN OSAN ① MUODONMUUTOKSET
- ⇒ PAKKOVOIMAT, JOLTA KUMOAVAT MUODONMUUTOKSET $\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}, \psi_{cc_i}$

$$\begin{aligned}
 N_{ccsi} &= -(\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) (EA)_{ci}^* \\
 M_{ccsio} &= -\psi_{cc_i} (EI)_{ci}^*
 \end{aligned}$$

Betonin pl.-arvot

- LITTORAKENTEESSEN VALKUTTAUAT VASTAVOIMAT LITTORAKENTEEN PAINOPISTEESSÄ

$$\begin{aligned}
 -N_{ccsi} &= (\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) (EA)_{ci}^* \\
 -M_{ccsi} &= M_{ccsio} - N_{ccsi} (p^x - p_{ci}) \\
 &= \psi_{cc_i} (EI)_{ci}^* + (\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) (EA)_{ci}^* (p^x - p_{ci})
 \end{aligned}$$

- LITTORAKENTEEN MUODONMUUTOKSET
- $-N_{ccsi}$:stä ja $-M_{ccsi}$:stä

$$\begin{aligned}
 \Delta \epsilon_{cs} &= -\frac{N_{ccsi}}{(EA)^*} = (\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) \cdot \frac{(EA)_{ci}^*}{(EA)^*} \\
 \Delta \psi_{ccs} &= -\frac{M_{ccsi}}{(EI)^*} = \psi_{cc_i} \frac{(EI)_{ci}^*}{(EI)^*} + (\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) \frac{(EA)_{ci}^* (p^x - p_{ci})}{(EI)^*}
 \end{aligned}$$

- Betonin muodonmuutokset

kokonaismuodonmuutos

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{ctot} &= \Delta \epsilon_{cs} + \Delta \psi_{ccs} (p^x - y_i) \\
 &= (\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) \left(\frac{(EA)_{ci}^*}{(EA)^*} + \frac{(EA)_{ci}^* (p^x - p_{ci}) (p^x - y_i)}{(EI)^*} \right) \\
 &\quad + \psi_{cc_i} \frac{(EI)_{ci}^*}{(EI)^*} (p^x - y_i)
 \end{aligned}$$

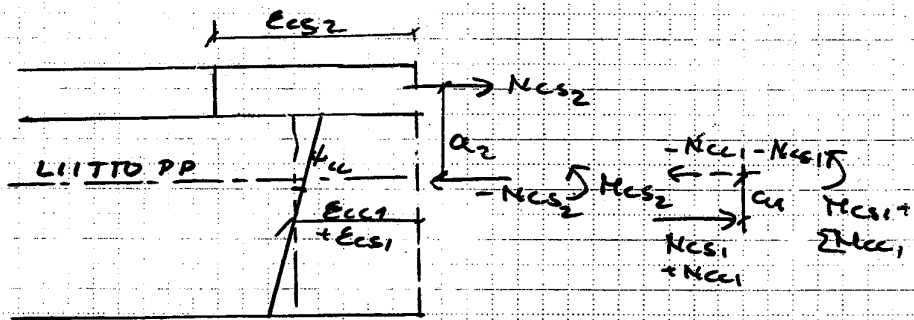
kinnoinen muodonmuutos

OSA ①

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{cci} &= \epsilon_{ctot} + \left(-(\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) + \psi_{cc_i} (p_{ci} - y_i) \right) \\
 &= (\epsilon_{cs_i} + \epsilon_{cs_{ci}}) \left(\frac{(EA)_{ci}^*}{(EA)^*} - 1 + \frac{(EA)_{ci}^* (p^x - p_{ci}) (p^x - y_i)}{(EI)^*} \right) \\
 &\quad + \psi_{cc_i} \left(\frac{(EI)_{ci}^*}{(EI)^*} (p^x - y_i) + (p_{ci} - y_i) \right)
 \end{aligned}$$

MUUALLA:

$$\epsilon_{ccj} = \epsilon_{ctot} = \Delta \epsilon_{cs} + \Delta \psi_{ccs} (p^x - y_j)$$



LIITTORAKENTEESSEN VALKUTAA

$$\left. \begin{aligned} N_{CS} &= N_{CS1} + N_{CS2} \\ M_{CS} &= M_{CS1} + M_{CS2} \end{aligned} \right\} \text{KUTISTUMA}$$

$$\left. \begin{aligned} N_{CC} &= N_{CC1} + (N_{CC2})^{=0} \\ M_{CC} &= \sum M_{CC1} + (M_{CC2})^{=0} \end{aligned} \right\} \text{VIRUMA}$$

$$\Delta E_0 = \frac{(N_{CC} + N_{CS}) A^* - (M_{CC} + M_{CS}) S^*}{A^* I^* - S^* a^2}$$

$$\Delta \psi = \frac{-(N_{CC} + N_{CS}) S^* + (M_{CC} + M_{CS}) I^*}{A^* I^* - S^* a^2}$$

$$A^* = \sum_i E_i^* A_i \quad S^* = \sum_i E_i^* S_i^*$$

$$I^* = \sum_i E_i^* I_i^*$$

MUODONMUUTOKSET JA JÄÄNNITYKSET

$$E_1 = \Delta E_0 + \Delta \psi y_1 + (-E_{CS1} + E_{CS1}) - \psi_{CS1} y_1 \quad \text{PALKKI}$$

$$E_2 = \Delta E_0 + \Delta \psi y_2 + (-E_{CS2}) \quad \text{JÄLETTÄ}$$

USEAMPIA OSIA

- KUSSAKIN OSASSA (i) KUTISTUMA JA VURUMA BET. OSAN PAINOPISTEESSÄ p_{ci}

$$\begin{array}{l} E_{csi} + E_{cco} \\ \text{kest.} \quad \text{vuruma} \\ \psi_{cci} \end{array}$$

ALKUALINEN
MUODONMUUTOS
KÄYRISTYMÄ

- PALKKOVIIVAT, JOTKA KUMOAVAT MUODONMUUTOKSET $E_{csi} + E_{cco}$, ψ_{cci}

$$\begin{array}{l} N_{ccsi} = -(E_{csi} + E_{cco})(EA)_{ci}^* \\ M_{ccsi} = -\psi_{cci}(EI)_{ci}^* \end{array}$$

- LIITTORAKENTEEN PAINOPISTEESSEEN VAIKUTTAVAT PALKKOVIIVIEN VASTA-VOIMAT

$$\begin{array}{l} -\sum N_{ccsi} = \sum [(E_{csi} + E_{cco})(EA)_{ci}^*] \\ -\sum M_{ccsi} = \sum [\psi_{cci}(EI)_{ci}^* + (E_{csi} + E_{cco})(EA)_{ci}^* (p^* - p_{ci})] \end{array}$$

- LIITTORAKENTEEN MUODONMUUTOKSET
- $\sum N_{ccsi}$ istä ja $-\sum M_{ccsi}$ istä:

$$\begin{array}{l} \Delta E_{cs} = -\frac{\sum N_{ccsi}}{(EA)^*} \\ \Delta \psi_{cs} = -\frac{\sum M_{ccsi}}{(EI)^*} \end{array}$$

- Betonin muodonmuutokset

- Kokonaismuodonmuutos

$$E_{ctot} = \Delta E_{cs} + \Delta \psi_{cs} (p^* - y_i)$$

- kimmoinen muodonmuutos

Osa (i)

$$E_{cxi} = E_{ctot} + [-(E_{csi} + E_{cco}) + \psi_{cci}(p_{ci} - y_i)]$$

- Jännitykset

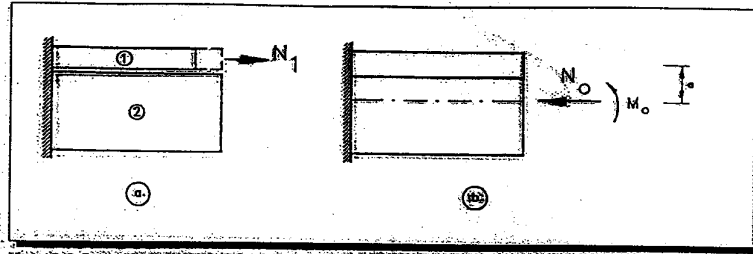
$$z_{ci} = E_{ci} \cdot E_{cxi}$$

Teräsjännitys

Teräksen muodonmuutos

$$\Delta E_s = \Delta E_{cs} + \Delta \psi_{cs} (p^* - y_s)$$

$$\Delta \sigma_s = E_s \Delta E_s = E_s \cdot (\Delta E_{cs} + \Delta \psi_{cs} (p^* - y_s))$$



Kuva 3.3.7 Kutistumaerosta vaikutuksen laskeminen.

Voima N_1 ei vaikuta aivan pintabetonin valuihkeesta lähtien, vaan kehittyy vähitellen ajan mukana, kimmokertoimenä käytetään arvoa $E'' = E_1 / (1 + \phi)$.

Kun pintabetonille $E_1 = 27400 \text{ MN/m}^2$, $\phi = 3,0$ ja $\lambda = 0,8$, saadaan $E'' = 8060 \text{ MN/m}^2$.

Siten

$$N_1 = \Delta \epsilon_{sh} E_1'' A_1 = 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 8060 \cdot 50 \cdot 1200 = 72,5 \cdot 10^3 = 72,5 \text{ kN}$$

$$\text{ja } \sigma_1 = N_1 / A_1 = 1,21 \text{ MN/m}^2.$$

Sens jälkeen kun osat on kiinnitetty toisiinsa (vaihe 4), voima N_1 korvataan samanaarvoisella yhdistetyn poikkileikkauksen painopisteeseen sijaitsevilla voimasysteemillä N_0, M_0 . Koska tasapainon täytyy toteutua, niin lauletaan voimasysteemi N_0, M_0 yhtäsuurella, mutta vastakkaismerkkisellä voimasysteemillä (vaihe 5, kuva 3.3.7).

Momentin M_0 laskemiseksi on tunnettava yhdistetyn poikkileikkauksen painopiste. Ontelolaatan kimmokertoimenä käytetään arvoa

$$E'' = E_2 / (1 + \phi) = 38700 / (1 + 0,82) = 14900 \text{ MN/m}^2.$$

Yhdistetyn poikkileikkauksen painopisteen sijainniksi saadaan $z_0 = 122 \text{ mm}$.

Lasketaan

$$M_0 = -N_0 (z_1 - z_0) = 72,5 \cdot (0,225 - 0,122) = 7,51 \text{ kNm}$$

ja

$$\text{kaava (3.1.2): } (EA)_0 = 2720 \cdot 10^6 \text{ N} = 2720 \text{ MN}$$

$$\text{kaava (3.1.5): } (EI)_0 = 16,69 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 = 16,69 \text{ MNm}^2$$

N_0 :sta aiheutuvat keskimääräiset jännitykset

$$\text{- pintabetoni (kaava 3.1.6)} \quad \sigma_1 = -N_0 E_1'' / (EA)_0 = -0,21 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{- ontelolaatta} \quad \sigma_2 = -N_0 E_2'' / (EA)_0 = -0,39 \text{ N/mm}^2$$

M_0 :sta aiheutuvat jännitykset muuttuvat lineaarisesti poikkileikkauksen korkeussuunnassa (kaava 3.1.9)

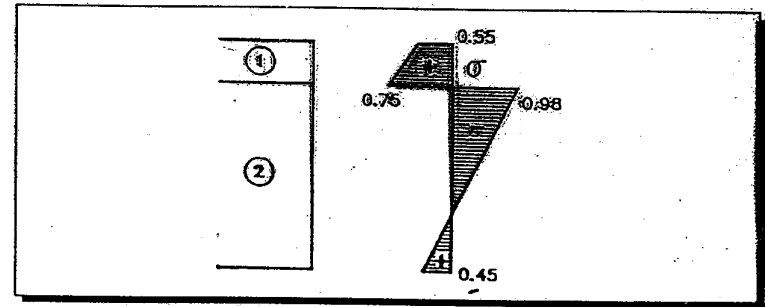
$$\text{- pintabetoni: yläreuna:} \quad \sigma_{11} = E_1'' M_0 y / (EI)_0 = -0,46 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{- pintabetoni: alareuna:} \quad \sigma_{12} = \quad = -0,28 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{- ontelolaatta: yläreuna:} \quad \sigma_{21} = E_2'' M_0 y / (EI)_0 = -0,52 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{- ontelolaatta: alareuna:} \quad \sigma_{22} = \quad = 0,81 \text{ N/mm}^2$$

Kun kuvan 3.3.7 mukaisista kuormitustapauksista (N_1, N_0 ja M_0) aiheutuvat jännitykset lasketaan yhteen, saadaan kuvan 3.3.8 mukainen jännitysjakautuma.



Kuva 3.3.8. Kutistumaerosta aiheutuvat normaalijännitykset

Myös saumassa vaikuttava leikkauksijännitys voidaan laskea:

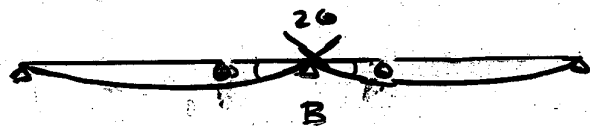
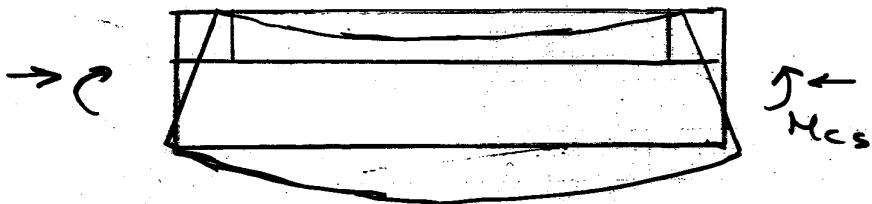
Kun osien välinen yhteensopivuus on palautettu, pintabetonissa vaikuttava voima on (kaavat 3.1.6 ja 3.1.8)

$$N_x = N_1 - N_0 \frac{E_1 A_1}{(EA)_0} - M_0 \frac{(z_1 - z_0) E_1 A_1}{(EI)_0}$$

Kun $A_1 = 60 \cdot 1000 \text{ mm}^2$, $A_2 = 150 \cdot 1000 \text{ mm}^2$, $z_1 - z_0 = 103 \text{ mm}$,
 $E_1 = 8060 \text{ MN/m}^2$, $E_2 = 14900 \text{ MN/m}^2$
 $(EA)_0 = 2720 \text{ MN}$, $(EI)_0 = 16,69 \text{ MNm}^2$, saadaan
 $N_x = 37,2 \text{ kN}$.

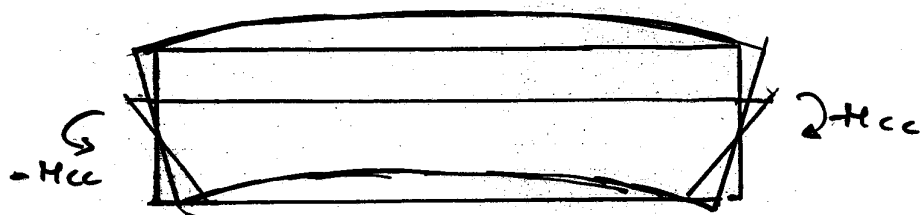
PAKKOMENTIT KUTISTUMA - JA VIRUMAEROISTA

- Pinta betonin kutistuma



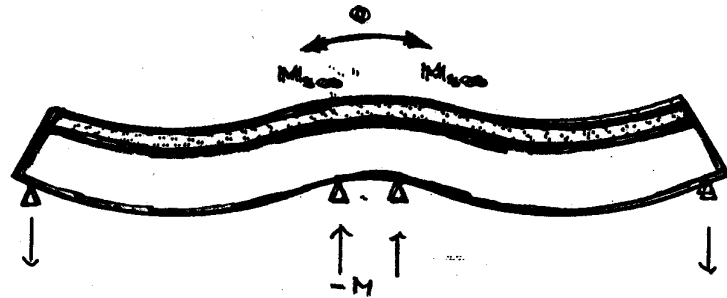
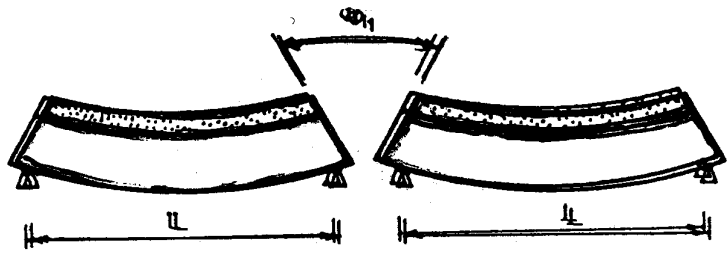
$$M_B = -\frac{3}{2} M_{cs}$$

Elementin viruma



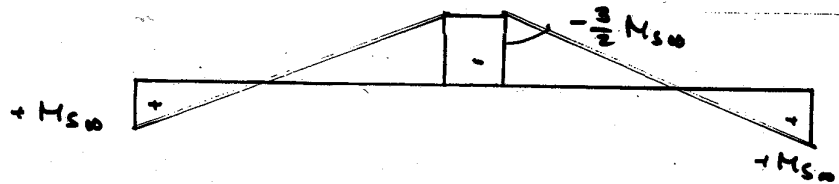
$$M_B = \frac{3}{2} M_{cc}$$

↑ vetoliitos alapinnassa (positiivinen momentti)



Kuva 23. Kutistuma

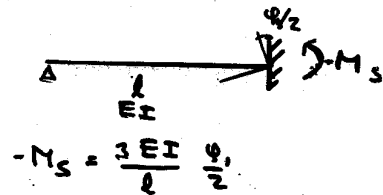
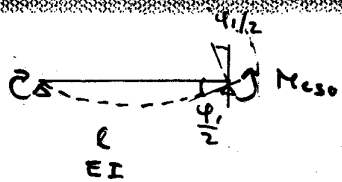
Viruma teräsbetoniपालissa



kutistumaero ΔE_{cs}

Vakiokäyritymä $\gamma_{cs} = \frac{M_{cs0}}{EI} = \frac{M_{cs0} \cdot e}{EI} = \frac{\Delta E_{cs} \cdot E_s A_s e}{EI}$

Tuelle kiertymä $\frac{\phi_1}{2} = \gamma_{cs} \cdot \frac{l}{2} = \frac{M_{cs0} \cdot l}{2EI}$



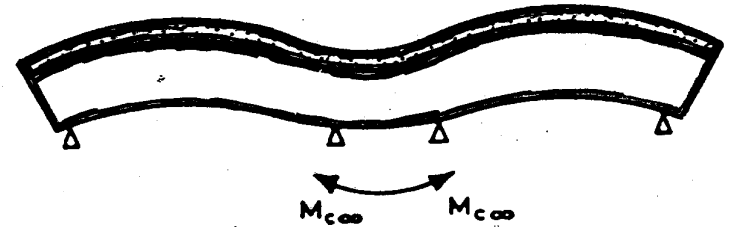
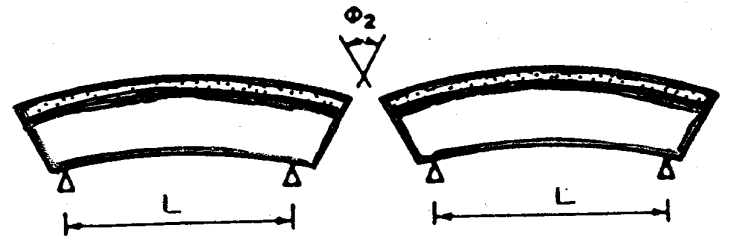
$$-M_s = \frac{3EI}{l} \cdot \frac{\phi_2}{2}$$

$$\Rightarrow M_s = \frac{3EI}{l} \cdot \frac{M_{cs0} \cdot l}{2EI} = \frac{3}{2} M_{cs0} = \frac{3}{2} \Delta E_{cs} E_s A_s e$$

$$M_{cs0} = k \cdot M_s$$

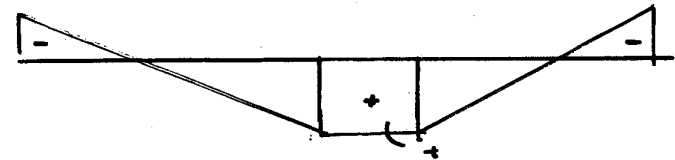
$$k = \frac{1-e^{-4}}{6}$$

↑ \Rightarrow kiertymä luvu-
taan vasta...



Kuva 24. Viruma ja esijäänitys

Viruma jänebetoniपालissa



Virumaero ΔE_{cc}

Käyritymä $\psi = \frac{\Delta E_{cc}}{h_1} = \frac{M_{c00}}{E_s I_s}$

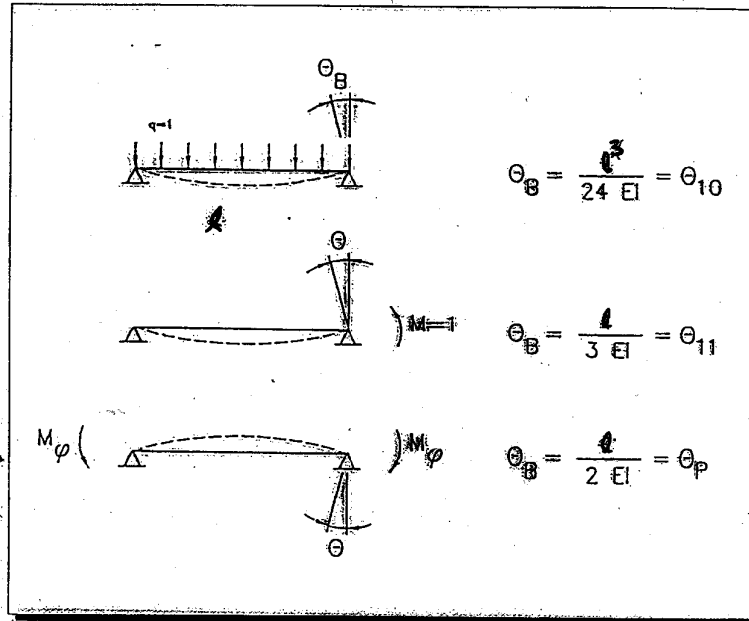
Tuelle kiertymä $\frac{\phi}{2} = -\gamma_{cc} \cdot \frac{l}{2} = \frac{M_{c00} \cdot l}{E_s I_s}$

$$M_{cc} = + \frac{3E_s I_s}{l} \cdot \frac{M_{c00} \cdot l}{2E_s I_s} = \frac{3}{2} M_{c00}$$

$$M_{c00} = k \cdot M_{cc}$$

$$k = \frac{1-e^{-4}}{6}$$

Ennen laattojen välisen liitoksen umpeaivalua laattaan vaikuttaa kolme eri kuormitusta: laatan oma paino g_1 , tuoreen pintabetonia paino g_2 sekä esijännityksestä aiheutuva momentti $M_p = P \cdot e$, mikä aiheutuu (suorien) jännitteen epäkokeisuudesta e. Kuvassa 3.3.12 on esitetty eri kuormituksista aiheutuva laatan pään kulmakiertymä θ_B .



Kuva 3.3.12: Kuormituksista aiheutuva laatan pään kulmakiertymä välituella

Liitosvalun seurauksena rakenteen staattinen systeemi on muuttunut kahdesta erillisestä staattisesti määräystä kaksitukisesta rakenteesta yhdeksi jatkuvaaksi rakenteeksi. Ennen staattisen systeemin muuttumista (yhteenliittäminen) vaikuttaneista kuormista aiheutuneet voimasuuret jakautuvat viruman seurauksena uudelleen. Yhteenliittämisen jälkeen tulevista kuormista syntyviä voimasuureita ei uudelleen jakautuminen muuta, ja niitä voidaan käsitellä aivan kuin rakenne olisi alusta pitäen ollut staattisesti määräämätön.

Voimasuureiden uudelleen jakautuminen voidaan laskea seuraavasti:

Kuormat g_1 ja g_2 sekä esijännitysmomentti $M_p = P \cdot e$ vaikuttavat jo ennen staattisen systeemin muuttumista. Välituen tukimomentti $M_B = 0$ yhteenliittämisen hetkellä $t=0$ ja kehittyy vähitellen ajan t mukana.

Kuormista g_1 ja g_2 staattisesti määrättyssä tilanteessa aiheutuu laatan päähän B kulmakiertymä

$$\theta_B(t=0) = (g_1 + g_2) \theta_{10} - M_p \theta_p \quad (3.3.8)$$

Jos laattoja ei kytkettäisi yhteen, kulmakiertymä kasvaisi viruman seurauksena. Kun kimmokertoimen E tilalla käytetään arvoa $E/(1+\phi)$, kulmakiertymä hetkellä t olisi

$$\theta_B(t) = (g_1 + g_2) \theta_{10} (1 + \phi) - M_p \theta_p (1 + \phi) \quad (3.3.9)$$

Kulmakiertymän kasvu aikavälillä $t=0$ ja t saadaan lausekkeiden 3.3.8 ja 3.3.9 erotuksesta, jolloin saadaan

$$\Delta \theta_{B,1}(t) = (g_1 + g_2) \theta_{10} - M_p \theta_p \phi \quad (3.3.10)$$

Yhteenliittämisen seurauksena tukimomentti M_B välituella kehittyy ajan mukana arvosta 0 hetkellä $t=0$ arvoon $M_B(t)$ hetkeen t mennessä. Koska tukimomentti kehittyy vähitellen ajan mukana, käytetään kimmokertoimelle arvoa $E/(1+\rho\phi)$. Kulmakiertymä momentista $M_B(t)$ on siten

$$\Delta \theta_{B,2}(t) = -M_B(t) \theta_{11} + (1 + \rho \phi) \quad (3.3.11)$$

Koska laatat on liitetty yhteen hetkellä $t=0$, ei kiertymän muutos tuella ole mahdollista yhteenliittämisen jälkeen, joten on oltava

$$\Delta \theta_{B,1}(t) + \Delta \theta_{B,2}(t) = 0 \quad (3.3.12)$$

Sijoittamalla lausekkeet 3.3.10 ja 3.3.11 lausekkeeseen 3.3.12 saadaan tulokseksi

$$M_B(t) = (g_1 + g_2) \cdot \frac{\theta_{10}}{\theta_{11}} \cdot \frac{\phi}{1 + \rho \phi} - M_p \cdot \frac{\theta_p}{\theta_{11}} \cdot \frac{\phi}{1 + \rho \phi} \quad (3.3.13)$$

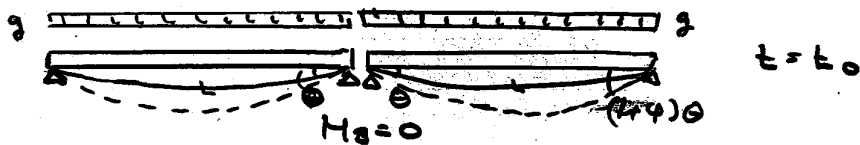
Termi $(g_1 + g_2) \theta_{10}/\theta_{11}$ vastaa täsmälleen tukimomenttia, joka syntyy kuormasta $g_1 + g_2$ rakenteeseen, joka on jatkuva alusta alkaen, ja $\theta_p/\theta_{11} = 3/2$, lauseke 3.3.13 sievenee muotoon

$$M_B(t) = (M_{B,g_1+g_2}^{(n)} - \frac{3}{2} M_p) \frac{\phi}{1 + \rho \phi} \quad (3.3.14)$$

missä $M_{B,g_1+g_2}^{(n)}$ on momentti välituella B, jos kuorma $g_1 + g_2$ vaikuttaisi jatkuvaan (monoliittiseen) rakenteeseen.

KUORMITETTUJEN ELEMENTTIEN YHTEENLIITTÄMINEN

- Elementtiin vaikuttaa
 - elementin paino
 - pintabetonin paino } g
 - (- esijännitysmomentti)



- Elementit käyristyvät alaspäin
- käyristymä kasvaa viruman mukana

Elementit liitetään yhteen $t = t_1$



- viruman seurauksena elementit pyrkivät edelleen käyristymään alaspäin
- ⇒ tuelle pyrkii syntyään kiertymäeroa
- ⇒ tuelle syntyy pakkomomentti M_{Bt} , joka eliminoi kiertymäeron

$$M_{Bt} = M_{B0} \frac{\phi}{1 + \chi \phi}$$

3.3.14

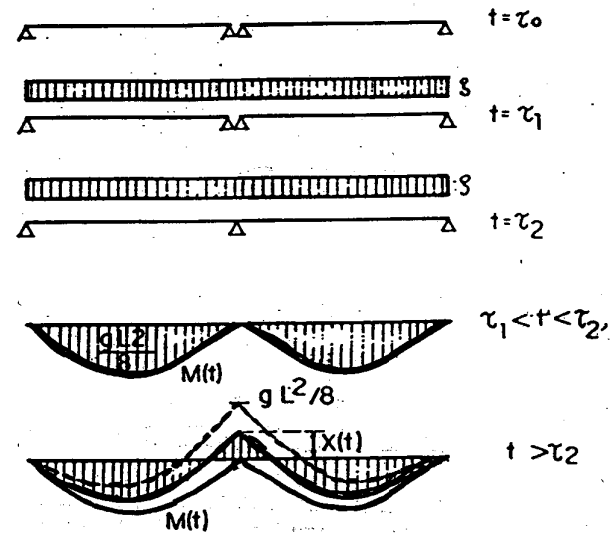


Fig. 7

$$M(t) = -\frac{gL^2}{8} \left(1 - \frac{r(t, t_0)}{E_c(t_0)}\right)$$

$$t_0 = 14 \text{ vrk} \quad \psi_{ft} = 2.0 \quad h_0 = 200 \text{ mm}$$

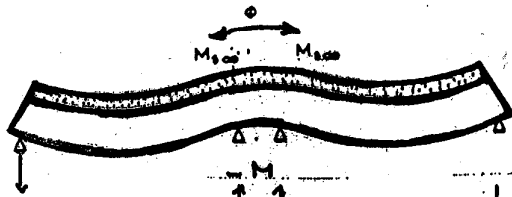
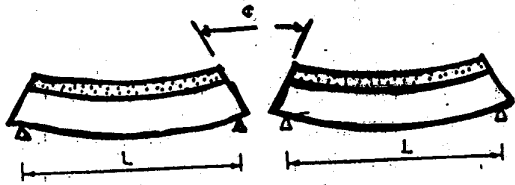
$$1 - \frac{r(t, t_0)}{E_c(t_0)} = 0.89 \quad M(t) = -\frac{gL^2}{8} \cdot 0.89$$

$$t_0 = 90 \text{ vrk} \quad 1 - \frac{r(t, t_0)}{E_c(t_0)} = 0.79$$

$$M(t) = -\frac{gL^2}{8} \cdot 0.79$$

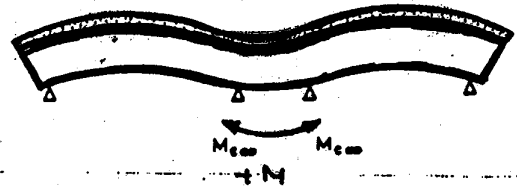
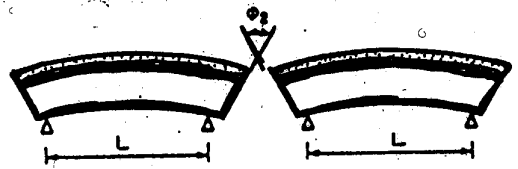
$$t_0 = 7 \text{ vrk} \quad 1 - \frac{r(t, t_0)}{E_c(t_0)} = 1 - \frac{0.081}{0.07} = 0.91$$

$$M_t = -\frac{gL^2}{8} \cdot 0.91$$



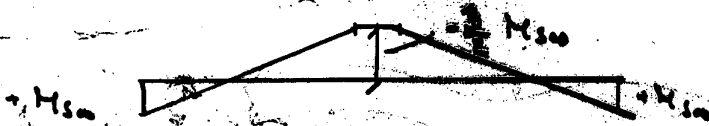
Kuva 23. Kutistuma

KUTISTUMA
VIRUMA TB-PALKKI



Kuva 24. Viruma ja esijännitys

VIRUMA
JÄNNITETTY
TB-PALKKI

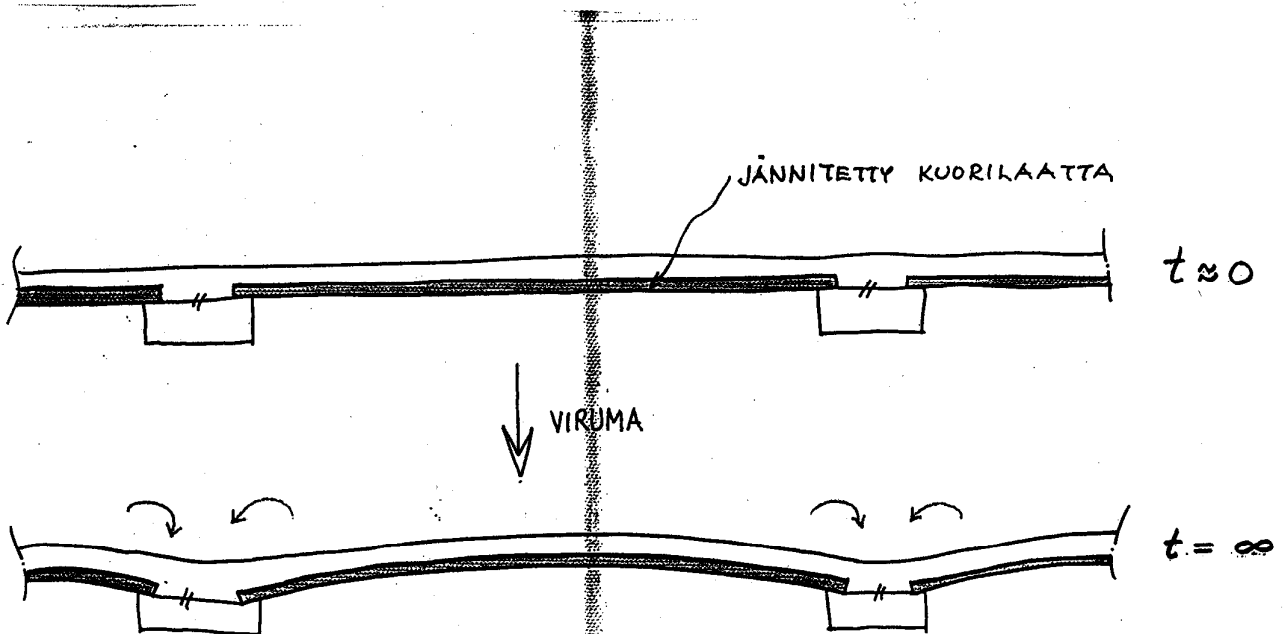


$$M_{cs0} = N_{cs} \cdot e = \Delta \sigma_{cs} \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot e$$

$$M_{cs0} = -\frac{3}{2} M_{cs0} \cdot k$$

$$M_{cs0} = 3 \cdot E_2 I_2 \cdot \frac{\phi_2}{2} \cdot \frac{1}{e} \cdot k$$

$$k = \frac{1 - e^{-4}}{4}$$



JÄNNITETTY KUORILAATTA

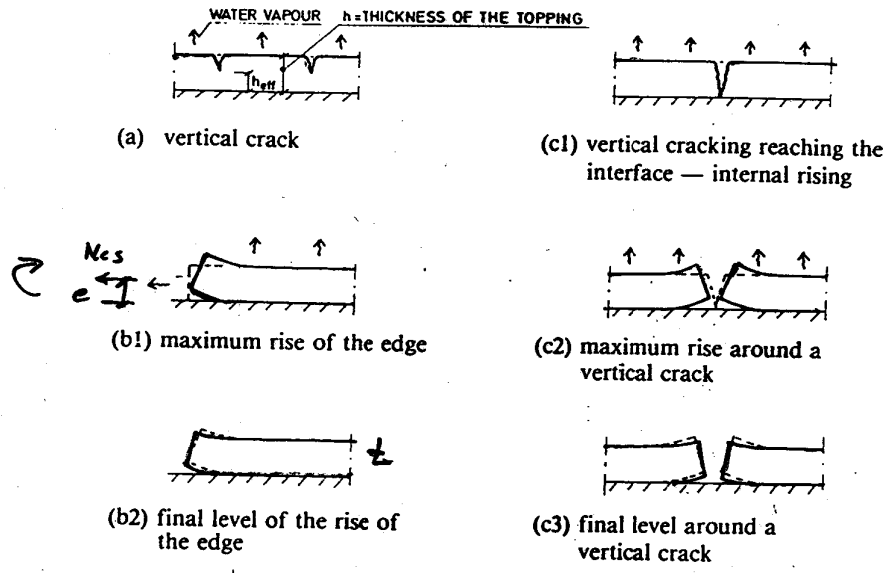
$t \approx 0$

VIRUMA

$t = \infty$

KUN AUTOPAIKAT TÄYNNÄ \dot{a} 15 kN/AUTO $\Rightarrow q = 1.25 \text{ kN/m}^2$

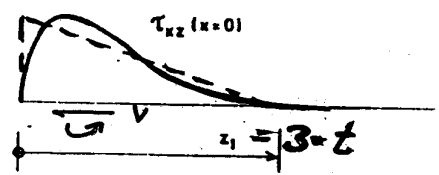
SUUNNITTELU $q = 2.5 \dots 5.0 \text{ kN/m}^2$



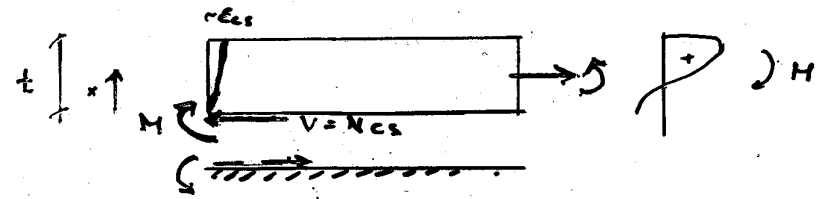
Kuva 15

$$\frac{2 \cdot t \cdot N_{cs}}{3 \cdot t \cdot b} = \tau_{max}$$

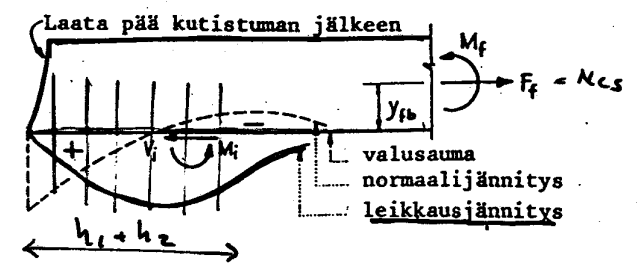
$$c = \frac{1 - e^{-\psi}}{\psi}$$



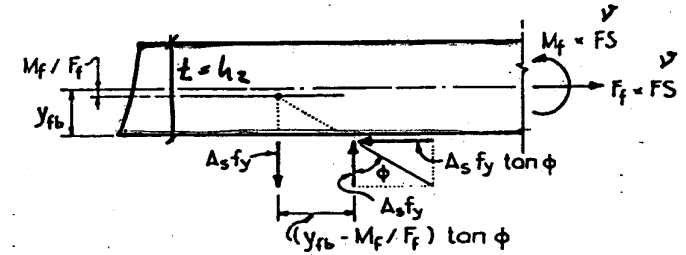
Kuva 16: Leikkausjännityksen suoraviivainen approksimoi



$$M = N_{cs} \cdot \frac{t}{2} - M_2$$



(a) voimat ja momentit rakenteen päässä



(b) voimien sijoittelu rakenteen päähän raudituksen laskemiseksi

Kuva 17: Valusaumassa vaikuttavat voimat ja momentit.

$$M = N_{cs} \cdot \frac{h_2}{2} - M_2$$

$$1) A_s = \frac{\gamma \cdot N_{cs}}{f_{yd} \cdot \tan \phi}$$

$\gamma = 1.6$ / $\tan \phi = 0.6$ sileä / 1.0 teräks

$$2) A_s = \frac{M}{z}$$

$z = \begin{cases} 1.5 \cdot h_1 & \text{elem. kokee} \\ 1.5 \cdot h_2 & \text{palkiv. korkea} \end{cases}$

$$3) A_s = \frac{\gamma \cdot N_{cs} - \beta_2 A_{sauma} \cdot f_{ctd}}{\beta_1 \cdot f_{yd}}$$

FIP

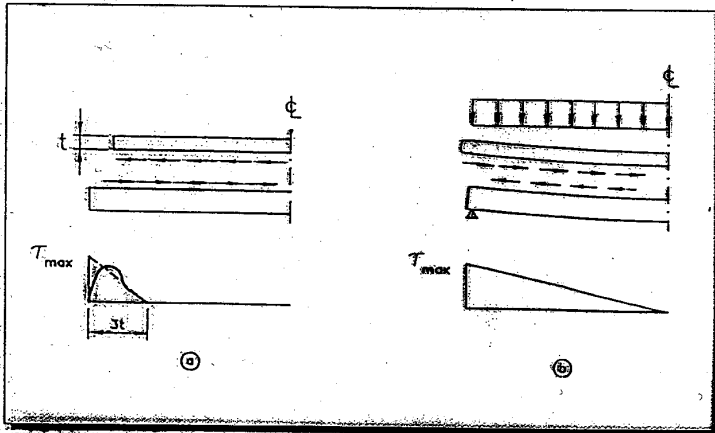
CTyösauman laava: $V_u = \beta_2 \cdot f_{ctd} \cdot A_{sauma} + \beta_1 \cdot A_s \cdot f_{yd} \geq \gamma \cdot N_{cs}$

$$A_{sauma} = \begin{cases} 3 \cdot h_1 \cdot b \\ 3 \cdot h_2 \cdot b \end{cases}$$

Jotta edellä laskettu voimien uudelleen jakautuminen voisi tapahtua, on ontelolaatan ja pintabetonin välisen sauman leikkauskestävyyden oltava riittävä. Kuvassa 3.3.9 on verrattu kahta äänitapausta. Kuvassa 3.3.9.a on tapaus, jossa rakenteeseen vaikuttaa ainoastaan kutistumaero. Suurin leikkausjännitys, joka on tarpeen yhteensopivuuden palauttamiseksi laatan ja pintabetonin välille, esiintyy rakenteen päässä. Leikkausjännitysjakautuma saumassa riippuu olennaisesti sauman leikkausjäykkyyden ja pintabetonin aksiaalisen jäykkyyden suhteesta. Varmalla puolella oleva otaksuma leikkausjännitysjakautumalle voidaan tehdä olettamalla leikkausjännitysten jakautuvan kolmiomaisesti matkalle, jonka pituus on kolme kertaa pintabetonin paksuus, väite 1. Suurin leikkausjännitys on siten

$$\tau_{\max} = \frac{2 N_t}{3 t b} \quad (3.3.6)$$

Kuvan 3.3.9. b tapauksessa rakenteeseen vaikuttaa ainoastaan tasainen kuorma. Myös tässä tapauksessa suurin leikkausjännitys esiintyy rakenteen päässä, mutta jännitys on vastakkaismerkkistä kuin tapauksessa a. Määrämitta-arvo sauman leikkausjännitykselle ei siten saada laskemalla yhteen jännitykset molemmista tapauksista, vaan käsittelemällä niitä erikseen.



Kuva 3.3.9. a. Otaksuma sauman leikkausjännitysjakautuma kahden välisestä kutistumaerosta
b. Sauman leikkausjännitysjakautuma tasaisesta kuormasta

Esimerkin tapaus vastaa kuvan 3.3.9.a tapausa. Suurin leikkausjännitys on siten

$$\tau_{\max} = \frac{2 \cdot N_t}{3 \cdot b \cdot t} = \frac{237200}{3 \cdot 50 \cdot 1200} = 0,941 \text{ N/mm}^2$$

Jos laatan pinta on riittävän karhea, ei leikkausraudoitus ole tarpeen, mikäli leikkausjännitys ei ylitä arvoa $\tau_d = 0,4 f_{ctd}$.

Betonin K 30-2 vetolujuuden laskenta-arvo on $f_{ctd} = f_{ct} / \gamma_c = 1,93 \text{ N/mm}^2 / 1,5 = 1,29 \text{ N/mm}^2$, joten $\tau_d = 0,4 \cdot 1,29 = 0,52 \text{ N/mm}^2$. Tässä tapauksessa saumassa ei tarvita leikkausraudoitusta.

Jos leikkauskapasiteetti saumassa ylitetään, niin saumassa tarvitaan leikkausraudoitusta. Kaavasta 3.2.4 seuraa, että leikkausraudoituksen määrän tulisi olla

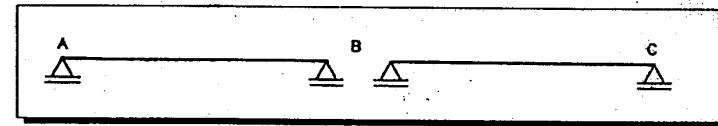
$$A_s \geq \frac{N_t - c f_{ctd} A_t}{f_{yd} \tan \phi} \quad (3.3.7)$$

missä A_t on osien välisen sauman pinta-ala ja koheesio c sekä kitakerroin $\tan \phi$ saadaan taulukosta 3.2.1.

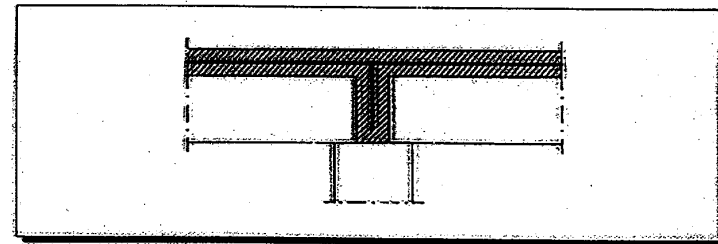
3.3.4 Voimien uudelleen jakautuminen yhdistettäessä staattisesti määrättyjä rakenteita staattisesti määräämättömiin rakenteisiin

Jos rakeneosien yhteenliittäminen tapahtuu rakennuspaikalla, niin rakenteen staattinen systeemi vaihtuu staattisesti määrätystä staattisesti määräämättömäksi. Välittömästi yhteenliittämisen jälkeen taivutusmomentti liitoksessa on nolla. Kuitenkin taivutusmomentti kasvaa liitoksessa vinumasta aiheutuvan voimien uudelleenjakautumisen seurauksena, vaikka rakenteeseen ei tulisiakaan lisäkuormia.

Kuva 3.3.10 esittää tapausa, jossa kaksi esivalmisteista ontelolaattaa on kytketty yhteen laattojen asentamisen jälkeen. Yhteenliittäminen on aikaansaatu kuvan 3.3.11 mukaisesti pintabetonilla ja laattojen päiden väliin valetulla saumabetonilla.



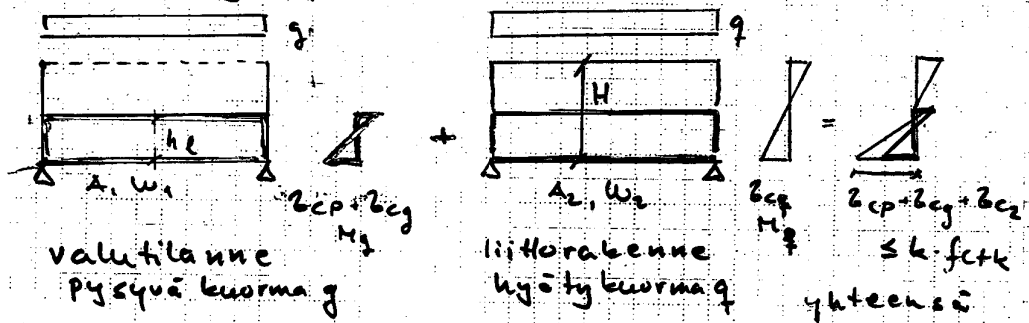
Kuva 3.3.10. Kahden esivalmisteisen laatan kytkeminen yhteen



Kuva 3.3.11. Liitosdetaili

Jännitykset ja taipumat liitorakenteessa

kertymäperiaate



valutilanne
pysyvä kuorma q

liitorakenne
kyöty kuorma q

yhteensä

loppujännitys ei saa ylittää sallittua veto-
jännitystä tai vetolujuutta

$$\sigma_{cp} + \sigma_{cg} = -\frac{P}{A_1} - \frac{P \cdot e_p}{W_1} = \frac{M_g}{W_1}$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_g}{W_2}$$

$$\sigma_c = \sigma_{cp} + \sigma_{cg} + \sigma_{cg} = k \cdot f_{ctk}$$

$$\Rightarrow \sigma_c = -\frac{P}{A_1} - \frac{P e_p}{W_1} + \frac{M_g}{W_1} + \frac{M_g}{W_2} \leq k \cdot f_{ctk}$$

$$\sigma_{cg} = k \cdot f_{ctk} - (\sigma_{cp} + \sigma_{cg})$$

$$M_g = \sigma_{cg} W_2 = k \cdot f_{ctk} W_2 - (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) W_2$$

kokonaismomentti $M_k = M_g + M_q$

$$M_k = M_g + k \cdot f_{ctk} W_2 + \left(\frac{P}{A} + \frac{P e_p}{W_1} \right) W_2 - \frac{M_g}{W_1} W_2$$

$$\Rightarrow M_k = k \cdot f_{ctk} W_2 + \left(\frac{P}{A} + \frac{P e_p}{W_1} \right) W_2 - \frac{M_g}{W_1} \left(1 - \frac{W_2}{W_1} \right)$$

\Rightarrow Elementin jännitykset ennen liitto-
vaikutusta vaikuttavat lopputilanteessa
liitorakenteen sallittuun kuormaan.

Työn aikaisella tuennalla voidaan
vaikuttaa elementin ja paikallavah-
vaimen rasitukseen (σ_{cg}) eli
termiin $M_g \left(1 - \frac{W_2}{W_1} \right)$

Jos ei tuentaa $\Rightarrow \sigma_{cg} = \frac{M_g}{W_1} > 0$

\Rightarrow lopputilan halkeilukapasiteetti
pienenee

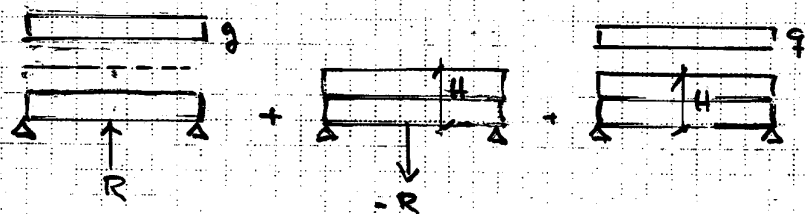
\Rightarrow lopputilan taipuma kasvaa

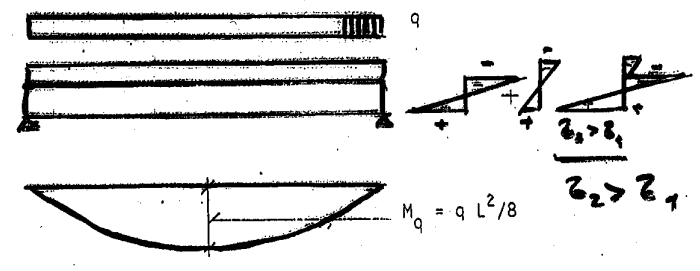
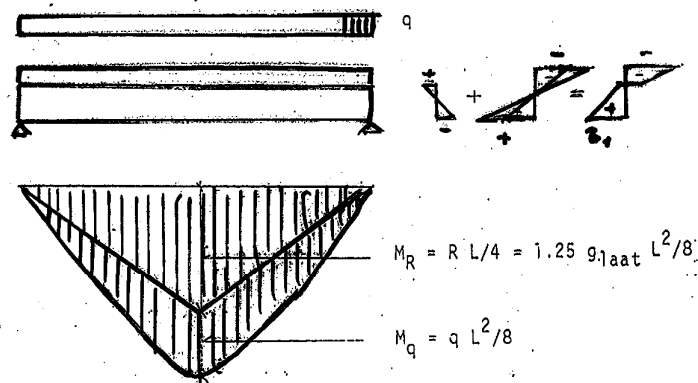
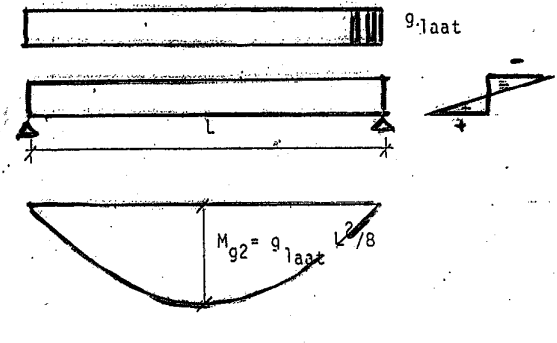
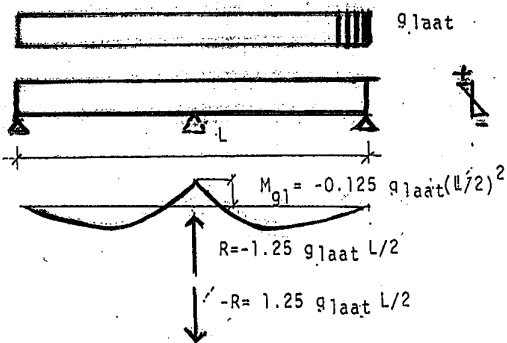
Jos tuenta $\Rightarrow \sigma_{cg} \leq 0$

\Rightarrow lopputilan halkeilukapasiteetti
kasvaa

\Rightarrow lopputilan taipuma pienenee

Työn aikaisella tuennalla siirretään
elementille vahvaikeessa tulevat
kuormat (q, M_g) jäykemmän liitto-
rakenteen kannettavaksi.

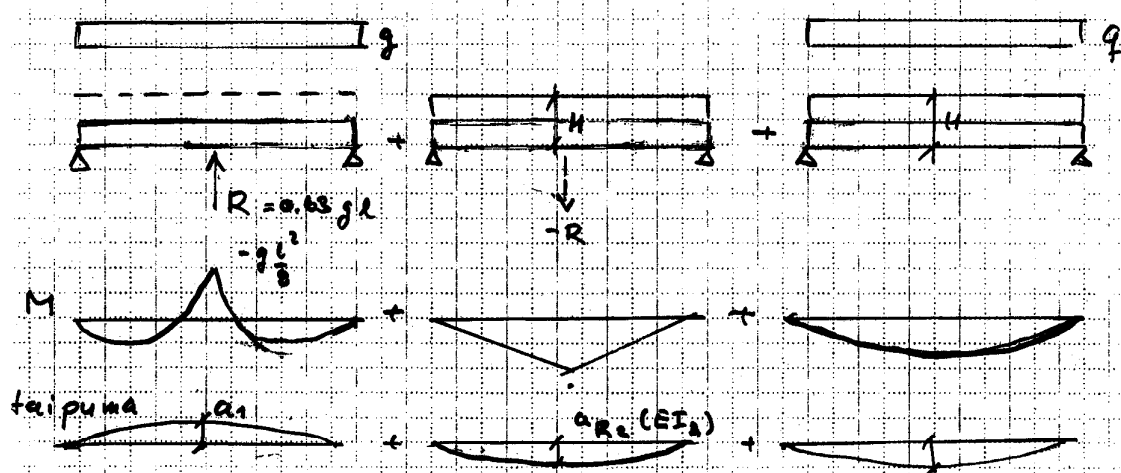




Kokonaismomentti $M = M_{g1} + M_R + M_q = (g_{1aat} + q) L^2/8$

Kokonaismomentti $M = M_{g2} + M_q = (g_{1aat} + q) L^2/8$

Kuva 36. Työnaikaisen tuen vaikutus liittorakenteen jännityksiin



$a_1 = a_p + a_q + a_{R_1}(EI_1)$
 esijännitys < 0
 elem. positiiv. > 0
 tukien pos. < 0

$a_{tot} = a_p + a_q + a_{R_1}(EI_1) + a_{R_2}(EI_2) + a_q$

$a_1 = \text{esikorotus} = \frac{L}{1500} \dots \frac{L}{1000}$
 elementi EI_1 liittorakenne EI_2

$EI_2 > EI_1 \Rightarrow a_{R_2}(EI_2) < a_{R_1}(EI_1)$

Aseennus- ja valuvaihe

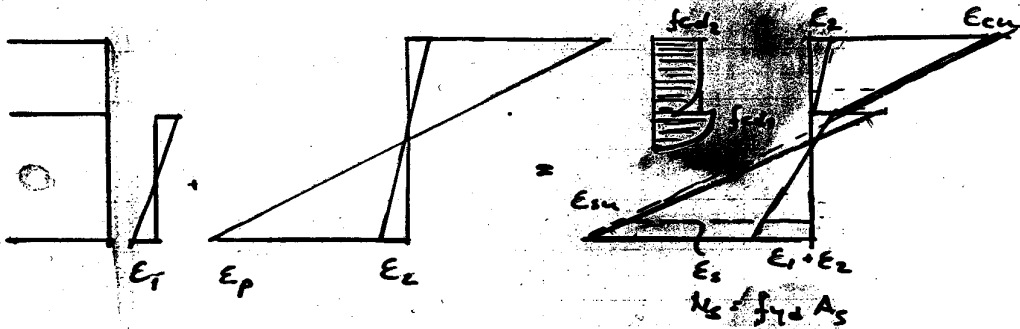
Tukien poisto

kun $a > 0 \Rightarrow b_c < 0$

MURTOTILA

Rakenne oletetaan plastisoituneeksi

⇒ kokonaismuodonmuutosten ero sauman molemmin puolin tasoitun



⇒ voidaan käyttää lineaarista jakaantunaa

kokonaismuodonmuutokselle

○ voidaan käyttää plastista jännitysjakaantunaa

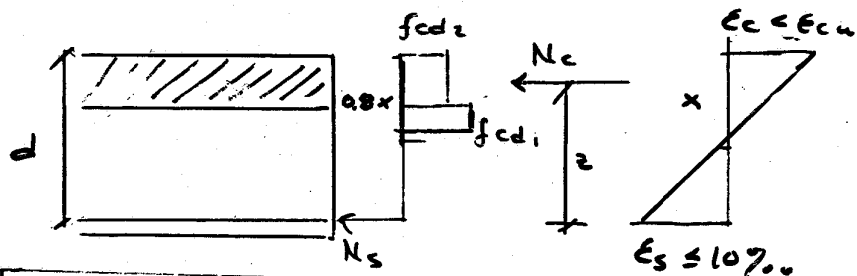
LIITTORAKENNE VOIDAAN MURTOTILASSA
MITOITAA KOKO KUORALLE JA
LIITTORAKENNEPOLKKEILEIKKAUSLLE

⇒ TYÖSAUMA MITOITETAAN KOKO
LEIKKAUSVOIMALLE $V_d = V_{d1} + V_{d2}$

$$V_d \cdot (V_{d1} + V_{d2})$$

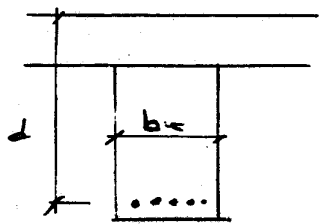
MITOITUS MURTOTILASSA

- kutistuma ja vaurioeroja ei oteta huomioon
- Mitoitetaan kuten monoliittinen rakenne:
 - kapasiteetti tarkistetaan koko kuormalle
 - koko liittopoikkileikkaus ja koko korkeus
 - osien erilaiset betonilujuuDET otetaan huomioon



$$M_{dg} + M_{dg} \leq M_u = N_s \cdot z = N_c \cdot z$$

$$V_{dg} + V_{dg} \leq V_u = 0.5 b \cdot d \cdot f_{cd2} + 0.9 \frac{A_{sv}}{s} f_y d \cdot d$$



Varmuuskerroin:
 - Paikallavalmuksen mukaan
 → 2-luokkaa
 $\gamma_c = 1.5 \quad \gamma_s = 1.2$

$$M_u (\text{liittorak.}) \geq M_{dg1} + M_{dg2}$$

$$V_u (\text{työsauma}) \geq V_{dg1} + V_{dg2}$$

LISÄKSI:

ELEMENTIN ON KESTETTÄVÄ VALUTILANTEEN KUORMAT:

$$M_u (\text{palkki}) \geq M_{dg1} + M_{dg2}$$

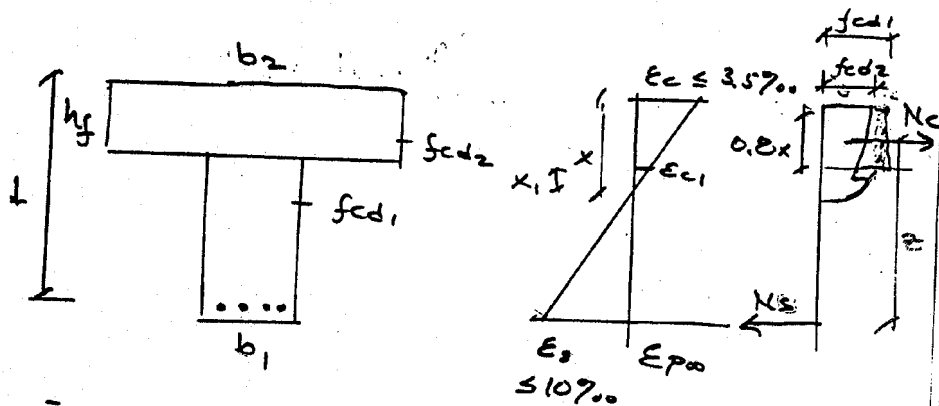
$\gamma = 1.6$

pysyvä + valutilanteen lyhytkuorma

ELEMENTIN MITOITUS RAKENNELUOKASSA 1
 LIITTORAKENNE RAKENNELUOKASSA 2

TÄIVUTUSKAPASITEETTI

- LASKEAAN KOKO LITTO RAKENTEEN KORKEUTA KÄYTTÄEN ALUANKUUN RAKENNE OLSI YHTEYÄISTÄ RAKENNOTTA
- OTETAAN HUOMIOON BETONIN ERIILAISET LUJUUDET f_{cd1} -ARUUS
- JOS JÄLKIVALU 2-LUOKKAA \Rightarrow RAKENNE LASKEAAN 2-LUOKKASSA



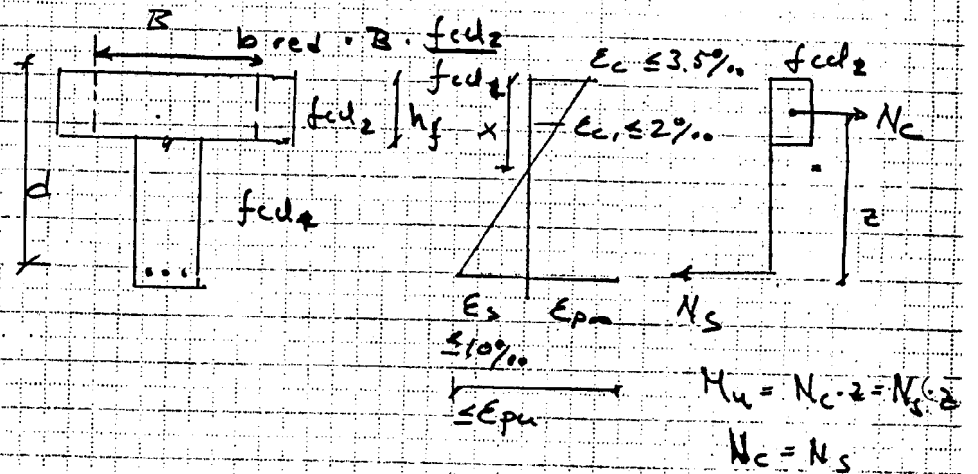
- MUUNNETAAN JÄLKIVALULAIPAN LEVEYS VASTAAN PALKIN BETONIN LUJUUTTA

$$\frac{b_2}{2 \cdot f_{cd1}} = b_2 \cdot \frac{f_{cd1}}{f_{cd2}}$$

$b_2 =$ LAIPAN TOININ LEVEYS BN

\Rightarrow PURISTUSJÄNNITYSKAUKONA VOIDAAN MUUNTA SUORAKALTEKSI, KORKEUS $0,8x$

TÄIVUTUSKAPASITEETTI



JOS TERÄKSET NYÖTÄYVÄT

$$E_s \cdot \epsilon_{pa} > E_p \gamma_k = f_{p\gamma k} / E_p$$

$$w = \frac{A_p \cdot f_{yd}}{b_{red} \cdot d \cdot f_{cd}}$$

$$z = w \left(1 - \frac{w}{2}\right) d$$

$$\mu = m = w \left(1 - \frac{w}{2}\right)$$

$$M_u = m \cdot b_{red} \cdot d^2 \cdot f_{cd1}$$

JOS $x < 1,25 \cdot h_f$

\Rightarrow suorakaidepoikkileikkaus

BETONIN PURISTUSRESULTAATTI N_c

- PURISTUMA REUNALLA $\epsilon_c \leq 3.5\%$
- PURISTUMA SAUMAN LÖHDYLLÄ ϵ_1 ,
ETÄISYYS NEUTRAALIASSELLESTÄ x_1

$$N_c = N_{c1} + N_{c2} = \int_0^{x_1} b_1 b_1 dx + \int_{x_1}^x b_2 b_2 dx$$

$$= \int_0^{\epsilon_1} f_{cd1} \cdot f(\epsilon) b_1 dx + \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_c} f_{cd2} \cdot f(\epsilon) b_2 dx$$

$f(\epsilon) =$ BETONIN JÄNKITYS - MUODON - MUUTOSFUNKTIO

ESIM. $b_c = f_{cd} \cdot (1 - (1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{cy}})^2)$

$$f(\epsilon) = 1 - (1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{cy}})^2 \quad \epsilon_{cy} = 2\%$$

KUN JÄLKIVALU LAIPAN LEVEYS MUUNNETAAN VASTAANVAIKUTUKSEN TALLEIN BETONIA, VOIDAAN BETONIN PURISTUSJÄNKITYS JAKAUTUMA MUUNTAA LUOKATEELSI, KORKEUS $0.8x$

$$N_c = 0.8x \cdot b_{2red} \cdot f_{cd1} \quad \text{JOS } 0.8x < h_f$$

$h_f =$ JÄLKIVALUN KORKEUS

POIKKEILEIKKAUKSESSA TAIUUTUS - MURTO, JOS

$$E_s = 10700 \quad \epsilon_c < 3.5\%$$

TAI

$$E_c = 3.5\% \quad E_s < 10700$$

TAI

PAINOPISTEESSÄ

$$E_c = 2700 \quad E_s < 10700$$

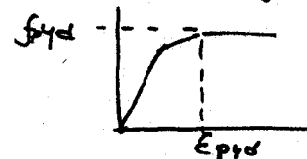
TAI UUTUSKAPASITEETTI

$$M_u = N_c \cdot z = N_s \cdot z$$

JOS TERÄS HYÖTÄÄ $\epsilon_s + \epsilon_{ps} > \epsilon_{yd}$

$$\Rightarrow z_s = f_{yd}$$

$$N_s = A_s \cdot f_{yd}$$



JOS TERÄS EI HYÖTÄÄ $\epsilon_s + \epsilon_{ps} < \epsilon_{yd}$

$$\text{NIIN } z_s = f \cdot (\epsilon_s + \epsilon_{ps}) < f_{yd}$$

$$N_s = A_s \cdot z_s$$

TERÄS HYÖTÄÄ JOS

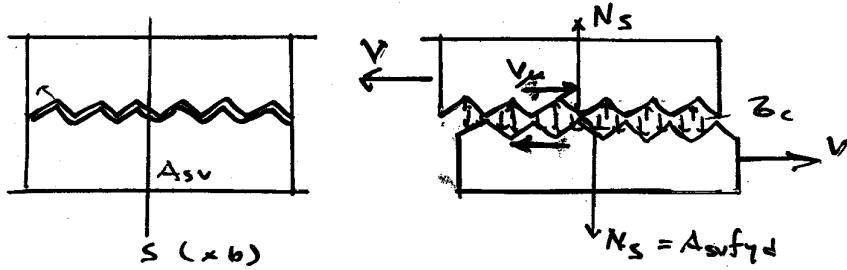
$$\frac{x}{d} = 1.25w < \frac{e_{cu}}{e_{cu} + \epsilon_{yd} - \epsilon_{ps}}$$

$$w = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b_{2red} \cdot f_{cd1}}$$

$$\Rightarrow z = w \left(1 - \frac{w}{2}\right) \Rightarrow M_u = w \left(1 - \frac{w}{2}\right) b_{2red} d^2 f_{cd1}$$

KARHEA TYÖSAUMA

LEIKKAUSKITKATEORIA



- Leikkausrasituksessa osat pyrkivät liukumaan toistensa suhteen
- Karheennuksen kohoumat pyrkivät vastakkain
- Osat pyrkivät nousemaan irti toisistaan
- Sauman läpi menevä teräs taipuu ja venyy \Rightarrow saa vetojännityksiä myötä
- Ankuroitu teräs pyrkii vastustamaan venymistä ja irtaamista
- Teräs painaa osat toisiinsa vasten

\Rightarrow SAUMAAN SYNTYY PURISTUSTA TERÄS-
VOIMAN VASTA VOIMANA

$$z_c = - \frac{N_s}{s_b} = \frac{A_{sv} f_{yd}}{s_b}$$

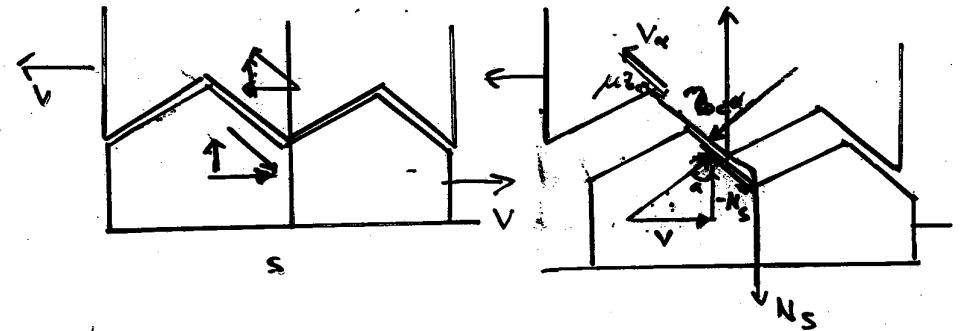
- SAUMAAN SYNTYY KITKAA
KITKAVOIMA

$$V_u = \beta \cdot z_c = \beta \cdot \frac{A_{sv}}{s_b} f_{yd}$$

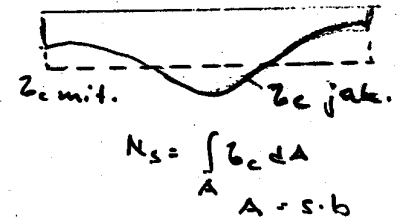
- KITKAVOIMA OTTAA VASTAAN LEIKKAUS-
VOIMAN

$$V_u \leq V_{uR} = \beta \cdot \frac{A_{sv}}{s_b} f_{yd}$$

- OSAT LIUKUVAT TOISTENSA SUHTEEN
 \Rightarrow Karheennuksen kohoumat pyrkivät
vastakkain



$$V_u = N_s \cdot \frac{\tan \alpha}{\mu}$$



$$N_s = \int z_c dA$$

$A = s \cdot b$

$$z_c = v_u = z_c \cdot \tan \phi$$

ϕ = liikkakulma

$$v_u = c + z_c \tan \phi$$

$$v_u = c + (\beta + \rho f_y) \tan \phi$$

TYÖSAUNA

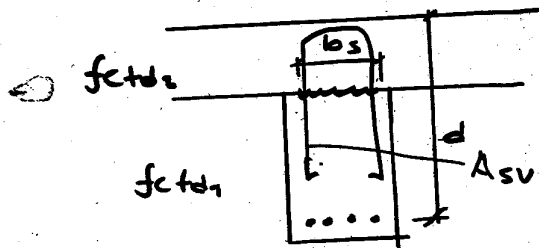
- Mitoitetaan koko kuorman vastavalle leikkausvoimalle

$$V_d = V_{d2} + V_{d1}$$

⇒ taivutuskapasiteetti ja leikkauskapasiteetti voidaan laskea koko korkeuden mukaan

$$v_d = \frac{V_d}{b_w d} \leq v_{Rd} = \beta_1 \frac{A_{sv}}{s_b} f_{yd} + \beta_2 \cdot f_{ctd}$$

karhea sauma $\beta_2 = 0,3$
 $\beta_1 = 0,6 \dots 0,9$



f_{ctd} pienempi arvoista f_{ctd1} , f_{ctd2}
- varmuuskertoimien paikalla valun mukaan

Z⁹⁹

TYÖSAUMAN MITOITUS

SILEÄ		$\beta_2 = 0$
KARHEA	2...5 mm	$\beta_2 = 0.3$
VAAKUNATU		$\beta_2 \leq 0.75$

MITOITUS KOLONALISKUORNALLE

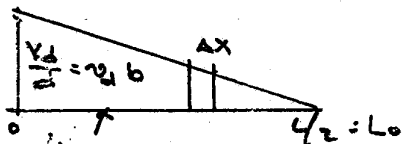
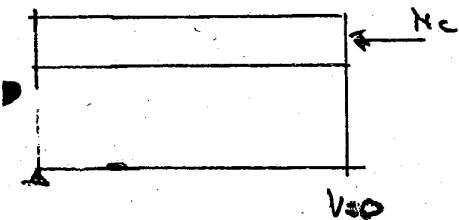
$$V_d (g_0 + g_1 + \underbrace{g_2 + g_2}_{\text{LITTOIV.}})$$

ELON

V_d d:IN ETÄISYDELLÄ TUULTA

LEIKKAUSJÄNNITYS KURJOTILASSA

$$\frac{V_d}{bd} = v_d \quad \frac{V_d}{d} = \text{TYENTÖVOIMA SAUMAN VÄLPUOLELLA}$$



$$\int_0^{L_0} \frac{V_d}{d} = N_c$$

$$\frac{V_d}{d} \cdot \frac{L_0}{2} \cdot \frac{1}{2} = N_c$$

$$\frac{V_d}{d} = \frac{4 N_c}{L_0}$$

$$N_c = \frac{V_d L_0}{4}$$

$$v_d b = \frac{d N_c}{d x} = \frac{d}{d x} \left(\frac{V_d L_0}{4} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{d V_d}{d x} \frac{L_0}{4} = \frac{V_d}{2} \Rightarrow \frac{d V_d}{d x} = \frac{2 V_d}{L_0}$$

SAUMAN LEIKKAUSKESTÄVYYS

$$v_d = \beta_1 \cdot \underbrace{\frac{A_{sv}}{s_b} f_{yd}}_{v_s} \sqrt{\beta_2} \underbrace{f_{ctd}}_{v_c} \geq v_d = \frac{V_d}{d}$$

$$v_s = \beta_1 \cdot \frac{A_{sv}}{s_b} f_{yd}$$

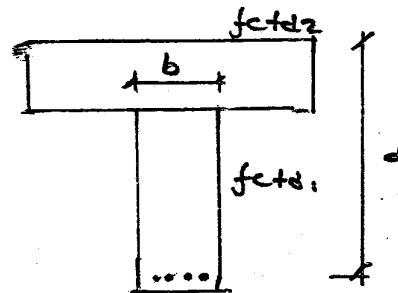
$$\beta_1 = \begin{matrix} 0.6 & A_{sv}/s_b \leq 0.0015 \\ 0.9 & \geq 0.005 \end{matrix}$$

VÄLILÄ $0.6 \leq \beta_1 \leq 0.9 \quad \beta_1 = 85.71 \cdot \frac{A_{sv}}{s_b} (0.47)$

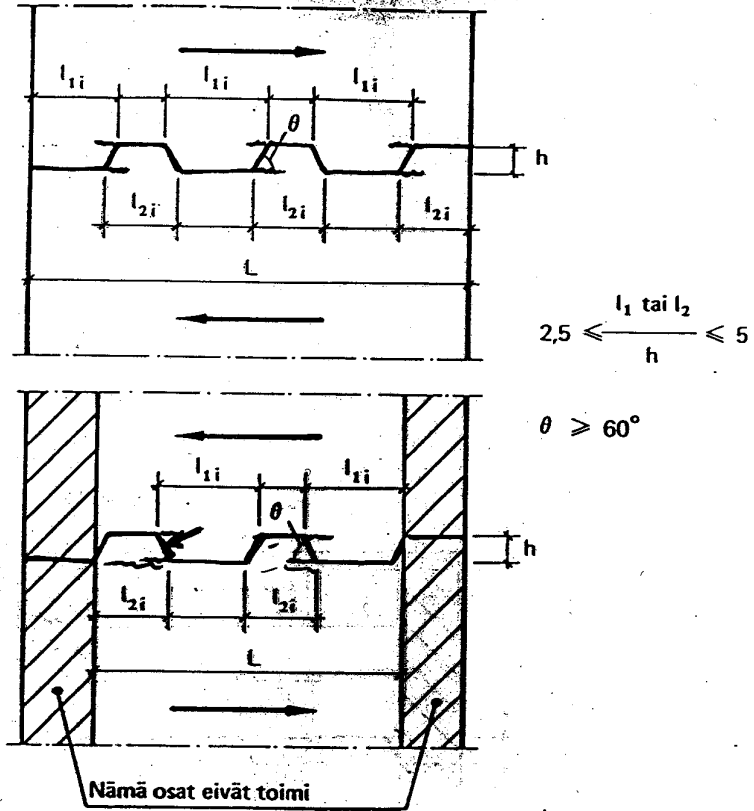
$$\Rightarrow \frac{A_{sv}}{s_b} = \sqrt{7.56 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{v_s}{f_{yd} \cdot 85.71}} - 0.00275 \geq 0.0011 < 0.005$$

BETONIN OSUUS $v_c = \beta_2 f_{ctd}$
 $\beta_2 = 0 \dots 0.3$

$$f_{ctd} \leq \begin{cases} f_{ctd1} \\ f_{ctd2} \end{cases}$$



BETONIVAARNAT



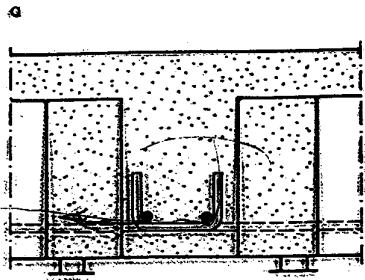
Kuva 1 Betonivaarnat.

$$\beta_2 = 1,5 \frac{A_o}{A_c} \quad A_o \leq \sum l_{1i}$$

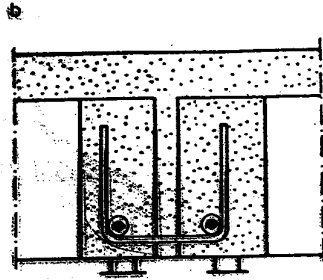
$$\sum l_{2i}$$

kun $\frac{A_o}{A_c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta_{2 \max} = 0,75$

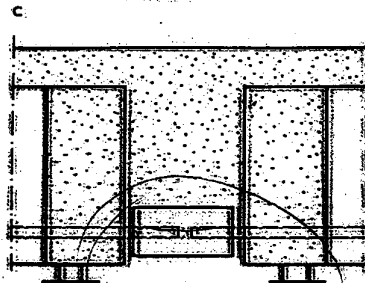
$$N_u = \beta_1 \frac{A_{sv}}{s_b} f_{yd} + \beta_2 f_{ctd}$$



koukut molemmissa
palkkeissa

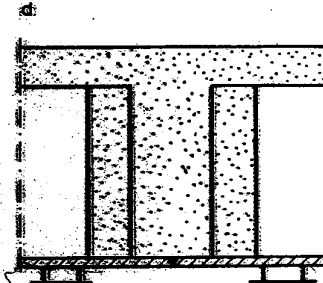


vaarapääliitos

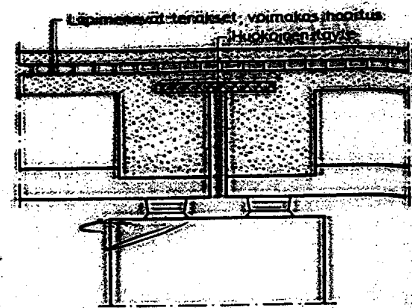


pyöristä teräkistä
sekä kulmateräksestä
tehty liitos

Kuva 20

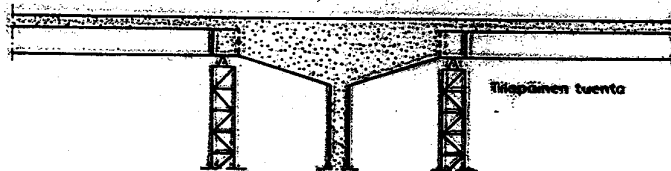


teräslevyistä
tehty liitos



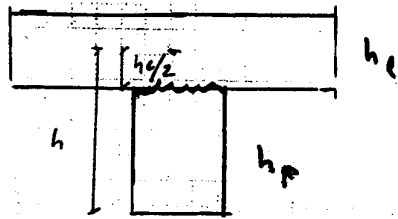
lappimessa teräksellä voimakkas nostatus
Höglundin malli

Kuva 21



lappimäen tuenta

ALUSTAVA MITOITUS



Palkin korkeus h_p

1) Valitaan rakenteen korkeus kuten tavallisessa palkissa / laataassa

käyttäen kokonaiskuormaa ($g + q$)

Saadun korkeus $h \hat{=} h_p + \frac{h_l}{2}$

$$d \hat{=} 2 \sqrt{\frac{M_d}{b f_{cd}}} \quad \text{suorakaidepalkki}$$

$$h = 70 \dots 100 \sqrt[3]{M_d} \quad \text{laattapalkki}$$

$$h \hat{=} 1.75 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w f_{cd}}} \quad \text{vapaaasti tuettu elem. palkki}$$

Vähennetään saadusta korkeudesta $\sim 1/2$ laatan paksuudesta

$$h_p = h - \frac{h_l}{2}$$

(osa kuormasta vaikuttaa palkkiin osa liittorakenteeseen)

M_d = momentti kokonaiskuormasta ($g + q$)

2) Elementtipalkin raudoitusaste \sim tasapainoraiditus

$$d_p = -h_l + \sqrt{h_l^2 + \frac{2 M_d s}{(2-s) B f_{cd}}}$$

$$s = 2 - w_p \cdot \frac{b}{B} \cdot \frac{f_{cdp}}{f_{cd}} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{ydp}}$$

$$\text{momentti varsi} \quad z \hat{=} d_p \cdot \frac{s}{2} + h_l$$

Palkin raudoitus

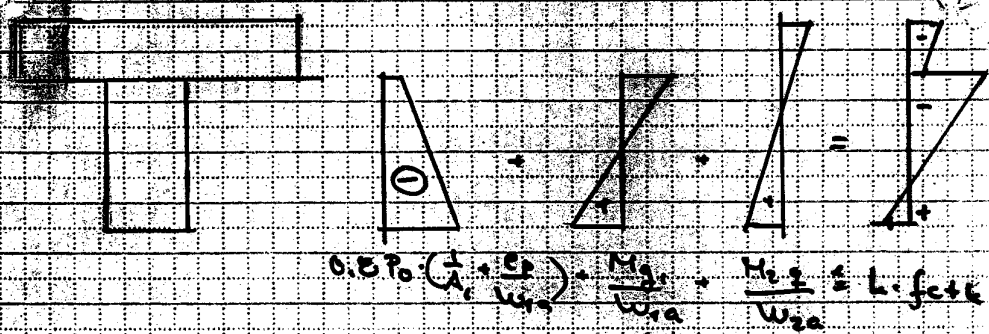
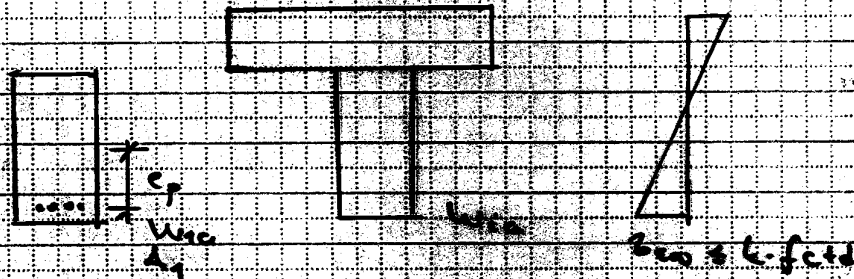
$$A_s \hat{=} \begin{cases} \frac{M_d}{d_p (1 - \frac{w_p}{2}) f_{ydp}} \\ \frac{M_d}{z f_{yd}} \end{cases}$$

JÄNNEVOIMA

- Oletetaan: - Häviöt 20%
 - kaikki häviöt elementille
 - E_i halkoamisa lopputilah-
 teessa
 $z_{c,0} \leq k \cdot f_{ct,d}$

$$P_0 = \frac{M_1}{W_{ia}} + \frac{M_2}{W_{ia}} - k \cdot f_{ct,d}$$

$$0.8 \left(\frac{1}{A_i} + \frac{e_p}{W_{ia}} \right)$$



$$0.8 P_0 \left(\frac{1}{A_i} + \frac{e_p}{W_{ia}} \right) + \frac{M_1}{W_{ia}} + \frac{M_2}{W_{ia}} \leq k \cdot f_{ct,d}$$

Rak-11.2107 Sillat ja Perustukset

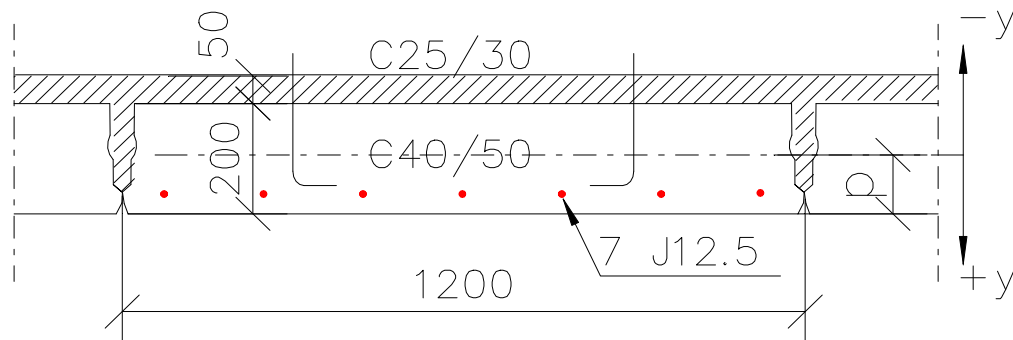
LIITTORAKENNE, Laskentaesimerkki

Betoni- betoni- liittorakenteet

Esim. 1. Elementtilaatta + pintabetoni

kN := 10

MNm :=



1. Jäykkyyden määrittäminen

Rakenne: 200*1200 mm paksu elementtilaatta, jonka päällä 100 mm pintabetoni

Elementtilaatan rauditus: Jänneteräset 7 ϕ_{p7} 12,5 mm punosta $A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$ $n_p := 7$

Elementtilaatta

Betoni C 40/50

Ominaislujuus $f_{ck1} := 40 \cdot \text{MPa}$

Keskimääräinen lujuus $f_{cm1} := f_{ck1} + 8 \cdot \text{MPa}$ $f_{cm1} = 48 \text{ MPa}$

Kimmokerroin $E_{cm1} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm1}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3} \cdot \text{MPa}$ $E_{cm1} = 35220 \text{ MPa}$

Keskimääräinen vetolujuus $f_{ctm1} := 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck1}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \text{MPa}$ $f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$

Paksuus $h_1 := 200 \cdot \text{mm}$

Leveys $b := 1200 \cdot \text{mm}$

JänneteräksetElementtilaatan raudoitus: Jänneteräkset 7 ϕ_{p7} 12,5 mm punosta $A_{p1} := 93 \cdot \text{mm}^2$ $n_p := 7$

Punosten etäisyys alapinnasta

$$c_p := 35 \cdot \text{mm}$$

Kimmokerroin

$$E_p := 195000 \cdot \text{MPa}$$

Pinta-ala $A_p := n_p \cdot A_{p1}$

$$A_p = 651 \text{ mm}^2$$

Staattinen momentti $S_p := A_p \cdot c_p$

$$S_p = 2.279 \times 10^4 \text{ mm}^3$$

Hitausmomentti $I_p := 0 \cdot \text{mm}^4$

Jäykkyydet

Aksiaalinen jäykkyys $E_p \cdot A_p = 126.945 \text{ MN}$ Staattinen momentti $E_p \cdot S_p = 4.443 \text{ MNm}$ Taivutusjäykkyys $E_p \cdot I_p = 0 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$

Betoni

Betoni pinta-ala (terästen kohdalla oleva betoni otettu pois)

$$A_{c1} := b \cdot h_1 - A_p \qquad A_{c1} = 239349 \text{ mm}^2$$

$$\text{Staattinen momentti alareunan suhteen} \quad S_{c1} := A_{c1} \cdot \frac{h_1}{2} - S_p \qquad S_{c1} = 23.912 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\text{Painopiste alhaalta} \quad p_{c1} := \frac{S_{c1}}{A_{c1}} \qquad p_{c1} = 99.905 \text{ mm}$$

Hitausmomentti painopisteen suhteen

$$I_{c1} := \frac{b \cdot h_1^3}{12} + b \cdot h_1 \cdot \left(\frac{h_1}{2} - p_{c1} \right)^2 + A_p \cdot (p_{c1} - c_p)^2 \qquad I_{c1} = 802.745 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Jäykkyydet:

$$\text{Aksiaalinen jäykkyys} \quad E_{cm1} \cdot A_{c1} = 8429.982 \text{ MN}$$

$$\text{Staattinen momentti} \quad E_{cm1} \cdot S_{c1} = 842.196 \text{ MNm}$$

$$\text{Taivutusjäykkyys} \quad E_{cm1} \cdot I_{c1} = 28.273 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Elementin jäykkyyssarvot

$$\text{Taivutusjäykkyys } EA_1 := E_{cm1} \cdot A_{c1} + E_p \cdot A_p \quad EA_1 = 8.557 \times 10^3 \text{ MN}$$

$$\text{Staattinen momentti } ES_1 := E_{cm1} \cdot S_{c1} + E_p \cdot S_p \quad ES_1 = 846.639 \text{ MNm}$$

$$\text{Painopisteen etäisyys alhaalta } p_1 := \frac{ES_1}{EA_1} \quad p_1 = 98.942 \text{ mm}$$

Taivutusjäykkyys painopisteakselin suhteen:

$$EI_1 := E_{cm1} \cdot I_{c1} + E_{cm1} \cdot A_{c1} \cdot (p_1 - p_{c1})^2 + E_p \cdot A_p \cdot (p_1 - c_p)^2 \quad EI_1 = 28.79988 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

LiittorakennePintabetoni

Betoni C25/30

Ominaislujuus $f_{ck2} := 25 \cdot \text{MPa}$ Keskimääräinen lujuus $f_{cm2} := f_{ck2} + 8 \cdot \text{MPa}$ $f_{cm2} = 33 \text{ MPa}$ Kimmokerroin $E_{cm2} := 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm2}}{10 \cdot \text{MPa}} \right)^{0.3} \cdot \text{MPa}$ $E_{cm2} = 31476 \text{ MPa}$ Paksuus $h_2 := 50 \cdot \text{mm}$ Leveys $b := 1200 \cdot \text{mm}$ Pinta-ala $A_2 := b \cdot h_2$

$$A_2 = 60000 \text{ mm}^2$$

Painopiste elementin alareunasta $p_2 := h_1 + \frac{h_2}{2}$

$$p_2 = 225 \text{ mm}$$

Staattinen momentti elementin alareunan suhteen:

$$S_2 := A_2 \cdot p_2$$

$$S_2 = 13.5 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

Hitausmomentti pintabetonin painopisteen suhteen

$$I_2 := \frac{b \cdot h_2^3}{12}$$

$$I_2 = 12.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Jäykkyydet

Aksiaalinen jäykkyys	$EA_2 := E_{cm2} \cdot A_2$	$EA_2 = 1.889 \times 10^3 \text{ MN}$
Staattinen momentti	$ES_2 := E_{cm2} \cdot S_2$	$ES_2 = 424.923 \text{ MNm}$
Taivutusjäykkyys	$EI_2 := E_{cm2} \cdot I_2$	$EI_2 = 0.393 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$

Liittorakenne (elementti+pintabetoni)

Aksiaalinen jäykkyys	$EA := EA_1 + EA_2$	$EA = 10.445 \times 10^3 \text{ MN}$
Staattinen momentti	$ES := ES_1 + ES_2$	$ES = 1.272 \times 10^3 \text{ MNm}$
Painopisteen etäisyys elementin alareunasta	$p := \frac{ES}{EA}$	$p = 121.733 \text{ mm}$
Taivutusjäykkyys	$EI := EI_1 + EI_2 + EA_1 \cdot (p - p_1)^2 + EA_2 \cdot (p - p_2)^2$	$EI = 53.778 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$
Pintabetonin ansiosta taivutusjäykkyys kasvoi	$k := \frac{EI}{EI_1}$	$k = 1.867$

Jäykkyys kasvoi pintabetonin ansiosta 87 %.

2. Jännitystarkastelu

Muodonmuutokset

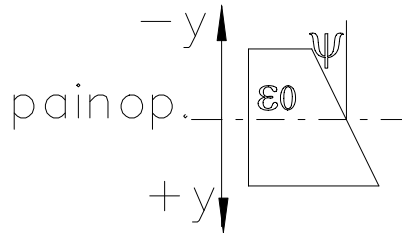
Aksiaalinen venymä
painopisteakselilla $\varepsilon_0 := \frac{N}{EA}$

Käyritynä (kaarevuus) $\psi := \frac{M}{EI}$

M ja EI lasketaan painopisteakselin suhteen

Venymä eri kohdissa poikkileikkausta $\varepsilon(y) := \varepsilon_0 + \psi \cdot y$

Jännitykset $\sigma_c(y) := E_{cm} \cdot \varepsilon(y)$



y mitataan painopisteestä;
posit. mitta painopisteestä
alaspäin

Esijännitys

Oletetaan häviöiden tapahtuvan kokonaisuudessaan ennen pintabetonin valua (mikä ei yleensä pidä paikkaansa, vaan osa tapahuu pintabetonin valun jälkeen)

$$\sigma_{p\infty} := 1100 \cdot \text{MPa} \quad \text{Jännevoima} \quad P_{\infty} := A_p \cdot \sigma_{p\infty} \quad P_{\infty} = 716.1 \text{ kN}$$

$$\text{Jännevoiman epäkeskisyyden elementin painopisteen suhteet} \quad e_p := p_1 - c_p \quad e_p = 63.942 \text{ mm}$$

Elementtiä rasittavat esijännituksetä voimasuureet

$$N_p := -P_{\infty} \quad N_p = -716.1 \text{ kN}$$

$$M_p := -P_{\infty} \cdot e_p \quad M_p = -45.789 \text{ kNm}$$

Muodonmuutokset esijännityksestä

$$\text{Aksiaalinen venymä} \quad \varepsilon_{0P} := \frac{N_p}{EA_1} \quad \varepsilon_{0P} = -0.084 \text{ ‰}$$

$$\text{Käyrinä (kaarevuus)} \quad \psi_P := \frac{M_p}{EI_1} \quad \psi_P = -1.59 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Muodonmuutokset poikkileikkauksen eri kohdissa:

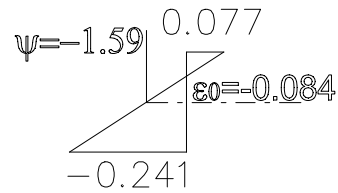
$$\text{Alareuna} \quad \varepsilon_{caP} := \varepsilon_{0P} + \psi_P \cdot p_1 \quad \varepsilon_{caP} = -0.241 \text{ ‰}$$

$$\text{Yläreuna} \quad \varepsilon_{cyP} := \varepsilon_{0P} + \psi_P \cdot (p_1 - h_1) \quad \varepsilon_{cyP} = 0.077 \text{ ‰}$$

Jännitykset

$$\text{Alareuna} \quad \sigma_{caP} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{caP} \quad \sigma_{caP} = -8.488 \text{ MPa}$$

$$\text{Yläreuna} \quad \sigma_{cyP} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cyP} \quad \sigma_{cyP} = 2.711 \text{ MPa}$$



Jännitykset elementtilaatan omasta painostaLaatan jäneväli $L := 7 \cdot \text{m}$

$$\text{Elementtilaatan paino } g_1 := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot h_1 \cdot b \quad g_1 = 6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{g1} := \frac{g_1 \cdot L^2}{8} \quad M_{g1} = 36.75 \text{ kNm}$$

$$N_{g1} := 0 \cdot \text{kN}$$

$$\varepsilon_{0g1} := \frac{N_{g1}}{EA_1} \quad \varepsilon_{0g1} = 0$$

$$\psi_{g1} := \frac{M_{g1}}{EI_1} \quad \psi_{g1} = 1.276 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{cag1} := \varepsilon_{0g1} + \psi_{g1} \cdot p_1 \quad \varepsilon_{cag1} = 0.126 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{cyg1} := \varepsilon_{0g1} + \psi_{g1} \cdot (p_1 - h_1) \quad \varepsilon_{cyg1} = -0.129 \text{ m} \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Jännitykset

$$\sigma_{cag1} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cag1} \quad \sigma_{cag1} = 4.447 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cyg1} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cyg1} \quad \sigma_{cyg1} = -4.542 \text{ MPa}$$

Jännitykset pintabetonin painostaLaatan jäneväli $L := 7 \cdot \text{m}$

$$\text{Elementtilaatan paino } g_2 := 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot h_2 \cdot b \quad g_2 = 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{g2} := \frac{g_2 \cdot L^2}{8} \quad M_{g2} = 9.188 \text{ kNm}$$

$$N_{g2} := 0 \cdot \text{kN}$$

$$\varepsilon_{0g2} := \frac{N_{g2}}{EA_1} \quad \varepsilon_{0g2} = 0$$

$$\psi_{g2} := \frac{M_{g2}}{EI_1} \quad \psi_{g2} = 0.319 \frac{\%}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{cag2} := \varepsilon_{0g2} + \psi_{g2} \cdot p_1 \quad \varepsilon_{cag2} = 0.032 \%$$

$$\varepsilon_{cyg2} := \varepsilon_{0g2} + \psi_{g2} \cdot (p_1 - h_1) \quad \varepsilon_{cyg2} = -0.032 \%$$

Jännitykset

$$\sigma_{cag2} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cag2} \quad \sigma_{cag2} = 1.112 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cyg2} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cyg2} \quad \sigma_{cyg2} = -1.135 \text{ MPa}$$

Kokonaisjännitys ennen pintabetonin kovettumista

Kokonaismuodonmuutokset

$$\varepsilon_{01} := \varepsilon_{0P} + \varepsilon_{0g1} + \varepsilon_{0g2} \qquad \varepsilon_{01} = -0.084 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\psi_1 := \psi_P + \psi_{g1} + \psi_{g2} \qquad \psi_1 = 0.0052 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{ca1} := \varepsilon_{caP} + \varepsilon_{cag1} + \varepsilon_{cag2} \qquad \varepsilon_{ca1} = -0.083 \text{‰}$$

$$\varepsilon_{ca1} := \varepsilon_{01} + \psi_1 \cdot p_1 \qquad \varepsilon_{ca1} = -0.083 \text{‰}$$

$$\varepsilon_{cy1} := \varepsilon_{cyP} + \varepsilon_{cyg1} + \varepsilon_{cyg2} \qquad \varepsilon_{cy1} = -0.084 \text{‰}$$

$$\varepsilon_{cy1} := \varepsilon_{01} + \psi_1 \cdot (p_1 - h_1) \qquad \varepsilon_{cy1} = -0.084 \text{‰}$$

$$\sigma_{ca1} := \sigma_{caP} + \sigma_{cag1} + \sigma_{cag2} \qquad \sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{ca1} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{ca1} \qquad \sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cy1} := \sigma_{cyP} + \sigma_{cyg1} + \sigma_{cyg2} \qquad \sigma_{cy1} = -2.966 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cy1} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cy1} \qquad \sigma_{cy1} = -2.966 \text{ MPa}$$

Taipuma

$$a := \delta_a \cdot \psi \cdot L^2$$

Esijännitys aiheuttaa vakiomomentin (suorat jänteet)

Taipumakerroin esijännitykselle $\delta_{aP} := \frac{6}{48}$ $\delta_{aP} = 0.125$

Kuormitus on ntasaista kuormaa => momenttipinta ja käyristäjakauma paraabelinmuotoinen =>

taipumakerroin kuormitukselle

--

Taipuma esijännityksestä $a_P := \delta_{aP} \cdot \psi_P \cdot L^2$ $a_P = -9.738 \text{ mm}$ ylöspäin

Taipuma elementtilaatan painosta $a_{g1} := \delta_{ag} \cdot \psi_{g1} \cdot L^2$ $a_{g1} = 6.513 \text{ mm}$ alaspäin

Taipuma pintabetonin painosta $a_{g2} := \delta_{ag} \cdot \psi_{g2} \cdot L^2$ $a_{g2} = 1.628 \text{ mm}$ alaspäin

Kokonaistaipuma ennen pintabetonin kovettumista $a_1 := a_P + a_{g1} + a_{g2}$

$$a_1 = -1.597 \text{ mm ylöspäin}$$

Käyristymä $\psi_1 := \psi_P + \psi_{g1} + \psi_{g2}$ $\psi_1 = 5.163 \times 10^{-3} \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

3. Sallittu hyötykuorma

Lasketaan sallittu hyötykuorma, kun laatan alapinta ei saa halkeilla => betonin vetojännitys laatan alapinnassa ei ylitä keskimääräistä vetolujuutta f_{ctm1} .

Elementtilaatan betoni C40 /50 Keskimääräinen vetolujuus $f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$

$$\Sigma\sigma_{ca} \leq f_{ctm1}$$

Lasketaan sallittu kuorma kahdessa tapauksessa:

- A. Rakenne ei toimi liittorakenteena
- B. Rakenne toimii liittorakenteena

A. Rakenne ei toimi liittorakenteena

Pintabetoni ei toimi mukana kantavassa rakenteensa, on pelkästään kuormana.
Hyötykuorma tulee elementtilaatalle.

Rakenteen jäykkyyssarvot ovat elementin jäykkyyssarvoja:

$$EA_1 = 8.557 \times 10^3 \text{ MN}$$

$$ES_1 = 846.639 \text{ MNm}$$

$$EI_1 = 28.8 \text{ MN}\cdot\text{m}^2$$

$$p_1 = 98.942 \text{ mm}$$

Esijännitys + elementtilaatan paino + pintabetonin paino: $\sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$

Kokonaisjännitys hyötykuorman vaikuttaessa $\Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{ca1} + \sigma_{caq1} = f_{ctm1}$ ■

Hyötykuormasta tuleva jännitys $\sigma_{caq1} := f_{ctm1} - \sigma_{ca1}$ $\sigma_{caq1} = 6.438 \text{ MPa}$

Alareunan venymä hyötykuormasta $\varepsilon_{caq1} := \frac{\sigma_{caq1}}{E_{cm1}}$ $\varepsilon_{caq1} = 0.183 \text{ ‰}$

$\varepsilon_{caq1} := \varepsilon_{0q1} + \psi_{q1} \cdot p_1$ ■

Taivutukselle muodonmuutos painopisteessä $\varepsilon_{0q1} := 0$

$\varepsilon_{caq1} := \psi_{q1} \cdot p_1$ ■

Käyritymä hyötykuormasta $\psi_{q1} := \frac{\varepsilon_{caq1}}{p_1}$ $\psi_{q1} = 1.848 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Käyritymä $\psi_{q1} := \frac{M_{q1}}{EI_1}$ ■

Hyötykuorman aiheuttama momentti $M_{q1} := \psi_{q1} \cdot EI_1$ $M_{q1} = 53.209 \text{ kNm}$

$M_{q1} := \frac{q_1 \cdot L^2}{8}$ ■

Hyötykuorma $q_1 := 8 \cdot \frac{M_{q1}}{L^2}$ $q_1 = 8.687 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$q_1 := \frac{q_1}{b}$ $q_1 = 7.239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Jos rakenne ei toimi liittorakenteena, niin sallittu kuorma olisi $q_1 = 7.239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Taipuma hyötykuormasta $q_1 = 7.239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Käyristymä $\psi_{q1} = 1.848 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Taipumakerroin tasaiselle kuormalle $\delta_{aq} := \frac{5}{48}$

$a_{q1} := \delta_{aq} \cdot \psi_{q1} \cdot L^2$ $a_{q1} = 9.43 \text{ mm}$

Kokonaistaipuma $a_{\text{tot1}} := a_p + a_{g1} + a_{g2} + a_{q1}$ $a_{\text{tot1}} = 7.834 \text{ mm} \quad \frac{L}{894}$

B. Rakenne toimii liittorakenteena

Pintabetoni toimii yhdessä elementtilaatan kanssa liittorakenteena
Hyötykuorma tulee liittorakenteelle

Jäykkyysarvot ovat liittorakenteen jäykkyysarvoja:

$$EA = 1.045 \times 10^4 \text{ MN}$$

$$ES = 1.272 \times 10^3 \text{ MNm}$$

$$EI = 53.778 \text{ MN}\cdot\text{m}^2$$

$$p = 121.733 \text{ mm}$$

Jännitys laatan alapinnassa ennen liittovaikutusta pysyvistä kuormista (esijännitys+
elementtilaatan paino+pintabetonin paino; kuormat vaikuttavat ennen pintabetonin kovettumista
pelkkään elementtilaattaan:jännitykset näistä kuormista lasketaan käyttäen elementtilaatan
jäykkyysarvoja $\sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$

Pintabetonin kovettumisen jälkeen pintabetoni toimii yhdessä elementtilaatan kanssa
liittorakenteena. Pintabetonin kovettumisen jälkeen tuleville kuormille käytetään
liittorakenteen jäykkyysarvoja.

Kokonaisjännitys hyötykuorman vaikuttaessa $\Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{ca1} + \sigma_{caq2} = f_{ctm1}$ ■

Hyötykuormasta tuleva jännitys $\sigma_{caq2} := f_{ctm1} - \sigma_{ca1}$ $\sigma_{caq2} = 6.438 \text{ MPa}$

Alareunan venymä hyötykuormasta $\varepsilon_{caq2} := \frac{\sigma_{caq2}}{E_{cm1}}$ $\varepsilon_{caq2} = 0.183 \text{ ‰}$

$\varepsilon_{caq2} := \varepsilon_{0q2} + \psi_{q2} \cdot p$ ■

Taivutukselle muodonmuutos painopisteessä $\varepsilon_{0q2} := 0$

$\varepsilon_{caq2} := \psi_{q2} \cdot p$ (p=liittorakenteen painopisteen etäisyys laatan alapinnasta)

Käyritymä hyötykuormasta $\psi_{q2} := \frac{\varepsilon_{caq2}}{p}$ $\psi_{q2} = 1.502 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Käyritymä $\psi_{q2} := \frac{M_{q2}}{EI}$ (EI = liittorakenteen taivutusjäykkyys)

Hyötykuorman aiheuttama momentti $M_{q2} := \psi_{q2} \cdot EI$ $M_{q2} = 80.755 \text{ kNm}$

$M_{q2} := \frac{q_2 \cdot L^2}{8}$ ■

Hyötykuorma $q_2 := 8 \cdot \frac{M_{q2}}{L^2}$ $q_2 = 13.184 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$q_2 := \frac{q_2}{b}$ $q_2 = 10.987 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Jos rakenne toimii liittorakenteena, niin sallitti kuorma olisi $q_2 = 10.987 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Kun rakenne toimii liittorakenteena, niin sallittu kuorma kasvaa

$q_1 = 7.239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \rightarrow q_2 = 10.987 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ eli n. 52 %

Taipuma hyötykuormasta $q_2 = 10.987 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Käyritymä $\psi_{q2} = 0.15 \frac{\%}{\text{m}}$

$a_{q2} := \delta_{aq} \cdot \psi_{q2} \cdot L^2$ $a_{q2} = 7.665 \text{ mm} = L/913$

Kokonaistaipuma $a_{\text{tot}2} := a_p + a_{g1} + a_{g2} + a_{q2}$ $a_{\text{tot}2} = 6.068 \text{ mm} = L/1153$

Liittorakenteen taipuma hyötykuormalla $q_1 = 7.239 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

$M_q := \frac{b \cdot q_1 \cdot L^2}{8}$ $M_q = 53.209 \text{ kNm}$

Käyritymä $\psi_q := \frac{M_q}{EI}$ $\psi_q = 0.989 \frac{\%}{\text{m}}$

$a_q := \delta_{aq} \cdot \psi_q \cdot L^2$ $a_q = 5.05 \text{ mm}$

n. 64 % taipumasta ilman liittovaikutusta samalla kuormalla

Kokonaistaipuma $a_{\text{tot}} := a_p + a_{g1} + a_{g2} + a_q$ $a_{\text{tot}} = 3.454 \text{ mm}$

Liittovaikutuksen ansiosta:

- taipuma hyötykuormasta pieneni $a_{q1} = 9.43 \text{ mm}$ --> $a_q = 5.05 \text{ mm}$

- kokonaistaipuma pieneni $a_{\text{tot}1} = 7.834 \text{ mm}$ --> $a_{\text{tot}} = 3.454 \text{ mm}$

n. 68 % taipumasta ilman liittovaikutusta

Liittorakenteen jännitykset, kun hyötykuorma $q_2 = 10.987 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

$$M_{q2} := \frac{b \cdot q_2 \cdot L^2}{8} \quad M_{q2} = 80.755 \text{ kNm}$$

Muodonmuutokset: ja jännitykset hyötykuormasta

Aksiaalinen venymä liittorakenteen painopisteakselilla $\varepsilon_{0q2} := 0$

Käyritymä $\psi_{q2} := \frac{M_{q2}}{EI} \quad \psi_{q2} = 1.502 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Muodonmuutos etäisyydellä y liittorakenteen painopisteestä $\varepsilon_{q2} := \varepsilon_{0q2} + \psi_{q2} \cdot y$

Alapinta $y := p$ $y = 121.733 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{caq} := \varepsilon_{0q2} + \psi_{q2} \cdot p$$

$$\varepsilon_{caq} = 0.183 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{caq} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{caq}$$

$$\sigma_{caq} = 6.438 \text{ MPa}$$

Elementtilaatan yläpinta $y := p - h_1$ $y = -78.267 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{cj1q} := \varepsilon_{0q2} + \psi_{q2} \cdot (p - h_1)$$

$$\varepsilon_{cj1q} = -0.118 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{cj1q} := E_{cm1} \cdot \varepsilon_{cj1q}$$

$$\sigma_{cj1q} = -4.139 \text{ MPa}$$

Pintabetonin alapinta $y := p - h_1$ $y = -78.267 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{cj2q} := \varepsilon_{0q2} + \psi_{q2} \cdot (p - h_1)$$

$$\varepsilon_{cj2q} = -0.118 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{cj2q} := E_{cm2} \cdot \varepsilon_{cj2q}$$

$$\sigma_{cj2q} = -3.699 \text{ MPa}$$

Muodonmuutos sama kuin elementin yläpinnassa (työsaumassa ei liukumaa), mutta jännitys eri, koska betonin lujuus eri kuin elementillä => eri kimmokerroin.

Pintabetonin yläpinta $y := p - (h_1 + h_2)$ $y = -128.267 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{cy2q} := \varepsilon_{0q2} + \psi_{q2} \cdot [p - (h_1 + h_2)]$$

$$\varepsilon_{cy2q} = -0.193 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{cy2q} := E_{cm2} \cdot \varepsilon_{cy2q}$$

$$\sigma_{cy2q} = -6.063 \text{ MPa}$$

Kokonaisjännitykset

Elementtilaatan kohdalla ennen liittovaitusta oleviin njännityksiin ja muodonmuutoksiin lisätään hyötykuorman jännitykset ja muodonmuutokset.

Pintabetonin kohdalla ei ole jännityksiä ennen liittovaikutusta, joten jännityksiä tulee vain hyötykuormasta.

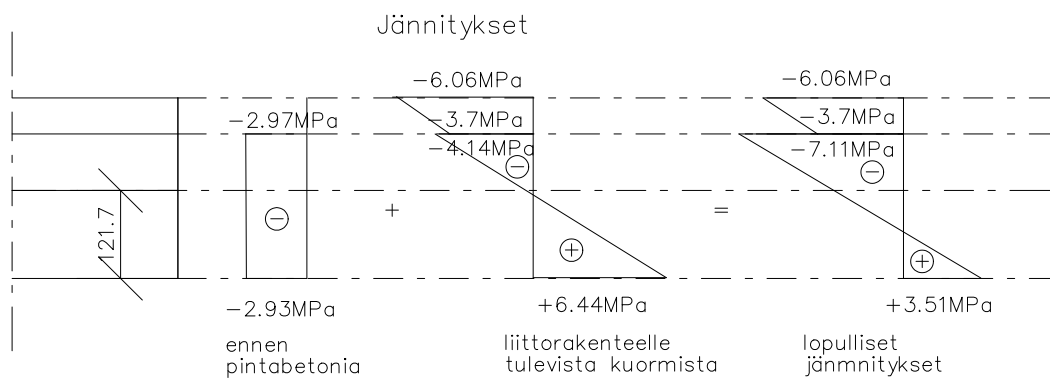
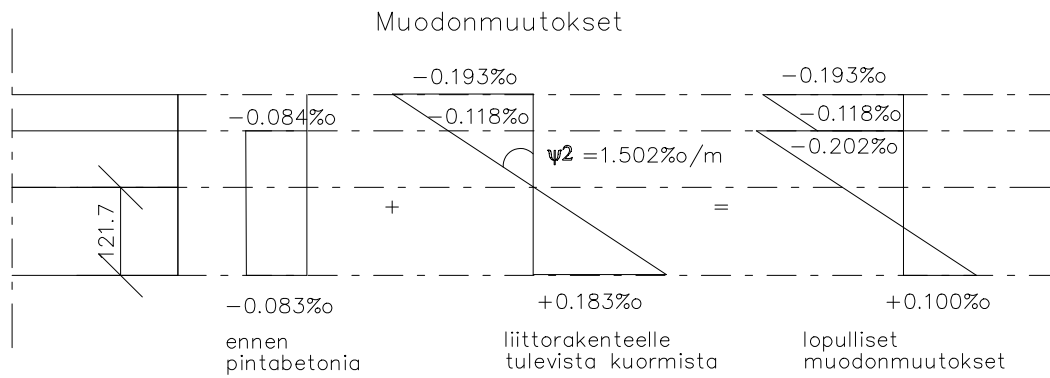
$$\text{Laatan alapinta} \quad \sigma_{ca} := \sigma_{ca1} + \sigma_{caq} \quad \sigma_{ca} = 3.509 \text{ MPa} = f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$$

$$\text{Elementtilaatan yläpinta} \quad \sigma_{cj1} := \sigma_{cy1} + \sigma_{cj1q} \quad \sigma_{cj1} = -7.105 \text{ MPa}$$

$$\text{Pintabetonin alapinta} \quad \sigma_{cj2} := \sigma_{cj2q} \quad \sigma_{cj2} = -3.699 \text{ MPa}$$

$$\text{Pintabetonin yläpinta} \quad \sigma_{cy} := \sigma_{cy2q} \quad \sigma_{cy} = -6.063 \text{ MPa}$$

$$\text{Kokonaiskäyritymä} \quad \psi := \psi_1 + \psi_{q2} \quad \psi = 1.507 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$



4. Kutistuma- ja virumaero

Pintabetoni valetaan 28 vrk elementin valusta.

Tässä vaiheessa elementin kutistumasta on tapahtunut jo osa, mutta paikallavalun kutistuma on vasta alkamassa.

Kutistuma- ja viruma-arvot:

Muunnettu paksuus

Elementti + pintabetoni

$$h_0 := \frac{A_{c1} + A_2}{b}$$

$$h_0 = 249.457 \text{ mm}$$

Kutistuma

Elementti

Sisätila , suhteellinen kosteus $RH := 50\%$ Sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha_{ds1} := 6$ $\alpha_{ds2} := 0.11$ $f_{cm0} := 10 \cdot \text{MPa}$ $RH_o := 100\%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_o} \right)^3 \right] \quad \beta_{RH} = 1.356$$

$$\text{Kuivumiskutistuma} \quad \varepsilon_{cd0} := -0.85 \cdot (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{cm1}}{f_{cm0}} \right)} \cdot \beta_{RH} \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cd0} = -0.6\%$$

Nimellispaksuuden vaikutus kutistumaan kertoimella k_h , EC2. taul 3.3 $h_o = 249 \text{ mm}$ $k_h := 0.8$

$$\text{Kuivumiskutistuman loppuarvo} \quad \varepsilon_{sd\infty} := k_h \cdot \varepsilon_{cd0} \quad \varepsilon_{sd\infty} = -0.479\%$$

Kuivumiskutistumisen kehittyminen ajan mukana

$$\beta_{ds}(t, t_s) := \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{\left(\frac{h_o}{\text{mm}}\right)^3} \cdot \text{vrk}}$$

Kuivumiskutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{sdt1...t2} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_2, t_s) - \beta_{ds}(t_1, t_s))$$

t_s tarkoittaa ajankohtaa, josta kosteuden poistuminen ja kutuistuma alkavat eli käytännössä valuhetkestä $\Rightarrow t_s := 0 \cdot \text{vrk}$

Päästölujuus $f_{cmi} := 0.7 \cdot f_{ck1} + 8 \cdot \text{MPa}$

$f_{cmi} = 36 \text{ MPa}$

$$\beta_{cc} := \frac{f_{cmi}}{f_{cm1}}$$

$\beta_{cc} = 0.75$

$s := 0.2$ Rapid-sementti

Betonin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä päästöhetkellä $t_0 := 1 \cdot \text{vrk}$

$$t_{0T} := \frac{28 \cdot \text{vrk}}{\left(1 - \frac{\ln(\beta_{cc})}{s}\right)^2} \quad t_{0T} = 4.7 \text{ vrk}$$

Sisäinen (autogeeninen) kutistuman loppuarvo

$$\varepsilon_{ca\infty} := -2.5 \cdot \left(\frac{f_{ck1} - 10 \cdot \text{MPa}}{\text{MPa}}\right) \cdot 10^{-6} \quad \varepsilon_{ca\infty} = -0.075 \text{ ‰}$$

Sisäinen kutistuma kehittyy ajan mukana $\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\text{vrk}}}}$

Sisäinen kutistuma aikavälillä $t_1 \dots t_2$

$$\varepsilon_{cat1\dots t2} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_2) - \beta_{as}(t_1))$$

Kutistuma eri aikaväleillä

Oletetaan, että 1 vrk:n kuluttua pintabetonin valusta pintabetonin lujuus on riittävästi kehittynyt estämään pintabetonin vapaan kutistuman.

1. Ennen pintabetonin valua $t_1 := 29 \cdot \text{vrk}$ $t_{1T} := t_1 + (t_{oT} - t_o)$ $t_{1T} = 32.7 \text{ vrk}$
(kovettumista)

kuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_{1T}, t_s) = 0.172$ $\varepsilon_{sd11} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot \beta_{ds}(t_{1T}, t_s)$ $\varepsilon_{sd11} = -0.082 \text{ ‰}$

sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_{1T}) = 0.681$ $\varepsilon_{as11} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t_{1T})$ $\varepsilon_{as11} = -0.051 \text{ ‰}$

kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs11} := \varepsilon_{sd11} + \varepsilon_{as11}$ $\varepsilon_{cs11} = -0.133 \text{ ‰}$

2. Pintabetonin kovettumisen jälkeen

$t_1 = 29 \text{ vrk}$ $t_{1T} = 32.7 \text{ vrk}$ $t_\infty := 70 \cdot \text{v}$

kuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_\infty, t_s) = 0.994$

$\varepsilon_{sd12} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_\infty, t_s) - \beta_{ds}(t_{1T}, t_s))$ $\varepsilon_{sd12} = -0.393 \text{ ‰}$

sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_\infty) = 1$

$\varepsilon_{as12} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_\infty) - \beta_{as}(t_{1T}))$ $\varepsilon_{as12} = -0.024 \text{ ‰}$

kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs12} := \varepsilon_{sd12} + \varepsilon_{as12}$ $\varepsilon_{cs12} = -0.417 \text{ ‰}$

Pintabetoni

Sisätila , suhteellinen kosteus $RH := 50\%$

Sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha_{ds1} := 6$ $\alpha_{ds2} := 0.11$

Rapidsementti; tyyppi R

$f_{cm0} := 10 \cdot \text{MPa}$ $RH_o := 100\%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_o} \right)^3 \right] \quad \beta_{RH} = 1.356$$

$$\text{Kuivumiskutistuma} \quad \varepsilon_{cd0} := -0.85 \cdot (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{cm2}}{f_{cm0}} \right)} \cdot \beta_{RH} \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cd0} = -0.71\%$$

Nimellispaksuuden vaikutus kutistumaan kertoimella k_h , EC2. taul 3.3

$h_o = 249 \text{ mm}$ $k_h := 0.8$

Kuivumiskutistuman loppuarvo $\varepsilon_{sd\infty} := k_h \cdot \varepsilon_{cd0}$ $\varepsilon_{sd\infty} = -0.565\%$

Kuivumiskutistumisen kehittyminen ajan mukana

$$\beta_{ds}(t, t_s) := \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{\left(\frac{h_o}{\text{mm}}\right)^3} \cdot \text{vrk}}$$

Kuivumiskutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{sdt1\dots t2} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_2, t_s) - \beta_{ds}(t_1, t_s))$$

t_s tarkoittaa ajankohtaa, josta kosteuden poistuminen ja kutuistuma alkavat eli käytännössä valuhetkestä $\Rightarrow t_s := 0 \cdot \text{vrk}$

Sisäinen (autogeeninen) kutistuman loppuarvo

$$\varepsilon_{ca\infty} := -2.5 \cdot \left(\frac{f_{ck2} - 10 \cdot \text{MPa}}{\text{MPa}} \right) \cdot 10^{-6} \quad \varepsilon_{ca\infty} = -0.038 \text{ ‰}$$

Sisäinen kutistuma kehittyy ajan mukana $\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{t}{v_{rk}}}}$

Sisäinen kutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{cat1\dots t2} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_2) - \beta_{as}(t_1))$$

Lopputila $t_{\infty} = 70 \text{ v}$

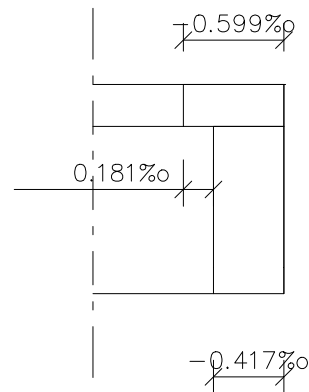
kuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_{\infty}, t_s) = 0.994$ $\varepsilon_{sd2} := \varepsilon_{sd\infty} \cdot \beta_{ds}(t_{\infty}, t_s)$ $\varepsilon_{sd2} = -0.561 \text{ ‰}$

sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_{\infty}) = 1$ $\varepsilon_{as2} := \varepsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t_{\infty})$ $\varepsilon_{as2} = -0.037 \text{ ‰}$

kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs2} := \varepsilon_{sd2} + \varepsilon_{as2}$ $\varepsilon_{cs2} = -0.599 \text{ ‰}$

Kutistumaero elementin ja pintabetonin välillä

$$\Delta\varepsilon_{cs} := \varepsilon_{cs2} - \varepsilon_{cs12} \quad \Delta\varepsilon_{cs} = -0.181 \text{ ‰}$$



Viruma

Eri ajankohtina vaikuttavien kuormien aiheuttamat muodonmuutokset viruvat kukin oman viruman kehittymiskäyrän mukaisesti (kuormituksen alkamisajankohdan to mukaisesti). Viruma jää sitä pienemmäksi mitä vanhempana rakennetta kuormitetaan. Tämän takia kutakin eri ajankohtana tulevaa kuormitusta on tarkasteltava erikseen.

Elementti

Betonin lujuuden vaikutus virumaan, kun $f_{cm} > 35$ MPa

$$\alpha_1 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm1}} \right)^{0.7}, 1 \right] \quad \alpha_1 = 0.802$$

$$\alpha_2 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm1}} \right)^{0.2}, 1 \right] \quad \alpha_2 = 0.939$$

$$\alpha_3 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm1}} \right)^{0.5}, 1 \right] \quad \alpha_3 = 0.854$$

Suhteellisesta kosteudesta riippuva virumaluvun perusarvo

$$\phi_{RH} := \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100\%}}{3 \sqrt{\frac{h_o}{\text{mm}}}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad \phi_{RH} = 1.537$$

Betonin lujuuden vaikutus nimelliseen virumalukuun $\beta_{f_{cm}} := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm1}}{\text{MPa}}}} \quad \beta_{f_{cm}} = 2.425$

Sementtityypin vaikutus virumalukuun

Rapid-sementti(R tyyppin sementti) $\alpha := 1$

$$t_o := t_{oT} \cdot \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}} \right)^{1.2}} + 1 \right]^{\alpha}$$

Kaavan vaikutus sisältyy β_{cc} :n mukaan laskettuun aikaan
 $t_{oT} = 4.709 \text{ vrk}$

Ensin lasketaan kovettumislämpötilan vaikutus kaavasta SFS-EN-1992-1-1 (B.10); aika t_T sen jälkeen lasketaan kaavasta (B.9) sementtityypin vaikutus, saadaan $t_o = t_{oT}$ ja sen jälkeen lasketaan betonin lujuus kaavoista (3.1) ja (3.2), josta pitäisi tulla $\beta_{cc} = 0.75$.

Kuormitusajankohdan vaikutus virumalukuun

$$\beta(t_{oT}) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}} \right)^{0.2}}$$

Nimellinen virumaluku $\phi_o(t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT})$ $\phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} = 3.726$

Suhteellisesta kosteudesta ja nimellisestä (muunnetusta) paksuudesta riippuva virumisnopeuteen vaikuttava kerroin

$$\beta_H := \min \left[1.5 \cdot \left[1 + \left(0.012 \cdot \frac{RH}{\%} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_o}{\text{mm}} + 250 \cdot \alpha_3, 1500 \cdot \alpha_3 \right] \cdot \text{vrk} \quad \beta_H = 587.7 \text{ vrk}$$

Viruman kehittyminen ajan mukana (kuormituksen kesto $t - t_o$)

$$\beta_c(t, t_{oT}) := \frac{t - t_{oT}}{\beta_H + t - t_{oT}}$$

Virumaluku hetkellä t kuormitukselle, joka alkaa hetkellä t_o (kuormituksen kesto $t - t_o$)

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_o \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT}) \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

Elementille tulevat kuormat:1. Esijännitys ja elementtilaatan paino vaikuttavat laukaisuhetkellä $t_0 = 1$ vrkTeoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{oT} = 4.7$ vrk

$$\text{Kuormitusajankohdan kerroin } \beta_{\text{lauk}} := \beta(t_{oT}) \quad \beta_{\text{lauk}} = 0.683$$

$$\phi_{\text{olauk}} := \phi_o(t_{oT}) \quad \phi_{\text{olauk}} = 2.546$$

Virumaluku ennen pintabetonin valua:

Pintabetonin valuaajankohta $t_1 = 29$ vrkElementin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä pintabetonin valuhetkellä $t_{1T} = 32.7$ vrk

$$\beta_c(t_{1T}, t_{oT}) = 0.045$$

Virumasta kehittyä ennen pintabetonin valua

$$\phi_{\text{lauk.1}} := \phi_{\text{olauk}} \cdot \beta_c(t_{1T}, t_{oT}) \quad \phi_{\text{lauk.1}} = 0.116$$

Virumaluku pintabetonin valun jälkeen

$$\phi_{\text{lauk.2}} := \phi_{\text{olauk}} \cdot (\beta_c(t_{\infty}, t_{oT}) - \beta_c(t_{1T}, t_{oT})) \quad \phi_{\text{lauk.2}} = 2.373$$

2. Jännityshäviöt ennen pintabetonin kovettumista

Käsiteellään kuten tartuntajännerakenteet häviöt yleensä. Esimerkin yksinkertaistamiseski ne jätetään tässä käsittelemättä.

Häviöt ja niistä aiheutuvat jännitysmuutokset kehittyvät vähitellen. Otaksutaan tämän kuormitustapauksen alkujankohdaksi $t_0=1$ vrk ja otetaan asteettainen kehittyminen huomioon kertomalla virumaluku betonin relaksaatiokertoimella $\chi := 0.8$

Virumaluku tälle kuormitustapaukselle olisi siis ennen pintabetonin valua

$$\phi_{\text{häviöt.1}} := \chi \cdot \phi_{\text{lauk.1}}$$

Pintabetonin valun jälkeen $\phi_{\text{häviöt.2}} := \chi \cdot \phi_{\text{lauk.2}}$

3. Pintabetonin paino, kuormituksen alkuhetki $t_{01} := t_1$ $t_{01} = 29$ vrk

Teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{1T} = 32.7$ vrk

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{pintab}} := \beta(t_{1T})$ $\beta_{\text{pintab}} = 0.474$

$$\phi_{\text{opintab}} := \phi_0(t_{1T}) \quad \phi_{\text{opintab}} = 1.767$$

$$\beta_c(t_\infty, t_{1T}) = 0.977$$

$$\phi_{\text{pintab}} := \phi_{\text{opintab}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{1T}) \quad \phi_{\text{pintab}} = 1.727$$

Liittorakenteelle tulevat kuormat /Elementin virumaluvut4. Kutistuma- ja virumaerot

Kutistuma- ja virumaerojen aiheuttamat jännitykset kehittyvät vahitellen.

Oletetaan tämän kuormitustapauksen alkuhetkeksi $t_1 = 29 \text{ vrk}$

Elementin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{1T} = 32.709 \text{ vrk}$

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{kut.vir}} := \beta(t_{1T})$ $\beta_{\text{kut.vir}} = 0.474$

$\phi_{\text{okut.vir}} := \phi_o(t_{1T})$ $\phi_{\text{okut.vir}} = 1.767$

$\beta_c(t_\infty, t_{1T}) = 0.977$

$\phi_{\text{kut.vir}} := \phi_{\text{okut.vir}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{1T})$ $\phi_{\text{kut.vir}} = 1.727$

Kutistuma- ja virumaerosta aiheutuvien jännitysten kehittyminen väjätellen otetaan huomioon jäljempänä pienennyskerroimella χ .

5. Jännityshäviöt pintabetonin valun jälkeen

Jännityshäviöiden aiheuttamat jännityksen muutokset kehittyvät vähitellen. Oletetaan vaikutusten alkamisajankohdaksi t_1 .

Häviöt lasketaan tavanomaiseen tapaan käyttämällä jäykkyyksarvoina liittorakenteen jäykkyyksarvoja. Häviöiden laskentaa ei tässä esitetä.

Jännityshäviöiden vaikutus voidaan laskea myös kutistuma- ja virumaerojen yhteydessä siten, että kutistumasta ja virumasta syntyviä pakkovoimia ei lasketa pelkästään pintabetonin ja elementin välisestä kutistuma- ja virumaerosta vaan kummassakin osassa pintabetonin valun jälkeen tapahtuvasta kutistumasta ja virumasta.

Kutistuman ja viruman vaikutus rakenteen jännityksiin käsitellään laskennallisesti kahdessa osassa:

- oletetaan molemmissa osissa sama kutistuma ja viruma liittorakenteen painopisteessä sekä käyristymä koko poikkileikkauksessa => jännityshäviöt

- koska pintabetonissa kutistuma ja viruma erisuuruisia kuin edellä oletettiin, niin korjataan tilannetta laskemalla ko. kutistuma- ja virumaerosta syntyvät jännityksen muutokset (kuormitustapaus 4) betonille ja jänneteräksille.

Sama tulos saadaan, jos lasketaan suoraan kunkin osan kutistuman ja viruman aiheuttamat pakkovoimat ja niistä syntyvät jännityksen muutokset betonille ja jänneteräksille.

Jänneteräksen jännityksen muutos sisältää tällöin sekä jännityshäviöt että kutistuma- ja virumaeron vaikutuksen.

Virumaluku pintabetonin valun jälkeen tapahtuville häviöille on sama kuin kutistuma- ja virumaerolle.

$$\phi_{\text{häviöt.2}} := \phi_{\text{kut.vir}}$$

$$\phi_{\text{häviöt.2}} = 1.727$$

6. Pitkäaikainen hyötykuorma

Oletaan pitkäaikaisen hyötykuorman alkamisajankohdaksi 1 kk pintabetonin valusta, jolloin elementin valusta on kulunut $t_2 := 60 \cdot \text{vrk}$.

Elementin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{2T} := t_2 + (t_{0T} - t_0) \quad t_{2T} = 63.7 \text{ vrk}$

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{pitkä}} := \beta(t_{2T}) \quad \beta_{\text{pitkä}} = 0.417$

$\phi_{\text{opitkä}} := \phi_0(t_{2T}) \quad \phi_{\text{opitkä}} = 1.555$

$\beta_c(t_\infty, t_{2T}) = 0.977$

$\phi_{\text{pitkä}} := \phi_{\text{opitkä}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{2T}) \quad \phi_{\text{pitkä}} = 1.52$

Liittorakenteelle tulevat kuormat /Pintabetonin virumaluvutPintabetonin lujuuden vaikutus virumaan, kun $f_{cm} > 35$ MPa

$$\alpha_1 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm2}} \right)^{0.7}, 1 \right] \quad \alpha_1 = 1$$

$$\alpha_2 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm2}} \right)^{0.2}, 1 \right] \quad \alpha_2 = 1$$

$$\alpha_3 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm2}} \right)^{0.5}, 1 \right] \quad \alpha_3 = 1$$

Suhteellisesta kosteudesta riippuva virumaluvun perusarvo

$$\phi_{RH} := \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100\%}}{0.1 \cdot \sqrt{\frac{h_o}{\text{mm}}}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad \phi_{RH} = 1.794$$

Betonin lujuuden vaikutus nimelliseen virumalukuun $\beta_{fcm} := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm2}}{\text{MPa}}}} \quad \beta_{fcm} = 2.925$

$$\beta(t_{oT}) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}}\right)^{0.2}}$$

Nimellinen virumaluku $\phi_o(t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT})$

Suhteellisesta kosteudesta ja nimellisestä (muunnetusta) paksuudesta riippuva virumisnopeuteen vaikuttava kerroin

$$\beta_H := \min \left[1.5 \cdot \left[1 + \left(0.012 \cdot \frac{RH}{\%} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_o}{\text{mm}} + 250 \cdot \alpha_3, 1500 \cdot \alpha_3 \right] \cdot \text{vrk} \quad \beta_H = 624.2 \text{ vrk}$$

Viruman kehittyminen ajan mukana (kuormituksen kesto t-to)

$$\beta_c(t, t_{oT}) := \frac{t - t_{oT}}{\beta_H + t - t_{oT}}$$

Kuormitusajankohdan vaikutus virumalukuun

Virumaluku hetkellä t kuormitukselle, joka alkaa hetkellä to (kuormituksen kesto t - to)

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_o \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT}) \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

4. Kutistuma- ja virumaerot

Kutistuma- ja virumaerojen aiheuttamat jännitykset kehittyvät vähitellen.

Oletetaan tämän kuormitustapauksen alkuhetkeksi $t_1 = 29$ vrk elementin valusta

Pintabetonin ikä $t_{12} := t_1 - 28 \cdot \text{vrk}$ $t_{12} = 1$ vrk

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{kut.vir2}} := \beta(t_{12})$ $\beta_{\text{kut.vir2}} = 0.909$

$\phi_{\text{okut.vir2}} := \phi_o(t_{12})$ $\phi_{\text{okut.vir2}} = 4.77$

$\beta_c(t_\infty, t_{12}) = 0.976$

$\phi_{\text{kut.vir2}} := \phi_{\text{okut.vir2}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{12})$ $\phi_{\text{kut.vir2}} = 4.657$

Kutistuma- ja virumaerosta aiheutuvien jännitysten kehittyminen väjätellen otetaan huomioon jäljempänä pienennyskerroimella $\chi_2 = 0.6$.

5. Jännityshäviöt pintabetonin valun jälkeen

Pintabetonin valun jälkeen tapahtuvuista jännityshäviöistä aiheutuu myös pintabetoniin jännityksiä.

$$\phi_{\text{haviot.22}} := \phi_{\text{kut.vir2}} \quad \phi_{\text{haviot.22}} = 4.657$$

6. Pitkäaikainen hyötykuorma

Oletaan pitkäaikaisen hyötykuorman alkamisajankohdaksi 1 kk pintabetonin valusta, jolloin elementin valusta on kulunut $t_2 := 60 \cdot \text{vrk}$.

Pintabetonin ikä pitkäaikaisen hyötykuorman alkaessa vaikuttaa $t_{22} := t_2 - 28 \cdot \text{vrk}$ $t_{22} = 32 \text{ vrk}$

$$\text{Kuormitusajankohdan kerroin} \quad \beta_{\text{pitkä2}} := \beta(t_{22}) \quad \beta_{\text{pitkä2}} = 0.476$$

$$\phi_{\text{opitkä2}} := \phi_o(t_{22}) \quad \phi_{\text{opitkä2}} = 2.499$$

$$\beta_c(t_\infty, t_{22}) = 0.976$$

$$\phi_{\text{pitkä2}} := \phi_{\text{opitkä2}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{22}) \quad \phi_{\text{pitkä2}} = 2.439$$

Lyhytaikainen hyötykuorma ei aiheuta virumaa

Kutistuma- ja virumaerot kehittyvät vähitellen ajan mukana välillä 61 vrk ... ∞ .
 Syntyviin jännityksiin vaikuttaa heti niiden kehittymisestä lähtien myös viruma.
 Laskelmissa oletetaan kutistuma- ja virumaerojen vaikuttavan täysimääräisinä heti 61 vrk:sta alkaen.

Kutistuma- ja virumaeroista aiheutuvat kimmoiset muodonmuutokset tasaavat työsauman molemmilla puolilla kutistuma- ja virumeroista johtuvat muodonmuutoserot. Viruman kasvattaessa edelleen näitä muodonmuutoksia, osa muodonmuutoserosta tasoittavasta kimmoisesta muodonmuutoksesta korvautuu vähitellen virumalla ja siten pienentää kutistuma- ja virumaerojen aiheuttamia jännityksiä.

Viruman vaikutus otetaan huomioon pienentämällä betonin kimmokerrointa ja kutistuma- ja virumaerojen asteittainen kehittyminen otetaan huomioon virumalukua pienentämällä betonin relaksaatiokertoimella (ikäntymiskertoimella) $\chi = 0.6 \dots 0.8$.

Vaihtoehtoisesti voidaan kutistuma- ja virumaerosta aiheutuvaa pakkovoimaa laskettaessa

pienentää betonin kimmokerrointa kertoimella $k_{\phi} := \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi}$.

Molemmat tavat antavat suurinpiirtein saman tuloksen virumaluvun arvolla $\phi=2$.

Pienennetään virumalukua kertoimella $\chi_1 := 0.8$ (elementti)

$\chi_2 := 0.6$ (pintabetoni)

Betonin relaksaatiokertoimen määrittäminen; kts. Ghali&Favre

Elementti: $\chi_1 \cdot \phi_{\text{kut.vir}} = 1.382$

Pintabetoni $\chi_2 \cdot \phi_{\text{kut.vir2}} = 2.794$

4. Kutistuma- ja virumaero

Pintabetoni valetaan 28 vrk elementin valusta.

Tässä vaiheessa elementin kutistumasta on tapahtunut jo osa, mutta paikallavalun kutistuma on vasta alkamassa.

Kutistuma- ja viruma-arvot:

Muunnettu paksuus

Elementti + pintabetoni

$$h_0 := \frac{A_{c1} + A_2}{b}$$

$$h_0 = 249.457 \text{ mm}$$

Kutistuma

Elementti

Sisätila , suhteellinen kosteus $RH := 50\%$ Sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha_{ds1} := 6$ $\alpha_{ds2} := 0.11$ $f_{cm0} := 10 \cdot \text{MPa}$ $RH_o := 100 \cdot \%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_o} \right)^3 \right] \quad \beta_{RH} = 1.356$$

$$\text{Kuivumiskutistuma} \quad \varepsilon_{cd0} := -0.85 \cdot (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{cm1}}{f_{cm0}} \right)} \cdot \beta_{RH} \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cd0} = -0.6 \text{‰}$$

Nimellispaksuuden vaikutus kutistumaan kertoimella k_h , EC2. taul 3.3 $h_o = 249 \text{ mm}$ $k_h := 0.8$ Kuivumiskutistuman loppuarvo $\varepsilon_{sd\infty} := k_h \cdot \varepsilon_{cd0}$ $\varepsilon_{sd\infty} = -0.479 \text{‰}$

Kuivumiskutistumisen kehittyminen ajan mukana

$$\beta_{ds}(t, t_s) := \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{\left(\frac{h_0}{\text{mm}}\right)^3} \cdot \text{vrk}}$$

Kuivumiskutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{sdt1...t2} := \varepsilon_{sd\infty} (\beta_{ds}(t_2, t_s) - \beta_{ds}(t_1, t_s))$$

t_s tarkoittaa ajankohtaa, josta kosteuden poistuminen ja kutistuma alkavat eli käytännössä valuhetkestä $\Rightarrow t_s := 0 \cdot \text{vrk}$

Päästölujuus $f_{cmi} := 0.7 \cdot f_{ck1} + 8 \cdot \text{MPa}$

$f_{cmi} = 36 \text{ MPa}$

$$\beta_{cc} := \frac{f_{cmi}}{f_{cm1}}$$

$\beta_{cc} = 0.75$

$s := 0.2$ Rapid-sementti

Betonin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä päästöhetkellä $t_0 := 1 \cdot \text{vrk}$

$$t_{0T} := \frac{28 \cdot \text{vrk}}{\left(1 - \frac{\ln(\beta_{cc})}{s}\right)^2} \quad t_{0T} = 4.7 \text{ vrk}$$

Sisäinen (autogeeninen) kutistuman loppuarvo

$$\varepsilon_{ca\infty} := -2.5 \cdot \left(\frac{f_{ck1} - 10 \cdot \text{MPa}}{\text{MPa}}\right) \cdot 10^{-6} \quad \varepsilon_{ca\infty} = -0.075 \text{ ‰}$$

Sisäinen kutistuma kehittyy ajan mukana $\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\text{vrk}}}}$

Sisäinen kutistuma aikavälillä $t_1 \dots t_2$

$$\varepsilon_{cat1\dots t2} := \varepsilon_{ca\infty} (\beta_{as}(t_2) - \beta_{as}(t_1))$$

Kutistuma eri aikaväleillä

Oletetaan, että 1 vrk:n kuluttua pintabetonin valusta pintabetonin lujuus on riittävästi kehittynyt estämään pintabetonin vapaan kutistuman.

1. Ennen pintabetonin valua $t_1 := 29 \cdot \text{vrk}$ $t_{1T} := t_1 + (t_{oT} - t_o)$ $t_{1T} = 32.7 \text{ vrk}$
(kovettumista)

kuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_{1T}, t_s) = 0.172$ $\epsilon_{sd11} := \epsilon_{sd\infty} \cdot \beta_{ds}(t_{1T}, t_s)$ $\epsilon_{sd11} = -0.082 \text{ ‰}$

sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_{1T}) = 0.681$ $\epsilon_{as11} := \epsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t_{1T})$ $\epsilon_{as11} = -0.051 \text{ ‰}$

kokonaiskutistuma $\epsilon_{cs11} := \epsilon_{sd11} + \epsilon_{as11}$ $\epsilon_{cs11} = -0.133 \text{ ‰}$

2. Pintabetonin kovettumisen jälkeen

$t_1 = 29 \text{ vrk}$ $t_{1T} = 32.7 \text{ vrk}$ $t_\infty := 70 \cdot \text{v}$

kuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_\infty, t_s) = 0.994$

$\epsilon_{sd12} := \epsilon_{sd\infty} \cdot (\beta_{ds}(t_\infty, t_s) - \beta_{ds}(t_{1T}, t_s))$ $\epsilon_{sd12} = -0.393 \text{ ‰}$

sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_\infty) = 1$

$\epsilon_{as12} := \epsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_\infty) - \beta_{as}(t_{1T}))$ $\epsilon_{as12} = -0.024 \text{ ‰}$

kokonaiskutistuma $\epsilon_{cs12} := \epsilon_{sd12} + \epsilon_{as12}$ $\epsilon_{cs12} = -0.417 \text{ ‰}$

Pintabetoni

Sisätila , suhteellinen kosteus $RH := 50\%$

Sementtityypistä riippuva kerroin $\alpha_{ds1} := 6$ $\alpha_{ds2} := 0.11$

Rapidsementti; tyyppi R

$f_{cm0} := 10 \cdot \text{MPa}$ $RH_o := 100 \cdot \%$

$$\beta_{RH} := 1.55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_o} \right)^3 \right] \quad \beta_{RH} = 1.356$$

$$\text{Kuivumiskutistuma} \quad \varepsilon_{cd0} := -0.85 \cdot (220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{cm2}}{f_{cm0}} \right)} \cdot \beta_{RH} \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cd0} = -0.71 \text{ ‰}$$

Nimellispaksuuden vaikutus kutistumaan kertoimella k_h , EC2. taul 3.3

$h_o = 249 \text{ mm}$ $k_h := 0.8$

Kuivumiskutistuman loppuarvo $\varepsilon_{sd\infty} := k_h \cdot \varepsilon_{cd0}$ $\varepsilon_{sd\infty} = -0.565 \text{ ‰}$

Kuivumiskutistumisen kehittyminen ajan mukana

$$\beta_{ds}(t, t_s) := \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{\left(\frac{h_o}{\text{mm}}\right)^3} \cdot \text{vrk}}$$

Kuivumiskutistuma aikavälillä t1...t2

$$\varepsilon_{sdt1\dots t2} := \varepsilon_{sd\infty} (\beta_{ds}(t_2, t_s) - \beta_{ds}(t_1, t_s))$$

t_s tarkoittaa ajankohtaa, josta kosteuden poistuminen ja kutuistuma alkavat eli käytännössä valuhetkestä $\Rightarrow t_s := 0 \cdot \text{vrk}$

Sisäinen (autogeeninen) kutistuman loppuarvo

$$\epsilon_{ca\infty} := -2.5 \cdot \left(\frac{f_{ck2} - 10 \cdot \text{MPa}}{\text{MPa}} \right) \cdot 10^{-6} \quad \epsilon_{ca\infty} = -0.038 \text{‰}$$

Sisäinen kutistuma kehittyä ajan mukana $\beta_{as}(t) := 1 - e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{t}{\text{vrk}}}}$

Sisäinen kutistuma aikavälillä t1...t2

$$\epsilon_{cat1...t2} := \epsilon_{ca\infty} \cdot (\beta_{as}(t_2) - \beta_{as}(t_1))$$

Lopputila $t_{\infty} = 70 \text{ v}$

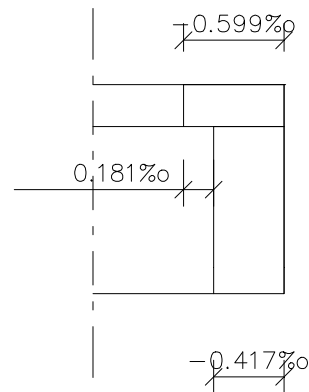
kuivumiskutistuma $\beta_{ds}(t_{\infty}, t_s) = 0.994$ $\epsilon_{sd2} := \epsilon_{sd\infty} \cdot \beta_{ds}(t_{\infty}, t_s)$ $\epsilon_{sd2} = -0.561 \text{‰}$

sisäinen kutistuma $\beta_{as}(t_{\infty}) = 1$ $\epsilon_{as2} := \epsilon_{ca\infty} \cdot \beta_{as}(t_{\infty})$ $\epsilon_{as2} = -0.037 \text{‰}$

kokonaiskutistuma $\epsilon_{cs2} := \epsilon_{sd2} + \epsilon_{as2}$ $\epsilon_{cs2} = -0.599 \text{‰}$

Kutistumaero elementin ja pintabetonin välillä

$$\Delta\epsilon_{cs} := \epsilon_{cs2} - \epsilon_{cs12} \quad \Delta\epsilon_{cs} = -0.181 \text{‰}$$



Viruma

Eri ajankohtina vaikuttavien kuormien aiheuttamat muodonmuutokset viruvat kukin oman viruman kehittymiskäyrän mukaisesti (kuormituksen alkamisajankohdan to mukaisesti). Viruma jää sitä pienemmäksi mitä vanhempana rakennetta kuormitetaan. Tämän takia kutakin eri ajankohtana tulevaa kuormitusta on tarkasteltava erikseen.

Elementti

Betonin lujuuden vaikutus virumaan, kun $f_{cm} > 35 \text{ MPa}$

$$\alpha_1 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm1}} \right)^{0.7}, 1 \right] \quad \alpha_1 = 0.802$$

$$\alpha_2 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm1}} \right)^{0.2}, 1 \right] \quad \alpha_2 = 0.939$$

$$\alpha_3 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm1}} \right)^{0.5}, 1 \right] \quad \alpha_3 = 0.854$$

Suhteellisesta kosteudesta riippuva virumaluvun perusarvo

$$\phi_{RH} := \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100\%}}{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{h_o}{\text{mm}}}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad \phi_{RH} = 1.537$$

Betonin lujuuden vaikutus nimelliseen virumalukuun $\beta_{f_{cm}} := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm1}}{\text{MPa}}}} \quad \beta_{f_{cm}} = 2.425$

Sementtityypin vaikutus virumalukuun

Rapid-sementti(R tyypin sementti) $\alpha := 1$

$$t_o := t_{oT} \cdot \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}} \right)^{1.2}} + 1 \right]^{\alpha}$$

Kaavan vaikutus sisältyy β_{cc} :n mukaan laskettuun aikaan
 $t_{oT} = 4.709 \text{ vrk}$

Ensin lasketaan kovettumislämpötilan vaikutus kaavasta SFS-EN-1992-1-1 (B.10); aika tT sen jälkeen lasketaan kaavasta (B.9) sementtityypin vaikutus, saadaan $t_o = t_{oT}$ ja sen jälkeen lasketaan betonin lujuus kaavoista (3.1) ja (3.2), josta pitäisi tulla $\beta_{cc} = 0.75$.

Kuormitusajankohdan vaikutus virumalukuun

$$\beta(t_{oT}) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}} \right)^{0.2}}$$

Nimellinen virumaluku $\phi_o(t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT})$ $\phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} = 3.726$

Suhteellisesta kosteudesta ja nimellisestä (muunnetusta) paksuudesta riippuva virumisnopeuteen vaikuttava kerroin

$$\beta_H := \min \left[1.5 \cdot \left[1 + \left(0.012 \cdot \frac{RH}{\%} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_o}{\text{mm}} + 250 \cdot \alpha_3, 1500 \cdot \alpha_3 \right] \cdot \text{vrk} \quad \beta_H = 587.7 \text{ vrk}$$

Viruman kehittyminen ajan mukana (kuormituksen kesto t-to)

$$\beta_c(t, t_{oT}) := \frac{t - t_{oT}}{\beta_H + t - t_{oT}}$$

Virumaluku hetkellä t kuormitukselle, joka alkaa hetkellä to (kuormituksen kesto t - to)

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_o \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT}) \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

Kullekin eri aikana alkavalle kuormitukselle ja jännitystilalle lasketaan oma virumaluku ja viruma ϵ_{cc}

Elementille tulevat kuormat:

1. Esijännitys ja elementtilaatan paino vaikuttavat laukaisuhetkellä $t_0 = 1$ vrk

Teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{oT} = 4.7$ vrk

$$\text{Kuormitusajankohdan kerroin } \beta_{\text{lauk}} := \beta(t_{oT}) \quad \beta_{\text{lauk}} = 0.683$$

$$\phi_{\text{olauk}} := \phi_o(t_{oT}) \quad \phi_{\text{olauk}} = 2.546$$

Virumaluku ennen pintabetonin valua:

Pintabetonin valujankohta $t_1 = 29$ vrk

Elementin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä pintabetonin valuhetkellä $t_{1T} = 32.7$ vrk

$$\beta_c(t_{1T}, t_{oT}) = 0.045$$

Virumasta kehittyä ennen pintabetonin valua

$$\phi_{\text{lauk.1}} := \phi_{\text{olauk}} \cdot \beta_c(t_{1T}, t_{oT}) \quad \phi_{\text{lauk.1}} = 0.116$$

Virumaluku pintabetonin valun jälkeen

$$\phi_{\text{lauk.2}} := \phi_{\text{olauk}} \cdot (\beta_c(t_{\infty}, t_{oT}) - \beta_c(t_{1T}, t_{oT})) \quad \phi_{\text{lauk.2}} = 2.373$$

2. Jännityshäviöt ennen pintabetonin kovettumista

Käsitteellään kuten tartuntajännerakenteet häviöt yleensä. Esimerkin yksinkertaistamiseski ne jätetään tässä käsittelemättä.

Häviöt ja niistä aiheutuvat jännitysmuutokset kehittyvät vähitellen. Otaksutaan tämän kuormitustapauksen alkuaikajankohdaksi $t_0=1$ vrk ja otetaan asteettainen kehittyminen huomioon kertomalla virumaluku betonin relaksaatiokertoimella $\chi := 0.8$

Virumaluku tälle kuormitustapaukselle olisi siis ennen pintabetonin valua

$$\phi_{\text{häviöt.1}} := \chi \cdot \phi_{\text{lauk.1}}$$

Pintabetonin valun jälkeen $\phi_{\text{häviöt.2}} := \chi \cdot \phi_{\text{lauk.2}}$

3. Pintabetonin paino, kuormituksen alkuehetki $t_{01} := t_1$ $t_{01} = 29$ vrk

Teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{1T} = 32.7$ vrk

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{pintab}} := \beta(t_{1T})$ $\beta_{\text{pintab}} = 0.474$

$$\phi_{\text{opintab}} := \phi_o(t_{1T}) \quad \phi_{\text{opintab}} = 1.767$$

$$\beta_c(t_\infty, t_{1T}) = 0.977$$

$$\phi_{\text{pintab}} := \phi_{\text{opintab}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{1T}) \quad \phi_{\text{pintab}} = 1.727$$

Liittorakenteelle tulevat kuormat /Elementin virumaluvut4. Kutistuma- ja virumaerot

Kutistuma- ja virumaerojen aiheuttamat jännitykset kehittyvät vahitellen.

Oletetaan tämän kuormitustapauksen alkuhetkeksi $t_1 = 29$ vrk

Elementin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{1T} = 32.709$ vrk

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{kut.vir}} := \beta(t_{1T})$ $\beta_{\text{kut.vir}} = 0.474$

$\phi_{\text{okut.vir}} := \phi_o(t_{1T})$ $\phi_{\text{okut.vir}} = 1.767$

$\beta_c(t_\infty, t_{1T}) = 0.977$

$\phi_{\text{kut.vir}} := \phi_{\text{okut.vir}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{1T})$ $\phi_{\text{kut.vir}} = 1.727$

Kutistuma- ja virumaerosta aiheutuvien jännitysten kehittyminen väjitellen otetaan huomioon jäljempänä pienennyskerroimella χ .

5. Jännityshäviöt pintabetonin valun jälkeen

Jännityshäviöiden aiheuttamat jännityksen muutokset kehittyvät vähitellen. Oletetaan vaikutusten alkamisajankohdaksi t1.

Häviöt lasketaan tavanomaiseen tapaan käyttämällä jäykkyysarvoina liittorakenteen jäykkyysarvoja. Häviöiden laskentaa ei tässä esitetä.

Jännityshäviöiden vaikutus voidaan laskea myös kutistuma- ja virumaerojen yhteydessä siten, että kutistumasta ja virumasta syntyviä pakkovoimia ei lasketa pelkästään pintabetonin ja elementin välisestä kutistuma- ja virumaerosta vaan kummassakin osassa pintabetonin valun jälkeen tapahtuvasta kutistumasta ja virumasta.

Kutistuman ja viruman vaikutus rakenteen jännityksiin käsitellään laskennallisesti kahdessa osassa:

- oletetaan molemmissa osissa sama kutistuma ja viruma liittorakenteen painopisteessä sekä käyritymä koko poikkileikkauksessa => jännityshäviöt

- koska pintabetonissa kutistuma ja viruma erisuuruisia kuin edellä oletettiin, niin korjataan tilannetta laskemalla ko. kutistuma- ja virumaerosta syntyvät jännityksen muutokset (kuormitustapaus 4) betonille ja jänneteräksille.

Sama tulos saadaan, jos lasketaan suoraan kunkin osan kutistuman ja viruman aiheuttamat pakkovoimat ja niistä syntyvät jännityksen muutokset betonille ja jänneteräksille.

Jänneteräksen jännityksen muutos sisältää tällöin sekä jännityshäviöt että kutistuma- ja virumaeron vaikutuksen.

Virumaluku pintabetonin valun jälkeen tapahtuville häviöille on sama kuin kutistuma- ja virumaerolle.

$$\phi_{\text{haviot.2}} := \phi_{\text{kut.vir}}$$

$$\phi_{\text{haviot.2}} = 1.727$$

6. Pitkäaikainen hyötykuorma

Oletaan pitkäaikaisen hyötykuorman alkamisajankohdaksi 1 kk pintabetonin valusta, jolloin elementin valusta on kulunut $t_2 := 60$ vrk.

Elementin teoreettinen lämpötilakorjattu ikä $t_{2T} := t_2 + (t_{oT} - t_o) \quad t_{2T} = 63.7$ vrk

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{pitkä}} := \beta(t_{2T}) \quad \beta_{\text{pitkä}} = 0.417$

$\phi_{\text{opitkä}} := \phi_o(t_{2T}) \quad \phi_{\text{opitkä}} = 1.555$

$\beta_c(t_\infty, t_{2T}) = 0.977$

$\phi_{\text{pitkä}} := \phi_{\text{opitkä}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{2T}) \quad \phi_{\text{pitkä}} = 1.52$

Liittorakenteelle tulevat kuormat /Pintabetonin virumaluvutPintabetonin lujuuden vaikutus virumaan, kun $f_{cm} > 35$ MPa

$$\alpha_1 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm2}} \right)^{0.7}, 1 \right] \quad \alpha_1 = 1$$

$$\alpha_2 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm2}} \right)^{0.2}, 1 \right] \quad \alpha_2 = 1$$

$$\alpha_3 := \min \left[\left(\frac{35 \cdot \text{MPa}}{f_{cm2}} \right)^{0.5}, 1 \right] \quad \alpha_3 = 1$$

Suhteellisesta kosteudesta riippuva virumaluvun perusarvo

$$\phi_{RH} := \left(1 + \frac{1 - \frac{RH}{100\%}}{0.1 \cdot \sqrt{\frac{h_o}{\text{mm}}}} \cdot \alpha_1 \right) \cdot \alpha_2 \quad \phi_{RH} = 1.794$$

Betonin lujuuden vaikutus nimelliseen virumalukuun $\beta_{f_{cm}} := \frac{16.8}{\sqrt{\frac{f_{cm2}}{\text{MPa}}}} \quad \beta_{f_{cm}} = 2.925$

$$\beta(t_{oT}) := \frac{1}{0.1 + \left(\frac{t_{oT}}{\text{vrk}}\right)^{0.2}}$$

Nimellinen virumaluku $\phi_o(t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT})$

Suhteellisesta kosteudesta ja nimellisestä (muunnetusta) paksuudesta riippuva virumisnopeuteen vaikuttava kerroin

$$\beta_H := \min \left[1.5 \cdot \left[1 + \left(0.012 \cdot \frac{RH}{\%} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_o}{\text{mm}} + 250 \cdot \alpha_3, 1500 \cdot \alpha_3 \right] \cdot \text{vrk} \quad \beta_H = 624.2 \text{ vrk}$$

Viruman kehittyminen ajan mukana (kuormituksen kesto t-to)

$$\beta_c(t, t_{oT}) := \frac{t - t_{oT}}{\beta_H + t - t_{oT}}$$

Kuormitusajankohdan vaikutus virumalukuun

Virumaluku hetkellä t kuormitukselle, joka alkaa hetkellä to (kuormituksen kesto t - to)

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_o \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

$$\phi(t, t_{oT}) := \phi_{RH} \cdot \beta_{fcm} \cdot \beta(t_{oT}) \cdot \beta_c(t, t_{oT})$$

4. Kutistuma- ja virumaerot

Kutistuma- ja virumaerojen aiheuttamat jännitykset kehittyvät vähitellen.

Oletetaan tämän kuormitustapauksen alkuhetkeksi $t_1 = 29$ vrk elementin valusta

Pintabetonin ikä $t_{12} := t_1 - 28 \cdot \text{vrk}$ $t_{12} = 1$ vrk

Kuormitusajankohdan kerroin $\beta_{\text{kut.vir2}} := \beta(t_{12})$ $\beta_{\text{kut.vir2}} = 0.909$

$\phi_{\text{okut.vir2}} := \phi_o(t_{12})$ $\phi_{\text{okut.vir2}} = 4.77$

$\beta_c(t_\infty, t_{12}) = 0.976$

$\phi_{\text{kut.vir2}} := \phi_{\text{okut.vir2}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{12})$ $\phi_{\text{kut.vir2}} = 4.657$

Kutistuma- ja virumaerosta aiheutuvien jännitysten kehittyminen väjätellen otetaan huomioon jäljempänä pienennyskerroimella $\chi_2=0.6$.

5. Jännityshäviöt pintabetonin valun jälkeen

Pintabetonin valun jälkeen tapahtuvuista jännityshäviöistä aiheutuu myös pintabetoniin jännityksiä.

$$\phi_{\text{haviot.22}} := \phi_{\text{kut.vir2}} \quad \phi_{\text{haviot.22}} = 4.657$$

6. Pitkäaikainen hyötykuorma

Oletaan pitkäaikaisen hyötykuorman alkamisajankohdaksi 1 kk pintabetonin valusta, jolloin elementin valusta on kulunut $t_2 := 60$ vrk.

Pintabetonin ikä pitkäaikaisen hyötykuorman alkaessa vaikuttaa $t_{22} := t_2 - 28 \cdot \text{vrk}$ $t_{22} = 32$ vrk

$$\text{Kuormitusajankohdan kerroin} \quad \beta_{\text{pitkä2}} := \beta(t_{22}) \quad \beta_{\text{pitkä2}} = 0.476$$

$$\phi_{\text{opitkä2}} := \phi_o(t_{22}) \quad \phi_{\text{opitkä2}} = 2.499$$

$$\beta_c(t_\infty, t_{22}) = 0.976$$

$$\phi_{\text{pitkä2}} := \phi_{\text{opitkä2}} \cdot \beta_c(t_\infty, t_{22}) \quad \phi_{\text{pitkä2}} = 2.439$$

Lyhytaikainen hyötykuorma ei aiheuta virumaa

Kutistuma- ja virumaerot kehittyvät vähitellen ajan mukana välillä 61 vrk ... ∞ .
Syntyviin jännityksiin vaikuttaa heti niiden kehittymisestä lähtien myös viruma.
Laskelmissa oletetaan kutistuma- ja virumaerojen vaikuttavan täysimääräisinä heti 61 vrk:sta alkaen.

Kutistuma- ja virumaeroista aiheutuvat kimmoiset muodonmuutokset tasaavat työsauman molemmilla puolilla kutistuma- ja virumaeroista johtuvat muodonmuutoserot. Viruman kasvattaessa edelleen näitä muodonmuutoksia, osa muodonmuutoserosta tasoittavasta kimmoisesta muodonmuutoksesta korvautuu vähitellen virumalla ja siten pienentää kutistuma- ja virumaerojen aiheuttamia jännityksiä.

Viruman vaikutus otetaan huomioon pienentämällä betonin kimmokerrointa ja kutistuma- ja virumaerojen asteittainen kehittyminen otetaan huomioon virumalukua pienentämällä betonin relaksaatiokertoimella (ikäntymiskertoimella) $\chi = 0.6 \dots 0.8$.

Vaihtoehtoisesti voidaan kutistuma- ja virumaerosta aiheutuvaa pakkovoimaa laskettaessa

pienentää betonin kimmokerrointa kertoimella $k_{\phi} := \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi}$.

Molemmat tavat antavat suurinpiirtein saman tuloksen virumaluvun arvolla $\phi=2$.

Pienennetään virumalukua kertoimella $\chi_1 := 0.8$ (elementti)
 $\chi_2 := 0.6$ (pintabetoni)

Betonin relaksaatiokertoimen määrittäminen; kts. Ghali&Favre

Elementti: $\chi_1 \cdot \phi_{\text{kut.vir}} = 1.382$

Pintabetoni $\chi_2 \cdot \phi_{\text{kut.vir2}} = 2.794$

Lasketaan kutistuma- ja virumaerojen tarkastelussa käytettävät liittorakenteen poikkileikkausarvot ottaen huomioon viruman vaikutuksen:

$$\text{Betoin kimmokerroin } E_{c\alpha} := \frac{E_{cm}}{1 + \chi \cdot \phi}$$

Elementti:

$$\text{Virumaluku kutustuma- ja virumaerolle } \chi_1 \cdot \phi_{\text{kut.vir}} = 1.382$$

$$\text{Kimmokerroin } E_{c1\alpha} := \frac{E_{cm1}}{1 + \chi_1 \cdot \phi_{\text{kut.vir}}} \quad E_{c1\alpha} = 1.479 \times 10^4 \text{ MPa}$$

Betoni

$$E_{c1\alpha} \cdot A_{c1} = 3.54 \times 10^3 \text{ MN}$$

$$E_{c1\alpha} \cdot S_{c1} = 353.619 \text{ MNm}$$

$$E_{c1\alpha} \cdot I_{c1} = 11.871 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Teräkset:

$$E_p \cdot A_p = 126.945 \text{ MN}$$

$$E_p \cdot S_p = 4.443 \text{ MNm}$$

$$E_p \cdot I_p = 0 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Elementti

$$EA_{1\alpha} := E_{c1\alpha} \cdot A_{c1} + E_p \cdot A_p \quad EA_{1\alpha} = 3.667 \times 10^3 \text{ MN}$$

$$ES_{1\alpha} := E_{c1\alpha} \cdot S_{c1} + E_p \cdot S_p \quad ES_{1\alpha} = 358.062 \text{ MNm}$$

$$\text{painopiste } p_{1\alpha} := \frac{ES_{1\alpha}}{EA_{1\alpha}} \quad p_{1\alpha} = 97.658 \text{ mm}$$

$$EI_{1\alpha} := E_{c1\alpha} \cdot I_{c1} + E_{c1\alpha} \cdot A_{c1} \cdot (p_1 - p_{c1})^2 + E_p \cdot A_p \cdot (p_{1\alpha} - c_p)^2 \quad EI_{1\alpha} = 12.373 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Liittorakenne

Pintabetoni

$$E_{c2\alpha} := \frac{E_{cm2}}{1 + \chi_2 \cdot \phi_{kut.vir2}}$$

$$E_{c2\alpha} = 8296.3 \text{ MPa}$$

$$EA_{2\alpha} := E_{c2\alpha} \cdot A_2$$

$$EA_{2\alpha} = 497.781 \text{ MN}$$

$$ES_{2\alpha} := E_{c2\alpha} \cdot S_2$$

$$ES_{2\alpha} = 112.001 \text{ MNm}$$

$$EI_{2\alpha} := E_{c2\alpha} \cdot I_2$$

$$EI_{2\alpha} = 0.104 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Liittorakenne

$$EA_{\alpha} := EA_{1\alpha} + EA_{2\alpha}$$

$$EA_{\alpha} = 4.164 \times 10^3 \text{ MN}$$

$$ES_{\alpha} := ES_{1\alpha} + ES_{2\alpha}$$

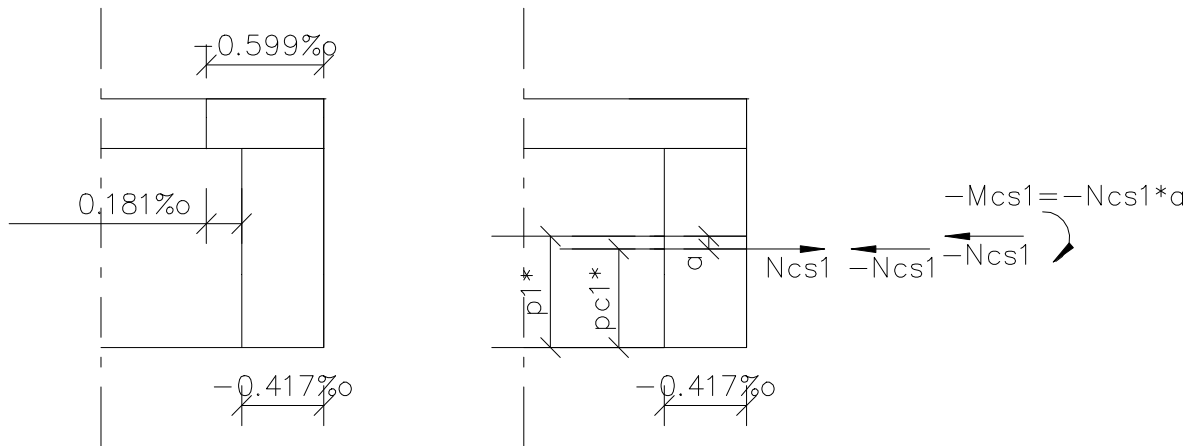
$$ES_{\alpha} = 470.063 \text{ MNm}$$

$$\text{painopiste } p_{\alpha} := \frac{ES_{\alpha}}{EA_{\alpha}}$$

$$p_{\alpha} = 112.88 \text{ mm}$$

$$EI_{\alpha} := EI_{1\alpha} + EA_{1\alpha} (p_{\alpha} - p_{1\alpha})^2 + EI_{2\alpha} + EA_{2\alpha} (p_{\alpha} - p_2)^2$$

$$EI_{\alpha} = 19.584 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Kutistuma

Elementti $\varepsilon_{cs12} = -0.417\text{‰}$

Oletetaan muodonmuutos estetyksi => muodonmuutoksen estävä vetävä pakkovoima

$$N_{cs1} := -\varepsilon_{cs12} \cdot E_{c1} \cdot A_{c1}$$

$$N_{cs1} = 1.477 \text{ MN}$$

kutistuvan **betonin** painopisteessä $p_{c1} = 99.905 \text{ mm}$ alapinnasta

(A_{c1} pelkän betonin pinta-ala ilman punoksia)

Kumotaan vetovoima yhtäsuurella puristavalla voimalla $-N_{cs1} = -1.477 \times 10^3 \text{ kN}$ betonin painopisteessä

Siirretään puristava voima liittorakenteen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$M_{cs1} := -N_{cs1} \cdot (p_{\alpha} - p_{c1}) = N_{cs1} \cdot a_1$$

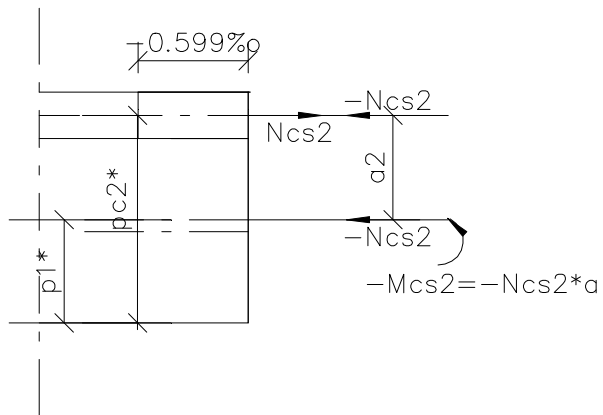
$$M_{cs1} = -19.167 \text{ kNm}$$

Vetovoima N_{cs1} kohdistuu elementtiin ja kumooa vapaan kutustuman $\varepsilon_{\chi\sigma 1}$

Puristava voima $-N_{cs1}$ kohdistuu koko liittorakenteeseen, vaikka sen sijainti on elementin betonin painopisteessä. $-N_{cs1}$ aiheuttaa liittorakenteeseen keskeisen puristavan voiman $-N_{cs1}$ ja momentin M_{cs1} .

Pintabetoni

$$\varepsilon_{cs2} = -0.599\text{‰}$$



Pakkovoima, joka syntyy kun kutistuma estetään (kumoaa kutistuman)

$$N_{cs2} := -\varepsilon_{cs2} \cdot E_{c2} \cdot A_2$$

$$N_{cs2} = 0.298 \text{ MN}$$

Voima sijaitsee pintabetonin painopisteessä $p_2 = 225 \text{ mm}$ laatan alapinnasta

Tasapainon säilyttämiseksi kohdistetaan liittorakenteeseen vastaavansuuruinen puristava voima

$-N_{cs2} = -0.298 \text{ MN}$ pintabetonin painopisteeseen.

Siirretään $-N_{cs2}$ liittokenteen painopisteeseen ja korvataan siirto momentilla

$$M_{cs2} := -N_{cs2} \cdot (p_{\alpha} - p_2) = N_{cs2} \cdot a_2$$

$$M_{cs2} = 33.407 \text{ kNm}$$

Liittorakennetta rasittavat voimasuureet -Ncs ja Mcs kutistumasta

$$N_{cs} := N_{cs1} + N_{cs2} \quad -N_{cs} = -1775.2 \text{ kN}$$

$$M_{cs} := M_{cs1} + M_{cs2} \quad M_{cs} = 14.24 \text{ kNm}$$

Muodonmuutokset ja jännitykset voimasuureista -Ncs ja Mcs

Aksiaalinen muodonmuutos
liittorakenteenpainopisteessä

$$\Delta \varepsilon_{0cs} := \frac{-N_{cs}}{EA_{\alpha}} \quad \Delta \varepsilon_{0cs} = -0.426 \text{ ‰}$$

Käyristymä

$$\Delta \psi_{cs} := \frac{M_{cs}}{EI_{\alpha}} \quad \Delta \psi_{cs} = 0.727 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Kun lasketaan muodonmuutoksia ja jännityksiä poikkileikkauksen eri kohdissa, niin otetaan huomioon ko. kohdissa vaikuttavat pakkovoimat +Ncsi ja niitä vastaavat venymät ε_{csi}

Venymä +Ncs:stä

$$\varepsilon_i := \frac{N_{csi}}{EA_{i\alpha}} \quad \varepsilon_i := -\varepsilon_{csi}$$

Venymät ja jännitykset kutistumasta

$$\Delta\varepsilon := \Delta\varepsilon_{0cs} + \Delta\psi_{cs} \cdot y$$

Elementti $\varepsilon_{cs12} = -0.417 \text{‰}$

alapinta $y := p_{\alpha}$ $y = 112.88 \text{ mm}$

$$\Delta\varepsilon_{ca} := \Delta\varepsilon_{0cs} + \Delta\psi_{cs} \cdot p_{\alpha} - \varepsilon_{cs12} \qquad \Delta\varepsilon_{ca} = 0.073 \text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{ca} := \Delta\varepsilon_{ca} \cdot E_{c1\alpha} \qquad \Delta\sigma_{ca} = 1.082 \text{ MPa}$$

sauma; elementin yläpinta $y := p_{\alpha} - h_1$ $y = -87.12 \text{ mm}$

$$\Delta\varepsilon_{cj1} := \Delta\varepsilon_{0cs} + \Delta\psi_{cs} \cdot (p_{\alpha} - h_1) - \varepsilon_{cs12} \qquad \Delta\varepsilon_{cj1} = -0.072 \text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{cj1} := \Delta\varepsilon_{cj1} \cdot E_{c1\alpha} \qquad \Delta\sigma_{cj1} = -1.069 \text{ MPa}$$

Pintabetoni $\epsilon_{cs2} = -0.599\text{‰}$

sauma; pintabetonin alapinta $y = -87.12\text{ mm}$

$$\Delta\epsilon_{cj2} := \Delta\epsilon_{0cs} + \Delta\psi_{cs} \cdot (p_{\alpha} - h_1) - \epsilon_{cs2} \quad \Delta\epsilon_{cj2} = 0.109\text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{cj2} := \Delta\epsilon_{cj2} \cdot E_{c2\alpha} \quad \Delta\sigma_{cj2} = 0.904\text{ MPa}$$

Huom! $\Delta\epsilon_{cj1}$ ja $\Delta\epsilon_{cj2}$ eroavat toisistaan vain kutistuman osalta

$$\Delta\epsilon_{cj2} - \Delta\epsilon_{cj1} = 0.181\text{‰} \quad \epsilon_{cs2} - \epsilon_{cs12} = -0.181\text{‰} \quad \text{kutistumaero osien välillä}$$

Pintabetonin yläpinta $y := p_{\alpha} - (h_1 + h_2)$ $y = -137.12\text{ mm}$

$$\Delta\epsilon_{cy} := \Delta\epsilon_{0cs} + \Delta\psi_{cs} \cdot (p_{\alpha} - h_1 - h_2) - \epsilon_{cs2} \quad \Delta\epsilon_{cy} = 0.073\text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{cy} := \Delta\epsilon_{cy} \cdot E_{c2\alpha} \quad \Delta\sigma_{cy} = 0.602\text{ MPa}$$

Jännitys punosten kohdalla $y := p_{\alpha} - c_p$ $y = 77.88\text{ mm}$

$$\Delta\epsilon_{cp} := \Delta\epsilon_{0cs} + \Delta\psi_{cs} \cdot (p_{\alpha} - c_p) - \epsilon_{cs12} \quad \Delta\epsilon_{cp} = 0.048\text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{cp} := E_{c1\alpha} \cdot \Delta\epsilon_{cp} \quad \Delta\sigma_{cp} = 0.705\text{ MPa}$$

Jännityshäviö kutistumasta

Jännityshäviö elementin kutistumasta $\varepsilon_{cs12} = -0.417 ‰$

sekä pintabetonin ja elementin välisestä kutistumaerosta $\Delta\varepsilon_{cs} = -0.181 ‰$

Teräs ei kutistu, joten teräkselle $\varepsilon_{cs}=0$

$y = 77.88 \text{ mm}$

Punoksen muodonmuutos kutistumasta (elementin kutistumasta ja kutistumaerosta)

$$\Delta\varepsilon_p := \Delta\varepsilon_{0cs} + \Delta\varepsilon_{cs} \cdot (p_{\alpha} - c_p)$$

$$\Delta\varepsilon_p = -0.37 ‰$$

$$\Delta\sigma_p := E_p \cdot \Delta\varepsilon_p$$

$$\Delta\sigma_p = -72.083 \text{ MPa}$$

Jännityshäviö sisältää elementin kutistuman ja kutistumaeron vaikutuksen sekä jännityshäviöstä aiheutuvan kimmoisen muodonmuutoksen.

Edellä lasketut muodonmuutokset ovat kimmoisia muodonmuutoksia, jotka aiheuttavat jännityksiä. Betonin kokonaismuodonmuutos saadaan lisäämällä kimmoisiin muodonmuutoksiin vapaa kutistuma ε_{cs} .

Kokonaismuodonmuutokset

Elementti

Alapinta	$\epsilon_{ca.tot} := \Delta\epsilon_{ca} + \epsilon_{cs12}$	$\epsilon_{ca.tot} = -0.344\text{‰}$	<	$\epsilon_{cs12} = -0.417\text{‰}$
Sauma; elementin yläpinta	$\epsilon_{cj1.tot} := \Delta\epsilon_{cj1} + \epsilon_{cs12}$	$\epsilon_{cj1.tot} = -0.49\text{‰}$	>	$\epsilon_{cs12} = -0.417\text{‰}$
Sauma, pintabetonin alapinta	$\epsilon_{cj2.tot} := \Delta\epsilon_{cj2} + \epsilon_{cs2}$	$\epsilon_{cj2.tot} = -0.49\text{‰}$	<	$\epsilon_{cs2} = -0.599\text{‰}$
Pintabetonin yläpinta	$\epsilon_{cy.tot} := \Delta\epsilon_{cy} + \epsilon_{cs2}$	$\epsilon_{cy.tot} = -0.526\text{‰}$	<	$\epsilon_{cs2} = -0.599\text{‰}$

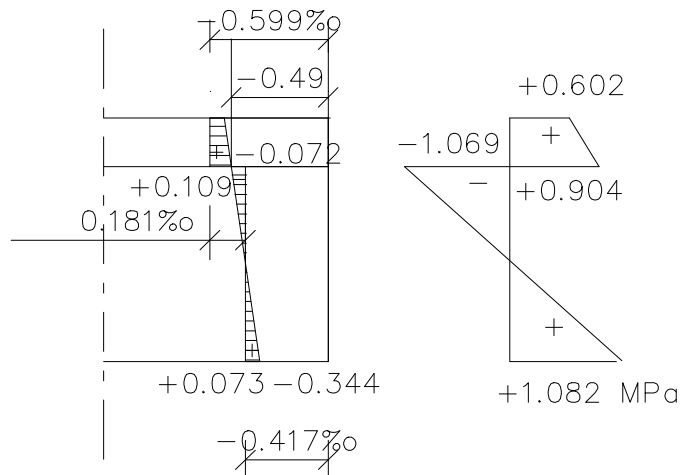
Siltä osin kuin kokonaismuodonmuutos poikkeaa vapaasta kutustuimasta (elementissä ϵ_{cs12} , pinabetonissa ϵ_{cs2}), on kutuistuma estettyä, josta aiheutuu jännityksiä.

Esim. elementin alapinnassa $\Delta\epsilon_{ca} = 0.073\text{‰}$ aiheutuu kutistumaerosta elementin ja pintabetonin välillä sekä siitä, että jänneteräksset vastustavat elementin kutustumista.

$\Delta\epsilon_{cj2} = 0.109\text{‰}$ pintabetonissa sauman kohdalla aiheutuu siitä, että vähemmän kutistuva elementti vastustaa pintabetonin kutustumaa.

Sauman molemmin puolin kokonaismuodonmuutos on sama $\epsilon_{cj1.tot} = -0.49\text{‰}$

$$\epsilon_{cj2.tot} = -0.49\text{‰}$$



Kutistumasta aiheutuva taipuma

Kutistumasta aiheutuu käyritymä $\Delta\psi_{CS} = 0.727 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Kutistuma on sama koko jännevöllillä => käyritymä (momentti M_{CS}) vakio koko jännevöllillä =>

Taipumakerroin $\delta_a := \frac{1}{8}$

Taipuma $a_{CS} := \delta_a \cdot \Delta\psi_{CS} \cdot L^2$

$a_{CS} = 4.454 \text{ mm}$ alaspäin

Pelkkä kutistumaero

Edellä laskettiin kutistumasta aiheutuvia jännityksiä, jossa kutistumaeron lisäksi on mukana myös elementin kutistuma.

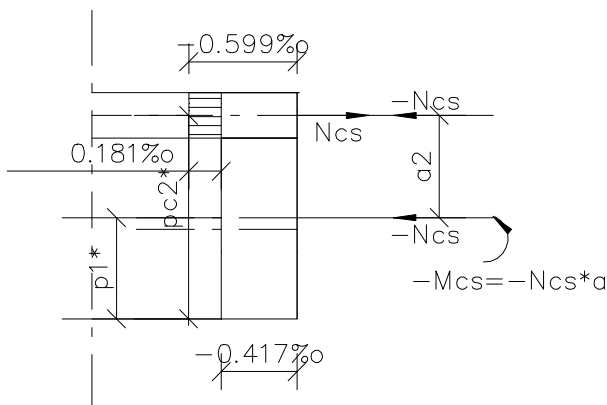
Kun elementin (osan, jossa jönneteräkset ovat) kutistuma otettiin huomioon saatiin samalla laskettua myös kutistumasta aiheutuva jännityshäviö.

Seuraavassa jätetään elementin kutistuma pois ja tarkastellaan pelkästään kutistumaeroa. Jännityshäviöt elementin kutistumasta on tällöin laskettava erikseen.

$$\text{Elementti} \quad \epsilon_{cs12} = -0.417 \text{‰}$$

$$\text{Pintabetoni} \quad \epsilon_{cs2} = -0.599 \text{‰}$$

$$\text{Kutistumaero pintabetonin ja elementin välillä} \quad \Delta\epsilon_{cs} := \epsilon_{cs2} - \epsilon_{cs12} \quad \Delta\epsilon_{cs} = -0.181 \text{‰}$$



Kumotaan kutistumaero pintabetoniin kohdistuvalla, pintabetonin painopisteessä vaikuttavalla estettyä kutistumaeroa vastaavalla vetävällä pakkovoimalla

$$\Delta N_{cs} := -\Delta\epsilon_{cs} \cdot E_{c2} \cdot A_2$$

$$\Delta N_{cs} = 90.206 \text{ kN}$$

Tasapainon säilyttämiseksi sijoitetaan pintabetonin painopisteeseen yhtä suuri puristava voima $-\Delta N_{cs}$, joka kohdistuu liittorakenteeseen.

Koska $-\Delta N_{cs}$ kohdistuu liittorakenteeseen, voidaan se siirtää liittorakenteen painopiste akselille, jonka suhteen liittorakenteen jäykkyyssarvot on laskettu. Siirto korvataan momentilla

$$\Delta M_{cs} := -\Delta N_{cs} \cdot (p_{\alpha} - p_2) \qquad \Delta M_{cs} = 10.114 \text{ kNm}$$

$p_{\alpha} - p_2 = -112.12 \text{ mm}$ on pintabetonin painopiste akselin etäisyys liittorakenteen painopiste akselista

Liittorakenteeseen vaikuttavat voimasuureet

$$-\Delta N_{cs} = -90.206 \text{ kN}$$

$$M_{cs} = 14.24 \text{ kNm}$$

Lisäksi pintabetoniin vaikuttaa estettyä kutistumaeroa vastaava keskeinen vetovoima $\Delta N_{cs} = 90.206 \text{ kN}$

Liittorakenteen muodonmuutokset kutistumaerosta

$$\begin{aligned} \text{Aksiaalinen muodonmuutos} \\ \text{liittorakenteen painopisteessä} \end{aligned} \quad \Delta\varepsilon_{0cs.ero} := \frac{-\Delta N_{cs}}{EA_{\alpha}} \quad \Delta\varepsilon_{0cs.ero} = -0.022\text{‰}$$

$$\text{Käyritymä} \quad \Delta\psi_{cs.ero} := \frac{\Delta M_{cs}}{EI_{\alpha}} \quad \Delta\psi_{cs.ero} = 0.516 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Liittorakenteen jännitykset kutistumaerosta

$$\Delta\varepsilon := \Delta\varepsilon_{0cs.ero} + \Delta\psi_{cs.ero} \cdot y$$

Elementti

$$\text{alapinta} \quad y := p_{\alpha} \quad y = 112.88 \text{ mm}$$

$$\Delta\varepsilon_{ca} := \Delta\varepsilon_{0cs.ero} + \Delta\psi_{cs.ero} \cdot p_{\alpha} \quad \Delta\varepsilon_{ca} = 0.037\text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{ca.ero} := \Delta\varepsilon_{ca} \cdot E_{c1\alpha} \quad \Delta\sigma_{ca.ero} = 0.542 \text{ MPa elementin alapintaan vetoa}$$

$$\text{Sauma;elementin yläpinta} \quad y := p_{\alpha} - h_1 \quad y = -87.12 \text{ mm}$$

$$\Delta\varepsilon_{cj1} := \Delta\varepsilon_{0cs.ero} + \Delta\psi_{cs.ero} \cdot (p_{\alpha} - h_1) \quad \Delta\varepsilon_{cj1} = -0.067\text{‰}$$

$$\Delta\sigma_{cj1.ero} := \Delta\varepsilon_{cj1} \cdot E_{c1\alpha} \quad \Delta\sigma_{cj1.ero} = -0.986 \text{ MPa elementin yläpintaan pursitusta}$$

Pintabetoni

Pintabetonissa vaikuttaa keskeinen pakkovoima $\Delta N_{cs} = 90.206 \text{ kN}$

$$\text{Muodonmuutos pakkovoimasta } \Delta \varepsilon_{cs2} := \frac{\Delta N_{cs}}{E_{c2} \cdot A_2} \quad \Delta \varepsilon_{cs2} = 0.181 \text{ ‰}$$

Sauma; pintabetonin alapinta $y = -87.12 \text{ mm}$

$$\Delta \varepsilon_{cj2} := \Delta \varepsilon_{0cs.ero} + \Delta \psi_{cs.ero} \cdot (p_{\alpha} - h_1) + \Delta \varepsilon_{cs2} \quad \Delta \varepsilon_{cj2} = 0.115 \text{ ‰}$$

$$\Delta \sigma_{cj2.ero} := \Delta \varepsilon_{cj2} \cdot E_{c2} \quad \Delta \sigma_{cj2.ero} = 0.95 \text{ MPa pintabetoniin vetoa}$$

Huom! Muodonmuutosten ero sauman molemmin puolin

$$\Delta \varepsilon_j := \Delta \varepsilon_{cj1} - \Delta \varepsilon_{cj2} \quad \Delta \varepsilon_j = -0.181 \text{ ‰} = \Delta \varepsilon_{cs} = -0.181 \text{ ‰} = \text{kutistumaero}$$

$$\text{Pintabetonin yläpinta} \quad y := p_{\alpha} - (h_1 + h_2) \quad y = -137.12 \text{ mm}$$

$$\Delta \varepsilon_{cy} := \Delta \varepsilon_{0cs,ero} + \Delta \psi_{cs,ero} \cdot (p_{\alpha} - h_1 - h_2) + \Delta \varepsilon_{cs2} \quad \Delta \varepsilon_{cy} = 0.089 \text{ ‰}$$

$$\Delta \sigma_{cy,ero} := \Delta \varepsilon_{cy} \cdot E_{c2\alpha} \quad \Delta \sigma_{cy,ero} = 0.736 \text{ MPa}$$

Pintabetonin kokonaismuodonmuutos

$$\text{pintabetonin alapinta} \quad \Delta \varepsilon_{cj2,tot} := \Delta \varepsilon_{cj2} - \Delta \varepsilon_{cs2} \quad \Delta \varepsilon_{cj2,tot} = -0.067 \text{ ‰} < \Delta \varepsilon_{cs} = -0.181 \text{ ‰}$$

$$\text{pintabetonin yläpinta} \quad \Delta \varepsilon_{cy,tot} := \Delta \varepsilon_{cy} - \Delta \varepsilon_{cs2} \quad \Delta \varepsilon_{cy,tot} = -0.092 \text{ ‰} < \Delta \varepsilon_{cs} = -0.181 \text{ ‰}$$

Pintabetonin toteutuneen lyhenemän ja vapaan kutistuman erotus aiheuttaa pintabetoniin vetoa

$$\Delta \sigma_{cj2,ero} := (\Delta \varepsilon_{cj2,tot} - \Delta \varepsilon_{cs}) \cdot E_{c2\alpha} \quad \Delta \sigma_{cj2,ero} = 0.95 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{cy,ero} := (\Delta \varepsilon_{cy,tot} - \Delta \varepsilon_{cs}) \cdot E_{c2\alpha} \quad \Delta \sigma_{cy,ero} = 0.736 \text{ MPa}$$

Betonin muodonmuutos punosten kohdalla $y := p_{\alpha} - c_p$ $y = 77.88 \text{ mm}$

$$\Delta \varepsilon_{cp} := \Delta \varepsilon_{0cs.ero} + \Delta \psi_{cs.ero} \cdot (p_{\alpha} - c_p) \quad \Delta \varepsilon_{cp} = 0.019 \text{ ‰}$$

Muutos teräksen jännityksessä

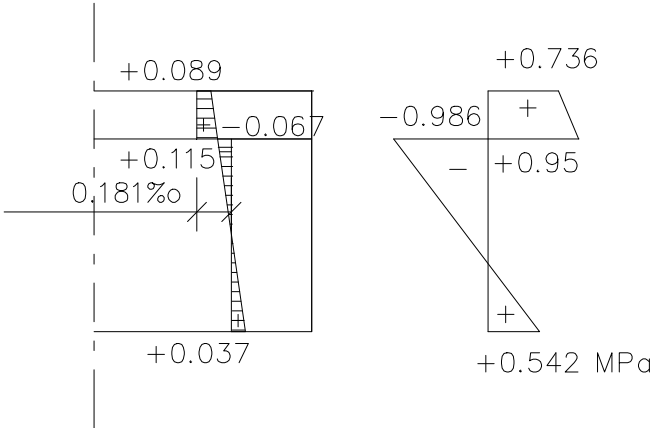
$$\Delta \sigma_{p.ero} := \Delta \varepsilon_{cp} \cdot E_p \quad \Delta \sigma_{p.ero} = 3.619 \text{ MPa} \quad \text{vetoa}$$

Kutistumaerosta aiheutuva taipuma

$$\text{Käyristymä} \quad \Delta \psi_{cs.ero} = 0.516 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{taipumakerroin} \quad \delta_a := \frac{1}{8}$$

$$\text{Taipuma} \quad \Delta a_{cs} := \delta_a \cdot \Delta \psi_{cs.ero} \cdot L^2 \quad \Delta a_{cs} = 3.163 \text{ mm} \quad \text{alaspäin}$$



Kun pelkästä kutistumaerosta saatuja tuloksia verrataan tarkasteluun, jossa elementin kutistuma $\epsilon_{cs12} = -0.417\%$ oli mukana, saadaan (elementin) kutistumasta aiheutuvan jännityshäviön vaikutus.

Elementti

Alapinta $\Delta\sigma_{ca.havio} := \Delta\sigma_{ca} - \Delta\sigma_{ca.ero}$ $\Delta\sigma_{ca.havio} = 0.54 \text{ MPa}$

Yläpinta, sauma $\Delta\sigma_{cj1.havio} := \Delta\sigma_{cj1} - \Delta\sigma_{cj1.ero}$ $\Delta\sigma_{cj1.havio} = -0.083 \text{ MPa}$

Pintabetoni

Alapinta, sauma $\Delta\sigma_{cj2.havio} := \Delta\sigma_{cj2} - \Delta\sigma_{cj2.ero}$ $\Delta\sigma_{cj2.havio} = -0.047 \text{ MPa}$

Yläpinta $\Delta\sigma_{cy.havio} := \Delta\sigma_{cy} - \Delta\sigma_{cy.ero}$ $\Delta\sigma_{cy.havio} = -0.134 \text{ MPa}$

Jännityshäviö elementin kutistumasta $\Delta\sigma_{p.havio} := \Delta\sigma_p - \Delta\sigma_{p.ero}$ $\Delta\sigma_{p.havio} = -75.702 \text{ MPa}$

Viruma

Elementin muodonmuutokset ennen liittovaikutusta eli pintabetonin kovettumista

Esijännitys

Aksiaalinen muodonmuutos $\varepsilon_{0P} = -0.084 \text{ ‰}$

Käyristymä $\psi_P = -1.59 \frac{1}{m} \text{ ‰}$

Muodonmuutos alareunassa $\varepsilon_{caP} = -0.241 \text{ ‰}$

Muodonmuutos yläreunassa $\varepsilon_{cyP} = 0.077 \text{ ‰}$

Elementin paino

Aksiaalinen muodonmuutos $\varepsilon_{0g1} = 0 \text{ ‰}$

Käyristymä $\psi_{g1} = 1.276 \frac{1}{m} \text{ ‰}$

Muodonmuutos alareunassa $\varepsilon_{cag1} = 0.126 \text{ ‰}$

Muodonmuutos yläreunassa $\varepsilon_{cyg1} = -0.129 \text{ ‰}$

Pintabetonin paino

Aksiaalinen muodonmuutos $\varepsilon_{0g2} = 0 \text{ ‰}$

Käyristymä $\psi_{g2} = 0.319 \frac{1}{m} \text{ ‰}$

Muodonmuutos alareunassa $\varepsilon_{cag2} = 0.032 \text{ ‰}$

Muodonmuutos yläreunassa $\varepsilon_{cyg2} = -0.032 \text{ ‰}$

Vaikka nämä muodonmuutokset syntyvät ennen liittovaikutusta, niin osa niiden aiheuttamasta virumasta vaikuttaa liittorakenteeseen.

Viruman aiheuttamat muodonmuutokset:

Aksiaalisen muodonmuutokset lisäys $\Delta\varepsilon_{cc0} := \phi \cdot \varepsilon_{c0}$

Käyristymän muutos $\Delta\psi_{cc} := \phi \cdot \psi$

$\Delta\varepsilon_{cc0}$ on aksiaalinen lyhenemä virumasta ; vakio elementin koko korkeudella;
aiheuttaa pakkovoimaa ΔN_{cc} ; käsittely kuten kutistuma

$\Delta\psi_{cc}$ on käyristymän liäsyt virumasta
aiheuttaa pakkomoentin ΔM_{cc}

Esijännitys

$$t_0 = 1 \text{ vrk}$$

$$\phi_{\text{lauk.2}} = 2.373$$

$$\varepsilon_{0P} = -8.369 \times 10^{-5}$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc0P}} := \phi_{\text{lauk.2}} \cdot \varepsilon_{0P}$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc0P}} = -0.199 \text{‰}$$

$$\psi_P = -1.59 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\Delta\psi_{\text{ccP}} := \phi_{\text{lauk.2}} \cdot \psi_P$$

$$\Delta\psi_{\text{ccP}} = -3.773 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Elementtilaatan paino

$$t_0 = 1 \text{ vrk}$$

$$\phi_{\text{lauk.2}} = 2.373$$

$$\varepsilon_{0g1} = 0$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc0g1}} := \phi_{\text{lauk.2}} \cdot \varepsilon_{0g1}$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc0g1}} = 0$$

$$\psi_{g1} = 1.276 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\Delta\psi_{\text{ccg1}} := \phi_{\text{lauk.2}} \cdot \psi_{g1}$$

$$\Delta\psi_{\text{ccg1}} = 3.028 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Pintabetonin paino

$$t_{o1} = 29 \text{ vrk}$$

$$\phi_{\text{pintab}} = 1.727$$

$$\varepsilon_{0g2} = 0$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc}0g2} := \phi_{\text{pintab}} \cdot \varepsilon_{0g2}$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc}0g2} = 0$$

$$\psi_{g2} = 0.319 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\Delta\psi_{\text{cc}g2} := \phi_{\text{pintab}} \cdot \psi_{g2}$$

$$\Delta\psi_{\text{cc}g2} = 0.551 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Pintabetonin kovettumisen jälkeen tapahtuva elementin viruma ennen liittovaikutusta vaikuttavista kuormista

Elementin painopisteessä vaikuttava aksiaalinen muodonmuutos

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc}0} := \Delta\varepsilon_{\text{cc}0P} + \Delta\varepsilon_{\text{cc}0g1} + \Delta\varepsilon_{\text{cc}0g2}$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc}0} = -0.199 \text{ ‰}$$

Käyritymä $\Delta\psi_{\text{cc}} := \Delta\psi_{\text{cc}P} + \Delta\psi_{\text{cc}g1} + \Delta\psi_{\text{cc}g2}$

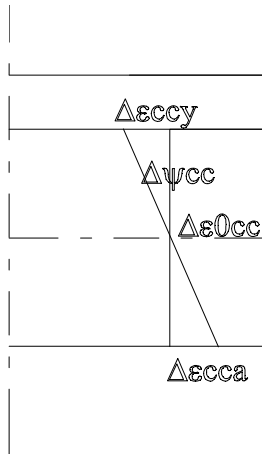
$$\Delta\psi_{\text{cc}} = -0.194 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Muodonmuutos betonin painopisteessä $p_{c1} = 99.905 \text{ mm}$ alapinnasta

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc}0c} := \Delta\varepsilon_{\text{cc}0} + \Delta\psi_{\text{cc}} \cdot (p_1 - p_{c1})$$

$$\Delta\varepsilon_{\text{cc}0c} = -0.198 \text{ ‰}$$

|



Virumasta aiheutuu elementtiin lyhenemää $\Delta\varepsilon_{cc0}$ ja käyristymää $\Delta\psi_{cc}$, joita ei ole pintabetonissa. Osien välillä on siis muodonmuutosero $\Delta\varepsilon_{cc0}$ ja käyristymäero $\Delta\psi_{cc}$.

Muodonmuutosero sauman kohdalla $\Delta\varepsilon_{ccj} := \Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\psi_{cc} \cdot (p_1 - h_1)$ $\Delta\varepsilon_{ccj} = -0.179\text{‰}$

Koska saumassa ei saa olla muodonmuutoseroa ja osien välillä ei saa olla käyristymäeroa, palautetaan tilanne entiselleen aiheuttamalla elementtiin vetovoima ΔN_{cc} , jolla kumotaan $\Delta\varepsilon_{cc0}$ ja momentti ΔM_{cc} , joka kumoaa käyristymän $\Delta\psi_{cc}$.

Aksiaalisen muodonmuuoksen $\Delta\varepsilon_{cc0}$ kumoava vetovoima

$$\Delta N_{cc} := -\Delta\varepsilon_{cc0} \cdot E_{c1} \cdot A_{c1} \quad \Delta N_{cc} = 702.967 \text{ kN}$$

ΔN_{cc} sijaitsee betoniosan painopisteessä $p_{c1} = 99.905 \text{ mm}$ alhaalta

Käyristymän kumoava momentti

$$\Delta M_{cc} := -\Delta\psi_{cc} \cdot E_{c1} \cdot I_{c1} \quad \Delta M_{cc} = 2.301 \text{ kNm}$$

Tasapainon säilyttämiseksi lisätään liittorakenteeseen vaikuttava puristava voima $-\Delta N_{cc}$ (sijaitsee elementin betonin painopisteessä) ja momentin ΔM_{cc} vastamomentti $-\Delta M_{cc}$.

$$-\Delta N_{cc} = -702.967 \text{ kN} = \Delta \varepsilon_{cc} \cdot E_{c1} \cdot A_{c1}$$

$$-\Delta M_{cc} = -2.301 \text{ kNm} = \Delta \psi_{cc} \cdot E_{c1} \cdot I_{c1}$$

Siirretään $-\Delta N_{cc}$ liittorakenteen painopiste akselille ja korvataan siirto momentilla

$$M_e := -\Delta N_{cc} \cdot (p_{\alpha} - p_{c1})$$

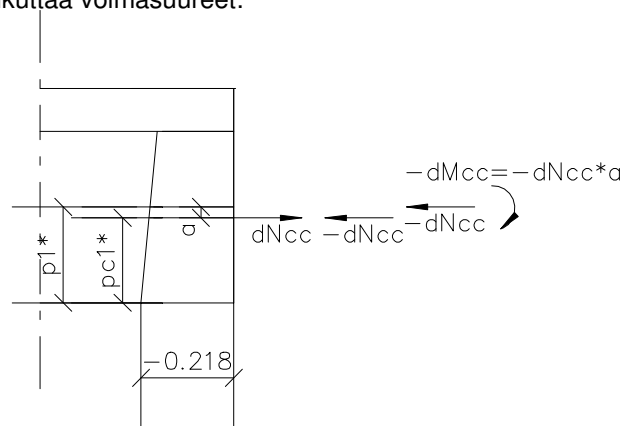
$$M_e = -9.121 \text{ kNm}$$

$$\text{Kokonaismomentti virumaerosta} \quad \Delta M_{cc,tot} := -(-\Delta M_{cc} + M_e) \quad -\Delta M_{cc,tot} = -11.422 \text{ kNm}$$

Liittorakenteen painopisteeseen vaikuttaa voimasuureet:

$$-\Delta N_{cc} = -702.967 \text{ kN}$$

$$-\Delta M_{cc,tot} = -11.422 \text{ kNm}$$



Liittorakenteen muodonmuutokset virumaerosta

$$\text{Aksiaalinen muodonmuutos painopisteessä} \quad \Delta\varepsilon_{cc00} := \frac{-\Delta N_{cc}}{EA_{\alpha}} \quad \Delta\varepsilon_{cc00} = -0.169\text{‰}$$

$$\text{Käyristymä} \quad \Delta\Psi_{cc0} := \frac{-\Delta M_{cc}}{EI_{\alpha}} \quad \Delta\Psi_{cc0} = -0.118 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Muodonmuutokset ja jännitykset eri kohdissa

$$\text{Kokonaismuodonmuutos} \quad \varepsilon_{ctot} := \Delta\varepsilon_{cc00} + \Delta\Psi_{cc0} \cdot y$$

Jännityksiä aiheuttava kimmainen muodonmuutos

$$\varepsilon_{ce} := \varepsilon_{ctot} + \left[-(\Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\Psi_{cc} \cdot y_{c1}) \right]^{\blacksquare}$$

$$\varepsilon_{ce} := \Delta\varepsilon_{cc00} + \Delta\Psi_{cc0} \cdot y + \left[-(\Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\Psi_{cc} \cdot y_{c1}) \right]^{\blacksquare}$$

liittorakenteeseen
vaikuttavista
- ΔN_{cc} , - ΔM_{cc} .tot

elementtiin vaikuttavasta
 ΔN_{cc} , ΔM_{cc}
vain elementin alueella

y_{c1} elementin betonin painopisteestä
 $\Delta\varepsilon_{cc0}$:n laskentapiste

$$\text{Jännitys} \quad \sigma_c := E_{c\alpha} \cdot \varepsilon_{ce}^{\blacksquare}$$

Elementti

$$\text{Alapinta} \quad y := p_{\alpha} \quad y = 112.88 \text{ mm} \quad y_{c1} := p_{c1} \quad y_{c1} = 99.905 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{ca1.tot} := \Delta\varepsilon_{cc00} + \Delta\Psi_{cc0} \cdot p_{\alpha} \quad \varepsilon_{ca1.tot} = -0.182 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{ca1e} := \varepsilon_{ca1.tot} + \left[-(\Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\Psi_{cc} \cdot p_{c1}) \right] \quad \varepsilon_{ca1e} = 0.036 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{ca1} := E_{c1\alpha} \cdot \varepsilon_{ca1e} \quad \sigma_{ca1} = 0.531 \text{ MPa}$$

$$\text{Elementin yläpinta;sauma} \quad y := p_{\alpha} - h_1 \quad y = -87.12 \text{ mm} \quad y_{c1} := p_{c1} - h_1 \quad y_{c1} = -100.1 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{cj1.tot} := \Delta\varepsilon_{cc00} + \Delta\Psi_{cc0} \cdot (p_{\alpha} - h_1) \quad \varepsilon_{cj1.tot} = -0.159 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{cj1e} := \varepsilon_{cj1.tot} + \left[-(\Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\Psi_{cc} \cdot (p_{c1} - h_1)) \right] \quad \varepsilon_{cj1e} = 0.021 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{cj1} := E_{c1\alpha} \cdot \varepsilon_{cj1e} \quad \sigma_{cj1} = 0.305 \text{ MPa}$$

Pintabetoni

Pintabetonissa ei ole virumaa aiheuttavia jännityksiä ennen liittovaikutusta, joten

pintabetonissa ei ole virumasta aiheutuvaa pakkovoimaa => $\Delta\varepsilon_{cc02} := 0$ $\Delta\psi_{cc2} := 0$

=> kokonaismuodonmuutos = kimmoinen muodonmuutos

alapinta;sauma $y := p_{\alpha} - h_1$ $y = -87.12 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{cj2.tot} := \Delta\varepsilon_{cc00} + \Delta\psi_{cc0} \cdot (p_{\alpha} - h_1) \qquad \varepsilon_{cj2.tot} = -0.159\text{‰}$$

$$\varepsilon_{cj2e} := \varepsilon_{cj2.tot}$$

$$\sigma_{cj2} := E_{c2\alpha} \cdot \varepsilon_{cj2e} \qquad \sigma_{cj2} = -1.316 \text{ MPa}$$

yläpinta $y := p_{\alpha} - h_1 - h_2$ $y = -137.12 \text{ mm}$

$$\varepsilon_{cy2.tot} := \Delta\varepsilon_{cc00} + \Delta\psi_{cc0} \cdot (p_{\alpha} - h_1 - h_2) \qquad \varepsilon_{cy2.tot} = -0.153\text{‰}$$

$$\varepsilon_{cy2e} := \varepsilon_{cy2.tot}$$

$$\sigma_{cy2} := E_{c2\alpha} \cdot \varepsilon_{cy2e} \qquad \sigma_{cy2} = -1.267 \text{ MPa}$$

Jännitys punosten kohdalla

$$y := p_{\alpha} - c_p$$

$$y = 77.88 \text{ mm}$$

$$y_{c1} := p_{c1} - c_p$$

$$y_{c1} = 64.905 \text{ mm}$$

Kokonaismuodonmuutos

$$\varepsilon_{cp.tot} := \Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\Psi_{cc0} \cdot (p_{\alpha} - c_p)$$

$$\varepsilon_{cp.tot} = -0.178 \text{ ‰}$$

Kimmainen muodonmuutos

$$\varepsilon_{cpe} := \varepsilon_{cp.tot} + \left[-\left[\Delta\varepsilon_{cc0} + \Delta\Psi_{cc0} \cdot (p_{c1} - c_p) \right] \right]$$

$$\varepsilon_{cpe} = 0.033 \text{ ‰}$$

$$\sigma_{cp} := E_{c1} \cdot \varepsilon_{cpe}$$

$$\sigma_{cp} = 0.491 \text{ MPa}$$

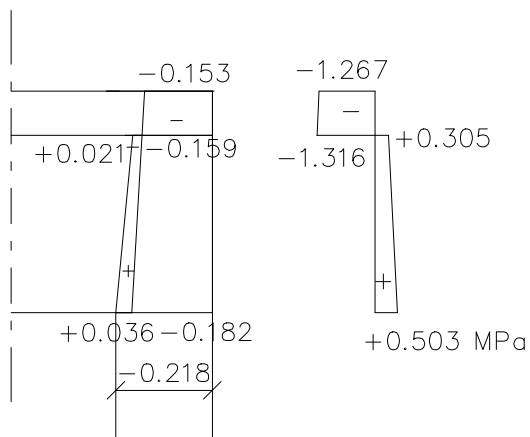
Punosten jännityksen muutos virumaerosta

$$\Delta\varepsilon_p := \varepsilon_{cp.tot}$$

$$\Delta\varepsilon_p = -0.178 \text{ ‰}$$

$$\Delta\sigma_{pcc} := E_p \cdot \varepsilon_{cp.tot}$$

$$\Delta\sigma_{pcc} = -34.702 \text{ MPa}$$

 $\Delta\sigma_{pcc}$ on jännityshäviö virumasta

Viruman aiheuttama taipuma

Viruma aiheutuu

- esijännityksestä; vakiokäyritymä $\delta_{aP} := \frac{1}{8}$ - laatan ja pintabetonin painosta; paraabelinmuotoinen käyritymäjakautuma $\delta_{ag} := \frac{5}{48}$

Jaetaan virumasta aiheutuva liittorakenteen käyritymä osiin:

-Esiännitys

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{cc0P} &= -0.199\text{‰} & \Delta\Psi_{ccP} &= -3.773 \frac{\text{‰}}{\text{m}} \\ \Delta N_{ccP} &:= -\Delta\varepsilon_{cc0P} \cdot EA_{1\alpha} & \Delta N_{ccP} &= 728.179 \text{ kN} \\ \Delta M_{ccP} &:= -\Delta\Psi_{ccP} \cdot EI_{1\alpha} & \Delta M_{ccP} &= 46.684 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Siirretään ΔN_{ccP} liittorakenteen painopisteeseen

$$\Delta M_{ccP1} := \Delta M_{ccP} + \Delta N_{ccP} \cdot (p_{\alpha} - p_{c1}) \quad -\Delta M_{ccP1} = -56.132 \text{ kNm}$$

Liittorakenteen muodonmuutokset voimista $-\Delta N_{ccP}$ ja $-\Delta M_{ccP1}$:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{cc00P} &:= \frac{-\Delta N_{ccP}}{EA_{\alpha}} & \Delta\varepsilon_{cc00P} &= -0.175\text{‰} \\ \Delta\Psi_{cc0P} &:= \frac{-\Delta M_{ccP1}}{EI_{\alpha}} & \Delta\Psi_{cc0P} &= -2.866 \frac{\text{‰}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Taipumakerroin $\delta_{aP} := \frac{1}{8}$ Taipuma $a_{ccP} := \delta_{aP} \cdot \Delta\Psi_{cc0P} \cdot L^2$ $a_{ccP} = -17.556 \text{ mm}$ ylöspäin

- Laatan paino + pintabetonin paino

$$\Delta\varepsilon_{cc0g1} + \Delta\varepsilon_{cc0g2} = 0 \qquad \Delta\psi_{ccg1} + \Delta\psi_{ccg2} = 3.579 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\Delta N_{ccg} := 0$$

$$\Delta M_{ccg} := -(\Delta\psi_{ccg1} + \Delta\psi_{ccg2}) \cdot EI_{I\alpha} \qquad -\Delta M_{ccg} = 44.285 \text{ kNm}$$

Liittorakenteen muodonmuutokset voimista $-\Delta N_{ccg}$ ja $-\Delta M_{ccg}$:

$$\Delta\varepsilon_{cc00g} := 0$$

$$\Delta\psi_{cc0g} := \frac{-\Delta M_{ccg}}{EI_{I\alpha}} \qquad \Delta\psi_{cc0g} = 2.261 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\delta_{ag} := \frac{5}{48}$$

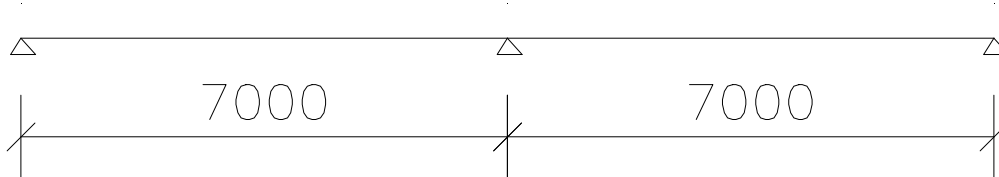
$$\text{Taipuma} \quad a_{ccg} := \delta_{ag} \cdot \Delta\psi_{cc0g} \cdot L^2 \qquad a_{ccg} = 11.542 \text{ mm} \quad \text{alaspäin}$$

$$\text{Kokonaistaipuma virumasta} \quad a_{cc} := a_{ccP} + a_{ccg} \qquad a_{cc} = -6.014 \text{ mm} \quad \text{ylöspäin}$$

$$\text{Kokonaiskäyritymä virumasta} \quad \Delta\psi_{cc0} := \Delta\psi_{cc0P} + \Delta\psi_{cc0g} \qquad \Delta\psi_{cc0} = -0.605 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

JATKUVUUS

Tehdään rakenteesta pintabetonin avulla jatkuva. Pintabetoniin sijoitetaan tukimomentin vaatima raudoitus. Laattaelementtien päiden välinen rako on valettu saumavalun yhteydessä umpeen, joten se pystyy otamaan vastaan tukimomentista aiheutuvan puristusresultantin.



Kutistuma- ja virumaerojen vuoksi rakenne käyristyy, jolloin tuella tapahtuu kiertymää. Kiertymästä aiheutuu välituen molemmin puolin kiertymäero, kun rakenne ei ole jatkuva.

Jatkuvan rakenteen välituella ei voi olla kiertymäeroa, joten välituelle syntyy kiertymäeron kumoava pakkomomentti.

Pintabetonin ja elementin välisestä kutistumaerosta (pintabetonin kutistuma suurempi) rakenne käyristyy alaspäin; välituelle syntyy negatiivinen tukimomentti.

Jos rakenne käyristyy virumasta alaspäin, syntyy välituelle negatiivinen tukimomentti. (TB-rakenne)
Jos rakenne käyristyy virumasta ylöspäin, syntyy välituelle positiivinen tukimomentti (JB-rakenne).

Negatiivisen tukimomentin kehittyminen välituelle merkitsee sitä, että ennen liittovaikutusta vapaasti tuettua elementtiä rasittavista kuormista (elementin + pintabetonin paino) osa siirtyy jatkuvana rakenteena toimivan liittorakenteen kannettavaksi.

Liittovaikutuksen alkamisen (pintabetonin kovettumisen) jälkeen tuleville kuormille rakenne toimii normaaliin tapaan jatkuvana.

Pintabetoni on jännittämätön, joten jäykkyys tuella vastaa haljenneen teräsbetonipoikkileikkauksen jäykkyyttä.

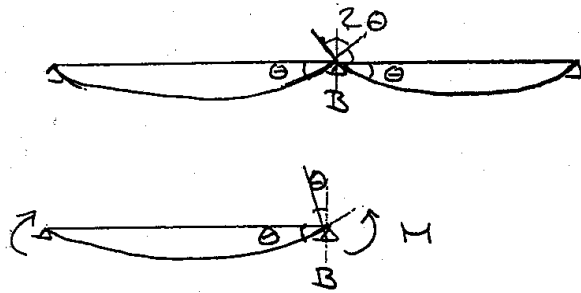
Elementti on jännitetty, joten jäykkyys kentässä vastaa ehjän poikkileikkauksen jäykkyyttä.
Tuen pienempi jäykkyys pienentää tukimomenttia.

Kutistumaeron aiheuttama tukimomentti

Kutistuman aiheuttama käyristymä $\Delta\psi_{cs} = 0.727 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Käyristymä on vakio koko jänteen pituudella => vastaa vakiomomenttia koko jänteellä

$$\theta_{Bcs} := \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{EI} \cdot L = \frac{1}{2} \cdot \Delta\psi_{cs} \cdot L$$



Kiertymä vapaalla tuella vakiokäyristymästä $\theta_{Bcs} := \frac{1}{2} \cdot \Delta\psi_{cs} \cdot L$ $\theta_{Bcs} = 2.545 \times 10^{-3} \text{ rad}$

Kiertymän kumoamiseksi tarvittava pakkikomponentti välituella

$$M_{Bcs} := 3 \cdot \frac{EI_{\alpha}}{L} \cdot (-\theta_{Bcs}) = \frac{-3}{2} \cdot EI_{\alpha} \cdot \Delta\psi_{cs} \quad M_{Bcs} = -21.36 \text{ kNm}$$



$$EI_{\alpha} = 19.584 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Kun M_B ja EI_{α} lasketaan käyttäen kimmokertoimena arvoa $E_{c\alpha} := \frac{E_{cm}}{1 + \chi \cdot \phi}$ on viruman pinentävä vaikutus otettu huomioon. ■

Kentässä alapinta esijännitetty, yläpinta jännittämätön teräsbetonirakenne, joten halkeilun vuoksi tukialueen jäykkyys on pinempi kuin kentän. Tuen pienemmän jäykkyyden vuoksi pienennetään tukimomenttia kertoimella 0.7.

$$M_{Bcs} := 0.7 \cdot M_{Bcs} \quad M_{Bcs} = -14.952 \text{ kNm}$$

Virumaeron aiheuttama tukimomentti

Momentti lasketaan kuten edellä.

Virumaeron aiheuttama käyritymä $\Delta\psi_{cc} = -0.194 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Koska osa virumasta tulee esijännityksestä, joka aiheuttaa koko jänteelle vakiokäyritymän; osa virumasta elementtiin ja pöytäbetonin painosta, jotka aiheuttavat paraabelinmuotoisen käyritymäjakautuman.

Jäetaan viruman aiheuttama käyritymä osiin:

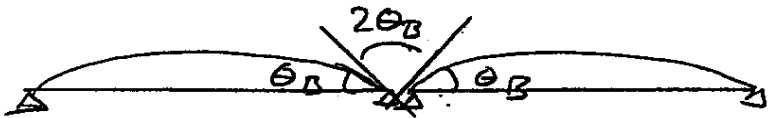
Esijännityksestä $\Delta\psi_{ccP} = -3.773 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Tasaisesta kuormasta $\Delta\psi_{ccg1} + \Delta\psi_{ccg2} = 3.579 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Kiertymä tuella vakiokäyritymästä $\theta_B := \frac{1}{2} \cdot \Delta\psi \cdot L$

Kiertymä tuella paraabelinmuotoisesta käyritymäjakautumasta $\theta_{Bcc} := \frac{M \cdot L}{3 \cdot EI_x} = \frac{1}{3} \cdot \Delta\psi \cdot L$

Kiertymä tuella $\theta_{Bcc} := \frac{1}{2} \cdot \Delta\psi_{ccP} \cdot L + \frac{1}{3} \cdot (\Delta\psi_{ccg1} + \Delta\psi_{ccg2}) \cdot L$ $\theta_{Bcc} = -4.854 \times 10^{-3} \text{ rad}$



Kiertymän kuomoava pakkomomentti
paraabelinmuotoisesta käyristymästä

$$M_B := 3 \cdot \frac{EI_x}{L} \cdot (-\theta_B) = EI_x \cdot \Delta\psi_{cc}$$

$$M_{Bcc} := 3 \cdot \frac{EI_x}{L} \cdot (-\theta_{Bcc}) - \left(\frac{3}{3} \cdot \Delta\psi_{ccP} + \Delta\psi_{ccg1} + \Delta\psi_{ccg2} \right) \cdot EI_x \quad M_{Bcc} = 40.742 \text{ kNm}$$

Tuen ja kentän jäykkyysuhteiden vuoksi pienennetään momenttia kertoimella 0.7

$$M_{Bcc} := 0.7 \cdot M_{Bcc}$$

$$M_{Bcc} = 28.52 \text{ kNm}$$

Kokonaismomentti kutistuma- ja virumaerosta $M_B := M_{Bcs} + M_{Bcc} \quad M_B = 13.568 \text{ kNm}$

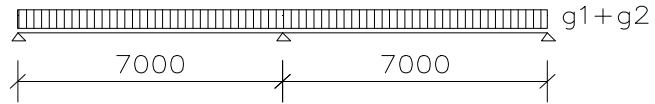
Kun verrataan tuelle syntynyttä momenttia tilanteeseen, jossa laata ja pintabetonin paino tulisi jatkuvalle liittorakenteelle

$$\text{elementin paino } g_1 = 6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{pintabetonin paino } g_2 = 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_g := \frac{-(g_1 + g_2) \cdot L^2}{8}$$

$$M_g = -45.938 \text{ kNm}$$



Kutistuma- ja virumaerosta tulle kehittynyt momentti on n. 30 % tästä.

Kutuistuma- ja virumaeron vuoksi n. 30 % elementille tulevasta kuormasta siirtyy vähitellen jatkuvan liittorakenteen kuormitukseksi.

Koska kutuistuma- ja virumaarvot eivät ole kovinkaan tarkkoja ja riippuvat useista tekijöistä, kuten aika, kosteus jne. on syytä olla varovainen tukimomentin hyödyntämisessä kentän mitoituksessa.

Suositus:

Kenttää mitoitettaessa halkeamarajatilassa otetaan huomioon kutistuman aiheuttamasta negatiivisesta momentista esim. 70 % ja viruman aiheuttama positiivinen momentti kokonaan.

Mitoittaessa tuelle halkeamia jakavaa raudoitusta otetaan kutustuman aiheuttama negatiivinen momentti kokonaan huomioon, mutta viruman aiheuttamasta positiivisesta momentista vain esim. 70 %.

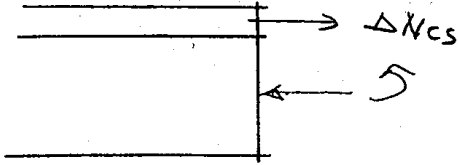
Vaikutus kenttämomenttiin (max. kenttämomentin kohdalla):

$$\Delta M_{\text{kenttä}} := -0.5 \cdot (0.7 \cdot M_{\text{Bcs}} + M_{\text{Bcc}}) \quad \Delta M_{\text{kenttä}} = -9.027 \text{ kNm}$$

$$\text{Tukirauditus mitoitetaan momentille } M_{\text{Bmit}} := M_{\text{Bcs}} + 0.7 \cdot M_{\text{Bcc}} \quad M_{\text{Bmit}} = 5.012 \text{ kNm}$$

Tukirauditus mitoitetaan tälle momentille siten, että sallittu halkeaman leveys ei ylity.

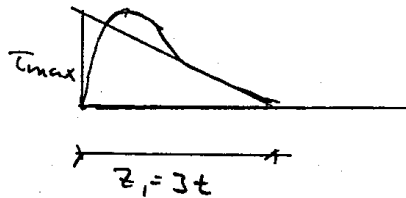
Murtotilassa pakkomomenteja ei tarvitse ottaa huomioon. Murtotilassa tukimomenttina voidaan käyttää tukiraudituksen mukaista myötömomenttia kentän kantokykyä tarkasteltaessa..

Työsauman leikkausjännitys kutistumaerosta

Pintabetonissa vaikuttaa pakkovoima $\Delta N_{cs} = 90.206 \text{ kN}$

Leikkausjännitys jakautuu laatan päässä matkalle $z_1 := 3 \cdot \min(h_1, h_2)$ $z_1 = 150 \text{ mm}$

Oletetaan leikkausjännityksen jakautuvan kolmiomaisesti tälle matkalle siten, että rakenteen päässä on suurin leikkausjännitys ja etäisyydellä z_1 leikkausjännitys=0.



Suurin leikkausjännitys rakenteen päässä $\tau_{\max} := 2 \cdot \frac{\Delta N_{cs}}{z_1 \cdot b}$ $\tau_{\max} = 1.002 \text{ MPa}$

Oletetaan varmuuskertoimiksi muuttuvan kuorman osavarmuusluku (kutistuma-arvot eivät ole kovin tarkkoja) $\gamma_q := 1.5$

$$\text{Sauman leikkausrasitus } v_{Ed} := \gamma_q \cdot \tau_{\max} \quad v_{Ed} = 1.503 \text{ MPa} \quad \beta := 1$$

Työsauman leikkauslujuus

$$\text{Betonin osavarmuusluku } \gamma_c := 1.5$$

$$\text{Työsaumaaudoituksen osavarmuusluku } \gamma_s := 1.15$$

$$\text{Pintabetonuin lujuus C25/30} \quad \text{vetolujuuden laskenta-arvo} \quad f_{ctd2} := \frac{0.7 \cdot 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck2}}{\text{MPa}} \right)^{0.667}}{\gamma_c} \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctd2} = 1.198 \text{ MPa}$$

$$\text{Elementin lujuus C40/50} \quad \text{vetolujuuden laskenta-arvo} \quad f_{ctd1} := \frac{0.7 \cdot 0.3 \cdot \left(\frac{f_{ck1}}{\text{MPa}} \right)^{0.667}}{\gamma_c} \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctd1} = 1.639 \text{ MPa}$$

Kuorilaatan (ja ontelolaatan) yläpinta liukuvalettu ekstruuderipinta => sileä SFS-EN-1992-1-1 6.2.5(2)

Koheesiokerroin $c := 0.2$ kitkakerroin $\mu := 0.6$

Eurokoodin mukainen työsauman leikkauskestävyys perustuu kitka-koheesiot teoriaan (betonien välinen tartunta vastaa koheesiota ja työsaumaraudoituksen voima aiheuttaa saumapintaan kitkaa)

Vetolujuuden arvona käytetään pienempää sauman molemmilla puolilla olevien betonien vetoluksista

$$f_{ctd} := \min(f_{ctd1}, f_{ctd2}) \quad f_{ctd} = 1.198 \text{ MPa}$$

$$\text{Työsaumaraudoituksen laskentalujuus (A500HW)} \quad f_{yd} := \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s} \quad f_{yd} = 434.783 \text{ MPa}$$

$$\text{Pystylenkit, raudoituksen kaltevuuskulma} \quad \alpha := 90 \quad \sin \alpha := 1 \quad \cos \alpha := 0$$

SFS-EN-1992-1-1 kaava (6.25)

$$v_{Rdi} := c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)^2$$

Saamaa vastaan kohtisuora puristus $\sigma_n := 0 \cdot \text{MPa}$

Ratkaistaan työsaumaraudoituksen tarvittava määrä, kun sauman kestävyys $v_{Rdi} := v_{Ed}$

$$\rho := \frac{v_{Ed} - c \cdot f_{ctd}}{f_{yd}} \quad \rho = 2.907 \times 10^{-3}$$

$$\text{Teräsmäärä} \quad A_{sv} := \frac{\rho \cdot b \cdot z_1}{2} \quad A_{sv} = 261.601 \text{ mm}^2$$

=> 3 T 8 2-leikk. lenkkiä k 50.

5. Halkeamamomentti

Halkeamamomenttia laskettaessa on otettava huomioon, että osa kuormasta vaikuttaa elementtiin (kuorilaattaan) ja osa liittorakenteeseen.

Elementin jännitystilä ennen liittovaikutusta $\sigma_{ca1} := -2.929 \cdot \text{MPa}$ momentti $M_1 := M_{g1} + M_{g2}$
(esijännitys, häviöt ennen liittovaikutusta, elementin ja paikallavalun paino) $M_1 = 45.938 \text{ kNm}$

Jännitykset liittorakenteelle tulevista kuormista:

- jännityshäviö liittovaikutuksen jälkeen
- kutistuma- ja virumaero + pakkomomentti
- hyötykuorman aiheuttama momentti M_2

Jännityshäviö ja kutistumaero aiheuttavat yleensä vetojännityksiä laatan alapintaan, joten niiden vaikutus tulee ottaa huomioon halkeamamomenttia laskettaessa. Elementin virumasta aiheutuva virumaero aiheuttaa usein laatan alapintaan puristusta, joten sen vaikutus kannattaa jättää kokonaan tai osittain ottamatta huomioon virumalaskelmien suuren epätarkkuuden vuoksi.

Jännityshäviö liittovaikutuksen jälkeen

kutistumasta	$\Delta\sigma_{ca.havio} = 0.54 \text{ MPa}$	(siv 61)
virumasta	$\sigma_{ca1.vir} = -0.246 \text{ MPa}$	jätetään ottamatta huomioon tai otetaan huomioon korkeintaan 70 %:sti
relaksaatiosta	$\Delta\sigma_{c.rel} := 0.23 \cdot \text{MPa}$	(ei laskettu tässä esimerkissä)
kutistumaerosta	$\Delta\sigma_{ca.ero} = 0.542 \text{ MPa}$	

Betonin jännityksen muutos laatan alapinnassa muodonmuutoskuormista (varmalla puolella oleva arvo, virumaeron vaikutusta ei ole oettu huomioon)

$$\Delta\sigma_{ca} := \Delta\sigma_{ca.havio} + \Delta\sigma_{c.rel} + \Delta\sigma_{ca.ero}$$

$$\Delta\sigma_{ca} = 1.312 \text{ MPa}$$

Etsitään sellainen momentti M_2 , jolla alareunan kokonaisjännitys $\Sigma\sigma_{ca} = f_{ctm1}$

Jännitys ennen liittovaikutusta $\sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$ momentti M_1

Jännitys liittorakenteelle tulevasta momentista M_2 σ_{ca2}

Kokonaisjännitys $\Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{ca1} + \Delta\sigma_{ca} + \sigma_{ca2} = f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$

$$\sigma_{ca2} := E_{cm1} \cdot \frac{M_2 \cdot p}{EI} = \frac{M_2}{W_{a.liitto}}$$

$W_{a.liitto}$ on liittorakenteen taivutusvastus alareunan suhteen $W_{a.liitto} := \frac{EI}{E_{cm1} \cdot p}$

$$W_{a.liitto} = 0.0125 \text{ m}^3$$

$p = 121.733 \text{ mm}$ on liittorakenteen painopisteen etäisyys alareunansta

$E_{cm1} = 3.522 \times 10^4 \text{ MPa}$ on elementin betonin kimmokerroin

$f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$ on elementin betonin keskimääräinen vetolujuus

Rakenteeseen saa tulla momentista M_2 lisäjännitys σ_{ca2} ennen halkeamista

$$\sigma_{ca2} := f_{ctm1} - \sigma_{ca1} - \Delta\sigma_{ca} \quad \sigma_{ca2} = 5.126 \text{ MPa}$$

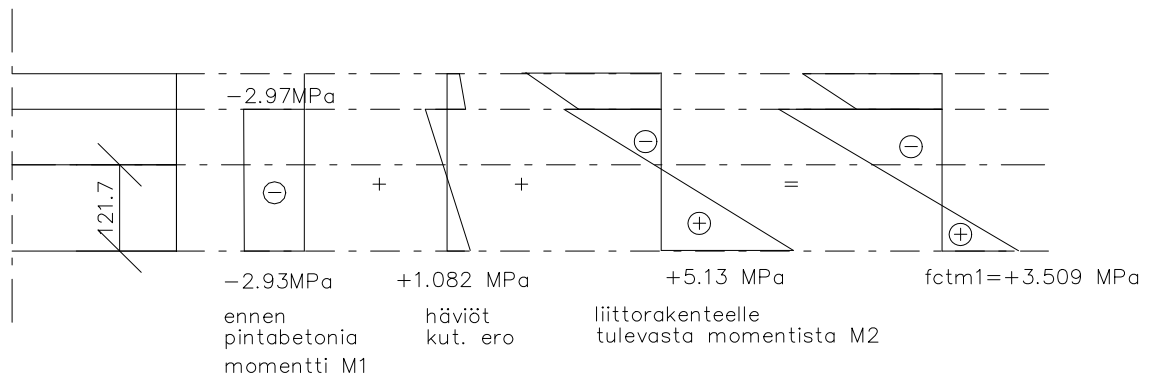
$$M_2 := \sigma_{ca2} \cdot \frac{EI}{E_{cm1} \cdot p} \quad M_2 = 64.298 \text{ kNm}$$

Ennen liittovaikutusta rakenteessa on momentti M_1 elementin ja pintabetonin painosta, jolloin alareunan jännitys on

$$\sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$$

$$M_1 := M_{g1} + M_{g2} \quad M_1 = 45.938 \text{ kNm}$$

Kokonaismomentti eli halkeamamomentti halkeaman syntyessä $M_{cr} := M_1 + M_2 \quad M_{cr} = 110.235 \text{ kNm}$



Edellä olevan tarkastelun perusteella saadaan halkeamamomentille seuraava lauseke:

$$\sigma_{ca1} := \frac{-P_o + \Delta P_1}{A_1} + \frac{(-P_o + \Delta P_1) \cdot e_{p1}}{W_{a1}} + \frac{M_1}{W_{a1}} \blacksquare$$

$$\Delta\sigma_{ca} := \frac{\Delta P_2}{A_{liitto}} + \frac{\Delta P_2 \cdot e_{p2}}{W_{a.liitto}} \blacksquare$$

$$\sigma_{ca2} := \frac{M_2}{W_{a.liitto}}$$

Kokonaisjännitys

$$\Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{caq1} + \Delta\sigma_{ca} + \sigma_{ca2} \blacksquare$$

$$\Sigma\sigma_{ca} := \frac{-P_o + \Delta P_1}{A_1} + \frac{(-P_o + \Delta P_1) \cdot e_{p1}}{W_{a1}} + \frac{M_1}{W_{a1}} + \left(\frac{\Delta P_2}{A_{liitto}} + \frac{\Delta P_2 \cdot e_{p2}}{W_{a.liitto}} \right) + \frac{M_2}{W_{a.liitto}} \blacksquare$$

$$= f_{ctm1}$$

$$\Rightarrow M_2 := f_{ctm1} \cdot W_{a.liitto} + \left[\frac{P_o - \Delta P_1}{A_1} + \frac{(P_o - \Delta P) \cdot e_{p1}}{W_{a1}} \right] \cdot W_{a.liitto} - \left(\frac{\Delta P_2}{A_{liitto}} + \frac{\Delta P_2 \cdot e_{p2}}{W_{a.liitto}} \right) \cdot W_{a.aliitto} \blacksquare$$

Halkeamamomentti

$$M_r := M_1 + M_2$$

$$M_r := f_{ctm1} \cdot W_{a.liitto} + \left[(P - \Delta P_1) \cdot \left(\frac{1}{A_{.1}} + \frac{e_{p1}}{W_{a1}} \right) - \Delta P_2 \cdot \left(\frac{1}{A_{liitto}} + \frac{e_{p2}}{W_{a.liitto}} \right) \right] \cdot W_{a.liitto} + M_1 \cdot \left(1 - \frac{W_{a.liitto}}{W_{a.1}} \right)$$

A1 on elementin pinta-ala raudoitus mukaanlukien

Aliitto on liittorakenteen pinta-ala

W.a1 on elementin taivutusvastus alareunan suhteen

W.a.liitto on liittorakenteen taivutusvastus alareunan suhteen

ep1 on jännevoiman epäkeskeisyys elementin painopisteen suhteen

ep2 on jännevoiman epäkeskeisyys liittorakenteen painopisteen suhteen

Työnaikaisten tukien vaikutus

Työnaikaisten tukien tarkoituksena on siirtää elementin ja paikallavalun painon aiheuttamat rasitukset elementiltä jäykemmän liittorakenteen kannettavaksi.

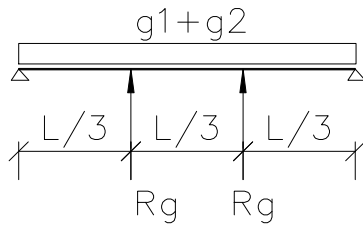
Työnaikaisten tukien vaikutus kohdistuu vain käyttötilan jännityksiin ja muodonmuutoksiin, ei liittorakenteen kestävyys (taivutus- ja leikkauskestävyys) murtotilassa.

Työnaikaisten tukien avulla pienennetään liittorakenteen taipumaa, alareunan vetojännityksiä ja kasvatetaan liittorakenteen halkeilukestävyyttä.

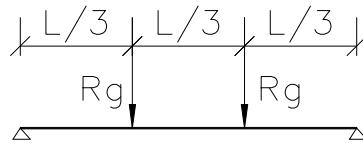
Elementti on paikallavalun aikana tuettu välituilla. Paikallavalun kovettuttua välituet poistetaan, jolloin elelemin ja paikallavalun painon aiheuttaman tukireaktion suuruinen pistekuorma kuiormittaa liittorakennetta.

Koska liittorakenteen taivutusvastus ja jäykkyys ovat olennaisesti suurempia kuin pelkän elementin, niin em. pistekuormien aiheuttama taipuma ja jännitys jäävät pienemmiksi kuin jos vastaavat pistekuormat vaikuttaisivat pelkkään elementtiin (= ei työnaikaisia tukia).

Työnaikaiset tuet:
Elementti



Työnaikaisten tukien poisto
Liittorakenne



Taivutusvastus W_1

$$M_1 := M_g - R_g \cdot \frac{L}{3}$$

$$R_g := 1.1 \cdot g \cdot \frac{L}{3}$$

$$M_g := \frac{g \cdot L^2}{8}$$

$$\sigma_1 := \frac{M_1}{W_1} = \frac{M_g}{W_1} - \frac{R_g \cdot \frac{L}{3}}{W_1}$$

Taivutusvastus $W_2 > W_1$

$$M_2 := R_g \cdot \frac{L}{3}$$

$$\sigma_2 := \frac{M_2}{W_2} = \frac{R_g \cdot \frac{L}{3}}{W_2}$$

$$\begin{aligned}
\text{Kokonaisjännitys } \sigma_1 + \sigma_2 &= \frac{M_g}{W_1} - \frac{R_g \cdot \frac{L}{3}}{W_1} + \frac{R_g \cdot \frac{L}{3}}{W_2} = \frac{M_g}{W_1} - R_g \cdot \frac{L}{3} \cdot \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right) \\
&= \frac{M_g}{W_1} - R_g \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{(W_2 - W_1)}{W_1 \cdot W_2} \\
&= \frac{M_g - R_g \cdot \frac{L}{3} \cdot \left(1 - \frac{W_1}{W_2} \right)}{W_1} \\
&= \frac{\frac{g \cdot L^2}{8} - \frac{1.1 \cdot g \cdot L^2}{9} \cdot \left(1 - \frac{W_1}{W_2} \right)}{W_1} \\
&= \frac{\frac{g \cdot L^2}{8}}{W_1} \cdot \left[1 - \frac{8.8}{9} \cdot \left(1 - \frac{W_1}{W_2} \right) \right] \quad W_2 > W_1
\end{aligned}$$

Ilman työnaikaista tukea

$$M_1 := M_g = \frac{g \cdot L^2}{8} \quad M_2 := 0$$
$$\sigma_1 := \frac{M_g}{W_1} \quad \sigma_2 := 0$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_g}{W_1} = \frac{g \cdot L^2}{8 W_1}$$

Paikallavalun valuvaiheessa on lisäksi tarkistettava välituen kohdalla pelkän elementin taivutuskestävyys ja mahdollisesti yläpinnan halkeilukstävyyks tukimomentille yhdessä työnaikaisen hyötykuorman kanssa,

$$M_{Ed.tuki} := \gamma_g \cdot M_{g1} + \gamma_g \cdot M_{g2} + \gamma_q \cdot M_{q.työ} - \left(\gamma_g \cdot R_{g1} + \gamma_g \cdot R_{g2} + \gamma_q \cdot R_{q.työ} \right) \cdot \frac{L}{3} \leq M_{Rd.tuki}$$

M_{g1} on elementin oman painon aiheuttama momentti

M_{g2} on pintabetonin painon aiheuttama momentti

$M_{q.työ}$ on työnaikaisen hyötykuorman aiheuttama momentti

R_{g1} on työnaikaisen tuen tukirekatio elementin painosta

R_{g2} on työnaikaisen tuen tukirekatio pinttbetonin painosta

$R_{q.työ}$ on työnaisen tuen tukireaktion työnaikaisesta hyötykuormasta

$\gamma_g=1.2$ on oisyvän kuorman osavarmuusluku

$\gamma_q=1.5$ on muuttuvan kuorman osavarmuusluku

L on jänneväli; työnaikaiset tuet 1/3-pistessä

Jännitykset ja taipuma valuvaiheessa lasketaan vain elementin ja pintaebtonin painolle.

Lisäksi tarkistetaan elementin yläpinnan jännitys (halkeilu) työnaikaisen hyötykuorman kanssa.

Tukien poistovaiheessa liittorakenteelle oletetaan tulevan vain elementin ja paikallavalun aiheuttaman tukireaktion mukainen pistekuorma R_{g1} ja R_{g2}

Työnaikaisten tukien avulla voidaan säädellä elementin esikorotusta: Elementille voidaan antaa tukien avulla esikorotus (työnaikaisten tukien tukireaktiot suurempia kuin jatkuvan 3-aukkoisen rakenteen tukireaktiot elementin ja pintabetonin painosta) tai antaa sen taipua haluttu määrä, jolloin vain osa elementin ja pintabetonin painosta aiheuttaa tukireaktiota.

Esim.

Kuorilaatan rasitukset ja muodonmuutokset valuvaiheessa ilman työnaikaista tukea:

$$\text{Elementin paino} \quad g_1 = 6 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad M_{g1} = 36.75 \text{ kNm}$$

$$\text{Pintabetonin paino} \quad g_2 = 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad M_{g2} = 9.188 \text{ kNm}$$

$$g := g_1 + g_2 \quad g = 7.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

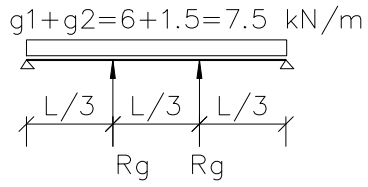
$$M_1 := M_{g1} + M_{g2} \quad M_1 = 45.938 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$$

$$\text{Taipuma} \quad a_1 = -1.597 \text{ mm}$$

Työnaikaiset tuet jännevälin 1/3-pisteissä.

Laatalle halutaan valuvaiheessa esikorotus $a_{\text{esikor}} := \frac{-L}{1000}$ $a_{\text{esikor}} = -7 \text{ mm}$



Tukireaktio elementin ja paikallavalun painosta (tasainen kuorma 3-aukkoisen laatan kaikissa kentissä)

$$R_g := 1.1 \cdot g \cdot \frac{L}{3} \quad R_g = 19.25 \text{ kN} / 1.2 \text{ m}$$

$$\text{Tukireaktion aiheuttama momentti} \quad M_{Rg} := -R_g \cdot \frac{L}{3} \quad M_{Rg} = -44.917 \text{ kNm}$$

Tukireaktion aiheuttama jännitys kohdassa $x := \frac{L}{2}$

$$M_{Rg} = -44.917 \text{ kNm}$$

Venymä painopisteessä $\varepsilon_{0Rg} := 0$

$$\text{Käyristymä} \quad \psi_{Rg} := \frac{M_{Rg}}{EI_1} \quad \psi_{Rg} = -1.56 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Venymä laatan alareunassa $\varepsilon_{caRg} := \varepsilon_{0Rg} + \psi_{Rg} \cdot p_1$ $\varepsilon_{caRg} = -0.154 \text{ ‰}$ puristusta

Jännitys laatan alareunassa $\sigma_{caRg} := \varepsilon_{caRg} \cdot E_{cm1}$ $\sigma_{caRg} = -5.435 \text{ MPa}$ puristusta

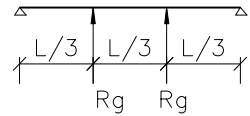
Kokonaisjännitys ennen liittovaikutusta jännevälin keskellä $\sigma_{ca11} := \sigma_{ca1} + \sigma_{caRg}$ $\sigma_{ca11} = -8.364 \text{ MPa}$

Taipuma jännevälin keskellä

Pistekuormat 1/3-pisteissä; taipumakerroin

$$\delta_{aRg} := \frac{1}{9.39}$$

$$\delta_{aRg} = 0.1065$$



$$a_{Rg} := \delta_{aRg} \cdot \psi_{Rg} \cdot L^2$$

$$a_{Rg} = -8.139 \text{ mm}$$

ylöspäin

vastaa elementin ja paikallavalun painon aiheuttamaa taipumaa $a_{g1} + a_{g2} = 8.141 \text{ mm}$

(pieni ero tulee siitä, että elementin ja paikallavalun painot tasaisia kuormia, työnaikaisten tukien tukieaktiot pistekuormia)

Taipuma ennen liittovaikutusta $a_{11} := a_1 + a_{Rg}$

$$a_{11} = -9.735 \text{ mm}$$

$$> a_{\text{esikor}} = -7 \text{ mm}$$

Taipuma ylöspäin suurempi kuin haluttu esikorotus:

Jos halutaan määrätty esikorotus, niin muutetaan tukireaktiota (tuen korkeusasemaa) siten, että haluttu esikorotus saavutetaan.

Jos taipuma ennen liittovaikutusta $a_{11} = -9.735 \text{ mm} < \text{esikorotus} \Rightarrow$ tukireaktiota kasvatetaan (jännitys välituella yläpinnassa tarkistettava halkeiluvaaran vuoksi

Jos taipuma ennen liittovaikutusta $a_{11} = -9.735 \text{ mm} > \text{esikorotus} \Rightarrow$ tukireaktiota pienennetään (tuen korkeusasemaa alennetaan a_{11} :stä

$$a_{11} = -9.735 \text{ mm} > a_{\text{esikor}} = -7 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \text{pienennetään tukireaktiota} \quad R_{g1} := \frac{a_{Rg} - (a_{11} - a_{\text{esikor}})}{a_{Rg}} \cdot R_g \quad R_{g1} = 12.78 \text{ kN}$$

$$\text{Tukireaktion aiheuttama taipuma} \quad a_{Rg1} := a_{Rg} \cdot \frac{R_{g1}}{R_g} \quad a_{Rg1} = -5.403 \text{ mm}$$

$$\text{Taipuma ennen liittovaikutusta} \quad a_{12} := a_1 + a_{Rg1} \quad a_{12} = -7 \text{ mm}$$

$$= a_{\text{esikor}} = -7 \text{ mm}$$

$$\text{Tukireaktion aiheuttama momentti} \quad M_{Rg} := -R_{g1} \cdot \frac{L}{3} \quad M_{Rg} = -29.821 \text{ kNm}$$

$$\text{Käyritymä} \quad \psi_{Rg} := \frac{M_{Rg}}{EI_1} \quad \psi_{Rg} = -1.035 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Alareunan puristuma} \quad \varepsilon_{\text{caRg}} := \psi_{Rg} \cdot p_1 \quad \varepsilon_{\text{caRg}} = -0.102 \text{ ‰}$$

$$\text{Tukireaktion aiheuttama jännitys laatan alapinnassa} \quad \sigma_{\text{caRg}} := \varepsilon_{\text{caRg}} \cdot E_{\text{cm1}} \quad \sigma_{\text{caRg}} = -3.608 \text{ MPa}$$

$$\text{Kokonaisjännitys} \quad \sigma_{\text{ca12}} := \sigma_{\text{ca1}} + \sigma_{\text{caRg}} \quad \sigma_{\text{ca12}} = -6.537 \text{ MPa}$$

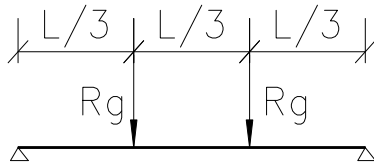
Työnaikaisten tukien poisto

Työnaikaiset tuet poistetaan, kun paikallavalu on kovettunut . Rakenne toimii tällöin liittorakenteena.

Liittorakenteen taivutusjäykkyys $EI = 53.778 \text{ MN}\cdot\text{m}^2$

Liittorakenteen painopiste alhaalta $p = 121.733 \text{ mm}$

Liittorakennetta kuormittaa tukireaktiota vastaavat alaspäin vaikuttavat pistekuormat $R_{g1} = 12.78 \text{ kN}$ jännevälin 1/3-pisteissä.



Pistekuormien aiheuttama momentti $M_{Rg2} := R_{g1} \cdot \frac{L}{3}$

$$M_{Rg2} = 29.821 \text{ m kN}$$

Jännitykset ja muodonmuutokset tukien poistosta

Käyristymä $\psi_{Rg2} := \frac{M_{Rg2}}{EI}$

$$\psi_{Rg2} = 0.555 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

Muodonmuutos alareunassa $\varepsilon_{caRg2} := \psi_{Rg2} \cdot p$

$$\varepsilon_{caRg2} = 0.068 \text{ ‰}$$

Jännitys alareunassa $\sigma_{caRg2} := \varepsilon_{caRg2} \cdot E_{cm1}$

$$\sigma_{caRg2} = 2.378 \text{ MPa}$$

vetoa

Alareunan jännitys tukien poistamisen jälkeen ennen hyötykuormaa ja häviöitä $\sigma_{ca21} := \sigma_{ca12} + \sigma_{caRg2}$

$$\sigma_{ca21} = -4.16 \text{ MPa}$$

puristusta

Ilman työnaikaista tuentaa laatan alareunan jännitys ennen hyötykuormaa $\sigma_{ca1} = -2.929 \text{ MPa}$

Työnaikaisen tuennan antama hyöty $\sigma_{ca21} - \sigma_{ca1} = -1.231 \text{ MPa}$

Taipuma tukien poistosta

Taipumakerroin $\delta_{aRg} = 0.1065$

$$a_{Rg2} := \delta_{aRg} \cdot \Psi_{Rg2} \cdot L^2$$

$a_{Rg2} = 2.894 \text{ mm}$ alaspäin

Taipuma ennen hyötykuormaa $a_2 := a_{12} + a_{Rg2}$

$a_2 = -4.106 \text{ mm}$
ylöspäin

Ilman työnaikaista tuentaa taipuma ennen hyötykuormaa $a_1 = -1.597 \text{ mm}$

Työnaikaisen tuennan vaikutus taipumaan $a_2 - a_1 = -2.51 \text{ mm}$

Työnaikaisen tuennan vaikutus halkeilukestävytyteen

Otetaan jännityksissä huomioon tuennan vaikutus.

Alareunan jännitys ennen tukien poistamista $\sigma_{ca12} = -6.537 \text{ MPa}$

Tukien poistosta syntyvä jännitys liittorakenteeseen $\sigma_{caRg2} = 2.378 \text{ MPa}$

Häviöt, kutistuma- ja (viruma)erosta $\Delta\sigma_{ca} = 1.312 \text{ MPa}$

Liittorakenteelle tulevasta momentista M22 σ_{ca22}

Kokonaisjännitys halkeaman syntyessä $\Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{ca12} + \sigma_{caRg2} + \Delta\sigma_{ca} + \sigma_{ca22} = f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$

$\sigma_{ca22} := f_{ctm1} - \sigma_{ca12} - \sigma_{caRg2} - \Delta\sigma_{ca}$ $\sigma_{ca22} = 6.357 \text{ MPa}$

(ilman työnaikaista tuentaa $\sigma_{ca2} = 5.126 \text{ MPa}$)

Jännitystä σ_{ca22} vastaava venymä alapinnassa $\varepsilon_{ca} := \frac{\sigma_{ca22}}{E_{cm1}}$ $\varepsilon_{ca} = 0.18\text{‰}$

Käyritymä momentisa M_{22} $\psi_{22} := \frac{\varepsilon_{ca}}{p}$ $\psi_{22} = 1.483 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

$M_{22} := \sigma_{ca22} \cdot \frac{EI}{E_{cm1} \cdot p}$ $M_{22} = 79.736 \text{ kNm}$

tai $M_{22} := \psi_{22} \cdot EI$

(ilman työnaikaista tuentaa $M_2 := 64.3 \cdot \text{kNm}$

Momentti M_{11} ennen liittovaikutusta, kun jännitys on $\sigma_{ca12} = -6.537 \text{ MPa}$

$M_{11} := M_{g1} + M_{g2} + M_{Rg}$ $M_{11} = 16.117 \text{ kNm}$

Liittorakenteeseen vaikuttaa momentti $M_{Rg2} + M_{22} = 109.557 \text{ kNm}$

Halkemamomentti $M_{cr2} := M_{11} + M_{Rg2} + M_{22}$ $M_{cr2} = 125.673 \text{ kNm}$
 $= M_{g1} + M_{g2} + M_{22} = 125.673 \text{ kNm}$

Ilman työnaikaista tuentaa $M_{cr} = 110.235 \text{ kNm}$

Työnaikainen tuenta lisää halkeamakestävyyttä n. 14 %

Sallittu hyötykuorma, kun laatan alapinta ei saa halkeilla

Paljonko hyötykuormaa voidaan kasvattaa työnaikaisen tuennan avulla ?

Jätetään kutistuma- ja virumaerojen vaikutus pois, jotta tilanne olisi vertailukelpoinen sivujen 16-17 esimerkin kanssa => työnaikaisen tuennan hyöty esille.

Jännitys ennen liittovaikutusta, kun laatta ion työnaikaisesti tuettu $\sigma_{ca12} = -6.537 \text{ MPa}$

Tukien poistamisesta syntyvä jännitys liittorakenteeseen $\sigma_{caRg2} = 2.378 \text{ MPa}$

Liittorakenteelle tulevasta hyötykuormasta (momentti M_q) σ_{caq}

Kokonaisjännitys (ilman kutistuma- ja virumaerojen vaikutusta) halkeaman syntyessä

$$\Sigma \sigma_{ca} := \sigma_{ca12} + \sigma_{caRg2} + \sigma_{caq} = f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$$

Hyötykuormasta saa tulla jännitys $\sigma_{caq} := f_{ctm1} - \sigma_{ca12} - \sigma_{caRg2} \quad \sigma_{caq} = 7.669 \text{ MPa}$

(Ilman työnaikaista tuentaa saatiin $\sigma_{ca2} = 5.126 \text{ MPa}$)

Venymä $\varepsilon_{caq} := \frac{\sigma_{caq}}{E_{cm1}} \quad \varepsilon_{caq} = 0.218 \text{ ‰}$

Käyristymä $\psi_q := \frac{\varepsilon_{caq}}{p} \quad \psi_q = 1.789 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$

Hyötykuorman aiheuttama momentti

$$M_q := \psi_q \cdot EI$$

$$M_q = 96.187 \text{ kNm}$$

$$\text{tai } M_q := \frac{\sigma_{caq}}{E_{cm1}} \cdot \frac{EI}{p}$$

$$M_q := \frac{q \cdot L^2}{8}$$

=>

$$q := \frac{8 \cdot M_q}{L^2}$$

$$q = 15.704 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow q_{sall} := \frac{q}{b}$$

$$q_{sall} = 13.087 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Ilman työnaikaista tuentaa
kasvu 19 %

$$q_2 = 10.987 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Jos otetaan kutistuma- ja (viruma)eron vaikutus huomioon (varmalle puolelle laskien viruma jätetään ottamatta huomioon)

$$\Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{ca12} + \sigma_{caRg2} + \Delta\sigma_{ca} + \sigma_{caq} = f_{ctm1} = 3.509 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{caq} := f_{ctm1} - \sigma_{ca12} - \sigma_{caRg2} - \Delta\sigma_{ca} \quad \sigma_{caq} = 6.357 \text{ MPa}$$

$$\text{Venymä} \quad \varepsilon_{caq} := \frac{\sigma_{caq}}{E_{cm1}} \quad \varepsilon_{caq} = 0.18 \text{ ‰}$$

$$\text{Käyristymä} \quad \psi_q := \frac{\varepsilon_{caq}}{p} \quad \psi_q = 1.483 \frac{\text{‰}}{\text{m}}$$

$$\text{Hyötykuorman aiheuttama momentti} \quad M_q := \psi_q \cdot EI \quad M_q = 79.736 \text{ kNm}$$

$$M_q := \frac{q_3 \cdot L^2}{8} \quad \Rightarrow \quad q_3 := \frac{8 \cdot M_q}{L^2} \quad q_3 = 13.018 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow q_{sall} := \frac{q_3}{b} \quad q_{sall} = 10.848 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Ilman työnaikaista tuentaa} \quad q_{sall1} := \frac{8 \cdot M_2}{L^2 \cdot b} \quad q_{sall1} = 8.748 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

kasvu 24 %

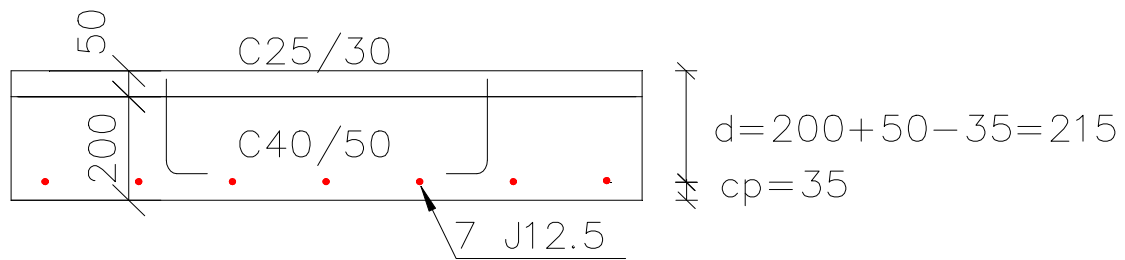
Taivutuskestävyys

Murtotilassa liittorakennepoikkileikkausta voidaan käsitellä monoliittisena (kuin yhtä valua olevana) rakeneena koko kuormalle riippumatta siitä mikä osa kuormasta kohdistuu elementtiin ja mikä osa liittorakenteeseen. Rakentamis- ja kuormitushistorialla ei ole merkitystä murtotilassa. Edellytyksenä tälle on, että työsauma mitoitetaan kestämään koko leikkausvoima eli liittorakenteelle tulevan hyötykuorman lisäksi myös elementille tulevat kuromat eli elementin ja paikallavalun paino.

Liittorakenteen tehollinen korkeus on etäisyys elementissä sijaitsevasta vetoraudoituksesta paikallavalun yläpintaan eli $d=h_1+h_2-c_p$ (kenttämomentti).

Tukimomentille d lasketaan paikallavalussa olevasta vetoraudoituksesta elementin alapintaan

Liittorakenteen tehollinen korkeus riippuu paikallavalusta ja sen toleranssista, joten liittorakennetta käsitellään kokonaan (myös jänneterästen ja elementin betonin osalta) paikallavalun rakenneluokan (2-luokan) rakenteena..



Tehollinen korkeus määritetään koko korkeuden mukaan $d := h_1 + h_2 - c_p$ $d = 215$ mm

Puristuspinnan leveys $b = 1200$ mm

Betoni $\gamma_c := 1.5$ (2-luokka)

Paikallavalu $f_{cd2} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck2}}{\gamma_c}$ $f_{cd2} = 14.167$ MPa

Elementti $f_{cd1} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck1}}{\gamma_c}$ $f_{cd1} = 22.667$ MPa

(jos puristuspinta ulottuu elementtiin asti)

Jänneteräs	St11630 /1860	$\gamma_s := 1.15$ (2-luokka)	
0.1-raja	$f_{po.1k} := 1630 \cdot \text{MPa}$		
Laskentalujuus	$f_{pd} := \frac{f_{po.1k}}{\gamma_s}$		$f_{pd} = 1417.4 \text{ MPa}$
Murtolujuus	$f_{pk} := 1860 \cdot \text{MPa}$		
Myötövenymä	$\varepsilon_{yd} := \frac{f_{pd}}{E_p}$		$\varepsilon_{yd} = 7.269 \text{ ‰}$
Murtovenymä	$\varepsilon_{uk} := 65 \cdot \text{‰}$		
Maksimivenymä	$\varepsilon_{ud} := 20 \cdot \text{‰}$		
Jännitys maksimivenymällä	$f_{pdmax} := f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \cdot \frac{(\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{yd})}{(\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd})}$		
Kimmokerroin	$E_p = 195000 \text{ MPa}$		
Punosmäärä $7 \phi_{p7}$ 12.5	$A_p = 651 \text{ mm}^2$		

Laskentakuormat:

Elementin paino $g_1 = 6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Pintabetonin paino $g_2 = 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Hyötykuorma $q := 12 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Kuormien osavarmuusluvut: pysyvä kuorma $\gamma_g := 1.2$

muuttuva kuorma $\gamma_q := 1.5$

Laskentakuorma $p_d := \gamma_g \cdot (g_1 + g_2) + \gamma_q \cdot q$

$p_d = 27 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Laskentakuorman aiheuttama momentti $M_{Ed} := \frac{p_d \cdot L^2}{8}$

$M_{Ed} = 165.375 \text{ kNm}$

Lasketaan aluksi olettaen teräksen jännitys-venymäkäyrä vaakasuoraksi myötäämisen jälkeen eli jännitys rajoitettu arvo f_{pd} ja maksimi venymälle ei rajoitusta.

Oletetaan terästen myötäävän, jolloin teräöksissä vaikuttava voima on

$$N_s := f_{pd} \cdot A_p \quad N_s = 922.722 \text{ kN}$$

$$\text{Betoniin puristusresultantti} \quad N_c := N_s \quad N_c = 922.722 \text{ kN}$$

$$\text{Tarvittava puristuspuinnan tehollinen korkeus} \quad y := \frac{N_c}{b \cdot f_{cd2}} \quad y = 54.278 \text{ mm} > h_2 = 50 \text{ mm}$$

=> puristuspuinnan korkeus suurempi kuin pintabetonin paksuus; puristuspuinta ulottuu elementin yläosaan.

$$\text{Puristusresultantti pintabetonissa} \quad N_{c2} := b \cdot h_2 \cdot f_{cd2} \quad N_{c2} = 850 \text{ kN}$$

$$\text{Elementille jäävä osuus puristusresultantista} \quad N_{c1} := N_c - N_{c2} \quad N_{c1} = 72.722 \text{ kN}$$

$$\text{Tarvittava puristuspuinnan tehollinen korkeus elementissä} \quad y_1 := \frac{N_{c1}}{b \cdot f_{cd1}} \quad y_1 = 2.674 \text{ mm}$$

$$\text{Puristuspuinnan tehollinen korkeus} \quad y := y_1 + h_2 \quad y = 52.674 \text{ mm}$$

$$\text{Puristuspuinnan korkeus} \quad \lambda := 0.8 \quad x := \frac{y}{0.8} \quad x = 65.842 \text{ mm}$$

$$\text{Betoniin puristusresultantin sijainti yläreunasta} \quad \eta x := \frac{N_{c2} \cdot \frac{h_2}{2} + N_{c1} \cdot \left(h_2 + \frac{y_1}{2} \right)}{N_c} \quad \eta x = 27.076 \text{ mm}$$

Momenttivarsi $z := d - \eta x$ $z = 187.924 \text{ mm}$

Taivutuskestävyys $M_{Rd} := N_s \cdot z$ $M_{Rd} = 173.402 \text{ kNm} > M_{Ed} = 165.375 \text{ kNm}$

Muodonmuutostila

Betonin puristuma $\varepsilon_c := -3.5\text{‰} = \varepsilon_{cu2}$

Jänneteräksen lisävenymä $\Delta\varepsilon_s := \varepsilon_c \cdot \frac{(x - d)}{x}$ $\Delta\varepsilon_s = 7.929\text{‰}$

Esijännitysvenymä $\varepsilon_{p\infty} := \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p}$ $\varepsilon_{p\infty} = 5.641\text{‰}$

Esijännitys lopputilanteessa $\sigma_{p\infty} = 1100 \text{ MPa}$

Jänneteräksen kokonaisvenymä $\varepsilon_{p.tot} := \varepsilon_{p\infty} + \Delta\varepsilon_s$ $\varepsilon_{p.tot} = 13.57\text{‰}$

$< \varepsilon_{ud} = 20\text{‰}$

Otetaan huomioon jänneteräsksen jännitys-venymäkäyrän nouseva osuus (myölujittuminen)

Lasketaan jänneteräsksen jännitys venymällä $\varepsilon_{p,tot} = 13.57\%$

$$f_{pd1} := f_{pd} + (f_{pdmax} - f_{pd}) \cdot \frac{(\varepsilon_{p,tot} - \varepsilon_{yd})}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{yd}} \quad f_{pd1} = 1439.2 \text{ MPa}$$

n. 1.5 % suurempi kuin f_{pd}

Terästen vetovoima $N_s := f_{pd1} \cdot A_p \quad N_s = 936.933 \text{ kN}$

Betonin puristusresultantti $N_c := N_s \quad N_c = 936.933 \text{ kN}$

Pintabetonin puristusresultantti on sama kuin edellä $N_{c2} = 850 \text{ kN}$

Elementin osuus puristusresultantista $N_{c1} := N_c - N_{c2} \quad N_{c1} = 86.933 \text{ kN}$

Tehollisen puristuspinnan korkeus elementissä $y_1 := \frac{N_{c1}}{b \cdot f_{cd1}} \quad y_1 = 3.196 \text{ mm}$

Puristuspinnan tehollinen korkeus $y := y_1 + h_2 \quad y = 53.196 \text{ mm}$

Puristuspinnan korkeus $\lambda := 0.8 \quad x := \frac{y}{0.8} \quad x = 66.495 \text{ mm}$

Betonin puristusresultantin sijainti yläreunasta $\eta x := \frac{N_{c2} \cdot \frac{h_2}{2} + N_{c1} \cdot \left(h_2 + \frac{y_1}{2} \right)}{N_c} \quad \eta x = 27.468 \text{ mm}$

Momenttivarsi $z := d - \eta x \quad z = 187.532 \text{ mm}$

Taivutuskestävyys $M_{Rd} := N_s \cdot z \quad M_{Rd} = 175.705 \text{ kNm} > M_{Ed} = 165.375 \text{ kNm}$

Jänneteräsksen lisävenymä $\Delta \varepsilon_s := \varepsilon_c \cdot \frac{(x - d)}{x} \quad \Delta \varepsilon_s = 7.817\%$

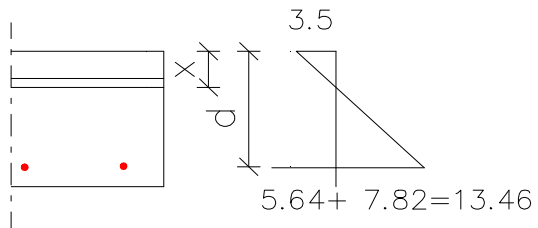
Jänneteräsksen kokonaisvenymä $\varepsilon_{p,tot} := \varepsilon_{p\infty} + \Delta \varepsilon_s \quad \varepsilon_{p,tot} = 13.458\%$
< $\varepsilon_{ud} = 20\%$

Lasketaan jänneteräksen jännitys venymällä $\varepsilon_{p.tot} = 13.458\%$

$$f_{pd1} := f_{pd} + (f_{pdmax} - f_{pd}) \cdot \frac{(\varepsilon_{p.tot} - \varepsilon_{yd})}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{yd}}$$

$$f_{pd1} = 1438.8 \text{ MPa}$$

vrihe 0.03 % eli lähellä edellä
käytettyä arvoa



Leikkauskestävyys

Leikkauskestävyys lasketaan kokonaiskuormalle käyttäen liittopoiikkileikkauksen tehollista korkeutta.

Leikkausraudoitettu rakenne:

Haat ulottuvat vetoterästen alapuolelta aina paikallavalun yläpintaan.

Tehollinen korkeus $d = 215 \text{ mm}$

Hakojen laskentalujuus; osavarmuuskerroin $\gamma_s = 1.15$

Leikkausraoittamaton rakenne:

a) Alueella, jossa ei murtotilassa esiinny halkeamia; SFS-EN-1992-1-1 kaava (6.4)
(ontelolaatat SFS -EN 1168 kohta 4.3.3.2.2.1 ja liittolaatat kohta F2.2
ja SFS 7016 kohta F2.2)

Kaava perustuu kimmoteoriaan, joten kaavaa (6.4) käytettäessä on otettava huomioon, mikä osa kuormasta tulee pelkälle elementille ja mikä osa liittorakenteelle

b) Alueella, jossa murtotilassa esiintyy halkeamia; SFS-EN-1992-1-1 kaavat (6.2)
Tehollinen korkeus $d = 215 \text{ mm}$ koko liittorakenteen korkeuden mukaan

Esijännityksen vaikutus σ_{cp} lasketaan pelkälle elementille, koska esijännitys vaikuttaa ennen liittovaikutusta ja kohdistuu siten pelkkään elementtiin eikä aiheuta puristusta paikallavaluun jatjkuvassa liittorakenteessa, jossa paikallavalun yläpinta vedetty $\sigma_{cp}=0$

Suhteellinen vetoteräsmäärä ρ_l lasketaan koko liittopoiikkileikkauksen perusteella

f_{ck} lasketaan heikomman betonin mukaan

Betonin osavarmuusluku rakenneluokan 2 mukaan

Kerrointa k laskettaessa $d = 215 \text{ mm}$

o

Σ

Laatat yleensä leikkausraudoittamattomia

Lasketaan kohta, johon tuelta lukien syntyy 1. halkeama murtotilan laskentakuormalla

Laatan alapinnan jännitykset (tarkatelu kimmoisessa tilassa):

esijännityksestä häviöiden jälkeen $\sigma_{caP} = -8.488 \text{ MPa}$ (sisältää elementin kutistuman ja viruman aih. häviön)

kutistumaerosta $\Delta\sigma_{ca.ero} = 0.542 \text{ MPa}$

pysyvistä kuormista (elementin ja pintabetonin paino) $\sigma_{cag1} + \sigma_{cag2} = 5.558 \text{ MPa}$

Kyseessä on murtotila, joten em. jännitykset on kerrottava osavarmuusluvulla; jännevoiman aiheuttama jännitys $\gamma_p := 0.9$

Kutistumaero $\gamma_q := 1.5$

Pysyvät kuormat $\gamma_g = 1.2$

Laatan alapinnan laskennallinen ennen ulkoista kuormitusta

$$\sigma_{cad} := \gamma_p \cdot \sigma_{caP} + \gamma_q \cdot \Delta\sigma_{ca.ero} \quad \sigma_{cad} = -6.826 \text{ MPa}$$

Hyötykuorman aiheuttama jännitys σ_{caqd}

$$\text{Kokonaisjännitys } \Sigma\sigma_{ca} := \sigma_{cad} + \sigma_{caqd} = f_{ctd1} := \frac{f_{ctk1}}{\gamma_c}$$

$$\text{Betonin vetolujuuden ominaisarvo } f_{ctk1} := 0.7 \cdot f_{ctm1} \quad f_{ctk1} = 2.456 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin osavarmuuskerroin } \gamma_c := 1.5$$

$$\text{Betonin vetolujuuden laskenta-arvo } f_{ctd1} := \frac{f_{ctk1}}{\gamma_c} \quad f_{ctd1} = 1.637 \text{ MPa}$$

Laskentakuormien aiheuttama jännitys, kun poikkileikkaus halkeaa

$$\sigma_{\text{capd}} := f_{\text{ctk1}} - \sigma_{\text{cad}} \quad \sigma_{\text{capd}} = 9.283 \text{ MPa}$$

Osa jännityksestä tulee pystyvistä kuormista pelkälle elementille ja osa hyötykuormasta liittorakenteelle. Jännitykset jakautuvat samassa suhteessa kuin em. kuormien laskenta-arvot. Lasketaan mikä osa jännityksestä tulee pelkälle elementille pysyvien kuormien laskenta-arvon ja kokonaiskuorman suhteesta.

$$\text{Elementille tuleva osuus } \sigma_{\text{cagd}} := \sigma_{\text{capd}} \cdot \frac{\gamma_g \cdot (g_1 + g_2)}{p_d} \quad \sigma_{\text{cagd}} = 3.094 \text{ MPa}$$

$$\text{Liittorakenteelle tulevat osuus } \sigma_{\text{caqd}} := \sigma_{\text{capd}} \cdot \frac{\gamma_q \cdot q}{p_d} \quad \sigma_{\text{caqd}} = 6.188 \text{ MPa}$$

Pysyvän kuorman momenttia laskettaessa käytetään elementin jäykkyyssarvoja EI1 ja p1

$$\text{Pysyvän kuorman aiheuttama laskentamomentti } M_{\text{gdx}} := \sigma_{\text{cagd}} \cdot \frac{EI_1}{E_{\text{cm1}} \cdot p_1} \quad M_{\text{gdx}} = 25.572 \text{ kNm}$$

Hyötykuorman momenttia laskettaessa käytetään liittorakenteen jäykkyyssarvoja EI ja p

$$\text{Hyötykuorman aiheuttama laskentamomentti } M_{\text{qdx}} := \sigma_{\text{caqd}} \cdot \frac{EI}{E_{\text{cm1}} \cdot p} \quad M_{\text{qdx}} = 77.621 \text{ kNm}$$

$$\text{Kokonaismomentti kohdassa, johon 1. halkeama syntyy } M_{\text{crdx}} := M_{\text{gdx}} + M_{\text{qdx}} \quad M_{\text{crdx}} = 103.193 \text{ kNm}$$

$$\text{Kohta, johon 1. halkeama syntyy } M_{\text{Edx}} := p_d \left(\frac{L}{2} \cdot x_{\text{cr}} - \frac{x_{\text{cr}}^2}{2} \right) = M_{\text{crdx}} = 103.193 \text{ kNm}$$

$$\text{Ratkaistaan } x_{\text{cr}} := \frac{L}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{8 \cdot M_{\text{crdx}}}{p_d \cdot L^2}} \right) \quad x_{\text{cr}} = 1.354 \text{ m tuelta}$$

> jännityksen kehittymismatka

Jps $x_{\text{cr}} < l_{\text{pt2}}$, niin joudutaan x_{cr} joudutaan hakemaan iteroimalla, koska sekä taivutuksesta että esijännityksestä tulevat jännitykset muuttuvat x :n mukana.

a) Alue, jossa ei esiinny murtotilassa taivutushalkeamia $x < x_{cr}$

Kohta, jossa leikkauskestävyys tarkistetaan on $x_v := p$ $p = 0.122$ m uen sisäreunasta

Tukipituus $l_{tuki} := 60$ mm

$$\text{Leikkausvoiman laskenta-arvo } V_{Ed} := p_d \left(\frac{L}{2} - \frac{l_{tuki}}{2} - x_v \right) \quad V_{Ed} = 90.403 \text{ kN}$$

Kaava (6.4) perustuu kimmoteoriaan, joten on otettava huomioon, mikä osa kuromasta tulee pelkälle elementille ja mikä osa liittorakenteelle. jaetaan leikkausvoima kahteen osaan:

- elementille tuleva osa V_{d1} elementin ja pintabetonin painosta
- liittorakenteelle tuleva osa V_{d2} hyötykuormasta

$$V_{Ed1} := \gamma_g \cdot (g_1 + g_2) \cdot \left(\frac{L}{2} - x_v \right) \quad V_{Ed1} = 30.404 \text{ kN}$$

$$V_{Ed2} := \gamma_q \cdot q \cdot \left(\frac{L}{2} - x_v \right) \quad V_{Ed2} = 60.809 \text{ kN}$$

Leikkausjännityksiä laskettaessa Vd1:stä käytetään elementin poikkileikkausarvoja ja Vd2:sta laskettaessa käytetään liittorakenteen poikkileikkausarvoja

Vd1 aiheuttaa suurimman leikkausjännityksen elementin painopisteeseen ja leikkausjännitysjakautuma on elementin korkeudella paraabelinmuotoinen.

Vd2 aiheuttaa suurimman leikkausjännityksen liittorakenteen painopisteeseen ja leikkausjännitysjakautuma on liittorakenteen korkeudella paraabelinmuotoinen.

Leikkausjännitysten maksimikohdat eivät ole samalla kohdalla. Jännitysjakautuman yhteisvaikutuksen maksimikohta on elementin ja liittorakenteen jossain painopisteiden välissä. Varmaalla puolella oleva tulos saadaan laskemalla molempien jännitysten maksimiarvot yhteen.

Elementti

Tarkastelukohdan alapuolisen osan staattinen momentti elementin painopisteen p_1 suhteen

$$ES_1(y) := E_{cm1} \cdot b \cdot y \cdot \left(p_1 - \frac{y}{2} \right) + E_p \cdot A_p \cdot (p_1 - c_p)$$

Painopisteen alapuolisen osan staattinen momentti $ES_{1p} := ES_1(p)$ $ES_{1p} = 204.015 \text{ MN}\cdot\text{m}$

$$V_{Ed1} = 30.404 \text{ kN}$$

Suurin leikkausjännitys $\tau_{1\max} := \frac{V_{Ed1} \cdot ES_{1p}}{b \cdot EI_1}$ $\tau_{1\max} = 0.179 \text{ MPa}$

$$\tau_1(y) := \frac{V_{Ed1} \cdot ES_1(y)}{b \cdot EI_1}$$

Liittorakenne

Tarkastelukohdan alapuolisen osan staattinen momentti liittorakenteen painopisteen p suhteen

$$ES_2(y) := E_{cm1} \cdot b \cdot y \cdot \left(p - \frac{y}{2} \right) + E_p \cdot A_p \cdot (p - c_p)$$

Painopisteen alapuolisen osan staattinen momentti $ES_{2p} := ES_2(p)$ $ES_{2p} = 324.169 \text{ MN}\cdot\text{m}$

$$V_{Ed2} = 60.809 \text{ kN}$$

Suurin leikkausjännitys $\tau_{2\max} := \frac{V_{Ed2} \cdot ES_{2p}}{b \cdot EI}$ $\tau_{2\max} = 0.305 \text{ MPa}$

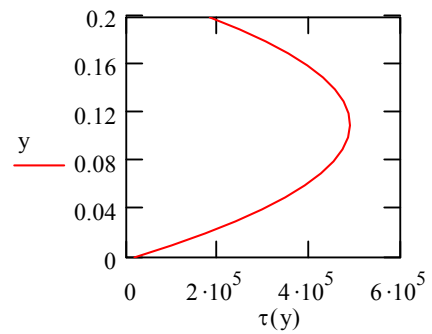
$$\tau_2(y) := \frac{V_{Ed2} \cdot ES_2(y)}{b \cdot EI}$$

Leikkausjännitys yhteensä $\tau_{\max} := \tau_{1\max} + \tau_{2\max}$ $\tau_{\max} = 0.485 \text{ MPa}$

$$\tau(y) := \tau_1(y) + \tau_2(y)$$

$y := 0 \cdot \text{mm}, 10 \cdot \text{mm} \dots 200 \cdot \text{mm}$

$y =$	mm	$\tau_1(y) =$	MPa	$\tau_2(y) =$	MPa	$\tau(y) =$	MPa
0		$7.141 \cdot 10^{-3}$		0.01		0.018	
10		0.042		0.057		0.099	
20		0.073		0.099		0.173	
30		0.101		0.138		0.239	
40		0.125		0.172		0.297	
50		0.145		0.203		0.348	
60		0.161		0.23		0.391	
70		0.174		0.252		0.426	
80		0.182		0.271		0.453	
90		0.188		0.285		0.473	
100		0.189		0.296		0.485	
110		0.187		0.303		0.49	
120		0.181		0.305		0.486	
130		0.171		0.304		0.475	
140		0.158		0.299		0.457	
150		0.141		0.29		0.43	
160		0.12		0.276		0.396	
170		0.095		0.259		0.354	
180		0.067		0.238		0.305	
190		0.035		0.213		0.248	
200		$-7.273 \cdot 10^{-4}$		0.183		0.183	



Suurimman leikkausjännityksen kohta saadaan derivoimalla $\tau(y)$

$$\frac{d}{dy}\tau(y) = \frac{V_{Ed1} \cdot E_{cm1} \cdot b \cdot (p_1 - y)}{b \cdot EI_1} + \frac{V_{Ed2} \cdot E_{cm1} \cdot b \cdot (p - y)}{b \cdot EI} - 0$$

$$\text{Ratkaistaan } y := \frac{V_{Ed1} \cdot p_1 \cdot EI + V_{Ed2} \cdot p \cdot EI_1}{V_{Ed1} \cdot EI + V_{Ed2} \cdot EI_1} \quad y = 110.729 \text{ mm}$$

$$\tau_1(y) = 0.187 \text{ MPa}$$

$$\tau_2(y) = 0.303 \text{ MPa}$$

$$\tau(y) = 0.49 \text{ MPa}$$

Esijännitys kohdassa $x_v = 0.122 \text{ m}$ tuelta

Jännityksen siirto (laukaisu)

Betonin keskimääräinen lujuus laukaisuhetkellä $f_{cmi} := 0.75 \cdot (f_{ck1} + 8 \cdot \text{MPa})$ $f_{cmi} = 36 \text{ MPa}$

$$\beta_{cci} := \frac{f_{cmi}}{f_{ck1} + 8 \cdot \text{MPa}} \quad \beta_{cci} = 0.75$$

Betonin vetolujuuden laskenta-arvo laukaisussa $f_{ctdi} := \frac{\beta_{cc} \cdot f_{ctk1}}{1.5}$ $f_{ctdi} = 1.228 \text{ MPa}$

Oletetaan esijännityksekseksi välittömästi ennen laukaisua $\sigma_{pm0} := 1250 \cdot \text{MPa}$

tartuntakerroin $\eta_{p1} := 3.2$

Alapinnan jänteet; hyvät tartuntaolosuhteet $\eta_1 := 1.0$

Tartuntalujuus $f_{bpt} := \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctdi}$ $f_{bpt} = 3.93 \text{ MPa}$

Jänteet katkaistaan sahaamalla => nopea jännityksen siirto => $\alpha_1 := 1.25$

7-lankainen punos $\phi p7$ $\phi_p := 12.5 \cdot \text{mm}$

Kerroin $\alpha_2 := \frac{A_{p1}}{\pi \cdot \phi_p^2}$ $\alpha_2 = 0.19$

$$\text{Jännityksen siirtymäpituuden perusarvo} \quad l_{pt} := \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{\sigma_{pm0}}{f_{bpt}} \quad l_{pt} = 942 \text{ mm}$$

Jännevoiman siirtymäpituuden mitoitusarvo:

$$\text{Mitoitusarvon alaraja} \quad l_{pt1} := 0.8 \cdot l_{pt} \quad l_{pt1} = 753 \text{ mm}$$

$$\text{Mitoitusarvon yläaraja} \quad l_{pt2} := 1.2 \cdot l_{pt} \quad l_{pt2} = 1130 \text{ mm}$$

$$\text{Esijännitys kohdassa} \quad x_v = 0.122 \text{ m} \quad \sigma_{px} := \sigma_{p\infty} \cdot \frac{x_v + l_{tuki}}{l_{pt2}} \quad \sigma_{px} = 176.922 \text{ MPa}$$

$$\text{Jännevoima} \quad P_x := \sigma_{px} \cdot A_p \quad P_x = 115.176 \text{ kN}$$

Jännevoiman aiheuttama keskimääräinen puristusjännitys (tässä puristus positiivinen)

$$\sigma_{cp} := \frac{P_x}{EA} \cdot E_{cm1} \quad \sigma_{cp} = 0.388 \text{ MPa}$$

$$\text{Päävetojännitys} \quad \sigma_1 := \frac{-\sigma_{cp}}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_{cp}^2}{4} + \tau(y)^2} \quad \sigma_1 = 0.333 \text{ MPa}$$

$$< f_{ctd1} = 1.637 \text{ MPa}$$

Leikkauskestävyys riittävä

Leikkauskestävyys, kun päävetojännitys $\sigma_1 := f_{ctd1}$

Ratkaistaan leikkauslujuus $\tau_{Rd} := \sqrt{f_{ctd1} \cdot (f_{ctd1} + \sigma_{cp})}$ $\tau_{Rd} = 1.821 \text{ MPa}$

Suurin leikkausjännitys etäisyydellä $y = 110.729 \text{ mm}$ alapinnasta

Leikkausjännitys pysyvistä kuormista ennen liittovaikutusta $\tau_1(y) = 0.187 \text{ MPa}$

Liittorakenteelle tuleville kuormille jää leikkauslujuus $\tau_{Rd2} := \tau_{Rd} - \tau_1(y)$ $\tau_{Rd2} = 1.635 \text{ MPa}$

Leikkauskestävyys hyötykuormalle $V_{Rd2} := \tau_{Rd2} \cdot \frac{EI \cdot b}{ES_2(y)}$ $V_{Rd2} = 328.023 \text{ kN}$

Leikkauskestävyys $V_{Rd} := V_{Ed1} + V_{Rd2}$ $V_{Rd} = 358.427 \text{ kN}$
 $> V_{Ed} = 90.403 \text{ kN}$

Koska suhde V_{Rd2}/V_{Ed1} on eri kuin V_{Ed2}/V_{Ed1} , niin suurin leikkausjännitys on lähempänä liittorakenteen painopistettä kuin edellä oli laskettu

$$y := \frac{V_{Ed1} \cdot p_1 \cdot EI + V_{Rd2} \cdot p \cdot EI_1}{V_{Ed1} \cdot EI + V_{Rd2} \cdot EI_1} \quad y = 118.371 \text{ mm}$$

Leikkausjännitys pysyvistä kuormista ennen liittovaikutusta $\tau_1(y) = 0.182 \text{ MPa}$

Liittorakenteelle tuleville kuormille jää leikkauslujuus $\tau_{Rd2} := \tau_{Rd} - \tau_1(y) \quad \tau_{Rd2} = 1.639 \text{ MPa}$

Leikkauskestävyys hyötykuormalle $V_{Rd2} := \tau_{Rd2} \cdot \frac{EI \cdot b}{ES_2(y)} \quad V_{Rd2} = 326.557 \text{ kN}$

Leikkauskestävyys $V_{Rd} := V_{Ed1} + V_{Rd2} \quad V_{Rd} = 356.961 \text{ kN}$
 $> V_{Ed} = 90.403 \text{ kN}$

$$y := \frac{V_{Ed1} \cdot p_1 \cdot EI + V_{Rd2} \cdot p \cdot EI_1}{V_{Ed1} \cdot EI + V_{Rd2} \cdot EI_1} \quad y = 118.358 \text{ mm}$$

riittävän lähellä edellä laskettua arvoa

Pelkän elementin leikkauskestävyys

$$\tau_1(y) = \tau_{Rd} \quad V_{Rd1} := \tau_{Rd} \frac{EI_1 \cdot b}{ES_{1p}} \quad V_{Rd1} = 308.527 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyys kasvaa liittovaikutuksen ansiosta n. 16 %.

b) Alue, jossa esiintyy murtotilassa taivutushalkeamia $x > x_{cr} = 1.354 \text{ m}$

$$\text{Leikkausvoima } V_{Ed} := p_d \cdot \left(\frac{L}{2} - x_{cr} \right) \quad V_{Ed} = 57.947 \text{ kN}$$

Koska kyseessä on murtotilassa haljennus poikkileikkaus ja mitoituskaavat (6.2) eivät perustu kimmoteoriaan, niin rakentamis- ja kuiormitushistoria eivät vaikuta leikkauskestävyyteen eli sillä mikä osa kuormasta tulee elementille ja mikä osa liittorakenteelle ei ole merkitystä.

Betopin ominaislujuus lasketaan heikomman betonin mukaan

$$\text{Betonin ominaislujuus } f_{ck} := \min(f_{ck1}, f_{ck2}) \quad f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$\text{Betonin osavarmuusluku } \gamma_c = 1.5$$

Punoksen ankkurointipituus:

Punos; tartuntakerroin ankkuroitaessa murtotilan voimalle $\eta_{p2} := 1.2$

Alapinnan jänneteräksset; hyvä tartunta => $\eta_1 = 1$

Elementin betonin vetolujuuden laskenta-arvo $f_{ctd1} = 1.637 \text{ MPa}$

Tartuntalujuus ankkuroitaessa murtotilan voimalle $f_{bpd} := \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}$ $f_{bpd} = 3.83 \text{ MPa}$

Täyttä myötölujuutta vastaava ankkurointipituus $\sigma_{sd} := f_{pd}$ $f_{pd} = 1417.4 \text{ MPa}$

Esijännitys häviöiden jälkeen $\sigma_{p\infty} = 1100 \text{ MPa}$

Myötövoimaa vastaava ankkurointipituus

$$l_{bpd} := l_{pt2} + \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{(f_{pd} - \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty})}{f_{bpd}} \quad l_{bpd} = 1394 \text{ mm}$$

Punoksen ankkurointipituus kohdasta xcr laatan päähän $l_{bpd.tod} := \frac{l_{tuki}}{2} + x_{cr}$

$$l_{bpd.tod} = 1384 \text{ mm} \sim l_{bpd}$$

Punokset on tarkastelukohdasta lukien ankkuroitu lähes täydelle myötövoimalle

Puristusdiagonaalin kaaltevuuskulma $\cot\theta := 2.5$

Raudituksen vetovoima tarkastelukohdassa;

$$N_s := \frac{M_{crdx}}{z} + V_{Ed} \cdot \cot\theta \quad N_s = 695.136 \text{ kN}$$

$$\text{Punoksen jännitys } \sigma_{sd} := \frac{N_s}{A_p} \quad \sigma_{sd} = 1.068 \times 10^3 \text{ MPa} < f_{pd}$$

$$\text{Tarvittava ankkurointipituus } l_{bpd} := l_{pt2} + \alpha_2 \cdot \phi_p \cdot \frac{(\sigma_{sd} - \gamma_p \cdot \sigma_{p\infty})}{f_{bpd}} \quad l_{bpd} = 1178 \text{ mm}$$

$$< l_{bpd.tod} = 1384 \text{ mm}$$

Koko punosmäärä voidaan laskea mukaan suhteelliseen terösmäärään ρ_l

$$\text{Suhteellinen terösmäärä} \quad \rho_l := \frac{A_p}{b \cdot d} \quad \rho_l = 0.252 \%$$

$$C_{Rdc} := \frac{0.18 \cdot \text{MPa}}{\gamma_c} \quad C_{Rdc} = 0.12 \text{ MPa}$$

$$k := 1 + \sqrt{\frac{200 \cdot \text{mm}}{d}} \quad k = 1.964 < 2.0$$

$$\text{Uuman leveys} \quad b_w := b \quad b_w = 1200 \text{ mm}$$

$$\text{Tehollinen korkeus} \quad d = 215 \text{ mm}$$

$$\text{Jännevoima kohdassa xcr:} \quad \sigma_{p\infty} = 1100 \text{ MPa}$$

$$P_\infty := A_p \cdot \sigma_{p\infty} \quad P_\infty = 716.1 \text{ kN}$$

$$\text{Normaalivoima} \quad N_{Ed} := \gamma_p \cdot P_\infty \quad N_{Ed} = 644.49 \text{ kN}$$

$$\text{Puristusjännitys} \quad \sigma_{cp1} := \frac{N_{Ed}}{EA_1} \cdot E_{cm1} \quad \sigma_{cp1} = 2.653 \text{ MPa}$$

puristus tässä positiivinen

$$\text{Kerroin} \quad k_1 := 0.15$$

Jännevoiman aiheuttama puristusjännitys kohdistuu vain elementtiin. BY 210:n mukaan liittorakenteessa ei oteta huomioon puristusjännitystä σ_{cp} . Tällöin ollaan turvallisella puolella.

$$\text{Leikkauslujuuden minimiarvo } v_{\min} := 0.035 \cdot k \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa} \quad v_{\min} = 0.482 \text{ MPa}$$

Leikkausraudoittamattoman rakenteen leikkauskestävyys

$$V_{Rdc1} := \left[C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp1} \right] \cdot b_w \cdot d \quad V_{Rdc1} = 215.039 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyyden vähimmäisarvo

$$V_{Rdc2} := (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp1}) \cdot b_w \cdot d \quad V_{Rdc2} = 226.978 \text{ kN}$$

$$\text{Leikkauskestävyys } V_{Rdc} := \max(V_{Rdc1}, V_{Rdc2}) \quad V_{Rdc} = 226.978 \text{ kN}$$

$$> V_{Ed} = 57.947 \text{ kN}$$

Pelkän elementin leikkauskestävyysTehollinen korkeus $d_1 := h_1 - c_p$

$$d_1 = 165 \text{ mm}$$

Suhteellinen vetoteräsmäärä $\rho_1 := \frac{A_p}{b \cdot d_1}$

$$\rho_1 = 0.329 \% < 2 \%$$

kerroin $k := \min\left(1 + \sqrt{\frac{200 \cdot \text{mm}}{d_1}}, 2\right)$

$$k = 2$$

Esijännityksen aiheuttama puristusjännitys $\sigma_{cp1} = 2.653 \text{ MPa}$ Betonin puristuslujuuden ominaisarvo $f_{ck1} = 40 \text{ MPa}$

Leikkausraudoittamattoman rakenteen leikkauskestävyys

$$V_{Rdc11} := \left[C_{Rdc} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot \frac{f_{ck1}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp1} \right] \cdot b_w \cdot d_1$$

$$V_{Rdc11} = 190.954 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyyden vähimmäisarvo

$$V_{Rdc21} := (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp1}) \cdot b_w \cdot d_1$$

$$V_{Rdc21} = 174.192 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyys $V_{Rdc} := \max(V_{Rdc11}, V_{Rdc21})$

$$V_{Rdc} = 190.954 \text{ kN}$$

$$> V_{Ed} = 57.947 \text{ kN}$$

Leikkauskestävyys kasvaa liittovaikutuksen ansiosta n. 19 %.

Vähimmäisleikkausraudoitus voidaan jättää pois laatoista (SFS-EN-1992-1-1 kohta 6.2.1 (4)).

Työsauman leikkauskestävyys

Puristusresultantti työsauman yläpuolella pintabetonissa, tasapainon antava raudoituksen vetoresultantti työsauman alapuoella elementissä. Puristusresultantin pitää siirtyä elementille ja sieltä tuelle vinona puristuksena maksimimomentin ja momentin nollakohdan välisellä matkalla. Työsaumassa vaikuttaa tällöin vaakasuuntainen leikkausvuo (vinon puristusdiagonaalin vaakakomponentti), jonka resultantti max. momentin ja momentin 0-kohdan välisellä matkalla vastaa max. momentin mukaista sauman yläpuolella olevaa puristusresultanttia. Pituusyksikön Δx matkalla työsauman leikkausvoima vastaa pintabetonissa vaikuttavan puristusresultantin muutosta tällä matkalla.

Työsauma mitoitetaan kestävään kokonaiskuormaa (hyötykuorman lisäksi myös elementin ja pintabetonin painoa) vastaava leikkausvoima.

Betonin puristusresultantti sauman yläpuolella kohdassa x $N_{c2x} := \frac{\beta \cdot M_x}{z} \quad \beta \leq 1$

Betonin puristusresultantti sauman yläpuolella kohdassa x-Δx $N_{c2\Delta x} := \frac{\beta \cdot M_{\Delta x}}{z}$

Sauman yläpuolella olevan puristusresultantin muutos Δx:n matkalla

$$\Delta N_{c2} := N_{c2x} - N_{c2\Delta x} = \frac{\beta \cdot M_x}{z} - \frac{\beta \cdot M_{\Delta x}}{z} = \beta \cdot \frac{(M_x - M_{\Delta x})}{z} = \beta \cdot \frac{\Delta M}{z}$$

$$v \cdot b_i := \frac{\Delta N_{c2}}{\Delta x} : \beta \cdot \frac{\Delta M}{z \cdot \Delta x} = \frac{\beta V}{z} \quad v := \frac{\beta V}{b_i \cdot z}$$

b_i on sauman leveys

Eurokoodin mukaan työsauman leikkausjännitysjakautuma oletetaan kimmoteorian mukaiseksi eli noudattaa leikkausvoimajakautumaa.

Mitoittava kohta on d:n päässä tuen reunasta

$$\text{Mitoittava leikkausvoima } V_{Ed} := p_d \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{l_{tuki}}{2} - d \right) \quad V_{Ed} = 87.885 \text{ kN}$$

Momenttivarsi $z = 187.532 \text{ mm}$

Momentikestävyttä vastaava puristusresultantti $N_c = 936.933 \text{ kN}$

Sauman yläpuolella pintabetonissa oleva puristusresultantti $N_{c2} = 850 \text{ kN}$

$$\text{Kerroin } \beta := \frac{N_{c2}}{N_c} \quad \beta = 0.907$$

Sauman leveys $b_i := b \quad b_i = 1200 \text{ mm}$

Laskennallinen leikkajännitys saumassa (SFS-EN-1992-1-1 kaava (6.24))

$$v_{Ed} := \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{b_i \cdot z} \quad v_{Ed} = 0.354 \text{ MPa}$$

Eurokoodin mukainen työsauman leikkauskestävyys perustuu ns. leikkauskitkateoriaan. Saumapintojen oletetaan olevan karheita (sileäkään saumapinta ei ole täysin sileä vaan siinäkin on pientä karheutta). Leikkausvoiman vaikuttaessa saumaan syntyy osien välille voiman suuntaista siirtymää ja karhean pinnan "nystyrät" liukuvat päällekkäin ja osat pyrkivät irtaantumaan toisistaan. Irttaantumista vastustaa sauman läpi menevä täydelle myötövoimalle ankkuroitu raudoitus omalla vetojäykkyydellään saaden vetoa ja painaen samalla osat kiinni toisiinsa. Saumapintaan syntyy tällöin teräksen vetovoimaa vastaava puristava vastavoima. Kun saumapinta on karhea, niin puristusjäännityksestä aiheutuvan kitkan avulla sauma kykenee siirtämään saumapinnan suuntaista leikkausvoimaa. Kun leikkausmuodonmuutos on tarpeeksi suuri, raudoitus myötää (ja taipuu).

Eurokoodin leikkauskestävyysskaavassa kitkavoimaa kuvaa termi $\mu \rho f_{yd}$, missä μ on saumapintojen välinen kitkakerroin, ρ on sauman läpi menevän raudoituksen suhteellinen pinta-ala ja f_{yd} raudoituksen laskentalujuus. Jos saumapinnassa on pintaa vastaan klohtisuoraa puristusta, niin myös se aiheuttaa kitkaa.

Lisäksi betonipintojen välillä on myös tartuntaa (koheesiota) . Tätä kuvaa työsauman leikkaskestävyysskaavan termi c_{fctd} , missä c on koheesiokerroin.

Kuorilaatan (ja ontelolaatan) yläpinta liukuvalettu ekstruuderipinta => sileä SFS-EN-1992-1-1 6.2.5(2)

Koheesiokerroin $c := 0.2$ kitkakerroin $\mu := 0.6$

Eurokoodin mukainen työsauman leikkauskestävyys perustuu kitka-koheesioteoriaan (betonien välinen tartunta vastaa koheesiota ja työsaumaraudoituksen voima aiheuttaa saumapintaan kitkaa)

Vetolujuuden arvona käytetään pienempää sauman molemmilla puolilla olevien betonien vetoluuksista

$$f_{ctd} := \min(f_{ctd1}, f_{ctd2}) \quad f_{ctd} = 1.198 \text{ MPa}$$

$$\text{Työsaumaraudoituksen laskentalujuus (A500HW)} \quad f_{yd} := \frac{500 \cdot \text{MPa}}{\gamma_s} \quad f_{yd} = 434.783 \text{ MPa}$$

$$\text{Pystylenkit, raudoituksen kaltevuuskulma} \quad \alpha := 90 \quad \sin \alpha := 1 \quad \cos \alpha := 0$$

SFS-EN-1992-1-1 kaava (6.25)

$$v_{Rdi} := c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n + \rho \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)^2$$

$$\text{Saumaa vastaan kohtisuora puristus} \quad \sigma_n := 0 \cdot \text{MPa}$$

(Huom! $\sigma_n < 0.6 \cdot \min(f_{cd1}, f_{cd2})$ Jos σ_n vetoa, niin termi $c \cdot f_{ctd} = 0$)

Saumaraudoitus A500HW	ominaislujuus	$f_{yk} := 500 \cdot \text{MPa}$
	osavarmuusluku	$\gamma_s := 1.15$
	laskentalujuus	$f_{yd} = 434.783 \text{ MPa}$

Ratkaistaan työsaumaraudoituksen tarvittava määrä, kun sauman kestävyys $v_{Rdi} := v_{Ed}$

$$\rho := \frac{v_{Ed} - c \cdot f_{ctd}}{f_{yd}} \quad \rho = 2.637 \times 10^{-4}$$

$$\text{Teräsmäärä} \quad A_{sv} := \frac{\rho \cdot b_i \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{2} \quad A_{sv} = 158.209 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Kohta, mistä lähtien betonin koheesio riittää yksinään ilman raudoitusta eli $v_{Edx} = c \cdot f_{ctd}$

$$v_{Rdc} := c \cdot f_{ctd} \quad v_{Rdc} = 0.24 \text{ MPa}$$

$$x_1 := \frac{v_{Rdc}}{v_{Ed}} \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{l_{tuki}}{2} - d \right) \quad x_1 = 2.202 \text{ m} \quad \text{tuelta}$$

Työsauman tartuntarautaus voidaan porrastaa SFS-EN-1992-1-1 kuvan 6.10 mukaisesti, mutta Eurokoodissa ei ole otettu kantaa siihen, millä matkalla porrastus voidaan tehdä. Porrastuksen mittana voidaan käyttää matkaa $z \cot \theta = z \dots 2.5 z$ (SFS-EN-1992-1-1 6.2.3 (5)), koska kyseessä on samasta asiasta kuin leikkaushakojen mitoituksessa.

Porrastusmatka $z = 188 \text{ mm} \dots 2.5 \cdot z = 469 \text{ mm}$

Eurokoodissa ei ole suoraan annettu työsaumaraudoituksen vähimmäismäärää, mutta koska kyseessä on samasta asiasta kuin leikkaushakojen mitoituksessa, niin vähimmäismääränä käytetään leikkausraudoituksen vähimmäismäärää.

Puristuslujuus pienempi sauman molemmilla puolilla olevien betonien puristuslujuuden ominaisarvoista

$$f_{ck} := \min(f_{ck1}, f_{ck2}) \quad f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$\rho_{w.min} := \frac{0.08 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \cdot \text{MPa}}}{f_{yk}} \quad \rho_{w.min} = 0.08 \%$$

$$A_{sv.min} := \rho_{w.min} \cdot b_i \cdot 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \quad A_{sv.min} = 960 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} > A_{sv} = 158.209 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Kutistumaeron aiheuttamat leikkausjännitykset saumassa ovat vastakkaissuuntaisia kuormituksen aiheuttamiin leikkausjännityksiin nähden, joten työsaumassa tarvittava leikkausraudoitus on suurempi kutistumaeron tai kuorman vaatimasta leikkausraudoituksesta.

Kutistumaeron vaatima raudoitus laatan päässä matkalla $z_1 = 150 \text{ mm}$ $A_{sv.kut} = 261.601 \text{ mm}^2$

Laatan päässä 150 mm:n matkalla tarvittava työsaumaraudoitus

$$A_{sv.150} := \max(A_{sv} \cdot z_1, A_{sv.kut}, A_{sv.min} \cdot z_1) \quad A_{sv.150} = 261.601 \text{ mm}^2$$

$$3 \text{ T } 8 \text{ 2-leikk. lenkkiä k } 50 \quad A_{sv.150} := 3 \cdot 2 \cdot 50.3 \cdot \text{mm}^2 \quad A_{sv.150} = 301.8 \text{ mm}^2$$

Välillä $z_1 = 0.15 \text{ m}$ $x_1 = 2.202 \text{ m}$ tarvittava työsaumaraudoitus

$$A_{sv2} := \max(A_{sv}, A_{sv.min}) \quad A_{sv2} = 960 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Tartuntalenkit 2 kpl rinnan T } 8 \text{ 2-leikk. k } 200 \quad A_{sv2} := 2 \cdot 2 \cdot \frac{50.3 \cdot \text{mm}^2}{200 \cdot \text{mm}} \quad A_{sv2} = 1006 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Välillä $x_1 = 2.202 \text{ m}$ $\frac{L}{2} = 3.5 \text{ m}$ ei tarvita raudoitusta, vaan koheesio riittää.

Lenkit on ankkuroitava täydelle myötövoimalle sauman molemmin puolin.